

621.37  
259

621.37:53

Ўзбекистон почта ва телекоммуникациялар агентлиги

Тошкент электротехника алоқа институти

В.Н. Дмитриев, Қ.Х. Хайдаров

**ЭЛЕКТР ЗАҶИРЛАР НАЗАРИЯСИНИНГ  
ФИЗИКАВИЙ АСОСЛАРИ**

Ўқув қўланма

ЎНТГА ҲАМ ҶАЛ

2032794

Тошкент 1999

Дмитриев В.Н., Хайдаров Қ.Х.

Электр занжирлар назариясининг физикавий асослари. / Уқув қўлланма. - Тошкент: ТЭАИ, 1999. - 155 б.

Уқув қўлланмада ўтказгичлар ва диэлектрикларда ўтадиган электромагнит жараёнлар билан боғлиқ бўлган физикавий ҳодисалар қаралади. Уқув материалининг ўзига хослиги шундан иборатки, унда ҳамма жараёнлар электр занжирлар назарияси нуқтаи назардан қаралган. Электромагнит ҳодисаларни назарий ва амалий тадқиқ экин усуллари, электр ва магнит занжирлар элементларининг математик моделлари электромагнит майдон назарияси нуқтаи назаридан қараб келтирилган.

Телекоммуникация йўналишида таълим олувчи олий ўқув юрглариининг талабалари учун.



## С Ў З Б О Ш И

Ўзбекистон олий мактабининг олий маълумотли мутахассисларни тайёрлашда кўп поғонали тизимга ўтиши ўқув фанларнинг режалари ва дастурларини хусусан, "Электр занжирлар назарияси" фани бўйича қайта қуриб чиқишни талаб этди. Янги ўқув режаларини ва дастурларини киритиш жараёнида фанларро боғланишни мукамаллаштириш масаласи жуда муҳим, айниқса асосий умум-техника фанлари, масалан, математика - физика - электротехника, электроника ва электр занжирлар назарияси кабилар.

"Физика" ва "Электр занжирлар назарияси" фанларининг дастурларига мувофиқ муаллифлар физика курсининг "Электр ва магнетизм" ва "Электр занжирлар назарияси" бўлимлари орасида боғловчи бугун бўлаоладиган ўқув қўлланмасини яратишга уриниб кўрдилар. Қўлланма материали "Электротехниканинг назарий асослари", "Занжирлар назарияси асослари" ва ТЭАИ да ўқитиладиган "Электр занжирлар назарияси" курсларининг кириш қисмидан иборат. Муаллифлар фикрича, ушбу қўлланманинг электротехника назарияси асослари (ЭНА), занжирлар назарияси асослари (ЗНА) ва электр занжирлар назарияси (ЭЗН) бўйича кенг тарқалган дарслик ва қўлланмалардан асосий фарқи электр ва электрон қўлланмалар ва тизимлар иши асосида ётган электромагнит ҳодисаларни синчиқлаб қараб чиқишдан иборатдир. Бунда физикавий ҳодисалар макроскопик даражада электромагнит майдон назариясининг интеграл тенлавлари ёрдамида ифодаланганликлари учун улар nisбатан қийинчиликсиз электр ва электрон занжирлар назарияси тушунчаларига физикавий ва математикавий нуқтан назарлардан яқинлашиш имконини беради. Қўлланманинг ўқув материали синчиқлаб танлаб олинган бўлиб, у "соддадан мураккабга" қараб асма-кетликда берилган, бу эса ҳамма ўқувчиларга, уларнинг бошланғич тайёргарлигидан қатъий назар, яхши ўзлаштириб олишларига имкон беради. Барча жуда муҳим таърифлар ва тушунчалар, мисоллар ва расмлар билан таъминланган.

Ўқув қўлланма "Телекоммуникация" йўналишидаги бакалаврликга ўқиётган талабалар учун мўлжалланган бўлса ҳам, бошқа йўналишлардаги талабаларнинг "Электротехника назарияси асослари", "Занжирлар назарияси асослари", "Электроника" ва бошқа фанларини ўрганишларида ҳам фойдаланишлари мумкин.

1-8 боблар В.Н. Дмитриев ва К.Х. Хайдаровлар, 9-12 боблар, илова ва хотималар В.Н. Дмитриев томонларидан ёзилган.

Муаллифлар масъул муҳаррир профессор А.Х. Қосимовга, унинг кўрсатмалари ва маслаҳатлари ҳисобига қўлланманинг мазмунли ва яхши савияда бўлишини таъминлашдаги хиссаси учун ўз миннатдорчиликларини билдирадилар.

## К И Р И Ш

Барча электротехник, электрон ва радиотехник қурилмаларнинг иши асосида фазо ва вақтда электромагнит майдоннинг ўзгариши билан аниқланадиган электромагнит ҳодисалар ётади.

Ҳар қандай қурилмалар турлича электромагнит ҳодисалардан фойдаланиш билан бир биридан фарқ қиладилар:

- электромагнит тўлқинларни ҳосил қилувчи ва тарқатувчи қурилмалар;
- узатувчи линиялар;
- қабул қилгичлар, кучайтиргичлар, сигналларни ўзгартиргичлар;
- назорат, бошқариш ва ўлчов қурилмалари;
- электр таъминловчи қурилмалардаги генератор ва электр энергиясини ўзгартиргичлар ва ҳ.к.

Бу барча қурилмаларни бир бирлари билан маълум ҳолда ўзаро таъсирлашувчи зарядланган жисмлар ва тоқли контурлар тизимидан иборат деб қараш мумкин. Ўзаро таъсир тўғрисида вужудга келувчи электромагнит ҳодисалар зарядланган жисмлар ва тоқли контурлардаги физикавий жараёнлар ва бу жараёнлар бўлиб ўтаётган муҳит хусусиятлари билан аниқланадилар.

## I ЭЛЕКТРОМАГНИТ МАЙДОННИНГ АСОСИЙ ТУШУНЧАЛАРИ ВА ТАЪРИФЛАРИ

Электр заряди  $q$  – электромагнит майдоннинг манбаи ва таъсир этувчи объектдир. Ҳар бир электр заряд ўз атрофидаги фазода электромагнит майдонини ҳосил қилади ва ҳар бир электр заряди бошқа зарядлар ҳосил қилган электромагнит майдонларининг таъсирига учрайди. Электр заряди  $q$  нинг ўлчов бирлиги – кулон [Кл].

"Нуктавий заряд" тушунчаси шуни билдирадики, заряд жойлашган жисмнинг қизиқли ўлчамлари зарядланган бошқа жисмларгача ва (ёки) майдоннинг кўрилаяётган нуктасигача бўлган масофага нисбатан жуда кичик.

Электромагнит майдон -- материянинг бир кўриниши бўлиб, зарядлар ўзаро таъсирининг моддий электромагнит ташувчисидан иборат. У  $v = 3 \cdot 10^8$  м/с тезлик билан ҳаракатланувчи электромагнит тулкин кўринишида бўлиб ўз манбаларидан узилган, эркин ҳолда мавжуд бўлиши мумкин. Электромагнит майдон зарядланган зарраларга куч жиҳатидан таъсир этади ва ҳар бир нуктада шу нуктанинг координаталар ва вақтларининг функциялари бўлган иккита – электр майдони кучланганлиги  $\vec{E}$  ва магнит индукцияси  $\vec{B}$  вектор қаталиклари билан аниқланади:

$$\vec{E} = \vec{E}(x, y, z, t) = \vec{E}(\vec{r}, t) .$$

$$\vec{B} = \vec{B}(x, y, z, t) = \vec{B}(\vec{r}, t) .$$

улар унинг икки томонини мос ҳолда электр майдони ва магнит майдонини характерлайдилар.

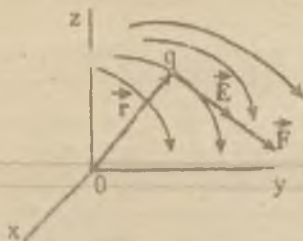
Куч – электр зарядларнинг ўзаро таъсир интенсивлигининг миқдорий ўлчови бўлган вектор катталиқдир. Электромагнит майдонидаги нуктавий зарядга таъсир этувчи куч қуйидагига тенг

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E} + q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) . \quad (1.1)$$

бунда биринчи қўшилувчи нуктавий зарядга электр майдони томонидан таъсир этувчи  $\vec{F}_e$  кучни, иккинчиси эса, унга магнит майдони томонидан таъсир этувчи  $\vec{F}_m$  кучни ифодалайди:

$$\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m .$$

Электр майдони – электромагнит майдонининг бир қисми бўлиб, у электр зарядланган заррачага унинг зарядига муносиб ва заррачанинг ҳаракат тезлигига боғлиқ бўлмаган таъсир кучи билан аниқланади (1.1-расм).



1.1-расм. Зарядланган заррачага электр майдонининг таъсири

(1.1) формуладан

$$\vec{F}_e = q \cdot \vec{E} \quad (1.2)$$

келиб чиқади. Кучнинг ўлчов бирлиги – Ньютон [Н].

Ҳар бир нуктада ва вақтнинг ҳар бир дақиқасида электр майдонининг электр зарядига куч жиҳатдан таъсирини ифодаловчи физикавий катталик – электр майдонининг кучланганлиги вектори  $\vec{E}$  дан иборат:

$$\vec{E} = \vec{E}(x, y, z, t) = \vec{E}(\vec{r}, t)$$

бу ерда  $\vec{r}$  – координаталар тизимида нуктавий зарянинг ҳолатини кўрсатувчи радиус-вектор.

Электр майдони кучланганлигининг чизиқлари – бу шундай чизиқларки, уларнинг ҳар бир нуктасида кучланганлик вектори  $\vec{E}$  уларга ўтказилган уринмадан иборат, уларнинг йўналиши эса ҳар бир нуктада  $\vec{E}$  векторининг йўналиши билан мос тушади (1.1-расм).  $\vec{E}$  векторининг чизиқлари электр майдони куч чизиқлари деб аталадилар

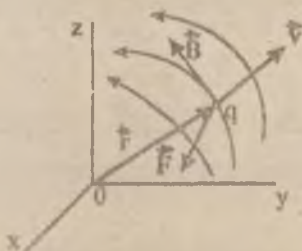
(1.2) дан кўриниб турибдики, электр майдонининг кучланганлиги микдор жиҳатдан майдоннинг бирлик зарядга таъсир этувчи кучга тенг:

$$\vec{E} = \left| \frac{\vec{F}}{q} \right| = |\vec{F}| \cdot q = 1 \text{ Кл} \cdot \quad (1.3)$$

Кучлач аниқлигининг ўлчов бirligi – вольт/метр [В/м].

Кучланганлиги, унинг ҳамма нуқталари  $\lambda$  миқдор ва йўналиши жиҳатидан бир хил бўлган электр майдонига, биржинсли майдон дейилади.

Магнит майдони – электромагнит майдонининг бир қисми бўлиб, у ҳаракатланаётган электр зарядланган заррачага унинг заряди  $q$  ва ҳаракат тезлиги  $\vec{v}$  га муносиб куч таъсири билан (1.2-рasm), ҳамда магнитланган жисملарга эса уларнинг ҳаракат ҳолатига боғлиқ бўлмаган таъсир билан аниқланади.



1.2-рasm. Ҳаракатланаётган электр билан зарядланган заррачага магнит майдонининг таъсири.

(1.1) дан кўринадики

$$\vec{F}_M = [\vec{v} \times \vec{B}] \cdot q, \quad (1.4)$$

бу ерда  $[\vec{v} \times \vec{B}]$  – векторларнинг вектор кўпайтмаси.  $\vec{F}_M$ ,  $\vec{v}$  ва  $\vec{B}$  векторлар ўзаро перпендикулярдирлар ( $\vec{F}_M \perp \vec{v}$ ,  $\vec{F}_M \perp \vec{B}$ ,  $\vec{B} \perp \vec{v}$ ).

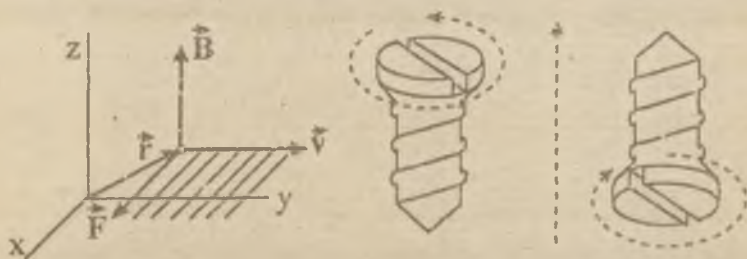
Ҳар бир нуқтада ва вақтнинг ҳар бир дақиқасида магнит майдонининг куч жиҳатдан таъсирини аниқлайдиган асосий физикавий катталиқ бўлиб, ўлчами тесла [Тл] бўлган, магнит индукция вектори  $\vec{B}$  нфодаси куйидагига тенг:

$$\vec{B} = \vec{B}(x, y, z, t) = \vec{B}(\vec{r}, t),$$

Магнит майдонининг чизиклари — бу шундай чизикларки, уларнинг ҳар бир нуқтасида магнит индукция вектори  $\vec{B}$  уларга уринмадир ва ҳар бир нуқтада уларнинг йўналиши  $\vec{B}$  вектор йўналиши билан мос тушади.

$\vec{B}$  векторнинг чизикларига магнит майдонининг куч чизиклари деб аталади.

Магнит индукция вектори  $\vec{B}$  нинг йўналишини ўнг винт қондаси ёрдамида аниқлаш мумкин. Ўнг винт каллагини сояк мили бўйича буралса, у олға силжийди. Агар ўнг винт каллаги текислигини  $\vec{F}$  ва  $\vec{v}$  векторлар текислигида жойлаштириб, винт каллагини қисқа пўл билан  $\vec{F}$  вектордан  $\vec{v}$  вектор томон буралса, винтнинг илгариланма ҳаракати  $\vec{B}$  вектор йўналишини кўрсатади. Масалан, агар 1.3-расмда  $\vec{v}$  вектор у қи бўйлаб йўналган,  $\vec{F}$  вектор эса  $x$  ўқи бўйлаб йўналган бўлса, у ҳолда  $\vec{B}$  вектор  $z$  ўқи бўйлаб йўналган бўлади.



1.3-расм. Ўнг винт қондаси бўйича магнит индукция векторининг йўналишини аниқлаш.

(1.4) формуладан кўришиб турибдики, магнит индукция вектори миқдор жиҳатдан бирлик тезлик билан ҳаракатланаётган бирлик зарядга таъсир этаётган кучга тенг

$$\vec{B} = |\vec{B}| = |\vec{F}_{ad}| \quad q = 1 \text{ Кл}, \vec{v} = 1 \text{ м/с} \quad [\text{Тл}].$$

Хамма нуқталарида магнит индукциясининг вектори миқдор ва йўналиш жиҳатидан бир хил бўлган магнит майдонига бир жинсли майдон деб аталади.



## 2. ЭЛЕКТРОМАГНИТ ХОДИСАЛАРНИ ҚЎРИБ ЧИКИШ ЙЎЛИНИ ТАНЛАШ

Электр ва магнит майдонлар электромагнит ҳодисанинг икки қисмидан иборат бўлиб, улар ўзаро узвий боғлангандирлар.

Электромагнит ҳодисаларни кўриб чиқишда микроскопик томондан ёндошилса электромагнит майдон тузилишида дискретлик кўринадики ва ҳар доим бир вақтнинг ўзида унинг икки ташкил этувчилари – электр майдони ва магнит майдони намоён бўлади.

Электромагнит ҳодисаларни кўриб чиқишда макроскопик томондан ёндошилса заряднинг дискретлиги эътиборга олинмайди ва заряд фазода узлуксиз тақсимланган деб ҳисобланади. Бунда фазода мавжуд бўлган барча зарядлар, нуқтавий деб қаралувчи, элементар  $dq$  зарядларга бўлинадилар, элементар зарядларнинг мажмуаси эса заряднинг тақсимланиш зичлиги билан ажралиб туради.

Заряд тақсим отининг ҳажмий зичлиги деб

$$\rho = \frac{dq}{dv} \text{ [Кл/м}^3\text{)],} \quad (2.1)$$

га айтилади, бу ерда  $dq$  [Кл] – ҳажм элементи  $dv$  [м<sup>3</sup>] ичидаги элементар заряд.

Агар барча заряд сиртга яқин бўлган жуда юпқа қатламда жойлашган бўлса, у ҳолда бу қатламни сирт деб қараш мумкин.

Заряд тақсим отининг сирт зичлиги деб

$$\eta = \frac{dq}{ds} \text{ [Кл/м}^2\text{)],} \quad (2.2)$$

га айтилади, бу ерда  $dq$  [Кл] – юзаси  $ds$  [м<sup>2</sup>] бўлган сирт элементидаги элементар заряд.

Агар заряд майдоннинг қаралаётган нуқтасигача масофадан анча кичик бўлган диаметрли ўтказгичда тақсимланган бўлса, у ҳолда зарядни ўтказгич ўқи бўйлаб жойлашган деб қараш мумкин.

Заряд тақсим отининг чизикли зичлиги деб

$$v = \frac{dq}{dl} \text{ [Кл/м]}, \quad (2.3)$$

га айтилади, бу ерда  $dq$  [Кл] – узунлиги  $dl$  [м] бўлган ўқ элементида жойлашган элементар заряд.

Макроскопик томондан ёндошув электротехник, электрон ва радиотехник қурилмаларда бўладиган жараёнларни физикавий тасаввур этишга мос келади, ва бунда иштирок этаётган кўп микродоғи қурилмаларнинг дискретлиги ҳеч намоён бўлмайди. Шунингдек, тушувчиларнинг ҳам хусусиятлари ҳеч қандай намоён бўлмайди, шу сабабдан ҳодисаларни ҳар қандай қараб чиқишда эса улар ҳақида гапирмасдан, зарядларни ҳаракати ҳақидагина гапиришни ўзи етарлидир. Макроскопик томондан яқинлашишда майдонларни ажратиб қўришга ҳикмат тунглади яъни электромагнит майдонини фақат бир танқис этувчиси намоён бўлади ҳолос (электр майдони ёки магнит майдони), бошқа танқис этувчиси танқис бўлмас бўлади. Майдонларни тохиде-люкда ҳар қандай қараб қўришга амалий масалаларга жавоб беради ва майдонларни таҳлил қилиш жараёнини ва уларни ўрганишни анча соддалаштиради.

### 3. ЭЛЕКТРОМАГНИТ МАЙДОННИ ТАСВИРЛАШ УЧУН ЗАРУР БУЛГАН ТУШУНЧАЛАР ВА ИФОДАЛАР

Электромагнит майдонни тасвирлаш учун макроскопик томондан ёнидошувда,  $l$  бўлимида киритилган электр майдонининг кучланганлик вектори  $\vec{E}$  ва магнит индукция вектори  $\vec{B}$  тушунчаларидан ташқари, оқим вектори, вектор циркуляцияси, электр токи, магнит оқими, электромагнит индукция ходисаси тушунчалари, ҳамда моддий мухитлар гавсифлари ва уларга таалукли тенгламалар зарурдир.

#### 3.1. Вектор майдонининг оқими ва циркуляцияси

Хар қандай вектор майдонини тўлиқ тавсифловчи тенгламаларда, фақат иккита интеграл тушунчалар мавжуд бўлади:

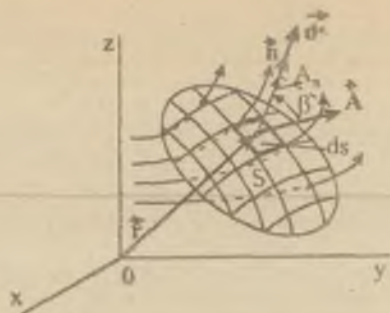
- вектор оқими;
- вектор циркуляцияси. Уларнинг қисқача таърифлари Илова (И1) да берилган.

Бу тушунчаларга кенгрок математик таъриф берамиз, бунинг учун барор бир шартли  $\vec{A}$  вектор майдонини қараб чиқамиз. Бунда  $\vec{A}$  деб, электр майдонининг кучланганлиги вектори  $\vec{E}$ , магнит индукция вектори  $\vec{B}$  ёки ҳар қандай бошқа векторни тушуниш мумкин.

$\vec{A}$  вектор оқимига таъриф берамиз. Бунинг учун  $\vec{A}$  вектор майдониде контур билан чегараланган ихтиёрий ёпик бўлмаган  $S$  сиртни оламиз (3.1-расм).

Бу сиртнинг ихтиёрий нуктасида  $\vec{A}$  векторни кўрсатамиз. Танланган нуктанинг координаталар системасидаги уринни  $\vec{r}$  радиус-вектор аниглайди. Сирт икки томонли бўлгани сабабли, берилган нуктада бирлик нормалнинг мусбат вектор йўналиши ( $|\vec{n}| = 1$ ) ни танлаб оламиз. Сиртнинг  $ds$  элементини танлаб оламиз, сирт элементининг вектори  $\vec{ds} = \vec{n} ds$  га тенг.  $\vec{A}$  векторнинг йўналиши ва  $\vec{n}$  нормал вектори орасидаги бурчакни  $\beta$  деб белгилаймиз, у ҳолда  $\vec{A}$  векторнинг нормал йўналишидаги проекциясига тенг бўлган скаляр  $A_n = |\vec{A}| \cos \beta$ , бунда  $|\vec{A}|$  -  $\vec{A}$  векторнинг модули.

$\vec{A}$  векторнинг нормал ташкил этувчиси  $A_n$  ни сирт элементи  $ds$  га қўпайтмасидан бутун  $S$  сирт бўйича интеграл оламиз ва  $\Pi$  деб белгилаймиз:



3.1-расм. Контур билан чегараланган сирт орқали вектор майдон оқимини ачиқлаш.

$$P = \int_S A_n \cdot ds = \int_S |A| \cdot ds \cdot \cos\beta. \quad (3.1)$$

Математикадан маълумки, векторлар модуллирини улар орасидаги бурчак косинусига кўпайтмаси векторларнинг скаляр кўпайтмасидир:  $|A| \cdot ds \cdot \cos\beta = \vec{A} \cdot ds$ , шу сабабдан (3.1) ифодани кўйидаги кўринишга келтириш мумкин

$$P = \int_S \vec{A} \cdot d\vec{s}. \quad (3.2)$$

Сирт буйлаб интеграл (3.2) кўринишда ифодаланган скаляр катталик, контур билан чегараланган  $S$  сирт орқали  $\vec{A}$  векторнинг оқими дешилади.

$\vec{A}$  векторнинг оқими кўрилатган  $S$  сиртни кесиб ўтувчи майдон чизикларининг мажмуасидир. Оқимни йўналиши  $\vec{A}$  вектор чизикларнинг йўналиши билан аниқланади.

(3.1) дан шу нарса келиб чиқадики,  $\vec{A}$  векторнинг  $P$  оқими у векторнинг фақат нормал ташкил этувчиси билан белгиланади ва у бўлмаганда нолга тенг. Агар ёпиқ сирт орқали  $\vec{A}$  векторнинг оқими нолга тенг бўлса

$$P = \int_S \vec{A} \cdot d\vec{s} = 0, \quad (3.3)$$

у ҳолда сирт билан чегараланган ички ҳажм сиртига қираётган майдон чизиклари сони, ташқи фазога сиртдан чиқётган чизиклар сонига тенг демакдир, яъни оқим узлуксиздир.

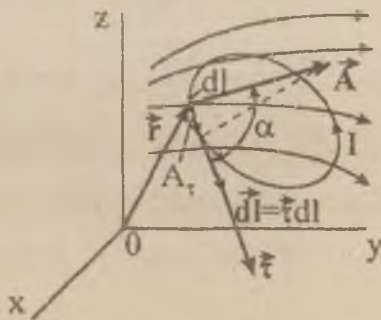
(3.3) формула ёпиқ сирт орқали  $\vec{A}$  вектор оқимининг узлуксизлик шартини булганидан, майдоннинг манбага эга эмаслиги келиб чиқади.

$\vec{A}$  векторнинг циркуляциясига таъриф берамиз. Бунинг учун  $\vec{A}$  векторнинг майдонида  $l$  узунликдаги ихтиёрий ёпиқ контур олинди (3.2-расм).

Контурда ихтиёрий нуктани ва нукта атрофида контурнинг  $dl$  узунликдаги элементини танлаб оламиз. Контурни айланиш учун шартли — мусбат йўналишни қабул қиламиз. Контурни айланиш учун танлаб олинган мусбат йўналиш буйлаб йўналган ва берилган нуктада контурга уринма бўлган бирлик вектор  $\vec{\tau}$  ни ( $|\vec{\tau}| = 1$ ) кўрсатамиз. У ҳолда контур узунлик элементининг вектори  $d\vec{l} = \vec{\tau} \cdot dl$ .  $\vec{A}$  ва  $\vec{\tau}$  векторлар орасидаги бурчакни  $\alpha$  деб белгилаймиз.  $\vec{A}$  векторнинг уринма ташкил этувчиси векторни  $\vec{\tau}$  йўналишидаги проекциясига тенг:  $A \cdot \vec{\tau} = |\vec{A}| \cdot \cos \alpha$ .

$\vec{A}$  векторнинг уринма ташкил этувчиси  $A \cdot \vec{\tau}$  ни узунлик элементи  $dl$  га кўпайтмасидан, контурнинг бутун узунлиги бўйича интеграл оламиз, ва уни  $\mathcal{C}$  орқали белгилаймиз:

$$\mathcal{C} = \int_l \vec{A} \cdot \vec{\tau} \cdot dl = \int_l |\vec{A}| \cdot dl \cdot \cos \alpha \quad (3.4)$$



3.2-расм. Ёпиқ йўл бўйича циркуляция векторини аниқлаш

(3.4) ифодадаги векторлар модуларини улар орасидаги бурчак косинусига кўпайтмасини шу векторларнинг скаляр кўпайтмаси билан алмаштирамиз:

$$\boxed{\mathcal{C} = \oint_l \vec{A} \cdot d\vec{l}} \quad (3.5)$$

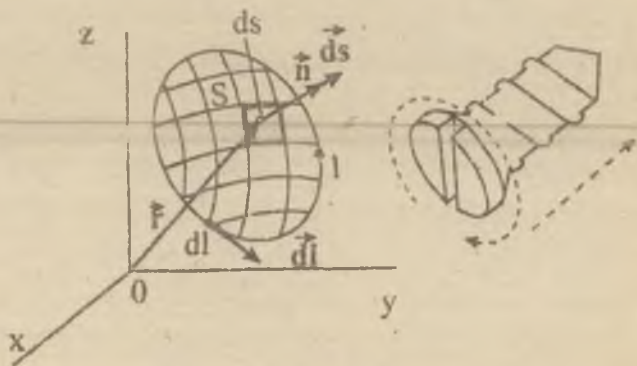
Ихтиёрий ёпиқ  $l$  йўл, (3.5) кўринишидаги эгри чизиқли интеграл шаклида тасвирланган скаляр катталик,  $l$  контур бўйлаб  $\vec{A}$  векторининг циркуляцияси деб аталади.

Циркуляция  $\vec{A}$  векторнинг фақат уринма ташкил этувчиси билан белгиланади ва майдон кучларининг ёпиқ контур бўйича бажараётган ишни аниқлайди. Агар, векторнинг ихтиёрий ёпиқ контур бўйлаб циркуляцияси нолга тенг бўлса, у ҳолда майдон айланма ҳаракат қилмайди, иш бажармайди.

$$\mathcal{C} = \oint_l \vec{A} \cdot d\vec{l} = 0 \quad (3.6)$$

Шартни қониқтирадиган майдон ноўюрчавий деб аталади.

Ёпиқ контур бўйлаб вектор циркуляцияси нолга тенг бўлмаган ( $\mathcal{C} \neq 0$ ), ихтиёрий майдонга уюрмали дейилади.



3.3-расм. Унг винт қоидаси бўйича  $n$  нормал векторининг мусбат йўналишини аниқлаш.

Майдонлар тахлил қилинаётганда бир вақтнинг ўзида интеграллаш контури  $l$  ва  $u$  билан чегараланган:  $n$  ва  $m$  томонли  $S$  сирт қаралади. Бунда контурни айланнишдаги мусбат йўналиш сиртга нормал векторнинг мусбат йўналиши билан ўнг винт қодаси орқали мослашган бўлиши керак (3.5-расм): винт каллаги контурни айланниш йўналиши бўйича буралганда, унинг илгариланма ҳаракати  $\vec{n}$  нормал векторнинг мусбат йўналишини кўрсатади.

Ёпиқ сирт бўлган ҳолда ўтказилган  $\vec{n}$  нормал векторнинг мусбат йўналиши ташқи фазога томон йўналиши керак.

### 3.2 Моддий муҳитлар ва уларга мос тенгламалар

Турли хусусиятларга эга бўлган ва электротехник қурилмаларда ишлатиладиган ҳамма моддалар (суюқликлар, металллар, газлар, электроизоляция материали ва х.к.) ни моддий муҳитлар деб умумий ном билан бирлаштирадилар. Моддий муҳитларнинг хусусиятлари уларда бўлиб ўтадиган электромагнит жараёнлар учун муҳимдир.

Агар қаралаётган моддий муҳит ҳажмининг ҳамма элементлари бир хил физикавий хусусиятларга эга бўлсалар, у ҳолда муҳит биржинсли деб аталади.

Агар моддий муҳит ҳажми ҳамма элементларининг хусусиятлари барча йўналишда бир хил бўлса, у ҳолда муҳит изотроп деб аталади.

Юқорида кўрсатилган иккита шартни бир вақтда қониқтирувчи моддий муҳитлар, бир жинсли ва изотроп деб аталадилар. Акс ҳолда, моддий муҳитлар бир жинсли бўлмаган - анизотропдирлар.

Электротехникада ишлатиладиган моддий муҳитлар кўпчилик ҳолларда бир жинсли ва изотроп деб ҳисоблан салар ҳам ўтказгичлик, диэлектриклик ва магнит хусусиятлар билан характерланадилар.

Ўтказгичлар шундай моддий jismlарки, уларда электр майдон мавжуд бўлганида электр зарядларнинг тартибли ҳаракати юз беради. Бунда амалда қутбланиш ҳодисаси юз бермайди. Майдон қучлари таъсирида ҳаракатланаётган электр зарядлар, сименс/метр  $[C/m]$  ўлчамга эга бўлган солиштирма электр ўтказувчанлик  $\sigma$  билан аниқланувчи модда томонишан қаршиликка учрайди.

Унга мос ўтказувчанлик токи зичлиги учун моддий тенглама Ом қонуни қуринишига эга бўлади.

$$\vec{J} = \sigma \cdot \vec{E}, \quad (3.7)$$

бу ерда  $\vec{J}$  - ампер/кв.метр  $[A/m^2]$  ўлчамли ўтказувчанлик токи

зичлигининг вектори, ўтказгичдаги заряд кучиши интенсивлигини характерлайди.

$\sigma$  – солиштирма электр ўтказувчанлик [ $Cм/м$ ];

$\vec{E}$  – электр кучланганлиги вектори [ $B/м$ ].

Диэлектриklar – асосий хусусияти электр майдони таъсирида қутбланиш қобилиятига эга бўлган моддалардир. Қутбланиш ҳолисаси молекула таркибига кирувчи мусбат ва манфий зарядланган зарядларнинг силжиши ва электр диполларини ҳосил бўлиши, яъни бир-бирига нисбатан бирор масофага силжиган, иккита тенг, қарама-қарши ишорали нуқтавий зарядлар тизимининг ҳосил бўлишидан иборат. Бунда зарядларнинг тартибли йўналган ҳаракати амалда бўлмайди.

Бунга тааллуқли моддий тенглама куйидаги кўринишга эга бўлади:

$$\vec{D} = \epsilon_a \cdot \vec{E} \quad (3.8)$$

бу ерда  $\vec{D}$  – кулон/кв.метр [ $Кл/м^2$ ] ўлчамли электр силжиш вектори, бирор-бир сирт орқали электр билан зарядланган заррачаларнинг силжиш жараёнини характерлайди.

$\vec{E}$  – электр майдон кучланганлик вектори [ $B/м$ ].

$\epsilon_a$  – фарад/метр [ $\Phi/м$ ] ўлчамли абсолют диэлектрик киритувчанлик;

$$\epsilon_a = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r, \quad (3.9)$$

бунда  $\epsilon_0$  – фарад/метр [ $\Phi/м$ ] ўлчамли электр доимийси,  $\epsilon_0 = 1/(4\pi \cdot 9 \cdot 10^9) = 8,854 \cdot 10^{-12}$  [ $\Phi/м$ ];  $\epsilon_r$  – электр майдон таъсирида қутбланиш қобилияти даражасини характерловчи, асосий физикавий курсаткич, ўлчамсиз катталиқ, нисбий диэлектрик киритувчанлик.

Табиатда идеал ўтказгичлар бўлмаганидек, идеал диэлектриklar ҳам йўқ. Ҳамма реал муҳитлар у ёки бу катталиқда ўтказгич ва диэлектрик хусусиятларини намоён қиладилар, шу сабабдан:

- нисбий электр ўтказувчанлиги  $\sigma > 10^6$   $Cм/м$  бўлган моддаларни ўтказгичлар қаторига киритадилар;
- нисбий электр ўтказувчанлиги  $\sigma < 10^{-8}$   $Cм/м$  бўлган моддаларни диэлектриklar қаторига киритадилар.

Яъни нисбий электр ўтказувчанлиги жуда кенг ораликда ўзгарадиган моддалар синфи - ярим ўтказгичлар маънода  $10^{-5} < \sigma < 10^3$  [ $Cм/м$ ] ва улар маълум бир шароитларда ўтказгич ёки диэлектрик бўлишлари мумкин.

Юқорида қайд этилганлардан ташқари, ҳозирги вақтда ўтаўтказувчанлик хусусиятига эга бўлган материаллардан кенг миқёсда



фойдаланилмокда. Утаўтказувчачлик 1911 йилда голланд физиги Камерлинг-Оннес томонидан очилган ҳодиса бўлиб, унда ўтказувчан материаллар, ҳар бир модда учун характерли, критик деб аталувчи  $T_c$  температуралардан паст температурагача совирилганда электр қаршилиги сақраган ҳолда (кескин) йўқолади. Утаўтказувчанлик хусусиятига кўплина металллар (Pb, Al, Ti, Nb ва х.к.), металл қотишмалари (масалан, Pb-Au, Nb-Sn, Nb-Ti-Zr), кимёвий бирикмалар (масалан, Nb<sub>3</sub>-Ge, V<sub>3</sub>-Ga, Nb<sub>3</sub>-Sn), ҳамда баъзи бир яримўтказгичлар ва полимерлар эга. Утаўтказувчанлик хусусиятига эга бўлган материаллар - ўтаўтказгичлар деб аталадилар. Утаўтказгичларнинг солиштирма ўтказувчанлиги  $\sigma > 10^{15}$  См м гача етади. Одатдаги паст температурали ўтаўтказгичларнинг критик температуралари 0,1-23 К ораликда ётади. 1986-1987 йилларда кўпчилик олимлар гуруҳи томонидан бир қатор металл-оксид бирикмалар (масалан, La-Sr-Cu-O, Y-Ba-Cu-O) да юқори температурали ўтаўтказувчанлик аниқланган, уларнинг критик температуралари 100 К га ва ундан юқорига етиши мумкин. Бундай материаллар юқори температурали ўтаўтказгичлар деб ном олдилар. Критик температураси 300 К (+27 °С) га яқин бўлган бирикмани ҳосил қилиш кўтилмокда.

Магнетиклар - ташқи майдонга киритилганда магнитланиб, ўзлари қўшимча магнит майдони манбаи бўлиб қоладиган моддалар. Бу ҳолда магнитланишнинг турли механизмлари ва магнетикларнинг ҳар хил турлари бўлиши мумкин:

- ижудга келаётган қўшимча майдон ташқи майдонга қарши йўналган бўлиб, уни сусайтиради - диамагнетиклар;
- ижудга келаётган қўшимча майдон ташқи майдон йўналиши билан мос келиб, уни кучайтиради - парамагнетиклар;

Диа- ва парамагнетиклар суств магнит моддий муҳитлар қаторига кириб, улар ташқи майдон йўқолганда ўзларининг магнитланганликларини сақлаб қолмайдилар.

Спонтан ўз-ўзидан магнитланиш хусусиятига эга бўлиб, ташқи магнит майдонни кучайтирувчи ва у йўқолгандан кейин ҳам магнитланганлигини сақлаб қолувчи моддалар, кучли магнит моддий муҳитлар қаторига кириб ферромагнетиклар деб аталадилар.

Моддий муҳитнинг магнит хусусиятларини ифодаловчи моддий тенглама

$$B = \mu_0 \cdot H \quad (3.10)$$

кўринишга эга, бунда  $H = (1/\mu_0) \cdot B$  - модданинг магнитланиш жараёнини характерловчи, ампер/метр [А/м] ўлчамли кучланганликни ҳисоблаш вектори;  $B$  - тесла [Тл] ўлчамли магнит майдонинг

ЧИТАЛДЫ ЗАП

17

индукция вектори;  $\mu_0$  - генри/метр [Г/м] ўлчамли абсолют магнит киритувчалик.

$$\mu_0 = \mu_0 \cdot \mu_r,$$

бунда  $\mu_0$  - магнит доимийси,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} = 1,256 \cdot 10^{-6}$  [Г/м];

$\mu_r$  - мухитнинг нисбий киритувчанлиги, модданинг магнитлиниш қобилиятини характерловчи ўлчамсиз катталиқ;

$\mu_r < 1$  (бироз кичик) - диамагнетикларга мансуб, диамагнит мис учун  $\mu_r = 0,99991$ ;

$\mu_r > 1$  (бироз катта) - парамагнетикларга мансуб, парамагнит алюминий учун  $\mu_r = 1,000023$ ;

$\mu_r \gg 1$  (анча катта) - ферромагнетикларга мансуб.

### 3.3. Электр токи

Электр токи ўтказгичларда ўтказувчанлик токи кўринишида, диэлектрикларда - силжиш токи кўриниш да, ўтказмас мухитлар (газ) ларда ва вакуумда - кучириш токи кўринишида мавжуд булади.

Ўтказувчанлик токи тушунчасини берамиз.

Майдон кучлари таъсирида ўтказгичларда зарядларнинг (металларда - электронларнинг, суюқликларда ионларнинг) тартибли ҳаракати вужудга келади. Бу ҳодиса ўтказувчанлик электр токи деб аталади. Микдорий жиҳатдан бу ҳодиса қаралаётган  $S$  сирт орқали вақт бирлигида қучаётган заряд микдори билан аниқланади, у ҳам ўтказувчанлик электр токи деб аталади:

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} \quad (3.11)$$

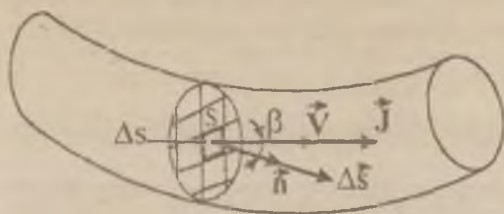
Электр токи  $i(t)$  нинг ўлчов бирлиги сифатида ампер [А] олинган.

Ҳаракат тезлиги йўналишида эркин зарядларнинг интенсивлиги, мусбат заряднинг ҳаракат тезлиги  $v$  йўналиши билан мос тушувчи ўтказувчанлик ток зичлиги  $\vec{J}$  вектори орқали характерланади (3.4-расм). Ўтказувчанлик ток зичлиги векторининг модулини  $J = |\vec{J}|$  кўринишда тасвирлаш мумкин:

$$J = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta i}{\Delta s} = \frac{di}{ds} \quad [A/m],$$

Вектор оқими тушунчаси (3.6) дан келиб чиқадики, ўтказувчанлик токи  $S$  сирт орқали ўтувчи ток зичлиги вектори  $\vec{J}$  нинг оқимига тенг.

$$I = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{s} \quad (3.12)$$



3.4-расм. Утказувчанлик токини аниқлаш.

Утказувчанлик электр токнинг асосий намоён қилувчиси, шу ток вужудга келтирган магнит майдонининг мавжудлигидир.

#### Заряднинг сакланиш қонуни

бирор-бир ҳажмда заряднинг ўзгариши, фақат шу ҳажмни чегаралаб турувчи ёпиқ сирт орқали токнинг кириши ёқи чиқиши натижасида юз бериши мумкин:

$$\int_S \vec{J} \cdot d\vec{s} = -\frac{dq_v}{dt} \quad (3.13)$$

бу ерда  $\frac{dq_v}{dt}$  – заряднинг ҳажмдаги ўзгариш тезлиги.

(3.13) даги манфий ишора шуни кўрсатадики, агар ҳажм ичидаги мусбат заряд камайса, у ҳолда ўтказувчанлик токнинг зичлик вектори

$\vec{J}$  ҳажмдан ташқи фазога йўналган бўлиб, у ҳажмни чегаралаб турувчи сиртга ўтказилган мусбат нормал вектори йўналиши билан мос келади.

Диэлектриклардаги силжиш токини қараб чиқамиз.

Электр ток манбалари электр зарядлари жойлашган жойларда мавжуд эканликлари ҳақидаги амалий хулосани, Ж. К. Максвелл ўз постулатида ифода этди.

#### Максвелл постулати

Ёпиқ сирт орқали электр силжиш векторининг оқими, шу сирт билан чегараланган ҳажм ичидаги эркин зарядга тенг:

$$\int_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = q_v, \quad (3.14)$$

бу ерда  $\vec{D}$  [Кл/м<sup>2</sup>] – электр силжиш вектори.  
(3.14) ифодани дифференциаллаб қуйидагича ҳосил қиламиз.

$$\int_S \frac{d\vec{D}}{dt} \cdot d\vec{s} = -\frac{dq_v}{dt}. \quad (3.15)$$

Хусусий ҳосила белгиси шуни кўрсатадики, танлаб олинган координаталар тизимида дифференциаллаш бажарилаётган нуқта координаталари ўзгармасдир.

(3.13) ва (3.15) ифодаларнинг ўнг ва чап томонларини алоҳида-алоҳида қўшамиз.

$$\int_S \left( \vec{J} + \frac{d\vec{D}}{dt} \right) \cdot d\vec{s} = 0. \quad (3.16)$$

Электр силжиш векторининг вақт бўйича ўзгариши  $\frac{dD}{dt}$  да уни ўраб турган фазода шу ўзгаришга мос келувчи магнит майдонинг ўзгариши кузатилади. Ўтказувчанлик токи аналогича бўйича фараз қилиш мумкинки, магнит майдонининг мавжудлиги электр тоқининг борлигидан далолатдир.  $\frac{dD}{dt}$  қўшилувчи, ўтказувчанлик ток зичлиги вектори  $\vec{J}$  каби [А/м<sup>2</sup>] ўлчамга эга бўлганда, диэлектрикдаги силжиш токи зичлиги вектори  $\vec{J}_{\text{эм}}$  ни қуйидагича белгилаш қабул қилинган:

$$\vec{J}_{\text{эм}} = -\frac{d\vec{D}}{dt} \quad (\text{А/м}),$$

S сир: бўйича силжиш токи зичлиги вектори  $\vec{J}_{\text{эм}}$  нинг оқимини силжиш токи дейилади

$$I_{\text{эм}} = \int_S \vec{J}_{\text{эм}} \cdot d\vec{s} = \int_S \frac{d\vec{D}}{dt} \cdot d\vec{s} = 0 \quad (\text{А}).$$

Электр майдони вақт бўйича ўзгарган жойдагича силжиш токи мавжуд бўлади.

Шундай қилиб, (3.16) ифодани, (3.3) ни эътиборга олган ҳолда, электр тоқининг узлуксизлик принципи сифатида қабул қилиш мумкин.

Кучиш токи тушунчасини берамиз.

Кучиш токи электр майдони таъсирида вужудга келиб, газларда ёки вакуумда элементар зарядланган заррачаларнинг кучиш ходисасини характерлайди ва ўтказувчанлик ҳамда силжиш тоқлари аналогияси бўйича  $\vec{J}_{куч}$  векторининг оқими кўринишида берилиши мумкин

$$i_{куч} = \int_S \vec{J}_{куч} \cdot d\vec{s},$$

бунда  $\vec{J}_{куч}$  - кучиш токи зичлигининг вектори [А/м].

Кучиш токини ҳисобга олган ҳолда, заряднинг сақланиш қонуни (3.13) ни қўйидаги кўринишда тасвирлаш мумкин:

$$\oint_S (\vec{J} + \vec{J}_{куч}) \cdot d\vec{s} = -\frac{dq_{ин}}{dt},$$

у ҳолда токнинг узлуксизлик тамоили (3.16) эса, қўйидаги кўринишга эга бўлади:

$$\oint_S (\vec{J} + \vec{J}_{куч} + \frac{d\vec{D}}{dt}) \cdot d\vec{s} = 0. \quad (3.17)$$

Ўтказувчанлик, кучиш ва силжиш тоқлари зичлиги векторларининг йиғиндисини тўлиқ ток зичлиги  $\vec{J}_{тул}$  деб аталади

$$\vec{J}_{тул} = \vec{J} + \vec{J}_{сил} + \vec{J}_{куч}.$$

Тўлиқ ток ўтказувчанлик, кучиш ва силжиш тоқларининг йиғиндисига тенг.

$$i_{тул} = \int_S \vec{J}_{тул} \cdot d\vec{s} = i + i_{куч} + i_{сил} = \int_S \left( \vec{J} + \vec{J}_{куч} + \frac{d\vec{D}}{dt} \right) \cdot d\vec{s}.$$

Токнинг узлуксизлик тамоили (3.17) дан шу нарса келиб чиқадики, ёпиқ сирт орқали тўлиқ ток нолга тенг:

$$\int_S \vec{J}_{тул} \cdot d\vec{s} = 0.$$

Шундай қилиб, тўлиқ ток зичлиги вектори чизиклари узлуксиз бўлиб, у на бошланишга ва на охирига эга эмас. Ўтказувчанлик ток зичлиги

вектори чизиклари силжиш токи ёки кўчиш токи зичлиги вектори чизиклари орқали уланувилар.

Ҳамма кўринишдаги тоқларнинг физикавий табиати турлидир, аммо уларнинг ҳаммаси учун умумий, лекин асосий хусусият – магнит майдонини вужудга келтириш қобилиятидир.

### 3.4 Электромагнит индукция қонуниси

1831 йили М. Фарадей тажриба йўли билан электромагнит индукция қонунисини очди. Унинг таърифи магнит оқими туалунчасини ўз ичига олади.

Магнит оқими  $\vec{\Phi}$  ("фи" – кичикча харф) деб, бирор  $S$  сирни орқали ўтувчи магнит индукция  $\vec{B}$  векторининг оқимига айталади (3.5-расм):

$$\vec{\Phi} = \int_S \vec{B} \cos\beta \cdot ds = \int_S \vec{B} \cdot ds. \quad (3.18)$$

Магнит оқими  $\vec{\Phi}$  нинг ўлчами – вебер  $[Вб]$ . Магнит индукцияси  $\vec{B}$  магнит оқими  $\vec{\Phi}$  нинг майдонни берилган нуқтасидаги зичлигидир.

Фарадей кашфиётининг мохияти шундан иборатки, контур билан ўралган магнит оқимининг ҳар қандай ўзаришида, ёниқ ўтгазувчан контурда электр тоқи пайдо бўлаши. Бу ҳолисга электромагнит индукция деб ном олади, вужудга келайтган ток эса, индукция тоқи деб аталади.

1833 йили Э.Х. Ленц томонидан таърифланган қонун асосан индукция тоқи шундай йўналганки, у вужудга келтираётган магнит майдони оқимининг ўзаришига тўсқинлик қилади.



3.5-расм. Электромагнит индукцияни аниқлаш.

Ж. Максвелл, электромагнит индукция қонун сифатида танилган, Фарадей томонидан очилган ҳодисанинг математик ифодасини топди ва

$$\int \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (3.19)$$

бунда  $\vec{E}$  – электр майдон кучланганлиги вектори [В/м];

$\vec{B}$  – магнит индукция вектори [Тл].

$S$  оиртни чегараловчи  $l$  контурнинг айланиш йўналиши сирта ўтказилган  $n$  нормал векторнинг муобат йўналиши билан ўнг вийт қондаси асосида мувофиқлашгандир (3.5-расм).

Хусусий ҳосила белгиси, танлаб олинган координатлар тизмида  $l$  контур ва  $S$  оирт кўзгалмас эканлигини тасдиқлайди.

(3.19) - ифода бирор бир нуктада магнит майдон индукциясининг ўзгариши ҳисобига шу нуктада электр майдони ҳосил бўлиш ҳодисасини ўрсатади. Ҳосил бўлаётган майдон индукцияланган лоб аталади, ва (3.19) - ифода (3.6) - шартга тўғри келмаганлиги сабабли, индукция майдони уормавидир. (3.19) - ифоданинг ўнг томонидаги "-" ишора Ленц қондасини ако ёттиради.

## 4. ИНТЕГРАЛ КЎРИНИШДАГИ МАКСВЕЛЛ ТЕНГЛАМАЛАРИ

### 4.1. Электромагнит майдоннинг асосий тенгламалари

Электромагнит майдонларни ифодалаш учун, тажриба асосида аниқланган Кулон, Ампер, Фарадей қонуларини, заряднинг сақланиш қонуни, ҳамда Гаусс теоремасини умумлаштириш асосида Максвелл томонидан ҳосил қилинган математик тенгламалар қўлланилади.

Асосий тенгламалар интеграл ва дифференциал кўринишларда ифодаланишлари мумкин.

Ҳазо (қурилма, тизим) нинг ҳар бир нуқтасида майдонни ўрганиш зарурати тутилганда ҳусусий ҳосиллали дифференциал кўринишдаги тенгламалардан фойдаланиш лозим. Бирок, бунда нисбатан содда ҳоллар (масалалар) учун тенгламаларни ечиш ҳам етарли даражада мураккаб бўлади.

Қурилма (тизим) ларни текширишда ва лойиҳалашда учрайдиган кўпгина амалий масалаларни ечишда интеграл кўринишда келтирилган электромагнит майдоннинг асосий тенгламаларидан фойдаланишда, бунда етарли даражадаги аниқли таъминланади.

4.1-жадвалда, Максвелл тенгламалари деб ном олган, электромагнит майдоннинг асосий тенгламалари келтирилган.

4.1-жадвалга киритилган тенгламалар тизимини ажратиб турувчи томони – уларнинг чизиклилигидир.

Чизикли тенгламалар ёрдамида ифодаланадиган исталган физикавий тизимга қўшилиш принциpidан фойдаланиш мумкин. Шундай қилиб, таъкидлаш лозимки, электромагнит майдонларни таҳлил қилишда қўшилиш принциpidан фойдаланиш мумкин.

### 4.2 Электромагнит майдоннинг ҳусусий кўринишлари

Электромагнит майдоннинг кўйидаги кўринишларига таъриф берамиз:

- стационар;
- электростатик;
- квазистационар.

Вақтнинг функцияси бўлмаган электромагнит майдонга стационар майдон дейилади, яъни майдонни аниқловчи векторлар кўйидаги кўринишда ифодаланадилар:

$$\vec{E} = \vec{E}(x, y, z) = \vec{E}(r)$$

$$\vec{B} = \vec{B}(x, y, z) = \vec{B}(r)$$



4.1-жадвал. Электромангнит майдо нинг асосий тенгламалари.

| № | Тенгламаларнинг интеграл кўринишида ёзилиши  | Тенгламанинг таърифи  | Физиквий таҳлил   |
|---|--|---|---|
| 1 | <p>ГҲЛИК ТОК ҚОНУНИ</p> <p>Максвеллнинг биринчи тенгламаси:</p> $\oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = i_{\text{тўра}} \quad (4.1)$ $i_{\text{тўра}} = \int (\vec{J} + \vec{J}_{\text{тўра}} + \frac{dD}{dt}) \cdot d\vec{s}$ | <p>Исталган ёпик контур буйлаб магнит майдон кучланганлиги векторининг циркуляцияси шу контур билан чегараланган сирт орқали гҲлик токка тенг.</p>  | <p>Магнит майдони зарядланган зиррачанинг ҳаракатида ва электр майдонининг ҳар қандай ўзгаришида вужудга келади.</p>                      |
| 2 | <p>ЭЛЕКТРОМАГНИТ ИНДУКЦИЯ ҚОНУНИ</p> <p>Максвеллнинг иккинчи тенгламаси:</p> $\oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (4.2)$  | <p>Исталган ёпик контур буйлаб электр кучланганлиги векторининг циркуляцияси манфий ишора билан олинган шу контур билан чегараланган сирт орқали магнит оқимининг ўзгариш тезлигига тенг.</p> | <p>Магнит майдонининг ҳар қандай ўзгаришида шу фазонинг ўзида у билан боғлиқ бўлган электр майдони вужудга келади.</p>                    |
| 3 | <p>МАКСВЕЛЛ ПУСТУЛАТИ</p> $\oint_s \vec{D} \cdot d\vec{s} = q_v \quad (4.3)$   | <p>Ёпик сирт орқали электр сиёжиш векторининг оқими шу сирт билан чегараланган ҳажм ичида жойлашган эркин зарядга тенг.</p>   | <p>Электр майдонининг манбалари зарядлар жойлашган жойларда мавжуд бўлади.</p>  |
| 4 | <p>МАГНИТ ОКИМИНИНГ УЗЛУКСИЗЛИК ТАМОИЛИ</p> $\oint_s \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0 \quad (4.4)$   | <p>Исталган ёпик сирт орқали магнит индукция векторининг оқими нолга тенг.</p>  | <p>Магнит индукция вектори чизиклари барча ерда узлуксиздир, уларни на учи на охири бор; магнит индукция вектори манбаларга эга эмас.</p> |

Стационар майдонларда электромагнит индукция ходисаси бўлмайди, шу сабабдан шартли бўлиниш мавжуд: бир-биридан боғлиқ бўлмаган ҳолда таҳлил қилинадиган  $\vec{E}$  векторнинг стационар электр майдони ва  $\vec{B}(\vec{i})$  векторнинг стационар магнит майдони.

Қўзғалмас зарядларнинг стационар электр майдонига электростатик майдон дейилади.

Квазистационар электромагнит майдон тушунчасини берамиз.

Ихтиёрий ўзгарувчан электромагнит майдонни таҳлил қилишда қўйидаги факторлар билан ҳисоблашиш зарур:

- фазонинг бирор бир соҳасида вужудга келаётган электромагнит майдон, бу соҳани ш: ондаёқ тўлдирмайди, балки моддий муҳитнинг хусусиятига боғлиқ бўлган чекли тезлик билан тарқалади;
- магнит майдони фақат ўказувчан тоқлар билангина эмас, балки вақт бўйича ўзгарадиган электр майдони (силжиш тоқлари) орқали ҳам вужудга келади.

Аmmo, бу икки факторни эътиборга олмасликка имкон берувчи шароитлар мавжуд. Вақт бўйича секин ўзгарадиган ўзгарувчан электромагнит майдон фазода бир онда тарқалади.

Бундай ўзгарувчан майдонга квазистационар дейилади.

Электромагнит майдоннинг квазистационарлик шартлари:

1. Жараён кўрилатган соҳанинг чизикли ўлчами  $l$  (метрларда) электромагнит тебранишлар тўлқин узунлиги  $\lambda$  дан (метрларда) анча кичик:

$$l \ll \lambda. \quad (4.5)$$

Бу ҳолда тўлқин узунлиги

$$\lambda = v \cdot T = v/f \text{ [м]}, \quad (4.6)$$

бу ерда  $T$  [с] – электромагнит тебранишлар даври,

$f = \frac{1}{T}$  – электромагнит тебранишлар частотаси, герцларда [Гц],

$v$  [м/с] – электромагнит тўлқиннинг тарқалиш тезлиги, вакуумда у ёруғликнинг тарқалиш тезлигига тенг:

$$v \approx c = 3 \cdot 10^8 \text{ [м/с]}.$$

Саноат частотаси учун  $f = 50 \text{ Гц}$ :  $\lambda = 3 \cdot 10^8 / 50 = 6 \cdot 10^6 \text{ [м]}$  қабул қилинган.

2. Қўрилаётган электромагнит жараён тебранишларининг бурчакли частотаси  $\omega = 2\pi f \text{ [рад/с]}$  электр ўтказувчанлик  $\sigma \text{ [См/м]}$  ни абсолют диэлектрик киритувчанлик  $\epsilon_0 \text{ [Ф/м]}$  га нисбатидан анча кичик:

$$\omega \ll \frac{\sigma}{\epsilon_0} \text{ [рад/с]}, \quad (4.7)$$

Электр ўтказувчанлиги  $\sigma = 10^7 \text{ [См/м]}$  ва абсолют диэлектрик киритувчанлиги электр қимйисига тенг бўлган ( $\epsilon_0 = \epsilon_0$ ) металл ўтказгичлар учун

$$\omega \ll \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{10^7}{(1/4\pi \cdot 9 \cdot 10^9)} = 10^{18} \text{ [рад/с]},$$

яъни бундай ўтказгичларда жуда юқори частоталарга қадар ҳамма частоталарда силжиш тоқлари билан ҳисоблашмаслик мумкин.

Электротехникада, электроника ва радиотехникада қўрилаётган кўпчилик электромагнит майдонлар квазистационар деб ҳисобланиши мумкин. Квазистационар майдонларни таҳлил қилишда, стационар майдонлар учун уринли бўлган куп қонулардан фойдаланишга имкон бўлади, бу эса таҳлилни сезиларли даражада соддалаштиради.

## 5. ЭЛЕКТРОСТАТИК МАЙДОН

Электростатикада фараз қилинадик, зарядларнинг келиб чиқиши электростатик бўлмаган, уларнинг таъсирати қаралмайдиган, кучлар таъсирида фазонинг турли нуқталарида ушлаб турилади.

Электростатик майдонга киритилган синов электр зарядига куч таъсири орқали намоян бўлади.

Синов заряди деб, узининг мавжудлиги билан майдонни вужудга келтираётган жисмлардаги зарядларнинг қайта тақсимланишини келтириб чиқармайдиган зарядга айтилади. Электростатик майдонларнинг тахлили асосида Кулон қонуни ва Гаусс теоремаларини тушунтириш мумкин.

### 5.1. Вакуумдаги электростатик майдон, Кулон қонуни, потенциаллар айирмаси, Гаусс теоремаси

Электростатик майдонда икки нуқтавий зарядларнинг ўзаро таъсир кучини тажриба йўли билан аниқловчи Кулон қонуни қуйидаги кўринишга эга:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q \cdot q_1}{R^2} \cdot \vec{i}_R \quad (H), \quad (5.1)$$

бу ерда  $q$  - майдонни вужудга келтирувчи заряд миқдори [Кл];

$q_1$  - майдонга киритилган (синов) заряднинг миқдори [Кл];

$R$  - зарядланган жисмлар марказлари орасидаги масофа [м];

$\vec{i}_R$  - йўналиши шартли равишда  $q$  дан  $q_1$  га томон йўналган бирлик вектор (5.1-расм).



5.1-расм. Электростатик майдондаги икки нуқтавий зарядларнинг ўзаро таъсир кучини аниқлаш.

Куч зарядларни боғловчи чизик бўйлаб йўналган ва зарядлар бир хил ишорали бўлсалар, улар бир-биридан итарилади, турли ишорали бўлсалар - зарядлар тортишади.

Электр майдон кучланганлигининг таърифи (1.3) ифодадан келиб чиқадикки, 1-нуқтада турган  $q$  заряд 1-нуқтадан  $R$  масофада жойлашган 2-нуқтада  $q_1 = 1$  Кл ҳолдагач  $|\vec{F}|$  га тенг майдон кучланганлигини ҳосил қилади:

$$E = |\vec{E}| = |\vec{F}|_{q_1 = 1 \text{ Кл}} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \quad [B'м]. \quad (5.2)$$

Мос келувчи кучланганлик вектори  $\vec{E}$

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \cdot \vec{i}_R \quad (5.3)$$

$\vec{E}$  векторнинг электростатик майдони хусусиятларини векторли майдонни асосий тушунчаларини - оқим ва циркуляциядан фойдаланган ҳолда аниқлаймиз.

Мусбат нуқтавий заряд  $q$  ҳосил қилаётган электростатик майдонда,  $q_1$  зарядни силжитиши, майдон кучлари бажараётган иш билан боғлиқ. Мусбат  $q_1$  зарядни АaВ йўл бўйлаб А нуқтадан В нуқтага силжитишни кўрайлик (5.2-расм).

Йўлнинг ҳар бир нуқтасида  $q$  ва  $q_1$  зарядларнинг ўзаро таъсир кучи, зарядларни боғловчи тўғри чизик бўйлаб йўналган, ва (5.1) ва (5.3) формулаларни эътиборга олган ҳолда.

$$\vec{F} = q_1 \cdot \vec{E} \quad (5.4)$$

$dI$  йўлда зарядни силжитиш бўйича бажарилган элементар  $dA$  иш  $\vec{F}$  кучни йўл элементи  $dI$  векторга скаляр кўпайтмасига тенг, яъни (5.4) ифодани ҳисобга олган ҳолда

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{l} = q_1 \cdot \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Зарядни А нуқтадан В нуқтага кўчиришда бажарилган тулик иш, қуйидагича аниқланади:

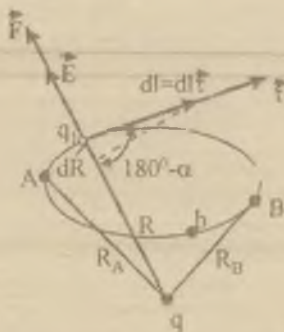
$$A = q_1 \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = q_1 \int_A^B \vec{E} \cdot dR, \quad (5.5)$$

бунда  $\vec{E}$  ва  $d\vec{l}$  векторларнинг скаляр кўпайтмаси ( $d\vec{l} = \vec{\tau} \cdot dl$ )

$$\vec{E} \cdot d\vec{l} = E \cdot (|\vec{\tau}| \cdot dl) \cdot \cos \alpha = E \cdot dR.$$

(5.5) ифодадан, (5.2) формулани ҳисобга олган ҳолда, бажарилган тулик иш куйидагига тенг бўлади:

$$A = q_1 \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{q \cdot q_1}{4\pi\epsilon_0} \int_A^B \frac{1}{R^2} \cdot dR = \frac{q \cdot q_1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{R_A} - \frac{1}{R_B} \right) \quad (5.6)$$



5.2-расм.  $q_1$  зарядни А нуктадан В нуктага кўчиришда бажарилган ишни аниқлаш.

(5.6)-ифодада иккита хулоса келиб чиқади:

1.  $q$  зарядни А нуктадан В нуктага силжитишдаги иш силжитиш йўлига боғлиқ бўлмай, балки А ва В нукталарни жойлаштириш ўрнига боғлиқ.

2. Зарядни В нуктадан А нуктага силжитишда фақат ишни ишораси ўзгариб, унинг миқдори илгаригидек қолганлиги сабабли, зарядни ихтиёрий ёпик контур бўйлаб силжитишдаги йигинди иш нолга тенг бўлади:

$$A = q_1 \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} + q_1 \int_B^A \vec{E} \cdot d\vec{l} = q_1 \int_A^A \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \quad (5.7)$$

(5.7)-ифодадан кўринадики, электростатик майдон қучланганлиги  $\vec{E}$  векторни ихтиёрий ёпик контур бўйлаб циркуляцияси нолга тенг:

$$\int \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0. \quad (5.8)$$

(5.6) ни ҳисобга олган ҳолда (5.8) — электростатик майдон уюрмали эмас деган ҳулоса қилиш мумкин.

(5.6) — ифодадан фойдаланиб, электростатик майдоннинг икки нуқтаси орасидаги потенциаллар айирмаси (5.2-расм, А ва В нуқталар орасида) деган тушунчани киритамиз:

$(\varphi_A - \varphi_B)$  деб белгиладиган, электростатик майдоннинг икки (А ва В) нуқталари орасидаги потенциаллар айирмаси, бирлик мусбат зарядни бошланғич (А) нуқтадан охириги (В) нуқтагача қучиришда бажариладиган ишга тенг.

(5.5) ни ҳисобга олиб,  $q_1 = 1 \text{ Кл}$ , потенциаллар айирмаси учун

$$\varphi_A - \varphi_B = A_{q_1 = 1 \text{ Кл}} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (5.9)$$

га тенг.

Бундан электростатик майдоннинг ихтиёрий нуқтасининг потенциали деган тушунча келиб чиқади:

Майдоннинг ихтиёрий нуқтасининг потенциали, бирлик мусбат зарядни майдоннинг берилган нуқтасидан, потенциали нол деб қабул қилинган нуқтасигача қучиришда майдон кучлари божараётган иш сифатида аниқланади.

Майдоннинг ихтиёрий нуқтасининг потенциали *const* гача аниқликда топилиши мумкин, бунда нол потенциали нуқтани танлашга боғлиқ, шу сабабдан амалда асосан потенциаллар айирмаси тушунчаси ишлатилади. Агар нол потенциали нуқта чексизликда жойлашган деб қабул этилса, у ҳолда (5.9) ни ҳисобга олган ҳолда майдоннинг ихтиёрий нуқтасининг потенциали қуйидаги ифода билан аниқланади:

$$\varphi = -\int \vec{E} \cdot d\vec{l} + \text{const}. \quad (5.10)$$

(5.10)-ифодадаги манфий ишора, майдон кучланганлиги вектори  $\vec{E}$  потенциалнинг камайиши томон йуналганлигини кўрсатади, яъни зарядни қучиришдаги иш майдон кучларига қарши бажарилади.

Бир хил потенциалли майдон нуқталарининг геометрик ўрнига эквипотенциал сирт дейилади. Кучланганлик вектори  $\vec{E}$  доимо эквипотенциал сиртга тик йўналган.

Ҳар бир нуқтада *const* гача аниқликда электр потенциали  $\phi$  нинг катталиги билан характерланиши мумкин бўлган электр майдон, потенциал майдон деб аталади. Потенциал майдон учун, майдон кучларининг иши йўл траекториясига боғлиқ эмас, деган шарт ўринлидир, шу сабабдан ҳар қандай уюрмали бўлмаган майдон потенциал майдондир.

Электротехникада, потенциаллар айирмаси деган тушунчадан ташқари, электр кучланиши (кучланишнинг тушиши) деган тушунча ҳам мавжуд.

*Электр кучланиши* – қаралаётган йўл бўлагида электр майдонни характерловчи физиквий катталиқ ва у электр майдон йўлининг шу қисми бўйича қизиқли интегралига тенг. Электр кучланиши  $U$  ҳарфи билан белгиланади, ўлчов бирлиги – вольт [В]. Электр майдоннинг йўлининг АВ қисмидаги электр кучланиши

$$U_{AB} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}. \quad (5.11)$$

(5.11) ифодани ҳисобга олган ҳолда (5.9) дан электростатик майдонда йўлнинг (А-В) қисмидаги электр кучланиш, йўлнинг чекка (А ва В) нуқталари орасидаги потенциаллар айирмасига тенг:

$$U_{AB} = \phi_A - \phi_B. \quad (5.12)$$

Электр майдон кучланганлигининг ёпиқ контур бўйлаб қизиқли интегралини, контурни ҳамма қисмлари бўйлаб кучланиш тушишларининг йиғиндиси сифатида қараш мумкин. Ёпиқ контурда йўлнинг бошланғич нуқтаси (А) ва охириги нуқтаси (В) устма-уст тушадилар, яъни (5.12) ни ҳисобга олган ҳолда, ёпиқ контурдаги потенциаллар айирмаси нолга тенг:

$$\sum_k U_k = \sum_k \int_k \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_k \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \quad (5.13)$$

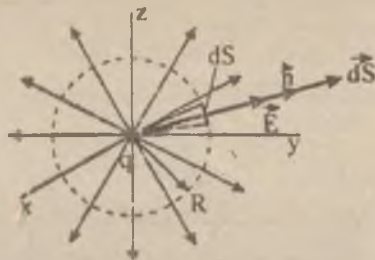
Ҳақиқатда, Гаусс теоремаси Кулон қонунининг натижасидир. Буни, сферик сирт билан четараланган (5.3-расм) ҳажм ичига жойлаштирилган



нуктавий заряд томонидан ҳосил қилинаётган майдон мисолида, оsonгина кўрсатиш мумкин. 5.3-расмда қисқа чизиқлар орқали сферик сиртнинг расм текислиги билан кесиниш нзи кўрсатилган.

Сферик симметрияга асосан электр майдоннинг қучланганлик вектори фақат радиал ташкил этувчига эга  $\vec{E} = E_R = E$ , яъни электр майдон — радиал йўналгандир.

Сфера сиртини  $ds$  элементининг  $d\vec{s}$  вектори сфера сиртига тик ва сиртга ўтказилган ташки (мусбат) нормал  $\vec{n}$  вектор томон йўналган.  $\vec{E}$  ва  $d\vec{s}$  векторлар бир хил йўналгандирлар.



5.3-расм. Сферик сирт билан чегараланган ҳажм ичидаги нуктавий заряднинг майдони.

(2.5) ифоданинг таърифидан майдон қучланганлиги вектори  $\vec{E}$  нинг ёрик сирт орқали оқимини топамиз

$$\int \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int E \cdot ds \cdot \cos\theta = \int E \cdot ds. \quad (5.14)$$

$R$  радиусли сфера сиртининг юзаси  $4\pi R^2$  бўлганлиги сабабли, (3.21) ни ҳисобга олган ҳолда, (5.14)-ифодани қуйидаги кўринишга келтириш мумкин

$$\int \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \cdot ds = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \int ds = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \cdot 4\pi R^2.$$

Охири бундай натижага келамиз:

$$\int \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q}{\epsilon_0}. \quad (5.15)$$

(5.15)-ифодадан, майдон кучланганлиги вектори  $\vec{E}$  нинг оқими, ёпиқ сирт билан чегараланган ҳажмнинг қайси жойида жойлашганига боғлиқ эмаслиги келиб чиқади. Бу эса устма-уст тушиш тамойилдан фойдаланишга ва (5.15) да олинган натижани ҳажмдаги ихтиёрӣ соғли зарядлар ҳоли учун Гаусс теоремаси кўринишида умумлаштиришга имкон беради.

### Гаусс теоремаси

майдон кучланганлиги вектори  $\vec{E}$  нинг ёпиқ сирт орқали оқими, сирт билан чегараланган ҳажм ичидаги йиғинди заряд  $q$ , га муносибдир.

Шундай қилиб, (5.15)-ифода Гаусс теоремасини ёпиқ сирт билан чегараланган ҳажм ичидаги йиғинди заряд  $q$ , шунинг  $q$  га тенг деб олинган шароитини аке эттиради.

(3.14) ифода билан аниқланувчи Максвелл постулати (3.8) ни ҳисобга олган ҳолда Гаусс теоремасининг умумлаштирилган ҳолидан иборат.

### 5.2. Электростатик майдондаги ўтказгич

Кўпгина ҳолларда электростатик майдонлар зарядланган ўтказгичлар томонидан вужудга келтирилади. Электростатикада кўзгалмас зарядлар майдони қаралгани учун, ўтказувчанлик ток зичлиги вектори  $\vec{J} = 0$ , бу эса (3.7) ни ҳисобга олган ҳолда ўтказгич ичида майдон йўқ, электр майдон кучланганлиги нолг тенглигини билдиради:

$$\vec{E} = 0, \quad (5.16)$$

5.4-расмда муобат заряднинг электростатик майдондаги ўтказгич кўрсатишдан. Май гаъсирида ўтказгичда зарядларнинг қайта тақсимланиши ва 0 зичлиши юз беради: манфӣй зарядлар ўтказгич ичида майдон кучларига қарши, муобатлари эса - майдон кучларини йўналишида сиқийди.

Ўтказгич зарядлари унинг сиртида бир атом ўлчамидаги қатламда жойлашади. Ўтказгич ичида муобат ва манфӣй зарядлар мавжуд бўлиб, улар ўзаро компенсациялангани сабабли, ўтказгичнинг ички соҳалари нейтралдир. Ўтказгич электростатик майдонни "қостандеж бўлади". Ўтказгичнинг сирти - ўтказгични ўраб олган диалектрикда жамланган электростатик майдоннинг чегарасига айланади.

Ўтказгич ичидаги ихтиёрӣ нуқталар орасидаги потенциаллар айирмаси нолга тенгдир.

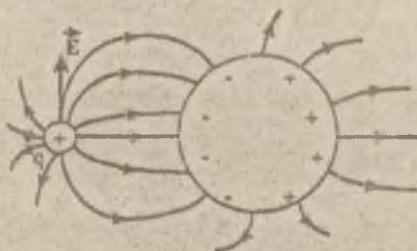
$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0, \text{ чунки } \vec{E} = 0,$$

демак, ўтказгич ичидаги ҳамма нуқталарда потенциал қиймати бир хилдир:

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \dots = \varphi_n$$

ва электростатик майдондаги ўтказгичнинг ички қисми эквипотенциал соҳадан иборат бўлади. Ўтказгич сиртининг ихтиёрий нуқтасида ташқи майдон қучланганлиги вектори унга тик йўналгандир.

Агар ўтказгичнинг ички қисмини олиб ташлаб, унинг ўтказувчан ёшиқ қобилиги қолдирилс., у ҳолда қобик ичида ҳам майдон бўлмайди. Бу ҳолисадан теҳник қурилмаларнинг ташқи электростатик майдонлар таъсирдан ҳимоя экранларини яратишда фойдаланилади.



5.4-расм. Мусбат  $q$  заряднинг электростатик майдонидаги ўтказгич

### 5.3. Диэлектрикнинг электростатик майдони

Диэлектрик молекулалари таркибига кирган ва майдон қучлари таъсирида эркин ҳаракатланаоладиган зарядлар эркин деб аталадилар.

Диэлектрик молекулалари таркибига кирган ва ундан ажралмай, молекуляр ички қучлари таъсирида маълум бир ҳолатда ушлаб туриладиган зарядлар – боғланган деб аталадилар.

Ташқи электростатик майдони таъсирида диэлектрикда қутбланиш юз беради: боғланган манфий зарядлар майдон қучланганлиги вектори  $\vec{E}$  йўналишига қарши, юқори потенциал томон ҳаракатланадилар, мусбат зарядлар эса,  $\vec{E}$  вектор йўналиши бўйича, кичик потенциал томон ҳаракатланадилар.

Поляр бўлмаган (ташки майлон бўлмаганида нейтрал) молекулалар диполга айланадилар. Қутбланиш жараёни натижасида гашии электростатик таъсир кучлари молекуляр ички кучлари билан тенглашадилар ва диэлектрик сиртида соғланган зарядлар "яланғоч" лангандек бўладилар.

Диэлектрик сиртида боғланган зарядлар мавжуд бўлишига қарамай, электр майдон кучланганлиги вектори  $\vec{E}$  нинг умумий сими фақат эркин зарядлари билан аниқланадилар. Қаралаётган майдон  $\vec{E}$  вектор чизиклари эркин зарядларда бошланадилар ва тугайдилар. Бир жинсли ва изотроп диэлектрик учун Гаусс теоремаси қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q_{\text{эркин}}}{\epsilon_0} \quad (5.17)$$

бу ерда  $q_{\text{эркин}}$  —  $S$  ёпик сирт билан чегараланган  $v$  ҳажмдаги эркин заряд.

Гаусс теоремасини умумлаштирилган ҳоли бўлган Максвелл постулати моддий муҳит имкониятларини кенгайтиради:

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{s} = q_{\text{эркин}} \quad (5.18)$$

(5.18)-ифодадан электр силжиш вектори  $\vec{D}$  окимининг моддий муҳит хусусиятларига б-ғлик эмислиги келиб чиқади.

(3.20) ва (3.9) ларни ҳисобга олган ҳолда бир жинсли изотроп диэлектрик учун Кулон қонуни қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{q \cdot q_1}{R^2} \cdot \vec{i}_R = \frac{1}{4\pi\epsilon_r} \cdot \frac{q \cdot q_1}{R^2} \cdot \vec{i}_R$$

Нисбий диэлектрик киритувчанлик  $\epsilon_r$  диэлектрикда зарядларнинг ўзаро таъсир кучи вакуумдагига нисбатан неча марта кичик эканлигини кўрсатади.

(3.22) ва (3.9) ларни ҳисобга олганда  $q$  заряднинг ҳосил қилаётган майдон кучланганлиги вектори  $\vec{E}$  нинг

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{q}{R^2} \cdot \vec{i}_R = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{R^2} \cdot \vec{i}_R.$$

га тенглиги келиб чиқади.

Устма-уст тушиш хусусияти бўйича бир нечта ( $n$ ) зарядлар майдон кучланганлигининг натижавий вектори  $\vec{E}$  майдоннинг берилган нуктасида ҳар бир алоҳида заряднинг ҳосил қилаётган кучланганлик векторларининг йиғиндисига тенглигидан қуйдагини ёзиш мумкин:

$$\vec{E} = \sum_{k=1}^n \vec{E}_k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \sum_{k=1}^n \frac{q_k}{R_k^2} \cdot \vec{i}_R.$$

$q_k$  нуктавий заряд, ундан  $R_k$  масофада ҳосил қилаётган майдон кучланганлиги вектори  $\vec{E}_k$ , сферик симметрия хусусиятига асосан фақат радиал ташкил этувчига эга бўлади:

$$\vec{E}_k = \vec{E}_{Rk} = \vec{E}_k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_k}{R_k^2} \cdot \vec{i}_R. \quad (5.19)$$

Шу сабабдан, (5.10) ни ҳисобга олган ҳолда нуктавий  $q$  заряд майдонининг ихтиёрий нуктасидаги потенциал

$$\varphi_k = -\int \vec{E} \cdot d\vec{l} + K = -\int E_k \cdot dR_k + K.$$

(5.19) ни ҳисобга олган ҳолда эся:

$$\vec{\varphi}_k = \frac{q_k}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{1}{R_k^2} \cdot dR_k + K = \frac{q_k}{4\pi\epsilon_0 R_k} + K, \quad (5.20)$$

қўринишга эга бўлади бунда  $K = const$ , потенциал аниқлаётган аниқлик доимий.

Нуктавий деб қаралиши мумкин бўлган зарядларнинг сони чекланган ( $n$ ) бўлса, майдоннинг ихтиёрий нуктасидаги потенциал

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \sum_{k=1}^n \frac{q_k}{R_k}.$$

Зарядларнинг тақсимланиши берилган ҳолдаги потенциални ҳисоблаш учун ҳам устма-уст тушиш принципи ишлатилади.

Фазода тақсимланган барча зарядлар, элементар нуктавий зарядлар сифатида қаралиши мумкин бўлган  $dq$ , элементар булақларга

булинадилар. (5.20) ни ҳисобга олган ҳолда, ҳар бир  $dq$ , элементар заряд ҳосил қилаётган майдоннинг ихтиёрий нуқтасидаги потенциал куйидагига тенгдир.

$$d\phi = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 R}$$

Тақсимланган зарядларнинг ҳамма мажмуаси билан аниқланаётган майдоннинг шу нуқтадаги потенциали  $\phi$  ни куйидагича ифодалаш мумкин

$$\phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{R}$$

У ҳолда, (2.1) ифодани ҳисобга олиб, ҳажмий зарядларнинг мажмуаси билан аниқланадиган майдон нуқтасининг потенциали,

$$\phi(\rho) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho}{R} dv. \quad (5.21)$$

(2.2) ни, ҳисобга олган ҳолда, сирт зарядларнинг мажмуаси билан аниқланадиган майдон нуқтасининг потенциали

$$\phi(\sigma) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\sigma}{R} ds. \quad (5.22)$$

(2.3) ни ҳисобга олган ҳолда, чизикли зарядларнинг мажмуаси билан аниқланадиган майдон нуқтасининг потенциали

$$\phi(\tau) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\tau}{R} dl. \quad (5.23)$$

Уста-уст тушириб бериш буйича майдоннинг ихтиёрий нуқтасининг потенциалини майдондаги барча зарядлар потенциаллари ташкил этувчиларининг йитиндиси шаклида ифодалаш мумкин (5.21), (5.22) ва (5.23) ларни ҳисобга олган ҳолда қуйидагини ҳосил қиламиз.

$$\phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho}{R} dv + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\sigma}{R} ds + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\tau}{R} dl.$$

#### 5.4. Электростатик майдоннинг манзараси

Электростатик майдоннинг ясси манзараси куч ва эквипотенциал чизиклар мажмуаси билан характерланади.

Куч чизиклари – мусбат зарядланган жисмларда бошланиб, манфий зарядланган жисмларда тугайшган электр майдон кучланганлиги  $\vec{E}$  вектор чизиклари. Майдонни ҳосил қилувчи мусбат ва манфий зарядлари ҳар донг майдоннинг турли нукталарида жойлашганлари учун уларнинг куч чизиклари ёпиқ бўлиши мумкин эмас.

Эквипотенциал чизиклари – эквипотенциал сиртларнинг расм текислиги билан кесишиш нзларидан иборат. Эквипотенциал чизикнинг ҳар бир нуктасининг потенциали бир хил қийматга эга, шу сабабли чизик бўйлаб силжиши потенциалнинг ўзгаришига олиб келмайди.. Эквипотенциал чизиклар ёпиқ чизиклардир.

Эквипотенциал ва куч чизиклари майдоннинг ихтиёрий нуктасида тўғри бурчак остида кесишадилар.

Шундай қилиб, агар электр майдонни кучланганлик вектори  $\vec{E}$  нинг майдони сифатида қаралса, у векторли ва шу вақтнинг ўзида унинг электр потенциалини  $\phi$  нинг майдони сифатида қаралса у скалярли бўлади.

5.5-расмда чизикли зичлик тақсимои  $\tau$  бўлган икки хил заряд билан зарядланган параллел жойлашган ўтказгичларнинг электростатик майдони кўрсатилган.



5.5-расм. Турли ишорали иккита параллел жойлашган зарядланган ўтказгичларнинг электростатик майдони.

5.6-расида чизикли зичлик тақсимои  $\tau$  бўлган иккита яққаланган мусбат зарядли ўтказгичларнинг электростатик майдон кўрсатилган. Бунда, манфий зарядланган жисм чексиз ўзоқда жойлашган деб қаралади.



5.6-расм. Иккита яккаланган мусбат зарядланган ўтказгичларнинг электростатик майдони (манфий зарядланган ўтказгич чексиз узоқда жойлашган)

### 5.5. Электр сизими

Бошқа ўтказгичлар, зарядланган жисмлар ва зарядлардан узоқда жойлашган алоҳида ўтказгични қараб чиқайлик.

Тажриба кўрсатадики [(5.20) дан ҳам шу келиб чиқадики], яккаланган зарядли ўтказгични ўраб турган диэлектрикнинг диэлектрик киритувчанлиги ўзгармас ( $\epsilon_r = \text{const}$ ) бўлса, у ҳолда ўтказгичнинг заряди унинг потенциалига тўғри мутаносиб бўлади:

$$q = c \cdot \phi.$$

Яккаланган ўтказгичнинг электр заряди  $q$  ни унинг электр потенциалига нисбатига тенг бўлган физикавий катталик электр сизим деб аталади.

Шундай қилиб, заряд ва потенциал орасидаги мутаносиблик коэффиценти электр сизимидан иборатдир

$$C = \frac{q}{\phi} \text{ [Кл/В]}. \quad (5.24)$$

Электр сизим амалиётда жуда муҳим интеграл катталики бўлиб, ўтказувчан жисмларнинг электр майдон таъсирида зарядланиш, ҳамда зарядланган жисмлар майдонида электр энергияни йиғиолиш хусусиятини характерлайди.

Сизим бирлиги сифатида шундай ўтказгич сизими олинадики, унга 1 кулон заряд берилганда, унинг потенциали 1 Вольтга ўзгаради. Сизимни бу бирлиги Фарада  $[\Phi]$  деб аталади. Фарада жуда катта бирлик бўлгани сабабли, амалиётда микрофарада ( $1 \text{ мк}\Phi = 10^{-6} \Phi$ ) ва пикофарада



(1 мФ =  $10^{-12}$  Ф) бирликларидан фойдаланилади.

Диэлектрик модда билан ажратилган иккита ўтказгичли тизимнинг электр сифими, ўтказгичларнинг зарядлари тенг ( $q_1 = q_2$ ), ва қарама-қарши ишорали бўлган ҳолда ( $q_1 = -q_2$ ) қуйидагига тенг бўлади.

$$C = \frac{q_1}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q_2}{\varphi_2 - \varphi_1}$$

Ўтказгичларнинг сиртлари эквипотенциал бўлгани учун, ўтказгичлар орасидаги потенциаллар айирмасини қуйидагича ёзиш мумкин.

$$\varphi_1 - \varphi_2 = U_{12} = U,$$

бу ерда  $U$  — зарядланган ўтказгичлар орасидаги кучланиш.

Шундай қилиб, қаралаётган ўтказгичлар тизимининг электр сифимини  $q$  заряднинг ўтказгичлар орасидаги кучланишга нисбати сифатида тасвирлаш мумкин:

$$C = \frac{q}{U}. \quad (5.25)$$

Сизим ўтказгичларнинг геометрик ўлчамларига, шаклига ва уларни узаро жойлашишига, ҳамда диэлектрикнинг диэлектрик қиритувчанлигига  $q$  заряднинг катталигига боғлиқ ва ўтказгичлар орасидаги потенциаллар фарқи (кучланиш) га боғлиқ эмас. Буни кучланишнинг зарядга тўғри мутаносиб эканлиги билан тушинтириш мумкин.

Диэлектрик билан ажратилган ҳар қандай ўтказгичлар сизимга эга бўлади.

Электр сизимдан фойдаланиш учун, ўтказгичлар ва диэлектриклар тизими қурилишида (зарядларни йиғиш ва кичик ҳажмда энергиянинг катта миқдорини ҳосил қилиш учун) яратилган махсус қурилмага конденсатор деб аталади.

Бундай қурилмадаги ўтказгичларга конденсатор қопламалари деб аталади. Қопламаларни шундай жойлаштириладики, уларда йиғилаётган зарядлар вужудга келтирилган майдон бутунлай қопламалар орасидаги диэлектрик ичида бўлиши зарур. Қопламаларнинг шаклига қараб, конденсаторлар ясси, цилиндрик, сферик ва бошқа хил бўлишлари мумкин.

1-мисол.

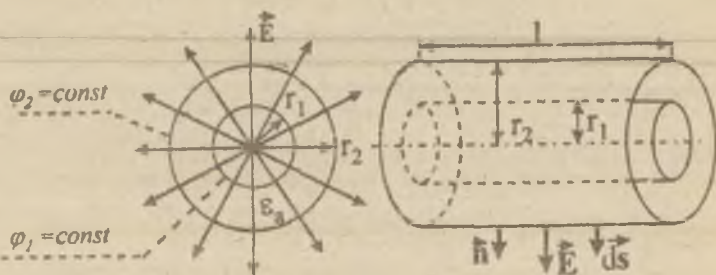
5.7-расмда кўрсатилган цилиндрик конденсаторнинг сифими аниқлансин.

Берилган:  $r_1, r_2, l, \epsilon_r$

Конденсаторнинг С сими аниқлансин:

- (5.25) ни ҳисобга олган ҳолда  $C = \frac{q}{U}$ , бу ерда  $U$  – конденсатор қопламалари орасидаги кучланиш.
- (5.11) ва (5.12) ларни ҳисобга олган ҳолда қопламалар орасидаги кучланиш

$$\varphi_1 - \varphi_2 = U = \int \vec{E} \cdot d\vec{r}.$$



5.7-расм. Цилиндрик конденсаторнинг электр майдони.

Ўққа нисбатан симметрияга асосан майдон кучланганлиги вектори  $\vec{E}$  фақат радиал ташкил этувчига эга бўлганидан

$$\vec{E} = E_r = E \quad \text{ва} \quad \vec{E} \cdot d\vec{r} = E \cdot dr.$$

3. Гаусс теоремаси (5.17) га асосан:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q}{\epsilon_0},$$

бу ерда  $d\vec{s}$  векторининг йўналиши цилиндр сиртига ўтказилган ташқи нормал  $\vec{n}$  вектори йўналиши ва  $\vec{E}$  вектор йўналиши билан мос тушади ва, демак

$$\vec{E} \cdot d\vec{s} = E \cdot ds.$$

Шу сабабдан цилиндрик конденсатор учун

$$\oint E \cdot d\vec{s} = \oint E \cdot ds = E \cdot S = \frac{q}{\epsilon_0}$$

бу ерда  $S = 2\pi r l$  – цилиндр сиртининг юзаси ( $r_1 < r < r_2$ ).

4. Охириги ифодадан майдон кучланганлиги  $E$  ни топамиз

$$E = \frac{q}{\epsilon_0 2\pi r l}$$

5. Кучланиш  $U$  нинг ифодасига кучланганлик  $E$  ни қўямиз

$$U = \frac{q}{\epsilon_0 2\pi l} \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r} dr = \frac{q}{2\pi \epsilon_0 l} \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}$$

6. Натижада цилиндрик конденсаторнинг сигими

$$C = \frac{q}{U} = \frac{2\pi \epsilon_0 l}{\ln(r_2/r_1)} \quad (5.26)$$

### 5.6. Зарядланган жисмлар тизимининг энергияси

Зарядланган жисмлар тизими, зарядлаш вақтида унга берилаётган энергия захирасига эга бўлади.

Диэлектрик билан ажратилган иккита карама-қарчи зарядланган ўтказгичлар тизимида йиғиладиган энергияни аниқлаймиз.

Фараз қилайлик, тизимнинг зарядлаш жараёни жуда секин юз бераётган бўлсин. Бу ҳолда ўтказгичдаги йўқотишларни эътиборга олмаслик ва диэлектриклардаги қайтмас жараёнларни йўқотиш мумкин.

Энергиянинг сақланиш қонунига асосан, тизимни зарядлашда манба бажараётган  $A$ , ишнинг ҳаммаси, зарядланган жисмлар тизимида йиғилган энергия  $W$  га бўлганидан

$$A = W, \quad (5.27)$$

Ҳар бир ўтказгичнинг бошланғич потенциали нолга тенг бўлса у ҳолда ўтказгичлар орасидаги кучланиш ҳам нолга тенг бўлади. Ташқи манба заряд миқдорини  $dq$  га ўзгартириш буйича иш бажараётган бўлса бунда ҳар бир ўтказгичнинг потенциали  $d\phi$  катталikka ўзгаради.

Потенциалнинг таърифидан маълумки, манба томонидан биринчи ва иккинчи ўтказгичларнинг зарядларини ўзгартириш буйича бажарилган

элементар иш куйидагига тенг

$$\left. \begin{aligned} dA_1 &= d\varphi_1 \cdot dq_1 \\ dA_2 &= d\varphi_2 \cdot dq_2 \end{aligned} \right\} \quad (5.28)$$

Агар

$$dq_1 = -dq_2 = dq, \quad (5.29)$$

га тенг деб қабул қилсак у ҳолда (5.29)ни эътиборга олсак (5.28) дан элементар ишлар йиғиндиси

$$dA = dA_1 + dA_2 = (d\varphi_1 + d\varphi_2)dq = dU \cdot dq, \quad (5.30)$$

га тенг тенглиги келиб чиқари, бунда  $dU$  — ҳар бир ўтказгичдаги заряд миқдори  $dq$  га ўзгартирилганда ўтказгичлар орасидаги кучланишнинг ўзгаришини кўрсатади.

Қараётган тизимни зарядлаш натижасида ҳар бир ўтказгичнинг заряд миқдори нолдан

$$q_1 = -q_2 = q. \quad (5.31)$$

гача ошсин, бунда ўтказгичлар орасидаги потенциаллар фарқи (кучланиш) нолдан  $U$  катталиқгача ўзгаради.

$$\varphi_1 - \varphi_2 = U. \quad (5.32)$$

(5.30), (5.31) ва (5.32) ларни ҳисобга олган ҳолда, тизимнинг заряди буйича бажарилган ҳамма ишини куйидагича ифода қилиш мумкин:

$$A = \int_0^q \int_0^U dA = \int_0^q \int_0^U dU \cdot dq = \int_0^q \left( \int_0^U dU \right) dq = \int_0^q dq \int_0^U dU = \int_0^q U \cdot dq$$

(5.25) дан ўтказгичлар орасидаги кучланишни аниқлаймиз:

$$U = \frac{q}{C}. \quad (5.33)$$

(5.33) ни ишнинг ифодасига қўйиб ва (5.27) ни ҳисобга олган ҳолда, диэлектрик билан ажратилган турли ишорали зарядлар билан зарядланган иккита ўтказгичлардан ташкил топган тизимда йиғилган энергия учун ифодани ҳосил қиламиз:

$$W_1 = \frac{1}{C} \int_0^q q \cdot dq = \frac{q^2}{2C}. \quad (5.34)$$

Энергия жоулларда [Ж] ўлчанади.

(5.33) ни ҳисобга олган ҳолда (5.34) ни қуйдаги кўринишга келтириш мумкин

$$W_1 = \frac{q^2}{2C} = \frac{U \cdot q}{2} = \frac{C \cdot U^2}{2} \quad (5.35)$$

(5.35) зарядланган конденсатор энергиясини ифодалайди.

**2-мисол.**

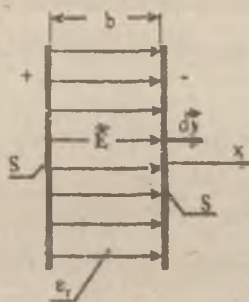
Ясси конденсатор электр майдониинг энергияси. (5.8-расм).

Берилган:

копламаларининг ҳар бири  $S$  юзага эга бўлган ва улар орасидаги масофа  $b$  га тенг ясси конденсатор; конденсатор копламалари орасидаги кучланиш  $U$  га тенг;

диэлектрикнинг диэлектрик киритувчанлиги  $\epsilon_r$ .

Конденсаторнинг электр майдонида мужасамланган энергия  $W_1$  аниқлансин.



5.8-расм. Ясси конденсаторнинг электр майдони

1. Конденсатор чеккаларида майдоннинг бузилишини эътиборга олмаймиз ва конденсатордаги майдонни текис тақсимланган деб ҳисоблаймиз, яъни унда майдоннинг ҳар бир нуқтасидаги электр

майдон кучланганлигининг вектори  $\vec{E}$  бир хил кийматга ва йўналишга эга бўлади. Конденсатор электр майдонининг энергиясини қуйидаги кўринишда тасоввур этайлик

$$W_s = \frac{C \cdot U^2}{2}. \quad (5.36)$$

2. (5.11) ни ҳисобга олган ҳолда конденсатор қопламалари орасидаги кучланиш

$$U = \int_0^b \vec{E} \cdot d\vec{x} = E \cdot b, \quad (5.37)$$

чунки  $\vec{E}$  ва  $d\vec{x}$  векторлар йўналишлари бир хил.

3.  $\vec{E}$  ва  $d\vec{s}$  векторлар ҳам йўналиш жиҳатдан мос тушганлари сабабли, Гаусс теоремаси қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q}{\epsilon_0} = E \cdot S. \quad (5.38)$$

(5.38) дан қуйидаги келиб чиқади

$$E = (q/\epsilon_0)/S. \quad (5.39)$$

4. Конденсатор силimini, (5.25) дан, (5.37) ва (5.39) ларни ҳисобга олган ҳолда аниқлаймиз:

$$C = \frac{q}{U} = \frac{q}{E \cdot b} = \frac{\epsilon_0 \cdot S}{b} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r \cdot S}{b}. \quad (5.40)$$

(5.36) дан (5.40) ни ҳисобга олган ҳолда аниқланаётган ясси конденсатор электр майдонининг энергиясини топамиз

$$W_s = \frac{C \cdot U^2}{2} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r \cdot S \cdot U^2}{2b} \quad (5.41)$$

(5.41)-ифодадан фойдаланиб электр майдон энергиясининг ҳажмий зичлиги тушинчасини киритамиз.

(5.41) да аниқланган ясси конденсатор электр майдоннинг энергиясини диэлектрикдаги майдон ҳажми  $V = S \cdot b$  га бўлиб, энергиянинг ҳажмий

зичлигини аниқлашмиз.

$$w'_2 = \frac{W_2}{V} = \frac{\epsilon_0 \cdot S \cdot U^2}{2 \cdot S \cdot b^2} = \frac{\epsilon_0 \cdot U^2}{2 \cdot b^2}.$$

(5.41) ва (3.8) ларни ҳисобга олган ҳолда энергиянинг ҳажмий зичлигини куйидаги кўринишда ёзамиз:

$$w'_2 = \frac{\epsilon_0 \cdot E^2}{2} = \frac{E \cdot D}{2} = \frac{D^2}{2 \cdot \epsilon_0}. \quad (5.42)$$

(5.42)-ифоданинг тўғрилиги, қаралаётган нуқтада электр майдони қайси йўл билан вужудга келтирилганига боғлиқ эмас. Шу сабабли, (5.42)-ифода фақат электростатик майдонларга тўғри бўлмай, балки стационар, квазистационар ва ўзгарувчан майдонлар учун ҳам тўғридир.

Элементар ҳажмдаги майдон энергияси

$$w'_2 \cdot dv = \frac{\epsilon_0 \cdot E^2}{2} \cdot dv.$$

Чексиз кичик ҳажмда майдонни текис тақсимланган деб фараз қилсак, текис тақсимланган майдонда мужасамланган тўлиқ электр энергиясини куйидаги кўринишда ифодалаш мумкин:

$$W_2 = \int_V \frac{\epsilon_0 \cdot E^2}{2} \cdot dv = \int_V \frac{E \cdot D}{2} \cdot dv.$$

Агар майдон текис тақсимланган бўлса, ҳажмий зичлик ўзгармайди, лекин электр майдоннинг қучланганлиги  $E$  бир нуқтадан бошқа нуқтага ўтишганда ўзгариб боради. Бу ҳолда, электр майдонида мужасамланган энергия учун умумий ифода куйидаги кўринишга эга бўлади:

$$W_2 = \int_V \frac{E \cdot D}{2} \cdot dv. \quad (5.43)$$

## 6. СТАЦИОНАР ЭЛЕКТР МАЙДОНИ

Кўзгалмас ўтказгичлардан ва ўтказувчан мухитлардан ўзгармас электр токи ўтганда стационар электр майдони ҳосил бўлади. Стационар майдон ташқи энергия манбаи - табиати ноэлектростатик (химиявий, иссиқлиқ, механик ва б.) бўлган манба таъсирида вужудга келади.

Ўзгармас тоқларнинг оқими натижасида ўтказувчан жисмлар ичида ва уларнинг ташқарисида стационар магнит майдонларнинг пайдо бўлиши кузатилади. Бу майдонлар вақтга боғлиқ бўлмагани учун электромагнит индукция ҳодисаси вужудга келмайди ва ўзгармас тоқлар яратган магнит майдонлари ўзгармас тоқларнинг электр майдонларига таъсир кўрсатмайдилар. Майдонларнинг қандайдир "бўлиниши" юз беради ва ўзгармас тоқнинг магнит майдонини ва ўзгармас тоқнинг электр майдонини алоҳида-алоҳида кўрилиши мумкинлиги келиб чиқади.

Ўтказувчан мухитдаги ўзгармас тоқларда электр зарядларнинг тақсимланиши вақт бўйича ўзгармайди: ҳар бир нуктада бир хил электр зарядлар ҳудди шундай бошқалари билан узлуксиз алмашинадир. Ҳодисаларни макроскопик нукта назардан қарайдиган бўлсак, ҳаракатланаётган зарядлар, ҳудди кўзгалмас зарядлар каби, стационар (кулон) майдонини вужудга келтирадилар. Шу билан бирга, стационар электр ва электростатик майдонлар орасида сезиларли фарқ бор

– электростатик майдон – кўзгалмас зарядлар майдони.

Электростатик майдонда ўтказувчан мухитдаги кучланлик  $\vec{E}$  нолга тенг. Стационар майдон – кулон майдонидир, лекин унда уйғотувчи зарядлар ҳаракатда бўладилар. Шу сабабли, ўзгармас ток оқиб турадиган ўтказгичлар ичида  $\vec{E} \neq 0$  майдон кучланганлиги мавжуд;

– стационар майдоннинг манба билан банд бўлган соҳаларида электростатик майдондан ташқари, ўзгармас тоқнинг пайдо бўлиши имкониятини белгилайдиган ва  $\vec{E}_{ташқи}$  кучланганлик вектори билан характерланадиган яна ташқи манба майдони мавжуд бўлади.

Ўзгармас тоқни вужудга келтириш механизми қуйидагидан иборат: ташқи майдон таъсирида манбада зарядларнинг бўлиниши юзага келади (мусбат зарядлар манбанинг "мусбат" чиклишида йиғиладилар, манфийлари эса - манбанинг "манфий" чиклишида); бўлинишдан сўнг манба чиклишларидаги зарядлар ўтказгичда яқин жойлашган зарядларга таъсир этади, бошқа зарядларга таъсир этади ва ҳоказо. Барча ўзаро таъсирлар натижасида ўтказгич ичида ўзгармас электр тоқи пайдо бўлади.



6.1. Үзгармас электр токи. Манбанинг электр юритувчи кучи (ЭЮК)

Үзгармас электр токи – утказувчанганлик токи:

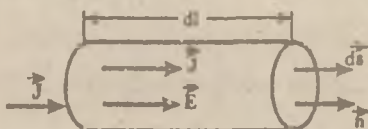
$$i(t) = I = \text{const}, [A].$$

Үтказгичнинг ҳажм элементини ажратиб оламиз (6.1-расм). Жуда кичик ҳажм элементида  $d\vec{s}$ ,  $\vec{J}$ ,  $\vec{E}$ ,  $d\vec{l}$  векторларнинг йуналишлари мос тушади деб фараз қилиш мумкин. Шунини эътиборга олган ҳолда утказувчанлик токининг таърифи (3.12) бўйича, үзгармас ток

$$I = \int \vec{J} \cdot d\vec{s} = J \cdot \Delta S, \quad (6.1)$$

га тенг бўлади.

Үзгармас ток зичлиги  $J = \text{const}$ .



6.1-расм. Үтказгичдаги үзгармас электр токини аниқлаш.

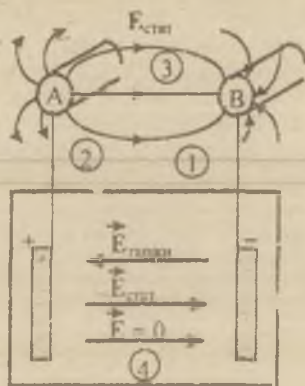
Стационар электр майдонидаги үтказгичда вақтнинг исталган дақиқасида зарядларнинг тақсимланиши үзгармай қолади, шу сабабли, ёпиқ сирт билан чегараланган ихтиёрий ҳажмда заряднинг үзгариши  $\frac{dq}{dt} = 0$ . Демак, стационар электр майдони учун заряднинг сақланиш қонуни (3.13) қуйидаги кўринишга келади:

$$I = \int \vec{J} \cdot d\vec{s} = 0. \quad (6.2)$$

(6.2) ифода вектор оқимининг узлуксизлик шarti (3.3) га мос келади. Шундай қилиб, стационар электр майдонида утказувчанлик ток зичлигининг вектор чизиклари  $\vec{J}$  узлуксиздир: улар ҳеч қаерда бошланмайди ва ҳеч қаерда тугамайди, яъни вектор майдони бошланишга эга эмас. Бу, үзгармас ток фақат утказгичларнинг ёпиқ тизимида ёки утказувчан ёпиқ муҳитда мавжуд бўлиши мумкин, демакдир. Шу билан диэлектрик орқали үзгармас токнинг оқиши ман этилади. Масалан,

конденсатордан ўзгармас ток ўтмайди.

6.2-расмда гальваник элемент кўринишдаги энергиянинг ташқи манбаи кўрсатилган: икки электрод (пластиналар турли металлдан) электролитта ботирилган манбада зарядларнинг бўлиниши юз беради: мусбат зарядлар йиғиладиган электрод билан уланган манбанинг чиқиши (қутби) ни манбанинг "мусбат" қутби деб аталади, манфий зарядлар йиғиладиган манбанинг чиқиши (қутби) ни манбанинг "минус" қутби деб аталади.



6.2-расм. Гальваник элементи кўринишдаги ташқи энергия манбаи.

$\vec{E}_{\text{ташқи}}$  ташқи кучланганликнинг чизикли интегралига тенг бўлган скаляр катталиқ манбанинг электр юритувчи кучи (ЭЮК) дейилади ва "e" харфи билан белгиланади, бунда интеграллаш йўли манбанинг ичида, унинг чиқишлар орасида (6.2-расмда - 1, 4, 2 нукталар) ётади:

$$\int_1^2 \vec{E}_{\text{ташқи}} \cdot d\vec{l} = e. \quad (6.3)$$

ЭЮК мусбат бўлади агар интеграллаш йўли манбанинг ичида "манфий" қутбидик унинг "мусбати" томон ўтса (6.2-расмда 1 нуктадан 2-нуктага).

Ташқи манбанинг ташқи чиқишларига уланган А-В ўтказгичлар тизими узик бўлсин, яъни ўтказгичлар тизимида электр токи бўлмасин.

Манбанинг чиқишларига уланган ўтказгичлар (А - "мусбат чиқишига", В - "манфий" чиқишига) ташқи манба таъсирида мў

равишда зарядланган бўладилар ва  $\vec{E}_{\text{стат}}$  кучланганлик вектори билан характерланадиган статик электр майдонини вужудга келтирадилар.

$\vec{E}_{\text{стат}}$  векторнинг майдони, ташқи ЭЮК манбаи электр майдонини характерлайдиган  $\vec{E}_{\text{ташқи}}$  векторнинг майдонига устма-уст тушади ва қаралаётган фазонинг ихтиёрий нуктасида умумий қучланганлик векторининг майдони ҳосил бўлади деб ҳисоблаш мумкин

$$E = E_{\text{стат}} + E_{\text{ташқи}}.$$

6.2-расмда 2-3-1-4-2 ёпиқ контурни қараб чиқайлик, чиқишлар орасидаги 1-4-2 қисми манбанинг ичидан ўтади, шу чиқишлар орасидаги 2-3-1 қисми эса, манбанинг ташқарисидан ўтади. 1-4-2 қисми ўтказувчан муҳитда жойлашгани учун ва (5.16) га асосан, унг учун қуйидаги шарт бажарилади

$$E = E_{\text{стат}} + E_{\text{ташқи}} = 0 \quad \text{ёки} \quad \int_{142} \vec{E} \cdot d\vec{l}. \quad (6.4)$$

Ташқи манбанинг ташқарисидаги 2-3-1 қисмида  $E_{\text{ташқи}} = 0$ , демак

$$E = E_{\text{стат}} + E_{\text{ташқи}} = E_{\text{стат}} \quad \text{ёки} \quad \int_{231} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{231} \vec{E}_{\text{стат}} \cdot d\vec{l}. \quad (6.5)$$

$\vec{E}$  векторнинг қўрилайётган 2-3-1-4-2 контур бўйлаб чизикли интегрални олайлик ва уни қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

$$\int_{23142} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{231} \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_{142} \vec{E} \cdot d\vec{l}.$$

(6.4) ва (6.5) ҳисобга олган ҳолда

$$\int_{23142} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{231} \vec{E}_{\text{стат}} \cdot d\vec{l} \quad \text{ни ҳосил қиламиз.}$$

(5.9) таърифга асосан ва (5.11) ни ҳисобга олган ҳолда қидирилайётган интеграл

$$\int_{23142} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{231} \vec{E}_{\text{стат}} \cdot d\vec{l} = \varphi_{2(+)} - \varphi_{1(-)} = U_{21}. \quad (6.6)$$

Ёпиқ 2-3-1-4-2 контур бўйлаб интегрални ташқи ва статик майдонларнинг устма-уст тушиши кўринишида ифодалайлик:

$$\int_{23142} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{23142} \vec{E}_{\text{стат}} \cdot d\vec{l} + \int_{23142} \vec{E}_{\text{ташки}} \cdot d\vec{l}. \quad (6.7)$$

(5.8) таърифга биноан электростатик майдон уярмавий эмас, шу сабабдан

$$\int_{23142} \vec{E}_{\text{стат}} \cdot d\vec{l} = 0.$$

(6.7) даги иккинчи қўшилувчини қуйидаги кўринишда ифодалайлик:

$$\int_{23142} \vec{E}_{\text{стат}} \cdot d\vec{l} = \int_{231} \vec{E}_{\text{ташки}} \cdot d\vec{l} + \int_{142} \vec{E}_{\text{ташки}} \cdot d\vec{l}.$$

Илгари қайд қилинган эдики, контурнинг 2-3-1 қисмида ташки ЭЮК йук эканлиги ва вектор  $\vec{E}_{\text{ташки}} = 0$ , демак,

$$\int_{231} \vec{E}_{\text{ташки}} \cdot d\vec{l} = 0.$$

Таъриф буйича (6.4) 1-4-2 қисмларда қуйидагига тенг

$$\int_{142} \vec{E}_{\text{ташки}} \cdot d\vec{l} = e.$$

Шундай қилиб, ёпиқ контур буйича аниқланаётган интеграл қуйидагига тенг

$$\int_{23142} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{23142} \vec{E}_{\text{ташки}} \cdot d\vec{l} + \int_{142} \vec{E}_{\text{ташки}} \cdot d\vec{l} = e. \quad (6.8)$$

(6.6) ва (6.8) дан қуйидагини ёзиш мумкин

$$e = \varphi_2 - \varphi_1 = U. \quad (6.9)$$

(6.9) дан қуйидагилар келиб чиқади:

- зарядларни бўлиниши юз берадиган ташки манбанинг ЭЮК  $e$  нинг қиймати потенциалли кичик бўлган электроддан потенциалли юқорироқ бўлган электродгача бирлик зарядни кўчириш учун майдон сарф этадиган иш билан баҳсланади;

- ЭЮК е ток йўқ бўлганида манбанинг кискичларидаги потенциаллар айирмаси (кучланиш) га тенг;

- манбанинг ташқи чиқишлари орасидаги кучланиш мусбат, агар манбанинг "мусбати" дан "манфий" ига томон йўналишга эга бўлса.

Агар ташқи ЭЮК манбаи чиқишларини ташқи томондан бир ўтказувчан жисм ва ўтказувчан жисмлар кетма-кетлиги (мажмуаси) билан бирлаштирилса, у ҳолда ҳосил бўлган ўтказгичлар тизимида ўзгармас ток ҳосил бўлади.

*Ташқи манбанинг ичидаги ток унинг "манфий" идан "мусбати" томон йўналган. Ташқи ўтказгичлар тизимида ток манбанинг "мусбати" дан "манфий" томон йўналган.*

Агар тизимнинг ёпик контури бўйлаб электр майдон кучланганлиги

$\vec{E}$  векторнинг чизикли интегралли нолга тенг бўлмаса, демак контурда ЭЮК е мавжуд:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = e \neq 0. \quad (6.10)$$

*(6.10)-ифода шуни кўрсатадики, ташқи манбалар билан банд бўлган соҳалардаги стационар тоқларнинг электр майдони потенциал эмас.*

Энергия манбаидан ташқарида  $\vec{E}_{\text{ташқи}} = 0$ , демак

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0.$$

Шундай қилиб, ташқи манбалар билан банд бўлган соҳалардаги стационар тоқларнинг ўтказувчан муҳитдаги электр майдони потенциал эмасдир.

Ташқи манбалар мавжуд бўлмаган исталган қисмдаги потенциаллар айирмаси, шу қисмдаги кучланишга тенг

$$U = \Delta = \int \vec{E} \cdot d\vec{l}.$$

Қисмдаги кучланишнинг мусбат йўналиши шу қисмдаги токнинг мусбат йўналиши билан мос тушади.

6.1-расмда келтирилган ҳажм элементидаги кучланишни қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

$$U = \vec{E} \cdot \Delta \vec{l}. \quad (6.11)$$

## 6.2. Ом қонуни. Кирхгоф қонуллари

Ўтказгичнинг бир қисмидаги  $U$  кучланиш ва ўтказгичдаги ток орасидаги мутаносиблик коэффициентини аниқлайлик. Бунда шуни ҳисобга олиш керакки, ўтказгич ҳажмининг ҳар бир элементида (6.1-расм) ҳамма ве. горлар йўналиш бўйича мос тушадилар ва (3.7)-ифодани скаляр кўринишида келтириш мумкин:

$$J = \sigma \cdot E. \quad (6.12)$$

(6.1), (6.11) ва (6.12) ларни ҳисобга олган ҳолда қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{E \cdot \Delta l}{J \cdot \Delta S} = \frac{E \cdot \Delta l}{\sigma \cdot E \cdot \Delta S}.$$

$R$  – ўтказгичнинг электр қаршилиги оmlарда [Ом] учланади ва у ўтказгичнинг геометрик ўлчамларига ва унинг электр токини ўтказиш қобиятига боғлиқ:

$$R = \frac{\Delta l}{\sigma \cdot \Delta S} \text{ [Ом]}.$$

Элект қаршилигидан фойдаланиш учун яратилган махсус қурилмага резистор деб аталади.

$$U = R \cdot I \quad (6.13)$$

ифода кучланишга нисбатан Ом қонунидир.

$$I = \frac{U}{R} \quad (6.14)$$

ифода токка нисбатан Ом қонунидир.

(6.2) дан келиб чиқадики, ўзгармас токдаги ёпиқ сирт орқали ток зичлиги  $\vec{J}$  векторининг оқими нолга тенг:

$$\oint \vec{J} \cdot d\vec{s} = 0. \quad (6.15)$$

(6.1) ни ҳисобга олган ҳолда (6.15)-ифодани қуйидаги кўринишга келтириши мумкин:

$$\sum_i I_i = 0. \quad (6.16)$$

(6.16)-муносабат тоқлар учун умумлашган Кирхгоф қонунини ифодалайди: ёпиқ сирт орқали тоқларнинг алгебраик йиғиндисинолга тенг.

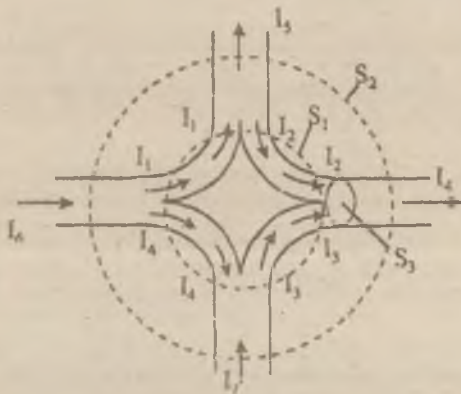
6.3-расмда  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$  ёпиқ сиртларнинг расм текислиги билан кесишиш излари, ҳамда тоқли ёпиқ сиртлар орқали ўтувчи ўтказгичлар тизими кўрсатилган.

$S_1$  ва  $S_2$  сиртлар учун Кирхгофнинг умумлашган қонуни бўйича тоқлар учун ёзилган ифодалар қуйидаги кўринишга эга буладилар:

$$\dot{S}_1: I_1 + I_2 + I_3 + I_4 - I_1 - I_2 - I_3 - I_4 = 0;$$

$$\dot{S}_2: I_4 + I_5 - I_6 - I_7 = 0, \quad (6.17)$$

бунда "+" ишора ташқи муҳитга йўналган тоқларга берилади, "-" ишора - эса, ёпиқ сирт билан чегараланган ҳажм ичига йўналган тоқларга.



6.3-расм. Тоқлари ёпиқ сиртлар орқали ўтувчи ўтказгичлар тизими

Агар ёпиқ сирт сиқилиб нуқта (тугун) га айланса, масалан, 6.3-расмдаги  $S_1$  сиртга ўхшаш, у ҳолда туғун учун (6.16)-ифода таниш бўлган Кирхгофнинг биринчи қонунига - тоқлар учун Кирхгоф қонунига (ТКК) мос келади: туғунда учрашаётган тоқларнинг алгебраик йиғиндисинолга тенг. Бунда "+" ишора туғундан йўналган тоқларга берилади, - ишора эса, туғунга йўналган тоқларга.

$$S_3: -I_2 + I_4 - I_3 = 0.$$

Ташки манбалар билан банд бўлмаган соҳаларда (5.13) ни ҳисобга олган ҳолда куйидагини ёзиш мумкин

$$\sum_k U_k = \int_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0, \quad \sum_k U_k = 0. \quad (6.18)$$

(6.18)-ифода таниш бўлган Киргофнинг иккинчи қонунини - кучланишлар учун Кирхгоф қонуни (ККК): ёпик контурдаги кучланишларнинг алгебраик йиғиндиси нолга тенг. Бунда "+" ишора, йўналиши контурнинг айланиш йўналиши билан мос келувчи кучланишларга берилади.

Агар интеграллаш контури ташки манбалар билан банд бўлган қисмларга эга бўлса, у ҳолда (6.9) ни ҳисобга олган ҳолда кучланишлар учун Кирхгоф қонунининг (ККК) ифодасин куйидаги кўринишига келади:

$$\sum_n U_n = \sum_m e_m. \quad (6.19)$$

Бу ерда  $U_n$  - контурнинг ташки манбалар бўлмаган қисмларининг кучланишлари.

(6.19)-ифода куйидагича таърифланади:

ёпик контурдаги кучланишларнинг алгебраик йиғиндиси, манбалар ЭЮК ларининг алгебраик йиғиндисига тенг. Бунда "+" ишора йўналишлари контурни мусбат айланиш йўналиши билан мос тушувчи ЭЮК ва кучланишларга берилади.

### 6.3. Иш. Қувват Жоул-Ленц қонуни

(6.9)-ифодани ҳисобга олган ҳолда, ўтказгичда  $q$  зарядни кўчириш бўйича ташки манбаларга бажараётган ишини куйидагича аниқлаш мумкин:

$$A = q \cdot e. \quad (6.20)$$

Ўтказувчанлик гожининг таърифи (3.11) дан кўринадики,  $dt$  вақт оралиғида кўчирилган  $dq$  заряд

$$dq = I \cdot dt. \quad (6.21)$$

Демак, кўчириш жараёнининг бошланиш дақиқаси  $t = 0$  дан, шу жараён тугагунча ўтган исалган ихтиёрый  $t$  вақт дақиқасигача моментигача ўтказгичда кўчирилган  $q$  заряднинг миқдорини куйидаги ифодадан



аниқлаш мумкин

$$q = \int_0^t I \cdot dt = I \cdot t. \quad (6.22)$$

(6.20) ҳисобга олган ҳолда (6.22) дан манба бажарган иш

$$A = I \cdot e \cdot t. \quad (6.23)$$

Энергиянинг сақланиш қонуни бўйича (И2), манба бажарган иш энергияга айланади, хусусан иссиқлик энергиясига, натижада ўтказгичнинг қизиши юз б. ради.

(6.9) ни ҳисобга олган ҳолда энергияни қуйидагича ифодалаш мумкин:

$$W = A = I \cdot U \cdot t. \quad (6.24)$$

бу ерда  $U$  – ташки манбанинг ташки чиқишлари орасидаги кучланиш.

Умумий қўринишда стационар электр майдонининг энергияси (5.43)-ифода билан аниқланади.

Вақт бирлиги ичида бажарилаётган иш, ёки энергиянинг ўзгариш тезлиги, қувват каби аниқланади:

$$P = dW/dt = dA/dt = I \cdot e = I \cdot U. \quad (6.25)$$

(6.13) ни ҳисобга олган ҳолда қувват учун (6.25)-ифода қуйидаги қўринишга келади:

$$P = R \cdot I^2. \quad (6.26)$$

Қувват  $P$  ватт [Вт] ларда ўлчанади.

(6.26)-ифода орқали келтирилган муносабат Жоул-Ленц қонуни деб аталади.

Жоул-Ленц қонуни ўтказгич бўйлаб ўзгармас  $I$  электр токи ўтганда, қаршилиги  $R$  бўлган ўтказгичда энергиянинг иссиқлик қўринишдаги йўқолиши қувватнинг қатталигини аниқлайди.

Охирида шунинг қайд қилиш мумкинки, стационар майдоннинг манзараси электростатик майдоннинг манзарасига ўхшашдир.

## 7. СТАЦИОНАР МАГНИТ МАЙДОНИ

Магнит майдонини электр тоқлар вужудга келтиради. Стационар магнит майдони ўзгармас электр тоқи асосида вужудга келади. Магнит майдонининг электр майдонидан муҳим фарқи шундан иборатки, магнит майдони тинч ҳолатдаги зарядларга таъсир этмайди.

### 7.1. Ампер қонуни. Био-Саварр қонуни

(1.4) га асосан магнит майдонининг намоёни бўлиши унинг ҳар бир ҳаракатланаётган зарядга таъсир кучидан иборатдир. Бу кучнинг таъсири зарядлар ҳаракатланаётган ўтказкичга узатилади, нагжада бу майдонда жойлашган  $I$  тоқли ўтказкичнинг ҳар бир  $dl$  элементи ток катталикка мутаносиб бўлган куч таъсиринга учрайди, бу Ампер қонуни орқали аниқланади.

$$d\vec{F} = I \cdot [d\vec{l} \times \vec{B}], \quad (7.1)$$

бунда  $I$  – ўтказкичдаги ўзгармас ток катталиги, [А];

$\vec{B}$  – майдоннинг магнит индукция вектори, [Тл];

$d\vec{l}$  – ўзгармас ток зичлиги вектори  $\vec{J}$  йўналиши бўйича йўналган ўтказкич узунлиги элементининг вектори, [м].

Шундай қилиб, Ампер қонуни майдонга жойлашган тоқли ўтказкичга магнит майдони кучининг таъсирини аниқлайди.

Стационар магнит майдонининг тахлили асосида магнит майдонининг ток таъсирида вужудга келишини тушунтириб берувчи Био-Саварр қонуни ётади. Бу қонун  $I$  тоқли ўтказкичнинг  $d\vec{l}$  элементи ҳосил қилаётган магнит майдонининг яхтиёрий нуқтасидаги магнит индукция вектори  $d\vec{B}$  нинг катталиги ва йўналишини аниқлайди:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{R^3} \cdot [d\vec{l} \times \vec{R}], \quad (7.2)$$

бу ерда  $\vec{R}$  –  $d\vec{l}$  дан майдоннинг қаралаётган нуқтасига йўналган, модули  $R = |\vec{R}|$  бўлиб,  $d\vec{l}$  элементдан шу нуқтагача масофага тенг бўлган вектор.

Ампер (7.1) ва Био-Саварр (7.2) қонунлари тажрибадан ёлинган

натижаларнинг умумлашгандир.

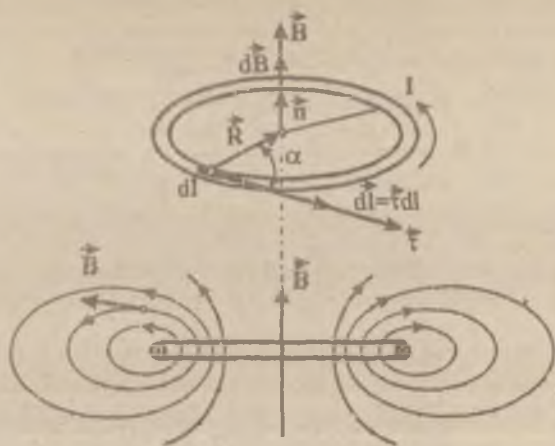
(7.2) – формуладан амалий фойдаланиш мисолларини келтирайлик.  
3-мисол Айланма токнинг магнит майдони.

Берилган:

$R$  радиусли ҳалқасимон ўтказгич (7.1-расм);

Ўтказгичдаги ток  $I$ .

Ўтказгич марказидаги магнит индукцияси  $B$  ни аниқланг:



7.1-расм. Доиравий токнинг магнит майдони

7.1-расмда кўрсатилган ҳалқасимон ўтказгич (ўрам) да ўрамни айланиб ўтиш йўналишини ва  $I$  токнинг мусбат йўналишини танлаб оламиз. Ўрам контурига вектор  $\vec{\tau}$  нинг уринма эканлигини кўрсатамиз. Ўрам узунлиги элементи  $d\vec{l}$  ни ва унга мос келувчи ўтказгичда ток элементи  $I \cdot d\vec{l}$  ни танлаб оламиз. Ўрам узунлиги элементининг вектори  $d\vec{l}$  ни ва  $y$  билан йўналиш бўйича мос келувчи ток элементи вектори  $I \cdot d\vec{l}$  ни кўрсатамиз  $d\vec{l}$  ва  $I \cdot d\vec{l}$  векторларнинг йўналиши  $\vec{\tau}$  векторининг мусбат йўналиши билан мос тушади.

Модули ўрам радиуси  $R$  га тенг бўлган,  $d\vec{l}$  элемент ўртасидан ўрам

марказига (А нукта) йўналган  $\vec{R}$  векторни кўрсатамиз.

Токнинг ҳар бир  $I \cdot d\vec{l}$  элементи А нуктада (7.2)-ифода билан аниқланувчи  $d\vec{B}$  векторга мос келувчи  $aB$  индукцияни ҳосил қилади.

Математикадан маълумки, (7.2) даги векторларнинг вектор кўпайтмасини қуйидагича ифодалаш мумкин (И1)

$$[d\vec{l} \times \vec{R}] = dl \cdot R \cdot \sin \alpha \cdot \vec{n}, \quad (7.3)$$

бунда бирлик  $\vec{n}$  векторнинг йўналиши ўнг винт қондасига асосан энг кичик бурчак бўйича винтни  $d\vec{l}$  дан  $\vec{R}$  га қараб айлантирили билан аниқланади.

Ўрамнинг ҳар элементи учун магнит индукция вектори  $d\vec{B}$  йўналиш жиҳатдан  $\vec{n}$  вектор билан мос тушади ва (7.3) ни ҳисобга олган ҳолда

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{R^2} \cdot dl \cdot R \cdot \sin \alpha \cdot \vec{n}. \quad (7.4)$$

Қараётган А нукта ўрам марказида бўлгани учун, (7.4) да  $\alpha = 90^\circ$  ва бу нуктадаги магнит майдоннинг индукция вектори  $\vec{B}$

$$\vec{B} = \int d\vec{B} = \int \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{R^2} \cdot dl \cdot \vec{n} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot \vec{n}}{R^2} \int dl.$$

Ўрамнинг узунлиги  $2\pi R = \int dl$ , шу сабабдан магнит майдоннинг индукция вектори  $\vec{B}$  қуйидаги ифода билан аниқланади.

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot \vec{n}}{R^2} \cdot 2\pi R = \frac{\mu_0 \cdot I}{2R} \cdot \vec{n}, \quad (7.5)$$

$\vec{B}$  вектор йўналиш бўйича  $\vec{n}$  вектор билан мос тушади ва, 7.1-расмда кўрсатилгандек, ўрам текислигига нисбатан юқорига йўналган.

1 токнинг йўналиши ва магнит майдони индукция вектори  $\vec{B}$  ўнг винт қондаси билан боғланганлар.

(7.5) дан кўринадики, аниқланаётган ҳалқасимон ўтказгич марказидаги

магнит индукция.

$$B = |\vec{B}| = \frac{\mu_0 \cdot I}{2R}$$

7.1-оғсмда магнит майдони вектори  $\vec{B}$  чизикларининг тақсимланиши кўрсатилган. Майдон ўтказгич яқинида тўтланади ва магнит индукциянинг катталиги, урам марказидан катта.

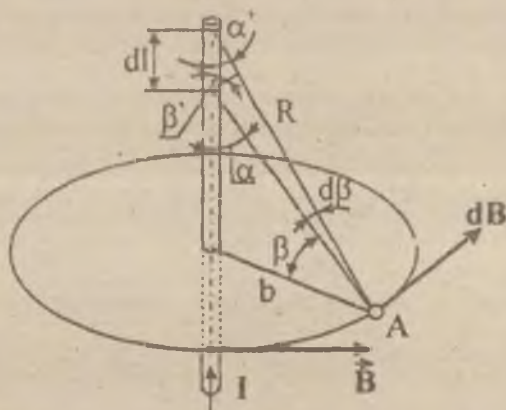
4-мисол

Тўғри токнинг магнит майдони (7.2-расм).

Берилган.

чексиз узунликдаги ингичка тўғри ўтказгич ва ўтказгичдаги  $I$  ток берилган.

Майдоннинг ихтиёрий нуқтаси (A нуқта) даги магнит индукция  $B$  нинг қийматини аниқланг ва ўтказгичдаги ток вужудга келтираётган майдоннинг магнит индукция вектори  $\vec{B}$  нинг манзараси тасвиралансин.



7.2-расм. Тўғри токнинг магнит майдони.

Бўлиниши мумкин бўлган ўтказгич атрафидаги фазода магнит майдони чизикли токнинг ҳамма  $I \cdot dl$  элементлари орқали вужудга келади. Берилган нуқта (A нуқта) да магнит индукция вектори элементар вектор  $d\vec{B}$  лар йиғиндисидан аниқланади.

Ўтказгичдаги  $I$  токнинг йўналиши ва магнит майдони индукция вектори  $\vec{B}$  нинг йўналиши ўнг винт қондасидан боғланган бўлгани сабабли,

агар винтнинг илгариланма ҳаракати токнинг йўналиши билан мос тушса, у ҳолда винт қаллагининг айланиш йўналиши магнит индукция векторининг йўналишини кўрсатади. Магнит индукция чизиқлари ток йўналишига перпендикуляр текисликларда ётган ва маркази ўтказгич ўқида бўлган концентрик айланалардир (7.2-расм). Магнит индукция вектори  $\vec{B}$  чизиқларнинг ҳар бир нуқтасига ўтказилган уринималар, бўйича йўналган.

Ўтказгичнинг бўлинган барча  $I \cdot d\vec{l}$  ток элементларидан ҳосил бўлган магнит индукция векторлари  $d\vec{B}$  лар А нуқтада бир хилда (расм текислиги ортига қараб) йўналгандирлар. Бу  $d\vec{B}$  векторлар йиғиндисини, уларнинг модуллари йиғиндиси билан алмаштиришга имкон беради.

Математикадан маълумки векторлар вектор кўпайтмасининг модули, векторлар модулларини улар орасидаги бурчакнинг синусига кўпайтмасига тенг

$$|[d\vec{l} \times \vec{R}]| = dl \cdot R \cdot \sin\alpha.$$

Охири муносабатни ҳисобга олган ҳолда (7.2) дан  $I \cdot d\vec{l}$  ток элементидан А нуқтадаги магнит индукция вектори  $d\vec{B}$  нинг модули ифодасини қуйидаги кўринишда келтирамиз:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot dl \cdot R \cdot \sin\alpha}{R^3}. \quad (7.6)$$

7.2-расмдан кўришиб, турибдики  $\alpha = 90^\circ - \beta$  ва  $\sin\alpha = \cos\beta$ , бўлганидан (7.6) қуйидаги кўринишга келади:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot dl \cdot R \cdot \cos\beta}{R^3}. \quad (7.7)$$

Ўтказгич элементи  $d\vec{l}$  узунлигининг кичиклигидан (7.2-расм) бурчак  $\alpha' = \alpha$ , бурчак  $\beta' = \beta$  деб ҳисоблаш мумкин, у ҳолда  $d\vec{l} \cdot \cos\beta' = dl \cdot \cos\beta$  кесма  $R$  радиусли айлананинг ёй узунлигидан иборат бўлади ва таърифга асосан  $d\vec{l} \cdot \cos\beta = R \cdot d\beta$ . Шунингдек,  $R = b/\cos\beta$  эконлигини ҳисобга олсак (7.7)-ифодани қуйидагича ёзиш мумкин:

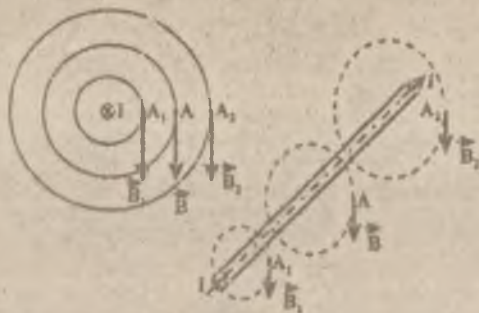
$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot R \cdot d\beta}{R^2} = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot \cos\beta}{4\pi \cdot d} \cdot d\beta. \quad (7.8)$$

(7.8) ни токнинг барча элементлари бўйича интегрални  $\beta$  бўйича  $-\pi/2$  дан  $+\pi/2$  гача интегралга эквивалентдир.

Ўтказгичнинг  $I$  токи вужда келтираётган майдоннинг  $A$  нуктадаги магнит индукциянинг қидирилаётган қиймати қуйидагига тенг

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi \cdot b} \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \cos\beta \cdot d\beta = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi \cdot b} \cdot \sin\beta \Big|_{-\pi/2}^{+\pi/2} = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot b}. \quad (7.9)$$

Токли ўтказгич вужда келтираётган майдони ўтказгични ўраб турган фазонинг турли нукталаридаги магнит индукция вектори  $\vec{B}$  нинг манзараси 7.3-расмда келтирилган.



7.3-расм. Токли ўтказгич ҳосил қилаётган магнит индукция вектори майдонининг манзараси.

## 7.2. Стационар магнит майдони учун тулиқ ток қонуни

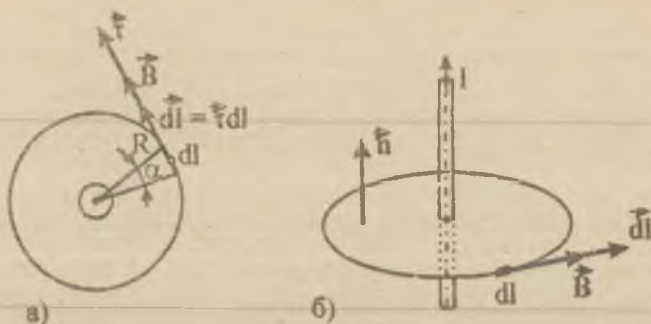
$I$  токли ўтказгич атрофидаги магнит индукция вектори  $\vec{B}$  нинг бирор ёшиқ  $l$  контур бўйлаб ширкуляцияси  $\mathcal{C}_l$  ни аниқлаймиз (7.4-расм).

Таъриф бўйича

$$\mathcal{C}_l = \oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_l B \cdot dl \cdot \cos(\vec{B}, d\vec{l}).$$

$\vec{B}$  ва  $d\vec{l}$  векторлар магнит индукция чизиқларига бир нуктада уринма бўлганлари учун (7.4-расм), у ҳолда  $(\vec{B}, d\vec{l}) = 0$  ва  $l$  контур бўйлаб  $\vec{B}$  векторининг ширкуляцияси

$$\mathcal{U}_o = \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint B \cdot dl. \quad (7.10)$$



7.4-расм. Тоқли ўтказгич ағрофидаги магнит индукция векторининг циркуляцияси

Таъриф бўйича айлана ёйининг узунлиги  $d\vec{l} = R \cdot d\alpha$ . Буни ҳисобга олиб, ҳамда (7.9)-ифодада  $b$  ни  $R$  га алмаштириб, қуйидаги қўпайтмани тоғамиз:

$$\vec{B} \cdot d\vec{l} = B \cdot dl = \frac{\mu_o \cdot I}{2\pi \cdot R} \cdot dl = \frac{\mu_o \cdot I}{2\pi \cdot R} \cdot R \cdot d\alpha = \frac{\mu_o}{2\pi} \cdot I \cdot d\alpha. \quad (7.11)$$

(7.11) ни ҳисобга олган ҳолда (7.10)-ифода қуйидаги кўринишга келади:

$$\mathcal{U}_o = \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \frac{\mu_o}{2\pi} \cdot I \oint d\alpha = \mu_o \cdot I. \quad (7.12)$$

чунки  $\oint d\alpha = \int_0^{2\pi} d\alpha = 2\pi$ .

(7.12) дан келиб чиқадики, ёпиқ контур бўйлаб магнит индукция вектори  $\vec{B}$  нинг циркуляцияси  $\mathcal{U}_o$  (контур ихтиёрий бўлиши мумкин), фақат шу контур билан чегараланган сиртга кесиб ўтувчи тўлиқ токнинг катталиги билан аниқланади.

Бирор бир фазода қўп сонли тоқли ўтказгичлар мавжуд бўлса, улардан бир қисмини контур ўраб турган ҳол учун магнит индукция вектори  $\vec{B}$  нинг циркуляциясини аниқлаймиз.

Аввал контурни мусбат айланиб ўтиш йўналишини таълаб оламиз ва у билан ўнг винт қоидага орқали, контур билан чегараланган сиртга мусбат



нормал йўналишини кўрсатамиз (7.46-расм).

Устга-уст тутиш томонидан фойдаланиб ва (7.10), (7.11) (7.12) ларни ҳисобга олган ҳолда  $\vec{B}$  векторнинг ширкуляциясини қуйидаги қўринишга келтираемиз:

$$H_a = \oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \sum_k \vec{B}_k \cdot d\vec{l} = \sum_k \{B_k \cdot dl = \left\{ \left( \sum_k B_k \right) \cdot dl = \mu_0 \sum_k I_k \right.$$

Майдоннинг ҳар бир нуктасидаги магнит индукция  $\vec{B}$ , контур билан чегараланган сиртни кесиб ўтувчи тоқларнинг ҳар бири вужудга келтириётган майдон магнит индукцияларининг алгебраик йиғиндисига тенг:

$$\vec{B} = \sum_k \vec{B}_k, \quad (7.13)$$

бу ерда чизих йўналишлари контурни айланиб ўтиш йўналиши билан мос келувчи  $B_k$  қўшилувчилар "мусбат" ишораси билан олинади.

Контур билан чегараланган сиртни кесиб ўтувчи тўлиқ ток  $I$ , шу сиртни кесиб ўтувчи алоҳида тоқларнинг алгебраик йиғиндисига тенг.

$$I = \sum_k I_k, \quad (7.14)$$

бу ерда сирга ўтказилган мусбат йўналиш билан мос келувчи  $I_k$ , қўшилувчилар "мусбат" ишора билан олинадилар.

Шундай қилиб, контур билан ўралган ўтказгичларнинг сони  $n > 1$  бўлганда, ёшиқ контур бўйича магнит индукция вектори  $\vec{B}$  нинг ширкуляцияси, қуйидаги қўринишга келади:

$$\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_l B \cdot dl = \mu_0 \cdot I, \quad (7.15)$$

бу ерда  $B$  (7.13)-ифода билан,  $I$  эса (7.14)-ифода билан аниқланади.

Индукция за магнит майдони орасидаги боғланиш (3.10) ни ( $B = \mu_0 \cdot H$ ) ҳисобга олган ҳолда (7.15)-ифодани қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = I. \quad (7.16)$$

(7.15) ва (7.16) муносабатлар стационар магнит майдони учун тўлиқ

ток қонуниница ифодалайдилар. Қонун майдонда жойлашган токли ўтказгичларнинг магнит майдони билан боғлиғишни аниқлайди.

(7.15) ва (7.16)-ифодалар (3.6)-шартни қониктирмайдилар, ва демак  $\vec{B}$  вектор (ёки  $\vec{H}$ ) нинг магнит майдони уюрмасиз эмас ва потенциалли ҳам эмас.

Токлардан ташқари сохалар бундан истиснодир, у ерда майдон потенциаллидир (уюрмавий эмас) чунки  $\vec{B}(\vec{H})$  векторнинг циркуляцияси нолга тенг.

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0. \quad (7.17)$$

Амалий масалаларни ечишда тулик ток қонунидан фойдаланишга мисол келтираимиз.

5-мисол. Тороид магнит майдони.

Тутри бурчакли ёки юмалок кесим юзали тор (ҳалқа) шаклига эга булган каркас (ўзак) га ўралган сим тороид дейилади (7.5-расм).

Берилган:

абсолют магнит киритувчанлиги  $\mu_0$  булган юмалок кесим юзали ноферромагнит материалли тороид ўзаги;  
 ўтказгичнинг ўрамлар сони —  $w$ ;  
 ўтказгичдаги ток —  $I$ ;  
 тороид марказий чизиги (ўқи) нинг радиуси —  $r$ .

Аниқлансин: тороид ўқидаги магнит индукция  $\vec{B}$  ни ва магнит майдон кучланилиги  $\vec{H}$  ни.

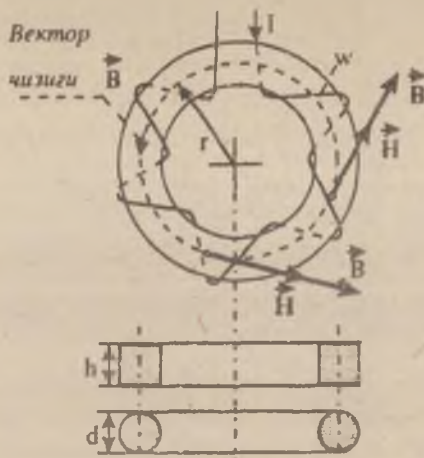
Тороиддаги сим етарли даражада зич ўралган булганга, симнинг ҳар бир ўрамини ҳалқасимон ўтказгич сифагида қарилиши мумкин, унинг магнит майдони 3-мисолда қараб ўтилган. Шу сабабли магнит индукция вектори  $\vec{B}$ , демак магнит майдони кучланилиги вектори  $\vec{H}$  чизиклари ҳам маркази тороид ўқида булган айлана буйлаб, ўтказгичнинг ҳамма ўрамлари билан боғланган бўлади (7.5-расм).

Симметрия шартига биноан магнит индукция  $\vec{B}$  ва магнит майдон кучланилиги  $\vec{H}$ , тороиднинг ўқ чизиги билан устма-уст тушувчи контурнинг барча нукталарида бир хил катталиққа эга. Шунини ҳисобга олган ҳолда тулик ток қонуни (7.16) қуйидаги кўринишга эга

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = H \int dl = w \cdot I, \quad (7.18)$$

бу ерда  $I \cdot w$  — (7.14)-ифодадан аниқланадиган ва тороиднинг ўқ чизиги билан чегараланган сиртқи кесиб ўтувчи тулик ток:

$$\sum_k I_k = w \cdot I, \text{ так как } I_1 = I_2 = \dots = I_k = \dots = I_n = I.$$



7.5-расм. Тороид магнит майдони ҳисоблаш.

Магнит занжирлари назариясида  $I \cdot w$  катталиқ магнит юритувчи куч (МЮК) деб аталади.

$\oint d\vec{l} = l = 2\pi r$  — контурнинг узунлиги бўлгани сабабли, тулик ток қонуни (7.18) қуйидаги кўринишга келади:

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = H \cdot 2\pi r = w \cdot I,$$

бундан аниқланаётган тороид ўқининг ҳар нуқтасидаги магнит майдонинг қучланганлиги  $H$

$$H = \frac{w \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot r} \quad (7.19)$$

Мос равишда қидирилайётган магнит майдони индукцияси  $\vec{B}$  қуйидаги ифода билан аниқланади

$$B = \mu_0 \cdot H = \frac{\mu_0 \cdot w \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot r} \quad (7.20)$$

(7.19) ва (7.20) ифодалардан, тороид ўқида индукция  $B$  ва магнит майдони кучланганлиги  $H$  юзасининг тороидат узак шаклига боғлиқ эмас, деган ҳулоса келиб чиқади.

### 7.3. Магнит оқими. Стационар магнит майдондаги магнит оқимининг узлуксизлик тамоили. Магнит оқимининг боғланганлиги

Магнит майдонининг тавсифи сифатида магнит оқими тушунчасини баъзафсилрек кўриб чиқайлик.

Юқорида айтиб утилгандек, ўзгармас тоқли ихтиёрий ўтказгич стационар магнит майдонини ҳосил қилади. Магнит майдонининг манбаи  $I = const$  тоқли халқасимон ўтказгич ўрама бўлсин. Контурни айланиб ўтиш тоқнинг мусбат йўналиши билан мос келади за тоқ ҳосил қилаётган магнит майдони индукциясининг йўналиши ўнг винт қондаси билан боғланган. Магнит индукция вектори  $\vec{B}$  нинг ҳамма қизиклари ўрам билан боғланган, яъни ўрам контури билан чегараланган сиртни кесиб ўтадилар. Таърифга биноан тоқли контур билан чегараланган  $S$  сирт орқали магнит индукция вектори  $\vec{B}$  нинг  $\Phi$  оқими

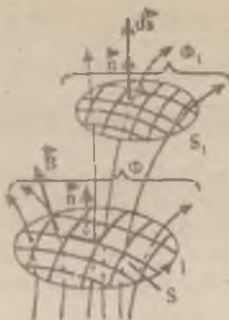
$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s} \quad (7.21)$$

Бирор  $S_1$  сиртни  $\vec{B}$  вектор қизикларининг бир қисми кесиб ўтсн (7.6-расм).  $\vec{B}$  векторнинг  $S_1$  сирт орқали  $\Phi_1$  оқими вектор  $\vec{B}$  нинг  $S_1$  сирт бўйича интегралига тенг:

$$\Phi_1 = \int_{S_1} \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

Шундай қилиб, магнит оқими қаралаётган сиртни кесиб ўтувчи магнит майдони индукция вектори  $\vec{B}$  қизикларининг мажмуасидан иборат (7.6-расмда  $S$  ёки  $S_1$  сирт). Магнит оқимининг йўналиши, уни вужудга келтираётган тоқ йўналиши билан ўнг винт қондаси билан боғланган.

$\Phi$  оқим мусбат бўлади, агар унинг йўналиши  $S_1$  сиртга нормаль ихтиёрий танлаб олинган  $\vec{n}$  векторнинг мусбат йўналиши билан мос тушса.



7.6-расм. Бир ўтказгич гоки вужудга келтираётган магнит оқими.

Стационар магнит майдонида  $\Phi$  оқим магнит индукция  $\vec{B}$  каби вақтнинг функцияси бўлмайди. Яъни стационар майдон – узгармас магнит оқимининг майдони:  $\Phi(t) = \Phi = \text{const}$ .

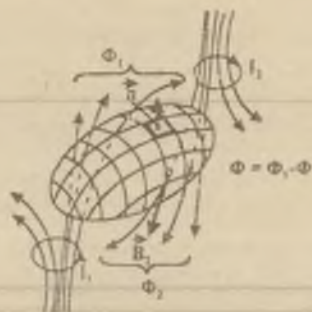
Агарда  $S$  сирт турли токли ўтказгичлар вужудга келтираётган магнит оқимлари билан кесиб ўтилатган бўлса (7.7-расм), у ҳолда  $S$  сирт орқали йиғинди оқим, уни ташкил этувчи оқимларнинг алгебраик йиғиндисига тенг:

$$\Phi = \sum_i \Phi_i . \quad (7.22)$$

бу ерда "мусбат" ишора билан  $S$  сиртга нормаль ихтиёрий танлаб олинган  $\vec{n}$  вектор йўналиши томон йўналган оқим олинади.

Ёпиқ сирт учун, шу сирт орқали исалган ҳажмдан чиқаётган  $\vec{B}$  вектор чизикларининг сони, ёпиқ сирт орқали шу ҳажмга кىрувчи чизиклар сочига тенг эканлигини ҳосил қиламиз. Бу ҳолат математик равишда Максвеллнинг тўртинчи тенгламаси (постулати) орқали ифодаланadi (4.1-жадвал):

$$\Phi = \oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0 . \quad (7.23)$$



7.7-расм. Турли ўтказгичлардаги тоқлар вужудга келтираётган магнитный оқими.

(1.23)-ифода вектор оқимининг ўзлуксизлик (2.6) шартини қониқтирати ва демак, магнит индукциясининг  $\vec{B}$  вектор чизиклари ўзлуксиз, на бошланишга ва на охирига эга эмас ва магнит майдони манбага эга эмас.

Фараз қилайлик, магнит майдони ҳосил қилаётган тоқли ўтказгич бир ўрамдан эмас, балки барчасидан бирдай ток ўтаётган  $w$  ўрамлар мажмуасидан иборат бўлсин (7.8а-расм). Ўтказгич бундай шаклга эга бўлганда, унинг алоҳида ўрамлари умумий магнит оқимнинг турли қисмларини ўз ичига оладилар. 7.8а-расмда умумий оқимнинг  $\vec{\Phi}_1$  қисмини барча ўрамлари ўз ичига оладилар (барча ўрамлар билан боғланган), умумий оқимнинг  $\vec{\Phi}_{\sigma 1}$  ва  $\vec{\Phi}_{\sigma 4}$  қисмларини фақат битта ўрам ўз ичига олади (битта ўрам билан боғланган), умумий оқимнинг  $\vec{\Phi}_{\sigma 2}$  и  $\vec{\Phi}_{\sigma 3}$  қисмларини иккита ўрам ўз ичига олади (иккита ўрам билан боғланган).

Ўтказгичнинг барча ўрамларини ўз ичига олмаган магнит индукция  $\vec{B}$  вектори чизикларининг мажмуаси сочилишган оқим деб аталади ва  $\vec{\Phi}_{\sigma}$  орқали белгиланади.

7.8а расм учун сочилган оқим

$$\vec{\Phi}_{\sigma} = \vec{\Phi}_{\sigma 1} + \vec{\Phi}_{\sigma 2} + \vec{\Phi}_{\sigma 3} + \vec{\Phi}_{\sigma 4}$$

Хар бир ўрам билан чегараланган юзалар тенг бўлган ҳолда ( $S_1 = S_2 = \dots = S_n = S$ ) ўтказгичнинг ўрамлари егарли даражада зич ўралган бўлса, магнит индукция  $\vec{B}$  векторининг барча чизикларини ўтказгичнинг ҳамма ўрамлари уз ичига олади деб ҳисобланганда сочилиш оқими амалда бўлмайди ( $\vec{\Phi}_0 = 0$ ). Бу ҳолда, ўрамлар ичидаги соҳа майдонини биржисли деб ҳисоблаш мумкин, яъни майдоннинг ҳар бир нуктасида магнит индукция  $\vec{B}$  вектори бир хил йўналишга ва қатталиққа эга бўлади. Қабул қилиш мумкинки, майдоннинг ҳар бир нуктасидаги  $\vec{B}$  векторнинг қатталиғи ва йўналиши, мисолда топилган, ҳалқасимон ўтказгичнинг марказидаги магнит индукция векторнинг қатталиғи ва йўналиши билан аниқланади.

Бу ҳолда  $\vec{B}$  ва  $d\vec{s}$  векторлар йўналиш бўйича мос тушганлари сабабли, бир жисли майдоннинг магнит оқими учун (7.21)-ифода қунидаги кўринишга келади.

$$\Phi = B \cdot S. \quad (7.24)$$

$\vec{\Phi}$  магнит оқими (7.8-расм) ўтказгич ўрамларини  $w$  марта кесиб ўтади.

$$\Psi = w \cdot \Phi \quad (7.25)$$

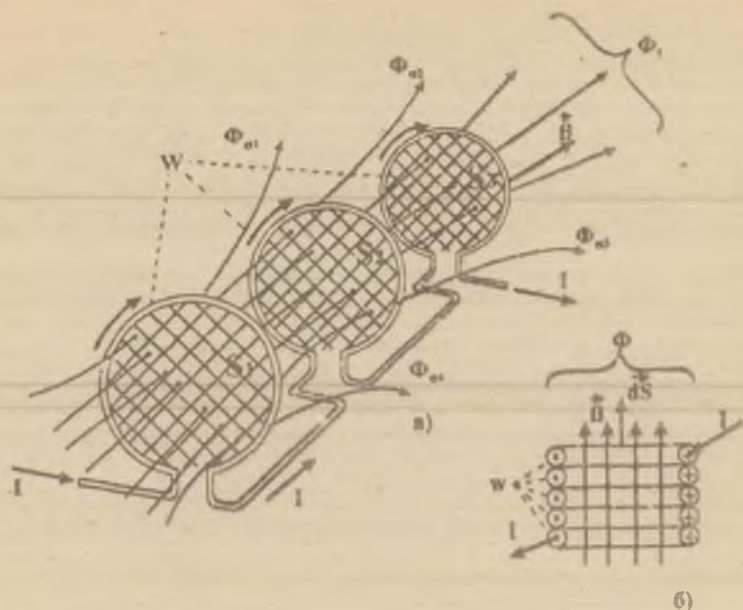
қатталиққа магнитли боғланган оқим деб аталади.

6-мисол. Тороид ўзагидаги магнит оқими (7.8-расм)

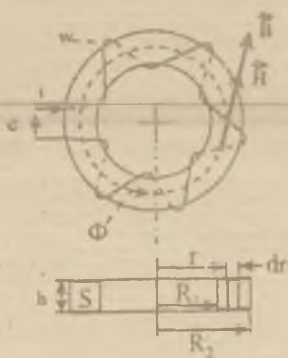
**Берилган:** абсолют магнит киритувчанлиги  $\mu_0$  бўлган ноферромагнит материалдан ясалган тўғрибурчакли қесим юзали тороид ўзаги;  
 ўтказгичдаги ўрамлар сони -  $w$ ;  
 ўтказгичдаги ток -  $I$ ;  
 тороиднинг ички радиуси -  $R_1$ ;  
 тороиднинг баландлиги -  $h$ .

Аниқлансин: тороид ўзагидаги магнит оқими  $\vec{\Phi}$ .

Ўараз қилайлик, ўтказгич ўрамлари шундай зич ўралганки, унда  $I$  ток вужудга келтираётган магнит оқими  $\vec{\Phi}$  нинг барчаси амалда тороид ўзаги бўйлаб туташганлигидали сочилиш оқими  $\vec{\Phi}_0 = 0$  бўлади.



7.8-расм. Оқимининг боғланғиши ва сочилиш оқими тушунчаларининг таърифи



7.9-расм. Тороид ўзгидаги магнит оқимини аниқлаш



1. Таъриф буйича тороид кесими орқали магнит оқими

$$\vec{\Phi} = \int \vec{B} \cdot d\vec{s}.$$

2. Элементар кесим юзасида  $ds = h \cdot dr$  магнит оқимини бир жинсли деб ҳисоблаш мумкин, шу сабабли

$$d\Phi = B \cdot ds = B \cdot h \cdot dr.$$

3. Магнит индукция  $\vec{B}$  векторининг чизиклари, марказлари тороид уқида жойлашган айлана шаклига эга. Ҳар бир бундай чизик (айлана) буйлаб магнит индукцияси ўзгармас кийматга эга ва (7.20) ни ҳисобга олган ҳолда.

$$B = \frac{\mu_0 \cdot w \cdot I}{2\pi \cdot r}.$$

Натижада, ўзакнинг бутун кесими орқали магнит оқимини қуйидаги кўринишда келтириш мумкин:

$$\Phi = \int_s d\Phi = \int_s B \cdot ds = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\mu_0 \cdot w \cdot I}{2\pi} \cdot h \cdot \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 \cdot w \cdot I \cdot h}{2\pi} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r}.$$

Ивланаётган тўғри бурчакли кесимли тороидал ўзакдаги магнит оқими қуйидагига тенг

$$\Phi = \frac{\mu_0 \cdot w \cdot I \cdot h}{2\pi} \cdot \ln \frac{R_2}{R_1}. \quad (7.26)$$

#### 7.4. Индуктивлик

Магнит киримувчанлиги майдон кучланганлагига боғлиқ бўлмаган ( $\mu_0 = const$ ) бир жинсли моддий муҳитларда, тоқли контур билан чегараланган сиртни кесиб ўтувчи магнит оқими контурнинг  $I$  тоқига мутаносиб.

Стационар магнит майдонида  $i(t) = I = const$  бўлганда оқим  $\Phi$  қуйидагига тенг бўлади.

$$\Phi = L \cdot I.$$

Оқим  $\Phi$  ва шу оқимни вужудга келтирувчи контурнинг ўзгармас токи  $I$  орасидаги мутаносиблик коэффициентига (7.8а-расм) контурнинг статик индуктивлиги деб аталади:

$$L_{cm} = \frac{\Phi}{I} = \text{const}. \quad (7.27)$$

Индуктивлик генри (Гн) ларда ўлганади ва контурнинг геометрик ўлчамлари ва шаклига боғлиқ.

$w$  ўрамли ўтказгичнинг индуктивлиги боғланган оқим ва ўтказгич токи орасидаги мутаносиблик коэффициентидир.

$$L_{cm} = \frac{w \cdot \Phi}{I} = \frac{\Psi}{I}. \quad (7.28)$$

### 7.5. Стационар магнит майдонининг манзараси

Электр ва электростатик майдонларга ўхшаш магнит майдонини характерлаш учун магнит потенциаллари айирмаси  $\Phi_{m1} - \Phi_{mD}$  тушунчаси киритилади.

Магнит майдонининг токдан ташқаридаги соҳалари учун магнит потенциаллари айирмаси йўлнинг шаклига боғлиқ эмас (7.10-расм):

$$\int_{A \rightarrow D} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_{A \rightarrow D} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \Phi_{m1} - \Phi_{mD}$$

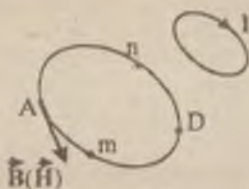
ва (7.17) ни ҳисобга олган ҳолда, токли контурни ўз ичига олмайдиغان ихтиёрий ёпиқ контур бўлиб магнит майдони кучланганлигидан олинган чизикли интеграл нолга тенг.

$$\int_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = 0.$$

Майдоннинг бирор бир нуктасининг магнит потенциалини нол деб қабул қилиш мумкин ва унга нисбатан исалган бошқа нукталар потенциалининг қийматини аниқлаш мумкин. Майдоннинг магнит потенциали бир хил бўлган нукталарнинг мажмуаси бир хил магнит потенциалли сирт деб аталади.

Токли чизикли ўтказгичлар магнит майдоннинг манзараси мос равишдаги электр манзарасига ўхшаш, ва демак электростатик майдонда

чизикли зарядларнинг электростатик майдонидаги бир хил ва чизикли токларнинг магнит майдонидаги тақсимланиши (7.11-расм). Фарқидир шундан иборатки, 5.56-расмдаги электростатик майдоннинг куч чизикларига 7.11-расмдаги магнит майдоннинг тенг магнит потенциал чизиклари мос келади, 5.56 расмдаги электростатик майдоннинг эквипотенциал чизикларига эса 7.11-расмдаги магнит майдон куч чизиклари - магнит индукция вектори  $\vec{B}$  чизиклари (ёки магнит майдон кучланганлик вектори  $\vec{H}$  чизиклари) мос келади. Тенг магнит потенциалли чизиклар билан тенг магнит потенциалли сиртларнинг расм текислиги билан кесишиш изларидан иборат.



7.10-расм. Магнит потенциаллари айирмасини аниқлаш.



7.11-расм. Токли чизикли ўтказгичнинг магнит майдон манзараси

## 8. КВАЗИСТАЦИОНАР ЭЛЕКТРОМАГНИТ МАЙДОН

Юқорида қайд қилингандек, квазистационар яқинлашиш чизиқли ўлчамлари электромагнит тебранишларнинг тўлқин узунлигидан анча кичик бўлган электромагнит майдонларни кўриб чиқишда ва ўтказувчанлик тоқларига нисбатан силжиш тоқларини этиборга олмас бўладиган ҳолларда ўринли бўлади. Бунда магнит майдонининг ўзгаришида вужудга келадиган электростатик майдон ҳисобга олинади, ammo электр майдонининг ўзгариши  $\left(\frac{dD}{dt}\right)$  келтириб чиқарадиган силжиш тоқларининг магнит майдони, ҳисобга олинмайди.

Квазистационар майдоннинг тенгламалари  $\left(\frac{dD}{dt} = 0\right)$  шартда 4.1-жадвалда келтирилган тенгламаларга мос келади.

Квазистационар майдонларни таҳлил қилишда электр тоқи, магнит оқими ва бошқа катталикларнинг ўзгармас қийматлари билан иш тутмай, балки берилган вақтнинг аниқ бир дақиқасидаги қийматлари - мос келувчи оний қийматлари билан иш кўриш лозим. Оний қийматлар вақтнинг функцияси кўринишида ёзилади:

$i(t)$  - токнинг оний қиймати, [A];

$\Phi(t)$  - оқимнинг оний қиймати, [Вб];

$u(t)$  - кучланишнинг оний қиймати, [В];

$e(t)$  - ЭЮК манба оний қиймати, [В] ва х.к.

Қўп ҳолларда квазистационар электромагнит майдонлар катталикларининг оний қийматларини стационар майдонларнинг қонунилари билан ифодалаш мумкин.

### 8.1. Катталикларнинг оний қийматлари учун Кирхгоф за Ом қонунилари

Юқорида қайд этилгандек, стационар электр майдонидаги диэлектрикда силжиш тоқи бўлмаганини сабабли, фақат ўтказгичларнинг ёпиқ тизимидагина ўзгармас ток мавжуд, яъни ўзгармас ток конденсатор орқали ўтмайди.

Квазистационар электр майдонида электр тоқининг узлуksизлик тамойили (3.16) га асосан

$$\oint_S \left( \vec{J} + \frac{dD}{dt} \right) \cdot d\vec{s} = 0$$

ёпиқ сирт орқали тўлиқ ток нолга тенг.

8.1-расмда диэлектрик билан ажратилган кетма-кет уланган ўтказувчан жисмлар тизими ва шунингдек расм текислиги билан  $S$  ёпиқ сиртнинг кесишиш изи келтирилган.



8.1-расм. Диэлектрик билан ажратилиб кетма-кет уланган ўтказувчан жисмлар тизими.

Узлуксизлик тамоилига биноан ёпик  $S$  сирт орқали тўлиқ ток куйидаги кўринишда ифодаланиши мумкин:

$$-\oint_S \vec{J} \cdot d\vec{s} + \int_S \frac{dD}{dt} \cdot d\vec{s} = -I + I_{\text{сирт}} = 0, \quad (8.1)$$

чунки  $\vec{J}_{\text{сирт}}$  силжиш токи зичлиги сиртга ўтказилган маусбат нормал  $\vec{n}$  векторининг йўналиши (гашқи фазога) билан мос тушади, ўтказувчанлик ток зичлиги  $\vec{J}$  векторининг йўналиши эса унга қарама қаршидир.

(8.1) дан кўринадики, диэлектрикдаги силжиш токи  $i_{\text{сирт}}$  ўтказгичдаги ўтказувчанлик токи  $i$  га тенг

$$i = i_{\text{сирт}}.$$

яъни диэлектрикдаги силжиш токи зичлигининг вектори  $\vec{J}_{\text{сирт}}$  чизиклари ўтказгичларда ўтказувчанлик токи зичлиги вектори  $\vec{J}$  чизикларининг давомли каби, ва вақтнинг ҳар бир дақиқасида кўрилатган бутун тизим бўйича токнинг катталиги бирдай.

Шундай қилиб, стационар электр майдонлардан фарқли равишда квазистационар электромагнит майдонларда диэлектрикда ток мавжуд бўлади. Конденсаторда, масалан, ҳамма частоталарда диэлектрикда

силжиш токи зичлиги векторининг чизиклари утказгичдаги утказувчанлик ток зичлиги вектори чизикларини давом этдирадилар.

Электр токининг узлуксизлик тамоили(8.1) ни тоklar учун умумлашган *Кирхгоф қонуни (ТУКҚ)* каби қараш мумкин: ёпиқ сирт орқали тоklar оний қийматларининг алгебраик йиғиндисини нолга тенг

$$\sum_k i_k(t) = 0. \quad (8.2)$$

(8.2)-ифода шунингдек ток учун Кирхгоф қонунини (ТКК) акс эттиради, қачонки ёпиқ сирт тугунга тортилса:

*туғунда учрашаётган тоklar оний қийматларининг алгебраик йиғиндисини нолга тенг.*

(8.2)-ифодада, мусбат нормал вектори каби, сиртдан ташқи фазога йўналган тоklar "мусбат" ишора билан олинадилар.

Токларнинг оний қийматлари учун ёзилган (8.2)-ифода стационар тоklar учун (6.16)-ифодадаги кўринишга ўхшашдир.

Квазистационар майдонни характерловчи бошқа қонулар ва муносабатларни келтирайлик.

*Ташқи манбалар билан банд бўлган соҳалардан ташқаридаги кучланишлар учун Кирхгоф қонунлари (6.18) га ўхшаш:*

*ёпиқ контурдаги кучланишлар оний қийматларининг алгебраик йиғиндисини нолга тенг.*

$$\sum_k u_k(t) = 0. \quad (8.3)$$

*Ташқи манбаларни ўз ичига оловчи соҳалардаги кучланишлар учун Кирхгоф қонуни (6.19) га ўхшаш:*

*ёпиқ контурдаги кучланишлар оний қийматларининг алгебраик йиғиндисини манбалар ЭЮК ларининг оний қийматларининг алгебраик йиғиндисини тенг.*

$$\sum_k u_k(t) = \sum_n e_n(t). \quad (8.4)$$

(8.3) ва (8.4)-ифодаларда контурни мусбат айланиб ўтиш йўналиши билан йўналишлари мос келувчи кучланишлар ва ЭЮК ларга "мусбат" ишора берилади.

Кучланишга нисбатан Ом қонуни (6.13) га ўхшаш қуйидаги кўринишга эга:

$$u_k(t) = R \cdot i_k(t). \quad (8.5)$$

Токка нисбатан Ом қонуни (6.14) га ўлшаш қуйидаги кўринишга эга:

$$I_R(t) = \frac{u_R(t)}{R},$$

бу ерда  $I_R(t)$  – қаршилиги  $R$  бўлган ўтказгичдаги токнинг оний қиймати;  
 $u_R(t) - R$  қаршиликка эга бўлга. ўтказгич булагадаги  
 кучланишнинг оний қиймати.

## 8.2. Ампер, Био-Саварр ва тўлик ток қонунлари.

Магнит оқими катталиклар учун узлуксизлик тамонли

Квазистационар жараёнларда токли қўзғалмас контурларни ўраб турувчи магнит майдони ҳар бир алоҳида дақиқа учун стационар майдон каби қаралиши мумкин. Бунда ҳамма катталикларнинг оний қийматларидан фойдаланилади:  $\vec{\Phi}_1(t)$ ,  $B(t)$ ,  $H(t)$ ,  $i(t)$  ва ҳ.к.

Вақтнинг ҳар бир дақиқаси учун майдон манзараси стационар майдон манзарасидан фарқ қилмайди.

Ампера қонуни ўзгарувчан магнит майдонининг, шу майдонга жойлаштирилган, ўзгарувчан токли ўтказгичга кўрсатадиган куч таъсирини аниқлайди.

$$d\vec{F} = i \cdot [d\vec{l} \times \vec{B}].$$

Ферромагнетиклар бўлмаган квазистационар майдонга Био-Саварр қонунидан фойдаланиш мумкин, яъни магнит индукцияси  $\vec{B}$ , демак магнит оқими  $\vec{\Phi}$  ҳам, улар вужудга келтирувчи тоқларга мутаносибдир:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{1}{R^3} [d\vec{l} \times \vec{R}].$$

Оний қийматлар учун тўлик ток қонуни ўзгарувчан магнит майдони билан шу майдондаги ўтказгичлардаги тоқларнинг оний қийматлари орасидаги боғланишни ифодалайди. (7.15) ва (7.16) ларни ҳисобга олган ҳолда:

$$\int \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot i. \quad (8.6)$$

$$\int \vec{H} \cdot d\vec{l} = i. \quad (8.7)$$

(8.6) ва (8.7)-ифодалардаги ишора кондалари (7.13) ва (7.14)-ифодалар орқали аниқланади.

Магнит оқимининг узлуксизлик тамоими принципи (7.23)-ифода билан акс этдирилган, шундай шарт биланки, унга кирувчи  $\vec{B}$  ва  $\vec{\Phi}$  катталикларга мос келувчи оний қийматлари ҳисобланади. Чегараланган сирт орқали ўтувчи нагнжавий оқим учун (7.22)-ифодага шундай ёндоқшиш лозим.

### 8.3. Ўзиндукция ҳодисаси. Ўзиндукция ЭЮК. Ўзиндукция кучланиши.

Максвеллнинг электромагнит индукция қонуни ифодаловчи (3.19) математик ифодаси қуйидагича таърифланади:

контур билан чегараланган сирт орқали ўтувчи магнит оқимининг вақт бўйича ўзгариши, бу контурдаги оқимнинг ўзгариши тезлигига тенг ва манфий ишора билан олинган ЭЮК  $e_{инд}$  индукцияланади.

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{s} = - \frac{d\Phi}{dt} = e_{инд} \quad (8.8)$$

Индукцияланган ЭЮК  $e_{инд}$  магнит оқимининг ҳар қандай ўзгаришида пайдо бўлади. Оқим ўзгаришининг сабаби кузгалмас ёпиқ ўтказувчан контурдан ўзгарувчан ток  $i$  нинг оқиши бўлиши мумкин.

Агар контур билан чегараланган сирт орқали ўтувчи оқим шу контурдан ўтувчи токнинг ўзгариши натижасида ўзгарса, у ҳолда ЭЮК нинг вужудга келиш ҳодисасига ўзиндукция ҳодисаси деб аталади.

Бунда индукцияланаётган ЭЮК  $e_{инд}$  ўзиндукция ЭЮК деб аталиб,  $e_L$  деб белгиланади, контур билан боғланаган магнит оқимига ўзиндукция магнит оқими деб аталади ва  $\Phi_L$  билан белгиланади.

Индукцияланган майдон уюрмали бўлади чунки (8.8)-ифода (3.6) шартга жавоб бермайди.

Ўзиндукция оқими  $\Phi_L$  ва шу оқимни вужудга келтирувчи  $i$  ток орасидаги мутаносиблик коэффициентини контурнинг хусусий индуктивлиги деб аталади

$$L = \frac{\Phi}{i} \quad [\text{Гн}]. \quad (8.9)$$

Агар бирдан бир магнит оқимининг ўзи бир хил ток оқувчи (масалан, ўрамлар сони  $w$  булган тороида) ўтказичининг бир нечта ( $w$ )



Ўрамлари билан боғланса, у ҳолди ўтказгичда вужудга келаётган ўзиндукция ЭЮК ҳар бир ўрамда вужудга келаётган ЭЮК ларнинг йиғиндисига тенг бўлади:

$$e_{L(w)} = e_{L1} + e_{L2} + \dots + e_w$$

ёки

$$\begin{aligned} e_{L(w)} &= -\left(\frac{d\Phi_1}{dt} + \frac{d\Phi_2}{dt} + \dots + \frac{d\Phi_w}{dt}\right) = \\ &= -\frac{d}{dt}(\Phi_1 + \Phi_2 + \dots + \Phi_w) = -\frac{d}{dt} \sum_{i=1}^w \Phi_i, \end{aligned} \quad (8.10)$$

бу ерда  $\sum_{i=1}^w \Phi_i$  -  $w$  ўрамга эга бўлган ўтказгич билан боғланган тулик оқим.

Ўтказгичнинг ҳар бир ўрами билан боғланаётган оқим ўзиндукция оқими  $\Phi_L$  га тенг бўлган бир хил киймагга эга бўлгани сабабли, тулик оқим

$$\sum_{i=1}^w \Phi_i = w \cdot \Phi_L = \Psi_L, \quad (8.11)$$

бу ерда  $\Psi_L$  - ўзиндукция магнит оқимининг боғланиши ((7.22) га биноан).

(8.10) ва (8.11) ларни ҳисобга олган ҳолда ўзиндукция ЭЮК  $e_L$ .

$$e_L = -w \cdot \frac{d\Phi_L}{dt} = -\frac{d\Psi_L}{dt}.$$

Бунда хусусий индуктивлик ўзиндукция оқимнинг боғланиши ва ўтказгичдаги  $i$  ток орасидаги мутаносиблик коэффициентидан иборат

$$L = \frac{\Psi_L}{i} \quad [\text{Гн}]. \quad (8.12)$$

*Берилган хусусий индуктивликни таъминлаб берувчи электротехникавий қурилмага индуктивлик галтакги деб аталади.*

Квазистационар майдонларда хусусий индуктивлик токка боғлиқ бўлмайди ва вақтнинг функцияси ҳам эмас деб фараз қилиниб идеаллаштириш киритилади. Бунда  $i(t) = I = \text{const}$  учун (7.27) ва (7.28)-

ифодалар билан аниқланувчи статик индуктивликка тенг бўлган ҳусусий индуктивликдир.

Тороидал гаттакнинг бир текис майдонидаги, (7.20) ҳисобга олган ҳолда, магнит оқими

$$\Phi_L = B \cdot S = \frac{\mu_0 \cdot w \cdot h \cdot i}{2\pi \cdot r} \cdot (R_2 - R_1).$$

Аниқланиши керак бўлган тороидал гаттакнинг ҳусусий индуктивлиги тахминан қуйидагича ифодаланади

$$L = \frac{\Psi_L}{i} = \frac{w \cdot \Phi_L}{i} = \frac{\mu_0 \cdot w^2 \cdot h}{2\pi \cdot r} \cdot (R_2 - R_1). \quad (8.13)$$

Кўзгалмас ўтказувчан ўрамда электр токи пайдо бўлиши учун, ўтказгич ўрамини ташки ЭЮК манбага улашимиз зарур (8.2а-расм).

(6.3) таърифига асосан ташки манбанинг ЭЮК

$$e = \int_{d-c} E_{\text{магнит}} \cdot dl,$$

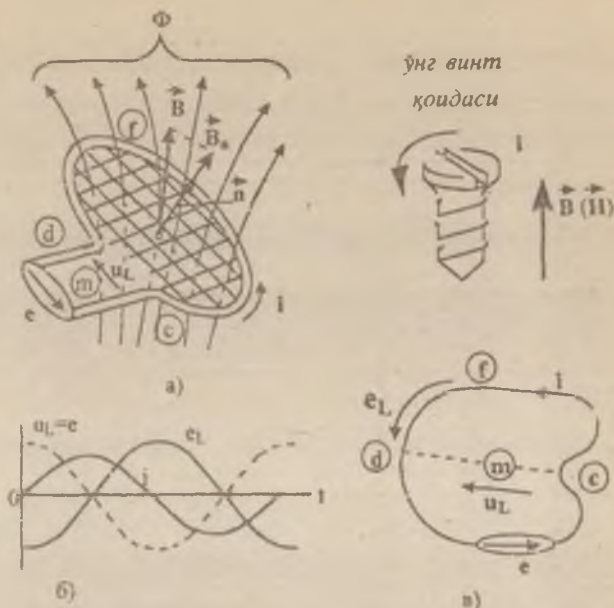
бу ерда интеграллаш йўли манба ичида унинг манфий клеммаси "d" дан мусбат клеммаси "с" гача олинади.

Ўзгарувчан ЭЮК манбаи  $e(t)$  ўтказгич ўрамидан ўзгарувчан ток  $i(t)$  нинг оқиб ўтишини таъминлайди. Ўтказгич қаршилигини эътиборга олмаймиз.  $i(t)$  ток, токли контур билан ўраб олинган ўзгарувчан магнит оқими  $\Phi(t)$  оқимини мавжудлиги билан характерланувчи ўзгарувчан магнит майдонинг манбаидир.

(3.18) таърифга биноан магнит оқими  $\Phi(t)$  магнит индукция вектори  $\vec{B}(t)$  оқимидир,  $\vec{B}(t)$  векторнинг мусбат йўналиши эса,  $i(t)$  токнинг йўналиши билан ўнг винт қоидаси орқали боғланган.

Электромагнит индукция қонунинга биноан ўрам ўтказгичида ўзиндукция ЭЮК  $e_L$  пайдо булади, Ленц қоида сига биноан эса, у вақтнинг ҳар бир дақиқасида шундай йўналганки, у ток катталигининг ўзгаришига қаршилик қилади:

$$e_L = - \frac{d\Phi}{dt}. \quad (8.14)$$



8.2-расм. Үзиндукция ЭЮК ва Үзиндукция кучланиши тушунчаларининг таърифи

Агар ток, масалан, вақтнинг гармоник функцияси кўринишида берилган бўлса

$$i(t) = I_m \cdot \sin \omega t,$$

у ҳолда, 326 расмда кўрсатилгандек, Үзиндукция ЭЮК  $e_L$  вақтнинг исталган бир дақиқасида  $e_L$  вақтнинг гармоник функцияси бўлиб, ток ўзгаришига қаршилик қилади, фақат токдан  $90^\circ$  бурчакка ёки  $\pi/2$  радианга орқада бўлади:

$$e_L(t) = E_{Lm} \cdot \sin(\omega t - \pi/2).$$

8.26 расмда кўрсатилгандек, контур бўйлаб Үзиндукция ЭЮК  $e_L$  ток йўналиши билан мос тушади.

8.2 (а ва б) расмдаси с-f-d-m-с ёпик контурни кўриб чиқайлик, унинг с-f-d бўлаги ўрам ўтказгичи ичидан ўтади, d-m-с бўлаги эса ўрамнинг магнит тайдонидан ҳам, ташқи манба  $e$  эгалланган соҳасидан ҳам ўтмайди.

Бу контур учун Кирхгоф қонуни (8.4) бўйича тузилган тенгламанинг ўнг ва гап томонларини нимага тенг эканлигини аниқлайлик:

$$\sum_k u_k = \sum_n e_n. \quad (8.15)$$

Контурни айланиб ўтишда мусбат йўналиш қилиб, ўрамдаги ток йўналиши билан мос тушувчи йўналиш олинади.

c-f-d-m-c контурда ташқи манбалар бўлмагани учун, (8.15)-ифоданинг ўнг қисми фақат индукцияланган ЭЮК  $e_L$  билан аниқланади ва таъриф бўйича

$$\sum_n e_n = e_L = \int_{cfd} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (8.16)$$

га тенг булади бу ерда  $\vec{E}_L$  — индукцияланган майдон кучланганлиги вектори.

(8.15)-ифоданинг чап томони қўрилаётган контур бўйлаб кучланишлар йиғиндисиغا тенг:

$$\sum_k u_k = u_{cfd} + u_{dmc}. \quad (8.17)$$

бу ерда  $u_{cfd}$  — ўтказгич ўрами бўйлаб кучланиш;  $u_{dmc} = -u_{cmd}$ ;  $u_{cmd}$  — ўтказгичнинг ташқи манба клеммаларига улаш нуқталари орасидаги кучланиш, йўналиши манбанинг "плюс"идан "минус"и томондир.

Ом қонуни (8.5) га биноан  $u_{cfd}$  шу булак қаршилиги  $R_{cfd}$  нинг ўтказгич ўрамидаги токка кўпайтмасига тенглигидан

$$u_{cfd} = i \cdot R_{cfd}.$$

Ўтказгич қаршилигини биз эътибарга олмаганлигимиз сабабли, уни нолга тенг деб олесак ( $R_{cfd} = 0$ ),

$$u_{cfd} = 0. \quad (8.18)$$

(8.17) дан (8.18) ни ҳисобга олган ҳолда (8.15) ифоданинг чап томони

$$\sum_k u_k = u_{dmc} = -u_{cmd}. \quad (8.19)$$

Натижада (8.15) дан (8.16) ва (8.19) ни ҳисобга олган ҳолда

$$e_L = -u_{cmd}. \quad (8.20)$$

ҳосил булади.

Шундай қилиб, ўтказгич ўрамлигини қаршичилиги нолга тенглик шarti бажарилганда, токни ўрам қиринидаги кучланиш ўзиндукция ЭЮК  $e_L$  ни тулик аниқлайди. Уни ўзиндукция кучланиши деб атаёмиз ва  $u_L$  деб белгилаймиз.

У ҳолда

$$u_L = u_{cmd} = -e_L. \quad (8.21)$$

8.2 (а ва в) расмда ташки манбанинг ичидан  $d$  ва  $c$  нукталар орасидан, ҳамда ташки  $c$ - $m$ - $d$  бўлак орқали ўтувчи  $d$ - $c$ - $m$ - $d$  ёпик контур учун Кирхгоф қонуни (8.4) ни қуриб чиқайлик.

Контурни соғат стрелкасига қарши йўналишда айланганимизда, қуйидагига эга бўлаймиз:

$$u_L = e. \quad (8.22)$$

(8.22) дан (8.21) ни ҳисобга олган ҳолда

$$e_L = -e \quad (8.23)$$

ни ҳосил қиламиз:

Ўзиндукция ЭЮК  $e_L$  вақтнинг ҳар бир дақиқасида ташки ЭЮК  $e$  билан мувозанатда туради яъни унга қарши йўналган ва қиймат жиҳатдан унга тенг.

8.2б-расмда, ток вақтнинг гармоник функцияси кўринишида тасвирланган ҳол учун  $e(t)$ ,  $e_L(t)$  ва  $u_L(t)$  боғланишлар келтирилган.

Бу боғланишлар (8.21), (8.22) ва (8.23)-ифодаларни қониктирадилар ва, шундай қилиб, ўзиндукция кучланиши  $u_L$  нинг гармоник функцияси токдан  $\pi/2$  радиан бурчакка илгарилайди:

$$u_L(t) = U_{Lm} \cdot \sin(\omega t + \pi/2).$$

#### 8.4. Текли контур магнит майдонининг энергияси

Контурда (8.2а-расм) ток катталигининг ўзгариши юз берадиган энергетик жаранларни кўриб чиқамиз. Контур қаршичилиги  $R$  ни шунчанлик кичик деб қабул қилайликки, унда иссиқлик ажрлишига сарф бўладиган энергияни эътиборга олмаслик мумкин бўлсин.

Токнинг ошиш жараёнида ташки ЭЮК манбан ўзиндукция ЭЮК га қарши иш бажаради.  $dt$  вақт оралиғида контур бўйлаб қуйидаги заряд кўчади

$$dq = i \cdot dt. \quad (8.24)$$

Шу вақт оралигида бажараладиган элементар иш (8.24) ни ҳисобга олганда

$$dA = e \cdot dq = -e_L \cdot dq = -e_L \cdot i \cdot dt, \quad (8.25)$$

ва (8.14) ни ҳисобга олганда, уни қуйидаги кўринишга келтириш мумкин

$$dA = e \cdot dq = i \cdot d\Phi_L.$$

Бу ишнинг бажарилишида ташки ЭЮК манбаларининг энергиясининг магнит майдони энергиясига айланиши юз беради, яъни токни (модул буйича) нолдан максимал қийматгача ошиш жараёнида ташки ЭЮК манбалари магнит майдонини вужудга келтириш учун контурга энергия узатадилар.  $dt$  вақт оралигида магнит майдонида мужасамланган элементар энергия

$$dW = i \cdot d\Phi_L. \quad (8.26)$$

Токнинг (модул буйича) камайишида магнит майдонининг энергияси манбага қайтарилади.  $R \neq 0$  бўлганда энергия қисман утказувчан контурда иссиқликка сарфланар эди.

(7.19)-муносабатни дифференциаллаб ва  $d\Phi_L$  ни (8.26) га қўйиб

$$dW = i \cdot L \cdot di \quad (8.27)$$

ни ҳосил қиламиз.

(8.27)-ифодани қуйидаги кўринишга келтириш мумкин

$$dW = d\left(\frac{1}{2} L \cdot i^2\right).$$

Тоқли контур томонидан ҳосил қилинадиган тула энергиянинг ифодаси қуйидагича:

$$W = \frac{1}{2} L \cdot i^2. \quad (8.28)$$

(8.9) ни ҳисобга олган ҳолда (8.28) нинг қуйидагича тасвирлаш мумкин:

$$W = \frac{1}{2} L \cdot i^2 = \frac{1}{2} i \cdot \Phi_L = \frac{\Phi_L^2}{2 \cdot i}.$$

Агар утказувчан контур  $w$  урамга эга бўлса, у ҳолда магнит майдонининг энергияси

$$W = \frac{1}{2} i \cdot \Psi_L = \frac{\Psi_L^2}{2 \cdot i}. \quad (8.29)$$

Магнит майдонининг тулик энергиясини ҳажмий интеграл кўринишида ифодалаш мумкин

$$W = \int_V w_v \cdot dv,$$

бу ерда  $w_v$  — энергиянинг ҳажмий зичлиги.

Энергиянинг ҳажмий зичлигини аниқлаш учун 7.9-расмда келтирилган индуктив ғалтакни куриб чиқамиз, бунда тороиднинг ўрта чизиги узунлигини  $l$  узак узунлигига тенг ва магнит майдонини бир жинсли деб ҳисоблаш учун, тороидал узакни старли даражада ингичка деб қараймиз.

Бутун магнит оқимини узакда мужасамланган ва майдонни бир жинсли ҳисоблаб, (7.24) ни ҳисобга олган ҳолда, оқим учун ифодани қуйидагича ёзамиз

$$\Phi_L = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = B \cdot S.$$

(8.11) ни ҳисобга олган ҳолда оқимнинг боғланишин

$$\Psi_L = w \cdot \Phi_L = w \cdot B \cdot S.$$

Тулик ток қонуни (7.16) га асосан қуйидагини ёзамиз

$$w \cdot l = \oint_S \vec{H} \cdot d\vec{l} = H \cdot l,$$

чунки узакнинг ўрта чизиги бўйлаб  $H = \text{const}$ .

Охириги ифодалардан (7.21) ни ҳисобга олган ҳолда магнит майдонининг энергияси

$$W_M = \frac{1}{2} \cdot l \cdot \Psi_L = \frac{1}{2} \cdot \frac{H \cdot l}{W} \cdot W \cdot B \cdot S = \frac{B \cdot H}{2} \cdot V,$$

келиб чиқади, бу ерда  $S \cdot l = V$  — магнит майдони эгаллаган фазонинг ҳажми.

Магнит майдонининг ҳар бир нуктасидаги энергиянинг ҳажмий зичлиги, майдон қандай вужудга келганига боғлиқ эмаслигидан.

$$w_v = \frac{W_M}{V} = \frac{B \cdot H}{2} = \frac{\mu_0 \cdot H^2}{2} = \frac{B^2}{2 \cdot \mu_0}. \quad (8.30)$$

Умумий ҳолда магнит майдонининг тулик энергияси қуйидаги

кўринишда ифодаланиши мумкин

$$W = \int_V \frac{\vec{B} \cdot \vec{H}}{2} \cdot dV. \quad (8.31)$$

### 8.5. Ҳазаро индукция ходисаси

Икки контурни кўриб чиқайлик, уларда ташки ўзгарувчан ЭЮК  $e_1(t)$  ва  $e_2(t)$  лар мос равишда ўзгарувчан  $i_1(t)$  ва  $i_2(t)$  ларни (8.3-расм) вужудга келтираётирлар. Контур сиртларига ташки мусбат нормаллар  $\vec{n}_1$  ва  $\vec{n}_2$  векторларини кўрсатамиз.

Ўзгарувчан ток ўтказатган ҳар бир контурни ўзи ўзгарувчан магнит майдонининг манбаидир.

$\Phi_{11}$  магнит окими  $i_1$  ток томонидан вужудга келтирилатир ва у билан ўнг винт қондаси билан боғланган.  $\Phi_{22}$  магнит  $i_2$  ток томонидан вужудга келатирбди ва у билан шунингдек ўнг винт қондаси билан боғланган.  $\Phi_{11}$  и  $\Phi_{22}$  магнит окимлари ўзиндукция окимларидир.

Контурларнинг хусусий индуктивликларини келтирайлик:

$$L_{11} = \frac{\Phi_{11}}{i_1}, \quad (8.32)$$

$L_{11}$  — биринчи контурнинг хусусий индуктивлиги;

$$L_{22} = \frac{\Phi_{22}}{i_2}, \quad (8.33)$$

$L_{22}$  — иккинчи контурнинг хусусий индуктивлиги;

Ҳар бир контур фақат хусусий магнит майдони билан боғланган бўлмай, балки бошқа контурдаги ток томонидан вужудга келатган магнит майдони билан ҳам боғланган бўлсин. У ҳолда  $\Phi_{11}$  ва  $\Phi_{22}$  окимларни шартли равишда қуйидагича бўлиш мумкин:

$$\Phi_{11} = \Phi_{21} + \Phi_{1\sigma}.$$

бу ерда  $\Phi_{21}$  — биринчи контур токи вужудга келтиратган ва иккинчи контурни кесиб ўтувчи  $\Phi_{11}$  ўзиндукция окимининг қисми;



$\Phi_{1\sigma}$  - иккинчи контур билан боғлиқ бўлмаган  $\Phi_{11}$  оқимнинг қисми (уни биринчи контурнинг сочилиш оқими деб атаймиз);

$$\Phi_{22} = \Phi_{12} + \Phi_{2\sigma},$$

бу ерда  $\Phi_{12}$  - иккинчи контур вужудга келтираётган ва биринчи контурни кесиб ўтувчи  $\Phi_{22}$  ўзиндукция оқимининг қисми;

$\Phi_{21}$  - биринчи контур билан боғлиқ бўлмаган  $\Phi_{22}$  оқимнинг қисми (уни иккинчи контурнинг сочилиш оқими деб атаймиз);

(7.22) ни ҳисобга олиш натижасида биринчи контур ўраб олган тулиқ оқим, шу контур билан чегараланган сиртни кесиб ўтувчи оқимларнинг алгебраик йиғиндисига тенг (8.3-расм):

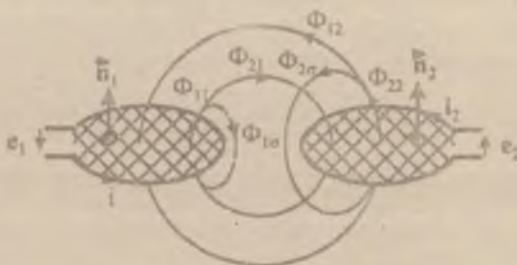
$$\Phi_1 = \Phi_{11} - \Phi_{12}, \quad (8.34)$$

чунки  $\Phi_{11}$  оқимнинг йўналиши  $\vec{n}$  нормал векторнинг йўналиши билан мос тушади,  $\Phi_{12}$  оқимнинг йўналиши эса унга тескари.

Шунингдек, иккинчи контур ўраб олган тулиқ оқим,

$$\Phi_2 = \Phi_{22} - \Phi_{21}, \quad (8.35)$$

чунки  $\Phi_{22}$  оқимнинг йўналиши  $\vec{n}$  нормал векторнинг йўналиши билан мос тушади,  $\Phi_{21}$  оқимнинг йўналиши эса унга тескари.



8.3-расм. Ўзиндукция ( $\Phi_{11}$ ,  $\Phi_{22}$ ) ва ўзаро индукция ( $\Phi_{12}$ ,  $\Phi_{21}$ ) магнит оқимлари қарама-қарши йўналиб индуктив боғланган контурлар.

Электромагнит индукция қонунига биноан контурлар билан боғланган оқимларнинг ҳар қандай ўзгаришида, контурларда оқимларнинг ўзгаришига қаршилик қилувчи индукция вужудга келади. Бунда биринчи контурдаги индукция ЭЮК, биринчи контурни ўраб турувчи  $\Phi_1$  умумий оқими  $\Phi_{11}$  ташкил этувчисининг ўзгариши ҳисобига вужудга келувчи биринчи контурдаги ўзиндукция ЭЮК дир

$$e_{L1} = - \frac{d\Phi_{11}}{dt} \quad (8.36)$$

чунки у фақат биринчи контур токи билан аниқланади.

Шунингдек иккинчи контурдаги индукция ЭЮК, иккинчи контурни ўраб турувчи  $\Phi_2$  умумий оқим,  $\Phi_{22}$  ташкил этувчисининг ўзгариши ҳисобига вужудга келувчи иккинчи контурдаги ўзиндукция, ЭЮК дир

$$e_{L2} = - \frac{d\Phi_{22}}{dt} \quad (8.37)$$

чунки у фақат иккинчи контур токи билан аниқланади.

Биринчи контурни ўраб турувчи  $\Phi_1$  умумий оқимнинг  $\Phi_{12}$  ташкил этувчиси иккинчи контурдаги  $I_2$  ток туфайли вужудга келган. Бу ташкил этувчининг ўзгариши ( $d\Phi_{12}/dt$ ) биринчи контурда индукция ЭЮК ни пайдо қилади:

$$e_{ind12} = - \frac{d\Phi_{12}}{dt} \quad (8.38)$$

Иккинчи контурни ўраб турувчи  $\Phi_2$  умумий оқимнинг  $\Phi_{21}$  ташкил этувчиси биринчи контурдаги  $I_1$  ток туфайли вужудга келган. Бу ташкил этувчининг ўзгариши ( $d\Phi_{21}/dt$ ) биринчи контурда индукция ЭЮК ни пайдо қилади:

$$e_{ind21} = - \frac{d\Phi_{21}}{dt} \quad (8.39)$$

*Бошқа контурдаги ток вужудга келтираётган магнит оқимининг ўзгаришида контурда индукция ЭЮК нинг пайдо бўлиш ҳодисасига ўзаро индукция ҳодисаси деб аталади.*

Контурлар электромагнит индукция орқали ўзаро боғланган бўладилар ва индукция боғланган деб аталадилар.

Бир контурдаги ток туфайли вужудга келаётган, лекин шунингдек бошқа контурлар билан боғланган бўлган оқим ўзаро индукция оқими

деб аталади: 8.3-расмда  $\Phi_{21}$  ва  $\Phi_{12}$  оқимлар - ўзаро индукция оқимлариدير.

Квазистационар майдонларда Био-Саварр қонунига бинван ўзаро индукция оқимлари, худди ўзиндукция оқимлари каби, уларни вужудга келтираётган тоқларга мутаносибдир:

$$\Phi_{12} = M_{12} \cdot i_2, \quad (8.40)$$

$$\Phi_{21} = M_{21} \cdot i_1, \quad (8.41)$$

Ўзаро индукция оқимлари ва уларни вужудга келтирввчи тоқлар орасидаги мутаносиблик коэффициентлари контурларнинг ўзаро индуктивликлари деб аталадилар:

$$M_{12} = \frac{\Phi_{12}}{i_2}, \quad (8.42)$$

$$M_{21} = \frac{\Phi_{21}}{i_1}. \quad (8.43)$$

(8.40) ва (8.41) лардаги биринчи индекс оқим боғланаётган контур тартиб рақамини кўрсатади, иккинчиси эса - токи оқимни вужудга келтирввтган контурнинг тартиб рақами:

$M_{12}$  - иккинчи контур токи вужудга келтираётган оқим, биринчи кочтур билан боғланган демақдир.

Ўзаро индуктивлик индуктив боғланган контурларнинг геометрик ўлчамлари ва шакллариға, уларнинг ўзаро жойлашишиға, ҳамда муҳитнинг магнит киритувчанлиги  $\mu$  га боғлиқ.

Ўзаро индуктивликнинг ўлчов бирличи - генри [Гн].

Берилган ўзаро индуктивликни таъминлаш ва фойдаланиш учун махсус яратилган турли турдаги қурилмалар мавжуд. Уларнинг энг таниши - трансформатордир.

Ўзаро индукция оқимларининг ўзгаришида пайдо бўладиган ЭЮК лар ўзаро индукция ЭЮК лари деб аталади ва  $e_{M}$  деб белгиланади.

Ўзаро индукция оқими  $\Phi_{12}$  нинг ўзгаришида биринчи контурда пайдо бўлаётган ўзаро индукция ЭЮК (8.38) ни ҳисобға олган ҳолда.

$$e_{инд12} = e_{M12} = - \frac{d\Phi_{12}}{dt}, \quad (8.44)$$

Ўзаро индукция оқими  $\Phi_{21}$  нинг ўзгаришида иккинчи контурда пайдо бўлаётган ўзаро индукция ЭЮК (8.39) ни ҳисобга олган ҳолда.

$$e_{инд21} = e_{M21} = - \frac{d\Phi_{21}}{dt}, \quad (8.45)$$

(8.36) ва (8.44) ларни ҳисобга олган ҳолда  $\Phi_1$  оқимининг ўзгаришида биринчи контурда пайдо бўлаётган тўлиқ ЭЮК

$$e_{инд} = e_{L1} + e_{M12} = - \frac{d\Phi_{11}}{dt} - \frac{d\Phi_{12}}{dt} = - \frac{d\Phi_1}{dt}, \quad (8.46)$$

(8.37) ва (8.45) ларни ҳисобга олган ҳолда  $\Phi_2$  оқимининг ўзгаришида иккинчи контурда пайдо бўлаётган тўлиқ ЭЮК

$$e_{инд} = e_{L2} + e_{M21} = - \frac{d\Phi_{22}}{dt} - \frac{d\Phi_{21}}{dt} = - \frac{d\Phi_2}{dt}. \quad (8.47)$$

(8.32) ва (8.42) ларни ҳисобга олган ҳолда (8.34) дан биринчи контурни ўраб турувчи  $\Phi_1$  оқим

$$\Phi_1 = L_{11} \cdot i_1 - M_{12} \cdot i_2. \quad (8.48)$$

(8.33) ва (8.43) ларни ҳисобга олган ҳолда (8.35) дан иккинчи контурни ўраб турувчи  $\Phi_2$  оқим

$$\Phi_2 = L_{22} \cdot i_2 - M_{21} \cdot i_1. \quad (8.49)$$

(8.48) ни ҳисобга олган ҳолда (8.46) қуйидаги кўринишга келади

$$e_{инд} = - L_{11} \cdot \frac{di_1}{dt} + M_{12} \cdot \frac{di_2}{dt}. \quad (8.50)$$

(8.49) ни ҳисобга олган ҳолда (8.47) қуйидаги кўринишга келади

$$e_{инд} = - L_{22} \cdot \frac{di_2}{dt} + M_{21} \cdot \frac{di_1}{dt}. \quad (8.51)$$

Индукцияланаётган ЭЮК лар вақтнинг ҳар бир дақиқасида унга мос келувчи ташқи ЭЮК лар билан мувозанатга келтирилишлари лозим, яъни уларга катталик жиҳатдан тенг ва йўналиши бўйича қарама-қарши:

$$e_1 = -e_{1\text{инд}} \quad (8.52)$$

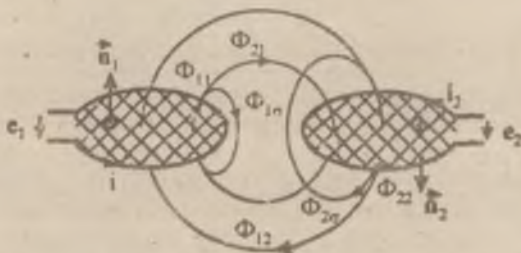
$$e_2 = -e_{2\text{инд}} \quad (8.53)$$

(8.52) ва (8.50) ларни, ҳамда (8.53) ва (8.51) ларни ҳисобга олган ҳолда контурлардаги ЭЮК тенгламасини ҳосил қиламиз:

$$e_1 = L_{11} \cdot \frac{di_1}{dt} - M_{12} \cdot \frac{di_2}{dt}$$

$$e_2 = L_{22} \cdot \frac{di_2}{dt} - M_{21} \cdot \frac{di_1}{dt}$$

Шу каби фикр юритиб, 34-расмда келтирилган индукция боғланган контурлар учун мос равишда ифодаларни ҳосил қиламиз.



8.4-расм. Ҳиндукция ( $\Phi_{11}$ ,  $\Phi_{22}$ ) ва ўзаро индукция ( $\Phi_{12}$ ,  $\Phi_{21}$ ) магнит оқимлари бир хил йўналганда индуктив боғланган контурлар.

Ҳиндукция оқими  $\Phi_{11}$  ва  $i_1$  ток йўналиши бўйича Ҳиндукция оқими  $\Phi_{22}$   $i_2$  ток билан ўнг винт қондаси орқали боғланган. Контурларнинг ўзаро индукция оқимлари —  $\Phi_{12}$  ва  $\Phi_{21}$ .

Биринчи контурни ўраб турувчи

$$\Phi_1 = \Phi_{11} + \Phi_{12} \quad (8.54)$$

иккинчи контурни ўраб турувчи тулик оқим:

$$\Phi_2 = \Phi_{22} + \Phi_{21}, \quad (8.55)$$

Ўзиндукция ва ўзаро индукция оқимларининг йўналишлари мос контурлар сиртига ўтказилган нормал векторларнинг йўналишлари билан устма-уст тушадилар.

Контурларнинг хусусий индуктивликлари (8.32) ва (8.33) ифодалар орқали аникланади. Ўзаро индуктивликлар (8.42) ва (8.43) ифодалар орқали аникланадилар. Контурларда индукцияланадиган ўзаро индукция ЭЮК (8.44) и (8.45) ифодалар орқали аникланадилар.

Индуктив боғланган контурларда ЭЮК мувозанатда бўлишнинг охириги тенгламалари қуйидаги кўринишга эга бўладилар:

$$e_1 = L_{11} \cdot \frac{di_1}{dt} + M_{12} \cdot \frac{di_2}{dt},$$

$$e_2 = L_{22} \cdot \frac{di_2}{dt} + M_{21} \cdot \frac{di_1}{dt}.$$

8.3 ва 8.4-расмларда келтирилган контурлардаги индукция ЭЮК пайдо бўлиш жараёнларини тақдослаш тахлилидан формал конда келиб чиқади.

*Индуктив боғланган ЭЮК ларнинг мувозанат тенгламаларида қушилувчилар олдидаги ўзиндукция оқимларнинг ўзгаришини ҳисобга олувчи ишоралар доимо мусбат; ўзаро индукция оқимларининг ўзгаришини ҳисобга олувчи қушилувчилар олдидаги ишоралар мусбат. агар контурлар билан чегараланган сирт орқали ўзиндукция ва ўзаро индукция оқимлари бир хил йўналган бўлса, яъни қушиллашади; агар ўзиндукция ва ўзаро индукция оқимлари бир-бирига қарши томон йўналган бўлсалар (айириладилар), у ҳолда ўзаро индукция оқимларининг ўзгаришини ҳисобга олувчи қушилувчилар манфий.*

Индуктив боғланган контурларнинг, математик ифодаси қуйидаги кўринишга эга бўлган ўзаро боғлиқлик тамоиллини кониқтиради

$$M_{12} = M_{21} = M. \quad (8.56)$$

Индуктив боғланган контурларнинг боғланиш коэффициентини тушунчасини киритамиз. Қуйида келтирилган ифодаларни солиштирамиз:

$$L_{11} \cdot I_{22} = \frac{\Phi_{11}}{I_1} \cdot \frac{\Phi_{22}}{I_2},$$

$$M^2 = M_{12} \cdot M_{21} = \frac{\Phi_{12}}{i_2} \cdot \frac{\Phi_{21}}{i_1}$$

$\Phi_{12}$  ва  $\Phi_{21}$  ўзаро индукция оқимлари мос равишда  $\Phi_{11}$  ва  $\Phi_{22}$  оқимларнинг бир қисми бўлгани сабабли

$$M^2 < L_{11} \cdot L_{22}$$

Икки контурнинг боғланиш коэффициенти  $K$

$$K = \frac{M}{L_{11} \cdot L_{22}} < 1,$$

яъни  $K$  бирдан катта бўлиши мумкин эмас.

Илгари қаралган контурлардан ҳар бири бир эмас, балки бир неча ўтказгич ўрамага эга бўлсин: биринчи контур  $W_1$  ўрамага эга, иккинчи контур  $W_2$  ўрамага эга. Бу ҳолда мос келувчи боғланиш оқимларини киритиш зарур.

Биринчи ва иккинчи контурларнинг ўзиндукция боғланиш оқимлари

$$\Psi_{11} = w_1 \cdot \Phi_{11} = L_{11} \cdot i_1, \quad (8.57)$$

$$\Psi_{22} = w_2 \cdot \Phi_{22} = L_{22} \cdot i_2. \quad (8.58)$$

Контурларнинг хусусий индуктивликлари

$$L_{11} = \frac{\Psi_{11}}{i_1}, \quad L_{22} = \frac{\Psi_{22}}{i_2}.$$

Контурларнинг ўзаро индукция оқимларининг боғланиши

$$\Psi_{12} = w_1 \cdot \Phi_{12} = M_{12} \cdot i_2, \quad (8.59)$$

$$\Psi_{21} = w_2 \cdot \Phi_{21} = M_{21} \cdot i_1. \quad (8.60)$$

Контурларнинг ўзаро индуктилиги

$$M_{12} = \frac{\Psi_{12}}{i_2}, \quad (8.61)$$

$$M_{21} = \frac{\Psi_{21}}{i_1}. \quad (8.62)$$

Контурларни ўраб турувчи оқимлар учун (8.54) ва (8.55)-ифодаларнинг мос келувчи боғланиш оқимлари учун шунга ўхшаш ифодалар билан алмаштириш зарур:

$$\left. \begin{aligned} \Psi_1 &= \Psi_{11} + \Psi_{12} \\ \Psi_2 &= \Psi_{22} + \Psi_{21} \end{aligned} \right\} \quad (8.63)$$

бунда ўзиндукция оқимлар боғланиши олдидаги ишоралар доимо мусбат. ў.аро индукция оқимлар боғланиши олдидаги ишоралар қуйидаги формал ҳолда бўйича аниқланиши мумкин: агар контурлар билан чегараланган сиртлар орқали ўзиндукция ва ўзароиндукция боғланиш оқимлари бир хил йўналган бўлсалар (қўшиладилар), у ҳолда "плюс" ишора, агар ўзиндукция ва ўзаро индукция боғланиш оқимлари бир-бирига томон йўналган бўлса (айириладилар), у ҳолда ишора "минус".

(8.57) ва (8.59), шунингдек (8.58) ва (8.60) ифодаларни ҳисобга олган ҳолда (8.63) қуйидаги кўринишга келади

$$\Psi_1 = L_{11} \cdot i_1 + M_{12} \cdot i_2,$$

$$\Psi_2 = L_{22} \cdot i_2 + M_{21} \cdot i_1.$$

Контурларда индукцияланган ЭЮК лар қуйидаги ифодалар билан аниқланадилар:

$$e_{1\text{инд}} = -\frac{d\Psi_1}{dt} = -\frac{d\Psi_{11}}{dt} - \frac{d\Psi_{12}}{dt} = -L_{11} \cdot \frac{di_1}{dt} - M_{12} \cdot \frac{di_2}{dt},$$

$$e_{2\text{инд}} = -\frac{d\Psi_2}{dt} = -\frac{d\Psi_{22}}{dt} - \frac{d\Psi_{21}}{dt} = -L_{22} \cdot \frac{di_2}{dt} - M_{21} \cdot \frac{di_1}{dt}.$$

Контурларда ЭЮК ларнинг мувозанат тенгламалари қуйидаги кўринишга эга бўларилар:

$$e_1 = -e_{1\text{инд}} = L_{11} \cdot \frac{di_1}{dt} + M_{12} \cdot \frac{di_2}{dt}, \quad (8.64)$$

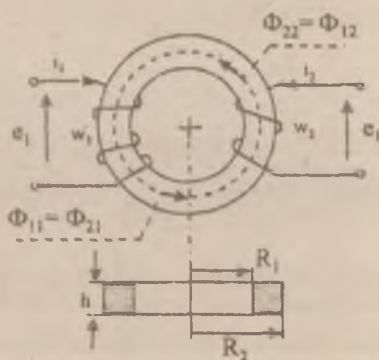
$$e_2 = -e_{2\text{инд}} = L_{22} \cdot \frac{di_2}{dt} + M_{21} \cdot \frac{di_1}{dt}. \quad (8.65)$$

8-мисол. Икки ўрамнинг ўзаро индуктивликларининг ҳисоби.



Берилган:  $\mu_r = \text{const}$  ферромагнит бўлмаган материалли тороидал узакка  $i_1$  ва  $i_2$  токли  $w_1$  ва  $w_2$  сонли ўрамли икки чулғам ўралган; тороиднинг геометрик ўлчамлари берилган (8.5-расм).

Аниқланг: ўрамларнинг  $M_{12}$  ва  $M_{21}$  ўзаро индуктивликларини; ўзаро боғлиқлик таъминининг ўринли эканлигига ишонч ҳосил қилиш керак (178).



8.5-расм. Тороидал узакли икки ғалтакнинг ўзаро индуктивлигини ҳисоблаш.

Магнит оқимини фақат тороид ўзагида мавжуд деб ҳисоблаб, сочилиш оқимларини ҳисобга олмаймиз.

Кидирилатган ўрамларнинг ўзаро индуктивликлари (8.61) ва (8.62) муносабатлар билан аниқланадилар:

$$M_{12} = \frac{\Psi_{12}}{i_2}, \quad M_{21} = \frac{\Psi_{21}}{i_1}.$$

Зарур бўлган боғланиш оқимлари (8.59) ва (8.60) ифодалар билан аниқланадилар:

$$\Psi_{12} = w_1 \cdot \Phi_{12}, \quad \Psi_{21} = w_2 \cdot \Phi_{21}.$$

$\Phi_{12}$  ва  $\Phi_{21}$  оқимларни қуйидагича аниқлаймиз.

Фараз қилайлик ток  $i_2 = 0$ . Бунда биринчи чўлғам токи вужудга келтирган ўзаро индукция оқими  $\Phi_{21}$  иккинчи чўлғам ўрамларини кесиб ўтади. Сочилиш оқими бўлмаганда ўзаро индукция оқими ўзиндукция оқимига тенг бўлади, яъни  $\Phi_{11} = \Phi_{21}$ .

(7.26) дан келиб чиқадики, торонд ўзагидаги  $\Phi_{11}$  оқим

$$\Phi_{11} \Big|_{i_2=0} = \Phi_{21} \Big|_{i_2=0} = \mu_0 \cdot \frac{w_1 \cdot i_1 \cdot h}{2\pi} \cdot \ln \frac{R_2}{R_1}.$$

Худди шундек,  $i_1 = 0$  бўлганда иккинчи чўлғам токи вужудга келтирган ўзаро индукция  $\Phi_{12}$  оқими биринчи чўлғам ўрамларини кесиб ўтади ва сочилиш оқими бўлмаганда ўзиндукция оқими  $\Phi_{22}$  га тенг:

$$\Phi_{22} \Big|_{i_1=0} = \Phi_{12} \Big|_{i_1=0} = \mu_0 \cdot \frac{w_2 \cdot i_2 \cdot h}{2\pi} \cdot \ln \frac{R_2}{R_1}.$$

Чўлғамларнинг кидирилаётган ўзаро индуктивликлари:

$$M_{12} = \frac{\Psi_{12}}{i_2} = \frac{w_1 \cdot \Phi_{12}}{i_2} = \mu_0 \cdot \frac{w_1 \cdot w_2 \cdot h}{2\pi} \cdot \ln \frac{R_2}{R_1}, \quad (8.66)$$

$$M_{21} = \frac{\Psi_{21}}{i_1} = \frac{w_2 \cdot \Phi_{21}}{i_1} = \mu_0 \cdot \frac{w_2 \cdot w_1 \cdot h}{2\pi} \cdot \ln \frac{R_2}{R_1}. \quad (8.67)$$

(8.66) ва (8.67) лардан  $M_{12} = M_{21} = M$  келиб чиқади, яъни ифодалар ўзаро боғлиқлик тамоили (8.56) ни қониқтирадилар.

Агар (8.9) дан фойдаланиб, биринчи ва иккинчи чўлғамларнинг индуктивликларини аниқлаб, онсонгина ишонч ҳосил қилинадики

$$L_{11} \cdot L_{22} = \left( \mu_0 \cdot \frac{w_1 \cdot w_2 \cdot h}{2\pi} \cdot \ln \frac{R_2}{R_1} \right)^2 = M^2,$$

яъни сочилиш оқимлари тўлиқ йўқ бўлганларида чўлғамлар орасида идеал магнит боғланишига эга бўламыз, қачонки боғланиш коэффициентини 1 га тенг бўлса:

$$K = \frac{M}{\sqrt{L_{11} \cdot L_{22}}} = 1.$$

## 8.6. Электр токли контурлар тизими магнит майдон энергияси

Токли икки қўзғалмас контурлар тизими  $\mu_r = const$  муҳитда жойлашган бўлсин. Ҳар бир контур умумий ҳолда маълум бир соңли ўрамлир ( $w_1$  ва  $w_2$ ) дан иборат ва мос равишда ЭЮК лари  $e_1$  и  $e_2$  бўлган узининг ташки энергия манбасидан озикланади. Контурларнинг қаршилиқлари нолга тенг бўлсин ва уларда иссиқлик йўқотиш бўлмасин. Контурлар тизимининг квазистационар магнит майдони энергиясини аниқлаймиз.

(8.52) ни ҳисобга олган ҳолда (8.24) ифодадан токли контурнинг магнит майдонини вужудга келтиришда манбанинг бажарётган элементар ишини қуйидаги кўринишда келтириш мумкин

$$\left. \begin{aligned} dA_1 &= e_1 \cdot dq_1 = e_1 \cdot i_1 \cdot dt \\ dA_2 &= e_2 \cdot dq_2 = e_2 \cdot i_2 \cdot dt \end{aligned} \right\} \quad (8.68)$$

(8.68) га (8.64) ва (8.65) лардан мос равишда аниқланган  $e_1$  ва  $e_2$  ифодаларни қўямиз:

$$\left. \begin{aligned} dA_1 &= L_{11} \cdot i_1 \cdot di_1 + M_{12} \cdot i_1 \cdot di_2 \\ dA_2 &= L_{22} \cdot i_2 \cdot di_2 + M_{21} \cdot i_2 \cdot di_1 \end{aligned} \right\} \quad (8.69)$$

Манбалар томонидан бажарилган иш контурларнинг магнит майдон энергиясига айланади.

Контурларда тоқлар қиймагини мос равишда 0 дан  $i_1$  ва  $i_2$  гача ошира бериб, (8.69) ни ҳисобга олган ҳолда, контурларнинг магнит майдонида жамғарилган энергияни аниқлаймиз:

$$W_{1,m} = L_{11} \int_0^{i_1} i_1 \cdot di_1 + M_{12} \cdot i_1 \int_0^{i_2} di_2 = \frac{L_{11} \cdot i_1^2}{2} + M_{12} \cdot i_1 \cdot i_2 \quad (8.70)$$

$$W_{2,m} = L_{22} \int_0^{i_2} i_2 \cdot di_2 + M_{21} \cdot i_2 \int_0^{i_1} di_1 = \frac{L_{22} \cdot i_2^2}{2} + M_{21} \cdot i_1 \cdot i_2 \quad (8.71)$$

Ҳосил қилинган ифодаларда биринчи қўшилувчилар контурдан маълум бир ток ўтганда, унинг магнит майдонида жамғарилган энергияни аниқлайдилар. Иккинчи қўшилувчилар тоқларнинг ўзаро магнит таъсири индуктив боғланиш ҳисобига контурларнинг магнит майдонида жамғарилган энергияни аниқлайдилар. Бу энергия (8.70) ва (8.71) ифодаларда бир хил бўлиши керак, бу эса  $M_{12} = M_{21} = M$  тенглик бўлгандагина бажарилади. Охириги ифода индуктив боғланган элементлар

учун боғлиқлик тамоилининг ўринли эканлигини тасдиқлайди.

Контурларнинг токи камайтирилганда, магнит майдонида жамғарилган энергия манбага қайтариллади. Агар контурларнинг қаршиликлари тенг бўлмаса, у ҳолда энергия қисман иссиқликка сарфланади.

8.3-расмда келтирилган иккита индуктив боғланган контурлар тизимининг энергияси

$$W_m = \frac{L_{11} \cdot i_1^2}{2} + \frac{L_{22} \cdot i_2^2}{2} - M_{12} \cdot i_1 \cdot i_2. \quad (8.72)$$

Худди шунингдек, 8.4-расмда келтирилган иккита индуктив боғланган контурлар тизимининг энергияси,

$$W_m = \frac{L_{11} \cdot i_1^2}{2} + \frac{L_{22} \cdot i_2^2}{2} + M_{12} \cdot i_1 \cdot i_2. \quad (8.73)$$

(8.72) ва (8.73) ифодалар бир контурнинг магнит майдонида жамғарилган энергияни аниқловчи 8.63-ифода билан тўлиқ мос тушади.

(8.70) ва (8.71) ифодаларни токни  $n$  қўзғалмас контурлардан иборат тизим учун умумлаштириш мумкин. Токни  $n$  контурли тизимнинг магнит майдонида жамғарилган энергияси,

$$W_m = \sum_{k=1}^n \left( \frac{L_k \cdot i_k^2}{2} \right) + \sum_{\substack{m=k \\ m \neq k}}^n M_{km} \cdot i_k \cdot i_m. \quad (8.74)$$

Умумий ҳолда магнит майдон энергияси (8.31) ифода орқали берилиши мумкин, бунда интеграллаш магнит майдони мавжуд бўлган фаза буйича олиб олинади борилади.

## 8.7. Квазистационар электромагнит майдонининг энергияси

(6.22) ва (6.23) ларни эътиборга олган ҳолда квазистационар электромагнит майдонида ташқи манбалар бажараётган ишнинг оний қиймати

$$A(t) = q(t) \cdot e(t) = \int_{-\infty}^t i(t') \cdot e(t') \cdot dt',$$

бу ерда  $e(t)$  – энергия манбаи ЭЮК нинг оний қиймати;  
 $i(t)$  – манба орқали ўтувчи токнинг оний қиймати.

Манбалар бажараётган иш энергияга айланади

$$W(t) = \int_{-\infty}^t i(t) \cdot u(t) \cdot dt,$$

бу ерда  $u(t)$  – ташки манбанинг чиқиш клеммаларидаги кучланишнинг оний қиймати.

Энергия қисман конденсаторларнинг электр майдонида, қисман индуктив ғалтағларнинг магнит майдонида тўпланади, қисман эса ўтказгичлардаги иссиқлик йўқотишларига сарфланади.

Энергиянинг ўзгариш тезлиги сифатига мос келувчи қувват

$$P(t) = \frac{dW(t)}{dt} = \frac{dA(i)}{dt} = i(t) \cdot e(t) = i(t) \cdot u(t).$$

$n$  та конденсаторлар,  $m$  та индуктив ғалтаклар ва  $l$  та индуктив боғланган контурлар (трансформаторлар ёки бошқа қурилмалар) дан ташкил топган тизим учун (5.34) ва (8.74) ни ҳисобга олган ҳолда электромагнит майдоннинг тўлиқ энергияси қуйидагига тенг бўлади:

$$W = W_{\gamma} + W_M = \sum_{k=1}^n \left( \frac{C_k \cdot u_k^2}{2} \right) + \sum_{k=1}^m \left( \frac{L_k \cdot i_k^2}{2} \right) + \sum_{\substack{k,l=1 \\ (l \neq k)}}^l M_{kl} \cdot i_k \cdot i_l.$$

Умумий ҳолда (5.42) ва (8.31) ни ҳисобга олган ҳолда электромагнит майдоннинг натижавий энергияси қуйидаги ифода билан аниқланади.

$$W = W_{\Sigma} + W_M = \int_V \frac{\vec{E} \cdot \vec{D}}{2} dv + \int_V \frac{\vec{B} \cdot \vec{H}}{2} dv.$$

## 9. ЎЗГАРУВЧАН ЭЛЕКТРОМАГНИТ МАЙДОН

Ўзгарувчан электромагнит майдони деб вақт бўйича ўзгарувчи ва ўзаро боғланган электр ва магнит майдонлари тушунилади.

Ўзгарувчан электромагнит майдон материянинг бир кўринишидир. У энергияга, массага ва ҳарajat миқдорига эга бўлиб, материянинг бошқа кўринишига айланиши мумкин. Майдоннинг ихтиёрий ўзгаришлари диэлектрикда ёрулик тезлигига яқин тезликда катта масофаларга узатилади.

### 9.1. Дифференциал кўринишдаги Максвелл тенгламалари

1873 йили К. Максвелл биринчи бўлиб математик йўл билан ҳамма электромагнит жараёнлар дифференциал тенгламалар кўринишида ифодаланган маълум бир қонуларга бўйсунганини кўрсатиб берди. Бу тенгламалар, ўша вақтга қадар, турли муҳитларда электр ва магнит майдонларни тадқиқ этиш тажрибаларида йиғилган натижаларни умумлаштириш асосида ҳосил қилинган. Интеграл кўринишдаги Максвелл тенгламалари 4.1 жадвалда келтирилган. Кўп амалий масаларни ечишда дифференциал кўринишдаги Максвелл тенгламалари катта аҳамиятга эгадирлар.

Максвеллнинг биринчи тенгласи электр зарядларнинг ҳаракатланишида ва электр токининг ўзгаришида вужудга келадиган магнит майдонини миқдор жиҳатдан ҳарактерлайди.

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j}_{\text{см}} + \vec{j}_{\text{см}} = \vec{j}_{\text{см}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{j}_{\text{см}} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (9.1)$$

бу ерда  $\vec{j}_{\text{см}}$  - ўтказувчанлик токининг ҳажмий зичлиги ( $\vec{j}_{\text{см}} = \sigma \cdot \vec{E}$ );  $\vec{j}_{\text{см}}$  - электр силжиш токининг зичлиги.

Электр майдоннинг қучланганлиги вақт бўйича ўзгартирилганда электр силжиш токи исёлган диэлектрикда вужудга келади, шу жумладан вакуумда ҳам. Силжиш токи, ўтказувчанлик токи каби, магнит майдонни вужудга келтиради. Ўтказувчанлик токи ва силжиш тоқларининг физикавий табиатлари бирдай бўлмасада, уларнинг иккиси ҳам бир ҳил хусусиятга эгадир яъни магнит майдонини келтириб чиқарадилар.

Шундай қилиб, Максвеллнинг биринчи тенгласининг маъноси шундан иборатки, майдоннинг бирор бир нуқтасидаги электр майдонининг вақт бўйича ҳар қандай ўзгариши  $(\partial \vec{E} / \partial t)$ , (яъни унча силжиш тоқнинг вужудга келиши) худди ўтказувчанлик токи каби бу

нуктада магнит майдонининг уормаси ( $\text{rot } \vec{H}$ ) ни ҳосил қилади, яъни уормавий магнит майдонини вужудга келтиради.

Максвеллнинг биринчи тенгламаси дифференциал кўринишидаги тулиқ ток қонунидир.

Тулиқ ток чизиқлари ( $\vec{j}_m + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ ) ўзлуқсиздирлар. Физикавий нуқтаи назардан бу ўтказувчан муҳит билан диэлектрик чегарасида ўтказувчанлик тоқи солиштириш тоқига ўтишини аниқлатади.

Максвеллнинг иккинчи тенгламаси контур билан чегараланган сирт орқали ўтувчи магнит оқимининг ўзгаришида контурда вужудга келадиган электр юритувчи кучни характерлайди.

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (9.2)$$

Бу тенгламанинг физикавий маъноси шундан иборатки, майдоннинг бирор бир нуқтасида магнит майдонининг вақт бўйича ҳар қандай ўзгариши майдоннинг шу нуқтасида уормани ёки электр майдон роторини уйғотади, яъни уормавий электр майдонини келтириб чиқаради.

Максвеллнинг иккинчи тенгламаси электромагнит индукция қонунинг дифференциал кўринишидир.

Максвеллнинг учинчи тенгламаси Гаусс теоремасининг дифференциал кўриниши бўлиб, у агар бирор бир ҳажмда электрнинг ҳажмий зичлиги нолга тенг бўлмаса, у ҳолда шу ҳажмни ажратувчи сирт орқали строфдаги фазога электр майдон чизиқлари тарқаладилар дег ҳақиқатда ишқилилади.

$$\text{div } \vec{D} = \epsilon_0 \text{div } \vec{E} = \rho \quad (9.3)$$

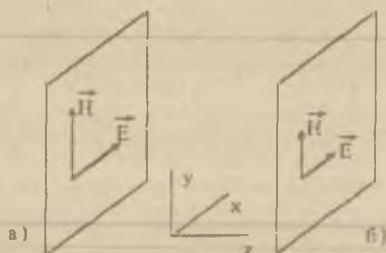
бу ерда  $\rho$  - зарядларнинг ҳажмий зичлиги;

Максвеллнинг тўртинчи тенгламаси магнит чизиқларининг доимо ўзлуқсизлигини ва ёпиқ сиртмоқларни ҳосил қилишларини, уларнинг ҳеч ерда бошланмаслигини ва тугамаслигини кўрсатади.

$$\text{div } \vec{B} = 0, \quad \text{div } \vec{H} = 0 \quad (9.4)$$

## 9.2. Ясси электромагнит тўлқинлар

Электромагнит жараёнининг интенсивлигини курсатувчи барча катталиклар фақат битта декарт координатасига боғлиқ бўлган электромагнит тўлқинга ясси тўлқин деб аталади.



9.1-расм. Ясси электромагнит тўлқин таърифига оид

Ясси тўлқинга шу характерлики, тўлқин тарқалиш йўналишига ( $z$ -ўқи) тик текисликнинг ҳамма нуқталарида (масалан,  $xy$  текислик) вақтнинг берилган дақиқасида электр майдон кучланганлиги  $\vec{E}$  бир хил (катталик ва йўналиш жиҳатдан) ва  $xy$  текислигида ётади, худди шунингдек, магнит майдони кучланганлиги  $\vec{H}$  ҳам  $xy$  текислигининг барча нуқталарида бир хил ва  $xy$  текислигида ётади 9.1-расмда вақтнинг бир дақиқаси учун декарт координата тизимини.  $z$  ўқиға тик иккига параллел текисликларда  $\vec{E}$  ва  $\vec{H}$  векторлари тасвирланган. Биринчи текисликнинг ҳамма нуқталарида (9.1,а-расм) электр (магнит) майдонининг кучланганлиги катталик ва йўналиш жиҳатидан бир хил. Иккинчи текисликнинг ҳамма нуқталарида (9.1,б-расм) электр (магнит) майдонининг кучланганлиги ҳам катталик ва ҳам йўналиш жиҳатдан бир хил, лекин  $y$  катталикбиринчи текисликдаги майдон кучланганлигига тенг эмас.

Ясси тўлқиннинг таърифига кўра

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \vec{H}}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \vec{E}}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \vec{E}}{\partial y} = 0. \quad (9.6)$$

Ясси тўлқинда  $\vec{E}$  ва  $\vec{H}$  лар фақат битта координатанинг функциясиدير, бизнинг ҳолда фақат  $z$  нинг функциясиدير.

(9.1) ва (9.2) тенгламалар оний қийматлар учун ёзилган. Агар  $H$  ва  $E$  вақт бўйича синусоидал равишда ўзгарсалар,  $y$  ҳолда белгилли усулдан фойдаланса бўлади ва бу тенгламаларни бошқа кўринишда ёзиш мумкин.



Фараз килайлик  $H = H_m \sin(\omega t + \psi_H)$  ва  $E = E_m \sin(\omega t + \psi_E)$ .

$H = \text{Im } \dot{H}_m e^{j\omega t}$  деб ёзиш мумкин ( $\text{Im}$  - мавхум қисми). Шартли равишда  $H \rightarrow \dot{H}_m e^{j\omega t}$ , бунда  $\dot{H}_m = H_m e^{j\psi_H}$  комплекс амплитуда. Ўз навбатида  $\dot{E}_m \rightarrow E_m e^{j\omega t}$  ( $\rightarrow$  мослик белгиси).

$E_m = E \cdot \sqrt{2}$  и  $H_m = H \cdot \sqrt{2}$  эканлигини эътиборга олиб, кейинчалик соддалаштириш мақсадида электр ва магнит майдонларининг таъсир этувчи қийматларига ўтишимиз мумкин.

Шундай қилиб, гармоник тебранишлар учун  $\vec{H} \rightarrow \dot{H} e^{j\omega t}$ ,  $\vec{E} \rightarrow \dot{E} e^{j\omega t}$ ,  $\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \rightarrow j\omega \dot{H} e^{j\omega t}$ ,  $\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \rightarrow j\omega \dot{E} e^{j\omega t}$ , эканлигини эътиборга олиб, ясси тўлқинлар учун магнит ва электр майдонлар кучланганликларининг комплекс таъсир қийматлари учун Максвелл тенгламалари қуйилади кўринишга эга бўлади:

$$\frac{d\dot{H}}{dz} = \epsilon \dot{E}, \quad \frac{d\dot{E}}{dz} = -j\omega\mu_0 \dot{H}, \quad (9.7)$$

бу ерда  $\epsilon = \epsilon_0 - j\epsilon'$  - комплекс диэлектрик киритувчанлик:

$$\epsilon = \epsilon_0 - j\epsilon' = \epsilon_0 \left( 1 + \frac{\sigma}{j\omega\epsilon_0} \right) = \epsilon_0 (1 - jtg\delta), \quad (9.8)$$

$\epsilon' = \sigma/\omega$  - комплекс диэлектрик киритувчанликнинг мавхум ташкил этувчиси,  $\delta$  - диэлектрик йукотишлар бурчаги.

Максвелл тенгламалари (9.7) ни биргаликда ечиб, *тўлқин тенгламаларини* ҳосил қилиш мумкин:

$$\frac{d^2 \dot{H}}{dz^2} - p^2 \dot{H} = 0, \quad \frac{d^2 \dot{E}}{dz^2} - p^2 \dot{E} = 0. \quad (9.9)$$

Электромагнит майдоннинг магнит ва электр ташкил этувчилари учун тўлқин тенгламалари (9.9) нинг ечими қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$\dot{H} = M_1 e^{-pz} + M_2 e^{pz}, \quad \dot{E} = C_1 e^{-pz} + C_2 e^{pz}, \quad (9.10)$$

бу ерда  $M_1$  и  $C_1$  - чегара шартларига боғлиқ бўлган, интеграллаш доимийликлари,  $p$  - югурувчи тўлқин комплекс амплитудасининг модули

ва амплитудасининг ўзгаришнинг кўрсатувчи тарқалиш коэффициентини:

$$p = \sqrt{p^2} = \sqrt{(\sigma + j\omega\epsilon_0) \cdot j\omega\mu_0} = \alpha + j\beta. \quad (9.11)$$

Магнит ва электр майдонлари кучланганлигининг оний қийматлари учун ечимни қуйидагича ёзиш мумкин:

$$H(t) = M_{1m} \cdot e^{-\alpha z} \sin(\omega t - \beta z + \varphi_1) + M_{2m} \cdot e^{\alpha z} \sin(\omega t + \beta z + \varphi_2); \quad (9.12)$$

$$E(t) = C_{1m} \cdot e^{-\alpha z} \sin(\omega t - \beta z + \psi_1) + C_{2m} \cdot e^{\alpha z} \sin(\omega t + \beta z + \psi_2). \quad (9.13)$$

Сусайиш (сўниш) коэффициенти  $\alpha$  тўлқин амплитудасининг камайишини кўрсатганлигидан:

$$\alpha = \frac{\omega}{c} \cdot \sqrt{\frac{1}{2} \left( \sqrt{\frac{\sigma^2}{(\omega\epsilon_0)^2} + 1} - 1 \right)} = \frac{\omega \cdot \epsilon_0 \mu_0}{\sqrt{2}} \sqrt{-1 + \sqrt{1 + \left( \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right)^2}}, \quad (9.14)$$

бу ерда  $c = \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ .

Фаза коэффициенти (тўлқини сони)  $\beta$  югурувчи тўлқинининг фазасини ўзгаришини кўрсатганидан:

$$\beta = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{1}{2} \frac{\sigma}{\omega\epsilon_0}}. \quad (9.15)$$

(9.12, 9.13) тенгламалардаги қўшилувчилар тушувчи ва қайтувчи тўлқинлар сифатида қараладилар. Кучланганлик  $E(H)$  нинг оний қиймати тушувчи  $E_{туш}(H_{туш})$  ва қайтувчи  $E_{кайт}(H_{кайт})$  тўлқинлар кучланганликларининг йиғиндиси (айирмаси) га тенгитидан:

$$E(t) = E_{туш}(t) + E_{кайт}(t), \quad H(t) = H_{туш}(t) - H_{кайт}(t). \quad (9.16)$$

(9.16) комплекс шаклда қуйидаги кўринишга эга:

$$\dot{H} = \dot{H}_{туш} - \dot{H}_{кайт}, \quad \dot{E} = \dot{E}_{туш} + \dot{E}_{кайт}. \quad (9.17)$$

Тушувчи ва қайтувчи тўлқинлар ўзаро қуйидагича боғланган:

$$\dot{H}_{туш} = \frac{\dot{E}_{туш}}{Z_{-B}}, \quad \dot{H}_{кайт} = \frac{\dot{E}_{кайт}}{Z_{-B}}, \quad (9.18)$$

бу ерда  $Z = \frac{E_{\text{тўлиқ}}}{H_{\text{тўлиқ}}} = \frac{E_{\text{капит}}}{H_{\text{капит}}} -$  тушувчи (қайтувчи) тўлқиннинг электр майдон кучланганлиги комплекс амплитудасининг тушувчи (қайтувчи) тўлқиннинг магнит майдон кучланганлиги комплекс амплитудасига нисбатини ифодаловчи тўлқин қаршилиги:

$$Z = \frac{P}{I} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - j\left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0}\right)}} = \sqrt{\frac{(\mu\omega)^2}{\sigma^2 + (\epsilon_0\omega)^2}} \cdot e^{j\varphi_2}, \varphi_2 = \begin{cases} 0 < \arctg \frac{\sigma}{\beta} < \frac{\pi}{4}, \end{cases} \quad (9.19)$$

яъни мухитнинг йўқотишлар билан тўлқин қаршилиги индуктив характерга эга.

Тўлқин фазаси  $2\pi$  бурчакка ўзгаришини қўрсатувчи масофага мухитдаги тўлқин узунлиги деб аталади

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\sqrt{\pi}}{\sqrt{f\sigma\mu_0}}. \quad (9.20)$$

Мухитда тарқалаётган ясси тўлқин амплитудасининг (9.17)  $e = 2,71$  марта сўниш масофаси:

$$z_0 = 1\alpha. \quad (9.21)$$

Мухитта тушган ёки қайтган тўлқиннинг тарқалиш тезлиги фаза тезлиги деб аталади

$$v_0 = \frac{\omega}{\beta} = \frac{\lambda}{T} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\epsilon\mu_0} \sqrt{1 + \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0}\right)^2}}, \quad (9.22)$$

бу ерда  $T$  - тўлқин даври.

Электромагнит тўлқинларнинг йўқотишлар билан мухитда тарқалишини ҳисобланаётганда шунинг эътиборда тутиш керакки, умумий ҳолда мухит параметрлари комплекс сонлардир ва улар частотага боғлиқдирлар. Бу боғланишлар ҳисоблар боғланишидан олдин маълум бўлишлари лозим.

Фаза тезлиги ва сўниш коэффициенти частотага боғлиқ булган йўқотишли мухитларни *дисперсияланувчи* деб аташади.

## 10. ДИЭЛЕКТРИКЛАРДАГИ ЭЛЕКТРОМАГНИТ МАЙДОН

Электр токини ёмон ўтказувчи моддаларга диэлектриклар деб аталади. "Диэлектрик" сўзи Фарадей томонидан, моддаларга электр майдонининг кировчанлигини белгилаш мақсадида киритилган. Ҳамма газлар (кислород, водород, неон, ва б.), баъзи бир суюқликлар (сой, сув, спирт ва б.) ва қатик жисмлар (шиша, полиэтилен, фарфор ва б.) диэлектриклардир. Кўпгина диэлектриклар турли электротехник ва радиотехник қурилмалар (масалан, конденсаторлар, кабел ва информация узатувчи линиялар ва б.) да асосан электр изоляцияловчи материал сифатида ишлайтилади.

### 10.1. Диэлектрикларнинг физикавий хусусиятлари

Диэлектрикларнинг электр ўтказувчанлиги металлларга нисбатан жула кичик ва  $\sigma \sim 10^{-17} - 10^{-8} \text{ Ом}^{-1}\text{см}$  ни ташкил этади. Диэлектриклар ва металлларда электр ўтказувчанликнинг миқдор жиҳатдан фарқ қилиши металлларда эркин электронларнинг мавжуд бўлиши билан, диэлектрикларда эса ҳамма электронларнинг атомлар билан боғланган бўлиши билан тушунирилади. Электр майдони уларни атомлардан қилиб олмайди, фақат бироз силжитади холос. Диэлектрикда электр майдон таъсирида электронларнинг бундай силжиши қутбланиш деб аталади.

Диэлектрикнинг қутбланишини электр дипол моменти  $\vec{P} = \chi_e \vec{E}$  билан характерлайдилар, бу ерда  $\chi_e$  - диэлектрик қабул қилувчанлик деб аталади. Қутбланиш вектори  $\vec{P}$ , вакуумдаги электр майдон кучланганлиги вектори  $\vec{E}$  ва диэлектрикдаги электр индукция вектори  $\vec{D}$  лар орасидаги боғланиш қуйидаги тенглик орқали белгиланади:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon_r \vec{E}. \quad (10.1)$$

Диэлектрик қабул қилувчанлик  $\chi_e$  ва киритувчанлик  $\epsilon_r$  ўзаро  $\epsilon_r = 1 + \chi_e$  муносабат орқали боғланган.  $\chi_e$  ва  $\epsilon_r$  катталиклар диэлектрикнинг асосий характеристикаларидир (масалан, вакуум учун  $\chi_e = 0$  ва  $\epsilon_r = 1$ ).

Физикавий нуқтаи назардан диэлектрик киритувчанлик электр майдони таъсирида диэлектрикнинг қутбланиш қобилиятини характерлайди. Диэлектрик киритувчанлик Кулон қонуни тенгламаси (5.1) га диэлектрикда эркин зарядларнинг ўзаро таъсир қучи вакуумдагига нисбаган неча марта кичиклигини кўрсатувчи катталик сифатида қиради. Зарядларнинг ўзаро таъсирини сусайиши муҳитнинг қутбланиши натижасида ҳосил бўладиган боғланган зарядлар эркин зарядларни

экранлаши туфайли юз беради. Богланган зарядлар электр нейтрал мухитда заряднинг микроскопик кайтатақсимланиши натижасида вужудга келадилар ва эркин зарядлардан фарқли равишда, майдон таъсирида, макроскопик масофага силжиш қобилиятига эга эмаслар, яъни моддаларнинг электр ўтказувчанлигида қатнашмайдилар.

Диэлектрик киритувчанликнинг катталиги диэлектрикнинг қутбланиш жараёни билан аниқланади ва диэлектрик таркибига кирувчи заррачалар (атомлар, молекулар, ионлар) нинг қутбланувчанлигига боғлиқ. Қутбланишида фақат электронли жараён бўлган диэлектриклар (водород, гелий, трансформатор мойи, полиэтилен ва б.) да нисбий диэлектрик киритувчанлиги 1,0002-2,3 ораликда ётади; қутбланишида ионли ёки ориентацияланувчи жараён устун бўлган диэлектриклар (сув, шиша, кварц, слюда ва б.) да, диэлектрик киритувчанлик 3-300 ни ташкил этади. Сегнетоэлектриклар аномал юқори қийматли диэлектрик киритувчанликка ( $5 \cdot 10^4$  гача) эгадирлар. Кўпгина  $\epsilon_r = 2 - 8$  бўлган диэлектриклар учун диэлектрик киритувчанлик амалда температурага, босимга ва электр майдон катталигига (диэлектрик тешишгунга қадар) боғлиқ эмас.

Ўзгарувчан майдон  $\vec{E} = \vec{E}_0 \sin \omega t$  да жойлашган диэлектриклар учун диэлектрикнинг қутбланиши вақтга боғлиқ тез ўзгарувчи равишда электр майдонга етиб улгурмайди  $\vec{P} = P_0 \sin(\omega t - \delta)$ . Бу ҳолда  $\vec{P}$  ва  $\vec{E}$  тебранишлари орасида фазалар фарқи  $\delta$  пайдо бўлади, унга диэлектрик йўқотишлар бурчаги деб аталади.  $\vec{P}$  ва  $\vec{E}$  тебранишларини комплекс амплитудалар усулида ифодалашда, диэлектрик киритувчанликни комплекс катталиқ сифатида кўрсатадилар:  $\epsilon = \epsilon' - j\epsilon''$ , бироқ ҳақиқий  $\epsilon'$  ва маъхум  $\epsilon''$  ларнинг ташкил этувчилари ўзгарувчан электр майдоннинг частотаси  $\omega$  гаги боғлиқ. Комплекс диэлектрик киритувчаннинг абсолют катталиги  $|\epsilon| = \sqrt{(\epsilon')^2 + (\epsilon'')^2}$  индукция вектори  $\vec{D}$  нинг тебранишлар амплитудасини аниқлайди,  $\epsilon'/\epsilon''$  нисбат эса диэлектрик йўқотишларни аниқлайди. Шуни айтиш керакки ўзгармас электр майдонда  $\epsilon'' = 0$ ,  $\epsilon = \epsilon'$  га тенг.

Диэлектрик йўқотишлар диэлектрик қайта қутбланганда ўзгарувчан электр майдон энергиясининг иссиқликка айланувчи қисмини ташкил этади ва микдор жиҳатидан диэлектрик йўқотишлар тангенс бурчагининг катталиги билан аниқланади.

$$\operatorname{tg} \delta = \epsilon''/\epsilon' \quad (10.2)$$

Турли диэлектриклар учун  $tg\delta$  нинг қиймати  $10^{-3}$  дан 0,3 оралигида ўзгаради.

## 10.2. Ясси тўлқинларнинг диэлектрикда тарқалиши

Энг одий ҳол, ясси электромагнит тўлқинларнинг биржинсли ва изотроп диэлектрикда тарқалишини кўриб чиқайлик. Диэлектрикда электромагнит майдон қаралаётганда, унинг солиштирма ўтказувчанлигини  $\sigma = 0$  деб тахмин қилиш мумкин. Бу ҳолда комплекс диэлектрик киритувчанлик учун (9.8) ифода соддалашади ( $\epsilon = \epsilon_2$ ) ва тарқалиш коэффициентини мавҳум сон кўринишида бўлади

$$p = \sqrt{p^2} = \sqrt{-\omega^2 \epsilon_2 \mu_0} = j\beta. \quad (10.3)$$

Диэлектрикда тўлқинлар сўнмай тарқаладилар ( $\alpha = 0$ ), фаза коэффициентини эса қуйидаги ифода билан аниқланади

$$\beta = \omega \sqrt{\epsilon_2 \mu_0} = \omega'c. \quad (10.4)$$

Диэлектрик муҳитнинг тўлқин қаршилиги актив характерга эга ( $\varphi_0 = 0$ ) ва қуйидаги тенг

$$Z_{-B} = Z_B = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_2}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_1 \epsilon_r}} = \frac{\mu_0}{\epsilon_1} \cdot \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}} = 377 \cdot \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}}. \quad (10.5)$$

Диэлектрикдаги тўлқин узунлиги

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{v_\phi}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{f \cdot \epsilon_r} \quad (10.6)$$

Диэлектрикдаги фаза тезлиги ёруғлик тезлиги билан қуйидагича боғланган

$$v_\phi = \frac{c}{\epsilon_r} = \frac{3 \cdot 10^8}{\epsilon_r} \text{ м/с}. \quad (10.7)$$

## 10.3. Диэлектрик параметларининг частота ва температурага боғлиқлиги

Совутиш жараёни диэлектрикларга таъсир этиб, уларнинг электр ва физика-механик хусусиятларини ўзгартиради. Кенг тарқалган

материаллардан полиэтилен, полистирол ва тетрафторэтиленларнинг диэлектрик йўқотишлари жуда паст температураларда ( $T=4$  К) хона температураси ( $20$  °С) дагига нисбатан тахминан 100 марта кичикдир. Масалан, 10 Гц частотада  $T=4$  К да тетрафторэтилен учун йўқотишлар тангенс бурчагининг қиймати  $3 \cdot 10^{-6}$  га тенг, 293 К ( $20$  °С) да эса  $2 \cdot 10^{-4}$  га тенг, яъни температура қанча паст бўлса,  $tg\delta$  шунча кичик бўлади. Диэлектрик киритувчанлик  $\epsilon$  нинг катталиги полимернинг совутилишига кам боғлиқ ва амалда частотанинг кенг диапазонида  $10^{10}$  Гц гача ўзгармасдир, диэлектрик йўқотишлар тангенс бурчаги  $tg\delta$  эса сезиларли даражада частотага боғлиқ.

300 ва 4.2 К температурада ва 7 Гц частотада баъзи бир диэлектрикларнинг диэлектрик киритувчанлиги ва йўқотишларининг ўлчаш натижалари 10.1-жадвалда келтирилган.

10.1-жадвал. Диэлектрик параметрларининг температурага боғлиқлиги.

| Диэлектрик         | T=300 К      |                          | T=4,2 К      |                          |
|--------------------|--------------|--------------------------|--------------|--------------------------|
|                    | $\epsilon_r$ | $tg\delta \cdot 10^{-4}$ | $\epsilon_r$ | $tg\delta \cdot 10^{-6}$ |
| Полистирол         | 2,5          | 30                       | 2,5          | 34,0                     |
| Полипропилен       | 2,4          | 7                        | 2,3          | 9,4                      |
| Фторэтиленпропилен | 2,2          | 30                       | 2,1          | 4,2                      |
| Тетрафторэтилен    | 2,2          | -                        | 2,1          | 1,7                      |
| Полиэтилен         | 2,45         | 3,1-5,1                  | 2,4          | 1,6-0,66                 |

Жадвалдан кўриниб турибдики, диэлектрик совутилганда диэлектрик киритувчанлик тахминан 5% га камаяди, йўқотишлар эса 100 дан 700 мартагача камаяди.

Умумий ҳолда, диэлектрикдаги йўқотишлар туфайли линияда юз бераётган сусайишларнинг частотага боғлиқлигини даражали функция кўринишида ифодалаш мумкин.

$$\alpha_d = a\omega^n, \quad (10.8)$$

бу ерда  $a$  ва  $n$  - аппроксимация коэффициентлари.

Йўқотишлар тангенс бурчагининг частотага боғлиқлигини ҳисобла олганда характеристик кўрсаткич  $n$  етарли даражада кенг ораликда ( $0,6 < n < 1,8$ ) қийматларни қабул қилиши мумкин, идеал ҳолда эса  $n = 1$ ,

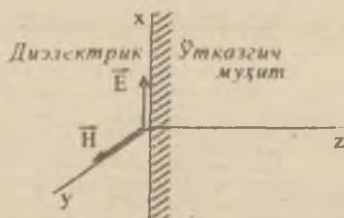
Масалан, диэлектрикларнинг йўқотишлар тангенс бурчагининг частотага боғлиқлигини даражали функция орқали аппроксимация этилганда куйидаги натижалар олинган: Ф-4 МБ диэлектрик учун (1,1-8) Гц частоталар диапазонида  $tg\delta = 2,34 \cdot 10^{-5} f^{0,8}$ , (9-16) Гц частоталар диапазонида эса  $tg\delta = 7 \cdot 10^{-5} f^{0,82}$ .

## 11. ҮТКАЗГИЧЛИ МУҲИТЛАРДАГИ ЭЛЕКТРОМАГНИТ МАЙДОН

### 11.1. Нормал ўтказгичлардаги электромагнит майдон

Электр майдон таъсирда ўтказгичларда эркин электронлар ҳаракатга келишлар, атомлар билан тўкнашиб, уларга ўз энергиясини берадилар. Бунда кристаллик панжара билан вужудга келадиган урилишлар электронларнинг ҳаракатидаги қаршиликни келтириб чиқаради ва нормал шароитда металлларнинг ўтказувчанлигини белгилайди. Температура ортиши билан атомларнинг тартибсиз ҳаракати кучаяди, бу эса электронлар билан тўкнашиш эҳтимоллигини оширади, яъни, температура ўсиши билан қаршилик ортади, температуранинг пасайиши эса қаршиликнинг камайишига олиб келади.

Ясси электромагнит тўлқин диэлектрикда тарқалиб, бир гомони ўтказувчи муҳитни чегаралаб турувчи ясси нормал равнишда яқинлашаётган ҳолни кўриб чиқайлик. Фараз қилайлик. икки муҳит ҳам чегара сиртидан чексизликка қадар мавжуд бўлсин. Тушувчи тўлқин қисман ўтказувчи муҳит сиртидан қайтади, қисман эса бу муҳитга ўтади ва унда ютилади.



11.1-рә м. Ясси тўлқиннинг ўтказгич муҳитида тарқалиши

Ўтказгич муҳитда ўтказувчанлик тоқларига (9.1) нисбатан силжиш тоқларини эътиборга олмаслик ва  $\epsilon_a = 0$  деб ҳисоблаш мумкин. Бу ҳолда тарқалиш коэффициенти қуйидагига тенг

$$p = \sqrt{j\omega\mu_0\sigma}. \quad (11.4)$$

$\sqrt{j} = (1+j)/\sqrt{2}$  эканини эътиборга олиб, (11.4) ифодани қуйидагича ёзиш мумкин:

$$p = \sqrt{j\omega\mu_0\sigma} = (1+j) \sqrt{\omega\mu_0\sigma/2} = (1+j)k = k + jk, \quad (11.5)$$



бу ерда  $k = \sqrt{\frac{\omega \mu_0 \sigma}{2}}$  - тўлқин сони.

Тушаётган тўлқин тўсиқ билан учрашмаганлиги сабабли, қайтган тўлқин бу ҳолда вужудга келмайди. Фақат битта тушаётган тўлқин бўлган ҳолда тўлқин тенгламаси (9.9) нинг ечими қуйидаги кўринишга эга:

$$\dot{H} = \dot{M}_1 e^{-kz} \quad (11.7)$$

Интеграллаш доимийси  $\dot{M}_1$  ни чегаравий шартлардан топамиз. Агар ўтказувчи муҳит сиртидаги магнит майдон кучланганлигини  $H_0 = H_0 e^{j\psi_0}$  деб белгиланса, у ҳолда  $z = 0$  бўлганда  $\dot{M}_1 = \dot{H}_0$  бўлади.

Шундай қилиб, тушувчи тўлқин қуйидаги кўринишга эга:

$$\dot{H} = H_0 \exp(-kz - jkz + j\psi_0) \quad (11.8)$$

Оний қийматлар учун

$$H(t) = H_0 e^{-kz} \sin(\omega t - kz + \psi_0) \quad (11.9)$$

$$E(t) = H_0 \sqrt{\frac{\omega \mu_0}{\sigma}} \cdot e^{-kz} \sin(\omega t - kz + \psi_0 + 45^\circ) \quad (11.10)$$

(11.9 ва 11.10) ифодалардан кўринадики, ўтказувчи муҳитта электромагнит тўлқиннинг кириб бориши сайин  $E$  ва  $H$  экспоненциал конун билан камайиб борадилар. Тебранишларнинг бошланғич фазаси масофага мутаносиб равишда ўзгаради, бунда ўтказувчи муҳитнинг ичига кириб борган сари тебранишлар муҳит сиртидаги тебранишларга нисбатан фаза бўйича кечикиб борадилар. Амплитуданинг камайиш тезлиги сусайиш коэффициентини  $\alpha$  билан аниқланади.

Сусайиш коэффициентини  $\alpha$  ва фаза коэффициентини  $\beta$  бу ҳолда тўлқин сонига тенг бўлганидан:

$$\alpha = \beta = k = \sqrt{\frac{\omega \mu_0 \sigma}{2}} \quad (11.11)$$

Ўтказувчи муҳитнинг тўлқин қаршилигини  $\dot{E}$  нинг ва  $\dot{H}$  га нисбати орқали аниқлаш мумкин. Бу ҳолда тўлқин қаршилиги комплекс (индуктив) хусусиятга эга бўлади ва қуйидаги ифода билан аниқланади:

$$Z_{-B} = \frac{\dot{E}}{\dot{H}} = \frac{(1+j)k}{\sigma} = (1+j) \sqrt{\frac{\omega \mu_0}{2\sigma}} = \sqrt{\frac{\omega \mu_0}{\sigma}} \cdot e^{j\pi/4}, \quad \varphi_B = \frac{\pi}{4}. \quad (11.12)$$

(11.12) ифодадан кўринадикки, магнит майдоннинг кучланганлиги фаза жиҳатдан электр майдони кучланганлигидан  $\pi/4$  бурчакка орқада қолади. Шунинг айтиб ўтиш керакки, диэлектрик учун бу векторлар орасидаги фаза силжиши  $\pi/2$  га тенг.

Тушувчи тўлқин ўтказувчи, муҳитга кириб борган сайин, унинг амплитудаси қанчалик тез камайишини аниқлаш учун кириш чуқурлиги тушунчаси киритилади. Кириш чуқурлиги  $d_0$  деб шундай масофа тушуниладики, тўлқин тарқалиш йўналиши бўйлаб ( $z$  ўқи бўйлаб) бу масофада тушаётган  $E$  (ёки  $H$ ) тўлқиннинг амплитудаси  $e = 2,7183$  марта камаяди. Кириш чуқурлигини  $e^{-\alpha z} = e^{-1}$  ифода орқали аниқлайдилар. Бундан  $kd_0 = 1$  ёки

$$z_0 = d_0 = \frac{1}{k} = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_0 \sigma}} \quad (11.13)$$

келиб чиқади

Кириш чуқурлиги ўтказувчи муҳитнинг хусусиятига ( $\sigma$  ва  $\mu$ ) ва частота  $\omega$  га боғлиқ

Масалан, агар электромагнит тўлқин  $f=5000$  Гц частотага эга бўлиб,  $\sigma = 10^7$  (Ом·м)<sup>-1</sup>,  $\mu_r = 10^3$  га тенг бўлса, у ҳолда

$$k = \sqrt{\frac{\omega \sigma \mu_0}{2}} = \sqrt{\frac{2\pi \cdot 5000 \cdot 10^3 \cdot 1,256 \cdot 10^{-6} \cdot 10^7}{2}} = 14'00 \text{ м}^{-1}.$$

Кириш чуқурлиги  $d_0 = 1/k \approx 7 \cdot 10^{-5}$  м, яъни 0,07 мм масофада  $H$  ва  $E$  нинг амплитудалари 2,7183 марта камайд.

Ўтказувчи муҳитда юқорида кўрилган мисол учун тўлқин узунлиги ва тўлқиннинг фаза тезлиги куйидагига тенг:

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{14100} \approx 0,445 \text{ мм}; \quad v_\phi = \frac{\omega}{k} = \frac{2\pi \cdot 5000}{14100} \approx 2,25 \text{ мс}.$$

Агар  $z = \lambda$  бўлса, яъни ўтказувчи муҳит сиртидан тўлқин узунликка тенг масофада майдон кучланганликларининг нисбати  $e^{-2\pi} = 0,00185$  га тенг бўлади. Маълумки, бир неча  $d_0$  га тенг бўлган чуқурликларда, амалда

учрайдиган холларнинг кўпчилигида металлларда мавжуд бўлган майдонни эътиборга олмаса ҳам бўлади.

### 11.1.1. Нормал сирт эффекти

Хона температурасида ( $T=20^\circ\text{C}$ ) металлда электронларнинг ўзаро тўқнашиши кириб бориш чуқурлигидан анча кичик ( $d_0 \gg l_e$ ) масофада юз беради. Бу ҳолда Ом қонуни уринли  $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ , у электр майдони  $E$  ва ток  $I$  орасидаги боғланишни кўрсатади, яъни электроннинг эркин югуриш йўлидаги майдон қийматини ўзгармас деб ҳисоблаш мумкин.

Каралаётган ҳол учун

$$\dot{j} = \sigma \dot{E}_0 \exp(-\alpha z - j\beta z) = \dot{j}_0 \exp(-\alpha z - j\beta z), \quad (11.14)$$

бу ерда  $\dot{j}_0 = \sigma \dot{E}_0$  - ўтказгич сиртидаги ток зичлиги.

Ўтказгич сиртидан узоклашган сари ток зичлиги  $|\dot{j}| = |\dot{j}_0| \exp(-\alpha z)$  майдон кучланганлиги амплитудасининг пасайиш қонуни буйича камаяди. Шу сабабли юқори частоталарда биз ўтказгичнинг кесим юзаси буйича токнинг нотекис тақсимланиши кўзатамиз.

Электромагнит тўлқиннинг сўниши туфайли ўтказувчи жисмнинг кесим юзаси буйича майдоннинг нотекис тақсимланиш ҳодисасига *сирт эффекти* дейилади.

Ўтказгичнинг қўндаланг кесим юзаси  $S$  дан унинг бирлик кенглиги орқали ўтувчи ток қатталиги  $I_s$  қуйидагига тенг

$$I_s = \int_{z=0}^{z=\infty} \dot{j} dz = \int_{z=0}^{z=\infty} \sigma \dot{E}_0 \exp(-\alpha z - j\beta z) dz = \frac{\sigma \dot{E}_0}{\alpha + j\beta}.$$

Нормал ўтказгичлар учун  $\alpha = \beta = k$  эканини эътиборга олс.л.к, қуйидагига эга бўламиз:

$$I_s = \frac{\sigma \dot{E}_0}{\alpha(1+j)}. \quad (11.15)$$

Ўтказгичнинг бир бирлик узунлигидаги кучланишнинг комплекс амплитудаси ( $\dot{E}_0$ ) ни унинг кенглик бирлигига ҳисобланган токнинг

комплекс амплитудаси ( $I_s$ ) га нисбатини ифодаловчи катталиққа ўтказгичнинг сирт қаршилиғи деб аталади.

$$Z_{-s} = \frac{\dot{E}_0}{I_s} = \frac{\alpha(1+j)}{\sigma} \quad (11.16)$$

(11.16) формулани (11.12) билан таққослашдан кўринадикки, сирт қаршилиғи ўтказувчи муҳитнинг тўлқин қаршилиғига мос келади.

Таърифдан кўринадикки, сирт қаршилиғи бирлик юзали ташки сиртнинг ва  $I_s(y) = \text{const}$  бўлганда у ўқи бўйлаб чегараланмаган ўлчамли ўтказгич бўлагининг қаршилиғини ифодалайди.

Агар ўтказгич бўлагининг кенглиги  $l$  га (яъни  $x$  ўқи бўйича ўлчами) ва узунлиги  $l_z$  бир birlikка тенг бўлса, у ҳолда унинг тўлиқ қаршилиғи  $Z_f = Z_s l$  тенглик билан аниқланади.

Сирт қаршилиғи комплекс хусусиятга эга  $Z_{-s} = R_s + jX_s$ . Қаршилиқнинг актив ва реактив ташкил этувчилари қуйидагига тенг.

$$R_s = X_s = \frac{\alpha}{\sigma} = \frac{\alpha \mu_0}{2\sigma} \quad (11.17)$$

Актив ташкил этувчи  $R_s$  ўтказгичдаги йўқотиш қувватини аниқлайди. Реактив ташкил этувчи  $X_s$  индуктив хусусиятга эга ва итқи мағнит майдони келтириб чиқаридиган ўтказгич индуктивлигини қисман ҳисобга олади.

(11.17) формулани (11.13) билан таққослашда кўринадикки, сирт қаршилиқининг актив ташкил этувчисини  $R_s = l\sigma d_0$  кўринишига келтириш мумкин. Бу натижа шуни кўрсатадики, актив сирт қаршилиқининг қалинлиги кириш чуқурлиги  $d_0$  га тенг бўлган ясси ўтказгичдаги ток тегиш тақсимланган (ўзгармас ток) ҳолда эга булган катталиққа тенг бўлади.

Юқорида олинган натижалар муҳитларнинг ажратувчи ясси чегарасига тааллуқлидир. Аммо улар қуйидаги шартлар ўринли бўлган  $l \gg d_0$ ,  $r_0 \gg d_0$  ихтиёрий шаклдаги ўтказгичларга ҳам тааллуқли бўладилар бу ерда  $l_0$  ва  $r_0$  - ўтказгич кесимининг энг кичик чизикли ўлчами ва сиртининг минимал эгрилик радиуси.

Радиуси  $r_0$  бўлган цилиндрик ўтказгичнинг қаршилиғини ҳисоблаш мисолини қараб чиқамиз. Ўтказгичдан ўтаётган ток учун

$\dot{I} = I_s l = I_s 2\pi r_0$  га эгамиз. Дифференциал кўринишдаги Ом қонунидан ўтказгичнинг бирлик узунлигида ҳуқланишининг тушиши  $\dot{U} = \dot{E}_0$ . Бундан

(11.15) ни ҳисобга олган ҳолда биң тик узунликдаги цилиндрик ўтказгичнинг комплекс қаршилиги

$$Z_{-f} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{\dot{E}_0}{I_s 2\pi r_0} = \frac{1}{2\pi r_0} \cdot \frac{\alpha(1+j)}{\sigma} \quad (11.18)$$

Ҳудди шундай натижани  $Z_f = Z_s l$  формула ан ҳосил қилиш мумкин, агар унда  $l = 2\pi r_0$  деб олинса ва  $Z_s$  ни (11.16) орқали ифодаласак.

(11.18) ни ҳақиқий ва мавҳум бўлақларга ажратиб, бирлик узунликдаги цилиндрсимон ўтказгичнинг актив ва реактив қаршиликларини топамиз.

$$R_f = X_f = \frac{1}{2\pi r_0} \cdot \frac{\alpha}{\sigma} = \frac{1}{2\pi r_0} \cdot \frac{\omega \mu_0}{\sqrt{2\sigma}} \quad (11.19)$$

Реактив сирт қаршилиги индуктив хусусиятга эга бўлгани сабабли, уни  $X_f = \omega L_f$  деб белгилаш мумкин, бунда  $L_f = \frac{1}{2\pi r_0} \cdot \frac{\mu_0}{\sqrt{2\omega\sigma}}$  - сирт эффекти билан аниқланувчи ўтказгичнинг ички индуктивлиги.

Юқори частотали қаршилик  $Z_f$  ни шу ўтказгичнинг ўзгармас ток учун қаршилиги  $R_0 = l \sigma \pi r_0^2$  билан таққослаб кўрайлик. Уларнинг нисбати қуйидагига тенг

$$\frac{R_f}{R_0} = \frac{l}{2} \cdot \sqrt{\pi f \mu_0 \sigma} \quad (11.20)$$

Бундан кўринадики, цилиндрсимон ўтказгичнинг ўзгарувчан токка қаршилиги, унинг омик қаршилигидан катта ва бу фарқ частота ва материалнинг ўтказувчанлиги усиши билан катталышиб боради.

Сонли мисол келтирайлик.  $r_0 = 2 \cdot 10^{-3}$  м,  $f = 3 \cdot 10^8$  Гц,  $\sigma = 6 \cdot 10^7$  сим/м (кўмиш) бўлсин. У ҳолда

$$R_f/R_0 = 10^{-2} \cdot \sqrt{\pi \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 6 \cdot 10^7} \approx 250.$$

Сирт эффектининг катталыги айниқса катта кесимли ўтказгичларда кучлироқ сезилади. Агар аввалги мисолда  $r_0 = 4 \cdot 10^{-3}$  м деб олсак, у ҳолда бошқа бир хил бўлган шартлар учун  $R_f/R_0 \approx 500$ , яъни  $R_f/R_0$  нисбат, аввалги ҳолга нисбатан 2 марта ошди.

Ўтказгичнинг ўзгарувчан токка қаршилигини камайтириш учун унинг бир бирдан изоляция қилинган ингичка ўтказгичлар мажмуаси билан алмаштириш лозим.

Етарли даражадаги паст частоталарда ( $r_0 d_0 \ll 1$ ), хали сирт эффекти кучсиз намоён бўлганда, амалда ўтказгичнинг ктив қаршилиги унинг ўзгармас токдаги қаршилигига тенг булади. Юқориде ҳосил қилинган ифодалар  $r_0 d_0 \gg 1$  бўлганда, сирт эффекти кучли бўлган ҳолдагига уринлидир.

Ўтказгичларнинг, электр хусусиятларини таҳлил қилишда частоталар соҳасидаги электроманит тулкининг тарқилишнинг комплекс коэффициентини  $k = k_1 + jk_2$  дан, электромагнит майдоннинг комплекс кириб бориш чуқурлиги  $d_0 = d_{01} - jd_{02}$  дан комплекс сирт қаршилиги (импеданс)  $Z = R_s + jX_s$  дан ва муҳитнинг комплекс солиштирма ўтказувчанлиги  $\sigma = \sigma_1 + j\sigma_2$  дан фойдаланилади. Бу параметрлар орасидаги ўзаро боғланиш қуйидаги тенглик билан аниқланади

$$k = \frac{1}{d_0} = \frac{j\sigma d_0}{Z_s} \quad (11.21)$$

### 11.1.2. Аномал сирт эффекти

Сирт қаршилигига ўтказгичнинг куйдаланг ўтказувчанликдан ташқари, юқори частоталарда, майдоннинг кириб бориш чуқурлиги  $d_0$  ва электронларнинг эркин югуриш йўлининг узунлиги  $l_e$  таъсир этади.

Паст (криоген) температурагача совутилганда тоза металллар йўлининг ўтказувчанлигини сезиларли даражада оширадилар. Масалан, тоза металл алюминий температура 20 К дан паст бўлганда, нормал (ҳовал) температура бўлган ҳолдагига нисбатан, 100-1000 марта катта ўтказувчанликка эга бўладилар. Бу металл кристаллик пачжарасининг исониклик тебранишининг сусайиши ва электронларнинг эркин югуриш йўли узунлигининг ортиши ҳисобига юз беради. Паст температураларда шундай ҳолат бўлиши мумкинки, унда электронларнинг эркин югуриш йўлининг узунлиги  $l_e$  кириш чуқурлиги  $d_0$  дан анча катта бўлади. Бу ҳолда, тезлиги сиртга нисбатан катта бурчак остида йўналган электронлар сирт қатламидан тезда "учиб чиқиб кетадилар" ва бундан сўнг нозффектив бўлиб қолиб, ўтказувчанликда қатнашмайдилар. Фақат сирт бўйлаб "сирпанувчи" электронларгина ўтказувчанликка сезиларли равишда ўз улушини қўшадилар. Аммо улар югуришининг бутун узунлиги бўйича амплитуда ва фазасини кучли равишда ўзгартирувчи майдонда ҳаракатланадилар.  $j = \sigma E$  кўринишидаги Ом қонуни бу ҳолда ўринли бўлмайди.

$d_0 \ll l_e$  бўлганда сирт қаршилиги амалда ўтказувчанликка боғлиқ эмас ва нормал температурадаги сирт қаршилигидан фарқ қилади. Бундай

ходиса аномал сирт эффекти деб ном олган. Ўзгармас ток бўлган ҳол учун сирт қаршилиги утказувчанликка боғлиқ бўлмаган соҳага, охириги аномал чегара соҳаси деб аталади. Бу чегаравий ҳолдаги сирт қаршилиги

$$Z_{s,\infty} = A(1 + j\sqrt{3})\omega^{\frac{2}{3}}, \quad (11.22)$$

бу ерда  $Z_{s,\infty} - l_c d_0 \rightarrow \infty$  эканлиги билинади. Электронларнинг металл

сиртидан диффуз қайтиши шароитида  $A = \left(\frac{\sqrt{3}}{4\rho}\right)^{1/3} \left(\frac{l_c}{\sigma}\right)^{1/3} \left(\frac{d_0}{2}\right)^{2/3}$ . Хар бир

алоҳида металл учун бу нисбат температурага боғлиқ бўлмаган ўзгармас катталик, масалан алюминий учун  $l_c \sigma = 4,9 \cdot 10^{-16}$  м/см ва мис учун  $l_c \sigma = 6,49 \cdot 10^{-16}$  м/см

(11.22) формуладан кўринадики, аномал сирт эффектида сирт қаршилиги  $\omega^{2/3}$  га мутаносиб, классик ҳолда эса -  $\omega^{1/2}$  га мутаносиб бўлади.

$l_c \cong d_0$  бўлганда чегаравий (қучли) аномал сирт эффекти ва нормал (классик) орасидаги сирт импеданси учун кучсиз аномал сирт эффектига мос келувчи сезиларли оралик соҳаси мавжуд бўлади. Кучсиз аномал сирт эффекти соҳасида нормал металлларнинг электр хусусиятларини ҳисоблаш учун қуйидаги формуладан фойдаланиш мумкин:

$$R_{s,m}(f, T) = B(T) f^{m(T)}, \quad (11.23)$$

бу ерда  $B(T)$ ,  $m(T)$  - умумий ҳолда температурага боғлиқ бўлган аппроксимация коэффициентлари.

Биржинсли нормал металл учун *сирт импеданси* функциясини минимал-фаза функцияси сифатида қабул қилиб, сирт қаршилигининг аппроксимация натижаси бўйича сирт реактив қаршилигига мос келувчи функцияни ҳисоблаш мумкин, чунки бу функциялар мустақил бўлмай, ўзаро боғлангандирлар.

Бир жинсли нормал металлнинг сирт импеданси функцияси учун сирт қаршилигининг  $R_s(\omega)$  кўринишидаги хақиқий ташкил этувчиси ва сирт реактанси (реактив)  $X_s(\omega)$  кўринишидаги маъхум ташкил этувчиси қуйидаги тенгликлар орқали ифодаланади.

$$X_{s,m}(\omega) = B_1 \omega^{m_1} i g \frac{m\pi}{2} = R_{s,m}(\omega) i g \frac{m\pi}{2}, \quad (11.24)$$

бу ерда  $B_1 = B(2\pi)^m$ ,  $0 < m < 1$ .

Шундай қилиб, сирт импедансининг умумлашган тасвири қуйидаги кўринишга эга бўлади

$$Z_{s,m}(j\omega) = R_{s,m}(\omega) \left[ 1 + j\omega \frac{m\pi}{2} \right], \quad 0 < m < 1. \quad (11.25)$$

Нормал металлларнинг сирт импеданси учун ҳосил қилинган ифода нормал сирт эффектининг маълум хусусий ҳоллари ( $m = 1/2$  учун  $R_{s,1/2} = X_{s,1/2}$ ) ва чегара аномал сирт эффекти ( $m = 2/3$  учун  $X_{s,2/3} = \sqrt{3}R_{s,2/3}$ ) бўлган ҳолларда температуранинг ҳамма интервали учун ўриналидир.

## 11.2. Ўтказгичлардаги электромагнит майдон

Баъзи бир металл ва қотишмаларда, температура  $T$  бирор бир критик қиймат  $T_c$  дан пасайтирилса, қаршилик сакраб нолгача камаяди. Бунда вужудга келувчи металлнинг ҳолати ўтаўтказувчан деб аталади.

Металлнинг ўтаўтказувчан ҳолати модданинг термодинамик фаза ҳолатларидан бири бўлиб, у факат чексиз электрўтказувчанлик билангина аниқланмай, балки ўтаўтказгич ҳажмидан магнит окимини сиқиб чиқариш хусусиятига ҳам эга. Ўтаўтказувчанлик металлнинг алоҳида фаза ҳолати бўлиб, у оддий яхши ўтказувчанликдан кескин фарқ қилади. Масалан, энг юқори нормал ўтказувчан металллар (мис, қумуш, олтин) да ўтказувчанлик ҳодисаси кузатилмайди.

Энг тоза металллар  $T_c$  дан кичик бўлмаган ва унга яқин бўлган паст температураларда, тахминан  $\rho > 10^{-10}$  Ом.см солиштирма қаршиликка эга бўладилар. Ҳозирги замон ўлчашларга биноан, ўтаўтказувчанлик ҳолатида  $\rho < 10^{-23}$  Ом.см, яъни нормал ҳолатдагига нисбатан  $10^{13}$  марта кичик.

Нормал ҳолатда ток факат электр майдони таъсиридагина юзага келади, ўтаўтказгичда эса у боғланган электронлар жуфтти пайдо бўлиши билан белгиланади. Икки ҳолда ҳам ток-бу зарядларнинг ҳаракати. Биринчи ҳолда электронларнинг ҳаракатига аралашма ва кристаллик панжаранинг дефектлари билан электронларнинг урилишлари қаршилик кўрсатадилар, иккинчи ҳолда эса электронларнинг жуфтнинг ҳосил бўлиши ҳеч қандай урилишлар билан боғлиқ бўлмайди, шу сабабдан ўтаўтказгичда қаршилик нолга интилади. Агар электронлар жуфтти ҳосил бўлган бўлса, уларнинг ҳолат мустаҳкам бўлади.

Шундай қилиб, ўтаўтказувчанлик ҳодисасига биринчи сабабчи деб, паст температураларда эркин электронларнинг боғланган жуфтларининг ҳосил бўлиши имкониятини ҳисоблаш мумкин. Агар бу жуфтларнинг ҳаракатини ўйгонмиса (бу эса зарчнинг ҳаракати демакдир, яъни токдир),



у ҳолда уларнинг ҳосил бўлиши кристаллик панжара билан боғлиқ эмас ва шунинг учун қаршилик бўлмайди.

### 11.2.1. Ҳтаўтказгичларда ясси тўлкининг тарқалиши

Электромагнит тўлкини ҳтаўтказувчан ҳолатда турган ўтказгич сиртига тушганда, тўлкин энергиясининг кўп қисми бирга яқин коэффициент билан қайтади, бирор бир қисми ўтказгич ичига сингади, тўлкин энергиясининг қолган қисми эса иссиқликка айланади. Ўтказгич идеал бўлган ҳолда кириш майдоннинг чуқурлиги ва сирт қаршилиги нолга тенг. Тушаётган тўлкин тўлиқ қайтади, ўтказгич ичига майдон сингайди ва тўлкин энергияси ютилмайди. Бундай ҳол идеал сирт эффектига мос келади. Реал ўтказгич ва ҳтаўтказгичларда аҳвол бироз бошқачароқ.

Электромагнит тўлкинининг ҳтаўтказгичга кириб боришини икки сувоқлик модели асосида кўриш қабул қилинган. Бу моделга асосан материалдаги ҳамма зарядлар икки гуруҳга бўлинадлар:  $n_1$  концентрацияли нормал ҳолатда турган заряд ташувчилар, ва  $n_2$  концентрацияли ҳтаўтказувчан ҳолатда турган заряд тушувчилар. Заряд тушувчиларнинг умумий концентрацияси бу ҳолда  $n = n_1 + n_2$  тенг.

Ҳтаўтказувчанлик ҳолатида токнинг биринчи ташкил этувчиси  $I_n$  электронларнинг нормал хусусиятлари билан, бошқаси  $I_2$  эса - электронларнинг ҳтаўтказувчан хусусиятлари билан белгиланади. Ҳтаўтказувчанларда заряд тушувчилар учун

$$j_2 = en_2 v_2, \quad \frac{\partial v_2}{\partial t} = \frac{e}{m_2} E, \quad (11.26)$$

бу ерда  $e$  - электроннинг заряди;  $v_2$ ,  $m_2$  - ҳтаўтказувчан заряд тушувчиларнинг тезлиги ва эффектив массаси.

(11.26) тенгламаларни биргаликда ечиб, қуйидагига эга бўламиз

$$j_2(t) = \frac{e^2 n_2}{m_2} \int E(t) dt. \quad (11.27)$$

Вақт бўйича гармоник конун  $E(t) = Ee^{i\omega t}$  бўйича ўзгараётган майдон учун,

$$j_2 = \frac{e^2 n_2}{m_2} \int \dot{E} e^{i\omega t} dt = \frac{e^2 n_2}{i\omega m_2} \dot{E}. \quad (11.28)$$

Ўзгартиришлардан сўнг, (11.26) ва (11.28) дан қуйидагини ҳосил қиламиз

$$\vec{j} = -j \frac{1}{\omega \mu_0 \lambda_L^2} \vec{E}, \quad (11.29)$$

бу ерда  $\lambda_L = \sqrt{m_e n_e e^2 / \mu_0}$  - электромагнит майдонини ўтказишга қириб бориш чуқурлиги, лондонча қирриш чуқурлиги деб аталади.

Максвеллнинг биринчи тенгламаси (9.1) га биноан муҳитдаги гулук ток ўтказувчанлик тоқлари йинчиқиси каби шиклаштириш учун

$$\vec{j} = \vec{j}_n + \vec{j}_f. \quad (11.30)$$

Нормал ўтказувчанлик (9.1) ва ўтаўтказувчанлик (11.29) тоқлари учун ифодаларни ўрнига қўйиб, қуйидагини ҳосил қиламиз

$$\vec{j} = (\sigma_1 - j\sigma_2) \vec{E} = \alpha_{eff} \vec{E}. \quad (11.31)$$

бу ерда  $\sigma_1 = n_e e^2 \tau / m$ ,  $\sigma_2 = e^2 (n_c + n_e \omega^2 \tau^2) / m \omega$ .

Шундай қилиб, паст температурали ўтаўтказишдаги эффектив комплекс ўтказувчанлик учун қуйидаги ифодани ёзиш мумкин

$$\alpha_{eff} = \sigma_1 - j\sigma_2 = \sigma_n \frac{n_n}{n} - j \frac{1}{\omega \mu_0 \lambda_L^2}. \quad (11.32)$$

бу ерда  $\sigma_n = n e^2 \tau / m$  - нормал ҳолатдаги металлнинг ўтказувчанлиги.

### 11.2.2. Ўтаўтказишларнинг сирт қаршилиги

Нормал ўтказишларнинг электр хусусиятларининг формуллари (11.21) даги комплекс ўтказувчанликни  $\sigma$ , комплекс ўтказувчанликнинг эффектив қиймати  $\alpha_{eff}$  учун юқорида ҳосил қилинган (11.32) га алмаштириб, паст температурали ўтаўтказишлар учун гулук қаршилик ифодасини ҳосил қиламиз:

$$Z_T = \sqrt{\frac{j\omega \mu_0}{\alpha_{eff}}} = \sqrt{\frac{j\omega \mu_0}{\sigma_n \frac{n_n}{n} - j \frac{1}{\omega \mu_0 \lambda_L^2}}}; \quad (11.33)$$

Агар ўтаўтказувчан қатламнинг қалъилиги майдоннинг кириб бориш чуқурлигидан анча катта бўлса, у ҳолда сирт қаршилиги унинг тўлқин қаршилигига (11.39) га тенг бўлади. Биноминиал ёйишни тарбиқ этиб (11.33) формуладан

$$Z_{s,y} = R_{s,y} + jX_{s,y} = \omega^2 \mu_0^2 \frac{\sigma_s n_s}{2 n} \lambda_L^3 + j\omega \mu_0 \lambda_L \quad (11.34)$$

ни ҳосил қиламиз.

Юқори температурали ўтаўтказгичларнинг тўлқин қаршилигини аниқлаш учун диэлектрик (вакуум) нинг тўлқин қаршилиги учун тенгламасидан фойдаланамиз

$$Z_{\pi 0} = \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \quad (11.35)$$

Юқори температурали ўтаўтказгич муҳитидаги тўлиқ ток Максвеллнинг биринчи тенгламасига биноан силжиш токи ва ўтказувчанлик тоқлари йиғиндиси каби аниқланганидан

$$\dot{j} = \dot{j}_s + \dot{j}_r = \dot{j}_s + (\dot{j}_n + \dot{j}_y), \quad (11.36)$$

бу ерда  $\dot{j}_s = j\omega \epsilon_0 \dot{E}$  - диэлектрикдаги силжиш токи.

(11.36) га силжиш токи ва нормал ўтказувчанлик (9.1) ва ўтаўтказувчанлик тоқлар учун ифодаларни қўйиб, қуйидагини ҳосил қиламиз

$$\dot{j} = j\omega \dot{E} \left( \epsilon_s + \frac{\sigma_N}{j\omega} - \frac{1}{\omega^2 \mu_0 \lambda_L^2} \right) = j\omega \dot{E} \epsilon_{eff}, \quad (11.37)$$

бу ерда  $\epsilon_{eff}$  - муҳитнинг эффектив диэлектрик киритувчанлиги.

Шундай қилиб, юқори температурали ўтаўтказгични, (9.1) тенглама билан ифодаланганидиан диэлектрик сифатида қраб, муҳитнинг эффектив комплекс диэлектрик киритувчанлик ифодасини ёзиш мумкин

$$\epsilon_{eff} = \epsilon_s + \frac{\sigma_N}{j\omega} - \frac{1}{\omega^2 \mu_0 \lambda_L^2} \quad (11.38)$$

(11.35) даги  $\epsilon_0$  ни  $\epsilon_{eff}$  билан алмаштириб муҳитдаги тўлқин қаршилиқ учун ифодани ҳосил қиламиз:

$$Z_{T,s} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_{eff}}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0 + \frac{\sigma_n}{j\omega} - \frac{1}{\omega^2 \mu_0 \lambda_L^2}}}; \quad (11.39)$$

Ўтаўтказувчан қатлам қалинлиги майдоннинг кириб бориш чуқурлигидан анча катта бўлганида ЮТУУ нинг сирт қаршилиги унинг тулқин қаршилиги (11.39) га тенг.  $T < T_c$  бўлганида (ўтаўтказувчанлик мавжуд бўлиш соҳаси) ҳар доим  $\lambda_L^2 \ll 1/\omega \mu_0 \sigma_n$  шарт бажарилади, бу эса (11.39) ни соддалаштиришга имкон беради.

$$Z_{s,p} = R_{s,p} + jX_{s,p} \approx \omega^2 \mu_0^2 \frac{\sigma_n}{2} \lambda_L^2 + j\omega \mu_0 \lambda_L. \quad (11.40)$$

Шундай қилиб, юқоритемпературали ўтаўтказгичларнинг сирт қаршилиги комплекс индуктив характерга эга. Унинг ҳақиқий қисми частотанинг квадратига мутаносиб, мавжум қисми частотага чизикли боғлиқ.

### 11.3. Ҳтаказувчи муҳитлар сирт қаршилигининг частотага боғлиқлиги

Оддий шароитларда нормал ўтказгичларнинг сирт қаршилигининг частотага боғлиқлиги ўтказгичнинг қалинлиги ва шакли билан аниқланади ва етарли даражада кенг ораликда  $-200 < T < +200$  °С температурга боғлиқ эмас. Сирт қаршилигини частотавийи характеристикасида бир неча характерли соҳаларни ажратиш мумкин: сирт эффекти бўлмаган соҳа, суст намоён бўлган соҳа ва кучли намоён бўлган соҳа. Частота иолга тенг бўлганда электромагнит майдон ўтказгич бўйлаб текис тақсимланиш ва итиёрий шакл ва қалинликдаги ўтказгичга кириб бориш чуқурлиги чексиз катта бўлади. Паст частоталар соҳасида, ўтказгич қалинлиги майдоннинг кириб бориш чуқурлигидан анча кичик бўлганидан ( $\theta \ll d_0$ ), сирт эффекти етарли даражада суст намоён бўлади, майдоннинг ўтказгич чуқурлиги бўйича тақсимланиши бир текисга яқинлашади. Юқори частоталар соҳасида эса, ўтказгич қалинлиги майдоннинг кириб бориш чуқурлигига яқин ёки катта бўлганда ( $\theta \geq d_0$ ), сирт эффекти кучли намоён бўлиб, унда майдоннинг ўтказгич чуқурлиги бўйича тақсимланиши нотекис бўлади. Бу ҳолда сирт қаршилигининг частотага боғлиқлиги  $R_s \sim f^2$  кўринишга эга бўлади.

Шундай қилиб, нормал ўтказгичлар сирт қаршилигининг частотага боғлиқлигини  $R_s \sim f^m$  кўринишда қабул қилиб, бунда  $0 \leq m \leq 0,5$ , сирт эффекти амалда йўқ бўлган паст частоталар оралигида  $m = 0$ ; сирт эффекти кучли намоён бўлган частоталар соҳасида эса  $m = 0,5$ ; оралик

соҳада  $0 \leq m \leq 0,5$  деб ҳулоса қилиш мумкин. Ҳутовчи соҳалар оралиғи етарли даражада тор эканлигини ҳисобга олиб, сирт қаршилигининг частотага боғлиқлигини таҳмин қилишда уларни эътиборга олмайдилар.

Нормал металлнинг аномал сирт эффекти соҳасида чуқур совутилганда ( $T < -200$  °C) сирт қаршилиги  $\omega^{2/3}$  га мутаносиб бўлади, нормал (классик) сирт эффекти ҳолида эса  $\omega^{1/2}$  га мутаносиб бўлар эди.

Чегара (кучли) аномал ва нормал сирт эффектлари орасида сирт импеданси учун шартли султ аномал сирт эффектига мос келувчи қаттагина оралиқ соҳа мавжуд. Султ аномал сирт эффекти соҳасида нормал металлнинг электр хусусиятларини ҳисоблашда қуйидаги формуладан фойдаланиш мумкин:

$$R_{s,m}(f, T) = B(T) f^{-m} \quad (11.41)$$

бу ерда  $B(T)$ ,  $m(T)$  - умумий ҳолдаги температурага боғлиқ бўлган аппроксимация коэффициентлари.

Биржинсли нормал металл учун сиртнинг реактив қаршилиқ функциясини сирт қаршилигига мос келувчи функциянинг аппроксимация натижаларидан ҳисоблаш мумкин, чунки бу функциялар мустақил бўлмай, бир-бирига боғлангандирлар. Биржинсли нормал металлнинг сирт импеданси функцияси учун ҳақиқий ташкил этувчиси сирт қаршилиги  $R_s(\omega)$  кўринишида ва мавҳум ташкил этувчиси эса сирт реактанси  $X_s(\omega)$  кўринишида қуйидаги тенглик билан ифодаланадилар

$$X_{s,m} = B_1 \omega^m \cdot ig \frac{m\pi}{2} = R_{s,m} \cdot ig \frac{m\pi}{2}, \quad (11.42)$$

бу ерда  $B_1 = B(2\pi)^m$ ,  $0 < m < 1$ .

Шундай қилиб, нормал ўтказгичларнинг сирт импедансини умумлаштирилган ҳолда тасвирлаш қуйидаги кўринишга эга

$$Z_{s,m} = R_{s,m} \cdot \left( 1 + j ig \frac{m\pi}{2} \right), \quad 0 < m < 1. \quad (11.43)$$

Сирт импеданси учун ҳосил қилинган ифода температуранинг бутун ҳамма оралиғи учун ўринли, нормал сирт эффектнинг маълум хусусий ҳолларини ҳам ўз ичига олган ҳолда ( $m = 1/2$ , агар  $R_{s,1/2} = X_{s,1/2}$ ) ва чегара аномал сирт эффектини ҳам ( $m = 2/3$ , агар  $X_{s,2/3} = \sqrt{3}R_{s,2/3}$ ).

Ўтаўтказгичлар сирт қаршилигининг частотага боғлиқлигини аномал характери қуйидаги билан белгиланган, электромагнит майдон классик электродинамика қонунига қарши ўларок, ўтаўтказгич ичига жуда кичик

қалинликда киради ва сирт эффекти бошқачароқ намоён бўлади: агар оддий ўтказгичларда частота ортиши билан майдоннинг кириш чуқурлиги  $f^{1/2}$  конун буйича камайса, ўтаўтказгичларда майдоннинг металлга кириши сезиларли даражада кичик бўлиб, частота ортиши билан унинг бироз ўсиши юз беради.

Реал конструкцияли ўтаўтказгичлар сирт қаршилигининг частотага боғланиши икки хил суюқлик модели асосида назарий ҳосил қилинган боғланишдан фарқ қилади. Тажириба асосида олинган натижаларни ўмумлаштириб, сирт қаршилиги учун даражали функция кўринишдаги формулани ишлатиш мумкин

$$R_{s,c} = B_R \cdot f^m, \text{ буида } 0,7 < m < 2. \quad (11.44)$$

Сирт импедансининг реактив ташкил этувчиси частотага қизиқли боғланган  $X_{s,c} = B_X \cdot f^1$ .

Ўтаўтказувчан ҳолатдаги реал паст температурали ўтаўтказгичлар учун частота боғланиши  $R_s \sim f^{1,2-1,4}$  кўринишга э.а. Парда кўринишдаги юқори температурали ўтаўтказгичларнинг сирт қаршилиги учун тажириба асосида олинган эмпирик формулалар ишлатилади, масалан поликристалли пардалар учун  $\gamma\text{Ва}_2\text{Си}_2\text{O}_{7-x}$   $R_s = 2,8 \cdot 10^{-13} f^{1,26}$  Ом (f Гц ларда).

Юқорида келтирилган муносабатларни ўмумлаштириб, бир жинсли ўтказувчи муҳитларнинг сирт импеданси учун қуйидаги муносабатни тузиш мумкин

$$Z_{s,m} = R_{s,m} + jX_{s,m} = B_1 \omega^m + j \left( B_2 \omega + \chi \cdot B_1 \omega^m \text{tg} \frac{m\pi}{2} \right), \quad (11.45)$$

бу ерда  $B_1 \geq 0$ ,  $0 \leq m \leq 2$ ,  $\chi = \begin{cases} 1 & \text{бўлганда } m < 1 \\ 0 & \text{бўлганда } m \geq 1 \end{cases}$

## 12. ТАКСИМЛАНГАН ПАРАМЕТРЛИ ЭЛЕКТР ЗАНЖИРАЛАР

Мужассамланган параметрли электр занжирларида кузатиладиган физикавий ҳодисалар (электр ва магнит майдонларида энергиянинг тўпланиши иссиқлик ажратиши ёки механик иш бажарилиши) занжирнинг сифмлар, индуктивликлар ва қаршиликлар кўринишидаги алоҳида бўлаклари билан боғланган. Амалдаги электромагнит қурилмалар занжирининг ҳарбир алоҳида олинган қисмида - конденсаторда, ғалтакда ва резисторда - юз берувчи жараёнлар турлича физикавий табиатта эга. Масалан, конденсаторнинг электр майдонида энергия тўпланиши унинг қопламаларини ажратиб турувчи диэлектрикда иссиқлик ажратиши билан баровар кечади, ва ҳ.к. Шунинг учун ҳарбир амалдаги элементнинг тақсимланган параметрли тизимини ифодалайди: бу тизимда юқорида зикр этилган барча жараёнлар биргаликда кечади ва бу ҳолат айниқса бирор координата бўлиб ёйилиб жойлашган элементларда яққол намоён бўлади.

### 12.1. Телеграф тенгламалар

Узушликлари ораларидаги масофадан жуда катта бўлган иккита ўтказгичдан иборат булган, тақсимланган параметрли электр занжирини кўриб чиқамиз (12.1-расм) да. Бундай занжир узун линия ёки узатиш линияси дейилади. Узун линиядаги  $z$ -масофа ва  $t$ -вақтга боғлиқ бўлган тоқлар ва кучланишларни узаро боғловчи хусусий ҳосиласизли иккита тенглама узун линияли телеграф тенгламаларни дейилади:

$$-\frac{\partial u(z,t)}{\partial z} = R_0 \cdot i(z,t) + L_0 \cdot \frac{\partial i(z,t)}{\partial t}; \quad (12.1)$$

$$-\frac{\partial i(z,t)}{\partial z} = G_0 \cdot u(z,t) + C_0 \cdot \frac{\partial u(z,t)}{\partial t}. \quad (12.2)$$

Телеграф тенгламаларида электромагнит майдон яққол ҳолда кўринмайди, унинг ўрнига берилган линиянинг ҳар бир кундаланг кесими орқали энергия узатилишини ифодалаш учун ҳар бир оний  $t$  вақти учун иккита катталиқ - кучланиш  $u(z,t)$  ва ток  $i(z,t)$  киритилади.

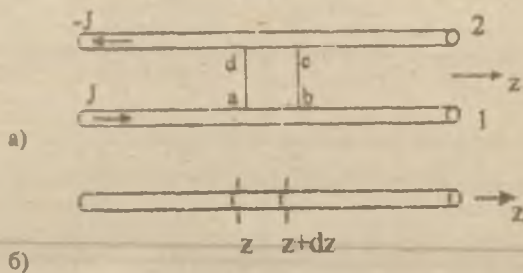
Линиянинг конструктив тузилишидан катъий назар, тўғри ва тесқари оқувчи тоқлари бўлган 1- ва 2-симлар орасидаги фазода электр ва магнит майдонлари ҳисобиға энергия тўплана боради, ток ўтаётган ўтказгичларда ва уларни ажратиб турган диэлектрикда иссиқлик ажралади.

Юқорида сўз юритилган ҳодисалар линиянинг тақсимланга параметрлари билан тавсифланади. Узатиш линиясининг ҳар бир биржинсли кесмаси зуртта узунлик бўлиб тарқалган параметрлар билан

таърифланади:  $R_0$  - узунлик буйлаб қаршилик (Ом/км),  $L_0$  - узунлик буйлаб индуктивлик (Гн/км),  $C_0$  - кундаланг сизим (Ф/км),  $G_0$  - кундаланг ўтказувчанлик (См/км). Ўлчов бирликлари ҳам уларнинг тарқалганлик хусусиятини кўрсатади. Шунинг таъкидлаш лозимки,  $R_0$  ва  $G_0$  параметрлар орасида ҳечқандай ўзаро боғланиш йўқ, чунки улар турли физикавий жараёнларни:  $R_0$  - линия симларида иссиқлик ажралишини,  $G_0$  ҳам - симлар орасидаги диэлектрикдаги исроф тоқлари сабабли юзага келадиган иссиқлик ажралишини ифода қилади.

Телеграф тенгламалар электромагнит тўлқинларнинг турли узатиш линияларида тарқилишини текиришда (масалан, коаксиал линияларда, иккисимли симметрик линияларда, тасмали линияларда ва ҳ.к.) катта аҳамиятга эга. Линиянинг бирламчи параметрларини ( $R_0$ ,  $L_0$ ,  $C_0$ ,  $G_0$ ) ҳисоблаш ва телеграф тенгламаларнинг қўлланиш чегараларини аниқлаш учун бу тенгламаларни электромагнит майдон қонунилари асосида келтириб чиқариш лозим (4.1 жадвалга қараңг).

12.1-расмдаги биринчи симдаги токни  $(z, t)$  деб, иккинчи симдаги токни эса худди шундай катталиқда, лекин тескари йўналишда деб ҳисоблаймиз:  $-(z, t)$ .



12.1-расм. Линия тенгламаларини келтириб чиқаришга доир

1- ва 2-симлар орасидаги кучланиш  $u = u(z, t)$   $u = \int_1^2 E_s ds$  интеграл билан топилади; бу интеграл 1-симдан 2-симгача энг қисқа йўлдаги берилган кундаланг кесим  $z = \text{const}$  учун олинган.

Максвеллнинг интеграл шаклдаги иккинчи тенгласини ёзамиз:

$$\oint_c E_s ds = - \frac{\partial}{\partial t} \int_s B_n dS, \quad (12.3)$$



бу ерда  $S$  - ёшиқ контур  $C$  билан чегараланган сирт. Буни 12.1а расмда кўрсатилган  $abcd$  тўғрибурчакли контур учун қўлаймиз. Бу контур 1- ва 2-симлар уст.ида жойлашган иккита  $ab$  ва  $cd$  кесмадан, ва симларни  $z+dz$  ва  $z$  қўшлаланг кесимларда энг қисқа масофада туташтирувчи иккита  $bc$  ва  $ad$  кесмалардан иборат. Электр майдон ширкуляциясини  $abcd$  контур буйлаб ҳисоблаб, ҳарбир томон учун алоҳида интеграл оламиз:

$$\int_b^a E_s ds = U(z+dz) = U(z) + \frac{\partial U}{\partial z} dz, \quad \int_d^c E_s ds = -\int_a^b E_s ds = -U(z),$$

$$\int_a^b E_s ds = E_{z,1} dz, \quad \int_c^d E_s ds = -E_{z,2} dz,$$

бу ерда  $E_{z,1}$  ва  $E_{z,2}$  - 1- ва 2-симлардаги электр майдоннинг ташкил этувчилари.

Улар симлардаги тоқлар билан қуйидаги тенгламалар орқали боғланган.

$$\dot{E}_{z,1} = (R_{1,s} + j\omega L_{1,1,s}) \cdot \dot{J}, \quad \dot{E}_{z,2} = -(R_{2,s} + j\omega L_{2,2,s}) \cdot \dot{J}, \quad (12.4)$$

бу ерда  $Z_{1,s} = (R_{1,s} + j\omega L_{1,1,s})$  ва  $Z_{2,s} = (R_{2,s} + j\omega L_{2,2,s})$  1- ва 2-симларнинг узунлик бирлигидаги комплекс қаршилликлари.

Белгилаш киритамиз:

$$R_s = R_{1,s} + R_{2,s}, \quad L_{1,s} = L_{1,1,s} + L_{1,2,s}, \quad (12.5)$$

натихада электр майдон ширкуляциясини оламиз:

$$\oint_{abcd} \dot{E}_s ds = \left[ \frac{\partial \dot{U}}{\partial z} + (R_s + j\omega L_{1,s}) \dot{U} \right] \cdot dz. \quad (12.6)$$

$abcd$  тўғри тўртбурчак орқали магнит оқимини  $\int_{abcd} B_n dS = \Psi \cdot dz$

шаклда кўрсатиш мумкин. Бу ерда  $dS = ds \cdot dz$  - элементар майдон,  $ds$  - 1- ва 2-симларни туташтирувчи тўғри чизикнинг элементар узунлиги.

$$\Psi = \int_1^2 B_n ds \quad (12.7)$$

катталик узунлик берлигига тўғри келган, линия симлари орасидан ўтаётган магнит оқимига тенг.

(12.6) ва (12.7) ифодаларни (12.3) тенгламага қўйиб, вақт функцияси бўлган  $e^{j\omega t}$  билан боғланган комплекс тенглама оламиз:

$$-\frac{d\dot{U}}{dz} = (R - j\omega L_1) \cdot \dot{J} - j\omega \dot{\Psi}. \quad (12.8)$$

Бу ердаги  $\Psi = \Psi(z)$  катталик берилган  $z$  кўндаланг қаймадаги магнит майдони билан (12.7) ифодага асосан аниқланади. Магнит майдони 1- ва 2- симларда ўтаётган тоқлар сабабли юзага келади. Фараз қиламизки, бу майдон фақат  $z$  қесим орқали ўтаётган  $J$  ток билан аниқланади ва линиянинг бошқа қисмларидаги тоқларга боғлиқ эмас. Магнит майдоннинг локаллик хусусити фақат тахминан бажарилиши мумкин, чунки электродинамикага асосан, кузатиш нуктасидаги магнит майдонига исталган узокликдаги тоқлар таъсир қилади.

Магнит майдони уни ҳосил қилган токка мутаносиб:

$$\dot{\Psi} = L_2 \dot{J}, \quad (12.9)$$

бу ерда  $L_2$  - мутаносиблик коэффиценти бўлиб, у линия қесимининг геометрик шаклига ва ўлчовларига, симлар орасидаги муҳитнинг магнит киритувчанлигига боғлиқ ва унга линиянинг узунлик бирлигидаги ташқи индуктивлиги дейилади. У симлардан ташқарида ўтаётган магнит оқимини тўлалигича белгилайди.

(12.8) ва (12.9) ифодалар биргаликда комплекс шаклдаги (12.1) биринчи телеграф тенгламага олиб келади.

$$\boxed{-\frac{d\dot{U}}{dz} = (R_0 + j\omega L_0) \cdot \dot{J}. \quad (12.10)}$$

бу ерда  $R_0$  - узунлик бирлигидаги қаршилик.  $L_0 = L_2 + L_1$  - (12.5) ва (12.9) ифодалар орқали аниқланувчи узунлик бирлигидаги индуктивлик.

Линиянинг узунлик бирлигидаги қаршилиги ва ички индуктивлиги кетма-кет уланган қаршиликлар индуктивликларини ҳисоблаш йўли

билан ҳар бир сим учун алоҳида топилган мос катталарни ўзаро қўшишдан ҳосил бўлади, чунки умумий электр схемада узатиш линиясининг симлари ўзаро кетма-кет уланган. Ҳақиқатан 12.1 расмда ўнг томондан линия симларига бирор юклама уланган дейлик; 1-сим орқали ўзгичи ток  $J$  юклама орқали ўтиб, 2-сим орқали -  $J$  ток шаклида орқага қайтади.

Иккинчи телеграф тенгламани чиқариш учун узлуksизлик тенгламаси (3.13) нинг интеграл шаклидан, яъни заряднинг сақланиш қонунини (12.16) расмдаги 1-симнинг  $z, z+dz$  кесмасига татбиқ этамиз:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV + \oint_S j_n dS = 0 \quad (12.12)$$

$\int_V \rho dV = q \cdot dz$  интеграл симнинг ушбу кесмасидаги зарядни аниқлайди, шу сабабли 1-симда  $dz$  га қўпайтирилган узунлик бирлигидаги  $q$  зарядга тенг (2-симда узунлик бирлигидаги заряд -  $q$ ). (12.12) даги ташқи интеграл 1-симнинг  $z$  ва  $z+dz$  қўндаланг кесимларидан олинган интеграллар йиғиндисига

$$\int_{(z+dz)} j_n dS = J(z+dz) = J(z) + \frac{\partial J}{\partial z} \cdot dz \quad (j_n = J_z), \quad \int_{(z)} j_n dS = -J(z) \quad (j_n = -J_z)$$

ва шу бўлақдаги ( $z, z+dz$ ) симнинг  $S_0$  ён сиртидан олинган интегралига ёйилиши мумкин. Симлар орасидаги муҳит ўтказувчанлигини  $\epsilon_0$  билан, унинг диэлектрик киритувчанлигини  $\epsilon_{a,0}$  билан белгилаб, шуни оламиз:

$$\int_{S_0} j_n dS = \sigma_0 \int_{S_0} E_n dS = \frac{\sigma_0}{\epsilon_{a,0}} \cdot \int_{S_0} D_n dS.$$

Охириги интеграл қуйидаги кўринишга келтирилиши мумкин:

$$\begin{aligned} \int_{S_0} D_n dS &= \int_S D_n dS - \int_{(z)} D_n dS - \int_{(z+dz)} D_n dS = 4\pi q dz - \frac{\epsilon_{a,0}}{\sigma_n(z)} \int_S j_n dS - \frac{\epsilon_{a,0}}{\sigma_n(z+dz)} \int_S j_n dS = \\ &= 4\pi q dz - \left( \frac{\epsilon_{a,0}}{\sigma_n} \right) [J(z+dz) - J(z)] \end{aligned}$$

бу ерда Гаусс теоремаси (5.17) қўлланган.

Шу йўл билан қуйидаги тенгламани ҳосил қиламиз:

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \left( 1 + \frac{\epsilon_{a,0} \cdot \sigma_0}{\epsilon_{a,0} \cdot \sigma_n} \right) \cdot \frac{\partial J}{\partial z} + \frac{\sigma_0}{\epsilon_{a,0}} q = 0,$$

бу ерда  $\sigma_0 \ll \sigma_m$  (мухит ўтказувчанлиги симлар ўтказувчанлигидан жуда

кичик) шарт асосида  $-\frac{dJ}{dz} = \frac{\partial \dot{q}}{\partial t} + \frac{\sigma_0}{\epsilon_{a,0}} \dot{q}$ , тенглама ҳосил қилинади, ёки

комплекс шаклда:

$$-\frac{dJ}{dz} = \left( \frac{\sigma_0}{\epsilon_{a,0}} - j\omega \right) \dot{q}. \quad (12.13)$$

Агар, берилган кўндаланг кесим  $z = \text{const}$  да электр майдони фақатгина шу кесимдаги узунлик бирлигидаги заряд зичлиги  $q$  билан аниқланса ва линиянинг бошқа бўлақларидаги тоқлар ва зарядларга боғлиқ эмас, деб ҳисобланса (электр майдонининг локаллик хусусияти ҳақидаги тахмин), у ҳолда узунлик бирлигидаги  $q$  заряд зичлиги ва шу нуқтадаги  $U$  кучланиш ўзаро  $q = C_0 U$  тенглик орқали боғланган. Бу ерда  $C_0$  мутаносиблик коэффициентини бўлиб, узунлик бирлигидаги сизгим дейилади. Агар:

$$G_0 = C_0 \frac{\sigma_0}{\epsilon_{a,0}}, \quad (12.14)$$

тенглик билан аниқланувчи  $G_0$  катталиқ киритилса, (12.13) тенглик шаклидаги натижавий шаклга келади

$$-\frac{dJ}{dz} = (G_0 + j\omega C_0) \cdot \dot{U}. \quad (12.15)$$

Демак, узунлик бирлигидаги ўтказувчанлик  $G_0$  узунлик бирлигидаги сизгим  $C_0$  ва мухит ўтказувчанлиги  $\sigma_0$  га мутаносиб экан.

Олинган (12.10) ва (12.15) тенграмалар комплекс шаклдаги телеграф тенграмалар бўлиб, монохроматик тебранишларнинг турғунлашган ҳолати учун ўринлидир.

Юқорида кўрсатилганидек телеграф тенграмаларни чиқариш учун электродинамика қонуनларининг ўзи етарли эмас, уларга магнит ва электр майдонларининг локаллик характери ҳақидаги тахминлар ҳам қўшилиши лозим. Бу тахминлар линиялар хоссаларини фақат вақт ичида ўзгармайдиган майдонлар учун қўлланидиган катталиқлар - сизгим ва индуктивлик ёрдамида тавсифлаш имконини беради. Шу сабабли телеграф тенграмалар биржинсли линиялар учун етарличга паст частоталарда қўлланиши мумкин.

Телеграф тенгламаларининг биржинсли бўлмаган линиялар, масалан, якуний юкланган линиялар, охири узиб қуйилган ёки қисқа гуташтирилган линия бўлаклари ва ҳ.к.-га қўлланиш шартли линиянинг очик охиридан электромагнит тўқиниларнинг нурланиши йўқлиги  $k \cdot b \ll 1$  ( $k$  - бўшлиқдаги тўқини сон,  $b$  - симлар орасидаги масофа) дан иборат. Лекин бу шарт бажарилмаса, линия электромагнит энергияни кучли тарзда таркатади.

Телеграф тенгламаларига кўра, линиянинг узилган охиридан қайтиш коэффициентини доимо бирга тенг бўлганидан, бу нурланиш телеграф тенгламаларида ҳеч қандай ҳисобга олинмайди, ва бу ҳолда улар уз кучини йўқотади, яъни улар биржинсли бўлмаган линияларни ҳисоблаш имконини бермайди. Шу билан бирга икки симли линия электромагнит энергияни узатишга амалда яроқсиз бўлиб қолади, чунки ҳарқандай биржинслимаслик нурланишга сарф бўлувчи катта исрофларга олиб келади. Бу ҳулосалар коаксиал ва тасмали линияларга ҳам тегишлидир.

$k \cdot b \ll 1$  шарт кўндаланг квазистатиклик шартидир. Бу шарт линиянинг исталган кўндаланг кесимида исталганда электр ва магнит майдонларнинг тақсимланиши худди статик майдондаги (вақт ичида ўзгармас майдон) каби бўлишни кўрсатади. Ҳақиқатан одатдаги квазистатиклик шартли  $k \cdot D \ll 1$  ҳам уччала ўлчовлардаги энг катта ўлчов  $D$  бўлган тизим (электр занжири) худди юқоридагича кафолат беради.

$k \cdot D \ll 1$  шарт линиянинг кўндаланг кесимида майдоннинг квазистатик характери билан бирга, электр ва магнит майдонларининг локаллик характерини ҳам таъминлайди. Таъкидлаш лозимки, телеграф тенгламаларга асосланган узун линия назариясининг уридли бўлиши учун, линиянинг узунлиги фазода анчагина катта бўлиши керак (линия узунлиги ўзини кўндаланг кесимидан жуда катта бўлиши керак).

## 12.2. Узатиш линиялари

Параметрлари тақсимланган электр занжирларга узун линиялар (узатиш линиялари) мисол бўлишлари мумкин. Коаксиал, симметрик ва полюскали линиялари энг кўп тарқалган (12.1-жадвалга қ.).

Узатиш линияларнинг бирламчи параметрлари ( $R_0$ ,  $L_0$ ,  $C_0$ ,  $G_0$ ) материалнинг физикавий хоссалари, конструктив хусусиятлари ва линиянинг ишлаш температура режими билан аниқланадилар.

(12.14) ва (12.9) формулалар ёрдамида аниқланадиган чизикли сўғим  $C_0$  ва чизикли ташки индуктивлик  $L_0$  дан бошлаймиз. Бу формулалар электр ва магнит майдонларнинг локал характери ҳақидаги фарзга асосланадилар. Утказгичлари ўзгармас ток ўтказайтган ёки статик электр билан зарядланган чексиз узун линиялар учун бу формулалар етарли даражада аниқдирлар, шу сабабли майдоннинг локал характери ҳақидаги фарз автоматик тарзда бажарилади. Ҳақиқатдан ҳам, статик шаронда

заряд линия ўтказгичлари бўйлаб текис тақсимланади, шу сабабли у вужудга келтираётган электр майдони тизимнинг ихтиёрий кесим юзасида бир хил: у ўтказгичнинг бутун узунлиги бўйича ўзгармас бўлган зарядларнинг чизикли зичлигига мутаносиб, шунингдек стационар ток ҳам ўтказгич узунлиги бўйича ўзгармас, шу сабабли ихтиёрий кесим юзасидаги магнит майдони бир хил ва у ток кучи  $J$  га мутаносибдир.

Чексиз узун *коаксиал линия* (КЛ) даги электр майдонга назар солсак, кўриш мумкинки у оддий цилиндрик конденсатордан иборат (12.2-расм).



12.2-расм. Коаксиал линия

Бундай конденсаторда электр майдони фақат радиал ташкил этувчига эга. КЛ нинг сифми учун ифодани ҳосил қилишнинг энг содда йўли, бу цилиндрик конденсатор сифмини ҳисоблаш (5.26) мисоли келтирилган 5.5 параграф ҳулосаларидаги фойдаланиш. Цилиндрик конденсаторнинг узунлигини  $l = 1$  деб олиб

$$C = \frac{q}{U} = \frac{2\pi\epsilon_0 l}{\ln(r_2/r_1)} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln(D/d)} \quad (12.17)$$

ни ҳосил қиламиз.

Коаксиал линиянинг чизикли ташкили индуктивлигини ҳисоблаш учун 1-ўтказгичдан  $J$  ўзгармас ток, 2-ўтказгичдан эса  $-J$  ток ўтмоқда деб олиш керак. У ҳолда магнит майдони фақат  $r_1 < r < r_2$  оралиқда нолдан фарқли бўлади, чунки  $r > r_2$  да, яъни ташкили фазода 1 ва 2 ўтказгичларнинг магнит майдонлари бир-бирини йўқотадилар. Берилган тизимнинг майдони фақат  $H_\phi$  ташкили этувчига эга бўлади.

Ҳақиқатдан ҳам, ихтиёрий айланага  $r = \text{const}$   $\oint H_\phi ds = J$  муносабатни тадбиҳ этиб,  $H_\phi = J/2\pi r$  формулани ҳосил қиламиз.

(12.9) формула буйича чизикли магнит окимни ҳисоблаб, бушликдаги магнит майдон учун қуйидагини

$$\Psi = \int H dr = \frac{J}{2\pi} \ln \frac{r_2}{r_1} \quad (12.18)$$

ҳосил қиламиз. (12.18) муносабатни (12.9) билан солиштириб

$$L_s = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{r_2}{r_1} = \frac{1}{2\pi} \cdot \ln \frac{D}{d} \quad (12.19)$$

ни ҳосил қиламиз.

Агар коаксиал линиянинг магнит киритувчанлиги  $\mu_{o,d}$  га тенг бўлган магнетик билан тўлдирилган бўлса, (12.19) - формула қуйидаги кўринишга эга бўлади

$$L_s = \frac{\mu_{o,d}}{2\pi} \ln \frac{r_2}{r_1} \quad (12.20)$$

(12.17)  $\epsilon_s = \epsilon_0$  бўлганда ва (12.19) ифодалар  $L_s C = 1/c^2$  муносабатни қониктирадилар, бунга биноан ўтказгичларда йўқолишлар йўқ бўлганида, яъни уларнинг идеал ўтказувчанлигида, тўлқинлар линия бўйлаб ёруклик тезлиги  $c = 1/\sqrt{L_s C}$  билан тарқатадилар.

(12.5) формулаларга биноан линия учун ички чизикли қаршилиқлар ва индуктивлик катталиклари ҳар бир ўтказгич учун мос катталиқларнинг йиғиндисидан иборат. Ички чизикли қаршилиқ ва индуктивлик сирт эффекти назарияси асосида ҳисобланганлар. Қучли сирт эффекти ҳолида коаксиал линия учун оддий формулалар ҳосил бўлади:

$$R_{1,2} = \omega L_{1,2} = 1/2\pi r_1 \sigma_1 d_{01}, \quad R_{2,3} = \omega L_{2,3} = 1/2\pi r_2 \sigma_2 d_{02} \quad (12.21)$$

бу ерда 1 индекс коаксиал линиянинг ички ўтказгичига, 2 индекс эса ташқи ўтказгичига тааллуқлидир.

Чизикли ўтказувчанлик коэффициентини  $G_0$  чизикли сизгим  $C_0$  ва мухит ўтказувчанлиги  $\sigma_d$  га муганосиб. Юқорида қўрилган узатиш линиялари учун (12.14) формула ёрдамида ҳисобланади

$$G_0 = C_0 \frac{\sigma_d}{\epsilon_{o,d}} = \omega C_0 \cdot \operatorname{tg} \delta, \quad \text{бунда} \quad \operatorname{tg} \delta = \sigma_d / \omega \epsilon_{o,d} \quad (12.22)$$

Баъзи бир линияларнинг бирламчи параметрлари учун нисбатан юқори частоталар соҳасига мўлжалланган формулалар 12.1-жаъвалда келтирилган.

Узатиш параметрлари (иккиламчи параметрлар) бирламчи параметрлар орқали ифодаланадилар ва турли линияларнинг узатиш хоссаларини баҳолаш учун зарур. Уларга тарқалиш коэффициентини  $\chi$ , тўлқин қаршилиги  $Z_T$  ва линияда тўлқинларнинг тарқалиш фазавий тезлиги  $v_0$  киради:

$$\chi = \alpha + j\beta = \sqrt{(R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0)}; \quad (12.23)$$

$$Z_0 = |Z_0| e^{j\varphi_0} \cong \frac{\chi}{j\omega C_0}; \quad |Z_0| \cong \frac{1}{\omega C_0} \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}; \quad \varphi_0 \cong -\arctg \frac{\alpha}{\beta};$$

бу ерда  $R_0$ ,  $L_0$ ,  $C_0$ ,  $G_0$  - линиянинг бирламчи параметрлари;  $\sigma$  - сўниш коэффициентини;  $\beta$  - линиянинг фаза коэффициентини;  $|Z_0|$  - модуль;  $\varphi_0$  - тўлқин қаршилиги аргументи.

Юқори частоталар соҳасида  $\omega L_0/R_0 \geq 3,5$  ва  $\omega C_0/G_0 \geq 3,5$  бўлганда линиянинг иккиламчи параметрларини 1% дан кичик хатолиқи билан аниқлаш учун (12.23) - формулани соддалаштириш мумкин:

$$\alpha = \left( \frac{R_0}{2Z_0} + \frac{G_0 Z_0}{2} \right); \quad \beta = \omega \sqrt{L_0 C_0}; \quad Z_0 = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}}; \quad (12.24)$$

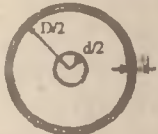
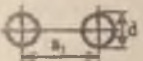
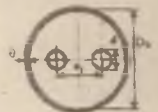

$$Z_{0,\infty} = \sqrt{L_{0,\infty}/C_0}; \quad \beta_L = \omega \sqrt{L_{0,\infty} C_0}; \quad v_{0,L} = 1/\sqrt{L_{0,\infty} C_0}.$$

бу ерда  $L_0 = L_{0,\infty} + L_{0,ин}$  - бирлик линия узунлигининг тўлиқ линия индуктивлиги;  $L_{0,\infty}$  - ЙТ конструкцияси билан аниқланувчи ўтказгичларнинг ташқи индуктивлиги;  $L_{0,ин}$  - сирт эффекти билан аниқланувчи ўтказгичларнинг ички индуктивлиги;  $Z_{T,\infty}$  - ташқи индуктивлик билан аниқланувчи чексиз катта частотадаги линиянинг тўлқин қаршилиги.

(12.24) га юқорида линиянинг иш режими учун ҳисобланган сирт импедансинг ва йўқотишлар бурчаги тангенсини учун ифодаларни қўйиб частотанинг кенг оралиги ва температура интервалида тўғри бўлган линиянинг иккиламчи параметрлари учун муносабатларни ҳосил қилиш мумкин.



12.1-жадвал. Баъзи бир узатқиш линияларнинг бирламчи параметрлари

| Линия тури  | $R_0, \text{ Ом/м}$  | $L_0, \text{ Г/м}$   | $C_0, \text{ Ф/м}$   | $G_0, \text{ 1/Ом.м}$       |
|---|--|--|--|-----------------------------|
| <p>Коаксиал</p>        | $\left( \frac{R_{s,A}}{\pi d} + \frac{R_{s,B}}{\pi D} \right)$   | $\frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D}{d} + \frac{1}{\omega} \left( \frac{X_{s,A}}{\pi d} + \frac{X_{s,B}}{\pi D} \right)$ | $\frac{2\pi \epsilon_0}{\ln(D/d)}$   |                             |
| <p>Симметрич очик</p>  | $\frac{2R_s}{\pi d} \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{a}{a_1} \right)^2 \right]$   | $\frac{\mu_0}{\pi} \ln \left( \frac{2a_1 - d}{d} \right)$  | $\frac{\pi \epsilon_0}{\ln \left( \frac{2a_1 - d}{d} \right)}$                                       | $\omega C_0 \cdot 1g\delta$ |
| <p>Симметрич ёпик</p>  | $\frac{R_s}{\pi d} \left[ 2 + \left( \frac{d}{a_1} \right)^2 \cdot \left( 1 - \frac{4D_3 a_1}{D_3^2 - a_1^2} \right) \right] + R_{s,3} \frac{8D_3 a_1^2}{D_3^4 - a_1^4}$ | $\frac{\mu_0}{\pi} \ln \left( \frac{2a_1}{d} \cdot \frac{D_3^2 - a_1^2}{D_3^2 + a_1^2} \right)$                      | $\frac{\pi \epsilon_0}{\ln \left( \frac{2a_1}{d} \cdot \frac{D_3^2 - a_1^2}{D_3^2 + a_1^2} \right)}$ |                             |
| <p>Микрополоскалы</p>  | $\frac{2}{W} Z_s$  | $L_{0, \text{макс}} \approx \mu_0 \frac{h}{W}$   | $\epsilon_0 \frac{W}{h}$   |                             |

Бир хил материалдан таёрланган ички ва ташқи ўтказгичли коаксиал линияларнинг узатиш параметрлари қуйидаги формулалар ёрдамида аниқланади:

линияда тўлқиннинг тарқалиш коэффициентини

$$\gamma^{KL} = \sqrt{j\omega\mu_a(\alpha + j\omega\epsilon_a) + 2\pi \cdot \frac{\sigma + j\omega\epsilon_a}{\ln(D/d)} Z_s \cdot k_\phi}; \quad (12.25)$$

сўниш коэффициентини

$$\alpha^{KL} = \alpha_M^{KL} + \alpha_D^{KL}; \quad (12.26)$$

бу ерда

$$\alpha_M^{KL} \approx \frac{R_s}{2Z_{B,\infty}^{KL}}; \quad \alpha_D^{KL} \approx \frac{1}{2} \omega \sqrt{\mu_a \epsilon_a} \cdot 1g\delta;$$

тўлқин қаршилигининг модули

$$Z_T^{KL} = Z_{T,\infty}^{KL} + \frac{1}{\omega} \left[ X_s \cdot \sqrt{\frac{1}{\mu_a \epsilon_a}} \right]; \quad Z_{T,\infty}^{KL} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}} \cdot \ln \frac{D}{d}, \quad (12.27)$$

бу ерда  $Z_{T,\infty}^{KL}$  - юқори частота соҳасида коаксиал линиянинг тўлқин қаршилиги;  $\alpha$  - муҳитнинг комплекс ўтказувчанлиги;  $Z_s = R_s + jX_s$  - коаксиал линиянинг ички ва ташқи ўтказгичларининг сирт импеданси;  $1g\delta_s = \sigma/\omega\epsilon_a$ ;  $k_\phi$  - ўтказгич шаклининг коэффициентини.

Ўтказгич шаклининг коэффициентини унинг ўтказувчи сиртининг периметри билан аниқланади. Масалан, бир хил бориш ва қайтиш

ўтказгичли коаксиал кабель учун  $k_\phi = \frac{1}{\pi} \left( \frac{1}{d} + \frac{1}{D} \right)$  тенг, бунда  $d$  ва  $D$  - коаксиал линиянинг ички ва ташқи ўтказгичларининг диаметрлари.

Ўтказгичларнинг сирт импеданси ва диэлектрикларнинг йўқотиш бурчагининг тангенсини учун муносабатлардан фойдаланиб, нормал шароитда (хона температурасида) ишловчи узатиш линияларининг иккиламчи параметрлари учун формулаларни ҳосил қиламиз.

Нормал сирт эффекти булган ҳолда нормал металлнинг электр тавсифларини ҳосил қилишда (11.17) сирт қаршилиги учун муносабатдан фойдаланиш мумкин.

Коаксиал линияларнинг узатиш параметрлари формулалардан аниқланадилар, уларга  $R_{s,yz} = X_{s,yz} = \sqrt{\omega\mu_a/2\sigma}$  қийматини қўйиб қуйидагиларни ҳосил қиламиз:

$$\alpha_{\varphi}^{KT}(\omega, T) \cong \omega^{\varphi} \cdot \frac{k_{\varphi}}{2Z_{Bx}} \cdot \sqrt{\frac{\mu_0}{2\sigma(T)}}; \quad (12.28)$$

$$\beta_{\varphi}^{KT}(\omega, T) \cong \omega \cdot \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} + \omega \cdot \frac{k_{\varphi}}{2Z_{Bx}} \cdot \frac{\mu_0}{2\sigma(T)};$$

$$Z_B^{KT} = Z_{Bx}^{KT} + \frac{1}{\omega} \cdot \frac{k_{\varphi}}{\mu_0 \epsilon_0} \sqrt{\frac{\mu_0}{2\sigma(T)}}.$$

Совутиш шаронтида нормал металллардан ясалган ўтказгичли узатиш линиялари учун қуйидаги хусусий ҳоларни: нормал сирт эффекти, чегаравий аномал эффекти, ва охири султ сирт эффектнинг оралик ҳолини кўриб чиқамиз.

Барча металлларда нормал сирт эффекти сақланадиган температура соҳасида (-200 °С гача) криоген линияларнинг узатиш параметрларини аниқлаш учун юқорида келтирилган (12.28) формулалардан фойдаланиш мумкин.

Чегаравий нормал сирт эффекти шартлари бажараладиган температура соҳасида (< 70 K) сирт қаршилиги (11.22) формула орқали ифодаланлади.

Чегаравий аномал сирт эффекти ҳоли учун коаксиал линиянинг узатиш параметрлари (12.25-12.27), (11.22) ни эътиборга олган ҳолда, қуйидаги формулалардан аниқланishi мумкин:

$$\alpha_{\varphi}^{KT}(\omega) \cong \omega^{2\varphi} \cdot \frac{A \cdot k_{\varphi}}{2Z_{Bx}^{KT}}; \quad (12.29)$$

$$\beta_{\varphi}^{KT}(\omega) \cong \omega \cdot \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} + \omega^{\frac{2}{3}} \cdot \frac{\pi \cdot \bar{3} \cdot k_{\varphi}^2}{2Z_{Bx}^{KT}};$$

$$Z_B^{KT} = Z_{Bx}^{KT} + \frac{\omega^{-\varphi} \cdot \bar{3}}{\mu_0 \epsilon_0} \cdot A k_{\varphi}.$$

бу ерда  $A$  - (11.22) формула ёрдамида аниқланади.

Султ сирт эффекти температуралар соҳасида сирт қаршилиги (11.24) формулалар орқали ифодаланлади.

Коаксиал линиянинг узатиш параметрларидан (12.25-12.27) ва сирт қаршилиги учун формулаларидан (11.24) фойдаланган ҳолда шу режимдаги коаксиал линиянинг узатиш параметрлари учун муносабатларини ҳосил қилиш мумкин.

Микрокоаксиал ва микрополоскали линиялар энг истиқболли ўта ўтказувчан узатиш линиялари бўлиб улар информацияни қойта ишловчи рақамли тизим (ЭХМ) да ишлаш учун мулжалланган.

Ўтаўтказувчанлик бўлмаган соҳа ( $T \geq T_s$ ) да ПТЎУ материаллари асосидаги узатиш линиялари узларини чуқур совутиш (криоген) режимда

тоза металлдан ясалган ўтказгичли линиялар каби тутадилар. Бундай линияларни узатиш параметрлари юқорида кўриб ўтилган. Шу сабабли фақат ўтаўтказувчанлик мавжуд бўлган температура соҳасида бундай линияларнинг узатиш параметрларини аниқлаймиз.

МКЛ узатиш параметрлари (12.25-12.27) формулалардан аниқланади. Юқори частоталар оҳасида тўлқин қаршилиги ва ўтаўтказувчи коаксиал линияларнинг фаза коэффициенти  $Z_B \approx Z_{B,\infty}$  ва  $\beta \approx \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$  муносабатлар орқали аниқланадилар.

Паст температурали ўтаўтказувчан материалдан ясалган ўтказгичли КЛ учун ўтаўтказувчанлик мавжуд бўлган температура соҳасида ўтказгичлардаги йўқотишлар ҳисобига сўниш коэффициентини куйидаги формула билан ҳисоблаш мумкин:

$$\alpha_{2,0}^{хп}(\omega, T) \approx \omega^2 \frac{k_\phi}{2Z_{B,\infty}} \left\{ \frac{1}{2} \mu_0^2 \lambda_L^2(0) \sigma_n \left( \frac{T}{T_j} \right)^2 \left[ 1 - \left( \frac{T}{T_j} \right)^2 \right]^{3/2} \right\}. \quad (12.30)$$

бу ерда  $\lambda_L(0)$  -  $T=0$  бўлганда ўтказгичларнинг киришидаги лондонча чуқурлиги.

Коаксиал линиянинг узатиш параметрларини (12.25...12.27) ва сирт қаршилиги ифодаси (11.40) дан фойдаланиб ЮТУУ асосида линиялар учун ўтказгичлардаги йўқотишлар ҳисобига сўнишнинг частотага боғлиқлигини ҳосил қиламиз. ЮТУУ материалларнинг сирт қаршилигининг температурага боғлиқлиги асосида коаксиал линиядаги сўниш учун температура ва частотага боғлиқ ифодани ҳосил қиламиз.

Ўтаўтказувчанлик соҳа учун ( $T < 0,99 T_j$ )

$$\alpha_{2,0}^{хп}(\omega, T) = \omega^2 \cdot \frac{\mu_0^2 \lambda_L^2(0) \sigma_n(T_j) \cdot k_\phi}{4Z_{B,\infty}} \cdot \frac{(T/T_j)^2}{\left[ 1 - (T/T_j)^2 \right]^{3/2}}. \quad (12.31)$$

бу ерда  $\xi = 1 \dots 4$ .

Ўтаўтказувчанлик мавжуд бўлмаган соҳа учун ( $T \geq T_j$ )

$$\alpha_{\sqrt{2}}^{хп}(\omega, T) = \omega^2 \cdot \frac{k_\phi}{2Z_{B,\infty}} \left[ \frac{\mu_0}{2\sigma_n(T_j)} \right]^2 \cdot \sqrt{\frac{T}{T_j}}. \quad (12.32)$$

ПТУУ ва ЮТУУ линияларда диэлектрикдаги йўқотишлар ҳисобига сўнишнинг температурага боғлиқлиги линиянинг конструкциясига боғлиқ эмас ва диэлектрик йўқотишлар бурчаги тангенсининг температурага боғлиқлигидан аниқланади.

$$\alpha_c(\omega, T) \approx \omega \cdot \frac{1}{2} \cdot \epsilon_0 \mu_0 \cdot \operatorname{tg} \delta_c(T). \quad (12.33)$$

### 12.3. Узатиш линияларининг умумлашган частотавий тавсифлари.

Нисбатан юкори частоталар соҳасида линиянинг ўтказгичларида ва диэлектрикдаги йўқотишларни ҳисобга олган ҳолда биржинсли линиянинг тарқалиш коэффициенти куйидаги формула орқали аниқланади.

$$\chi(j\omega) = \alpha_0 + \alpha_{\text{тг}}(\omega) + \alpha_{\text{д}}(\omega) + \{ \beta_{\text{д}}(\omega) + \beta_{\text{нл}}(\omega) \} \quad (12.34)$$

бу ерда  $\alpha_0 = \ln(1 + R_0/R_{\text{н}})$  - ўзгармас токда линиядаги сўнаш;  $\alpha_{\text{тг}}(\omega) = R_0(\omega)/2Z_{\text{в.з}}$  - линия ўтказгичларида сирт йўқотишлари ҳисобига сўниш;  $\alpha_{\text{д}}(\omega) = G_0(\omega)Z_{\text{в.з}}/2$  - диэлектрикдаги йўқотишлар ҳисобига сўниш;  $\beta_{\text{д}}(\omega) = \omega t_0$  - фаза коэффициентининг чизикли қисми;  $\beta_{\text{нл}}(\omega)$  - фаза коэффициентининг ночизикли қисми;  $t_0 = \sqrt{L_0 C_0}$  - тўлқин фронтининг кечикиш вақти;  $R_{\text{н}}$  - нагрузка қаршилиги.

Юкори частоталар соҳасида линиянинг кучсизланиш коэффициенти (ўзгармас токда йўқотишларни ҳисобга олмаган ҳолда) икки ташкил этувчиларнинг йиғиндисига тенг, улардан бири ўтказгичлардаги йўқотишлар туфайли вужудга келади, иккинчиси эса - линия диэлектрикидаги йўқотишлар туфайли вужудга келади,

$$\alpha(\omega) = \alpha_{\text{тг}}(\omega) + \alpha_{\text{д}}(\omega) = C\omega^2 + D\omega^5.$$

Оддий шароитларда ( $T=20^\circ\text{C}$ ) ишловчи одатдаги узатиш линиялари учун (масалан, симметрик ва коаксиал линиялар) даражали функцияларнинг кўрсаткичлари, металл ва диэлектрикдаги йўқотишнинг ташкил этувчилари учун апроксимацияланганда,  $\xi=1/2$ ,  $\zeta=1$  қийматларни қабул қилдилар. Турли узатиш линиялари учун кенг частота ва температура оралиғида ўтказгичларда ва диэлектрикда сусайишнинг частотага боғлиқлигини назарий ва тажриба йўли билан ўрганиш натижалари учун, юкорида кўрсатилгандек, характеристик кўрсаткичлар  $\xi$  ва  $\zeta$  куйидаги интервалда турли қийматларни қабул қилишлари мумкин  $0 \leq \xi \leq 2$ ,  $0,7 \leq \zeta \leq 1,3$ . Масалан, нормал сирт эффектида тоза металллар учун частота диапазониға боғлиқ равишда  $0 \leq \xi \leq 0,5$ , аномал сирт эффекти учун эса  $0,5 < \xi \leq 2/3$ ; критик температурадан пастда ( $T < T_c$ ) тоза ўтаўтказувчан металллар ва қотишмалар учун  $1,75 < \xi \leq 2$ . Реал шароитларда металллар ва аралашмалар бирикмалар учун  $\xi$  нинг ўзгариш интервали кенгайди.

Диэлектриклар учун полимернинг тури, частотаси ва температура диапазолига боғлиқ равишда йўқотишлар бурчагининг тангенсини  $tg\delta \sim \omega^n$  муносабат орқали аниқланади, булда  $-0,3 < n < 0,3$ , бу эса  $\zeta$  кўрсаткични 0,7...1,3 оралиқда ўзгаришига олиб келади.

Телекоммуникация тизимларида ишлатиладиган узатиш линияларининг хоссаларини ёритишда фойдаланиладиган вақтинча модели учун фаза коэффициентини частотавий тавсифи айниқса унинг чизикли бўлмаган ташкил этувчиси муҳим аҳамиятга эга.

Бир жинсли линия учун сўниш коэффициенти ва фаза коэффициентининг чизикли бўлмаган қисми ўзаро қуйидаги формула орқали боғланган.

$$\beta(\omega) = M\omega_c^m tg \frac{m\pi}{2}. \quad (12.35)$$

Шундай қилиб, бир жинсли линиянинг фаза коэффициенти учун умумлашган ифода қуйидаги кўринишга эга бўлади

$$\beta_m(\omega) = \alpha\omega_0 + \chi M\omega_c^m tg \frac{m\pi}{2}, \quad \chi = \begin{cases} 1, & \text{для } 0 < m < 1 \\ 0, & \text{для } m \geq 1 \end{cases}. \quad (12.36)$$

Сўниш ва фаза коэффициентларининг частотага боғлиқлигини билган ҳолда бир жинсли линия тарқалиш коэффициентининг умумлашган ифодасини осонгина ёзиш мумкин

$$\gamma_m(j\omega) = \alpha_m(\omega) + j\beta_m(\omega) = M_1\omega^n + j\left(\alpha\omega_0 + M_1\omega_c^m \chi tg \frac{m\pi}{2}\right), \quad (12.37)$$

бу ерда  $M_1 \geq 0$ ,  $0 \leq m \leq 2$ ,  $\chi = \begin{cases} 1 & m < 1 \text{ да} \\ 0 & m \geq 1 \text{ да} \end{cases}$

$0 < m < 1$  учун ( $\chi=1$ ) тарқалиш коэффициентини қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин

$$\gamma_m(j\omega) = j\omega\alpha_0 + M_m(j\omega)^m, \quad \text{бунда } M_m = M_1 \left(\cos \frac{m\pi}{2}\right)^{-1}. \quad (12.38)$$

Тўлиқин қаршилигини, унинг тарқалиш коэффициенти билан боғланишидан фойдаланиб, аниқтаймиз

$$Z_{r,m}(j\omega) = \frac{\gamma_m(j\omega)}{Y(j\omega)} = \frac{\gamma_m(j\omega)}{G_0 + j\omega C_0} = \frac{\gamma_m(j\omega)}{\omega C_0 (tg\delta + j)}. \quad (12.39)$$

бу ерда  $tg\delta = G_0/\omega C_0$  - диэлектрик йўқотышлар бурчагининг тангенси

Кўрилатган узатиш линиялари учун  $tg\delta = 10^{-3} \dots 10^{-5}$  эганини эътиборга олган ҳолда  $tg\delta \ll 1$  деб олиш ва (12.39) ифодани соддарок кўринишда ёзиш мумкин

$$Z_{T,m}(j\omega) \cong \frac{\gamma_m(j\omega)}{j\omega C_0} \quad (12.40)$$

(12.38) ни (12.40) га қўйиб, бир жинсли линияларни келишилган ҳолда улаш учун тўғри бўлган тўлқин қаршилигининг частотага боғлиқлигини кўрсатувчи умулашган ифодасини ҳосил қиламиз

$$Z_{T,m}(j\omega) \cong Z_{T,z} + \frac{M}{C_0} \left( tg \frac{m\pi}{2} - j \right) \omega^{m-1} \quad (12.41)$$

Ўзгармас токда эътиборга олмаса ҳам бўладиган даражада кичик йўқотишли бир жинсли узатиш линиялари учун линиянинг тарқалиш коэффициентининг умумлашган ифодаси (12.37) кўринишда бўлади. Бошқа томондан, тарқалиш коэффициентини линиянинг бирламчи параметрлари орқали ифодалаш мумкин

$$\gamma_m(j\omega) = j\omega\sqrt{L_0 C_0} \left[ 1 + \frac{R_0}{j\omega L_0} (1 - jtg\delta) - jtg\delta \right]^{1/2} \quad (12.42)$$

$tg\delta \ll 1$  деб олиб, (12.42) дан куйидаги яқинлашган ифодани ҳосил қиламиз

$$\gamma(j\omega) \cong ja\alpha_0 + \left( 1 + \frac{R_0}{j\omega L_0} \right)^{1/2} \quad (12.43)$$

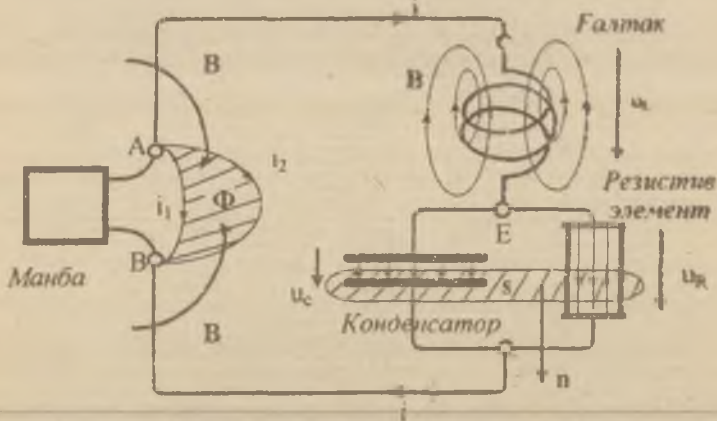
Юқори частоталар соҳасида  $(R_0/\omega L_0) < 1$  биномиал ёйишдан фойдаланиб ва бир қатор ўзгартиришлардан сўнг, сирт қаршилиги билан боғлиқ бўлган, бир жинсли линиядаги тарқалиш коэффициентининг ифодасини ҳосил қиламиз

$$\gamma_m(j\omega) = ja\alpha_0 + \frac{R_0}{2Z_{T,z}} = ja\alpha_0 + \frac{k_0}{2Z_{T,z}} Z_{S,m}(j\omega), \quad (12.45)$$

бу ерда  $Z_{S,m}(j\omega)$  - умумлашган шаклда ёзилган сирт қаршилиги.

## ХУЛОСА

Кўпгина техник тизимларнинг иши электромагнит ҳодисалардан фойдаланишга асосланган. Кўп ҳолларда бундай электротехник тизимлар узаро ўтказгичлар билан боғланган элементлар мажмуасидан иборат бўлади (х.1-расм). Тизимнинг функционал вазифасидан катъий назар унинг баъзи бир элементлари у ёки бу кўринишдаги (иссиклик, механик, кимъёвий ва б.) энергияни электромагнит энергияга айлантирадилар. Бундай элементларни генераторлар ёки манбалар деб аташади. Электромагнит энергия манбалардан бошқа элементларга узатилади, у ерда улар электр ва магнит майдонлари кўринишида йнгиладилар. Бу элементлар конденсатор ва индуктив галтаклардир. Баъзи бир элементларда электромагнит энергиянинг бошқа кўринишдаги - иссиклик, механик, кимъёвий ва б. энергияга қайтмас ўтиши юз беради. Бу элементларга резистив элементлар деб аталадилар.



х.1-расм. Электр занжирнинг физикавий мазмуни.

Маълум параметрли моддий муҳитда жойлашган ихтиёрий зарядланган jismlar тизими ва токли контурларда электромагнит ҳодисани ҳар томонлама қарашда, бу тизим вужудга келтирган электромагнит майдонни, яъни шу майдонни характерловчи фазо ва вақтда ўзгарувчи векторларни таҳлил қилиш зарур: электр майдоннинг кучланганлиги вектори  $\vec{E}$ , магнит индукция вектори  $\vec{B}$ , ҳисобланган электр силжиши вектори  $\vec{D}$  ва магнит майдони кучланганлиги вектори  $\vec{H}$ , ток зичлиги вектори  $\vec{J}$ .



Электротехникавий тизимларда электромагнит ходисаларни бундай тушунтириш кўп ҳолларда ҳаддан ташқари мураккаб бўлибгина қолмай, балки ортақча ҳамдир, чунки энг муҳим электромагнит тавсифларни  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$ ,  $\vec{B}$ ,  $\vec{D}$ ,  $\vec{J}$  ни майдоннинг дифференциал характеристикалари фазо ва вақт бўйича синчиклаб таҳлил қилмасдан, шу векторлар орқали ҳосил қилинган интеграл каггаликлардан фойдаланиб аниқлаш мумкин:

$$- \text{маъбанинг ЭЮК} \quad e = \int_l \vec{E} \cdot d\vec{l},$$

$$- \text{электр токи} \quad i = \int_s \vec{J} \cdot d\vec{s},$$

$$- \text{электр кучланиши} \quad u = \int_l \vec{E} \cdot d\vec{l},$$

$$- \text{магнит оқими} \quad \Phi = \int_s \vec{B} \cdot d\vec{s},$$

$$- \text{магнит юритувчи куч (МЮК)} \quad i \cdot w = \int_l \vec{H} \cdot d\vec{l}.$$

Электротехник қурилмаларда электромагнит жараёнларни тушунтиришнинг ориқчаллиги шу билан аниқланадики, бу каби тизимларнинг кўпчилигида боғловчи ўтказгичлар ва уларни ўраб турган фазода электромагнит жараёнлар айтарли муҳим бўлмаган хусусиятга эга ва тахминий баҳолалишига дучор бўлишлари мумкин.

Потенциал бўлмаган, хусусан, вақт бўйича ўзгарувчи электромагнит майдонларда йўл бўйлаб аниқлаётган электр кучланиш шу йўл шаклига боғлиқ. А ва В нуқталар орасидаги кучланишни икки турли  $l_1$  ва  $l_2$  йўллар бўйича ўлчаб, турли  $u_{AB_1}$  ва  $u_{AB_2}$  қийматлар ҳосил қиламиз (х.1-расмга қаранг), чунки ёпиқ контур  $A_1B_1A_2B_2A$  бўйича интеграллаш

электромагнит қонунига асосан  $\int_{l_1} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{l_2} \vec{E} \cdot d\vec{l} - \int_{l_2} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt}$  ни

беради, бунда  $\Phi$  - интеграллаш контури ўраб олган магнит оқими.

Бундан  $\int_{l_1} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{l_2} \vec{E} \cdot d\vec{l} - \frac{d\Phi}{dt}$  ёки  $u_{AB_1} = u_{AB_2} - \frac{d\Phi}{dt}$  келиб чиқади.

Бундай ноаниқлик электр занжиридаги жараёнларни таҳлилига сезиларли ҳаттолик киритмайди, агарда боғловчи ўтказгичларни ўраб турган фазодаги магнит майдони ва магнит энергиясини жамлаш учун махсус мўлжалланган тизим элементларидаги майдондан сезиларли даражада суэт бўлса. Бунинг натижасида, кучланиш аниқланаётган йўлни танлаш усули ҳақида гапирмай, занжирнинг у ёки бу элементининг қисқичлари орасидаги кучланиш тўғрисида суэ юритиш мумкин. Бирок,

бу йўлда занжир элементлари - энергия манбалари ва индуктив ғалтаклар ташқарисида жойлашган деб фараз қилинади.

Шунга ўхшаш гизимда зарядлар ҳаракатининг эффектини баҳолашда электр тоқининг интеграл тушунчасидан фойдаланиш сезиларли ноаниқликни киритмайди, чунки токнинг ўтиши учун махсус мўлжалланган ўтқазгичлар атроф муҳитга нисбатан сезиларли даражада юқори электроўтказув анликка эгалар, ва ўтказгич етарли даражада узунликка эга бўлганда, уларда токнинг тақсимланиши ва унинг қесим юзаси ўзгармас бўлганда оддий хусусиятга эга, чунки токнинг алоҳида линиялари бир бирига параллелдирлар.

Генерация ҳодисасини локализациялаш ҳақида фараз қилиш электр ва магнит майдонлардаги жамғарма энергияни тўплаш уни қайт ўзгартириш тизимини электр занжир сифатида тушунтиришга олиб келади, улардаги асосий электромагнит жараёнларни интеграл катталиклар - уларни ташкил этувчи элементларидаги электр тоқи ва кучланишлар ёрдамида ифодалаш мумкин.

Занжирлар жараёнларнинг уларни алоҳида элементларида муҳасамлашган занжирларга жамланган параметрли занжирлар деб аталади. Улар элементлардаги тоқлар ва кучланишлар ва элементлар параметлари билан ифодаланадилар. Бу тушунчалар уларда юз берувчи жараёнлар интенсивлигини характерлайди. Баъзан занжирлардаги жараёнларни характерловчи катталиклар сифатида токдан  $q = \int idt$  ва кучланишдан  $\Psi = \int udt$  вақт бўйича олинган интеграллари бўлган занжирнинг алоҳида элементларидаги зарядлар  $q$  ва уларнинг оқим боғланиши  $\Psi$  дан фойдаланилади.

Жамланган параметрли занжирларга, ўлчамлари қурилмалар элементларида тарқалаётган электромагнит тўқинлар узунлигидан сезиларли даражада кичик бўлган, кенг тарқалган реал техник қурилмаларни кўриши мумкин.

Занжир элементларини алоҳида қўриш улар қисқичлари орасидаги кучланишнинг қайси йўналишда аниқланишини кўрсатишини талаб этади. Кабул қилинган кучланиш йўналишини занжирда келтирилган қисқичлар орасига йўналтирилган чизикча билан кўрсатилади (х.1 расмга қараңг).

Электр тоқи тушунчасини занжирнинг алоҳида элементларига тадбиқ этиш ҳам уни ўлчам йўналишини кўрсатишини талаб этади: бунда вужудга келаётган ноаниқлик шу билан боғланганки, ажратиб олинган  $s$  сирт учун (х.1-расмга қараңг)  $i = \int J d s$  интеграл ишораси нормалнинг  $s$  га

нисбатан йўналишига боғлиқ. Токнинг ҳисоб йўналиши (нормал йўналиши билан мос келувчи) схемадаги боғловчи ўтказгичларда чизикча билан кўрсатилади.

Жамланган параметрли занжирлар учун электромагнит жараёнларни локализацияси ҳақида қабул этилган фараз тоқлар ва кучланишларнинг катта тезлик билан узгаришида, ва шунингдек чўзиқ тизимларда (масалан, электромагнит энергияни узатиш линияларда бажарилмайди. Шунга ухшаш қурилмаларда жараёнлар элементлари етарли даражада оддий бўлганда ҳам ток ва кучланиш тушунчаси ёрдамида ифодаланиши мумкин. Бундай таҳлилда шун ҳисобга олиш керакки электр ва магнит майдонларида энергияни жамлаш ҳодисаси, ҳамда энергиянинг қайтмас йуқотишларининг локализацияси бўлмасдан, электромагнит тўлқинлар тарқалаётган линия ўтказгичларида ва унинг атрофидаги фазодаги ўтказгичларнинг ичида юз беради. Шунга ухшаш элементларни ўз ичига олувчи занжирларга параметрлари тақсимланган занжирлар деб аталади. Бундай электр занжирларни ифодалаш анча мураккаб бўлиб, у линия бўйлаб ўлчанаётган ва фақатгина вақт бўйича эмас, балки фазо координаталарининг ҳам функцияси бўлган ток ва кучланишни ўз ичига олади.

Электр занжирларнинг ҳамма ташкил этувчилари реал компоненталари тақсимланган параметрларга эга. Агар электромагнит тўлқиннинг узунлиги қаралаётган занжир ўлчамидан сезиларли даражада катта бўлса, у ҳолда параметрлари мужасамланган занжирнинг соддарок моделини қўллашга руҳат этилади.

ЭЮК нинг интеграл катталиклари, ток, кучланиш ва ўзиндукция ЭЮК тушунчасини қўллаган ҳолда, ўзаро индукция ЭЮК; ҳамда Ом, Кирхгоф ва Жоуль-Ленц қонунилари ёрдамида электротехника масалаларини соддалаштирилган услубда ечиш ЭЛЕКТР ЗАНЖИРЛАР НАЗАРИЯСИНИ ЎРГАНИШ МЕЗОНИНИ ТАШКИЛ ЭТАДИ.

#### АДАБИЁТЛАР

1. Иродов И.Е. Основные законы электромагнетизма: Учебное пособие для вузов. – М.: Высшая школа. 1991. – 288 с.
2. Нейман Л.Р., Демирчан К.С. Теоретические основы электротехники: В 2-х т. Учебник для вузов. Том I. – Л.: Энергоиздат, 1981. – 536 с.
3. Татур Т.А. Основы теории электромагнитного поля: Справочное пособие для электротехнических специальностей вузов. – М.: Высшая школа. 1989. – 271 с.
4. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электромагнитное поле: Учебник для электротехнических, энергетических, приборостроительных специальностей вузов. – М.: Высшая школа. 1986. – 263 с.

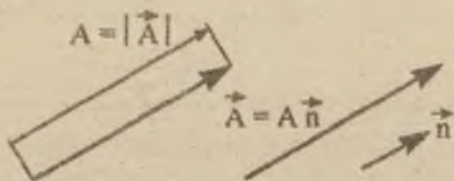
## И.1. Векторча тахлил элементлари

И.1.1. Скаляр катталиқ. Скаляр. *С к а л я р* катталиқ деб қиймати битта хақиқий мусбат ёки манфий алгебраик сон - *с к а л я р* билан тўлиқ аниқланидиган катталиққа айтилади. Скалярная катталиқ танленган координаталар тазимиға боғлиқ эмас.

И.1.2. Вектор катталиқ. Вектор. Бирлик вектор. Скаляр ва вектор қўнайтмаси. Геометрик фазода йўналишган кесма кўринишида тасвирланган катталиқ вектор катталиқ деб аталади. Маълум бир узунлиқ ва йўналишга эга булган кесма. (И.1-расм). Вектор  $\vec{A}$  маълум узунлиққа ва йўналишга эга булган кесма. Вектор  $\vec{A}$  нинг узунлиғи  $A$  скаляр катталиқ билан аниқланиб, вектор модулига тенг:  $A = |\vec{A}|$ .

*Бирлик вектор* - шундай векторки, унинг модули бирга тенг. Вектор бирлик вектори бўлади, агар  $n = \vec{n} = 1$  бўлса.

И.1 да кўрсатилган вектор  $\vec{A}$  ни қуйидаги ифода билан тасвирлаш мумкин:  $\vec{A} = |\vec{A}| \vec{n} = A \vec{n}$



И.1-расм. Бирлик векторни таърифлаш.

*Скаляр ва вектор  $\vec{A}$  нинг қўнайтмаси* деб, йўналиши  $\vec{A}$  векторнинг йўналишига мос келувчи  $\vec{C}$  векторга айтилади, унинг узунлиғи  $C = |\vec{C}|$  скаляр  $a$  ни вектор  $\vec{A}$  нинг модули ( $A = |\vec{A}|$ ) га қўпатмасига айтилади:

$$\vec{C} = a \cdot \vec{A} = a \cdot A \cdot \vec{n} = a \cdot A \cdot \vec{n} = |\vec{C}| \cdot \vec{n} = C \cdot \vec{n}.$$

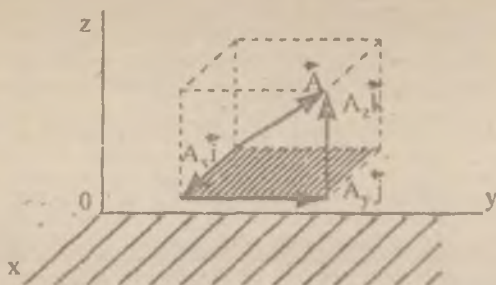
бу ерда  $\vec{n}$  - йўналиши  $\vec{A}$  ва  $\vec{C}$  векторлар йўналиши билан мос келувчи бирлик вектор.

И.1.3. Декарт координаталар системасида вектор. Нуқтанинг радиус-вектори. Ихтиёрый вектор декарт координаталар системасида фақат қуйидаги кўринишда ифодаланиши мумкин (И.2-рasm)

$$\vec{A} = \vec{A}(x, y, z) = A_x \cdot \vec{i} + A_y \cdot \vec{j} + A_z \cdot \vec{k},$$

бу ерда  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  - координата ўқларининг бирлик векторлари,

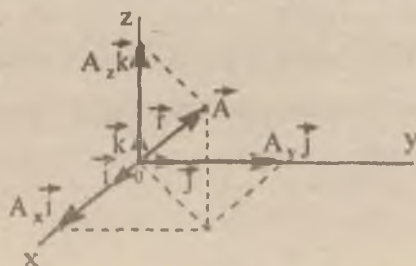
$A_x, A_y, A_z$  -  $\vec{A}$  векторнинг декарт координаталари.



И.2-рasm. Векторни декарт координаталар системасида тасвирлаш

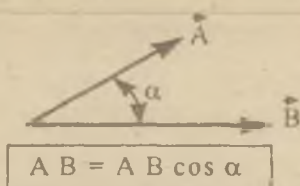
Бошланиши координата боши билан мос тушувчи, охири эса  $A$  нуқтада жойлашган вектор  $A$  нуқтанинг ҳолатини тўлиқ аниқлайди, шундай белгиланади ва  $A$  нуқтанинг радиус-вектори деб аталади (И.3-рasm).

Бушдай векторни қуйидагича ифодалаш мумкин:  $\vec{A} = \vec{A}(x, y, z) = \vec{A}(\vec{r})$ .



И.3-рasm.  $A$  нуқтанинг радиус-векторини тасвирлаш.

**И.1.4. Векторларнинг скаляр кўпайтмаси.**  $\vec{A}$  ва  $\vec{B}$  векторларнинг скаляр кўпайтмаси  $\vec{A} \cdot \vec{B}$  кўринишда белгиланади. Бу векторларнинг скаляр кўпайтмасининг натижаси скаляр (сон) бўлиб, бошланиши бир нуктага келтирилган векторларнинг модулларини улар орасидаги бурчакнинг косинусига кўпайтмаси билан аниқланади (И.4-расм).



И.4-расм. Векторлар скаляр кўпайтмасини аниқлашга доир.

**И.1.5. Векторларнинг вектор кўпайтмаси.**  $\vec{A}$  ва  $\vec{B}$  векторларнинг вектор кўпайтмаси  $[\vec{A} \times \vec{B}]$  кўринишда белгиланади. Вектор кўпайтманинг натижаси ҳам вектор  $\vec{C}$ .  $\vec{C}$  векторнинг узунлиги, умумий бошланишга келтирилган  $\vec{A}$  ва  $\vec{B}$  векторлар модулларини улар орасидаги бурчакнинг синусига кўпайтмасига тенг, яъни томонлари  $\vec{A}$  ва  $\vec{B}$  векторларга тенг бўлган параллелограмнинг юзасига тенг (И.5-расм).

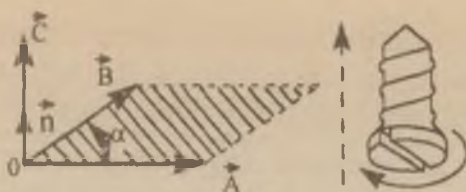
$$|\vec{C}| = C = A \cdot B \cdot \sin \alpha.$$

$\vec{C}$  векторнинг йўналиши ўнг винт қондасига асосан аниқланади. Ўнг винт қаллаги соат стрелкаси томон айланмирилса у эса ичкари томон силжийди. Агар винт қаллагининг умумий бошланишга келтирилган  $\vec{A}$  ва  $\vec{B}$  векторларни текислигига жойлаштириб, уни энг қисқа йўл билан  $\vec{A}$  вектордан  $\vec{B}$  вектор томон айланмирилса, у ҳолда винтнинг илгариланма ҳаракати параллелограмм текислигига тик бўлган  $\vec{C}$  векторнинг йўналишини кўрсатади (И.5-расм).

Векторларнинг вектор кўпайтмасини қуйидаги кўринишда ифодалаш мумкин

$$\vec{C} = [\vec{A} \times \vec{B}] = \vec{n} \cdot A \cdot B \cdot \sin \alpha = C \cdot \vec{n},$$

бу ерда  $\vec{n}$  - йўналиши  $\vec{C}$  вектор билан мос бўлган бирлик вектор.



И.5-расм. Векторларнинг вектор кўпайтмаси таърифи.

И.1.6. Вектор функция. Вектор функциянинг ҳосиласи. Фараз қилайлик, ўзгарувчи  $t$  нинг ҳар бир қийматига маълум бир вектор  $\vec{A}$  мос келад. Бундай ҳолларда вектор  $\vec{A}$  ўзгарувчи  $t$  нинг вектор функцияси деб айтилади ва  $\vec{A} = \vec{A}(t)$  деб ифодаланadi. Декарт координата системасида

$$\vec{A} = \vec{A}(x, y, z, t) = \vec{A}(\vec{r}, t).$$

Ўзгарувчан  $t$  миқдор  $\Delta t$  орттирмага эга бўлсин. Мос равишда  $\vec{A}$  векторнинг орттирмасини аниқловчи вектор:

$$\vec{A} = \vec{A}(t + \Delta t) - \vec{A}(t).$$

Агар  $\Delta t$  нулга интилганда вектор  $\Delta \vec{A}$  нинг модули ( $|\Delta \vec{A}|$ ) ҳам нулга интилса, у ҳолдаги вектор функция  $\vec{A}(t)$  ўзгарувчининг узлуксиз функцияси бўлади ва унинг  $t$  бўйича ҳосиласи қуйидагига тенг

$$\frac{d\vec{A}}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{A}}{\Delta t}.$$

Декарт координаталарида келтирилган  $\vec{A} = \vec{A}(t)$  векторнинг ҳосиласи қуйидагига ёзилади

$$\frac{d\vec{A}}{dt} = \vec{i} \cdot \frac{dA_x}{dt} + \vec{j} \cdot \frac{dA_y}{dt} + \vec{k} \cdot \frac{dA_z}{dt},$$

бу ерда  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  - координата ўқларининг бирлик векторлари.

**И.1.7. Скаляр майдон.** Фазонинг ҳар бтр нуктасида (аниклаш соҳаларида) маълум бир қийматларни қабул қилувчи скаляр катталиқ  $A$  нуктанинг скаляр функцияси ёки скаляр майдон деб аталади:

$$A(x, y, z) = A(\vec{r}).$$

Сиртлар

$$A(x, y, z) = A(\vec{r}) = \text{const.}$$

сатҳ сиртлари деб аталадилар.

Сатҳ сиртларининг текислик билан кесишган чизиқлари сатҳ чизиқлари деб аталади.

**И.1.8. Вектор майдон.** Фазанинг ҳар бир нуктасида маълум бир қийматларни қабул қилувчи вектор катталиқ  $\vec{A}$  нуктанинг вектор функцияси ёки вектор майдон деб аталади. Вектор майдон  $\vec{A}(\vec{r})$  геометрик равишда ўз вектор чизиқлари орқали тасвирланиши мумкин.

Вектор чизиқ - бу шундай чизиқки, унинг ҳар бир нуктасида вектор  $\vec{A}$  уринма бўлади ва у ҳар бир нуктада вектор майдон  $\vec{A}(\vec{r})$  нинг йўналишига эга.

**И.1.9. Вектор майдондаги эгри чизиқли интеграл.** Вектор функция  $\vec{A}$  дан АВ йўл бўйича олинган эгри чизиқли интеграл деб, қуйидагича декарт координаталарида ҳисобланувчи скалярга айтилади:

$$\int_{AB} \vec{A}(\vec{r}) \cdot d\vec{l} = \int_{AB} (A_x \cdot dx + A_y \cdot dy + A_z \cdot dz).$$

Ёпиқ контур бўйича вектор майдоннинг эгри чизиқли интеграли шу вектор майдоннинг циркуляцияси деб аталади ва  $\oint \vec{A} d\vec{l}$  кўринишда белгиланади, бунда  $l$  - ёпиқ эгри чизиқ.

Эгри чизиқли интегралнинг хусусиятларига шу кирадики, интеграллаш шу йўл бўйича, лекин тескари йўналишда олиб борилганда, интегралнинг ишораси тескарига ўзгарар.

$$\int_{AB} \vec{A} d\vec{l} = - \int_{BA} \vec{A} d\vec{l}.$$



### И.1.10. Вектор майдондаги сирт буйича скаляр интеграл.

Вектор майдондаги сирт буйича скаляр интеграл деб, куйидаги декарт координаталарида ҳисобланувчи скалярга айтилади:

$$\int_S \vec{A} \cdot d\vec{s} = \iint_S A_x[x(y,z), y, z] \cdot dy \cdot dz + \iint_S A_y[x, y(x,y), z] \cdot dx \cdot dz + \\ + \iint_S A_z[x, y, z(y,z)] \cdot dx \cdot dy.$$

Сирт буйича скаляр интеграл  $\int_S \vec{A} \cdot d\vec{s}$   $\vec{A}$  векторнинг  $S$  сирт оқали оқими сифатида аниқланади.

### И.2. Иш ва энергияларнинг физикавий тушунчалари. Энергиянинг сақланиш қонуни.

И.2.1. Иш. *Қўрилайтган* физикавий жараёнда юз берадиган энергиянинг бир шаклдан бошқасига ўтишини характерлайдиган физикавий катталиққа иш деб аталади.

$\vec{F}$  куч томонидан, унинг ҳўйилган нуқтаси ( $M$  нуқта) берилган  $l$  траектория буйлаб кўчганда, бажариладиган иш  $M$  нуқта траекторияси буйлаб олинган эгри чизикли интегралга тенг бўлган скаляр катталиқдир:

$$A = \int_l \vec{F} \cdot d\vec{l}.$$

Ҳалқаро бирликлар тизими (СИ) да иш жоул [Ж] ларда ифодаланади.

И.2.2. Энергия. Энергия - жисм ёки тизимнинг иш бажараолиш қобилияти, турли шаклдаги материя ҳаракатининг умумий ўлчами.

Турли шаклдаги характерларни ва уларга мос келувчи узафо таъсирларни миқдорний характерлаш учун энергиянинг турли кўринишлари мавжуд: механик, электромагнит, ички (унга иссиқлик ва кимёвий энергиялар кирди), ядро ва х.к.

Электромагнит майдоннинг энергияси - электромагнит майдон билан боғлиқ бўлган ва фазода тақсимланган электромагнит энергиядир.

Ҳалқаро бирликлар тизими (СИ) да энергия жоул [Ж] ларда ифодланади.

И.2.3. Энергиянинг сақланиш қонуни. Энергиянинг сақланиш ва ўзгариш қонуни - табиатнинг умумий қонуни бўлиб, унга кўра жисмларнинг ихтиёрий ёпиқ тизимининг энергияси унда юз бераётган

ҳамма жараёнларда ўзгармай қолади. Бунда энергия фақат бир шакладан бошқасига ўтиши ва тизим булаклари орасида тақсимланиши мумкин.

Қурилатган тизимга кирмайдиган бошқа тизимлар билан энергия алмашмайдиган жисмлар тизимига ёпиқ тизим деб тушунилади.

### И.3. Белги ва бирликлар номи

|            |                |                    |
|------------|----------------|--------------------|
| А - ампер  | дин - дина     | рад - радиан       |
| В - вольт  | Ж - жоул       | с - секунд         |
| Вб - вебер | К - кельвин    | См - сименс        |
| Вт - ватт  | Кл - кулон     | Тл - тесла         |
| Гн - генри | м - метр       | Ф - фарада         |
| г - грамм  | мин - минута   | соат - соат        |
| Гс - гаусс | Мкс - максвелл | Э - эрстед         |
| Гц - герц  | Н - ньютон     | эВ - электронвольт |

### И.4. Бирликлар номига ўшиқ қўшимчалар

|                    |                      |                      |
|--------------------|----------------------|----------------------|
| Т -тера, $10^{12}$ | да -дека, $10^1$     | и -нано, $10^9$      |
| Г -гига, $10^9$    | д -деци, $10^1$      | п -пико, $10^{-12}$  |
| М -мега, $10^6$    | с -санти, $10^{-2}$  | ф -фемто, $10^{-15}$ |
| к -кило, $10^3$    | м -милли, $10^{-3}$  | а -атто, $10^{-18}$  |
| г -гекто, $10^2$   | мк -микро, $10^{-4}$ |                      |

Масалан: мкКл-микрокулон,  $10^{-6}$  Кл; пФ-пикофарад,  $10^{-12}$  Ф; мГн - миллигенри,  $10^{-3}$  Гн; МГц -мегагерц,  $10^6$  Гц

### И.5. СИ да физик катталиклари бирликлари

| Катталик    | Белгиси | Катталик бирликлари  |
|-------------|---------|----------------------|
| 1           | 2       | 3                    |
| Куч         | F       | Н (СИ)<br>дин (СГС)  |
| Иш, энергия | А, W    | Дж (СИ)<br>эрг (СГС) |
| Заряд       | q       | Кл                   |

| 1                                  | 2            | 3                    |
|------------------------------------|--------------|----------------------|
| Электр майдони куланганлиги        | E            | В/м                  |
| Потенциал, кучланиш                | $\varphi, U$ | В                    |
| Электр моменти                     | p            | Кл.м                 |
| Кутбланганлик                      | P            | Кл/м <sup>2</sup>    |
| D вектори                          | D            | Кл/м <sup>2</sup>    |
| Сигим                              | C            | Ф (СИ)<br>см (СГС)   |
| Ток кучи                           | I            | А                    |
| Ток зичлиги                        | j            | А/м <sup>2</sup>     |
| Қаршилиқ                           | R            | Ом                   |
| Солиштирма қаршилиқ                | $\rho$       | Ом.м                 |
| Ўтказувчанлик                      | G            | См                   |
| Солиштирма ўтказувчанлик           | $\sigma$     | См/м                 |
| Магнит индукцияси                  | B            | Тл (СИ)<br>Гс (СГС)  |
| Магнит оқими, оқим илашуви         | $\Phi, \Psi$ | Вб (СИ)<br>Млс (СГС) |
| Магнит моменти                     | $P_n$        | А.м <sup>2</sup>     |
| Магнитланганлик                    | J            | А/м                  |
| $\vec{H}$ вектори                  | H            | А/м (СИ)<br>Э (СГС)  |
| Индуктивлик                        | L            | Гн (СИ)<br>см (СГС)  |
| Куврат                             | P            | Вт                   |
| Масса                              | m            | г                    |
| Частота                            | f            | Гц                   |
| Циклик частота                     | $\omega$     | рад                  |
| Кельвин шкаласи буйича температура | T            | К                    |
| Цельсий шкаласи буйича температура | T            | °С                   |
| Масофа                             | l            | м                    |
| Вақт                               | t            | с, мин, соат         |

## МУНДАРИЖА

|   |    |
|---|----|
| Суз боши .....  | 3  |
| Кириш .....   | 4  |
| 1. Электромагнит майдоннинг асосий тушунчалари ва таърифлари..  | 5  |
| 2. Электромагнит ҳодисаларни куриб чиқиш йўлини танлаш .....  | 9  |
| 3. Электромагнит майдонни тасвирлаш учун зарур<br>булган тушунчалар ва ифодалар .....   | 11 |
| 3.1. Вектор майдоннинг оқими ва циркуляцияси .....  | 11 |
| 3.2. Модий мухитлар ва уларга мос модий тенгламалар .....   | 15 |
| 3.3. Электр токи .....  | 18 |
| 3.4. Электромагнит индукция ҳодисаси .....  | 22 |
| 4. Интеграл кўринишидаги Максвелл тенгламалари! .....   | 24 |
| 4.1. Электромагнит майдоннинг асосий тенгламалари .....   | 24 |
| 4.2. Электромагнит майдоннинг хусусий кўринишлари .....   | 24 |
| 5. Электростатик майдон .....   | 28 |
| 5.1. Вакуумда электростатик майдон, Кулона қонуни,<br>потенциаллар айирмаси, қучланиш, Гаусс теоремаси .....                      | 28 |
| 5.2. Электростатик майдондаги ўтказгич .....  | 34 |
| 5.3. Диэлектрикдаги электростатик майдон .....  | 35 |
| 5.4. Электростатик майдоннинг манзараси .....   | 38 |
| 5.5. Электр сифими .....  | 40 |
| 5.6. Зарядланган jismlar тизимининг энергияси .....   | 43 |
| 6. Стационар электр майдони .....   | 48 |
| 6.1. Ўзгармас электр токи. Манбанинг электр юритувчи<br>кучи (ЭЮК) .....  | 49 |
| 6.2. Ом қонуни. Кирхгоф қонунилари .....  | 54 |
| 6.3. Иш. Қувват. Жоул-Ленц қонуни .....   | 56 |
| 7. Стационар магнит майдони .....   | 58 |
| 7.1. Ампер қонуни. Био-Саварр қонуни .....  | 58 |
| 7.2. Стационар магнит майдони учун тўлиқ ток қонуни .....   | 63 |
| 7.3. Магнит оқими. Стационар магнит майдонида<br>узлуксизлик тамоили .....  | 68 |
| 7.4. Индуктивлик .....  | 73 |
| 7.5. Стационар магнит майдонининг манзараси .....   | 74 |
| 8. Квазистационар электромагнит майдон .....  | 76 |
| 8.1. Оний катталиклар қийматлари учун Ом ва<br>Кирхгоф қонунилари .....   | 76 |
| 8.2. Оний катталиклар қиймаглари учун Ампер,<br>Био-Саварр ва тўлиқ ток қонунилар, магнит оқимининг<br>узлуксизлик принципи ..... | 79 |
| 8.3. Ўзиндукция ҳодисаси, ўзиндукция ЭЮК .....  | 80 |
| 8.4. Тоқли контурнинг магнит энергияси .....  | 85 |

|  |     |
|--|-----|
| 8.5. Үзаро индукция ҳодисаси .....   | 88  |
| 8.6. Электр тоқли контурлар тизимининг<br>магнит майдон энергияси .....        | 98  |
| 8.7. Квазистационар электромагнит майдоннинг энергияси .....                   | 100 |
| 9. Ҳазуручан электромагнит майдони .....                                       | 102 |
| 9.1. Дифференциал кўринишдаги Максвелл тенгламалари .....                      | 102 |
| 9.2. Ясси электромагнит тўлкинлари .....                                       | 104 |
| 10. Диэлектриклардаги электромагнит майдон .....                               | 108 |
| 10.1. Диэлектрикларнинг физикавий хусусиятлари .....                           | 108 |
| 10.2. Ясси тўлкинларнинг диэлектрикларда тарқалиши .....                       | 110 |
| 10.3. Диэлектрик параметрларининг частота<br>ва температурага боғлиқлиги ..... | 110 |
| 11. Ҳтказгичлардаги электромагнит майдони .....                                | 112 |
| 11.1. Нормал Ҳтказгичларда электромагнит майдони .....                         | 112 |
| 11.1.1. Нормал сирт эффект .....   | 115 |
| 11.1.2. Аномал сирт эффект .....   | 118 |
| 11.2. Ҳтказгичлардаги электромагнит майдон .....                               | 120 |
| 11.2.1. Ҳтказгичларда ясси тўлкинларнинг тарқалиши .....                       | 121 |
| 11.2.2. Ҳтказгичларнинг сирт қаршилиги .....                                   | 122 |
| 11.3. Ҳтказувчан муҳитларнинг сирт қаршилигини<br>частотага боғлиқлиги .....   | 124 |
| 12. Таксимланган параметрли электр занжирлар .....                             | 127 |
| 12.1. Телеграф тенгамалари .....   | 127 |
| 12.2. Ҳзатиш линиялари ва уларнинг параметрлари .....                          | 133 |
| 12.3. Ҳзатиш линияларининг частотавий характеристикалари .....                 | 141 |
| Хулоса .....   | 144 |
| Адабиёт .....  | 147 |
| Илова .....  | 148 |



*Дмитриев Вадим Николаевич,*  
*Хайдаров Кудратилла Хайдарович*

*Ласу*

## Электр занжирлар назариясининг физикавий асослари

Телекоммуникациялар йўналиши бўйича  
ўқийдиган талабалар учун  
Электр занжирлари назарияси фаг'идан  
ўқув қўлланмаси

Институтнинг илмий-усулий кенгаши қарори  
асосида чоп этилди

Масъул муҳаррир профессор А.Х. Қосимов

Подписано в печать 21.07.99 формат 60х84  
Бумага № 1 Оперативная печать, п/л 7,5  
Отпечатано на ротационте в ТЭИС  
Зак. 442-100-99  
Ташкент-84 ул. А.Темуря 108

WILLIS 221 551

RECEIVED 2011