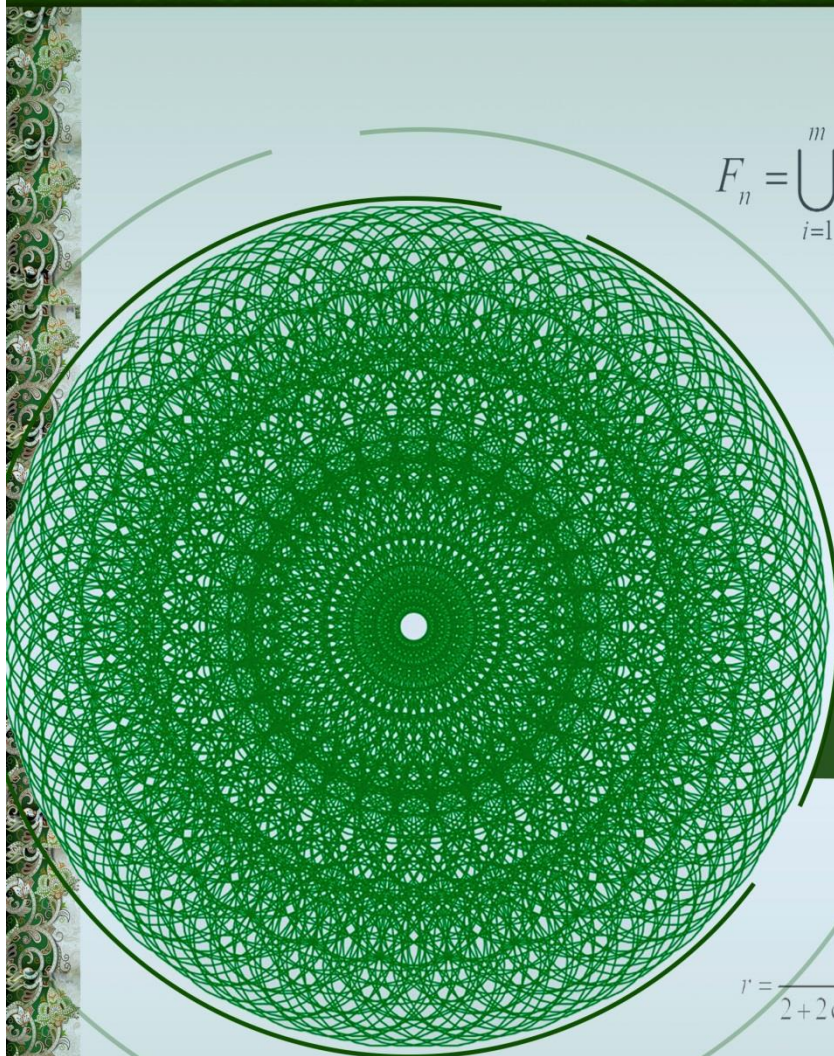


# MURAKKAB TUZILISHLI OBYEKLARNI MATEMATIK MODELLARI VA ALGORITMLARI



$$F_n = \bigcup_{i=1}^m f_i(F_{n-1}) \cup F_0$$

$$\omega_{00} = \frac{R_0^2 - x^2 - y^2}{2R}$$

**MONOGRAFIYA**

$$2r + 2r \cos 72^\circ = 1$$
$$r = \frac{1}{2 + 2 \cos 72^\circ} = \frac{1}{2 \left( 1 + \frac{\sqrt{5}-1}{4} \right)} = \frac{2}{3 + \sqrt{5}}$$

**SH.A.ANAROVA, Z.E.IBROHIMOVA**

$$\sum_{k=1}^6 r^d = 1 \Rightarrow d = \frac{\log\left(\frac{1}{6}\right)}{\log(r)} = \frac{\log(6)}{\log\left(\frac{2}{3-\sqrt{5}}\right)} = 1.86172$$

**Toshkent-2022**

**ANAROVA SHAHZODA AMANBAYEVNA,  
IBROHIMOVA ZULAYHO ERGASH QIZI**

**MURAKKAB TUZILISHLI OBYEKT LARNI MATEMATIK  
MODELLARI VA ALGORITMLARI**

**Toshkent-2022**

**UO‘K: 519.87**

**KBK: 22.12**

**A 63**

**Mualliflar:**

Muhammad al-Xorazmiy nomidagi Toshkent axborot texnologiyalari universiteti “Axborot texnologiyalari” kafedrası mudiri, texnika fanlari doktori, professor Sh.A. Anarova.

Muhammad al-Xorazmiy nomidagi Toshkent axborot texnologiyalari universiteti Samarqand filiali “Axborot texnologiyalari” kafedrası assistenti Z.E.Ibrohimova.

“Murakkab tuzilishli obyektlarni matematik modellari va algoritmlari” nomli monografiya. /TATU, 153 b. Toshkent 2022.

Ushbu monografiya fraktallar, fraktallarning asosiy xususiyatlari va ularni qurish usullari, qo‘llanilish sohalari, fraktal o‘lchovni hisoblash usullarini o‘rganishga bag‘ishlangan. Monografiyada fraktallar nazariyasining asosiy tushunchalari keltirilgan. Klassik va zamonaviy fraktallarni qurishning matematik modellari va rekursiv algoritmlari L-tizimlari, Iteratsion funksiyalar tizimlari (IFS-Iterated Function Systems), R-funksiya (RFM) usullari, geometriyaning asosiy tushunchalari, iteratsion usullar va polinomiograflardan foydalanib ishlab chiqilgan.

**Taqrizchilar:**

**Urinboyev E.** – Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti “Matematik modellashtirish” kafedrası dotsenti, fizika-matematika fanlari doktori.

**Djumanov J.** – Muhammad al-Xorazmiy nomidagi Toshkent axborot texnologiyalari universiteti “Axborot texnologiyalari” kafedrası professori, texnika fanlari doktori.

TATU ilmiy-uslubiy Kengashida ko‘rib chiqildi va chop etishga tavsiya etildi.

ISBN: 978-9943-9459-0-6

## MUNDARIJA

<b>KIRISH.....</b>	<b>6</b>
<b>I BOB. MURAKKAB FRAKTAL TUZILISHLARNI MODEL VA ALGORITMLARI BO‘YICHA ADABIYOTLAR SHARHI .....</b>	<b>11</b>
1.1§. Xalqaro tajribada fraktal tuzilishlarni o‘rganishga oid tadqiqotlar tahlili .....	13
1.2§. Fraktal o‘lchovni hisoblash usullari bo‘yicha tadqiqotlar tahlili ..	38
1.3§. Analitik va to‘plamlar nazariyasi usullari yordamida hosil qilingan aylanasimon fraktal tuzilishlarga oid adabiyotlar sharhi.....	48
<b>I bob bo‘yicha xulosalar.....</b>	<b>58</b>
<b>II BOB. MURAKKAB FRAKTAL TUZILISHLI OBYEKTЛАRNI GEOMETRIK MODEL VA ALGORITMLARINI ISHLAB CHIQUISH.....</b>	<b>60</b>
2.1§. Murakkab fraktal tuzilishli obyektlarni geometriyaning asosiy tushunchalarini qo‘llagan holda geometrik modellashtirish .....	60
2.2§. Murakkab fraktal tuzilishli obyektlarni L-tizimlar va IFS usullarida geometrik modellashtirish.....	62
2.3§. Murakkab fraktal tuzilishli obyektlarni RFM usulida matematik modellashtirish.....	70
2.4§. Iteratsion usullar va polinomiograflar yordamida fraktal tuzilishli obyektlarni hosil qilish.....	91
2.5§. Aylana va yulduzsimon fraktallarni deformatsiyalash natijasida inversion fraktallar to‘plamini ishlab chiqish.....	105
<b>II bob bo‘yicha xulosalar .....</b>	<b>113</b>
<b>III BOB. MURAKKAB FRAKTAL TUZILISHLI MILLIY NAQSHLARNI CHIZISHNI AVTOMATLASHTIRUVCHI DASTURIY MAJMUVA ISHLAB CHIQUISH.....</b>	<b>115</b>
3.1§. Milliy nashqlarda murakkab fraktal tuzilishlar dizayniga oid fraktallarni qurishning dasturiy majmua tuzilmasini ishlab chiqish ....	116
3.2§. Murakkab fraktal tuzilishli obyektlarni vizuallashtiruvchi dasturiy majmua interfeysi.....	119
3.3§. Murakkab fraktal tuzilishli tasvirlarni vizuallashtirish .....	122
<b>III bob bo‘yicha xulosalar .....</b>	<b>131</b>
<b>XULOSA.....</b>	<b>132</b>

<b>FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI .....</b>	<b>134</b>
<b>ILOVALAR.....</b>	<b>144</b>
<b>1-ilova. RFM usulida hosil qilingan murakkab fraktal tuzilishli milliy naqshlar .....</b>	<b>144</b>
<b>1.1-ilova .....</b>	<b>144</b>
“Keyli daraxti”ga asoslangan fraktal .....	144
<b>1.2-ilova .....</b>	<b>144</b>
$d=1$ o‘lchamli Kantor to‘plamini qurish .....	144
<b>1.3-ilova .....</b>	<b>145</b>
$n$ ning turli qiymatlaridagi Gosper egri chizig‘i .....	145
<b>1.4-ilova .....</b>	<b>146</b>
Bog‘langan aylanalardan iborat fraktallar .....	146
<b>1.5-ilova .....</b>	<b>147</b>
Urinishli kesishadigan aylanali fraktallar .....	147
<b>1.6-ilova .....</b>	<b>148</b>
Ichki aylanalar kesishadigan va kamayadigan holat uchun fraktallar..	148
<b>1.7-ilova .....</b>	<b>149</b>
Bog‘langan aylanalardan iborat fraktallar .....	149
<b>1.8-ilova .....</b>	<b>150</b>
Daraxt ko‘rinishdagi fraktallar .....	150
<b>1.9-ilova .....</b>	<b>152</b>
Pifagor daraxti fraktali .....	152
<b>1.10-ilova .....</b>	<b>153</b>
$(N_1 \dots N_6)$ Gilbert egri chizig‘i.....	153
<b>2-ilova. Geometriyaning asosiy tushunchalaridan foydalanib hosil qilingan murakkab fraktal tuzilishli milliy naqshlar .....</b>	<b>154</b>
<b>2.1-ilova .....</b>	<b>154</b>
$n=10$ , $n=12$ va $n=16$ da hosil bo‘lgan fraktallar. ....	154
<b>2.2-ilova.....</b>	<b>155</b>
$k=2$ , $k=2.7$ , $S=3$ , $S=5$ , $S=6$ , $S=9$ , $S=10$ qadamlarda hosil bo‘lgan aylanasiimon fraktallar.....	155
<b>3-ilova.....</b>	<b>156</b>
<b>Shartli belgilar va atamalar ro‘yxati.....</b>	<b>156</b>

## KIRISH

Jahonda fraktallar nazariyasining matematik jihatlarini tadqiqi, hamda, tabiiy jarayonlar va hodisalarni fraktallar nazariyasi g'oyalaridan foydalanib tavsiflash usullariga alohida e'tibor qaratilmoqda. Ayniqsa fraktal shakllarning matematik tenglamalarini qurishda fraktallar nazariyasi, kompyuter grafikasi usullaridan keng foydalanilmoqda. Shuningdek, murakkab fraktal tuzilishli geometrik shakllarni matematik modellari va rekursiv algoritmlarini, hamda ularni amalga oshirish usullarini ishlab chiqish muhim vazifalardan biri hisoblanadi. Mazkur sohada rivojlangan xorijiy mamlakatlarda, shu jumladan, AQSh, Fransiya, Germaniya, Italiya, Rossiya Federasiyasi, Xitoy, Yaponiya, Eron, Koreya, Qozog'iston va boshqa davlatlarda fraktal geometrik shakllardan to'qimachilik sanoatida gazlamalar, gilamlar, liboslar va boshqalarning zamonaviy dizayni uchun naqshlarni ishlab chiqishda, kompyuter manzaralarini yaratishda, turli xil illyustrasiyalarda, arxitektura, radiotexnikada, telekommunikatsiyada, keramika va chinni buyumlarga naqshlar chizishda, shaharsozlikda foydalanish texnologiyalarini rivojlantirishning nazariy hamda amaliy masalalarini yechishga katta e'tibor qaratilmoqda.

Jahonda fraktal geometrik shakllarni to'qimachilik sanoati dizayni sohasida qo'llash texnologiyalarini ishlab chiqish, rivojlantirish muhim masalalardan biri bo'lib qolmoqda. Fraktal tasvirlarning yaratilishini hisobga olgan holda, fraktallarning to'qimachilik sohasida qo'llanilishi ikki qismga ajratiladi. Birinchidan, fraktal tasvirlar to'qimachilik naqshlarini loyihalashda, ikkinchidan, to'qilgan gazlamaning o'tkazuvchanligini tahlil qilish, gazlama defektini aniqlash, gazlama yuzasini teksturali tahlil qilish va boshqalar kabi xususiyatlari fraktallar nazariyasiga asoslanib tahlil qilinadi.

Fraktal tasvirlarning qo‘llanilishi to‘qimachilik naqshlarini loyihalash uchun yangi ijodiy g‘oyalarni taqdim etadi. Fraktal nazariya to‘qimachilik sanoatining murakkab muammolarini hal qilish uchun kuchli vositadir.

Respublikamizda to‘qimachilik sanoati mahsulotlari ishlab chiqarish hajmini oshirish, tashqi bozor va xalqaro talablarga javob beradigan standartlarni joriy etish va mashhur brendlarni jalb qilish, sanoat tarmoqlarida mehnat unumdorligini oshirish, to‘qimachilik va tikuv-trikotaj sanoatini isloh qilishni yanada chuqurlashtirish va uning eksport salohiyatini kengaytirish chora-tadbirlari amalga oshirilmoqda. O‘zbekiston Respublikasi Prezidenti Shavkat Mirziyoyevning 2020 yil 23 aprel kuni to‘qimachilik sanoati barqarorligini ta’minlash masalalariga bag‘ishlab o‘tkazilgan yig‘ilishida kelgusi 5 yilda tayyor mahsulot ishlab chiqarishni 4-5 baravarga ko‘paytirish, tannarxni raqobatchilarga nisbatan arzonlashtirib, tashqi bozorlarni egallash bo‘yicha topshiriqlar berilgan edi. Buning uchun mahsulotlar assortimentini kengaytirib, sifatini keskin oshirish zarurligi alohida ta’kidlangan. Shu qo‘yilgan maqsadni amalga oshirish jarayonida ishlab chiqarilayotgan gazlama naqshlari dizaynini bejirim, jozibador naqshlar bilan boyitish, xarajatlar va sarflanadigan vaqtni qisqartirish uchun fraktal tasvirlarni matematik modelini ishlab chiqish va natijalarni amaliyotga tadbiiq etish qo‘shimcha omil sifatida muhim o‘rinni egallaydi. Ushbu vazifalarni amalga oshirishda, jumladan, to‘qimachilik sohasida ishlab chiqarilayotgan mahsulotlarni xaridorgirligini oshirish uchun zamonaviy axborot texnologiyalari asosida to‘qimachilik sanoati uchun zamonaviy dizayndagi naqshlarning matematik modellari va dasturiy majmuasini ishlab chiqish dolzarb masalalardan biri hisoblanadi. 2022-2026 yillarga mo‘ljallangan yangi O‘zbekistonning taraqqiyot strategiyasida,

jumladan «Tashqi bozor va xalqaro talablarga javob beradigan standartlarni joriy etish va mashhur brendlarni jalb qilish, sanoat tarmoqlarida mehnat unumdorligini oshirish dasturlarini keng joriy qilish...»<sup>1</sup> vazifalari belgilangan. Ushbu vazifalarni ijrosini ta'minlashda murakkab fraktal tuzilishli milliy naqshlarni modellashtirishni avtomatlashtiruvchi dasturiy majmua ishlab chiqish muhim vazifalardan biri hisoblanadi.

O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2022 yil 28 yanvardagi «Yangi O'zbekistonning taraqqiyot strategiyasi» to'g'risidagi PF-60-son Farmonidagi «To'qimachilik sanoati mahsulotlari ishlab chiqarish hajmini 2 barobarga ko'paytirish chora tadbirlarini amalga oshirish to'g'risida...», 2019 yil 12 fevraldagi PQ-4186-son «To'qimachilik va tikuv-trikotaj sanoatini isloh qilishni yanada chuqurlashtirish va uning eksport salohiyatini kengaytirish chora-tadbirlari to'g'risida»gi, 2019 yil 28 maydagi PQ-4341-son «Respublika hududlarida tikuv-trikotaj mahsulotlari ishlab chiqarishni tashkil etish va aholi bandligini ta'minlash chora-tadbirlari to'g'risida»gi, 2020 yil 5 maydagi PF-5989-son «To'qimachilik va tikuv-trikotaj sanoatini qo'llab-quvvatlashga doir kechiktirib bo'lmaydigan chora-tadbirlar to'g'risida»gi, 2020 yil 6 oktyabrdagi PQ-4851-son «Axborot texnologiyalari sohasida ta'lim tizimini yanada takomillashtirish, ilmiy tadqiqotlarni rivojlantirish va ularni IT-industriya bilan integrasiya qilish chora-tadbirlari to'g'risida»gi qaror va farmonlarining ijrosini ta'minlash maqsadida hamda mazkur faoliyatga tegishli boshqa me'yoriy hujjatlarda belgilangan Sanoat tarmoqlarida mehnat

---

<sup>1</sup> O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2022 yil 28 yanvardagi «Yangi O'zbekistonning taraqqiyot strategiyasi» to'g'risidagi PF-60-son Farmoni



unumdorligini oshirish dasturlarini keng joriy qilish vazifalarni amalga oshirishga ushbu monografiya ishi muayyan darajada xizmat qiladi.

Murakkab fraktal tuzilishli geometrik shakllarni matematik modellashtirish muammolariga qator monografiyalar va jurnallarning maqolalari bag'ishlangan, jumladan, B.B.Mandelbrot, G.M.Julia, Wen Li, W.Luo, Y.P.Zhang, E.Chaos, K.Gdawiec, L.Krzysztof, W.Kotarski, A.Lisowska, Y.Ishikawa, S.Suantai, B.Karakaya, P.Branch, K.D.Falkoner, A.A.Potapov, Yu.S.Semerich, S.V.Choporov, A.D.Morozov, M.A.Romanov va boshqalar fraktal geometriyaning sohasini kengaytirishga harakat qilgan, shu jumladan butun dunyoda ularni amaliy qo'llashga, radiotexnika va radiolokasiya sohasida, bozordagi qimmatli qog'ozlarni narxlarini bashorat qilishdan tortib nazariy fizikaning yangi kashfiyotlarini bajarishgacha qo'llagan.

Respublikamizda fraktallar nazariyasini rivojlantirish bo'yicha B.A.Bondarenko, Sh.A.Nazirov, B.Xo'jayorov, Sh.A.Anarova, F.M.Nuraliyev va boshqa olimlarning ilmiy ishlari diqqatga sazovor. Akademik B.A.Bondarenko arifmetik xususiyatli binomial bazis ko'phadlar nazariyasiga asosan umumlashgan «Paskal uchburchak»lari, «Paskal piramida»larini va ularning fraktallari tenglamalarini qurish uchun ilmiy tadqiqot ishlari olib borgan. Professor Sh.A. Nazirov R-funksiya usulidan (RFM) foydalanib murakkab tuzilishdagi klassik geometrik fraktallarning tenglamalarini va rekursiv algoritmlarini ishlab chiqqan.

Mazkur sohadagi tadqiqotlarning o'rganilganligi shuni ko'rsatadiki, hozirgi vaqtda fraktallarni qurishda L-tizimlar, Iteratsion funksiyalar tizimi (IFS) usullaridan keng foydalaniladi. Biroq, murakkab fraktal tuzilishli geometrik shakllarni matematik modellashtirishda, xususan R-funksiyalar

usulini qoʻllab oʻzbek milliy naqshlaridagi aylana, eksklyuziv antenna, bogʻlangan, kesishuvchi, urinishli-kesishuvchi, ichki kesishuvchi aylanalar, daraxt koʻrinishidagi fraktallar, muntazam koʻpburchaklardan iborat murakkab fraktal tuzilishga ega obyektlarni matematik modellashtirish yetarli darajada oʻrganilmagan.

## **I BOB. MURAKKAB FRAKTAL TUZILISHLARNI MODEL VA ALGORITMLARI BO‘YICHA ADABIYOTLAR SHARHI**

Ishning bu bobi xalqaro tajribada fraktal tuzilishlarni o‘rganishga oid tadqiqotlar, analitik va to‘plamlar nazariyasi usullari yordamida hosil qilingan aylanasimon fraktal tuzilishlarga oid ilmiy tadqiqotlar, fraktallar nazariyasining asosiy tushunchalari, fraktal tuzilishlarni matematik model va rekursiv algoritmlari, qurish usullarining hozirgi holati va ularni qo‘llash sohalarini o‘rganishga bag‘ishlangan bo‘lib, fraktallarning paydo bo‘lish tarixi, fraktallarning ta‘riflari, fraktal o‘lchovni hisoblash usullari, fraktallarning o‘ziga xos xususiyatlari hamda fraktallarga doir bo‘lgan umumiy tushunchalar bayon etiladi.

Fraktal va fraktal geometriya tushunchalari 70-yillarning oxirida paydo bo‘lgan va 80-yillarning o‘rtalarida takomillashtirilib, matematiklar va dasturchilarning kundalik hayotiga kirib bordi. Fraktal so‘zi lotincha “fractus” so‘zidan olingan bo‘lib, “bo‘laklardan tashkil topgan” degan ma‘noni anglatadi. U 1975 yilda Benoit Mandel’brot tomonidan taklif qilingan. Fraktallarning asosiy xususiyati o‘ziga o‘xshashligidir: eng oddiy holatda fraktalning kichik bir qismida asosiy fraktal mavjuddir. Mandel’brot fraktalga “Fraktal - bu qaysidir ma‘noda o‘xshash qismlardan tashkil topgan tuzilma” deya ta‘rif beradi [67; 112-120b.].

B.A. Bondarenkoning ko‘plab natijalari diskret matematika, shu jumladan kombinatorial tahlil usullari va sonlar nazariyasi asosida olingan [96; 84-92-b.]. Normallashtirilgan  $p$  - kvadratlarini joriy etish bilan u oddiy, aralash va modullarning kuchlari bo‘yicha klassik va yangi kombinatorial raqamlarni ajratishlardan tashkil topgan deb ataladigan arifmetik fraktal tuzilmalarning sonli, nazariy va kombinator xususiyatlarini o‘rganish

bo'yicha tadqiqotlar olib borgan B.A. Bondarenkoning bir qator fundamental kitoblari ushbu masalalarga bag'ishlangan. B. Bondarenko, shu jumladan "Paskalning umumlashtirilgan uchburchaklar va piramidalari" (1990) va "Paskal uchburchagi va piramidalarining umumlashtirilgan to'plamlari, fraktallar, chizmalar va qo'llanmalar" (AQSh, Santa Klara: Fibonachchi uyushmasi, 1993), AQSHda Fibonachchi tomonidan uch marta qayta nashr etilgan.

Sh.A.Nazirov V.D.Ruvachevning R-funksiya usuli asosida yangi optimallashtirilgan usulni taqdim etgan bo'lib, unda oraliq qiymatli R-funksiyalar nazariyasini qurdi, ushbu matematik modellarni amalga oshirish  $n$ -sonli integrallarning qiymatlarini hisoblash uchun ko'p parametrlilik formulalarni yaratdi. Dizayn vositalari ishlab chiqilgan ko'p o'lchovli interval uchun  $n$ -o'lchovli differensial tenglamalarning qiymatlarini hisoblashda R-funksiya muhimdir. Natijalar qat'iy isbotlangan teoremlar shaklida taqdim etilgan.

Sh.A. Nazirov taklif etgan yana bir fundamental tadqiqot fraktallarni qurish usuli, boshqacha qilib aytganda, u va uning shogirdlari keng doiradagi klassik uslubdagi fraktallar sinfining geometrik tenglamalarini qurishgan.

Ushbu tadqiqotning amaliy natijalari yengil sanoatda, to'qimachilik sohasida, radiotexnika sohasida, antennalar, telekommunikatsiyalarni loyihalashda, ma'lumotni siqishda, turli xil mexanik maydonlarni modellashtirishda, bino devorlariga naqshinkor bezak berishda, qurilish materiallari, bino arxitekturalari dizaynida, tibbiyotda inson organizmida bo'ladigan ayrim o'zgarishlarni aniqlashda, kinoda turli xil ajoyib landshaftlarni tasvirlashda va boshqalarda qo'llaniladi [99; 156-157-b].

## **1.1§. Xalqaro tajribada fraktal tuzilishlarni o‘rganishga oid tadqiqotlar tahlili**

Fraktal grafika asosan matematik amallar asosida grafik kompozitsiya tuzishda qo‘llaniladi. Bugungi kunda videoroliklar, kliplar, videoo‘yinlar yaratishda fraktal grafikaning o‘rni beqiyosdir. Fantastik janrdagi kinofilmlarda yoki kompyuter o‘yinlarida atrof muhitning murakkab kompozitsiyalari (o‘rmonlar, tog‘lar, shahar qiyofasi va h.) yaratishda fraktal grafikadan keng foydalaniladi.

Fraktal grafikaning qo‘llash prinsipi proyektiv geometriyaning qonuniyatlariga asoslangan bo‘lib, oddiy geometrik elementni o‘ziga o‘xshash akslantirishdan iborat. Aytaylik qish sovug‘ida deraza oynasidagi naqshlar yoki kristal panjaralarning hosil bo‘lishi insonni ajablantiradi. Bunday hodisa va jarayonlarni kompyuterda modellashtirish, ularning formula asosida qonuniyatlarini topish bir qarashda matematik yechimga ega emasdek ko‘rinadi, lekin yechimi oddiydan murakkablikka prinsipi asosida ishlab chiqiladi. Yuqorida keltirilgan misollarda diqqat bilan e‘tibor qaratilsa oddiy bir element, aytaylik bir dona qor parchasi xuddi shunga o‘xshash (katta yoki kichik, holati, rangi o‘zgargan) boshqa bir element bilan takrorlanadi. Bunday o‘xshash to‘plamlar fraktal to‘plamlar deb nomlanadi.

Fraktallar bizga oddiy geometriyadan ma‘lum bo‘lgan shakllarga o‘xshamaydi va ma‘lum bir algoritmlar asosida quriladi. Fraktal grafikasida asosiy obyekt bu geometrik shakl emas, balki matematik formuladir. Formuladagi koeffitsiyentlarni o‘zgartirish asosida mutlaqo boshqa bir kompozitsiyalarni yaratish mumkin bo‘ladi [8; 67-b.].

Umuman fraktallarni ta‘rifini quyidagicha bayon etish mumkin:

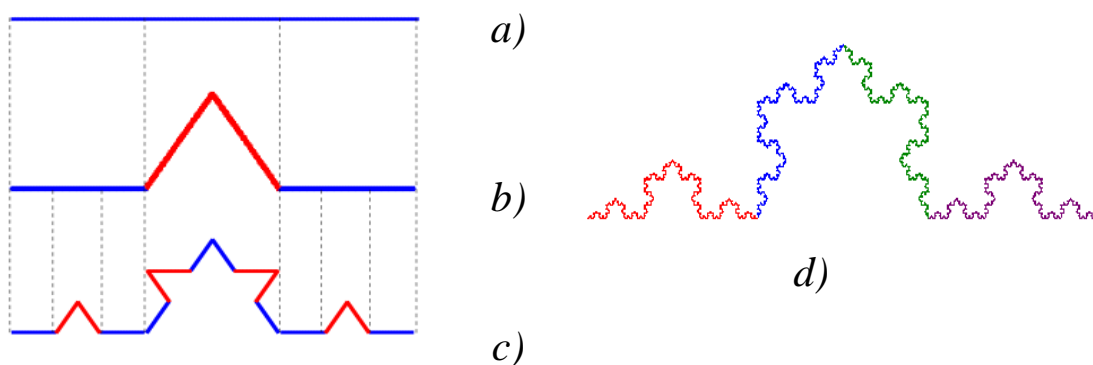
Fraktal - bu dastlabki shaklga nisbatan ko‘p marta qo‘llanilgan ma‘lum

bir almashtirish va o'zgartirishlar demakdir.

Dastlabki fraktal geometriya g'oyalari XIX asrlarda vujudga kelgan. Kantor oddiy rekursiv (qaytariladigan) funksiya orqali chiziqni chiziqlar to'plamiga olib keldi, keyinchalik esa Benua Mandelbrot fraktal geometriyaga asos soldi va fraktal iborasini kiritdi.

Fraktalning yana bir izohli tushunchalaridan biri qismlardan iboratligi va har bir qismi yana bo'linadigan geometrik shakl ekanligidir. Har bir bo'linadigan shakl yaxlit shaklning kichraygan yoki o'xshash nusxasidir. Fraktallarning asosiy xususiyati bu o'ziga o'xshashligidir.

Oddiy shaklni doimo kichraytirish va unga o'xshatish asosida fraktallar tuzish mumkin. Misol uchun: Oddiy kesma teng uchga bo'linadi (1.1-*a* rasmga qarang). O'rtadagi qismga teng bo'lgan yangi bir kesma bo'lagi qo'shiladi va to'rt bo'lakdan iborat siniq chiziq hosil qilinadi (1.1-*b* rasmga qarang). Keyingi qadamda to'rtta kesmaning har biri yana uchga bo'linadi va o'rta qismiga teng yangi bo'laklar qo'shiladi (1.1-*c* rasmga qarang). Bu holat yana takrorlanganda bejirim bir naqsh kompozitsiyasi kelib chiqadi (1.1-*d* rasmga qarang). Agarda har bir qadamda bo'laklarni kichraytirish bilan birga ularni yo'nalishini ham o'zgartirilsa yanada boshqacha kompozitsiya kelib chiqadi [84; 21-b.].



1.1-rasm. Kox egri chizig'i fraktalining har bir iteratsiyadagi tasvirlari

Tadqiqotlarda keltirilgan ta'riflardan kelib chiqib ularni quyidagi ikkita guruhga ajratish mumkin:

Fraktallarning matematik ta'rifi. Fraktallar cheksiz rekursiv jarayonlar natijasida ifodalangan funksional yoki hosil bo'luvchi to'plam va quyidagi xususiyatlarga ega:

– o'ziga-o'zi o'xshash yoki masshtabning invariantligi (cheksiz skeyling), ya'ni kichik masshtabda va o'rta masshtabda xuddi katta masshtabdagi kabi ko'rinadi;

– kasrli o'lchami (Xausdorf o'lchami) topologik o'lchamidan qat'iy katta;

– differentsiallashtirilmaydi va kasrli ko'paytmalar hamda integrallarda aniqlashtiriladi.

Fraktallarning fizik ta'rifi. Fraktallar - bo'laklangan tuzilishni ifodalovchi hamda chegaralangan masshtabda o'ziga-o'zi o'xshash xususiyatini egallovchi geometrik obyektlar (chiziq, sirt, jism)dir.

Fraktal bu avvalo abstrakt, nazariy model, reallikda mavjud bo'lmagan chegaraviy o'tish natijalaridir.

Jamiyatni turmush darajasining yaxshilanishi natijasida doimiy ravishda yashash muhiti, kiyim-kechak va boshqa narsalarga nisbatan talab darajasi ortib, naqshga bo'lgan talab ham juda yuqori bo'ldi. Fraktal ushbu talabni qondirgan holda, tasvirlarni yaratish uchun cheksiz imkoniyatlarni taqdim etadi. Geometrik modellashtirishga asoslangan an'anaviy naqsh dizayni kamroq o'zgaradi. Aksincha, fraktalga asoslangan hozirgi naqsh dizayni bir biridan ancha farq qiladi, hamda yaratilgan naqsh o'z parametrlari bilan chambarchas bog'liq bo'ladi. Shuning uchun fraktalga asoslangan naqsh odatiy bo'lmagan, turli uslubdaligi o'ziga xosdir. An'anaviy estetik

jozibaga javob beradigan rang-barang badiiy naqshlar fraktal naqshlarni tahrirlash, qayta o‘zgartirish yoki birlashtirish orqali hosil qilinadi va uni to‘qimachilik naqshlari dizaynida qo‘llash yangi imkoniyatlarni ochadi [78; 251-254-b.].

Hozirgi vaqtda fraktallarning tenglamalarini qurishda ikkita asosiy usul mavjud bo‘lib, ulardan biri matematik usullar va kompyuter dasturlarini qo‘llashdir. Ikkinchisi – fraktallarni ishlab chiqish dasturi, masalan, Apofiz, Ultra Fractal, Ferry Man Fractal va boshqalar [11; 13-b.].

Fraktallarni hosil qilish va o‘zgartirishdagi iteratsiyaning uchta asosiy turi mavjud:

1. Generator iteratsiyasi - fraktalni qayta-qayta hosil qilish, muayyan geometrik shakllarni boshqa shakllar bilan almashtirish.

2. IFS iteratsiyasi - fraktalni qayta-qayta nuqtalarga transformatsiyalarni qo‘llash (aylantirish va aks ettirish) orqali ishlab chiqish.

3. Formulani takrorlash - bir necha usulni o‘z ichiga olib, ma’lum bir matematik formulani yoki bir nechta formulalarni takrorlash orqali fraktallar hosil qilish.

Long Siaotian va Luo Veiyen tomonidan yozilgan “Fraktal grafika san’atining kiyim-kechak gazlamalarida va dizaynida qo‘llanilishi” nomli kitobida fraktal grafika san’atining estetik qadriyatlari va gazlama dizaynida zamonaviy tasviriy san’atning o‘ziga xos amaliy masalalarini, keyin gazlama dizaynini yanada aniq va o‘ziga xos tarzda muhokama qilgan. Fraktal grafika san’ati kiyim gazlamasini loyihalash va yana boshqa ko‘plab sohalarda ishlatilishi mumkin.



Shuningdek, [63; 391-394-b.] adabiyotda turli usul va algoritmlar yordamida fraktal naqshlarni hosil qilish va ularni jakkard gazlamalarida qo'llash masalasi muhokama qilinadi.

To'qimachilik muhandisligida fraktallarning asosiy qo'llanmalari sifatida to'qimachilik tasvirini loyihalash, to'qimachilik to'quv dizayni, to'qimachilik naqshlari dizayni va boshqalarni keltirish mumkin. Masalan, murakkab iterativ usuli bilan yaratilgan naqshlar majmuaning kompozitsiyalaridir. Va ularga turli xil funksiyalar va rang berish sxemalarini qo'llash orqali ajoyib ko'rinishga ega bo'laveradi. Ulardan gazlama naqsh tasvirlarini loyihalashda foydalanish mumkin. IFS va L-tizimlar usuliga asoslangan fraktal naqshlar qat'iy o'ziga o'xshashlik xususiyati asosida hosil qilinadi, hamda ularni to'qimachilik sanoati dizaynida qo'llash mumkin bo'ladi [9; 67-69-b.].

To'qimachilik naqshlari dizaynida fraktal tasvirning qo'llanilishini asosan liboslar naqsh dizayni, moda naqsh dizayni va dekorativ gazlama naqsh dizayni va boshqalarda ko'rishimiz mumkin [11;10-11-b.]. Li Chen va boshqalar Visual Basic (VB) yordamida avtomatik ravishda M-to'plamni yaratishdi. Muvaffaqiyatli tasvirlar rasmlarni Photoshop yordamida tahrirlash orqali olinadi va trikotaj buyumlarga qo'llaniladi. VB tili yordamida Baoqi Vang va boshqalar vaqtni yo'qotish algoritmgaga asoslanib, J-to'plami va yuqori tartibli J-ning vizualizatsiyasini o'rganishdi. Shuningdek, Jakkard dizaynida ishlatilgan Juliya rasmlari o'rganilmoqda. J-to'plamlar 1.2-rasmda ko'rsatilgandek to'qish yordamida bir qatlamli jakkard gazlamada tasvirlangan.

## 1.2-rasm. L-tizim asosida gazlama to‘qish dizayni



To‘qimachilikda to‘quv dizayni ko‘pincha L-tizimi tomonidan o‘ziga o‘xshashligini hisobga olgan holda amalga oshiriladi. Oddiy to‘quv tuzilishining xususiyatlariga asoslanib, Kejun Cyen va boshqalar L-tizimni yaratish usulidan foydalanib, o‘z-o‘ziga o‘xshashlik darajasi 4 ga teng bo‘lgan fraktaldan foydalangan. 1.3-rasmda Elektron jakkard mashinasida to‘qilgan fraktal gazlama namunalari keltirilgan.

To‘qimachilik naqshli dizaynida fraktal tasvirlarning dizayni va qo‘llanilishini ikki qismga bo‘lish mumkin. Ulardan biri to‘g‘ridan-to‘g‘ri to‘qilgan naqsh dizayni sifatida yaratilgan tasvirlardan foydalanish. Ikkinchisi - rasmlardan to‘qimachilik naqsh dizaynining elementi sifatida foydalaniladi. Ko‘pincha gul turlarining klassik tartibga solinishi ikki tomonning uzluksizligi, to‘rt tomonli uzluksizlik va tarqoq permutasiya yo‘li bilan amalga oshiriladi [13; 46-47-b.]. Umuman olganda, jarayon doimiy bo‘lish uchun fraktal naqshni qayta ishlash kerak. Masalan, ba’zi rasmlarni fraktal tasvirlaridan qism naqshlari kabi namuna qirqib olish mumkin, keyin ularni permutasiyaning tarqalishini tartibga solib turish orqali doimiy naqsh olinadi. Yoki kesishuvchi rasmlarni birlik naqsh sifatida ishlatgan holda, doimiy ravishda ikki tomonning uzluksizligi yoki to‘rt tomonli uzluksizlik

orqali olinadi. Jingjing Jia va boshqalar to‘qimachilik naqshlari dizaynida fraktal tasvirlarni qo‘llagan gazlamaning tegishli namunasi 1.4 - rasmda keltirilgan. Ushbu gazlamalar fraktal dizaynning o‘ziga xos tekstura effektini namoyish etib, an’anaviy dizaynda bunday tekstura effektini olishni imkoni yo‘q.



1.3-rasm. L-tizimli to‘qimachilik naqshlari dizaynida ishlatiladigan fraktal naqsh



1.4-rasm. Murakkab tasvir bosishda ishlatiladigan fraktal naqsh

Krep gazlama yuzasi notekis, qo‘pol va tartibsiz to‘qimalarga egaligi sababli an’anaviy nazariyadan foydalanib miqdoriy ravishda xulosa chiqarish qiyin va bu masalani fraktal nazariya asosida hal qilish oson. Tadqiqotlar shuni ko‘rsatadiki, krep gazlama yuzasining rang berilganlik darajasi va notekis tuzilishi fraktal orqali olingan natijalardir. Ko‘proq notekis to‘qimalarga ega krep gazlamaning o‘lchamlari kamroq notekislikka ega to‘qimalarga qaraganda kattaroq bo‘lib, krep-fakturaning dag‘allangan to‘qimalari gazlamaning vizual effekti bilan bog‘liqdir. Yuqoridagi xulosalar sirt fraktal o‘lchamlarini hisoblash asosida olingan [78; 251-254-b.].

Hozirgacha eng yaxshi ma’lum bo‘lgan o‘tkazuvchanlik modeli Kozeny-Karman tenglamasi hisoblanadi. Yelyaf preformlaridagi shakllarning fraktal xususiyatlariga asoslanib, o‘tkazuvchanlikni hisoblash tenglamalarini yaxshilash orqali yanada aniqroq natijalarga ega bo‘lishi mumkin. Minghui Xiye va boshqalar to‘qilgan gazlamalarning ikkinchi

darajali o'tkazuvchanlik tensorini olishgan. Bundan tashqari, ikkinchi darajali diffuziya koeffitsiyentining tensorlari olinadi, suyuqliklarning o'tkazuvchanligi va diffuziya koeffitsiyenti o'rtasidagi mutanosiblik taklif etiladi, shundan so'ng gazlamaning to'qimachilik o'tkazuvchanligi hisoblab chiqiladi. G'ovakli organik to'qimachilikda ba'zi effekt elementlari, masalan, inersial kuch, geometrik buzilishlar, ulanmagan tolalar va tiqilib qolgan bo'shliqlar hisobga olinmaydi. Zensian Lu va boshqalar to'qimachilikning teshiklari, fraktal o'lchamlar va gazlamaning tarkibiy parametrlari bilan o'tkazuvchanlik funksiyalarini o'rnatish orqali gazlamaning o'tkazuvchanligini taxmin qilishgan va ular uchish-qo'nish yo'lagi shaklidagi ip modeli yordamida olinadigan natijalar to'rtburchaklar modelidan foydalanilgandagi natijaga nisbatan aniqroq ekanligini ta'kidlaganlar [93; 127-138-b.].

R-funksiya usuli yordamida fraktal geometrik shakllar chegaralari uchun tenglamalar qurish mumkin. Ushbu [104; 1-4-b.] maqolada Serpin gilami, Serpin salftkasi, Menger gubkasi va boshqalar kabi fraktal shakllarni tavsiflovchi shakllar tenglamalari qurilgan. Dovud yulduzi deb nomlangan fraktal maydon chegarasi uchun tenglama tuzilgan.

Ushbu [34; 18-25-b.] tadqiqotda fraktallarni to'plamlar nazariyasi asosida qurish mumkinligi asoslab berilgan va bu usul qolgan usullarga nisbatan keng qamrovli ekanligi ta'kidlanadi. Ya'ni tasodifiy stoxastik fraktallarni ham, algebraik va geometrik fraktallarni, tabiatdagi fraktal tasvirli obyektlarni viziullashtirish uchun ham ushbu usuldan foydalanish mumkin. To'plamlar nazariyasi asosidagi usul Mandelbrot yoki Juliya to'plamlari bilan boshqa boshqa tushunchadir. Buni isboti tariqasida Kantor

to‘plami uchun to‘plamlar nazariyasidan foydalanib tuzilgan matematik model keltirib o‘tilgan.

Matematikada asosan to‘plamlar va funksiyalar bilan bog‘liq klassik hisoblash usullarini qo‘llash mumkin. To‘liq yuzaga ega bo‘lmagan geometrik shakllar uchun to‘plamlar nazariyasidan foydalanish qulay hisoblanadi. Bundan tashqari, tartibsiz to‘plamlar klassik geometriya elementlariga qaraganda ko‘plab tabiiy hodisalarni yaxshiroq tasvirlaydi. Fraktal geometriya bunday tartibsiz to‘plamlarni o‘rganish uchun umumiy asos hisoblanadi. Avval bir qancha oddiy fraktallarning misollarini qisqacha ko‘rib chiqish va ularning ba’zi xususiyatlariga e’tibor berish lozimligi ko‘rsatilgan [35; 180-183-b.].

Fraktal naqshlarning kombinasiyasidan yangi bejirim tasvirlarni hosil qilish usullaridan biri [38; 867-870-b.] maqolada ko‘rsatib o‘tilgan. Murakkab fraktallarni hosil qilishda ildiz topish usuli qo‘llaniladi. Ushbu maqolada, ildiz topishning kombinasiyasidan foydalanib fraktal naqshlarni yaratish uchun matematik model, algoritm va dastur ilovasi taqdim etilgan.

Usullarni birlashtirish uchun uchta yondashuvdan foydalaniladi:

1. Afin va  $s$ -qavariq birikmasi kombinasiyasidan foydalanish;
2. Fikserlangan nuqtalar nazariyasi uchun iteratsiya jarayonlarini qo‘llash;
3. Ko‘p bosqichli polinomiografiya.

Ushbu yondashuvlar bizga to‘qimachilik sanoatida yoki keramika buyumlarini bezatishda ishlatilishi mumkin bo‘lgan xilma-xil yangi fraktal naqshlarni olish imkonini beradi. Bundan tashqari, quyidagi besh xil parametrdan foydalaniladi: iteratsiyalarning o‘rtacha soni, konvergensiya maydoni indeksi, avlod vaqt, fraktal o‘lchov va Wada o‘lchovi.

To‘qimachilik naqsh dizaynida keng qo‘llaniladigan fraktal turlaridan biri murakkab fraktallardir. Mandelbrot va Julia to‘plamlari o‘z variatsiyalari bilan birga fraktallarning ushbu turiga misol bo‘la oladi. Murakkab fraktal naqshlarni hosil qiluvchi yana bir algoritm ildiz topish usuli (RFM-root finding methods) yordamida olingan naqshlardir. Ushbu usul yordamida olingan naqshlardan gilam, gazlama naqshlari, haykallar yoki animasiyalar yaratishda foydalanish mumkin.

Naqsh – naqshli gazlamaning ajralmas badiiy asosi hisoblanadi. Tabiiy gazlama naqshini hosil qilish vazifasini gazlama va naqshning tuzilishi hamda rangi bo‘yicha bajarish kerak bo‘ladi [13; 46-49-b.].

Naqsh qadimiy va zamonaviy dekorativ san‘at singari libosda bezak va bezatish rolini o‘ynaydi, hamda ba’zi muvofiq shakllar orqali ularda qo‘llaniladigan naqshlarga libos naqshlari deyiladi. To‘qilgan trikotaj libosni oddiy gazlama kabi qirqish va o‘rash orqali o‘zgartirish mumkin emas. Shunday qilib, yangi gazlamalarga qo‘llash bilan bir qatorda naqshli gazlamalar dizaynining muhim qismiga aylanadi. Jakkard tomonidan trikotaj gazlama uchun rang naqshlarini hosil qilish mumkin. Jakkard - rangi bitta chiziqdagi ranglar soniga bog‘liq bo‘lgan turli xil rangdagi iplar bilan to‘qilgan naqshlardir.

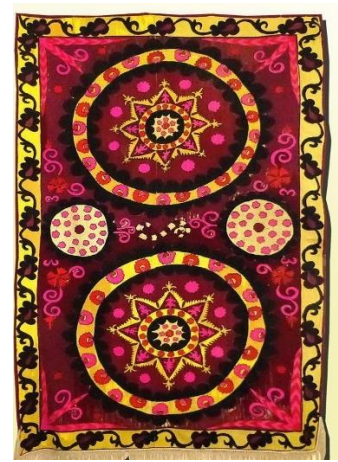
Kashta naqshlari qadim - qadim zamonlardan, eramizdan oldingi davrlardan takomillashib, uyg‘unlashib, boyitib kelingan va shu bilan birga asosiy yo‘nalish va naqshning turli xillari saqlangan. Shofirkon kashtalari shakllari, kompozitsiyasi va naqshlariga ko‘ra Buxoro kashtalariga yaqin turadi, ammo ularda ko‘proq o‘simliklar dunyosi va turli predmetlar (kord) - pichoq tasviri, ko‘zacha va oftobalarining, qushlar va toshbaqa, chayonlar tasvirining uchrashi Nurota kashtalarini xam eslatib turadi. Asos

gazlamaxlarining rangining ochiqligi, gullarning yorqin tusi, yo'rma chokining bigizda donador qilib tikilishi esa Shaxrisabz kashtalariga o'xshab ketadi.

Shofirkon kashtalarida ko'p uchraydigan naqshlar: to'pbarggul, bodom, qushbodom, qalampir, savsargul, shoxchagul, butagul va boshqalar, O'rta Osiyoda islomning tarqalishi natijasida dunyoga kelgan bezak san'atining boshqa turlarida ham ko'p uchraydi. Ayniqsa Shofirkon kashtalarida bu usul nihoyatda xalqchil shakldagi ko'rinishiga ega bo'ldi. Hayotdagi real ko'rinishdagi tasvirlarning ramziylashgan ko'rinishini oldi. Shofirkon kashtalarining kompozitsiya tuzilishi ko'p hollarda simmetriyaga asoslansada naqshlar va naqsh unsurlari erkin joylashtirilishi yirik shaharlar ulug'vor kashtachiligidan uni ajratib turadi.

Shofirkon kashta naqshlarida kishilarning tabiat hodisalari, hayot haqidagi tasavvurlari aks ettirilgan. Kashtachi o'z ijodiy fantaziyasini har bir so'zana detallarida namoyish qilishga harakat qiladi. U gullardan - yulduzlar, guldastalar, oy, quyoshni tasvirlaydi. Gullarning novdalarini tasvirlab, ular shoxchalarga silkinib, nafis butoqlarda osilib turgandek namoyish qilinadi.

Naqshli bezaklarda o'simliksimon islomiy naqshlar - hayotning davomiyligi, avlodlar kelishini; gullarning chaman bo'lib ochilib turishi - baxt, quvonch va shodliklarga to'la hayot orzusi; quyosh - yorug'lik, issiqlik, mo'l hosil; oy - baxt va visol, osoyishta baxtli hayot; oftoba - mo'l- ko'lchilik, baxtiyorlik; ko'za, suv - dehqonning umidi, hosilning mo'l bo'lishi, oilada fayz - baraka, seroblik, serfarzandlik (ko'za, oftobalar asosan so'zananing yuqori burchaklarida tikiladi).



1.5-rasm. Shofirkon kashta naqshlari

Kashta naqshlaridagi barglar bir necha shaklda: tuxumsimon, atirgul yaproqlari singari qirrali, archasimon, serbarg va turli shakllardagi, bosh barglar shaklida bo‘ladi. Meva bezaklari ichida anor tasviri ayniqsa katta o‘rinni egallaydi. Anor hosildorlik ramzi bo‘lib hisoblanadi. Uni Anaxita haykali qo‘lida eramizning boshlarida qurilgan (I-V asr) Ossuriylar devorlaridagi naqshlarda ham uchratishimiz mumkin. Anor juda sodda shaklda beriladi: dumaloq ko‘rinishi va uchidagi gul kosachasigina tasvirlanadi.

O‘simliksimon bezaklarning ichida eng keng tarqalganlaridan yana biri lola, bodom yoki qalampir tasvirlari bo‘lib, ular juda ko‘p shakllarga ega. Bundan tashqari rang - barang iplar bilan tikilgan doira gullari ham mavjud bo‘lib, ular ma‘lum guruhlariga bo‘linadi. Ular, zaboncha, oftobacha, ko‘zacha deb ataladi. Toshkentda doira gul, oy, Buxoro va Nurotada moh(oy), Samarqandda lola deb yuritiladi. Naqshlarda buyum tasviri ko‘p



ishlatilishi mumkin, masalan, ko‘za tasviri. Ko‘za yoki choynakka ba‘zan shoxcha solib qo‘yilib, uni tangacha bezaklar bilan bezatiladi.



1.6-rasm. O‘simliksimon milliy naqshlar

XIX asr kashtalarida uchburchak shaklida ham tumorlar tikiladi, u har qanday yomon ko‘zlardan asrashini bildiradi. Bulardan tashqari kashtalarda qushlar tasviri ham uchraydi. Ular tovus, qirg‘ovul, o‘rdak, xo‘roz va boshqalar. Qushlar kashtada shunday ustamonlik bilan joylashtiriladiki, ularni bir qarashda aniqlab bo‘lmaydi. Masalan, qush patlari dekorativ uslubda tikilgan, dumi va tanasi turli rangdagi ipaklarda tikilgan bo‘ladi yoki qush tanasi yarim oy shaklidagi turli rangli ko‘ndalang qismlarga bo‘linadi va ular turli rangdagi ipak iplarda tikiladi. Agar qadimiy manbalarga asoslanadigan bo‘lsak, kashtachilikda qushlar tasviri Markaziy Osiyo xalqlari mifologiyasi bilan bog‘liq ekanligining guvohi bo‘lamiz va bu an‘ana juda qadimdan davom etib kelganligini yaqqol sezamiz. Masalan, Sankt - Peterburgning Yermityaj muzeyida saqlanib kelinayotgan so‘zanada shoxchani cho‘qib turgan va tumshug‘ida shox saqlab turgan qush bezagini uchratamiz. XIX asr oxirida kashtachilikda qushlarga juda kam e‘tibor berilgan va ular so‘zaning bir chetida kichik hajmda tasvirlangan.

Shofirkon kashtalari ko‘proq xalqchil ko‘rinishga egadir. Shofirkonlik chevarlar XIX asrning oxirlarigacha so‘zana, joypo‘sh, joynamozlar uchun asos sifatida ko‘proq uyda to‘qilgan oq gazlama bo‘z va sarg‘ish rangli

malladan foydalanishgan. Keyinroq binafsha, to‘q sariq, och yashil rangli xonaki maxalliy gazlamalar bilan birga chetdan olib kelingan oq va rangli ip gazlamalardan ham foydalanilgan. Kashtalarga gul solish uchun mahalliy sharoitlarda ishlab chiqarilgan, tabiiy bo‘yoqlar bilan bo‘yalgan ipak iplar ishlatilgan. Buxoro kashtachilik maktabida Shofirkon kashtalari o‘ziga xos alohida o‘rin egallaydi. Shofirkonda ipakchilik qadim davrlardan taraqqiy etgan. Kashtachilik esa xalq ijodining eng ommaviy shakli bo‘lib kelgan. Uylarga bezak berish san‘atining barcha soxalarida tajriba avloddan - avlodga o‘tish usuli bilan rivojlanib borgan. Har bir kashtado‘z o‘ziga xos yagona tikish usulini yaratishi bilan kashta go‘zalligi sayqallanib borgan.

XX asrning 20-30 yillariga kelib o‘zbek kashtachiligida kuzatilgan bezak va naqshlardagi sifat o‘zgarishlari Shofirkon kashtalariga ham o‘z ta‘sirini o‘tkazdi. An‘anaviy naqsh silsilalari o‘rniga, naqsh chiziqlari qo‘pollashgan, tasvirlar jo‘nlashgan, ortiqcha bezaklar yo‘qolgan, bo‘yoq ranglari yorqin tus olgan holni ko‘ramiz. Ming afsuski, asrlar bo‘yi shakllanib XIX asrda o‘zining yuqori bosqichiga chiqqan an‘anaviy Buxoro kashtachilik maktabining yana bir yirik markazi inqirozga yuz tutdi.

Shofirkon kashtalarining hajmi turlicha bo‘lib, ular yaxlit manzarani kashf etadi. Takiyapo‘shlar so‘zanalarga qaraganda kichikroq bo‘ladi, kompozitsiyasi so‘zanaga o‘xshash bo‘ladi. Joynamoz va nikoh choyshabi (joypo‘sh)ning gullari boshqacha bo‘ladi, markazida gul tikilmaydi va mehrobli bo‘ladi. Joynamozning oyoq tomonidan hoshiya tikilmaydi, ochiq qoldiriladi. Bug‘joma: (bug‘cha) kunduzlari o‘rinni o‘rab qo‘yish yoki turli xil buyumlarni tugib qo‘yish uchun ishlatiladi. Uning markaziga to‘rt burchak shaklida ornament tikiladi, goxida bir burchagiga gul tikilgan bo‘ladi. So‘zanalar tikish bir yarim ikki yil davom etgan. Kashtalarga

qalamqosh yoki chizmakash, deb nom olgan iste'dodli xalq rassom - chizmakash ayollari gul chizganlar. Chizmalar o'lhamsiz, asosan, ko'z bilan chamalanib chiziladi.

Ramziy - alomatli o'zbek kashtachiligining muhim ahamiyatli naqshli guruhlaridan biridir, kelib chiqishiga ko'ra ular birmuncha qadimiy va halq san'atining qatlamlarini o'zida mujassamlashtiradi.

Birmuncha keng tarqalgan belgili ramzlar sarasiga quyosh, oy va yulduzlar turkumi tizimidagi belgilar kiradi. Bu belgili ramzlar izohidagi jihat ularning xalq nazmi va folklor tasavvurlar bilan bog'liqligidir.

Nazmiy-folklor qiyofalarning nusxasi (ekvivalenti) bo'lib keladi. Aylana, romb, xoch, to'lqinli va to'g'ri chiziqlar xalq san'atida birmuncha qadimiy (arxaik) mavzular sanaladi. Zero, aylana, romb va xoch yagona g'oyaviy ma'no kasb etib, ular quyosh ilohasining ramzi yoki ajralmas unsurlari bo'lib kelgan. Dunyoning boshqa xalqlari singari O'rta Osiyo halqlarida aylana quyoshning, ayniqsa, oy (to'lin oy g'oyasi akslantirilishi)ning ramzi bo'lgan. Aylana (doira) yovuz kuchlardan saqlovchi tumor, shuningdek, Olloh va koinot ramzidir. Aylana eng mukammal shakl bo'lib, to'la-to'kislik va baxtning alomatidir.

Jakkard gazlama – murakkab va oddiy shaklda to'qilgan gazlama hisoblanib, ularning asosida 24 tadan ortiq turlicha to'qilgan iplar mavjud bo'ladi [7; 132-b.]. Shuningdek, Jakkard gazlamalar rangli naqshlardan iboratdir. Jakkard gazlamalar quyidagi xususiyatlarga ega: mahsulotning mustahkamligi, ranglarning yorqinligi, yuvishga chidamli, tozalash oson, chiroyli ko'rinishga ega va boshqalar. Jakkard gazlamalarning bir necha xil turlari mavjud: Jakkard - satin, Jakkard - shelk, Jakkard - atlas, Jakkard - trikotaj, Jakkard -streych va boshqalar (1.7- rasmga qarang).



1.7-rasm. Jakkard gazlamalar

Jakkard naqshli gazlamaning naqsh dizayni har doim olimlarning o‘rganishga bag‘ishlangan asosiy tarkibiy qismlaridan biri hisoblanadi. So‘nggi yillarda naqshning ko‘plab shakllari trikotaj liboslarni loyihalashda qo‘llanilishi namoyon bo‘ldi. Masalan, Cai Yanyan fraktal tasvirlarni tizimli ravishda ishlab chiqish usulini o‘rgangan va “Fraktal geometriyani libos modellari dizaynida tadqiq qilish va qo‘llash” nomli kitob yozgan. Fraktal grafika kiyimlar dizaynida qo‘llaniladi va o‘ziga xos effektlar jadvalini beradi. Vang Shuyin yozgan “Fraktal nazariya asosida kostyumlar dizaynini o‘rganish va qo‘llash” kitobida fraktal nazariyaga oid asosiy bilimlarni, fraktal grafika dizaynining algoritmini va oldingi tadqiqotlar asosida kiyim modelini yaratishda dizayn tadqiqotlaridan foydalanishni o‘rganish bo‘yicha ko‘rsatmalar berilgan. Keyin Photoshop, Corel Drawdan foydalanib, dizayn naqshlarini olish uchun fraktal grafikalarini ko‘rsatib, ushbu dizayn naqshlarini kiyim-kechak va kiyim-kechak aksessuarlari dizayniga qo‘llagan. Yang fransuz uslubidagi kostyumlar dizaynida kostyumga raqamli jet bosib chiqarishda fraktal naqsh qo‘llanilishini va Custom Madedda fraktal tasvirlarni qo‘llashni tahlil qildi [64; 20-25-b.].

Gazlamalar uchun naqshlarni ishlab chiqishda Nyuton usuli eng ko‘p qo‘llaniladigan ildiz topish usuli hisoblanadi. Shuningdek, Halley usuli, Sekant usuli, Aitken usullaridan ham foydalaniladi. Fraktal naqshlarni yaratishda yana bir ildiz topish usullaridan turli konvergensiya testlari va turli orbita tuzoqlaridan foydalanish kabi turlar mashhur hisoblanadi.

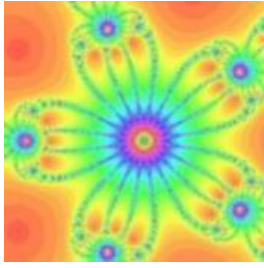
Qiziqarli naqshlarni olishda ularni bo'yash usuli ham muhim rol o'ynaydi. Yuqoridagi usullarning bir nechtasini birlashtirish orqali yangi ko'rinishdagi fraktal naqshlar olinadi.

Yagona polinomial ildiz topish orqali naqshlar hosil qilish usuli 1980-yillarda taklif etilgan, hamda 2000-yillarda adabiyotlarga ilmiy atama sifatida kiritilgan. Olingan tasvirlar polinomiograflar deb nomlanadi va ularni yaratish usullari birgalikda polinomiografiya deb ataladi. Bu ikki nom Kalantari tomonidan kiritilgan bo'lib u polinomiografiyani – fraktal orqali murakkab polinomiallarning nollarini yaqinlashtirishda vizualizatsiya san'ati va fanidir deya ta'riflaydi [53; 233-238-b.].

Nyuton usulini iteratsiyada qo'llash [43;1-15-b.].  $f(x)$  differensial funksiya uchun Teylor formulasiga  $x_{n+1} \approx x_n - f(x_n)/f'(x_n)$  binoan  $f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)(x-x_0)$ ,  $f(x)=0$  taxminiy ildizlar.

Agar kompleks son  $z$  bilan almashtirilsa,  $x_{n+1} \approx x_n - f(x_n)/f'(x_n)$  dan  $z_{n+1} = z_n - f(z_n) / f'(z_n)$  Nyuton iterativ formulasi olinadi. 1.6-rasm  $f(x) = x^5 - 1$  tenglama naqshdir, bu yanada murakkab bo'lib, to'rt xil rangli ikki tomonlama havo qatlami tuzilishi bilan to'qilgan, 1.7-rasmda ko'rsatilgandek chekka qismlari rang segmentasiyasining assimetriyasini aks ettiradi [7; 135-b.].

Fraktal grafika kompyuter dasturlari yordamida parametrlarni o'zgartirib, turli xil shakllarga ega bo'lgan turli xil badiiy naqshlarni yaratish mumkin [91; 1-15-b.].



1.8-rasm. Nyuton iteratsiyasi uchun fraktal naqsh

1.9-rasm. Nyuton iteratsiyasi uchun fraktal naqshni obyektidagi tasviri

Yangi dizayn manbai sifatida fraktal dizayn sohasidagi odamlarning e'tiborini o'ziga jalb qildi. Ushbu maqola dastlab fraktal nazariyani va L-tizimlarni yaratish usulini tahlil qiladi, so'ngra kompyuter naqsh texnologiyasi murakkab dinamik tizim nazariyasi bilan birlashtirilib, kompyuter dasturlari yordamida fraktal badiiy grafikasini yaratadi, bu yerda kiyimlarni yaratish usullari keltirilib, murakkab dinamik tizimdagi holat batafsil tahlil qilinadi. Kompyuter grafikasi texnologiyasi bilan bir qatorda, odamlarning estetik ehtiyojlarini qondira oladigan geometrik patologiyalarni yaratish uchun kiyim-kechak geometrik naqshlarining L-tizimini loyihalash natijalarini olish uchun bir qator manba kodlari yig'iladi. Tajriba natijalariga ko'ra, fraktallar nazariyasi asosida libos gazlamalariga naqshlarni bosib chiqarishni loyihalashtirish mumkinligini va g'ayrioddiy badiiy naqshlar amaliy ahamiyatga ega ekanligini ko'rsatadi.

Ushbu [105; 181-188-b.] maqolada R-funksiyalar nazariyasiga asoslanib murakkab obyektlarni geometrik modellashtirish muammosi ko'rib chiqilgan. Murakkab obyektlarni geometrik modellashtirishga muhandislik chizmalari, chegarani tasvirlash, konstruktiv shakllar geometriyasi, funksional ifodalash kabi yondoshuvlar kiradi. Shuningdek, muammoga yo'naltirilgan til yaratilib, R-funksiya usulida shar va parallelopiped uchun

3D o'lchamli fraktal tasvirlarni yaratishning matematik modellari va natijalari keltirib o'tilgan.

Mazkur [62; 303-318-b.] adabiyotda fraktallar nazariyasi va fraktallarni qo'llanilish sohasiga oid ma'lumotlar jamlangan. Fraktal modellar chiziqli bo'lmagan jarayonlarda yuzaga kelishi va fraktallar tomonidan tasvirlangan jarayonlar amaliy dasturlarda nazorat qilinishi sababli, fraktallar nazariyasini tushunish kerakligi ta'kidlanadi. Ushbu adabiyot tadqiqotchilarni fizik tizimlar, biologik tizimlar va SIRS modellari kabi bir qator modellardagi Julia to'plami fraktallari va Mandelbrot to'plami fraktallari bilan tanishtiradi va ushbu fraktallarni boshqarish uchun mo'ljallangan kontrollerlarni tahlil qiladi. Bundan tashqari, u turli tizimlarning murakkabligini tavsiflash uchun fraktal o'lchovni qanday hisoblash mumkinligini ko'rsatadi. Fraktallar nazariyasining amaliy masalalarini, yechimlarni har tomonlama va tizimli ko'rib chiqish imkoniyatini beradi.

Xaosning [72; 25-33-b.] qo'llanmasida tabiatdagi fraktal tasvirlarni va matematikani umumlashtirgan holda yaproq naqshlarini yoki qor parchalarini vizual tasvirini yaratish uchun matematik model va dastur ilovalarini keltirib o'tgan. 2000 yil oldin Iskandariyalik Yevklid dunyoni sharlar, konuslar, doiralar va to'g'ri chiziqlar yordamida o'lchash va xaritalash strategiyasini ishlab chiqdi. Uning geometrik modellashtirishga oid ko'rsatmalari fraktallarning iqtisodiyotga nechog'lik foyda keltirishini asoslab berdi. Ammo Yevklidning aniq yechimlari tabiiy haqiqatning ko'p qismini inkor qildi va sun'iy yo'ldosh navigasiyasi kabi texnologiyalar ishlab chiqilgach, olimlar to'g'ri chiziqlar yoki osonlik bilan o'lchanadigan egri chiziqlarga rioya qilmaydigan shakllarni o'lchashning aniqroq usulini topishlari kerak edi. 1982 yilda topilgan yechim fraktallar bo'lib, Oliver

Linton fan va tabiatdagi qirg'ochlardan tortib gilam naqshlarigacha bo'lgan fraktal tasvirlarni amaliy ahamiyati, matematik modellarini taqdim etgan.

Ushbu [44; 231-297-b.] qo'llanmada neft, kimyo, atrof-muhit muhandisligi, atmosfera tadqiqotlari va gidrologiya kabi turli ilmiy sohalarning keng doirasi uchun fraktallar va multifraktallarning nazariy tushunchalari, qo'llanilishi bo'yicha yo'riqnomalar taqdim etilgan. Fizika va matematika nuqtai nazaridan fraktallar va multifraktallar nazariy va amaliy dasturlar batafsil tahlil qilinadi. Suyuqliklarning parchalanish jarayoni fraktallar yordamida modellashtirilgan. Parchalanish - agregatlarning mayda bo'laklarga bo'linishi, tabiatdagi oddiy jarayondir. Shuningdek ikki va uch fazali fraktal modellarning afzalliklari va kamchiliklari batafsil muhokama qilinadi. Ushbu ikki turdagi yondashuv tabiat hodisalarining turli xususiyatlarini modellashtirish uchun keng qo'llaniladi. Perkolasiya nazariyasi tartibsiz tarmoqlar va tizimlarda transport oqimlarini modellashtirish uchun nazariy asos bo'ladi. Shuning uchun, perkolasiya nazariyasining fraktal asoslari va uning yer usti va yer osti gidrologiyasida qo'llanilishi ko'rib chiqilgan. Fraktallar va multifraktallarning petrofizika va neft muhandisligining turli xil sohalarida qo'llanilishi ko'rsatilgan. Multifraktallar, shuningdek, yog'ingarchilik, harorat va bulut shakli kabi atmosfera xususiyatlarini modellashtirish uchun keng qo'llanilgan. Suv havzasi, daryo irmoqlaridagi tasvirlarning fraktal modellarga mos kelishi ko'rsatilgan. Fraktal, multifraktal, multifraktal detrended fluktuasiya tahlillarida vaqt o'tishi bilan daryo oqimida yuzaga kelishi mumkin bo'lgan o'zgarishlar o'rganilgan.

Maxsus ishlab chiqilgan kompyuter dasturlari asosida yaratilgan [26; 60-68-b.] kitobi yigirmata o'ziga xos fraktal naqshlarini o'z ichiga oladi, ular



atrofimizdagi dunyoning go'zalligini ochib beradi. Shuningdek, fraktal tasvirlarga rang berish texnologiyalari ham ko'rsatib o'tilgan. Ushbu kitob fraktal atamalar lug'ati bilan to'ldirilgan bo'lib, nima uchun fraktallar shunchalik qiziqarli ekanligini aniqlashga va matematikaga yangicha qarashga yordam beradi.

Fraktal dinamika fizik, biologik va psixologik sohalarda tabiiy murakkablik evolyusiyasini tushunish uchun misli ko'rilmagan vositani taqdim etadi. Ushbu [69; 65-104-b.] kitobning konseptual asosi tabiiy fanlardagi bir nechta doimiy dixotomiyalarni, shu jumladan aql-miya, chiziqli, chiziqli bo'lmagan, subyektiv, obyektiv va hatto shaxsiy-transpersonal jarayonlarni yoritishga yordam beradi. Fraktal yondashuv, ayniqsa, ongning rekursiv jarayonlariga, ularning oddiy va anomal ko'rinishlarida qo'llanilganda samaralidir.

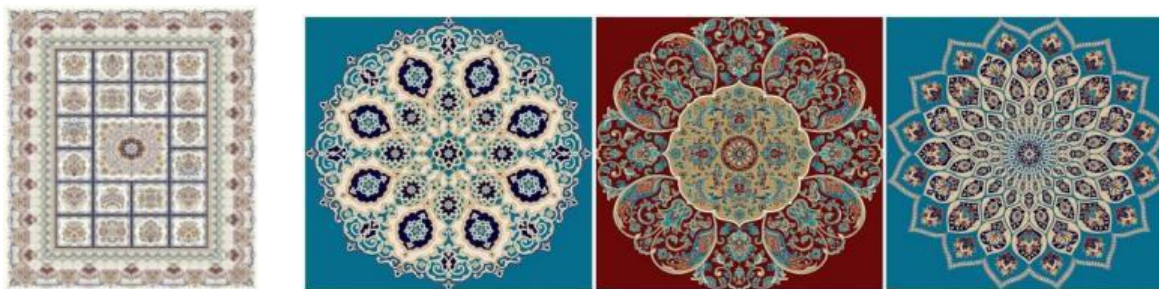
Zamonaviy tibbiyotda fraktallardan o'pka, ko'z, saratonni aniqlashda, qon tahlilida foydalanish mumkin. Chunki inson tanasi fraktal tuzilishga ega bo'lib, fraktal matematika organizmdagi o'zgarishlarni aniqlash, tavsiflash, tashxis qo'yish va kasalliklarni davolashga yordam beradi. Kasalliklarga avtomatlashtirilgan holatda tashxis qo'yish imkonini beradi [70; 234-236-b.].

Tasvirni siqishda ham fraktallardan foydalanish mumkin. Fotograflar va ekspertlar guruhi birgalikda tasvirlarni siqish (JPEG) jarayonidagi ortiqchalikni va o'xshashliklarni aniqlash bo'yicha kerakli xulosalarni chiqarishadi. Fraktal tasvirni siqish yordamida dekompressiya JPEG dan 6 marta tezroq amalga oshiriladi. Bu usul tezkor siqish uchun yaxshi natijadir. Siqish nisbatlarini dekompressiyani kuchaytirmasdan, tasvir sifatining pasayishini hisobga olgan holda ko'proq vaqt talab qilish orqali yaxshilash mumkin [25; 18-23-b.].

Arxitekturada fraktallardan bino inshootlarining tuzilishini modellashtirishda, devorlarga naqshinkor bezaklar berishda foydalanish mumkin. Ushbu jarayonda Yevklid geometriyasiga tegishli shakllardan yoki tabiatdagi fraktal tasvirlardan foydalanish mumkin. Arxitekturada fraktallardan foydalanish aynan shu sohadagi dizaynerlarga bo‘lgan talabni kamaytirib, qisqa vaqt ichida yangidan-yangi zamonaviy tuzilishdagi obyektlarni paydo bo‘lishiga asos bo‘ladi [4; 282-289-b.].

Ushbu [27; 1-8-b.] maqolada egri chiziqli Serpin uchburchaklari sifatida ham tanilgan Apollon fraktalini qurish bo‘yicha ko‘rsatmalar taqdim etilgan. Bu fraktal unchalik yaxshi ma’lum emas, chunki u boshqa ko‘plab fraktallar, masalan, Serpin uchburchagi yoki Menger gupkasiga nisbatan ancha murakkab. Fraktalning qisqacha tarixi va umumiy tavsifi, shu jumladan ikki o‘lchovdagi geometrik konstruksiya va IFS (Iterated Function System) usulidagi matematik model keltirilgan.

Badiiy hunarmandchilik na‘munasi bo‘lgan Eron gilamlarining kelib chiqish tarixi Sosoniylar davriga to‘g‘ri keladi. Ushbu gilamlarning asrlar davomida ham yuqori baholanishiga ularning bejirim va o‘ziga xos naqshlari, to‘qilishining mustahkamligi asos bo‘la oladi. Shu o‘rinda bejirim naqshlarni geometrik tuzilishidan fraktal xususiyatlarni aniqlash muhim sanaladi. Fors gilamlari naqshlari tabiat, tarix, din va afsonalardan ilhomlanib ishlab chiqilgan. Ular gullar, daraxtlar, tabiat manzaralari, tarixiy va mifologik personajlar, fors she‘riyati va xattotligi, diniy belgilar va hikoyalardan foydalanishgan. Bugungi kunda ko‘plab mamlakatlarda ishlab chiqarilayotgan gilam naqshlari va ranglari fors gilamlarida qo‘llanilgan [28; 457-460-b.].



1.10-rasm. Murakkab fraktal tuzilishlar majmuasidan tashkil topgan gilam namunalari

Mazkur [3; 43-52-b.] maqolada fraktal geometriyaning fraktallarni yaratish usullari bo'yicha ko'rsatmalar, misollar va algoritmlar taqdim etilgan bo'lib, maqolada ajoyib fraktal tasvirlarni ko'rish mumkin. Xususan, Mandelbrot to'plami, daraxtsimon fraktallar, yurak shaklidagi fraktallar, Julia to'plami, Mandelbrot to'plamli baland minora kabi fraktallarni yaratish usullari ko'rsatilgan. Bunda geometrik iteratsiyalash qoidalari, ketma-ket olib tashlash kabi ba'zi amallarni hisobga olgan holda ajoyib tasvirlar ishlab chiqilgan. Generasiya funksiyalari bilan bir qatorda ularning mos keladigan boshlang'ich holatlarni va iteratsiyalar sonini ham ko'rib chiqishga alohida e'tibor qaratilgan. Yaratilgan dastur barcha holatlar uchun ko'rib chiqilgan. Dasturni yaratish uchun Mathematica va MatLab dan foydalangan.

Yevklid geometriyasi chiziqlar, ellipslar, doiralar va hokazolarni tenglamalar bilan tasvirlagan bo'lsa, fraktal geometriya obyektlarni rekursiv algoritmlar nuqtai nazaridan tasvirlaydi. Fraktallarni qurishning bitta usuli bu iteratsiyalangan funksional tizimlar yoki IFS deb ataladigan tizimdir. IFS geometrik obyektни ma'lum bir tarzda o'zgartirishning umumiy yondashuviga amal qiladi, har biri asliga o'xshash bir nechta kichikroq obyektlarni qoldiradi va keyin kichikroq qismlarni yaratish uchun jarayonni o'sha kichikroq obyektlarning har birida takrorlaydi va hokazo. Fraktal bu jarayonni cheksiz ko'p marta bajarish natijasi hisoblanadi [51; 4-b.].

«Moda» soʻzi «oʻzgarish» soʻzining sinonimidir. Moda gazlamalardan boshlanadi, gazlama esa rangdan boshlanadi. Ushbu «moda» taʼrifi endi raqamli texnologiyalar davrida qayta koʻrib chiqilishi tavsiya etiladi. Ushbu [65; 59-63-b.] maqolada 3D liboslardan 2D toʻqimachilikgacha boʻlgan yangi bosma dizayn konsepsiyasini taklif qilingan.

Sirt parametrlarini aniqlash, gazlama simulyatsiyasi va teksturani belgilash sohasidagi ilgʻor ishlanmalarda dizaynerlarga toʻgʻridan-toʻgʻri 3D liboslarga bosma naqshlarni yaratishga imkon beruvchi kompyuter tizimi taklif etilgan boʻlib raqamli chop etishga tayyor boʻlgan mos teksturaga ega 2D naqshlarni chiqaradi [46; 2-20-b.]. Bu anʼanaviy dizayn jarayonini 2D gazlamalardan 3D liboslarga oʻzgartiradi. Taklif etilgan usul yordamida olingan natijalar libos va naqsh qismlarida teksturaning uzluksizligini ifodalaydi. Bu esa kiyim-kechak ishlab chiqaruvchilarni tikuv jarayonida teksturani moslashtirish boʻyicha zerikarli ishdan xalos qilib, foydalanuvchilarga moslashtirilgan tasvirlarni loyihalash orqali oʻziga xos moda mahsulotlarini yaratish uchun yangi vositani taqdim etadi.

Ushbu [41; 2-10-b.] maqolada Nyuton-Rafson usulida standart Pikard iteratsiyasini Mann va Ishikava iteratsiyasi bilan umumlashtirish taklif qilingan. Ushbu iteratsiyani almashtirish kvadrat tenglamalar tizimi uchun polinomiograf sifatida koʻrsatilishi mumkin boʻlgan yechim topish jarayoniga taʼsir qiladi. Maqolada taqdim etilgan polinomiograflar, qaysidir maʼnoda, Kalantari polinomografiyasini bitta polinomli tenglamadan kvadrat tenglamalar tizimiga umumlashtiradi. Ular ikkita rang berish usuliga asoslangan rangga boʻyalgan: har bir haqiqiy ildiz uchun turli xil rangdagi attraksionlar havzalari va takrorlash soniga bogʻliq rang. Taqdim etilgan usuldan kompyuter grafikasiga murojaat qilib estetik naqshlardan tekstura

hosil qilishda, Gobelen dizaynida foydalanish mumkin. Turli xil yaqinlashish tezligi va iteratsiyalar uchun olingan polinomiograflar diqqatga sazovor joylar va tasvirlarni ko'rsatadi.

Mazkur [42; 21-23-b., 43; 1-17-b.] adabiyotlarda ko'p parametrlil iteratsiyalar, turli xil konvergensiya mezonlari, turli xil rangli tasvirlarni hosil qilishning matematik model va rekursiv algoritmlari berilgan. Shuningdek, polinomiograflarning boshqa rang berish usullari yoki algoritmlari to'g'risidagi ma'lumotlar [42; 23-25-b.] maqolada keltirilgan. Bundan tashqari turli xil takrorlashlardan foydalanib, o'zgaruvchan tenglama uchun yechim topish, vizualizatsiya qilish usullari ko'rsatib o'tilgan bo'lib, chiroyli ko'rinishdagi grafiklarni avtomatik tarzda ishlab chiqish natijalari qiziqarli va jozibador bo'lishi tasvirlangan. Shuningdek, ular mavjud polinomiografiya dasturining funkcionalligini oshirish uchun ham qo'llanilishi mumkinligi asoslangan.

Ushbu [43; 1-17-b.] maqolada klassik va yuqori tartibli Nyutonga o'xshash murakkab polinomlari uchun ildiz topish usullari keltirilgan. Standart Pikard iteratsiyasi o'rniga nostandart deb ataluvchi bir nechta turli iteratsiya jarayonlari qo'llaniladi. Kalantarining ildiz topish jarayonining vizualizatsiyasi kamida uchta nuqtai nazardan ahamiyatlidir: ilmiy, ta'lim va badiiy. Har xil turdagi iteratsiyalarni, turli konvergensiya testlarini va rang berishni birlashtirib, juda ko'p turli xil polinomiograflar olingan. Ko'p parametrlil iteratsiyalarda real parametrlar o'rniga murakkab parametrlardan foydalanish iteratsiya jarayoniga ta'sir qilmasligi tajriba orqali tekshirilgan. Bundan tashqari, badiiy nuqtai nazardan qiziqarli bo'lgan chiroyli ko'rinishdagi polinomiograflar olingan. Parametrlarning mavjud qismlari

simmetriyani o'zgartirishi, virtual qismlar esa polinomiograflarning assimetrik burilishiga olib kelishi ta'kidlangan.

### **1.2§. Fraktal o'lchovni hisoblash usullari bo'yicha tadqiqotlar tahlili**

Bugungi kunda fraktal geometriya informatika va muhandislik sohasi tadqiqotlarining mutlaqo yangi yo'nalishidir. Uning imkoniyatlari judayam ko'p bo'lib, tabiatdagi murakkab geometriya obyektlarini fraktal modellashtirish orqali namoyon bo'ladi. Ushbu [37; 2-7-b.] maqola fraktalga oid bo'lgan fraktal o'lchov, fraktallarni hosil qilishning turli usullari, ularning xususiyatlari va ularning qo'llanilish sohalarini taqdim etadi. Shu o'rinda «Quvish vaqti algoritmi», «Tasodifiy takrorlash algoritmi», «Deterministik algoritmi», «Affin almashtirishlari», fraktal o'lchovni hisoblash usullari tahlil qilingan. Fraktallarning o'ziga o'xshashlik, kasr o'lchovli, differensiallanmaydigan, cheksiz ustunlikka ega, cheklangan maydonni egallashi kabi xususiyatlari mavjud. Agar biror bir obyektning qismlari butun obyektga o'xshash bo'lsa, o'ziga o'xshashlik deb yuritiladi. Yekvlid fazosida nuqtaning o'lchovi 0, chiziqning o'lchovi 1, kvadratning o'lchovi 2, kubning o'lchovi esa 3 hisoblanadi. Bunday o'lchov topologik o'lchov deb ataladi. Ammo fraktal o'lchov kasr qiymatga ega bo'lgan, tasvirlarning massa o'lchamiga bog'liq bo'lgan Hausdorff o'lchovi sifatida fanga kiritiladi.

Fraktalning ta'riflaridan biri uning o'lchovlari topologik o'lchovidan qat'iy kam bo'lishi kerakligidir [10; 153-155-b.]. Topologik o'lchov tushunchasini rus olimlari P.S. Urison va P.S. Aleksandrovlar aniqlagan. Klassik geometriyaning dastlabki tushunchalaridan kelib chiqib, tekis shakllar ikki o'lchovli, jismlar uch o'lchovli bo'lib, faqat geometrik jismlarni

gradatsiya qilish uchun ishlatiladi. Chunki topologik o'lchov - butun son, fraktalning o'lchovi esa undan qat'iy kam, keyin fraktalning o'lchovi kasr son qiymatli kattalik.

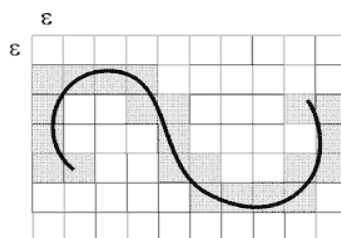
Fraktal o'lchov fraktalning sonli xarakteristikasidir. Y.G. Puzanchenko fraktal landshaftlarga bag'ishlangan asarlarida shunday yozadi: "...fraktal o'lchov murakkablikning samarali o'lchovi bo'lib, relyefning umumiy shakli yoki har qanday komponentning fazoviy tuzilishi haqida ma'lumot beradi" [77; 24-40-b.].

Ushbu [35; 44-64-b.] kitobda fraktallar va ularning o'lchovlari bilan bog'liq bo'lgan matematik usullar sodda va tushunarli tarzda ifodalanib, fraktallar nazariyasi va ularning geometriyasi, fraktal o'lchovga oid turli xil tushunchalar va ularni hisoblash usullari keltirilgan. Fraktallarning geometrik xossalari xuddi geometriyani o'rganishga o'xshash tarzda o'rganiladi. Aylana, ellips va doira kabi geometrik shakllar uchun mavjud ta'riflar va formulalar asosida to'plamlar nazariyasi xossalari tayanib aylanasimon fraktallarni hosil qiluvchi matematik model, algoritm va dasturlar keltiriladi. To'plamlar nazariyasidan foydalanishning asosiy qulay tomoni bir necha turdagi geometrik shakllarni to'plamlar nazariyasi qonuniyatlariga asosan birlashmasi va kesishmasi orqali ifodalashdan iborat. Shuningdek, ushbu usulda hosil qilingan fraktal tasvirlardan fizika, biologiya sohasi uchun zarur bo'ladigan jarayon va obyektlar uchun ham qo'llash mumkin. Adabiyotdagi mavzular doirasida o'ziga o'xshash va o'z-o'ziga mos keladigan to'plamlar, funksiyalar grafiklari, sonlar nazariyasi va sof matematikaga oid misollar, dinamik tizimlar, Julia to'plamlari, tasodifiy stoxastik fraktallar va ba'zi fraktal tasvirlar uchun dastur ilovalari ko'rsatib o'tilgan bo'lib, tadqiqotchiga yangi fraktal tasvirlarni yaratish imkonini beradi.

Har bir fraktal shaklni fraktal o'lchovini hisoblashda turli usullardan foydalanish mumkin. To'plamlar nazariyasidan foydalanib ham fraktal o'lchovni aniqlash mumkin. Buning uchun avval Hausdorff o'lchami haqida kengroq tushunchaga ega bo'lish kerak. Ushbu o'lchamlarning asosiy xususiyati shundaki u aniq butun son emas, balki kasr son bo'lishi mumkin. Hausdorff o'lchamini aniqlash fraktal o'lchovni aniqlashning boshqa turlariga nisbatan murakkabroq, lekin natija boshqa usullarga nisbatan aniqroq chiqishini ko'rish mumkin.

Tasvirlarni qayta ishlovchi amaliy masalalarda, yerni masofadan zondlash tizimlarida fraktal o'lchamini hisoblash ko'pincha kublar usuli, qoplama usuli, mahalliy dispersiya usuli, prizma usuli va boshqa usullar asosida amalga oshiriladi. Biroq, bir xil tasvirni turli xil usullar yordamida qayta ishlashda natijalar ko'pincha bir-biridan farq qiladi. Amalda fraktal o'lchovni hisoblashda hisoblash aniqligi, tezligi va tizim resurslarini hisobga olgan holda tegishli algoritmni tanlash kerak.

Fraktal o'lchov (Xausdorf-Bezikovich o'lchovi) raqam koordinata tekisligini qanchalik zich to'ldirganligini tavsiflaydi. Klassik fraktallar uchun fraktal o'lchov obyektни qoplash yo'li bilan aniqlanadi, uning o'lchovlari oldindan belgilangan geometrik  $\varepsilon$  ko'rsatkichlar bilan baholanadi. Prinsipial jihatdan har qanday geometrik obyektlar o'lchov sifatida ishlatilishi mumkin, ammo odatda o'lchovli jismlar uchun kublar va tekislik shakllari uchun kvadratlar o'lchov sifatida ishlatiladi [19; 8-10-b.]:



1.11 - rasm. Fraktal o'lchovlarni aniqlash

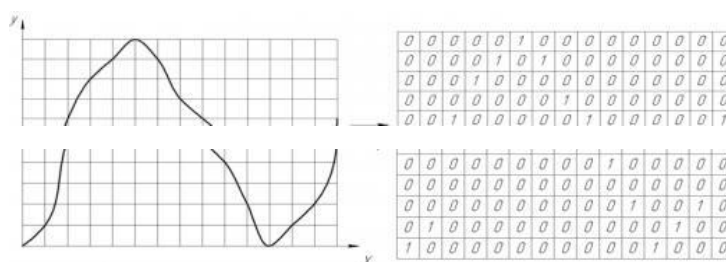


$N(\varepsilon)$  -  $\varepsilon$  kattaligidagi kvadratlarning minimal soni bo'lsin, ular birgalikda tahlil qilingan fraktalni to'liq qoplaydi, keyin fraktal o'lchov quyidagicha aniqlanadi:

$$D = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left( \frac{\ln(N(\varepsilon))}{\ln\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)} \right). \quad (1.1)$$

Real obyektning fraktal o'lchovlarini panjara qoplamasi yordamida aniqlashning bir qator usullari mavjud. Ularning orasida eng keng tarqalgani katakcha usuli. Uning algoritmi quyidagicha:

1) Dastlab, tekislikdagi fraktal obyektning keyingi ishlov berish uchun qulay shaklga o'tkazish kerak. Bunday o'zgartirish uchun eng mos protsedura - bu obyektning raster koordinatalar panjarasi bilan qoplash orqali ikkilik balandlik xartigasiga talqin qilishdir;



1.10 - rasm. Fraktal o'lchovlarni aniqlash

2) Keyinchalik, katakchanning maksimal kattaligi aniqlanadi  $l = l_{\max}$ , u fraktal o'lchovini aniqlash kerak bo'lgan obyektning qoplamasi; Katakchanning maksimal kattaligini aniqlash uchun empirik munosabatlar o'rnatamiz:

$$l_{\max} = \frac{R}{10},$$

Bu yerda  $R = y_{\max} - y_{\min}$  - funksiya qiymatlari oralig'i.

3) Har bir katakdagi birliklar soni  $N(l)$  hisoblanadi.

4) Katakchanning kattaligi kichrayadi:  $l = l - 1$ .

5)  $l=1$  bo'lsa,  $N(l)$  va  $l$  qiymatlari logarifmlanib,  $\lg(N(l)) = f(\lg(l))$  funksiya grafigi tuziladi.

6) Funksiya grafigidan eng kichik qiyalik burchagi kvadratlar usuli orqali chiziqli yaqinlashish yordamida topiladi. Ushbu burchakning tangensi fraktal o'lchovdir.

Mahalliy va xorijiy olimlarning tadqiqot natijalariga ko'ra obyektни qoplash orqali fraktal o'lchovini aniqlash faqat oddiy fraktallar uchun aniq natija beradi va tasodifiy fraktallar uchun o'lchovlarni aniqlashning bu usuli samarasizroqdir.

Bundan tashqari, qoplash orqali fraktal o'lchovni aniqlash usuli yana bir muhim kamchilikka ega - hisob-kitoblarning natijasi dastlabki katakcha o'lchovining qiymatiga bog'liq. Masalan, eng katta katakcha o'lchovning har xil qiymatlari uchun dasturiy vosita yordamida fraktal o'lchov hisoblab chiqilgan.

Endi, og'ish foizi hisoblanadi:

$$\Delta = \frac{1.854 - 1.22}{1.22} = 35\% .$$

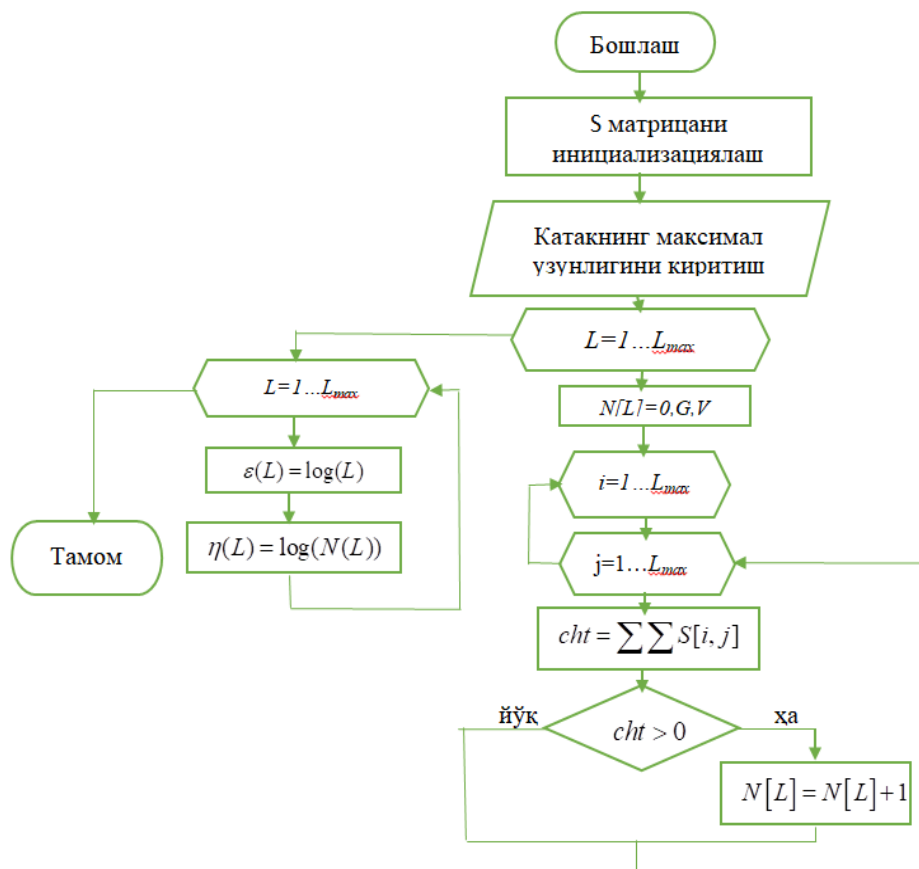
Hisob-kitoblar natijasi quyidagicha:

### 1.1-jadval.

#### Fraktal o'lchov qiymatlari

$l_{max}$	$D$
10	1.854
11	1.71
12	1.67
13	1.42
14	1.31

Shuningdek,  $l_{\max}$  ning nisbatan kichik tebranishlari bilan fraktal o'lchov qiymatlari sezilarli og'ishi kuzatiladi.



1.12-rasm. Fraktal o'lchovni katakcha usuli bilan aniqlashning blok sxemasi

Fraktallarning tasodifiy o'lchovlarini aniqlash uchun fraktal o'lchovlarni taxminiy baholash usullari ishlab chiqilgan, ularning asosiylari quvvat spektri va Xerst ko'rsatkichi yordamida o'lchovlarni aniqlashdir.

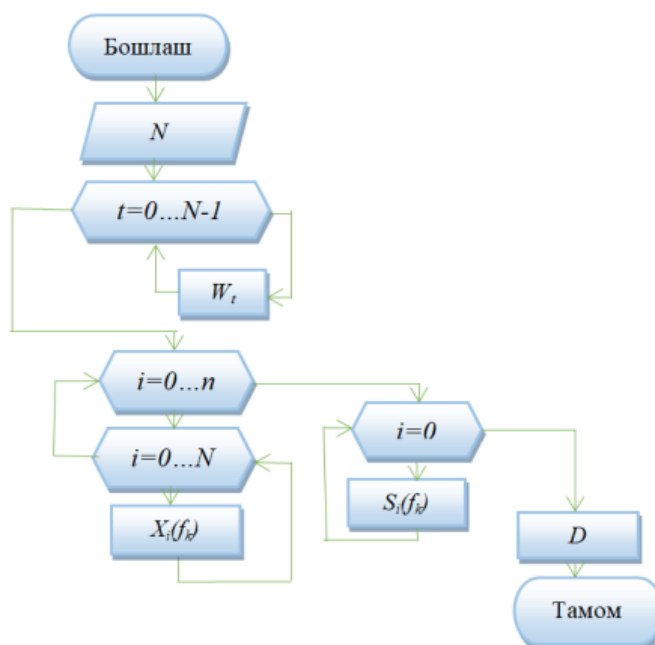
Ko'p tadqiqotlar fraktal tasvirlarning quvvat spektri funksiyasi chastotaga teskari bog'liqligini ko'rsatdi:

$$S(\omega) = C_p \times \frac{1}{\omega^s} . \tag{1.2}$$

Agar (1.2) formulada olingan qiymatlar logarifmlangan bo‘lsa, u holda quvvat spektri funksiyasining chastotaga bog‘liqligi chiziqli bo‘ladi. Fraktal o‘lchov va eng kichik kvadratlar usuli bilan aniqlangan quvvat spektrining yaqinlashuvchi chizig‘i qiyaligi o‘rtasidagi bog‘liqlik quyidagicha bo‘ladi:

$$D = \begin{cases} \frac{3+s}{2}, \text{ agar } s > 0 \\ \frac{5+s}{2}, \text{ agar } s < 0 \end{cases} \quad (1.3)$$

Quvvat spektri funksiyasi uchun fraktal o‘lchovni aniqlashning blok sxemasi quyidagi (1.12-rasmga qarang) bo‘ladi [19; 11-12-b.]:



1.12-rasm. Quvvat spektri funksiyasi yordamida fraktal o‘lchovni aniqlashning blok sxemasi

Fraktal o‘lchov:  $D = \frac{5+s}{2} = \frac{5-1.33}{2} = 1.8.$

Xerst ko‘rsatkichi  $R/s$  usuli yordamida quyidagicha aniqlanadi:

1) O‘rtacha qiymat atrofidagi qiymatlar quyidagi formula asosida hisoblanadi:

$$X_{i,N} = \sum_{u=1}^t (x_u - M_N), \quad (1.4)$$

bu yerda  $N$  - vaqt qatori uzunligidan 3 gacha o'zgarib turadigan davr uzunligi;

$t$  - uning qiymatini 1 dan  $N-1$  ga o'zgartiradigan o'zgaruvchi;

$x_u$  - vaqt qatori yelementi;

$M_N$  - vaqt qadamlar bo'yicha  $N$  ta yelementning o'rtacha qiymati:

$$M_N = \sum_{i=1}^N x_i / N. \quad (1.5)$$

2) Har bir takrorlashda  $X_{i,N}$  ning  $N-1$  qiymatlari olinadi, ular oralig'ini aniqlash uchun ishlatiladi:  $R_t = \text{Max}(X_{t,N}) - \text{Min}(X_{t,N})$ .

3)  $N$  diapazon bo'yicha vaqt seriyasi qiymatlari standart og'ishiga bo'linib normallashtiriladi:  $H_t = \frac{R_t}{S}$ .

Standart og'ish  $N$  vaqt qatorining qiymatidan hisoblanadi:

$$S = \sum_{i=1}^N \frac{(x_i - M_N)^2}{N}. \quad (1.6)$$

4)  $R/S$  va  $N$  qiymatlari logarifmi olinadi va funksiya grafigi chiziladi:

$$\log\left(\frac{R}{S}\right) = f(\log(N)). \quad (1.7)$$

5) Funksiya grafigiga binoan qiyalik burchagi eng kichik kvadratlar usuli bilan chiziqli yaqinlashish bilan aniqlanadi. Ushbu burchakning tangensi Xerst ko'rsatkichidir. Vaqt seriyasi - bu kiruvchi ma'lumotlarning vektori.

Xerst ko'rsatkichi va fraktal o'lchov o'rtasidagi bog'liqlik quyidagicha:

$$D = D_T - H, \quad (1.8)$$

bu yerda  $D_T$  obyektning topologik o'lchovi.

Kublar usuli. Kublar usulidan foydalanilganda, o'rganilayotgan sirtni qoplash uchun  $\varepsilon$  yon tomoni bo'lgan  $N(\varepsilon)$  eng kichik kublar soni talab qilinadi. Ushbu usul eng qulay va ko'pincha egri chiziqlarning fraktal o'lchamlarini hisoblash uchun ishlatiladi. Sirt o'lchamlarini hisoblashda bu usul kam qo'llaniladi, chunki u yetarli aniqlikka ega emas. *Ye* to'plamni tashkil qiluvchi  $\varepsilon$  yon tomonni  $N(\varepsilon)$  bo'lgan kublarning minimal soni bo'lsin. Keyin o'rganilgan tekstura o'lchovi tushunchasini kiritish mumkin [95; 55-57-b.]:

$$\mu_p^h(E) = N(\varepsilon)\varepsilon^D \quad (1.9)$$

Faraz qilamiz,  $\mu_p^h(E) > 0$  shunday o'lchamki, shunday  $C > 0$  o'zgarmaslar uchun quyidagi ko'rinish o'rinli:

$$N(\varepsilon) \approx \frac{C}{\varepsilon^D} \quad (1.10)$$

yoki

$$\lg N(\varepsilon) = \lg C - D \lg(\varepsilon) \quad (1.11)$$

Quyidagiga ega bo'lamiz:

$$D = -\frac{\lg N(\varepsilon)}{\lg(\varepsilon)} + \frac{\lg C}{\lg(\varepsilon)} \quad (1.12)$$

Bu yerda  $\lg(\varepsilon) \rightarrow -\infty$  va  $\varepsilon \rightarrow 0+$  bo'lganligi uchun quyidagi natijaga ega bo'lamiz:

$$D = -\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\lg N(\varepsilon)}{\lg\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)} \quad (1.13)$$

(1.11) formuladan ko'rinib turibdiki,  $\lg(N(\varepsilon))$  ning  $\lg(\varepsilon)$  ga bog'liqlik grafigi  $D$  burchak koeffitsiyenti uchun to'g'ri chiziqdan iborat.

Qoplamalar usuli. Qoplamaning fraktal o'lchovini hamda maydonni taxminiy o'lchamini baxolash uchun yuqori va pastki qoplamalarning  $S(\varepsilon)$  yuzasi  $\varepsilon$  ning turli qiymatlarida hisoblab chiqiladi. Ko'rsatilgan usulda fraktal o'lchamni hisoblash uchun tanlangan sirtning qalinligi  $2\varepsilon$  bo'lgan qoplamani olib, ushbu sirt maydoni uzunligi hisoblab chiqiladi, olingan natijani  $2\varepsilon$  ga bo'lgandan keyin  $D$  parametriga bog'liq bo'lgan taxminiy fraktal o'lchovi olinadi.

Qoplama yuzasi ikkita yuqori sirt  $u_\varepsilon$  va pastki sirt  $b_\varepsilon$  komponentlari bilan aniqlanadi. Ushbu kattalik qiymatlari har bir nuqta uchun quyidagi formulalar yordamida hisoblab chiqiladi [66; 271-302-b.]:

$$u_\varepsilon(i, j) = \max \left\{ u_{\varepsilon-1}(i, j) + 1, \max_{|(m,n)-(i,j)| \leq 1} u_{\varepsilon-1}(m, n) \right\}, \quad (1.14)$$

$$b_\varepsilon(i, j) = \max \left\{ b_{\varepsilon-1}(i, j) - 1, \max_{|(m,n)-(i,j)| \leq 1} b_{\varepsilon-1}(m, n) \right\}, \quad (1.15)$$

Bu yerda  $\varepsilon = 1, 2, 3, \dots, u_0(i, j) = b_0(i, j) = I(i, j)$ .

Olingan maydon yuzasi quyidagi formula bo'yicha hisoblanadi:

$$S(\varepsilon) = \frac{\sum_{i,j} (u_\varepsilon(i, j) - b_\varepsilon(i, j))}{2\varepsilon}. \quad (1.16)$$

Hamda, fraktal o'lchamning qiymati quyidagi ifodadan aniqlanadi:

$$S(\varepsilon) \approx \varepsilon^{2-D}. \quad (1.17)$$

Shunday qilib, grafik qiyaligining logarifmi  $\lg S(\lg \varepsilon)$   $k$  burchak koyeffisiyentini topish uchun ishlatiladi.

$$D = 2 - k \quad (1.18)$$

To‘plamlar nazariyasi asosida fraktal o‘lchovni hisoblash [10; 153-155-b.]. Topologik o‘lchov – raqamlarning topologik xususiyatidir. Topologik o‘lchov har doim butun son hisoblanadi. U induksiya bilan quyidagicha aniqlanadi: bo‘sh to‘plam uchun topologik o‘lchov (-1), nuqta uchun – 0, chiziq uchun – 1, sirt yoki tekislik uchun – 2, hajmga ega shakllar uchun – 3 va h.k. Boshqacha qilib aytganda, chiziqli to‘plamning topologik o‘lchovi bo‘shliqdagi nuqtalarni koordinatalar soni sifatida tushuniladi.

$F$  fraktal obyektimiz  $\mathbb{R}^n$  fazoda bo‘lsin. Ushbu obyekt butunlay  $n$ -o‘lchovli  $\varepsilon$  diametrli to‘plar bilan to‘ldiriladi [61; 821-824-b.]. Buning uchun  $N(\varepsilon)$  dan kam bo‘lmagan sharlar kerak bo‘ladi. Keyin, agar kuch qonunlariga muvofiq  $\varepsilon$  yetarli darajada kichik bo‘lsa  $N(\varepsilon)$  o‘zgaradi, ya’ni  $N(\varepsilon) \approx \left(\frac{1}{\varepsilon}\right)^D$ , u holda daraja  $D = \dim F$ ,  $F$  obyektning fraktal o‘lchovi deyiladi va quyidagi formula asosida hisoblanadi:

$$D = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln N(\varepsilon)}{\ln \frac{1}{\varepsilon}}. \quad (1.19)$$

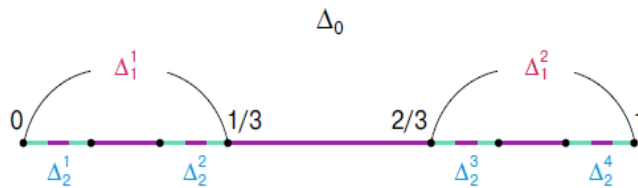
Bu formulalar  $D$  fraktal o‘lchovni hisoblash uchun umumiy ta’rif bo‘lib xizmat qiladi. Ushbu ta’rifga muvofiq,  $D$  miqdor berilgan  $F$  obyektning xususiyatidir. Fraktal o‘lchov - o‘rganilayotgan obyekt chegarasining tortishishi va tengsizligini tasvirlashning raqamli ifodasi hisoblanadi.

### **1.3§. Analitik va to‘plamlar nazariyasi usullari yordamida hosil qilingan aylanasimon fraktal tuzilishlarga oid adabiyotlar sharhi**

Ko‘plab obyektlarni geometrik modellashtirish yarim tekisliklarni yoki to‘plamlarni birlashtirish va kesishtirish kabi ketma-ket mantiqiy operatsiyalarga tayanadi.



Kantor to‘plami misolida,  $K=A$  quyidagi konstruksiya yordamida,  $\nabla_0 = [0,1]$  kesmadan olinadi (1.13-rasmga qarang).



1.13-rasm. Kantor to‘plami

Birinchi qadamda  $\nabla_0 = [0,1]$  kesimdan  $\left(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right)$  interval kesib olinadi.

Natijada ikkita kesmalar  $\nabla_1^1 = \left[0, \frac{1}{3}\right]$  va  $\nabla_1^2 = \left[\frac{2}{3}, 1\right]$  qoladi.

Ikkinchi qadamda har ikkala  $\left[0, \frac{1}{3}\right]$  va  $\left[\frac{2}{3}, 1\right]$  kesimdan uning markazidan uchdan birini kesib olinadi, ya’ni quyidagi intervallarni:

$$\left(\frac{1}{3^2}, \frac{2}{3^2}\right) \dots \left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3^2}, \frac{2}{3} + \frac{2}{3^2}\right),$$

natijada quyidagi kesmalar

$$\nabla_2^1 = \left[0, \frac{1}{3^2}\right]; \quad \nabla_2^2 = \left[\frac{2}{3^2}, \frac{1}{3}\right]; \quad \nabla_2^3 = \left[\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3^2}\right]; \quad \nabla_2^4 = \left[\frac{2}{3}, \frac{2}{3^2}, 1\right],$$

hosil bo‘ladi va hokazo. Har bir qadamda kesimning markazidan uning uchdan birini kesib olinadi (1.14-rasmga qarang).

Berilgan sonli to‘plam:

$$A = \left\{ \frac{1}{n}, n = 1, 2, \dots \right\} \cup (0),$$

fraktal o‘lchovi:

$$\varepsilon_p = \frac{1}{9} \left( \frac{1}{p-1} - \frac{1}{p} \right) = \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{p(p-1)};$$

$$B\varepsilon_p = \left( \frac{1}{k} \right) = \left( \frac{1}{k} - \varepsilon_p < x < \frac{1}{k} + \varepsilon_p \right).$$

$(x_0, y_0)$  nuqtada markazlashgan ellips bilan chegaralangan, yarim katta o'qi  $a$  ga, yarim gumbaz o'qi  $b$  ga teng bo'lgan obyekt quyidagi formulada ifodalangan [105; 181-188-b.]:

$$\text{Ellipse}(x, y, x_0, y_0, a, b) = 1 - \frac{(x-x_0)^2}{a^2} - \frac{(y-y_0)^2}{b^2}, \quad (1.20)$$

$(x_0, y_0)$  nuqta radiusi  $r$  bo'lgan aylana markazida joylashgan holda

$$\text{Disk}(x, y, r, x_0, y_0) = r^2 - (x - x_0)^2 - (y - y_0)^2. \quad (1.21)$$

Xuddi shu tarzda, uch o'lchovli fazoda markazi  $(x_0, y_0, z_0)$  nuqtada joylashgan va yarim qavatlari  $a, b$  va  $c$  ga teng bo'lgan ellipsoid bilan chegaralangan hududni tavsiflovchi funksiyani quyidagi formula orqali ifodalash mumkin:

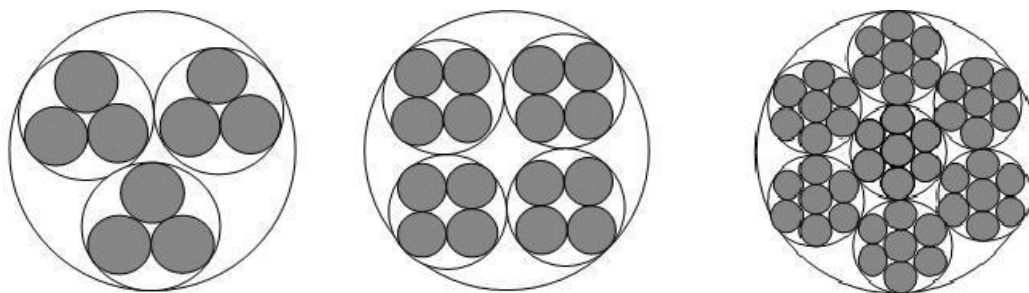
$$\text{Ellipsoid}(x, y, z, x_0, y_0, z_0, a, b, c) = 1 - \frac{(x-x_0)^2}{a^2} - \frac{(y-y_0)^2}{b^2} - \frac{(z-z_0)^2}{c^2}, \quad (1.22)$$

$(x_0, y_0, z_0)$  nuqtada markazlashgan  $r$  radiusli shar uchun quyidagi formula o'rinli:

$$\text{Ball}(x, y, z, r, x_0, y_0, z_0) = r^2 - (x - x_0)^2 - (y - y_0)^2 - (z - z_0)^2. \quad (1.23)$$

Aylandasimon fraktal - kichikroq radiusdagi boshqa aylanalarni bir necha marta asosiy aylanaga kiritish orqali qurilgan geometrik fraktallar sinfidir. Geometrik aylandasimon fraktallardan milliy liboslar va gilamlar dizayni, arxitektura me'morchlik dizaynlarida, shuningdek, radiotexnika, kimyo, biologiya, materiallar texnologiyasi va boshqalarda turli xil tabiiy tuzilmalar modellari sifatida foydalanish mumkin. Ushbu turdagi fraktallar quyosh konvektiv zonasining yuqori qatlamlarida magnit oqimi naychalari klasterlari modellari sifatida foydalanilgan [90; 109-b.]. Ushbu turdagi yanada murakkab tuzilmalar, masalan, o'ralgan magnit oqimi naychalarini simulyatsiya qiladigan, ustma-ust tushadigan elementlari bo'lgan

aylanasimon fraktallar ham mavjud. Shuningdek, murakkab tuzilmalarni modellashtirish uchun ushbu turdagi multifraktal tuzilmalarni ham qurish mumkin. Serpin gilamlaridan farqli o‘laroq, bunday fraktallar to‘rtburchaklar yoki uchburchak shaklida emas, balki aylana elementlaridan qurilgan. Bunday aylanasimon fraktallarning cheksiz potensial ketma-ketligidan dastlabki uchtasi quyidagi rasmlarda keltirilgan [5; 109-b.] :



1.14-rasm. 1-, 2- va 3- takrorlashdan keyingi aylanasimon fraktallar

$R/3$  radiusli yettita doira  $R$  radiusli doiraga shunday joylanganki, ularning hammasi bir-biriga tegib turadi, lekin o‘zaro kesishmaydi. Ushbu yetti doiraning har biri yettita  $R/9$  doirasiga mos keladi va hokazo. Ushbu obyektning Xausdorff o‘lchovlarini ( $d$ ) hisoblashda konstruktiv fraktallar uchun mavjud bo‘lgan formulalardan foydalaniladi:

$$d = \frac{\log(n)}{\log\left(\frac{1}{a}\right)}. \quad (1.24)$$

$n=3$  bo‘lgan holatdagi fraktal shakl 1.20-rasmda keltirilgan.  $a$  parametr – bu qo‘shni masshtablar uzunligining xarakteristik munosabatlaridir. Ushbu holat quyidagicha tasvirlanadi:

$$r_{i+1} / r_i. \quad (1.25)$$

Bu yerda  $r_i$  - katta aylananing radiusi,  $r_{i+1}$  - kichik o‘lchovli aylananing radiusi. Oddiy geometrik qonuniyatlardan quyidagilarni topamiz:  $a=0,4641$ .

Ushbu qiymatlar asosiy formulaga qo'yilsa,  $d \approx 1,43$ . 1.14 - rasmdagi shakl uchun fraktal o'lchov hisoblanganda:  $n=4$ ,  $a=0,4142\dots$ ,  $d \approx 1,57\dots$ . 1.15 - rasmdagi holat uchun fraktal o'lchov quyidagicha:  $n=7$ ,  $a=1/3$  bo'lgan holatda  $d \approx 1,77\dots$ . Ichki aylanalar sonini cheksiz ko'paytirish orqali Hausdorff o'lchamlari  $d \rightarrow 2$  bo'lgan natija olinadi.

Apolloniya to'ri fraktali. Matematikada Apolloniya yoki Apolloniya to'ri fraktali tushunchasi bo'lib, uchta doiradan hosil bo'ladi, ularning har biri boshqa ikkitasiga tegib turadi va ketma-ket ko'payib uchta doiraga to'ldiriladi. Unga yunon matematigi Perga Apolloniya nomi berilgan. Pergalik Apolloniyning [34; 21-23-b.] kitobi geometrik shakllarga bag'ishlagan bo'lib, unda o'zaro tangensial qoidalar asosida aylanasimon geometrik fraktallar qurish masalalari ko'rib chiqilgan. 1.16-rasmda tasvirlangan Apollonius qistirmalari deb ataladigan tasvir fraktal tasvir bo'lib, tangensial ichki aylanani uchta uringan aylanaga aylantirish masalasi rekursiv holatda ko'rilgan. Ushbu qistirmani yoki Apollon aylanasini qurish algoritmi quyidagicha [105; 181-183-b.]:

1. Uchta o'zaro uringan aylanani qurish.

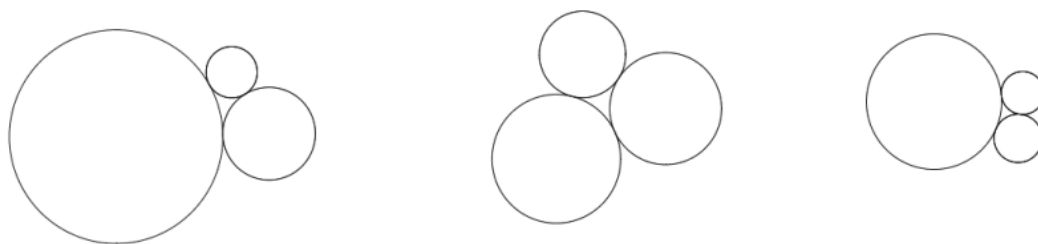
-  $C_1$  va  $C_2$  doira markazlari uchun tasodifiy ikkita alohida nuqta  $p_1$  va  $p_2$  tanlanadi;

- Ularning Yevklid masofasi hisoblanadi  $d_{12} = \|p_1 - p_2\|$ ;

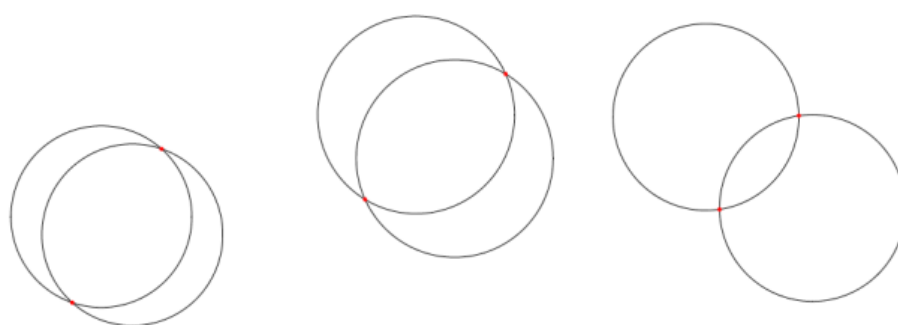
- tasodifiy nisbatda  $\alpha \in (0,1)$  ni tanlanadi va  $C_1$  va  $C_2$  doiralarning radiuslari mos ravishda  $r_1 = \alpha d_{12}$  va  $r_2 = (1 - \alpha)d_{12}$ , (shunday qilib,  $C_1$   $C_2$  ga urinadi);

- tasodifiy  $r_3 > 0$ , radiusini tanlab,  $C'_1 = \text{circle}(p_1, r_1 + r_3)$

$C'_2 = circle(p_2, r_2 + r_3)$  kesishgan ikkita aylananing  $i_1$  va  $i_2$  kesishish nuqtasi hisoblanib,  $C_3 = circle(i_1, r_3)$  bo'lsin.  $C_1$ ,  $C_2$  va  $C_3$  uchta aylanalar bir-biriga tegib turadi.



1.15-rasm: O'zaro uringan aylanalarga misollar



1.16-rasm: Ikkita kesishish nuqtasiga ega juft aylanalarga misollar.

$C_1 = circle(p_1, r_1)$  va  $C_2 = circle(p_2, r_2)$  ( $p_1 = (x_1; y_1)$  va  $p_2 = (x_2; y_2)$  markazlarga tegishli)  $i_1$  va  $i_2$  ikkita aylananing kesishish nuqtalari hisoblanadi.

Chiziq tenglamasini beradigan ikkita aylana tenglamalarining farqini hisoblash va kvadrat tenglamani yechish orqali radikal o'qning  $C_1$  bilan kesishishini hisoblash uchun quyidagi kesishish nuqtalari olinadi:

$$i_1 = \bar{p} + \frac{r_1^2 - r_2^2}{2d_{12}^2} p_{21} + \frac{q_{21}}{2} \sqrt{\frac{2}{d_{12}^2} (r_1^2 + r_2^2) - \frac{(r_1^2 + r_2^2)^2}{d_{12}^4} - 1},$$

$$i_2 = \bar{p} + \frac{r_1^2 - r_2^2}{2d_{12}^2} p_{21} - \frac{q_{21}}{2} \sqrt{\frac{2}{d_{12}^2} (r_1^2 + r_2^2) - \frac{(r_1^2 + r_2^2)^2}{d_{12}^4} - 1},$$

Bu yerda

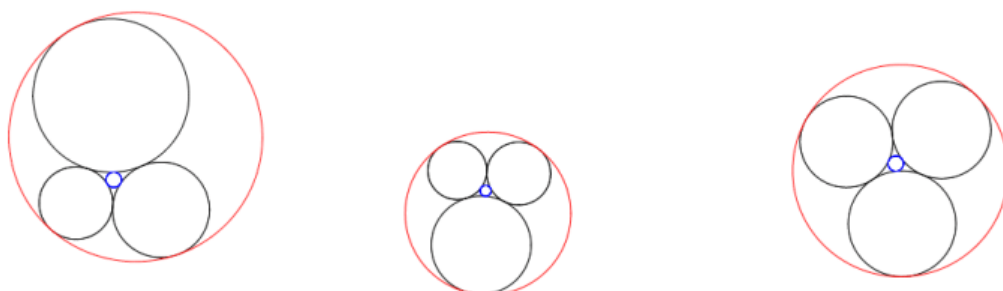
$$\bar{p} = \frac{p_1 + p_2}{2},$$

$$p_{21} = p_2 - p_1,$$

$$q_{21} = (y_2 - y_1, x_2 - x_1).$$

1.17-rasmda o‘zaro uringan juft aylanalarning ba’zi misollari ko‘rsatilgan.

1.16-rasmda esa ikkita kesishish nuqtasiga ega juft aylanalarga misollar keltirilgan.



1.17-rasm. Ichki/tashqi aylanalarni urinishiga misollar

Dekart teoremasi va kompleks Dekart teoremasi.  $C_1$ ,  $C_2$  va  $C_3$  o‘zaro uringan aylanalar berilgan bo‘lsa,  $C_4$  to‘rtinchi urinuvchi aylanani quyidagicha topish mumkin:  $k_1 = \frac{1}{r_1}$ ,  $k_2 = \frac{1}{r_2}$  va  $k_3 = \frac{1}{r_3}$  uchta  $C_1$ ,  $C_2$  va  $C_3$  o‘zaro urinuvchi aylanalarning egriliklarini bildiradi. Aylanalarning egriliklari musbatdir. Keyingi  $C_4$  to‘rtinchi urinuvchi aylananing egriligini aniqlash Dekart teoremasi asosida aniqlangan:

$$k_4 = k_1 + k_2 + k_3 + 2\sqrt{k_1k_2 + k_2k_3 + k_3k_1}, \quad (1.26)$$

$$k_5 = k_1 + k_2 + k_3 - 2\sqrt{k_1k_2 + k_2k_3 + k_3k_1}, \quad (1.27)$$

Bunda  $k_4 > 0$  bo‘lib,  $r_4 = \frac{1}{k_4}$  bu uchta urinuvchi aylanalar tomonidan hosil qilingan egri uchburchakda joylashgan to‘rtinchi urinuvchi ichki aylananing radiusi.

Shuningdek  $r_4 = \frac{1}{|k_5|}$  bo'lib,  $r_5$  - tashqi to'rtinchi urinuvchi aylananing radiusi.

Ichki va tashqi tangensial aylana radiuslari hisoblangandan so'ng,  $p_4$  markazni olish mumkin.

$C_4 = \text{circle}(p_4, r_4)$  va  $C_5$  ning markazi  $C_5 = \text{circle}(p_5, r_5)$  kompleks Dekart teoremasi [90; 109-b.] yordamida  $p_i$  markazlarning dekart koordinatalarini  $z_i = x_i + iy_i$  deb olib, bunda  $i \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$  ekvivalent kompleks sonlariga aylantirilib, ikkita markaziy nuqtalar ko'rib chiqiladi:

$$a = \frac{z_1 k_1 + z_2 k_2 + z_3 k_3 + 2\sqrt{k_1 k_2 z_1 z_2 + k_2 k_3 z_2 z_3 + k_1 k_3 z_1 z_3}}{k_4}, \quad (1.28)$$

$$b = \frac{z_1 k_1 + z_2 k_2 + z_3 k_3 - 2\sqrt{k_1 k_2 z_1 z_2 + k_2 k_3 z_2 z_3 + k_1 k_3 z_1 z_3}}{k_4} \quad (1.29)$$

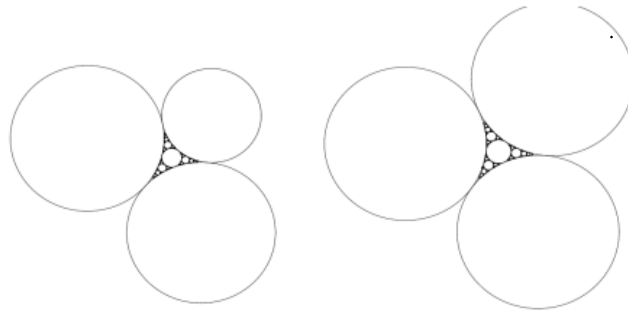
Bu yerda  $\sqrt{z} = \sqrt{|z|}e^{i\frac{\theta(z)}{2}}$  (murakkab kvadrat ildiz),  $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$  (modul) va  $\theta(z) = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$  (faza).

Agar  $\|a - z_1\| = r_1 + \frac{1}{k_4}$  bo'lsa,  $z_4 = a$  va  $z_5 = b$  bo'ladi. Aks holda  $z_4 = b$  va  $z_5 = a$ .

1.17-rasmda tangensial ichki va tashqi doiralarning ba'zi misollari ko'rsatilgan.

Apolloniy fraktalini chizish.  $C_1, C_2, C_3$  uchta o'zaro urinuvchi aylanalardan bo'lsin. Fraktal Gasket  $(C_1; C_2; C_3; l)$  ni chaqirish orqali quriladi, bu yerda  $l$  rekursiya darajasini bildiradi (masalan,  $l=5$ ). Gasket  $(C_1; C_2; C_3; l)$  jarayon  $l=0$  bo'lganda to'xtaydi. Aks holda iteratsiya jarayoni  $C_4$  ichki tangensial aylanasini chizadi va rekursiv ravishda Gasket  $(C_4; C_1; C_2; l-1)$ ,

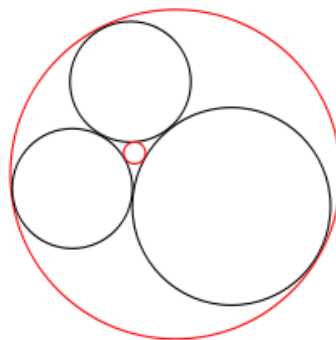
Gasket  $(C_4; C_1; C_3; l-1)$  va Gasket  $(C_4; C_2; C_3; l-1)$  ni chaqiradi. 1.18-rasmda  $l=4$  ichki uchburchaklar uchun Apolloniya fraktalining ba'zi na'munalari ko'rsatilgan.



1.18-rasm: Apolloniya fraktaliga misollar

Apolloniya to'rini qurishning yana bir algoritmi quyidagicha:

1-qadam: Har biri ikkinchisiga tegib turgan uchta  $C_1$ ,  $C_2$  va  $C_3$  doiralaridan boshlanadi (umumiy shaklda ushbu uchta doiralar har xil o'lchovda va umumiy tangensga ega bo'lishi kerak). Apolloniya uchta boshqa to'rtta aylanaga tegish xususiyatiga ega bo'lgan yana ikkita  $C_4$  va  $C_5$  aylana bor, ular - Apolloniya aylanalari deb nomlanadi. Dastlabki uchtaga ikkita Apolloniya doirasini qo'shib, beshta doirani oladi [5; 110-111-b.].



1.19-rasm. Birinchi qadamdagi Apolloniya to'ri

2-qadam: Ikki Apolloniya aylanasidan bir aylana olinadi va  $C_4$  deb nomlanadi. U  $C_1$  va  $C_2$  ga tegadi, shuning uchun  $C_4$ ,  $C_1$  va  $C_2$  aylanalarining

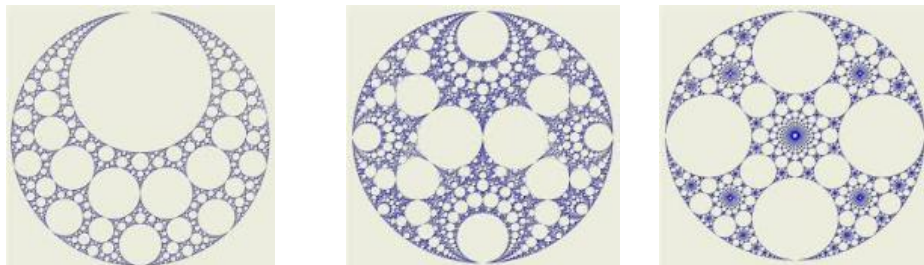


uchtasi o‘zining ikkita Apolloniya aylanasiga ega. Ulardan bittasi  $C_3$ , ikkinchisi esa  $C_6$  aylanasidir.

3-qadam: Xuddi shunday, yana  $C_4$ ,  $C_2$  va  $C_3$  ga urinadigan yana bir yangi  $C_7$  aylanani va  $C_4$ ,  $C_3$  va  $C_1$  dan yana bir  $C_8$  aylana qurish mumkin. Bu 3 ta yangi aylanani tashkil etadi. Hammasi bo‘lib oltita yangi doira uchun  $C_5$  dan yana uchta yangi aylanani qurish mumkin.  $C_1$  dan  $C_5$  gacha bo‘lgan aylanalar bilan birgalikda bu jami 11 ta aylanani beradi.

4-qadam: Jarayon bosqichma-bosqich shu tarzda davom ettirilsa,  $n$  bosqichda  $2 \cdot 3^n$  yangi aylanani qo‘shish mumkin, bu  $n$  qadamdan keyin jami  $3^{n+1} + 2$  aylanani beradi. Hosil bo‘ladigan bu doiralar to‘plami Apolloniyadir. Yangi aylanalarning o‘lchamlari Dekart teoremasi bilan aniqlanadi.  $k_i$  ( $i = 1, \dots, 4$  uchun) to‘rtta aylananing uzunliklari uchun quyidagi o‘rinlidir:

$$(k_1 + k_2 + k_3 + k_4)^2 = 2(k_1^2 + k_2^2 + k_3^2 + k_4^2),$$



1.20-rasm. Apolloniya fraktali shakllari

Apolloniya to‘rining fraktal o‘lchami  $d \approx 1.3057$  ga teng.

Fraktal geometriya tushunchasi kirib kelguniga qadar tabiiy obyektlarning geometrik modellari to‘g‘ri chiziqlar, uchburchaklar, doiralar, to‘rtburchaklar, sharlar kabi oddiy shakllarning kombinasiyasidan foydalangan holda tasvirlangan. Ammo Yevklid geometriyasi yordamida

yanada murakkab tabiiy obyektlarni, masalan, g'ovakli materiallarni, bulut shakllarini, daraxt shakllarini tasvirlash oson emas. Bugungi kunda fraktallar nazariyasining matematik jihatlarini tadqiqi, shuningdek, tabiiy jarayonlar va hodisalarni fraktallar nazariyasidan foydalanib tavsiflash usullari-fanning mustaqil yangi sohasidir. Fraktallarni o'rganayotganda matematika va informatika o'rtasiga chegara qo'yish juda qiyin. Chunki ular bir-birlari bilan chambarchas bog'liq, ya'ni takrorlanmas noyob naqshlarni topishga intiladi. Fraktallarni o'rganish ba'zi tabiiy jarayonlar va hodisalarni tushunish imkonini beradi. Fraktal shakllarni zamonaviy kompyuter grafikasida qo'llanilishi muhim hisoblanadi. Berilgan tenglamalardagi parametrlarni o'zgartirib, ularning yordami bilan juda murakkab ko'rinishdagi fraktal shakllarni yaratish mumkin.

Yuqoridagi 1-bobda "Murakkab fraktal tuzilishlarni model va algoritmlari bo'yicha adabiyotlar sharhi" keltirib o'tilgan ma'lumotlardan ko'rinadiki, fraktal tuzilishli naqshlarining analitik usullar yordamida modellashtirish yetarlicha o'rganilmagan.

## **I bob bo'yicha xulosalar**

Tadqiqot ishi fraktallarni qurish usullarining hozirgi holatining tahlili, ularni qo'llashning asosiy yo'nalishlari va istiqbollari, fraktal o'lchov tushunchasi va ularni hisoblash usullari hamda fraktallarni qurishdagi muammolarni o'rganishga bag'ishlangan bo'lib, ushbu tahlil va o'rganishlar quyidagi xulosalarni chiqarish imkoniyatini berdi.

1. Fraktal tuzilishli shakllarni analitik usullarda qurishning qiyosiy tahlili ularning har biri o'ziga xos yutuq va kamchiliklarga ega ekanligini ko'rsatdi. Bular:

- Murakkab va bejirim, fantastik tasvirlarni hosil qilish mumkinligi;
- Real hodisa va jarayonlarni (ilmiy grafikaviy) modellashtirishda qo‘llash mumkinligi;
- Qo‘llanilish sohasining nechog‘lik keng qamrovli ekanligi, masalan: gazlama va gilam ishlab chiqaruvchi soha korxonalar, bino arxitektura dizayni uchun qurilish tashkilotlari, qurilish materiallari ishlab chiqaruvchi korxonalar, sopol va chinni buyumlar ishlab chiqarish korxonalar, ko‘ngilochar dastur va video o‘yinlar yaratishda (oddiy va murakkab teksturalar, turli landshaft va fonlarni yaratishda), Kino va video industriyada (noan’anaviy hodisa va jarayonlarni hosil qilishda, fantastik syujetlar yaratishda) foydalanish mumkin.

- Dasturlash tilining murakkabligi. Turli dasturlash tillarini bilish talab etilishi;

- Natijani oldindan baholashning qiyinligi.

2. Fraktal o‘lchov tushunchasi, hisoblash usullari yoritib berildi. Har bir obyekt o‘lchovga ega ekanligi va har bir obe’ktning fraktal o‘lchovini aniqlashda obyekt xususiyatlaridan kelib chiqib aniq natija beruvchi usuldan foydalanish lozimligi tahlil qilindi.

3. Fraktal tuzilishli shakllarni qurishning mavjud usullar, algoritmlari o‘rganilib, ularning yutuq va kamchiliklari tahlil etildi.

4. Fraktal tuzilishli obyektlarni qurishning usul va algoritmlari tahlili asosida muammolar shakllantirildi va ularni yechish usullari o‘rganib chiqildi.

5. Mavjud usul va algoritmlarni nazariy hamda amaliy tahlil qilish natijasida aniqlangan muammolar asosida tadqiqot masalasining qo‘yilishi va maqsadi shakllantirildi.

## **II BOB. MURAKKAB FRAKTAL TUZILISHLI OBYEKTЛАRNI GEOMETRIK MODEL VA ALGORITMLARINI ISHLAB CHIQISH**

Fraktallar tasvirini gazlama va gilamlarga nusxalash (shtamplash) uchun ularning tenglamasini yozish kerak bo‘ladi, ya’ni analitik usullar, L-tizimlar usuli, RFM usuli, IFS usuli, arifmetik xususiyatli binomial ko‘phadlar usuli va to‘plamlar nazariyasini qo‘llab fraktallar sohasi geometriyasi tenglamalarini qurishni amalga oshirish mumkin [79; 90-94-b., 83; 392-396-b., 21; 247-250-b.].

Soha geometriyalari chegarasi tenglamalarini qurish tayanch funksiyalar kabi R-funksiya tizimlaridan munosibini tanlab analitik tenglamaning ko‘rinishini chiqarishga imkon beruvchi mantiqiy formulalarni ham talab etadi. Bu R-funksiya usuli bilan tanish bo‘lmagan analitik hamda differensial geometriyaning muhandislari va tadqiqotchilari uchun qiyin bo‘lgan tizimni bajaradigan qat’iy matematik bilimni va malakani talab etadi. Bu yo‘nalishdagi istiqbol-tashkil etilgan geometrik obyektlarni shakllantirishni o‘zida ifodalaydi.

### **2.1§. Murakkab fraktal tuzilishli obyektlarni geometriyaning asosiy tushunchalarini qo‘llagan holda geometrik modellashtirish**

Muntazam ko‘pburchaklardan iborat fraktallarning geometriyaning asosiy tushunchalarini qo‘llagan holda ishlab chiqilgan matematik modeli quyidagicha bo‘ladi:

Avvalo muntazam ko‘pyoqning asosiy geometrik elementlari tanlab olinadi, ya’ni  $M(x_0, y_0)$  - muntazam ko‘pburchakka tashqi chizilgan aylananing markazining koordinatalari, R - muntazam ko‘pburchakka tashqi

chizilgan aylananing radiusi,  $L$  - radiusning kattalashtirish (yoki kichiklashishi),  $\alpha$  - boshlang'ich burchak,  $n$  - tomonlar soni,  $S$  - rekursiyalar soni (yoki qadam),  $\omega_n$  - ma'qul bo'lgan natija uchun rekursiv funksiya.

1-qadam:

$$S = 1$$

$$x_1 = x_0 + R \cos\left(\alpha + \frac{360}{n}\right);$$

$$y_1 = y_0 + R \sin\left(\alpha + \frac{360}{n}\right);$$

$$M(x_1, y_1),$$

$$M\left(x_0 + R \cos\left(\alpha + \frac{360}{n}\right), y_0 + R \sin\left(\alpha + \frac{360}{n}\right)\right),$$

$$\omega_1 = f_0(x_0, y_0) \cup f_1(x_1, y_1)$$

2-qadam:

$$S = 2$$

$$x_1 = x_0 + R \cos\left(\alpha + \frac{360}{n}\right);$$

$$y_1 = y_0 + R \sin\left(\alpha + \frac{360}{n}\right);$$

$$F = M_1(x_1, y_1),$$

$$F = M_1\left(x_0 + R \cos\left(\alpha + \frac{360}{n}\right), y_0 + R \sin\left(\alpha + \frac{360}{n}\right)\right).$$

$$x_2 = x_0 + R \cos\left(\alpha + \frac{720}{n}\right);$$

$$y_2 = y_0 + R \sin\left(\alpha + \frac{720}{n}\right);$$

$$F = M_1\left(x_0 + R \cos\left(\alpha + \frac{360}{n}\right), y_0 + R \sin\left(\alpha + \frac{360}{n}\right)\right) + M_2\left(x_0 + R \cos\left(\alpha + \frac{720}{n}\right), y_0 + R \sin\left(\alpha + \frac{720}{n}\right)\right),$$

$$\omega_2 = \omega_1 \cup f_2(x_2, y_2).$$

$S=j$  qadamda formulaning umumiy ko'rinishi quyidagicha bo'ladi:

$$\Phi P_1 = \sum_{j=1}^S \left( \sum_{i=1}^n M_i^j \left( x_0 + R \cos\left(\alpha + \frac{i \times 360}{n}\right), y_0 + R \sin\left(\alpha + \frac{i \times 360}{n}\right) \right) \right),$$

$$\omega_n = \omega_{n-1} \cup f_n(x_n, y_n).$$

$$S = S + 1 \text{ da } R = R / L, \quad n \in [1, 300], \quad S \in [1, 6]. \quad (2.1)$$

Ma'lumki, nochiziq dinamik tizimlar bir necha turg'un holatlarga ega. Iteratsiyaning bir necha sonidan keyin dinamik tizimning holati uning boshlang'ich holatiga bog'liq bo'ladi. Agar ikki o'lchovli fazo fazali bo'lsa, tortilish nuqtalari sohasini turli ranglar bilan bo'yab bu tizimlarning rangli fazalar tasvirini olish mumkin. Ranglarni tanlash algoritmini almashtirib fraktal tasvirlarni olish mumkin.

Kutilmaganda matematiklar tomonidan primitiv algoritmlar yordamida juda murakkab notrivial tuzilishlarni yaratish imkoniyati paydo bo'ladi. Iteratsiyaning turli qadamlaridagi olinadigan natijalar (2.1-ilova)da keltirilgan.

Geometriyaning asosiy tushunchalarini qo'llagan holda aylanalardan iborat fraktallarni hosil qilishda avvalo asosiy geometrik elementlar tanlab olinadi, ya'ni  $M(x_0, y_0)$  - aylana markazining koordinatalari,  $R$  - aylana radiusi,  $l$  - radiusning kattalashtirish (yoki kichiklashishi),  $\alpha$  - boshlang'ich burchak,  $n$  - elementlar soni,  $S$  - rekursiyalar soni (yoki qadam).

U holda umumiy formulaning ko'rinishi quyidagicha bo'ladi:

$$\Phi P_2 = \sum_{j=1}^S \left( \sum_{i=1}^n M_i^j \left[ x_0 - \left( R \cdot \frac{(l-1)}{l} \right) \cdot \cos \left( \frac{\left( \left( \alpha + n \cdot \left( \frac{360}{k} \right) \right) \cdot \pi \right)}{180} \right), y_0 - \left( R \cdot \frac{(l-1)}{l} \right) \cdot \sin \left( \frac{\left( \left( \alpha + i \cdot \left( \frac{360}{k} \right) \right) \cdot \pi \right)}{180} \right) \right] \right) \quad (2.2)$$

$$S = S + 1 \text{ da } R = R / l, \quad n \in [1, 150], \quad S \in [1, 20].$$

Natijada iteratsiyaning turli qadamlarida (2.2-ilova)dagi aylanasimon fraktallarga ega bo'lamiz.

## 2.2§. Murakkab fraktal tuzilishli obyektlarni L-tizimlar va IFS usullarida geometrik modellashtirish

O'ziga o'xshash fraktallar bilan chambarchas bog'liq bo'lgan L-tizimlari tushunchasi 1968 yilda paydo bo'lgan. Dastlab, L-tizimlar

rasmiy tillarni o'rganishda joriy qilingan va biologik seleksiya modellarida qo'llanilgan. Ular yordamida ko'plab o'ziga o'xshash fraktallar, shu jumladan Kox qor parchasi va Serpin gilamini qurish mumkinligi aniqlangan, boshqa ba'zi klassik konstruksiyalar, masalan Peano egri chiziqlari (Peano, Gilbert, Serpin salftkasi) ham ushbu sxemaga mos keladi. Va, albatta, L-tizimlari cheksiz xilma-xil yangi fraktallarni qurishga yo'l ochadi [102; 41-b.].

L-tizimlarini grafik jihatdan amalga oshirish uchun toshbaqa-grafika (Turtle) atamasidan foydalaniladi. Bunday holda, nuqta (toshbaqa) ekran bo'ylab maxsus qadamlar bilan harakat qiladi, qoida tariqasida, o'z izini izlaydi, hamda u chizilmasdan harakatlanishi ham mumkin. Bizning ixtiyorimizda uchta parametr  $(x, y, \alpha)$  mavjud, bu yerda  $(x, y)$  toshbaqaning koordinatalari,  $\alpha$  esa u burilishi mumkin bo'lgan yo'nalish burchagidir [12; 20-22-b., 23; 428-b.].

L-tizimining natijasini olish uchun quyidagi belgilashlarni kiritamiz:

F - izni chizib, bir qadam oldinga siljish.

b- iz qoldirmasdan bir qadam oldinga siljish.

[- buyruqlar va o'zgaruvchilarni kiritish maydonini ochish.

]- buyruqlar va o'zgaruvchilarni kiritish maydonini yopish.

+ burchak  $\alpha$  sini  $\theta$  ga oshirish (soat strelkasi yo'nalishida).

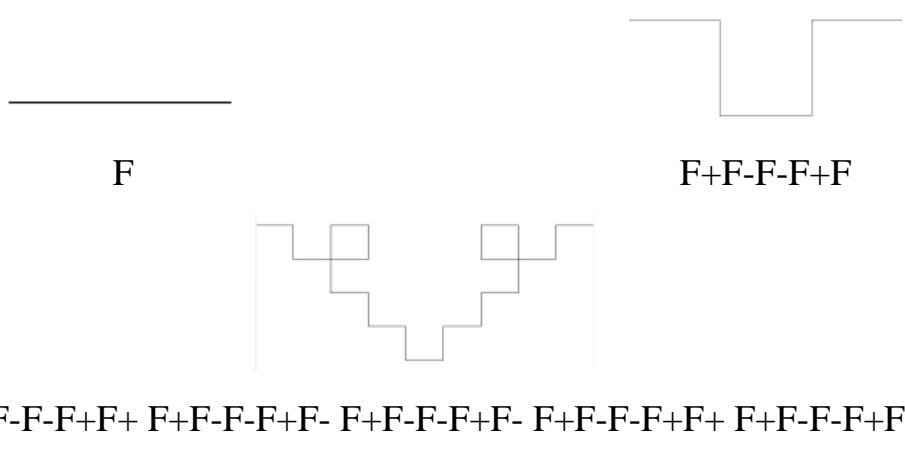
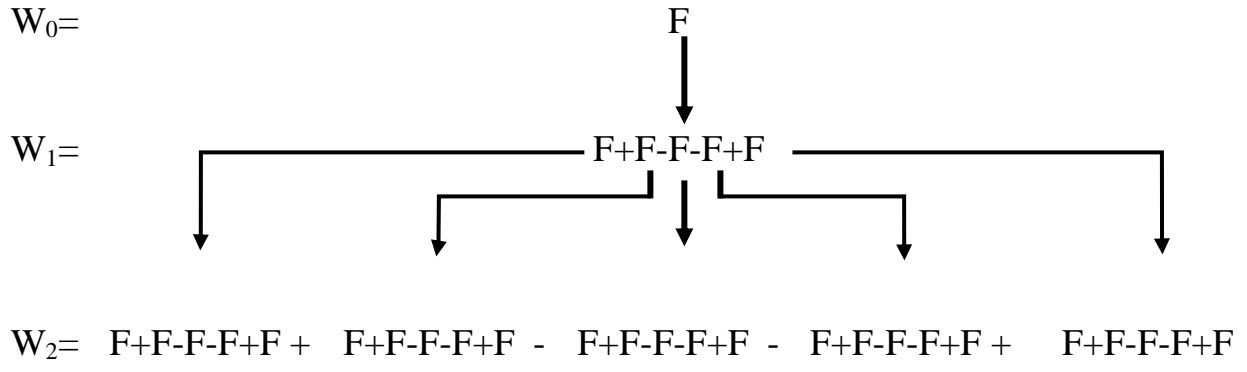
-  $\alpha$  burchagini  $\theta$  miqdoriga kamaytirish (soat strelkasiga qarama-qarshi).

Kox qor parchasiga mos keladigan L-tizimi quyidagicha aniqlanadi:

Boshlang'ich so'z aksiomaga  $axiom = W_0 = W_0 (F, b, +, -, [, ])$  bir vaqtning o'zida parallel ravishda qoidalarni hosil qiladi. Keyin jarayon

takrorlanib, belgilarning murakkab ichki tuzilishiga ega  $W_0, W_1, W_2, \dots$  soʻzlar ketma-ketligi olinadi.

Masalan,  $F$  aksioma va  $F+F-F-F+F$  qoidadan foydalanib  $W_0, W_1, W_2, \dots$  ketma-ketlikni hosil qilishimiz mumkin:



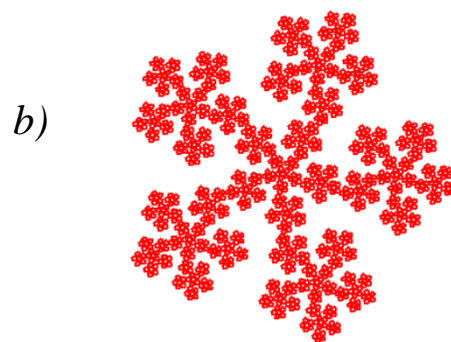
2.1-rasm. L-tizimi uchun toshbaqaning toʻgʻri burchakli harakati boʻyicha hosil qilingan fraktal.

Yuqoridagi misolda olingan  $W_0, W_1, W_2$  soʻzlari misolda toshbaqa izi koʻrsatilgan (bu yerda  $\theta = \pi/2$ , barcha rasmlardagi uzunlik shkalasi turlicha):

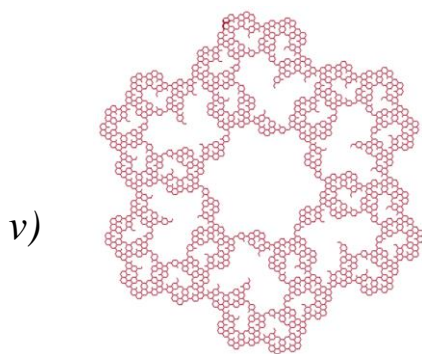




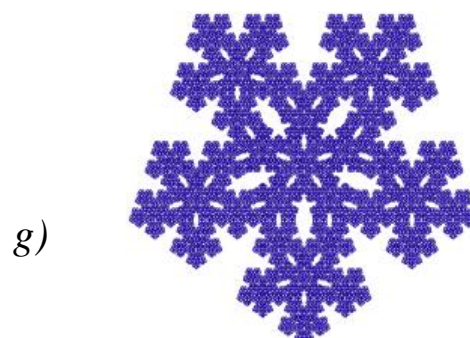
Aksioma:  $F++++F$   
 Umumiy qoida:  $F \rightarrow F+F+F++++F+F+F$   
 Iteratsiyalar soni: 4  
 Mashtab: 9  
 Burilish burchagi:  $45^{\circ}$   
 Rang: purple



Aksioma:  $F-F-F-F-F$   
 Umumiy qoida:  $F \rightarrow F-F-F+++F+F-F$   
 Iteratsiyalar soni: 4  
 Mashtab: 6  
 Burilish burchagi:  $72^{\circ}$   
 Rang: red



Aksioma:  $F--F--F--F--F--F$   
 Umumiy qoida:  
 $F \rightarrow -F[-F--F]++F--F+$   
 Iteratsiyalar soni: 5  
 Mashtab: 4  
 Burilish burchagi:  $30^{\circ}$   
 Rang: #970320



Aksioma:  $F+++F+++F+++F+++F$   
 Umumiy qoida:  
 $F \rightarrow F+++F+++F+++++F-F+++F$   
 Iteratsiyalar soni: 6  
 Mashtab: 3  
 Burilish burchagi:  $36^{\circ}$   
 Rang: #1c0397

## 2.2-rasm. Kox qor parchasiga mos keladigan fraktallar

Takrorlangan funksiyalar tizimlari (IFS) uchun Affin o'zgarishlarni tavsiflashning ko'plab usullaridan biri quyidagicha:

$$\begin{aligned} x' &= x \cdot r \cdot \cos(\theta) + y \cdot s \cdot \sin(\pi) + h; \\ y' &= -x \cdot r \cdot \sin(\theta) + y \cdot s \cdot \cos(\pi) + k. \end{aligned}$$

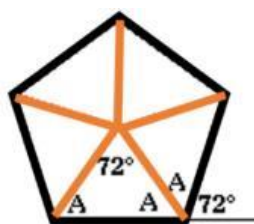
Cheksiz ko'p takrorlashdan keyin hosil bo'lgan shaklni olish mumkin bo'lgan usul mavjud.

$$\begin{aligned}
 x_{n+1} &\leftarrow f[x_n, y_n]; \\
 y_{n+1} &\leftarrow f[x_n, y_n]. \\
 x_{n+1} &= ax_n + by_n + c, \\
 y_{n+1} &= dx_n + ey_n + f.
 \end{aligned}$$

Har qanday aniq tasvir uchun  $[-1,1]$  oralig'ida  $(a,b,c,d,e,f)$  uchun 4 xil qiymatlar to'plami mavjud. Ushbu koeffitsiyentlar orasida quyidagi munosabatlar bajarilishi kerak:

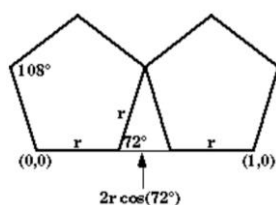
$$\begin{aligned}
 a^2 + d^2 &< 1, \\
 b^2 + e^2 &< 1, \\
 a^2 + b^2 + d^2 + e^2 &< 1 + (ae - db)^2.
 \end{aligned}$$

IFS usulidan foydalanib beshburchakli fraktallarni qurishning geometrik modeli quyidagicha:



2.3-rasm. Beshburchakli fraktallarni qurishning dastlabki sxemasi

Beshburchakning markazini har bir uchga tomon to'g'ri chiziqlar yordamida tutashtirib, beshta ekvivalent teng yonli uchburchak hosil qilinadi. Markaziy burchaklarning har biri  $360^\circ/5=72^\circ$  dir. Teng yonli uchburchaklardagi qolgan ikkita burchakning o'lchami  $A$  bo'lsa,  $A+A+72=180$  ifoda o'rinli ekanligidan har bir tashqi burchakning o'lchami



ham  $72^\circ$  ga teng ekanligi kelib chiqadi (2.3-rasmga qarang).

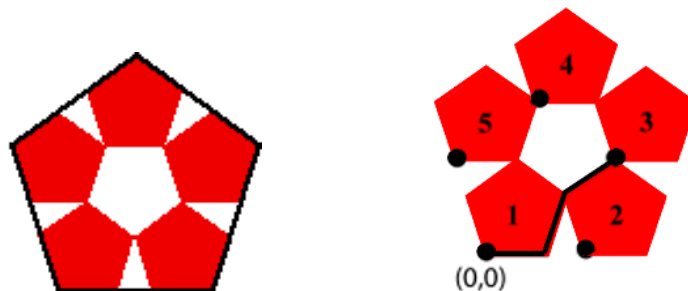
2.4-rasm. Beshburchakli fraktallarni qurishning keyingi qadam sxemasi

Pastki uchlari (0,0) va (1,0) da joylashgan dastlabki beshburchak  $R(0)$  ni ko‘rib chiqaylik. Rasmda  $x$  o‘qi bo‘ylab  $R(1)$  ning masshtablangan beshburchaklaridan ikkitasi ko‘rsatilgan. Bu beshburchaklar asosining burchagi  $72^\circ$  bo‘lgan teng yonli uchburchak hosil qiladi. Demak, asosning uzunligi  $2r \cos(72^\circ)$  ga teng. Beshburchaklar va uchburchaklar asosining umumiy uzunligi  $R(0)$  asosining uzunligi bilan bir xil ekanligidan foydalanib quyidagi hisoblashlarni bajaramiz:

$$2r + 2r \cos 72^\circ = 1,$$

$$r = \frac{1}{2 + 2 \cos 72^\circ} = \frac{1}{2 \left( 1 + \frac{\sqrt{5} - 1}{4} \right)} = \frac{2}{3 + \sqrt{5}}.$$

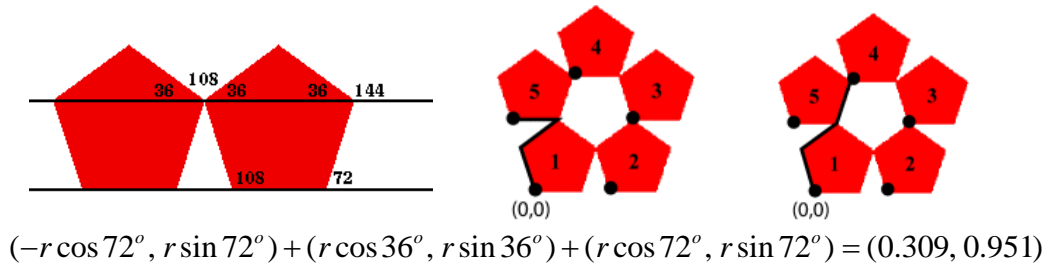
Ikkinchi beshburchakning translyatsiyasi  $1 - r = 0.618$  ga asosan o‘ngga ko‘chirilgan.



2.5-rasm. Beshburchakli fraktallarni qurishda translyatsiyaning 1-qadami Boshqa masshtabli beshburchaklarning har birini translyatsiya qilish uchun vektorlardan foydalaniladi. Misol uchun, yuqoridagi rasmda qora rangda chizilgan uchta vektor beshburchakning 3-pastki chap burchagida yakunlanishi ularni qanday translyatsiya qilinganligini ko‘rsatadi. Quyidagi 2.6-rasmdagi burchaklardan foydalanib, ushbu ifoda hosil qilinadi:

$$(r, 0) + (r \cos 72^\circ, r \sin 72^\circ) + (r \cos 36^\circ, r \sin 36^\circ) = (0.809, 0.588)$$

## 2.6-rasm. Beshburchakli fraktallarni qurishni translyatsiyasi



Qolgan ikkita beshburchak translyatsiyasi uchun ham jarayonni davom ettiramiz:

$$(-r \cos 72^\circ, r \sin 72^\circ) + (r \cos 36^\circ, r \sin 36^\circ) + (-r, 0) = (-0.191, 0.588)$$

Buni iteratsiya tizimiga aylantirish uchun tasvir dastlabki ko'pburchakdan boshlanadi va  $r=0,382$  faktor bilan o'lchanadi. Keyingi qadamda oltita nusxani dastlabki ko'pburchak ichiga joylashtirish uchun aylantiriladi. O'rtadagi beshburchakni avval  $180^\circ$  ga aylantirish kerak. Endi ikkinchi iteratsiyani olish uchun oltita ko'pburchakning har biri uchun shu jarayon takrorlanadi va cheksiz davom ettiriladi.

Ushbu jarayon uchun rekursiv funksiyalar quyidagicha hosil qilinadi:

$$F_1 = f_1(F_0) \cup f_2(F_0) \cup f_3(F_0) \cup f_4(F_0) \cup f_5(F_0) \cup f_6(F_0),$$

$$F_2 = f_1(F_1) \cup f_2(F_1) \cup f_3(F_1) \cup f_4(F_1) \cup f_5(F_1) \cup f_6(F_1),$$

...

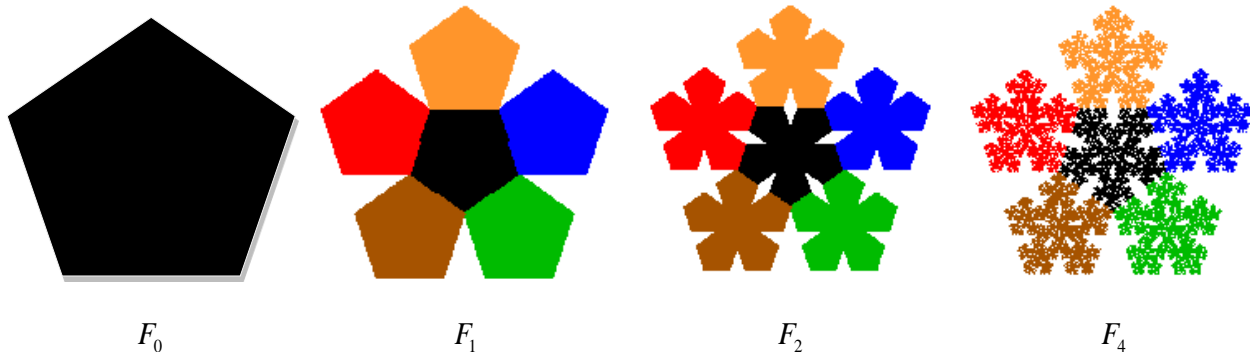
$$F_n = f_1(F_{n-1}) \cup f_2(F_{n-1}) \cup f_3(F_{n-1}) \cup f_4(F_{n-1}) \cup f_5(F_{n-1}) \cup f_6(F_{n-1}).$$

IFS usulida o'ziga o'xshash fraktalni yaratish uchun Jon Xatchinson rekursiv funksiyasidan foydalaniladi. Uning ko'rinishi quyidagicha:

$$F_n = \bigcup_{i=1}^m f_i(F_{n-1}).$$

bu yerda  $f$  – bu ko'chish, aylantirish, qisqartirish va akslantirishning kombinatsiyasi bo'lgan chiziqli almashtirishdir.

$F_0$  sifatida  $i=0$  holat uchun quyidagi dastlabki geometrik shaklni tanlab olamiz:



2.7-rasm. Iteratsiyaning dastlabki to‘rtta qadami uchun hosil qilingan beshburchakli fraktallar

Affin shartli almashtirishlarining tekislikdagi tenglamasi quyidagicha ifodalanadi:

$$f_i = \lambda_i \begin{bmatrix} \mu_1 & 0 \\ 0 & \mu_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_x \\ \delta_y \end{bmatrix},$$

bu yerda  $i = 1, 2, \dots, m, m \geq 1$  va  $\lambda_i < 1$  shartli qiymat,

$\mu_1 = -1$  va  $\mu_2 = 1$  y o‘qi bo‘ylab,

$\mu_1 = 1$  va  $\mu_2 = -1$  x o‘qi bo‘ylab akslantirishlar,

$\theta$  - burilish burchagi,  $\delta_x$  va  $\delta_y$  mos ravishda

x o‘qi va y o‘qi bo‘ylab siljishi.

Ushbu ko‘pburchakli fraktallarni IFS usulida hosil qilish uchun masshtab omili yordamida 6 ta funksiya tuzib olinadi:

$$r = \frac{3 - \sqrt{5}}{2} = 0.381966.$$

$$f_1(x) = \begin{bmatrix} 0.382 & 0 \\ 0 & 0.382 \end{bmatrix} x;$$

$$f_2(x) = \begin{bmatrix} 0.382 & 0 \\ 0 & 0.382 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0.618 \\ 0 \end{bmatrix};$$

$$f_3(x) = \begin{bmatrix} 0.382 & 0 \\ 0 & 0.382 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0.809 \\ 0.588 \end{bmatrix};$$

$$f_4(x) = \begin{bmatrix} 0.382 & 0 \\ 0 & 0.382 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0.309 \\ 0.951 \end{bmatrix};$$

$$f_5(x) = \begin{bmatrix} 0.382 & 0 \\ 0 & 0.382 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} -0.191 \\ 0.588 \end{bmatrix};$$

$$f_6(x) = -1 \cdot \begin{bmatrix} 0.382 & 0 \\ 0 & 0.382 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0.691 \\ 0.951 \end{bmatrix}.$$

6 ta ustma - ust tushmaydigan beshburchakdan iborat bo‘lgan, iteratsiyaning 4-qadamida hosil bo‘lgan fraktalning o‘lchovi quyidagicha hisoblanadi:

$$\sum_{k=1}^6 r^d = 1 \Rightarrow d = \frac{\log\left(\frac{1}{6}\right)}{\log(r)} = \frac{\log(6)}{\log\left(\frac{2}{3-\sqrt{5}}\right)} = 1.86172.$$

2.7-rasmning  $i=4$  qadamda olingan fraktal tasvir uchun fraktal o‘lchov  $d=1.86172$  ga teng.

### **2.3§. Murakkab fraktal tuzilishli obyektlarni RFM usulida matematik modellashtirish**

Fraktallar sohasi geometrik shakllarning analitik tenglamalarini yozish uchun imkon beruvchi usullaridan biri V.L.Rvachevning RFM usuli hisoblanadi. RFM usuli bo‘yicha asosiy tushunchalarni keltiramiz [99; 159-b.].

RFM haqiqiy o‘zgaruvchili sonli funksiya bo‘lib, uning ishoralari to‘liqligicha sonlar o‘qi intervallari  $(-\infty, 0)$  va  $[0, \infty)$  ning mos bo‘laklarida argumentlar ishoralari bilan aniqlanadi.

Agar shunday ergashuvchi  $F$  mantiqiy funksiya mavjud bo‘lib uning argumentlari  $sign(z) = \Phi(sign(x), sign(y))$  bo‘lsa,  $z = z(x, y)$  sonli funksiya R-funksiya deb ataladi [103; 37-54-b.].

Har bir RFM yagona tayanch mantiq funksiyaga mos tushadi.

R-funksiyalar to‘plami elementlarning ustma - ust tushishi ma’nosida yopiqdir. Agarda  $N$  ning barcha ustma-ust tushuvchi elementlari to‘plami

R-funksiyalar to'plamining har bir tarmog'i bilan bo'sh bo'lmagan kesishishga ega bo'lsa, R-funksiyalar tizimi  $N$  yetarlicha to'liq deyiladi.

Eng ko'p foydalaniladigan R-funksiya to'liq tizimi [104; 1-5-b.]

$(-1 < \alpha \leq 1)$  da  $R_\alpha$

$$\begin{cases} x \wedge_\alpha y \equiv \frac{1}{1+\alpha} \left( x + y - \sqrt{x^2 + y^2 - 2\alpha xy} \right), \\ x \vee_\alpha y \equiv \frac{1}{1+\alpha} \left( x + y + \sqrt{x^2 + y^2 - 2\alpha xy} \right), \\ \bar{x} \equiv -x. \end{cases}$$

tizimdir.

$\alpha = 0$  da  $R_0$  tizimga ega bo'lamiz va uning ko'rinishi quyidagicha bo'ladi:

$$\begin{cases} x \wedge_0 y \equiv \left( x + y - \sqrt{x^2 + y^2} \right), \\ x \vee_0 y \equiv \left( x + y + \sqrt{x^2 + y^2} \right), \\ \bar{x} \equiv -x. \end{cases}$$

$\alpha = 1$  da  $R_1$  tizimga ega bo'lamiz va uning ko'rinishi quyidagicha bo'ladi:

$$\begin{cases} x \wedge_1 y \equiv \frac{1}{2} (x + y - |x - y|), \\ x \vee_1 y \equiv \frac{1}{2} (x + y + |x - y|), \\ \bar{x} \equiv -x. \end{cases}$$

R-funksiyalarning oxirgi holatida kon'yunksiyalar va diz'yunksiyalari quyidagilar bilan mos tushadi:

$$x \wedge y \equiv \min(x, y), \quad x \vee y \equiv \max(x, y).$$

R-funksiya yordamida oddiy sohalarning ma'lum tenglamalari bo'yicha murakkab tuzilishdagi obyektlarning chegarasi tenglamalarini oshkormas shaklini qurish mumkin.

R-funksiyalar keng doiradagi matematika, fizika masalalari sinfini hal qilishda, signallar va tasvirlarni ko'p o'lchovli raqamli qayta ishlashda, kompyuter grafikasi va boshqa sohalarda qo'llaniladi.

Soha geometriyasi tenglamalarini qurish usullari bu tenglamalarni tashkil qilish jarayonini avtomatlashtirish uchun yaxshi texnologik asosni o'zida ifodalaydi. Aslida faqat predikat tenglamalarini qurish jarayonini avtomatlashtirish kerak, bu tenglamalardan soha geometriyasining oddiy elementar tenglamalariga o'tishi mantiq funksiya simvollarini R-funksiyaning mos simvollarini bilan almashtirish orqali bajariladi, soha simvollarini - ularning mos chap qismlariga teng emas.

Shunday qilib, algoritm uchun kiruvchi ma'lumot sifatida quyidagilar:

1. Foydalaniladigan standart primitivlarning ko'rinishi: to'g'ri chiziq, doira, ellips, to'rtburchak, uchburchak, qavariq ko'pburchak, aylana, muntazam ko'pburchak va boshqalar (foydalanuvchining so'roviga qarab menyu yoki ularning ko'rinishi to'ldirilib boriladi).

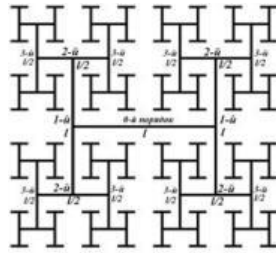
2. Standart primitivlarni o'lchami va o'rnini aniqlovchi geometrik parametrlar.

Bu ma'lumotlar asosida tayanch funksiyalar avtomatik shakllantiriladi, chaqirilgan primitivlarning normallashtirilgan tenglamasi va belgilar bo'yicha tashkil etilgan soha geometriyasining "ichkari tomon" - "tashqari tomon"larining predikat hamda analitik funksiyalari shakllantiriladi.

Keyli daraxtiga asoslangan fraktal antennalar. Fraktal antenna turli uzunliklardagi o'tkazgichlar bo'laklari qatorini ifodalaydi. Har bir yangi iteratsiyada antennaga aniq uzunlikdagi bo'laklar qo'shiladi, ya'ni har bir toq iteratsiyada uzunlik ilgariidek qoladi, juft iteratsiyada uzunlik ikki martaga kamayadi (2.8-rasmga qarang). 6-tartibli "Keyli daraxti" antenasida tokning



taqsimlanishi tadqiq qilingan bo‘lib, antenna parametrlarini rasmiylashtirishda abbeviaturaning yangi qismlari rol o‘ynaydi [96; 177-179-b.].



2.8-rasm. 6-tartibdagi “Keyli daraxti”

Endi RFM usuliga asosan “Keyli daraxti” tenglamasini quramiz.

1 - qadam.

$$i=1, \quad a_1=l/2, \quad b_1=l/2.$$

$$f_{oe}(x, y) = \frac{a_{11}^2 - (x + a_1)^2}{2a_{11}} \geq 0, \quad (a_{11} - \text{kichik son}),$$

$$f_{op} = \frac{a_{11}^2 - (a_1 - x)^2}{2a_{11}} \geq 0, \quad \varphi_0(x, y) = \frac{b_1^2 - y^2}{2b_1} \geq 0,$$

$$f_1 = f_{oe}(x, y) \wedge \varphi_0(x, y) \geq 0, \quad f_2(x, y) = f_{op}(x, y) \wedge_0 \varphi_0(x, y) \geq 0,$$

$$\omega_{01}(x, y) = f_1(x, y) \vee_0 f_2(x, y) \geq 0,$$

$$f_3(x, y) = \frac{a_1^2 - x^2}{2a_1} \geq 0, \quad f_4(x, y) = \frac{b_{11}^2 - y^2}{2b_{11}} \geq 0.$$

$$a_{11}, b_{11} \in [0, 1]$$

$$\omega_{02}(x, y) = f_3(x, y) \wedge_0 f_4(x, y) \geq 0,$$

$$f_{1ay}(x, y) = \frac{b_{11}^2 - (y + b_1)^2}{2b_{11}} \geq 0, \quad f_{1by}(x, y) = \frac{b_{11}^2 - (b - y)^2}{2b_{11}} \geq 0, \quad c = b_1/2,$$

$$\varphi_{1ex}(x, y) = \frac{c^2 - (x + a_1)^2}{2c} \geq 0, \quad \varphi_{1px} = \frac{c^2 - (x - a_1)^2}{2c} \geq 0,$$

$$\omega_{03}(x, y) = (f_{1ay}(x, y) \wedge_0 \varphi_{1lx}(x, y)) \vee_0 (f_{1ay}(x, y) \wedge_0 \varphi_{1px}(x, y)) \vee_0 \\ \vee_0 (f_{1by}(x, y) \wedge_0 \varphi_{1lx}(x, y)) \vee_0 (f_{1by}(x, y) \wedge_0 \varphi_{1px}(x, y)) \geq 0,$$

$$\omega_1(x, y) = \omega_{01}(x, y) \vee_0 \omega_{02}(x, y) \vee_0 \omega_{03}(x, y) \geq 0.$$

2-qadam.

$$i=2, \quad a_1 = a_1/2, \quad b_1 = b_1/2.$$

$$\omega_2(x, y) = \omega_1(x-a_1, y-b_1) \vee_0 \omega_1(x+a_1, y-b_1) \vee_0 \\ \vee_0 \omega_1(x+a_1, y+b_1) \vee_0 \omega_1(x-a_1, y+b_1) \vee_0 \omega_1(x, y) \geq 0.$$

Endi Iteratsion jarayonni quramiz va natijada quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$i=k, \quad a_1 = a_1/2, \quad b_1 = b_1/2.$$

$$\omega_k(x, y) = \omega_{k-1}(x-a_1, y-b_1) \vee_0 \omega_{k-1}(x+a_1, y-b_1) \vee_0 \\ \vee_0 \omega_{k-1}(x+a_1, y+b_1) \vee_0 \omega_{k-1}(x-a_1, y+b_1) \vee_0 \omega_{k-1}(x, y) \geq 0, \quad (2.3) \\ k=3,4,5,\dots$$

$k$  ning turli qiymatlaridagi hisob natijalari (1.1-ilova)da keltirilgan [14; 123-124-b., 100; 32-b., 23; 432-b.].

Eksklyuziv fraktal halqalar. Fraktal halqali tuzulishlar tadqiqotida asosan simmetriya va o‘xshashlik xususiyatlari hisobga olingan.

1.  $A_1$  da fraktal antenna tuzilishining asosiy elementi sifatida birinchi iteratsiyada radiusi 11 mm,  $Ox$  o‘qi bo‘yicha qalinligi 0,4 mm va radiusi bo‘yicha 0,2 mm bo‘lgan halqa olingan [20; 15-b.].

2.9-rasmda ifodalangan fraktal abbeviaturaning tuzilishini qurish algoritmi quyidagicha ifodalanadi.

0 - iteratsiyada asosiy halqaga berilgan halqaga nisbatan uch marta kichik bo‘lgan 7 ta halqalar joylashtiriladi. Boshqa elementlari (eni va halqaning qalinligi) o‘zgarishsiz qoldiriladi. 6 ta kichik aylananing markazi oltiburchakning uchiga  $R*2/3$  masofada joylashtiriladi. Yettinchi aylananing markazi asosiy antennaning markazi bilan ustma-ust tushadi. Bu qurishni

Iteratsion algoritmning birinchi qadami deb ataymiz va uni  $A_1$  abbeviaturasi bilan belgilaymiz.

2. Ikkinchi iteratsiyadagi  $A_2$  eksklyuziv halqalarni qurish uchun  $A_1$  model uchun qo‘llangan algoritmdan foydalaniladi (2.9 – rasmga qarang).

Har bir aylanaga oldingi radiusdan ikki marta kichik bo‘lgan oltita aylana qo‘yiladi, markazi oltiburchakning uchidagi boshlang‘ich radiusdan  $R \cdot 2/3$  masofada joylashtiriladi. Yettinchi aylana asosiy aylana markazida joylashtiriladi. Shunday qilib, rasmda keltirilgan fraktal antenna modeli hosil qilinadi. Xuddi 1 dagi kabi koaksial chiziqlarning diametri 0,5 mm. Antennalarning qalinligi 0,4 mm, halqaning eni 0,2 mm. Tashqi aylananing radiuslari  $R = 11$  mm,  $R_1 = R/3$ ,  $R_2 = R/9$ .

$A_1$  eksklyuziv antennaning tenglamasini quramiz [96; 179-181-b., 100; 31-b.]:

0 - qadam.

$$\omega_{00} = \frac{R_0^2 - x^2 - y^2}{2R}. \quad (2.4)$$

1 - qadam.

$$r_1 = \frac{1}{3}R_0, \quad a_1 = \frac{2}{3}R_0, \quad dx = \frac{\sqrt{3}}{3}R_0, \quad dy = \frac{1}{3}R_0,$$

$$\omega_{10} = \frac{r_1^2 - x^2 - y^2}{2r_1}, \quad \omega_{11} = \frac{r_1^2 - x^2 - (y - a_1)^2}{2r_1},$$

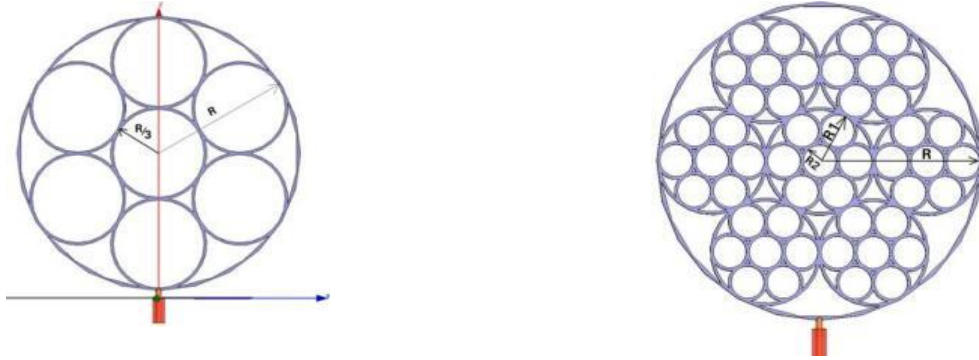
$$\omega_{12} = \frac{r_1^2 - x^2 - (y + a_1)^2}{2r_1}, \quad \omega_{13} = \frac{r_1^2 - (x + dx)^2 - (y - dy)^2}{2r_1},$$

$$\omega_{14} = \frac{r_1^2 - (x + dx)^2 - (y + dy)^2}{2r_1}, \quad \omega_{15} = \frac{r_1^2 - (x - dx)^2 - (y + dy)^2}{2r_1},$$

$$\omega_{16} = \frac{r_1^2 - (x - dx)^2 - (y - dy)^2}{2r_1},$$

$$\omega = (\omega_{00} \vee_0 (\omega_{10} \vee_0 \omega_{11} \vee_0 \omega_{12} \vee_0 \omega_{13} \vee_0 \omega_{14} \vee_0 \omega_{15} \vee_0 \omega_{16})). \quad (2.5)$$

Bu tenglama  $A_1$  eksklyuziv antenning tenglamasini beradi



2.9-rasm.  $A_1$  va  $A_2$  eksklyuziv antennalar modeli

$$\omega_0 = \frac{R_0^2 - x^2 - y^2}{2R} \wedge_0 \frac{x^2 + y^2 - (R - dr)^2}{2R} \geq 0. \quad (2.6)$$

1-qadam:

$$r_1 = \frac{1}{3}R_0, \quad a_1 = \frac{2}{3}R_0, \quad dx = \frac{\sqrt{3}}{3}R_0, \quad dy = \frac{1}{3}R_0.$$

$$\omega_{10} = \omega_0(r_1, x, y), \quad \omega_{11} = \omega_0(r_1, x, y - a_1), \quad \omega_{12} = \omega_0(r_1, x, y + a_1),$$

$$\omega_{13} = \omega_0(r_1, x + dx, y - dy), \quad \omega_{14} = \omega_0(r_1, x + dx, y + dy),$$

$$\omega_{15} = \omega_0(r_1, x - dx, y + dy), \quad \omega_{16} = \omega_0(r_1, x - dx, y - dy),$$

$$\omega_1 = (\omega_{00} \vee_0 (\omega_{10} \vee_0 \omega_{11} \vee_0 \omega_{12} \vee_0 \omega_{13} \vee_0 \omega_{14} \vee_0 \omega_{15} \vee_0 \omega_{16})).$$

$dr$  kichik son - aylana qalinligi.

Barcha oldingilardan  $i$  - qadamni aniqlaymiz [23; 435-b.]:

$$r_i = \frac{1}{3}r_{i-1}, \quad a_i = \frac{2}{3}r_{i-1}, \quad dx = \frac{\sqrt{3}}{3}r_{i-1}, \quad dy = \frac{1}{3}r_{i-1}.$$

$$\omega_{i0} = \omega_{i-1}(r_i, x, y), \quad \omega_{i1} = \omega_{i-1}(r_i, x, y - a_i), \quad \omega_{i2} = \omega_{i-1}(r_i, x, y + a_i),$$

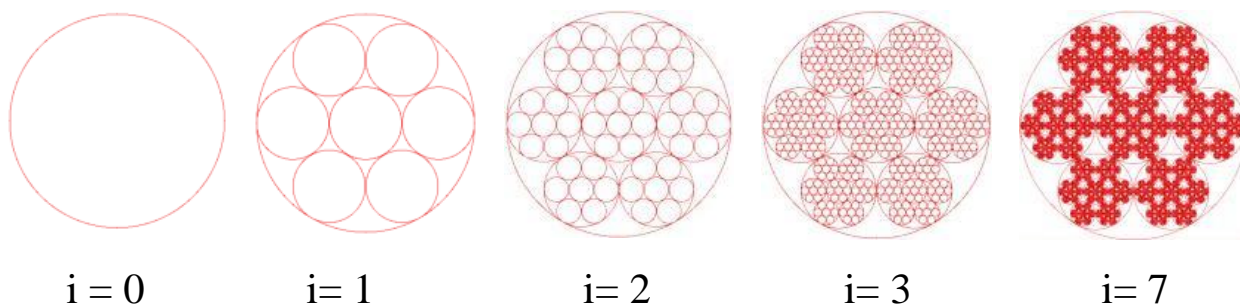
$$\omega_{i3} = \omega_{i-1}(r_i, x + dx, y - dy), \quad \omega_{i4} = \omega_{i-1}(r_i, x + dx, y + dy),$$

$$\omega_{i5} = \omega_{i-1}(r_i, x - dx, y + dy), \quad \omega_{i6} = \omega_{i-1}(r_i, x - dx, y - dy),$$

$$\omega = (\omega_{00} \vee_0 (\omega_{i0} \vee_0 \omega_{i1} \vee_0 \omega_{i2} \vee_0 \omega_{i3} \vee_0 \omega_{i4} \vee_0 \omega_{i5} \vee_0 \omega_{i6})). \quad (2.7)$$

$i = 2, 3, 4, \dots$

Ajratib ko'rsatish mumkinki  $i=2$  da  $A_2$  antenaning modelini olamiz,  $i=0, 1, 2, 3, 4$  hisoblashlar natijalari 2.11 - rasmda keltirilgan.



2.10-rasm.  $A_2$  eksklyuziv antenna

Serpin egri chizig'i.

Avvalo asosning tenglamasini quramiz:

$$\begin{aligned}
 x_1 &= x \cos(\alpha_1) + y \sin(\alpha_1), & y_1 &= -x \sin(\alpha_1) + y \cos(\alpha_1), \\
 x_2 &= x \cos(\alpha_2) + y \sin(\alpha_2), & y_2 &= -x \sin(\alpha_2) + y \cos(\alpha_2), \\
 f_1(x, y) &= (a^2 - x_1^2) \wedge_0 (a^2 - y_1^2) \geq 0, \\
 f_2(x, y) &= (a^2 - x_2^2) \wedge_0 (a^2 - y_2^2) \geq 0, \\
 f_3(x, y) &= f_2(-x, y), & \omega_1(x, y) &= f_1(x, y) \vee_0 f_2(x, y) \vee_0 f_3(x, y).
 \end{aligned}$$

(2.8)

Bu yerda o'qlarning burilish formulalari qo'llanilgan va u keyin ham kerak bo'ladi.

Iteratsion jarayonni quramiz va natijada quyidagi rekursiv funksiyaga ega bo'lamiz [94; 46-b.]:

$$\begin{aligned}
 \omega_n(x, y) &= \omega_{n-1}(x, y) \vee_0 \omega_{n-1}(x-2a, y-2a) \vee_0 \omega_{n-1}(x+2a, y-2a) \vee_0 \\
 &\vee_0 \omega_{n-1}(x+2a, y+2a) \vee_0 \omega_{n-1}(x-2a, y+2a), \quad n = 2, 3, 4, 5, \dots
 \end{aligned}$$

(2.9)

Hisoblashda  $a_1 = \frac{3}{8}a$ ,  $b_1 = \frac{7}{4}a$ , dan foydalanilgan.

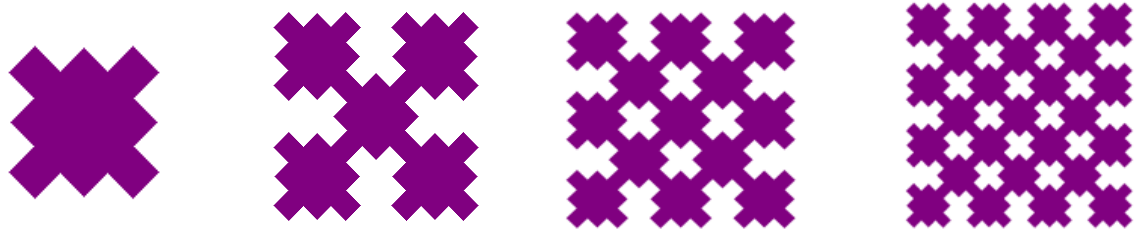
Hisoblashlarning natijalari  $\alpha_1 = 0$  va  $\alpha_2 = \frac{\pi}{4}$  larda va turli qiymatlaridagi natijalar 2.12-rasmda keltirilgan [100; 33-b.].



$n=1(\alpha_1=0, \alpha_2=\pi/4)$      $n=2$      $(\alpha_1=0,$      $n=3(\alpha_1=0, \alpha_2=\pi$      $n=4(\alpha_1=0,$   
 $\alpha_2=\pi/4)$      $/4)$      $\alpha_2=\pi/4)$

2.11-rasm. Serpin egri chizig‘i

$\alpha_1 = \alpha_2 = \pi/4$  bo‘lganda  $n$  ning turli qiymatlaridagi hisob natijalari 2.12-rasmida keltirilgan.



$n=1(\alpha_1 = \pi/4,$      $n=2(\alpha_1 = \pi/4,$      $n = 3(\alpha_1 = \pi/4,$      $n=4(\alpha_1 = \pi/4,$   
 $\alpha_2 = \pi/4)$      $\alpha_2 = \pi/4)$      $\alpha_2 = \pi/4)$      $\alpha_2 = \pi/4)$

2.12-rasm. Serpin egri chizig‘i

Kox egri chizig‘i (ikkinchi usul). Kox egri chizig‘i quyidagi protsedura yo‘li bilan quriladi. Boshlang‘ich oraliqdan markazdagi bo‘lagi olib tashlanadi va teng tomonli uchburchak bilan almashtiriladi. Keyin hosil qilingan barcha uchburchaklarga shu protsedura qo‘llaniladi.

$y \leq 0$  yarim tekisligi boshlang‘ich soha bo‘lsin, unda uning chegaralari tenglamasi  $\omega_0 = -y = 0$  bo‘ladi. ( $k \geq 1$ )  $k$ - tartibli oldfraktallarni RFM usuliga asosan tenglamasini topish algoritmi ikki bosqichdan iborat:

1.  $\omega_{k-1}$  funksiyaning R-dizyunksiyasi to‘g‘ri chiziqqa nisbatan o‘zining aks ettirilishi bilan

$$y = -x\sqrt{3} + 3^{k-1}\sqrt{3}:$$

$$\varpi_k(x, y) = \omega_{k-1}(x, y) \vee_0 \omega_{k-1} \left[ \left( -x - y\sqrt{3} + 3^k \right) / 2, \left( -x\sqrt{3} + y + 3^{k-1}\sqrt{3} \right) / 2 \right]. \quad (2.10)$$

2.  $\varpi_k$  funksiyaning R-kon'yunksiyasi chiziqqa nisbatan o'zining aks ettirilishi bilan

$$x = 3^k / 2:$$

$$\omega_k(x, y) = \varpi_k(x, y) \wedge_0 \varpi_k(3^k - x, y). \quad (2.11)$$

Teng tomonli uchburchaklarning tomonlarida qurilgan Kox egri chizig'i Kox qorparchasi nomli geometrik obyektini beradi. Kox qorparchasi chegaralari tenglamalari bir-biri bilan  $60^\circ$  burchakka burilgan uchta operatsiya

R-konyunksiyani qo'llash bilan olinadi:

$$\begin{aligned} W_k(x, y) = & \omega_k(y + 3^k / 2, x - 3^{k-1}\sqrt{3} / 2) \wedge_0 \\ & \wedge_0 \left[ \omega_k \left[ \left( y - x\sqrt{3} + 3^k \right) / 2, \left( -x - y\sqrt{3} - 3^{k-1}\sqrt{3} \right) / 2 \right] \wedge_0 \right. \\ & \left. \wedge_0 \omega_k \left[ \left( -y - x\sqrt{3} + 3^k \right) / 2, \left( -x + y\sqrt{3} - 3^{k-1}\sqrt{3} \right) / 2 \right] \right]. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Oldingi bo'limda Kox yegri chizig'i, Serpin salftkasi va gilami, fraktal antenna va boshqa turdagi fraktallarning tenglamalarini V.L.Rvachevning RFM usuliga asosan qurish keltirilgan.

Endi V.L.Rvachevning RFM usuliga asosan (d=1 o'lchamli) Kantor to'plami, Gilbert, Gosper egri chiziqlari va boshqa ko'rinishdagi fraktallarning tenglamalarini qurish mumkin.

Kantor to'plami (changlari). Juda ko'p taniqli fraktallar Kantor to'plamiga yaqin hisoblaniladi, shuning uchun Kantor to'plamining fraktal xususiyatlari katta ahamiyatga ega.

Kantor to'plamini qurish birlik kesmadan o'rtadagi qismini tashlab yuborish bilan boshlanadi, bunda kesmaning oxirlari kirmaydi. Ya'ni [0,1]

kesma boshlang'ich to'plam bo'lib, birinchi qadam (1/3, 2/3) ochiq intervalni o'chirishdan iborat. Navbatdagi va keyingi barcha qadamlarda joriy qadamdagi barcha kesma (oxirlari kirmaydi)larda o'rtadagi qismi tashlab yuboriladi. Shu tartibda to'plamlar ketma-ketlik o'lchami  $d \approx 0,9542$  bo'lgan Kantor to'plamini olamiz.

O'lchami  $d = 1$  Kantor to'plami. To'g'ri chiziqdan tekislikka o'tib o'lchami  $d = 1$  bo'lgan Kantor to'plamini qurish mumkin. Navbatdagi misol Magdi Muhammadga tegishli. Boshlang'ich to'plam birlik kvadratdan iborat va uchlarini (0,0), (1,0), (1,1) va (0,1) deb faraz qilamiz. Har bir qadamda oldingi kvadratdan to'rt baravar kichik bo'lgan kvadratlarni hosil qilamiz. Bu qurishning chegaraviy to'plami  $N = 4$  bilan o'ziga-o'zi o'xshash to'plam va o'xshashlik koeffitsiyenti  $r = \frac{1}{4}$ . Uning o'lchami

$$d = \log(4) / \log(4) = 1.$$

ga teng.

Qurishlardan ko'rinib turibdiki, hosil qilingan to'plam Kantor to'plami bo'lib, ixcham, mukammal va to'liq uzlukli.

Bu fraktalning tenglamasiga V.L.Rvachevning RFM usulini qo'llab quramiz.

$$\omega_0(a, x, y) = \frac{a^2 - x^2}{2a} \wedge_0 \frac{a^2 - y^2}{2a} \geq 0. \quad (2.13)$$

kvadrat tenglamasi  $d=1$  o'lchamli Kantor to'plami shartiga asosan, ya'ni Iteratsion jarayonni quramiz va natijada quyidagini olamiz [86; 3-4-b.]:

$$\omega_n(a, x, y) = \omega_{n-1} \left( \frac{a}{4}, x - \frac{3a}{4}, y - \frac{a}{4} \right) \vee_0$$

$$\vee_0 \omega_{n-1} \left( \frac{a}{4}, x - \frac{a}{4}, y - \frac{3a}{4} \right) \vee_0$$



$$\begin{aligned}
& \vee_0 \omega_{n-1} \left( \frac{a}{4}, x + \frac{3a}{4}, y + \frac{a}{4} \right) \vee_0 \omega_{n-1} \left( \frac{a}{4}, x + \frac{a}{4}, y + \frac{3a}{4} \right) \vee_0 \\
& \quad \vee_0 \left( x(a^2 - x^2) = 0 \wedge_0 (a^2 - y^2) \geq 0 \right) \vee_0 \\
& \quad \vee_0 \left( y(a^2 - y^2) = 0 \wedge_0 (a^2 - x^2) \geq 0 \right), \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.14)
\end{aligned}$$

$d=1$  bo'lganda va  $n$  ning turli qiymatlarida olingan natijalar (1.2-ilova)da keltirilgan.

Gilbert egri chizig'i.  $\omega_0$  - bo'sh to'plam.

Masalan  $\omega_0$  sifatida quyidagini olamiz:

$$(\omega_0(x, y) = (-1 - x^2) \geq 0). \quad (2.15)$$

Endi Gilbert egri chiziqlarining tartiblarini boshqarish uchun quyidagi formulalar kerak bo'ladi [7; 133-134-b., 94; 45-b.]:

$$\begin{cases} m_0 = 0 \\ m_n = 2m_{n-1} + a. \end{cases} \quad (2.16)$$

Bu yerda  $m_n$  -  $n$ -tartibli Gilbert chizig'ining o'lchami ( $a$ -o'lchamning birligi).

$$f_1(x, y) = ((y = 0) \wedge_0 (x - m_{n-1}) \wedge_0 (m_{n-1} + a - x)) \geq 0;$$

(pastki birlashtiruvchi chiziq)

$$f_2(x, y) = ((x - m_{n-1} = 0) \wedge_0 (y - m_{n-1}) \wedge_0 (m_{n-1} + a - y)) \geq 0;$$

(chap birlashtiruvchi chiziq)

$$f_3(x, y) = ((y - 2m_{n-1} - a = 0) \wedge_0 (x - m_{n-1}) \wedge_0 (m_{n-1} + a - x)) \geq 0.$$

(tepa birlashtiruvchi chiziq).

Rekursiv algoritimga asosan quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\begin{aligned}
\omega_n(x, y) = & \omega_{n-1}(x, y) \vee_0 f_1(x, y) \vee_0 \omega_{n-1}(m_{n-1} - y, x - m_{n-1} - a) \vee_0 f_2(x, y) \vee_0 \\
& \vee_0 \omega_{n-1}(x, y - m_{n-1} - a) \vee_0 f_3(x, y) \vee_0 \omega_{n-1}(y - m_{n-1} - a, x - m_{n-1} - a), \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.17)
\end{aligned}$$

(1.10-ilova)da  $\omega_n(x, y) \geq 0$  funksiya tenglamalari chiziqlarining chizmalari keltirilgan.

Gosper egri chizig‘i. Gosper egri chizig‘i nisbatan Serpin egri chizig‘iga o‘xshash bo‘lib, farqi shundaki Gosper egri chizig‘ining burchaklari  $OX$  va  $OY$  o‘qlariga nisbatan og‘ishgan bo‘ladi:

$$\omega_1(a, x, y) = \left( \frac{a^2}{4} - \left( x - \frac{a}{2} \right)^2 \right) \wedge_0 (a^2_{11} - y^2) \geq 0. \quad (2.18)$$

Bu yerda  $a_{11}$  - yetarli darajada kichik son (chiziqning qalinligi).

Endi qo‘zg‘almas koordinatalar sistemasiga nisbatan o‘qlar sistemasida og‘ish burchagi qiymatini hisoblaymiz va bu yerda ko‘chirish hamda burish formulalarini qo‘llaymiz.

$$\begin{aligned} \varphi &= \arctan\left(\frac{\sqrt{3}}{5}\right), a_{ky} = \frac{a}{\sqrt{7}}, a_{mv} = a_{ky} \frac{\sqrt{3}}{2}. \\ x_{ky} &= x \cos(\varphi) + y \sin(\varphi); y_{ky} = -x \sin(\varphi) + y \cos(\varphi) + a_{mv}. \end{aligned} \quad (2.19)$$

Endi rekursiyani qo‘llab quyidagini olamiz:

$$\begin{aligned} \omega_n(a, x, y) &= \omega_{n-1}(a_{ky}, x_{ky}, y_{ky} - a_{mv}) \vee_0 \\ &\vee_0 \omega_{n-1}(a_{ky}, (x_{ky} - \frac{3a_{ky}}{2}) \cos(\frac{2\pi}{3}) + y_{ky} \sin(\frac{2\pi}{3}), -(x_{ky} - \frac{3a_{ky}}{2}) \sin(\frac{2\pi}{3}) + y_{ky} \cos(\frac{2\pi}{3})) \vee_0 \\ &\vee_0 \omega_{n-1}(a_{ky}, x_{ky} - \frac{a_{ky}}{2}, y_{ky}) \vee_0 \\ &\vee_0 \omega_{n-1}(a_{ky}, (x_{ky} - \frac{a_{ky}}{2}) \cos(-\frac{2\pi}{3}) + y_{ky} \sin(-\frac{2\pi}{3}), -(x_{ky} - \frac{a_{ky}}{2}) \sin(-\frac{2\pi}{3}) + y_{ky} \cos(-\frac{2\pi}{3})) \vee_0 \\ &\vee_0 \omega_{n-1}(a_{ky}, x_{ky}, y_{ky} + a_{mv}) \vee_0 \omega_{n-1}(a_{ky}, x_{ky} - a_{ky}, y_{ky} + a_{mv}) \vee_0 \\ &\vee_0 \omega_{n-1}(a_{ky}, (x_{ky} - \frac{5a_{ky}}{2}) \cos(-\frac{2\pi}{3}) + y_{ky} \sin(-\frac{2\pi}{3}), -(x_{ky} - \frac{5a_{ky}}{2}) \sin(-\frac{2\pi}{3}) + y_{ky} \cos(-\frac{2\pi}{3})) \quad (2.20) \\ n &= 2, 3, 4, \dots \end{aligned}$$

$n$  ning turli qiymatlaridagi hisob natijalari (1.3-ilova)da keltirilgan.

Aylanalardan iborat fraktallar. Hozirgi vaqtda fraktallar tenglamasini qurishni bir necha usuli mavjuddir: L-tizimlari usuli, Iteratsion funksiyalar tizimlari usuli va boshqalar. Ulardan farqli bo‘lgan R-funksiya algebra mantiq usulining loyihalash muhiti fraktallar tenglamasini qurish imkoniyatini yaratadi. Keyin bu tenglamalar bo‘yicha fraktallarning vizual

tasvirini qurish mumkin. Shunday qilib, quyida V.L.Rvachevning RFM usuliga asosan aylanalardan iborat fraktallarning tenglamalarini qurish qaralgan. Bog‘langan aylanalalar [100; 32-b.]. Tashqi aylana tenglamasi quyidagicha aniqlangan:

$$\omega_{00} = \omega_{00}(R, x, y) = (R^2 - x^2 - y^2 \geq 0),$$

aylanaga bog‘lanuvchi aylananing tenglamasi quyidagi ko‘rinishni oladi:

$$\omega_0 = \omega_{00} \wedge_0 (x^2 + y^2 - (R-a)^2 \geq 0),$$

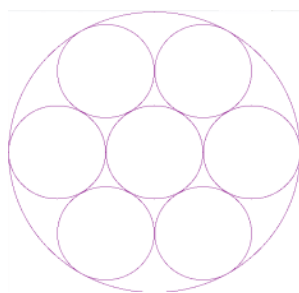
bu yerda  $a$ -aylananing qalinligi (aylananing qalinligi  $2a$  ga),  $R$ -tashqi aylananing radiusi,  $\alpha = \frac{2\pi}{k}$ ;  $k$  - har bir iteratsiyadan keyingi ichki aylanalarning soni  $k=2,3,4,\dots$

Bu yerda iteratsiyani qo‘llab quyidagiga ega bo‘lamiz:

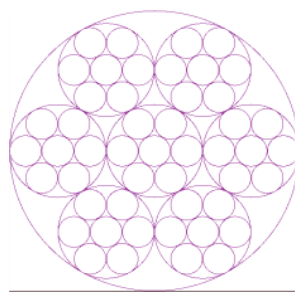
$$\begin{aligned} \omega_n(R, x, y) &= \omega_0(R, x, y) \vee_0 \omega_{n-1}\left(\frac{R}{3}, x, y\right) \vee_0 \\ &\vee_0 \omega_{n-1}\left(\frac{R}{3}, x - \frac{2R}{3} \cos(0), y - \frac{2R}{3} \sin(0)\right) \vee_0 \\ &\vee_0 \omega_{n-1}\left(\frac{R}{3}, x - \frac{2R}{3} \cos(\alpha), y - \frac{2R}{3} \sin(\alpha)\right) \vee_0 \\ &\vee_0 \omega_{n-1}\left(\frac{R}{3}, x - \frac{2R}{3} \cos(2\alpha), y - \frac{2R}{3} \sin(2\alpha)\right) \vee_0 \dots \vee_0 \\ &\vee_0 \omega_{n-1}\left(\frac{R}{3}, x - \frac{2R}{3} \cos((k-1)\alpha), y - \frac{2R}{3} \sin((k-1)\alpha)\right) \geq 0; n = 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (2.21)$$

Hisoblash eksperimentining natijalari (1.4-ilova)da keltirilgan.

Endi  $k=6$  dagi holatni qaraymiz. Bunda eksklyuziv halqali fraktallarni olamiz.



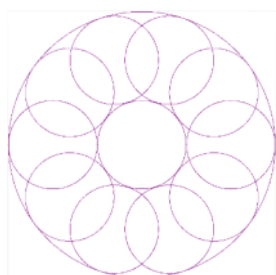
$n=1, k=6$



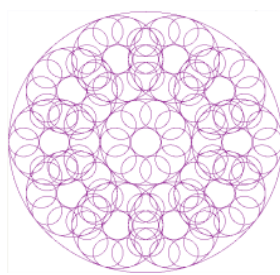
$n=2, k=6$

2.13– rasm. Eksklyuziv halqali fraktallar

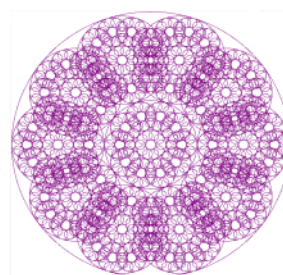
Ajratib ko‘rsatish mumkinki, agar  $k < 6$  da ichki aylanalar bir-biriga urinmaydi,  $k=6$  da ichki aylanalar urinadi,  $k > 6$  da ichki aylanalar kesishadi (2.14-rasmga qarang).



$n=1, k=10$



$n=2, k=10$



$n=3, k=10$

2.14-rasm. Kesuvchi aylanalardan iborat fraktallar

Urinishli kesishadigan aylanali fraktallar.

Endi katta aylana ichida ikkita aylana bo‘lgan holatni qaraymiz. Bu aylanalar urinadi. O‘z navbatida ichki aylanalarda yana ikkita aylana hosil bo‘ladi va h.k. Xuddi shu fraktalni tenglamasini quramiz [22; 82-85-b.].

Bu holatda 1-qadamda fraktalning tenglamasi quyidagi ko‘rinishni oladi

$$\omega(R, x, y) = (R^2 - x^2 - y^2 \geq 0) \wedge_0 (x^2 + y^2 - (R-a)^2 \geq 0). \quad (2.22)$$

bu yerda  $a$ -aylana qalinligi (aylananing qalinligi  $2a$  ga teng),  $R$ -tashqi aylananing radiusi.

Urinishli kesishadigan aylanali fraktallar. Iteratsiya protsedurasini qo‘llagandan keyin quyidagini hosil qilamiz

$$\omega_1(R, x, y) = \omega_0(R, x, y) \vee_0 \omega_0\left(\frac{R}{2}, x, y - \frac{R}{2}\right) \vee_0 \omega_0\left(\frac{R}{2}, x, y + \frac{R}{2}\right) \geq 0,$$

$$\omega_2(R, x, y) = \omega_0(R, x, y) \vee_0 \omega_1\left(\frac{R}{2}, x, y - \frac{R}{2}\right) \vee_0 \omega_1\left(\frac{R}{2}, x, y + \frac{R}{2}\right) \geq 0,$$

...

$$\omega_n(R, x, y) = \omega_0(R, x, y) \vee_0 \omega_{n-1}\left(\frac{R}{2}, x, y - \frac{R}{2}\right) \vee_0 \omega_{n-1}\left(\frac{R}{2}, x, y + \frac{R}{2}\right) \geq 0; \quad n=1, 2, 3, \dots \quad (2.23)$$

$n$  ning turli qiymatlaridagi hisob natijalari (1.5-ilova)da keltirilgan.

Endi ichki aylanalar kesishadigan va kamayadigan holatni qaraymiz. Shu maqsad uchun  $l$  kamayuvchi koeffitsiyentini kiritamiz.

Birinchi masaladagi kabi kesishadigan aylanalarning tenglamasini aniqlaymiz

$$\omega_0(R, x, y) = (R^2 - x^2 - y^2 \geq 0) \wedge_0 (x^2 + y^2 - (R-a)^2 \geq 0), \quad (2.24)$$

bu yerda  $a$  - aylananing qalinligi (aylananing qalinligi  $2a$  ga teng).

$$\alpha = \frac{2\pi}{k};$$

$k$  - har bir iteratsiyadan keyingi ichki aylanalar soni  $k=2, 3, 4, \dots$

$l$  - har bir iteratsiyadan keyingi ichki aylanalarning kamayish koeffitsiyenti,  $l=2, 3, 4, \dots$

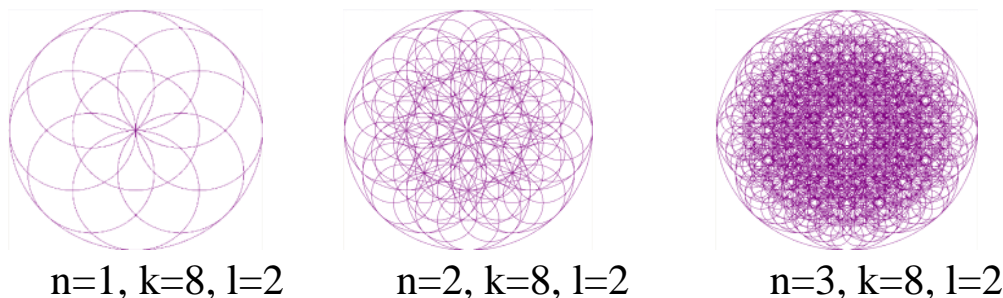
$R$  - tashqi aylananing radiusi.

Iteratsiya protsedurasini qo‘llab quyidagini olamiz [6; 137-139-b.]:

$$\begin{aligned} \omega_n(R, x, y) = & \omega_0(R, x, y) \vee_0 \omega_{n-1}\left(\frac{R}{l}, x, y\right) \vee_0 \\ & \vee_0 \omega_{n-1}\left(\frac{R}{l}, x - \frac{(l-1)R}{l} \cos(0), y - \frac{(l-1)R}{l} \sin(0)\right) \vee_0 \end{aligned} \quad (2.25)$$

$$\begin{aligned} & \sqrt[0]{\omega_{n-1}} \left( \frac{R}{l}, x - \frac{(l-1)R}{l} \cos(\alpha), y - \frac{(l-1)R}{l} \sin(\alpha) \right) \sqrt[0]{\omega_{n-1}} \left( \frac{R}{l}, x - \frac{(l-1)R}{l} \cos(2\alpha), y - \frac{(l-1)R}{l} \sin(2\alpha) \right) \sqrt[0]{\dots} \sqrt[0]{\omega_{n-1}} \\ & \sqrt[0]{\omega_{n-1}} \left( \frac{R}{l}, x - \frac{(l-1)R}{l} \cos((k-1)\alpha), y - \frac{(l-1)R}{l} \sin((k-1)\alpha) \right) \geq 0; \quad n = 1, 2, 3, \dots \end{aligned}$$

$n, k, l$  larning turli qiymatlaridagi natijalar (1.6-ilova)da keltirilgan.

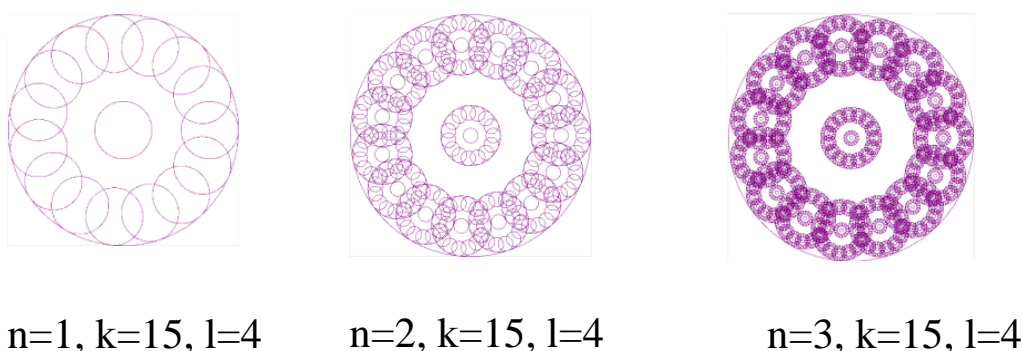


2.15-rasm. Kesishuvchi aylanalardan iborat fraktallar

$l = 3$  da bog‘langan aylanalardan iborat fraktallar chiziladi. Bu natijalar (1.7-ilova)da keltirilgan.

Iteratsion fraktallar  $k = 8, l = 2$  va  $n = \overline{1, 2, 3}$  da olinadi va 2.16-rasmda ifodalangan.

$k = 15, l = 4$  da  $n$  ning turli qiymatlaridagi hisob natijalari 2.16-rasmda keltirilgan.



2.16-rasm. Kesishuvchi aylanalardan iborat fraktallar

Daraxt ko‘rinishdagi fraktallar. Ma’lumki geometrik fraktallarni asosiy rasmni qo‘llagan inisiator shakldan boshlanib rasmiylashtiriladi. Determinallashgan fraktallar rekursiv jarayonda ifodalanadi.

Determinallashgan fraktallarda o'ziga o'xshashlik barcha tartiblarda namoyon bo'ladi. Aniq tasvirlarni olish uchun bunday fraktallar 4-6 marta iteratsiyalanadi.

Bu bo'limda V.L.Rvachevning R-funksiya usuliga asosan daraxt ko'rinishdagi fraktallarni tenglamasini quramiz.

Aylanalardan daraxt tenglamasini qurishni qaraymiz. Oraliqning oxirlari  $(x_1, y_1)$  va  $(x_2, y_2)$  nuqtalar bo'lsin. Berilgan nuqtalar  $(x_1, y_1)$  va  $(x_2, y_2)$  lardan erkin o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasini quramiz [98; 114-116-b.].

$$\begin{aligned}
 f(x_1, y_1, x_2, y_2, x, y) = & \left( \left( \frac{1}{2}((x_2 - x_1) \cos \left( \arctan \left( \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \right) \right) + (y_2 - y_1) \sin \left( \arctan \left( \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \right) \right) \right) \right)^2 - \\
 & - \left( (x - x_1) \cos \left( \arctan \left( \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \right) \right) + (y - y_1) \sin \left( \arctan \left( \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \right) \right) \right) - \\
 & - \left( \frac{1}{2}(x_2 - x_1) \cos \left( \arctan \left( \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \right) \right) + (y_2 - y_1) \sin \left( \arctan \left( \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \right) \right) \right)^2 \geq 0 \Bigg) \wedge_0 \\
 & \wedge_0 \left( a^2 - \left( -(x - x_1) \sin \left( \arctan \left( \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \right) \right) \right) + (y - y_1) \cos \left( \arctan \left( \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \right) \right) \right)^2 \geq 0 \Bigg) \quad (2.26)
 \end{aligned}$$

bu yerda  $a$  - oraliqning balandligi (oraliqning balandligi  $2a$  ga teng).

Agar  $k$  juft bo'lsa, unda  $\varphi_0 = 0$ , aks holda  $\varphi_0 = \frac{\alpha}{2}$ .

$n=1$  da quyidagi tenglamaga ega bo'lamiz:  $\alpha = \frac{2\pi}{k}$

$$\begin{aligned}
 \omega_1(x, y) = & f(0, 0, R \cos(\varphi_0 + 0), R \sin(\varphi_0 + 0), x, y) \vee_0 \\
 & \vee_0 f(0, 0, R \cos(\varphi_0 + \alpha), R \sin(\varphi_0 + \alpha), x, y) \vee_0 \\
 & \vee_0 f(0, 0, R \cos(\varphi_0 + 2\alpha), R \sin(\varphi_0 + 2\alpha), x, y) \vee_0 \dots \vee_0 \\
 & \vee_0 f(0, 0, R \cos(\varphi_0 + (k-1)\alpha), R \sin(\varphi_0 + (k-1)\alpha), x, y) \quad (2.27)
 \end{aligned}$$

$n=2, 3, 4, \dots$  da

$$\alpha = \frac{2\pi}{k^{n-1}}; k_1 = -[k/2]; R_{n-1} = 2R(1 - \frac{1}{2^{n-1}}); R_n = 2R(1 - \frac{1}{2^n});$$

$R_n - n$ -iteratsiyada aylana chegaralarning radiusi ( $R_I = R$ ).

Agar  $k$  juft bo'lsa, unda  $k_2 = [k / 2]$ , aks holda  $k_2 = [k / 2] - 1$ .

$[x]$  -  $x$  sonining butun qismi.

Iteratsiya protsedurasini qo'llab quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\begin{aligned}
 \omega_{nx1}(x, y) &= f(R_{n-1} \cos(\varphi_0 + \alpha), R_{n-1} \sin(\varphi_0 + \alpha), \\
 &R_n \cos\left(\varphi_0 + \alpha + \frac{(\varphi_0 + k_1 \alpha)}{k}\right), R_n \sin\left(\varphi_0 + \alpha + \frac{(\varphi_0 + k_1 \alpha)}{k}\right), x, y) \vee_0 \\
 &\vee_0 f(R_{n-1} \cos(\varphi_0 + \alpha), R_{n-1} \sin(\varphi_0 + \alpha), \\
 &R_n \cos(\varphi_0 + \alpha + \frac{(\varphi_0 + (k_1 + 1)\alpha)}{k}), R_n \sin(\varphi_0 + \alpha + \frac{(\varphi_0 + (k_1 + 1)\alpha)}{k}), x, y) \vee_0 \\
 &\vee_0 f(R_{n-1} \cos(\varphi_0 + \alpha), R_{n-1} \sin(\varphi_0 + \alpha), \\
 &R_n \cos(\varphi_0 + \alpha + \frac{(\varphi_0 + (k_1 + 2)\alpha)}{k}), R_n \sin(\varphi_0 + \alpha + \frac{(\varphi_0 + (k_1 + 2)\alpha)}{k}), x, y) \vee_0 \dots \vee_0 \\
 &\vee_0 f(R_{n-1} \cos(\varphi_0 + \alpha), R_{n-1} \sin(\varphi_0 + \alpha), R_n \cos(\varphi_0 + \alpha + \frac{(\varphi_0 + k_2 \alpha)}{k}), R_n \sin(\varphi_0 + \alpha + \frac{(\varphi_0 + k_2 \alpha)}{k}), x, y) \\
 \omega_{nx2}(x, y) &= f(R_{n-1} \cos(\varphi_0 + 2\alpha), R_{n-1} \sin(\varphi_0 + 2\alpha), R_n \cos(\varphi_0 + 2\alpha + \frac{(\varphi_0 + k_1 \alpha)}{k}), \\
 &R_n \sin(\varphi_0 + 2\alpha + \frac{(\varphi_0 + k_1 \alpha)}{k}), x, y) \vee_0 f(R_{n-1} \cos(\varphi_0 + 2\alpha), R_{n-1} \sin(\varphi_0 + 2\alpha), R_n \cos(\varphi_0 + \\
 &2\alpha + \frac{(\varphi_0 + (k_1 + 1)\alpha)}{k}), R_n \sin(\varphi_0 + 2\alpha + \frac{(\varphi_0 + (k_1 + 1)\alpha)}{k}), x, y) \vee_0 \\
 &\vee_0 f(R_{n-1} \cos(\varphi_0 + 2\alpha), R_{n-1} \sin(\varphi_0 + 2\alpha), R_n \cos(\varphi_0 + 2\alpha + \frac{(\varphi_0 + (k_1 + 2)\alpha)}{k}), \\
 &R_n \sin(\varphi_0 + 2\alpha + \frac{(\varphi_0 + (k_1 + 2)\alpha)}{k}), x, y) \vee_0 \dots \vee_0 \\
 &\vee_0 f(R_{n-1} \cos(\varphi_0 + 2\alpha), R_{n-1} \sin(\varphi_0 + 2\alpha), R_n \cos(\varphi_0 + 2\alpha + \frac{(\varphi_0 + k_2 \alpha)}{k}), \\
 &R_n \sin(\varphi_0 + 2\alpha + \frac{(\varphi_0 + k_2 \alpha)}{k}), x, y)
 \end{aligned} \tag{2.28}$$

$1 \leq i \leq k^{n-1}$  uchun quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\begin{aligned}
 \omega_{nxi}(x, y) &= f(R_{n-1} \cos(\varphi_0 + i\alpha), R_{n-1} \sin(\varphi_0 + i\alpha), R_n \cos(\varphi_0 + i\alpha + \frac{(\varphi_0 + k_1 \alpha)}{k}), \\
 &R_n \sin(\varphi_0 + i\alpha + \frac{(\varphi_0 + k_1 \alpha)}{k}), x, y) \vee_0 \\
 &\vee_0 f(R_{n-1} \cos(\varphi_0 + i\alpha), R_{n-1} \sin(\varphi_0 + i\alpha),
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
& R_n \cos(\varphi_0 + i\alpha + \frac{(\varphi_0 + (k_1 + 1)\alpha)}{k}), R_n \sin(\varphi_0 + i\alpha + \frac{(\varphi_0 + (k_1 + 1)\alpha)}{k}), x, y) \vee_0 \\
& \vee_0 f(R_{n-1} \cos(\varphi_0 + i\alpha), R_{n-1} \sin(\varphi_0 + i\alpha), \\
& R_n \cos(\varphi_0 + i\alpha + \frac{(\varphi_0 + (k_1 + 2)\alpha)}{k}), R_n \sin(\varphi_0 + i\alpha + \frac{(\varphi_0 + (k_1 + 2)\alpha)}{k}), x, y) \vee_0 \dots \vee_0 \\
& \vee_0 f(R_{n-1} \cos(\varphi_0 + i\alpha), R_{n-1} \sin(\varphi_0 + i\alpha), \\
& R_n \cos(\varphi_0 + i\alpha + \frac{(\varphi_0 + k_2\alpha)}{k}), R_n \sin(\varphi_0 + i\alpha + \frac{(\varphi_0 + k_2\alpha)}{k}), x, y) \\
& \omega_n(x, y) = \omega_{n-1}(x, y) \vee_0 \omega_{nx1}(x, y) \vee_0 \omega_{nx2}(x, y) \vee_0 \dots \\
& \vee_0 \omega_{nxi}(x, y) \vee_0 \dots \vee_0 \omega_{nkn-1}(x, y). \tag{2.29}
\end{aligned}$$

Oldingi formulalarda  $k=2, 3, 4, 5, \dots$

Barcha chiziqlar uchun  $R_n$  radius bilan tashqi doira chizish mumkin ( $n$  – tartibli iteratsiya).  $n$  va  $k$  ning turli qiymatlaridagi hisob natijalari (1.8-ilova)da keltirilgan.

Pifagor daraxti. Pifagor, o‘zining teoremasini isbotlab, to‘g‘ri uchburchaklar tomonlariga kvadratlar joylashtirilgan figurani qurdi. Agar bu jarayonni davom yettirilsa Pifagor daraxti hosil qilinadi. Kvadrat tenglamalaridan foydalanib daraxtning tenglamasini quramiz, ya’ni

$$\begin{aligned}
\omega_0(a, x, y) &= ((a^2 - x^2 \geq 0) \wedge_0 ((b^2 - (y - a)^2 \geq 0) \vee_0 (b^2 - (y + a)^2 \geq 0))) \vee_0 \\
&\vee_0 ((a^2 - y^2 \geq 0) \wedge_0 ((b^2 - (x - a)^2 \geq 0) \vee_0 (b^2 - (x + a)^2 \geq 0))) \geq 0
\end{aligned}$$

bu yerda  $\omega_0(a, x, y)$  - tomoni  $2a$  va uning qalinligi  $2b$  ga teng bo‘lgan kvadrat.

Rekursiya protsedurasini qo‘llab quyidagini hosil qilamiz [6; 137-139-b.]:

$$\begin{aligned}
\omega_n(a, x, y) &= \omega_0(a, x, y) \vee_0 \omega_{n-1}(a \cos(\alpha), (x + a - a\sqrt{2} \cos(\alpha) \sin(\frac{\pi}{4} - \alpha)) \\
&\cos(\alpha) + (y - a - a\sqrt{2} \cos(\alpha) \cos(\frac{\pi}{4} - \alpha)) \sin(\alpha), \\
&-(x + a - a\sqrt{2} \cos(\alpha) \sin(\frac{\pi}{4} - \alpha)) \sin(\alpha) + (y - a - a\sqrt{2} \cos(\alpha) \cos(\frac{\pi}{4} - \alpha)) \cos(\alpha)) \vee_0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \vee_0 \omega_{n-1} (a \sin(\alpha), -(x-a-a\sqrt{2} \sin(\alpha) \sin(\frac{\pi}{4}-\alpha)) \sin(\alpha) + (y-a-a\sqrt{2} \sin(\alpha) \cos(\frac{\pi}{4}-\alpha)) \cos(\alpha), \\ & (x-a-a\sqrt{2} \sin(\alpha) \sin(\frac{\pi}{4}-\alpha)) \cos(\alpha) + (y-a-a\sqrt{2} \sin(\alpha) \cos(\frac{\pi}{4}-\alpha)) \sin(\alpha)) \end{aligned} \quad (2.30)$$

bu yerda  $\alpha$  - daraxt shoxining chapga burgandagi burish burchagi  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

intervalda qiymatni oladi, o'ngga burgandagi burish burchagi  $\frac{\pi}{2} - \alpha$  ga teng.

$n$ ,  $\alpha$  ning turli qiymatlaridagi hisoblashlar natijalari (1.9-ilova)da keltirilgan.

Daraxt ko'rinishdagi fraktallar eng oddiy fraktallar hisoblaniladi. To'g'ri chiziq tenglamasi hamda RFM usulining loyihaviy muhiti, ya'ni  $R_0$ :  $R$ -kon'yunksiya,  $R$ -diz'yunksiya va  $R$ -inkordan foydalanib turli daraxt shaklli fraktallarning tenglamasini qurish mumkin. Bu tenglamalarga asosan iteratsiyalar sonini va burish burchagi  $\alpha$  ni berib kompyuterli peyzajlarda, turli illyustrasiyalarda, to'qimachilik sanoatida va boshqalarda qo'llaniladigan turli fraktallarni tashkil etish mumkin.

Fraktallarni qurish usullarida klassik hamda zamonaviy fraktallar uchun tenglamalar qurilgan, natijalar olingan va rasmlari keltirilgan.

Aylanalar tenglamasi va algebromantiqiy usuli  $R$ -funksiyaning loyihalash vositasidan foydalanib, aylanalar kesishishi, aylanalar birlashishidan fraktallar tenglamasini qurishi mumkin. Bu fraktallar juda chiroyli bo'lib, yengil sanoat, telekommunikatsiya, keramika va chinni buyumlarga naqshlarni chizish va boshqalarda qo'llanilishi mumkin.

Mantiq algebrasi, RFM usuli va fraktal arifmetika usullari bo'yicha olib borilgan ko'pyillik nazariy tadqiqotlar gazlama va gilam buyumlarning rangli dizaynini zamonaviylashtirishning algoritmik muhitini ishlab chiqishda xizmat qiladi.

Bu o‘z navbatida katta hajmda paxta o‘stiradigan va ulardan paxta tolalari olinadigan hamda ulardan gazlamalar ishlab chiqaradigan mamlakat O‘zbekistonda dolzarbdir. Bizni gazlamaning gullarini shtamlari yetarli darajada chiroyli bo‘lishi qiziqtiradi. Bundan tashqari gazlamaning xaridorgirligini oshishida gullarning ranglari alohida o‘rin egallaydi.

## **2.4§. Iteratsion usullar va polinomiograflar yordamida fraktal tuzilishli obyektlarni hosil qilish**

Algebraning asosiy teoremasiga ko‘ra  $n$ -darajali har qanday murakkab  $p$  ko‘phad uning koeffitsiyentlari bilan aniqlanuvchi  $n$  ta ildizga ega bo‘ladi.

$$\{a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0\}:$$

$$p(z) = a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_1 z + a_0 \quad (2.31)$$

yoki uning nollari (ildizlari) bo‘yicha

$$\{r_1, r_2, \dots, r_{n-1}, r_n\}:$$

$$p(z) = (z - r_1)(z - r_2) \dots (z - r_n). \quad (2.32)$$

Iterativ ildizlarni topish jarayoni  $p$  ning ikkala ko‘rinishiga ham qo‘llanilishi mumkin. Polinomiograflar ushbu jarayonni vizualizatsiya qilish natijasida hosil bo‘ladi [49; 31-32-b.]. Ko‘phadning darajasi tortishish havzalari sonini belgilaydi (ildizning tortishish havzasi - bu ildizni topish usuli yordamida har bir nuqta ildizga yaqinlashadigan murakkab tekislikning maydoni). Havzalarning lokalizatsiyasi murakkab tekislikdagi ildizlarning holatini qo‘lda o‘zgartirish orqali boshqarilishi mumkin. Odatda, polinomiograflar ma’lum bir aniqlik va tanlangan iteratsiya usuli bilan ba’zi bir polinom ildizining yaqinlashuvini olish uchun zarur bo‘lgan iteratsiyalar soniga qarab ranglanadi. Polinomografiyaning tavsifi, uning nazariy asoslari va badiiy qo‘llanilishi [53; 233-238-b., 54; 365-373-b.] da bayon etilgan.

Fraktallar va polinomiograflar iteratsiyalar orqali hosil qilinadi. Fraktallar o'ziga o'xshash, murakkab va silliq bo'lmagan tuzilishga ega. Polinomiograflar har xil. Ularning shakli fraktallarga qarama-qarshi bo'lib, oldindan taxmin qilinadigan tarzda boshqarilishi va ishlab chiqilishi mumkin. Odatda, fraktallar va polinomiograflar grafik obyektlarning turli sinflariga kiradi, lekin ularni umumlashtirish orqali murakkab va jozibador fraktal tasvirlarni olish mumkin bo'ladi.

Xulosa qilib aytganda, polinomografiya ildizni topish jarayoniga asoslangan vizualizatsiya vositasi sifatida ko'rib chiqilishi mumkin. U ta'lim, matematika, fanlar, san'at va dizaynda ko'plab qo'llanilishi mumkin [54; 239-240-b.].

Mazkur [58; 305-313-b.] adabiyotda mualliflar Kalantari polinomiografiyasining ba'zi bir umumlashtirishlarini olish uchun standart Pikard iteratsiyasi o'rniga Mann va Ishikava iteratsiyasidan foydalanganlar va kubik tenglama  $z^3-1=0$ , almashtirish va qo'sh stoxastik matrisalar uchun ba'zi polinomiograflarni taqdim etganlar. [59; 67-68-b.] da, [82; 261-277-b.] adabiyotlardagi fikrlardan foydalanib, polinomografiyada S-iteratsiyadan foydalangan. Ilgari, iteratsiyalarning boshqa turlari [87; 3110-3120-b.] da superfraktallar uchun va [76; 197-203-b.] da IFS tomonidan yaratilgan fraktallar uchun ishlatilgan. Julia to'plamlari va Mandelbrot to'plamlari [81; 615-631-b.] va antifraktallar [80; 11-14-b.] standart Pikard iteratsiyasi o'rniga Noor iteratsiyasi yordamida ham tekshiriladi.

$f(x)=0$  ko'rinishdagi tenglamani ekvivalent tarzda qo'zg'almas nuqtali  $x=T(x)$  masalasiga aylantirish mumkin, bu yerda  $T$  qandaydir operator [30; 174-184-b.]. Keyin, taxminiy qo'zg'almas nuqta teoremasini qo'llash orqali

ushbu tenglamaning yechimi bo‘lgan qo‘zg‘almas nuqtaning mavjudligi yoki ba‘zan ham mavjudligi va ham yagonaligi haqida ma‘lumot olish mumkin.  $(X, d)$  to‘liq metrik fazo bo‘lsin va  $T: X \rightarrow X$  ustidagi  $X$  a. Selfmap  $\{x^* \in X : T(x^*) = x^*\}$  to‘plami  $T$  ning barcha haqiqiy nuqtalari to‘plamidir. Ko‘pgina adabiyotlarda nuqtalarni yaqinlashtirish uchun ko‘plab iterativ jarayonlar tasvirlangan [50; 147-150-b, 57; 1-10-b., 68; 506-510-b., 71; 217-229-b.]. Quyida adabiyotdan ma‘lum bo‘lgan ba‘zi iteratsiya jarayonlarini eslaymiz. Har bir iteratsiya jarayoni har qanday boshlang‘ich nuqtadan boshlanib,  $x_0 \in X$  deb olinadi.

- 1890 yilda kiritilgan standart Pikard iteratsiyasi [75; 1326-1329-b.] quyidagicha ta‘riflangan:

$$x_{n+1} = T(x_n), n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.33)$$

- Mann iteratsiyasi [68; 510-b.] 1953 yilda aniqlanib, quyidagicha ta‘riflangan:

$$x_{n+1} = (1 - \alpha_n)x_n + \alpha_n T(x_n), n = 0, 1, 2, \dots \quad \alpha_n \in (0, 1] \quad n \in N \quad (2.34)$$

- Ishikava iteratsiyasi [50; 147-150-b.] 1974 yilda aniqlanib, ikki bosqichli jarayon sifatida belgilangan:

$$\begin{cases} x_{n+1} = (1 - \alpha_n)x_n + \alpha_n T(y_n), \\ y_n = (1 - \beta_n)x_n + \beta_n T(x_n), n = 0, 1, 2, \dots, \end{cases} \quad (2.35)$$

Bu yerda  $n \in N$ lar uchun  $\alpha_n \in (0, 1]$  va  $\beta_n \in (0, 1]$

- Noor iteratsiyasi [71; 217-219-b.] 2000 yilda uch bosqichli jarayon sifatida belgilangan:

$$\begin{cases} x_{n+1} = (1 - \alpha_n)x_n + \alpha_n T(y_n), \\ y_n = (1 - \beta_n)x_n + \beta_n T(z_n), \\ z_n = (1 - \gamma_n)x_n + \gamma_n T(x_n), n = 0, 1, 2, \dots, \end{cases} \quad (2.36)$$

Bu yerda barcha  $n \in N$ lar uchun  $\alpha_n \in (0, 1]$  va  $\beta_n, \gamma_n \in (0, 1]$

- Suantai iteratsiyasi [89; 506-517-b.] 2005 yilda uch bosqichli iteratsiya jarayoni besh parametrlilik qilib belgilangan:

$$\begin{cases} x_{n+1} = (1 - \alpha_n - \beta_n)x_n + \alpha_n T(y_n) + \beta_n T(z_n), \\ y_n = (1 - a_n - b_n)x_n + a_n T(z_n) + b_n T(x_n), \\ z_n = (1 - \gamma_n)x_n + \gamma_n T(x_n), n = 0, 1, 2, \dots, \end{cases} \quad (2.37)$$

Bu yerda barcha  $n \in N$  lar uchun  $\alpha_n, \beta_n, \gamma_n, a_n, b_n \in [0, 1], \alpha_n + \beta_n \in [0, 1], a_n + b_n \in [0, 1],$

$$\sum_{n=0}^{\infty} (\alpha_n + \beta_n) = \infty.$$

- 2007 yilda Agarval va boshqalar S-iteratsiya [1; 61-b.] usulini kiritgan:

$$\begin{cases} x_{n+1} = (1 - \alpha_n)T(x_n) + \alpha_n T(y_n), \\ y_n = (1 - \beta_n)x_n + \beta_n T(x_n), \quad n = 0, 1, 2, \dots, \end{cases} \quad (2.38)$$

Bu yerda barcha  $n \in N$  lar uchun  $\alpha_n \in (0, 1]$  va  $\beta_n \in [0, 1]$

- SP iteratsiyasi [74; 3006-3014-b.] 2011 yilda quyidagi uch bosqichli jarayon sifatida belgilangan:

$$\begin{cases} x_{n+1} = (1 - \alpha_n)y_n + \alpha_n T(y_n), \\ y_n = (1 - \beta_n)z_n + \beta_n T(z_n), \\ z_n = (1 - \gamma_n)x_n + \gamma_n T(x_n), n = 0, 1, 2, \dots, \end{cases} \quad (2.39)$$

Bu yerda barcha  $n \in N$  lar uchun  $\alpha_n \in (0, 1]$  va  $\gamma_n, \beta_n \in [0, 1]$

- 2012 yilda Chugh va boshqalar [32; 345-b.] CR iteratsiyasini fanga kiritgan:

$$\begin{cases} x_{n+1} = (1 - \alpha_n)y_n + \alpha_n T(y_n), \\ y_n = (1 - \beta_n)T(x_n) + \beta_n T(z_n), \\ z_n = (1 - \gamma_n)x_n + \gamma_n T(x_n), \quad n = 0, 1, 2, \dots, \end{cases} \quad (2.40)$$

Bu yerda barcha  $n \in N$  lar uchun  $\alpha_n, \gamma_n, \beta_n \in [0, 1]$  va  $\sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n = \infty.$

- 2013-yilda Khan iteratsiyasi [57; 1-10-b.] quyidagi jarayon sifatida belgilangan:

$$\begin{cases} x_{n+1} = T(y_n), \\ y_n = (1 - \alpha_n)x_n + \alpha_n T(x_n), \quad n = 0, 1, 2, \dots, \end{cases} \quad (2.41)$$

Bu yerda barcha  $n \in N$  lar uchun  $\alpha_n \in (0, 1]$  .

• 2013 yilda Karakaya va boshqalar [55; 2-8-b.] bilan umumlashgan uch bosqichli besh parametrlil iteratsiya jarayonini aniqlagan:

$$\begin{cases} x_{n+1} = (1 - \alpha_n - \beta_n)y_n + \alpha_n T(y_n) + \beta_n T(z_n), \\ y_n = (1 - a_n - b_n)z_n + a_n T(z_n) + b_n T(x_n), \\ z_n = (1 - \gamma_n)x_n + \gamma_n T(x_n), \quad n = 0, 1, 2, \dots, \end{cases} \quad (2.42)$$

Bu yerda barcha  $n \in N$  lar uchun

$$\alpha_n, \beta_n, \gamma_n, a_n, b_n \in [0, 1], \alpha_n + \beta_n \in [0, 1], a_n + b_n \in [0, 1]$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} (\alpha_n + \beta_n) = \infty.$$

• 2014-yilda Gursoy va Karakaya [47; 2-4-b.] Pikard-S iteratsiyasini joriy qilishdi:

$$\begin{cases} x_{n+1} = T(y_n), \\ y_n = (1 - \alpha_n)T(x_n) + \alpha_n T(z_n), \\ z_n = (1 - \beta_n)x_n + \beta_n T(x_n), \quad n = 0, 1, 2, \dots \end{cases} \quad (2.43)$$

Bu yerda barcha  $n \in N$  lar uchun  $\alpha_n \in (0, 1]$  va  $\beta_n \in [0, 1]$

Taqdim etilgan iteratsiya turlari o'rtasidagi bog'liqliklar 2.17-rasmda ko'rsatilgan (2.17-rasmga qarang).

$X=C$  Banach fazosi bo'lib, barcha  $n \in N$  uchun  $z_0 \in C$  va  $\alpha_n = \alpha, \beta_n = \beta, \gamma_n = \gamma, a_n = a, b_n = b$  o'rinli bo'lib  $\alpha \in (0, 1], \beta, \gamma, a, b \in [0, 1], \alpha + \beta \in (0, 1], a + b \in [0, 1]$ .

Shunday qilib,

$$\alpha + \beta \in (0, 1], \quad \text{bunda} \quad \sum_{n=0}^{\infty} (\alpha_n + \beta_n) = \sum_{n=0}^{\infty} (\alpha + \beta) = \infty.$$

Nyutonning umumlashgan ildiz topish usuli. Birinchidan, murakkab ko'phadning ildizlarini topish uchun Nyuton usulidan foydalaniladi.

Keyinchalik, [43; 2-8-b.] dan so‘ng, asosiy iteratsiya oilasi va Yeyler-Shryoder iteratsiya sinfi nuqtai nazaridan tasvirlangan yuqori tartibli iteratsiyalardan foydalanadigan ba’zi sistemalar taqdim etilgan.

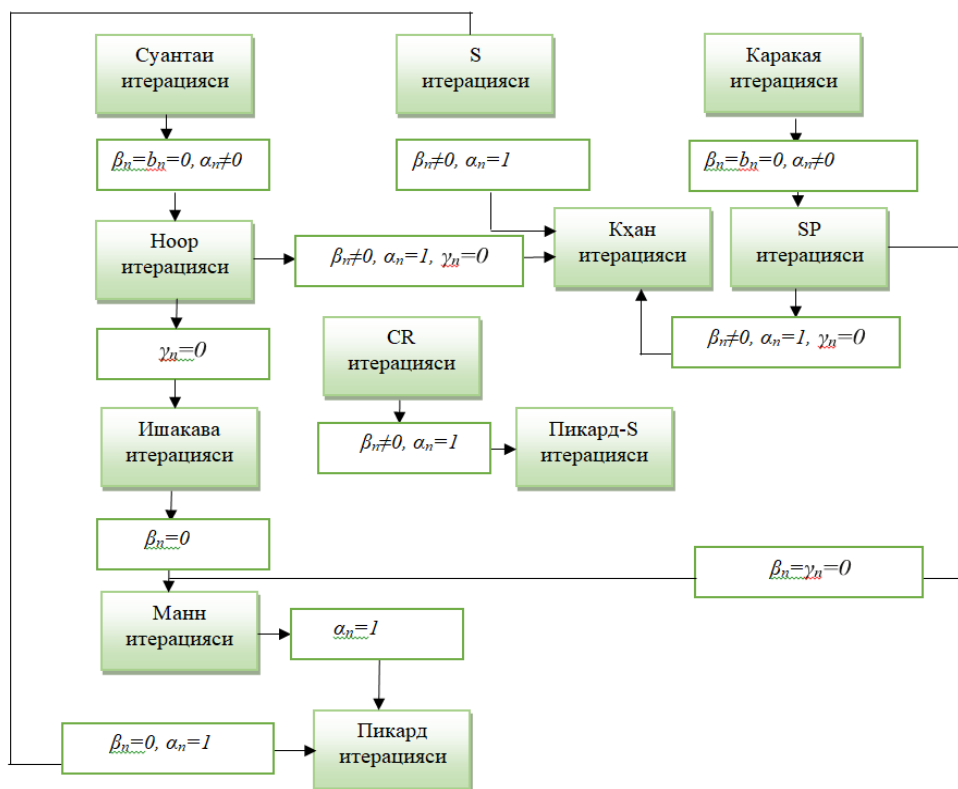
Shuningdek, kompleks o‘zgaruvchiga ega bo‘lgan polinom tenglamani yechish uchun formulalar to‘plami keltirilgan. Ushbu formulalarda standart Pikard iteratsiyasi har xil turdagi nostandart iteratsiyalar bilan almashtiriladi.

- Pikard iteratsiyasi bilan standart Nyuton usuli.

Har qanday murakkab ko‘phadni  $p$  deb belgilaymiz. Nyutonning  $p$  uchun standart ildizni topish tartibi quyidagi formula bilan berilgan:

$$z_{n+1} = N(z_n), \quad n = 0, 1, 2, \dots,$$

Bu yerda  $N(z) = z - \frac{p(z)}{p'(z)}$ , va  $z_0 \in C$  boshlang‘ich nuqtadir.



2.17-rasm. Iteratsiyalarning bog‘liqlik diagrammasi



Asosiy iteratsiyalar oilasi.  $p \geq 2$  bo'lsin.  $D_m: C \rightarrow C$  funksiyalar ketma-ketligi quyidagi tarzda aniqlanadi:  $D_0(z) = 1$  va  $m > 0$  uchun hol uchun

$$D_m(z) = \det \begin{bmatrix} p'(z) & \frac{p''(z)}{2!} & \dots & \frac{p^{(m-1)}(z)}{(m-1)!} & \frac{p^{(m)}(z)}{m!} \\ p(z) & p'(z) & \ddots & \ddots & \frac{p^{(m-1)}(z)}{(m-1)!} \\ 0 & p(z) & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \frac{p''(z)}{2!} \\ 0 & 0 & \dots & p(z) & p'(z) \end{bmatrix}. \quad (2.44)$$

Keyin iteratsiyalarning asosiy oilasining elementlari quyidagicha aniqlanadi:

$$B_m(z) = z - p(z) \frac{D_{m-2}(z)}{D_{m-1}(z)}, \quad m = 2, 3, \dots \quad (2.45)$$

Endi asosiy sinfning dastlabki uchta elementi quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$B_2(z) = z - \frac{p(z)}{p'(z)},$$

$$B_3(z) = z - \frac{2p'(z)p(z)}{2p'(z)^2 - p''(z)p(z)},$$

$$B_4(z) = z - \frac{6p'(z)^2 p(z) - 3p''(z)p(z)^2}{p'''(z)p(z)^2 + 6p'(z)^3 - 6p''(z)p'(z)p(z)}.$$

$B_2$  Nyuton usuli,  $B_3$  esa Halley usuli ekanligini ko'rish mumkin. [43; 4-b.] da  $D_m$  funksiyalaridan foydalanib, Kalantari Parametrik asosiy sinfi aniqladi:

$$B_{m,\lambda}(z) = z - \lambda p(z) \frac{D_{m-2}(z)}{D_{m-1}(z)}, \quad (2.46)$$

Bu yerda  $m = 2, 3, \dots$  va  $\lambda \in \mathbb{C}$ . Shu o'rinda,  $\lambda = 1$  uchun Parametrik asosiy sinf elementi kamayadi.

Eyler-Schroderning iteratsiyalar sinfi. Ushbu sinfning dastlabki elementlari quyidagi shaklga ega:

$$E_2(z) = z - \frac{p(z)}{p'(z)},$$

$$E_3(z) = E_2(z) + \left( \frac{p(z)}{p'(z)} \right)^2 \frac{p''(z)}{2p'(z)},$$

$$E_4(z) = E_3(z) - \left( \frac{p(z)}{p'(z)} \right)^3 \left( \frac{p'''(z)}{6p'(z)} - \frac{p''(z)}{2p'^2(z)} \right),$$

$$E_5(z) = E_4(z) + \left( \frac{p(z)}{p'(z)} \right)^4 \left( \frac{p^{IV}(z)}{4!p'(z)} - \frac{5p''(z)p'''(z)}{12p'^2(z)} + \frac{5p''^3(z)}{8p'^3(z)} \right).$$

$E_2$  Nyuton usuli ekanligi ma'lum. Sinfning qolgan elementlarining kelib chiqishi [40; 17-30-b.] da keltirilgan.

Nostandart takrorlashlar bilan ildizlarni topish usullari. Operatorlardan birini  $G$  bilan belgilab: standart Nyuton usulini ifodalovchi  $N$ ,  $i = 2, 3, \dots$  yoki  $B_m$  uchun  $B_i$ ,  $i = 2, 3, \dots$  uchun  $\lambda \in \mathbb{C}$  yoki  $i = 2, 3, \dots$  uchun  $E_i$  mos ravishda Eyler-Schoder iteratsiyalarining asosiy, parametrik sinf elementlarini ifodalab, standart Pikard iteratsiyasini nostandart iteratsiyalardan biri bilan almashtiriladi. Keyin murakkab  $p$  ko'phadning ildizlarini iterativ ravishda topish uchun quyidagi formulalardan foydalaniladi:

- Mann iteratsiyasi bilan umumlashtirilgan Nyuton usuli (2.34):

$$z_{n+1} = (1 - \alpha)z_n + \alpha G(z_n), n = 0, 1, 2, \dots, \alpha \in (0, 1]$$

- Ishikava iteratsiyasi bilan umumlashtirilgan Nyuton usuli (2.35):

$$\begin{cases} z_{n+1} = (1 - \alpha)z_n + \alpha G(v_n), \\ v_n = (1 - \beta)z_n + \beta G(z_n), \quad n = 0, 1, 2, \dots \end{cases} \quad (2.47)$$

Bu yerda  $n \in \mathbb{N}$ lar uchun  $\alpha \in (0, 1]$  va  $\beta_n \in [0, 1]$

- Noor iteratsiyasi bilan umumlashtirilgan Nyuton usuli (2.36):

$$\begin{cases} z_{n+1} = (1-\alpha)z_n + \alpha G(v_n), \\ v_n = (1-\beta)z_n + \beta G(w_n), \\ w_n = (1-\gamma)z_n + \gamma G(z_n), \quad n = 0,1,2,\dots \end{cases} \quad (2.48)$$

Bu yerda barcha  $n \in N$  lar uchun  $\alpha \in (0,1]$  va  $\beta, \gamma \in [0,1]$

- Suantai iteratsiyasi bilan umumiyashtirilgan Nyuton usuli (2.37):

$$\begin{cases} z_{n+1} = (1-\alpha-\beta)z_n + \alpha G(v_n) + \beta G(w_n), \\ v_n = (1-a-b)z_n + aG(w_n) + bG(z_n), \\ w_n = (1-\gamma)z_n + \gamma G(z_n), \quad n = 0,1,2,\dots \end{cases} \quad (2.49)$$

Bu yerda  $\alpha \in (0,1], \beta, \gamma, a, b \in [0,1]$  va  $\alpha + \beta \in [0,1], a + b \in [0,1]$ .

- S-iteratsiya bilan umumiyashtirilgan Nyuton usuli (2.33):

$$\begin{cases} z_{n+1} = (1-\alpha)G(z_n) + \alpha G(v_n), \\ v_n = (1-\beta)z_n + \beta G(z_n), \quad n = 0,1,2,\dots \end{cases} \quad (2.50)$$

Bu yerda  $\alpha \in (0,1]$  va  $\beta \in [0,1]$

- SP iteratsiyasi bilan umumiyashtirilgan Nyuton usuli (2.39):

$$\begin{cases} z_{n+1} = (1-\alpha)v_n + \alpha G(v_n), \\ v_n = (1-\beta)w_n + \beta G(w_n), \\ w_n = (1-\gamma)z_n + \gamma G(z_n), \quad n = 0,1,2,\dots \end{cases} \quad (2.51)$$

Bu yerda  $\alpha \in (0,1]$  va  $\gamma, \beta \in [0,1]$

- SR iteratsiyasi bilan umumlashtirilgan Nyuton usuli (2.40):

$$\begin{cases} z_{n+1} = (1-\alpha)v_n + \alpha G(v_n), \\ v_n = (1-\beta)G(z_n) + \beta G(w_n), \\ w_n = (1-\gamma)z_n + \gamma G(z_n), \quad n = 0,1,2,\dots \end{cases} \quad (2.52)$$

Bu yerda  $\alpha \in (0,1]$  va  $\gamma, \beta \in [0,1]$ , chunki  $\alpha \neq 0$  bo'lsa,  $\sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha = \infty$ .

- Khan iteratsiyasi bilan umumlashtirilgan Nyuton usuli (2.41):

$$\begin{cases} z_{n+1} = G(v_n), \\ v_n = (1-\alpha)z_n + \alpha G(z_n), \quad n = 0,1,2,\dots \end{cases} \quad (2.53)$$

Bu yerda  $\alpha \in (0,1]$  .

- Karakaya iteratsiyasi bilan umumiyashtirilgan Nyuton usuli (2.42):

$$\begin{cases} z_{n+1} = (1 - \alpha - \beta)v_n + \alpha G(v_n) + \beta G(w_n), \\ v_n = (1 - a - b)w_n + aG(w_n) + bG(z_n), \\ w_n = (1 - \gamma)z_n + \gamma G(z_n), \quad n = 0, 1, 2, \dots \end{cases} \quad (2.54)$$

Bu yerda barcha  $n \in \mathbb{N}$  lar uchun

$$\alpha \in (0,1], \beta, \gamma, a, b \in [0,1] \quad \text{ba} \quad \alpha + \beta \in (0,1], a + b \in (0,1]$$

- Pikard-S iteratsiyasi bilan umumiyashtirilgan Nyuton usuli (2.43):

$$\begin{cases} z_{n+1} = G(v_n), \\ v_n = (1 - \alpha)G(z_n) + \alpha G(w_n), \\ w_n = (1 - \beta)z_n + \beta G(z_n), \quad n = 0, 1, 2, \dots \end{cases} \quad (2.55)$$

Bu yerda  $\alpha \in (0,1]$  va  $\beta \in [0,1]$

$\{z_n\}_{n=0}^{\infty}$  ketma-ketlik (yoki  $z_0$  nuqta orbitasi)  $p$  ning ildiziga yaqinlashadi yoki yaqinlashmaydi. Agar ketma-ketlik  $z^*$  ildizga yaqinlashsa, u holda  $z_0$  ni  $z^*$  ga yaqinlashadi deyiladi.  $\{z_n\}_{n=0}^{\infty}$  ning  $z^*$  ga yaqinlashadigan barcha boshlang'ich  $z_0$  nuqtalari to'plami  $z^*$  ning tortishish sohasi deyiladi. Havzalar orasidagi chegaralar odatda fraktal xususiyatga ega.

Yuqorida keltirilgan barcha iterativ jarayonlar  $p$  polinomining ildizlariga yaqinlashadi. Faqat konvergensiyaning tezligi va xususiyatlari turlicha bo'lib,  $p$  ildizlarga yaqinlashish hududlari ishlatiladigan iteratsiyalarning har xil turlari uchun turlicha ko'rinadi.

Nostandart iteratsiyalardan foydalanish ko'phadli havzalar shaklini buzadi va ko'phadlarni «fraktal» qiladi. Pikard iteratsiyasi o'rniga umumiy takrorlashlardan foydalanishdan maqsad konvergensiya tezligini oshirish emas, balki estetik jihatdan qiziqarli tasvirlarni yaratishdir.

Konvergensiya testi. Takrorlanuvchi jarayonlarga asoslangan raqamli algoritmlar jarayon uchun to‘xtash mezonini, ya’ni jarayonning yaqinlashganligini yoki yechimga juda yaqinligini bildiruvchi testni talab qiladi. Ushbu turdagi test konvergensiya testi deb ataladi. Umuman olganda, ildizni topish usulidan foydalanadigan iterativ jarayonda standart konvergensiya testi quyidagi shartni qanoatlantirishi kerak:

$$|z_{n+1} - z_n| < \varepsilon, \quad (2.56)$$

bu yerda  $z_{n+1}$ ,  $z_n$  iterativ jarayondagi ketma-ket ikkita nuqta va  $\varepsilon > 0$  aniqlikda.

Rang berish usullari. Ko‘rib chiqilgan boshlang‘ich nuqta uchun ildizni topish usulini takrorlash jarayonida konvergensiya testini bajargandan so‘ng, ushbu nuqta uchun rangni aniqlash kerak. Berilgan nuqta uchun rangni aniqlash usuli rang berish usuli deb ataladi.

Birinchi usul  $p$  polinomining barcha  $\{r_1, r_2, \dots, r_n\}$  ildizlarini bilishni talab qiladi. Ko‘phadning har bir  $r_i$  ildizi o‘ziga xos rangga ega bo‘ladi. Shunday qilib, iterativ jarayondan so‘ng  $z_m$  ildiziga yaqinlashib,  $p$  ning eng yaqin ildizini topish uchun metrik moduldan foydalaniladi. Agar eng yaqin marshrut mavjud bo‘lsa, boshlang‘ich nuqtani shu marshrutga mos rang bilan ranglanadi [52; 375-390-b.].

Birinchi usuldan farqli o‘laroq, ikkinchi rang berish usuli ildizlar haqida ma’lumot talab qilmaydi, shuning uchun ikkita polinomni ko‘rsatish usullaridan (koeffitsiyentlar, ildizlar) biri ishlatilishi mumkin. Ushbu usulda rang xaritasi, ya’ni turli xil ranglar jadvalidan foydalanish kerak. Iteratsiyalar sonining  $m$  qiymatli takrorlashidan so‘ng jarayon to‘xtatiladi va uni rang xaritasidagi ranglar indeksiga ko‘rsatadi. Agar rang xaritasidagi ranglar soni maksimal takrorlashlar soniga teng bo‘lsa, u holda takrorlash va ranglar

o‘rtasida birga-bir moslik mavjud. Boshqa hollarda, masshtablashdan foydalanish kerak. Ko‘pincha chiziqli interpolyatsiya qo‘llaniladi. Ya’ni,  $L: \{0,1,\dots,M\} \rightarrow \{0,1,\dots,C-1\}$  xaritalash, bu yerda  $M$  - takrorlashlarning maksimal soni va  $C$  - rang xaritasidagi ranglar soni ekanligidan quyidagi formula hosil qilinadi:

$$L(m) \left\lfloor (C-1) \frac{m}{M} \right\rfloor. \quad (2.57)$$

Ildizni topish usulining yaqinlashish tezligini tasavvur qilish uchun ushbu usuldan foydalaniladi. Muayyan rang xaritalaridan foydalanish ko‘pincha ildizni topish vizualizatsiya jarayonining yashirin, takrorlanmaydigan go‘zalligini ochib beradi.

Ushbu [31; 341-345-b.] adabiyotda Pikover ushbu usuldan ko‘rib chiqilayotgan funksiyaning turli harakat nuqtalarini vizual ravishda ajratib ko‘rsatishga yordam beruvchi kontur chiziqlarini yaratish uchun foydalangan (ma’lum polinom uchun ildizni topish usuli). Buning uchun u ikkita rang (qora, oq) uchun quyidagi masshtablash funksiyasidan foydalangan:

$$P: \{0,1,\dots,M\} \rightarrow \{0,1\}$$

$$P(m) = m \bmod 2. \quad (2.58)$$

Oxirgi rang berish usuli oldingi ikkita usulning xususiyatlarini birlashtiradi. Bir vaqtning o‘zida ildizni topish usuli va yaqinlashuv tezligidan foydalaniladi. Bu usulda, xuddi birinchi usul kabi,  $p$  ko‘phadning  $\{r_1, r_2, \dots, r_n\}$  ildizlarini aniqlash kerak va har bir ildiz o‘z rangini  $\{c_1, c_2, \dots, c_n\}$  dan oladi. Takrorlash jarayonini to‘xtatgandan so‘ng, ildiz  $z_m$  taxmin qilinib,  $p$  ning eng yaqin ildizini topish uchun modul ko‘rsatkichidan foydalaniladi. Endi boshlang‘ich nuqta rangini eng yaqin ildiz rangiga berib, takrorlashlar

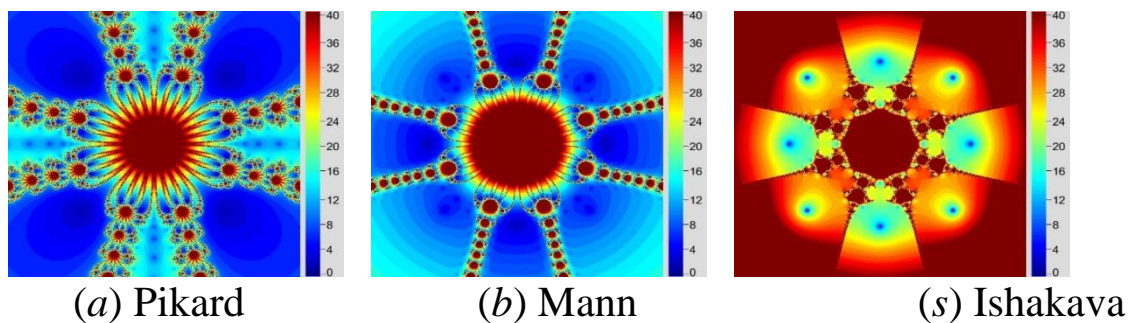
soni  $m$  dan foydalanib, bu rangga soya solinadi. Rang bilan ishlashni osonlashtirish uchun uni Hue, Saturation, Brightness (HSB) rang maydonida aks ettirish kerak. Bu bo‘shliqda Hue rang turiga (asosiy rang) va to‘yinganlik rang soylariga ishora qiladi. To‘yinganlik bilan takrorlash sonini xaritalash uchun chiziqli interpolyatsiyadan ham foydalanish mumkin. Agar RGB (qizil, yashil, ko‘k) rang maydonidan foydalanilsa, jarayon murakkablashadi. Shu tarzda, vizualizatsiya jalb qilish sohasini va rang intensivligi bilan ifodalangan konvergensiya tezligini ko‘rsatish uchun turli xil ranglardan foydalanadi.

Ko‘phadlarni yaratish. Ko‘phad yaratish usullarining bir necha qismlarini birlashtirib, 1-algoritmida psevdokod sifatida taqdim etilgan algoritmnini olamiz.

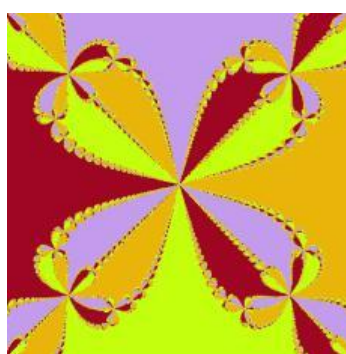
Algoritmga kirish (2.31) yoki (2.32) ko‘rinishda berilgan  $p$  ko‘phaddan,  $A$  kompleks tekisligidagi polinom hosil bo‘ladigan maydondan va  $A$  ning har bir nuqtasi uchun bajariladigan takrorlashlarning maksimal sonidan iborat. Yakuniy kiritish parametri tanlangan ildizni topish usuli uchun  $I_q$  iterativ usuli hisoblanadi.  $q$  indeksi iterativ usulning parametr vektori, ya’ni  $q \in \mathbb{C}^N$ . Bu yerda  $N$  iteratsiyadagi parametrlar soni. Pikard usuli uchun  $I_q$  o‘rniga  $I$  takrorlash qo‘llaniladi. Bundan tashqari, ba’zi bir konvergensiyaning tekshirish va bo‘yash usullari aniqlanishi kerak.

$p_2(z) = z^4 + 4$ ,  $M = 40$ ,  $\varepsilon = 0.001$ ,  $A = [-2, 2]^2$  parametrlardan foydalangan holda hosil qilingan polinomiograflar

b) Mann:  $\alpha = 0.5$ , s) Ishakava:  $\alpha = 0.1, \beta = 0.1$ ,



2.18-rasm. Iteratsiyaning haqiqiy qiymatli parametrlari uchun olingan natijalar

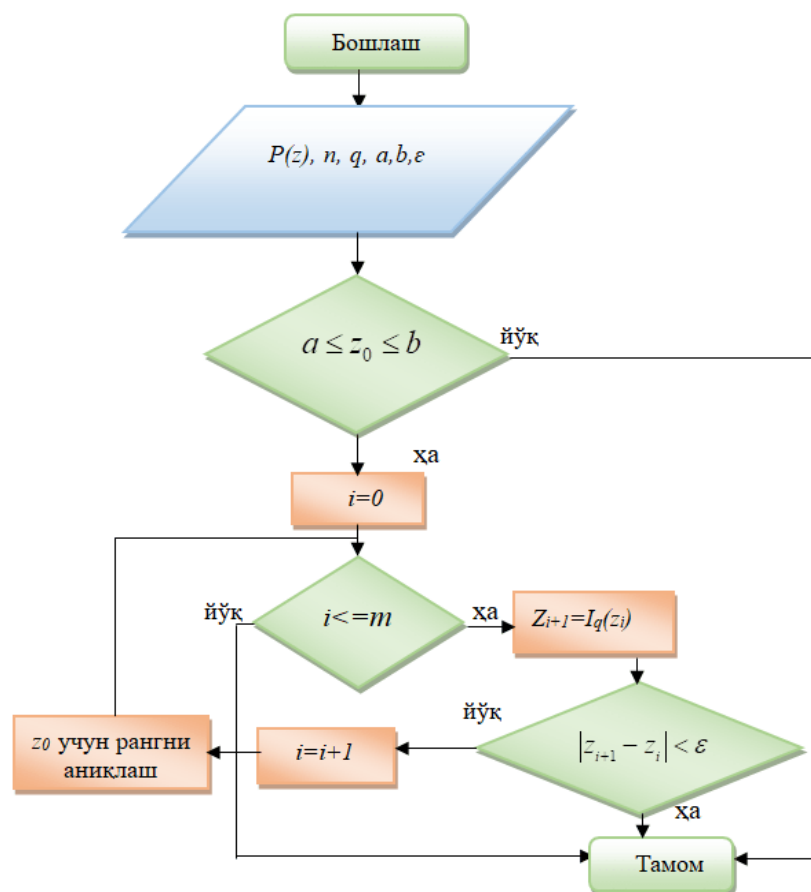


2.19-rasm.  $p_1(z) = z^4 - 2$ ,  $n = 200$ ,  $\varepsilon = 1.e-8$ ,  $M = 1000$ ,  $A = [-1, 1]^2$  parametrlardan foydalangan holda hosil qilingan polinomiograf.

1-algoritm: Polinom avlod

Kiritish:  $p \in C[Z]$  – polinom,  $A \subset C$  – maydon,  
 $M$  – takrorlanishlarning maksimal soni,  $I_q$  – Nyuton usuli bilan  
 umumlashtirilgan Iteratsion usul,  $q \in C^N$  – takrorlash parametri.





2.20-rasm. A domeni uchun polinomni aniqlash algoritmi

Ushbu turdagi iteratsiya bo‘yicha olingan natijalar shuni ko‘rsatadiki, tanlangan ko‘phadlar qiziqarli naqshlarni hosil qiladi.

### 2.5§. Aylana va yulduzsimon fraktallarni deformatsiyalash natijasida inversion fraktallar to‘plamini ishlab chiqish

Aylanalarni teskari aylantirish (aylanalarning inversiyasi), uning Loci tekisligi Freganing Apollonius kitobida keltirilgan bo‘lib, Apolloniy aylanalarning inversiyasini kiritganidan beri bu tushuncha geometriyada ko‘p qo‘llaniladi [29; 231-243-b.].

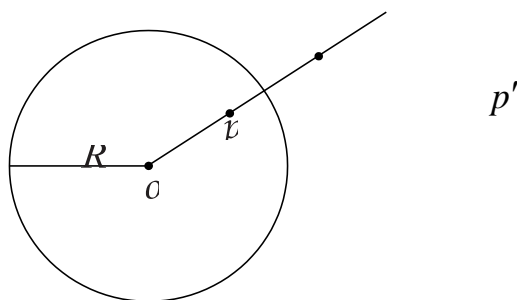
Ta’rif 1.  $C$  - markazi  $o$  va radiusi  $R$  bo‘lgan aylana bo‘lsin va  $p$  -  $o$  nuqtadan tashqari bo‘lgan ixtiyoriy nuqta bo‘lsin. Agar  $p' r(t) = o + t(p - o)$  nuridagi nuqta bo‘lsa, bu yerda  $t \in [0, \infty)$ , quyidagi tenglamani qanoatlantiradi [48; 71-72-b.]:

$$d(o, p) \cdot d(o, p') = R^2, \quad (2.59)$$

bu yerda  $d: \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow [0, \infty)$  - Yevklid metrikasi va  $p'$   $C$  aylana uchun  $p$  ning o'zaro nisbati (2.20-rasmga qarang).  $o$  nuqta inversiya markazi,  $C$  esa inversiya aylanasi deyiladi.  $p$  ni olib, uni  $p'$  ga aylantiruvchi transformatsiya aylana inversiya transformatsiyasi deb ataladi va  $I_C$  bilan belgilanadi.

(2.64) munosabatdan aylana inversiya transformatsiyasining algebraik tenglamasini qurish mumkin [36; 797-804-b.]. Agar  $o = (x_o, y_o)$  va  $p = (x_p, y_p)$  desak,  $I_C$  quyidagi ko'rinishdagi formulaga ega bo'ladi:

$$p' = I_C(p) = (x_o, y_o) + \frac{R^2}{(x_p - x_o)^2 + (y_p - y_o)^2} (x_p - x_o, y_p - y_o). \quad (2.60)$$



2.21-rasm: Markazi  $o$  va radiusi  $R$  bo'lgan aylana uchun  $p$  ning inversiyasi

1-ta'rifga asosan  $p$  nuqta  $o$  dan boshqa ixtiyoriy nuqta hisoblanadi, lekin ta'rifni  $o$  ga ham qo'llash mumkin [36; 797-804-b.]. Agar  $p = o$  bo'lsa,  $I_C(o) = \infty$  va  $p = \infty$  bo'lsa,  $I_C(\infty) = o$  bo'ladi. Natijada  $I_C \widehat{\mathbb{R}}^2 = \mathbb{R}^2 \cup \{\infty\}$  sifatida aniqlanadi.

Ta'rif 2. Oddiy  $P$  ko'pburchak yulduzsimon bo'ladi, agar  $P$  dan tashqarida bo'lmagan  $z$  nuqta mavjud bo'lsa,  $P$  ning barcha  $p$  nuqtalari uchun  $\overline{zp}$  chiziq segmenti to'liq  $P$  ichida yotsa. Yuqoridagi xususiyatga ega bo'lgan  $z$  nuqtalarining joylashuvi  $P$  ning yadrosidir [60; 1072-1101-b.].

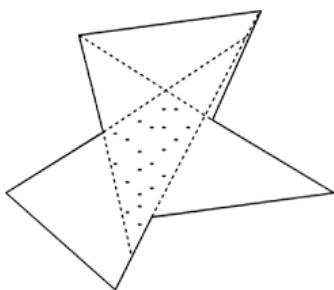
Barcha qavariq ko'pburchaklar yulduzli ko'pburchaklar bo'lib, ularning ichida yadro mavjud [45; 195-201-b.]. Yulduzli ko'pburchakning

yadrosi doimo qavariq bo‘ladi. 2.21-rasmda yulduzli ko‘pburchakka misol keltirilgan.

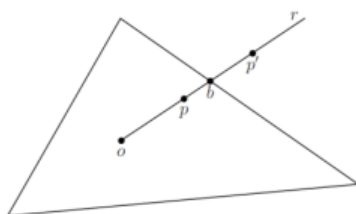
Yulduz shaklidagi ko‘pburchak tushunchasini to‘plamga quyidagicha umumlashtirish mumkin:

Ta’rif 3.  $\mathbb{R}^2$  ning  $S$  to‘plami yulduzdir, agar har bir  $p \in S$  nuqta uchun  $z \in \text{int } S$  nuqtasi mavjud bo‘lsa (bu yerda  $\text{int } S$   $S$  ning ichki qismini bildiradi),  $\overline{zp}$  chiziqli segmenti to‘liq  $S$  ichida joylashgan. Uning trayektoriyasi bo‘yicha xossalarga ega bo‘lgan  $z$  nuqta  $S$  ning yadrosidir [101; 319-328-b.].

2.22-rasm: Yulduzsimon ko‘pburchaklar va ularning yadrolari



2.23-rasm: Yulduz shakllarining (uchburchaklar) berilgan to‘plami uchun  $p$



ning inversiyasi.

$S$  yulduzlar to‘plami va  $S$  yadrosiga tegishli bo‘lgan  $o$  nuqta mavjud bo‘lsin. Bundan tashqari,  $o$  dan boshqa  $p$  nuqta bor deb faraz qilib,  $S$  ga nisbatan  $p$  ning inversiyasi aniqlanadi. Buning uchun  $o$  dan  $p$  -  $o$  ga  $r$  nur o‘tkaziladi. Ya’ni,  $r(t) = o + t(p - o)$ ,  $t \in [0, \infty)$  uchun  $S$  ning chegarasi va kesishmasi  $b$  aniqlanadi (2.22-rasmga qarang).  $S$  yulduzsimon bo‘lgani va  $o$  uning yadrosiga tegishli bo‘lgani uchun  $b$  nuqta yagonadir. Agar quyidagi tenglama bajarilsa, u  $S$  ga nisbatan  $p$  ning inversiyasi deyiladi:

$$d(o, p) \cdot d(o, p') = [d(o, b)]^2. \quad (2.61)$$

Aylana inversiyasi uchun  $o$  nuqta inversiya markazi deb ataladi.  $p$  ni qabul qilib, uni  $p'$  ga aylantiruvchi transformatsiya yulduz shaklidagi to'plam inversion transformatsiyasi deb ataladi va u  $I_S$  bilan belgilanadi. Albatta, shunga o'xshash tarzda,  $I_S$  ta'rifini  $o$  ga umumlashtirish mumkin, shuning uchun  $I_S(o) = \infty$  va  $I_S(\infty) = o$ .

$I_S$  uchun algebraik ifoda quyidagi  $I_C$  formulaga juda o'xshash shaklga ega. Agar  $o = (x_0, y_0)$  va  $p = (x_p, y_p)$  bo'lsa,  $I_S$  quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$p' = I_S(p) = (x_o, y_o) + \frac{[d(o,b)]^2}{(x_p - x_o)^2 + (y_p - y_o)^2} (x_p - x_o, y_p - y_o). \quad (2.62)$$

$S \hat{\mathbb{R}}^2$  ni uchta komponentga ajratadi:  $B = \text{int } S$  (chegara komponenti),  $U = \hat{\mathbb{R}}^2 \setminus S$  (chegarasiz komponent) va  $\partial S$ . Yulduz shaklidagi to'plam inversiyasi transformatsiyasi aylana inversiyasiga o'xshash quyidagi xususiyatlarga ega:

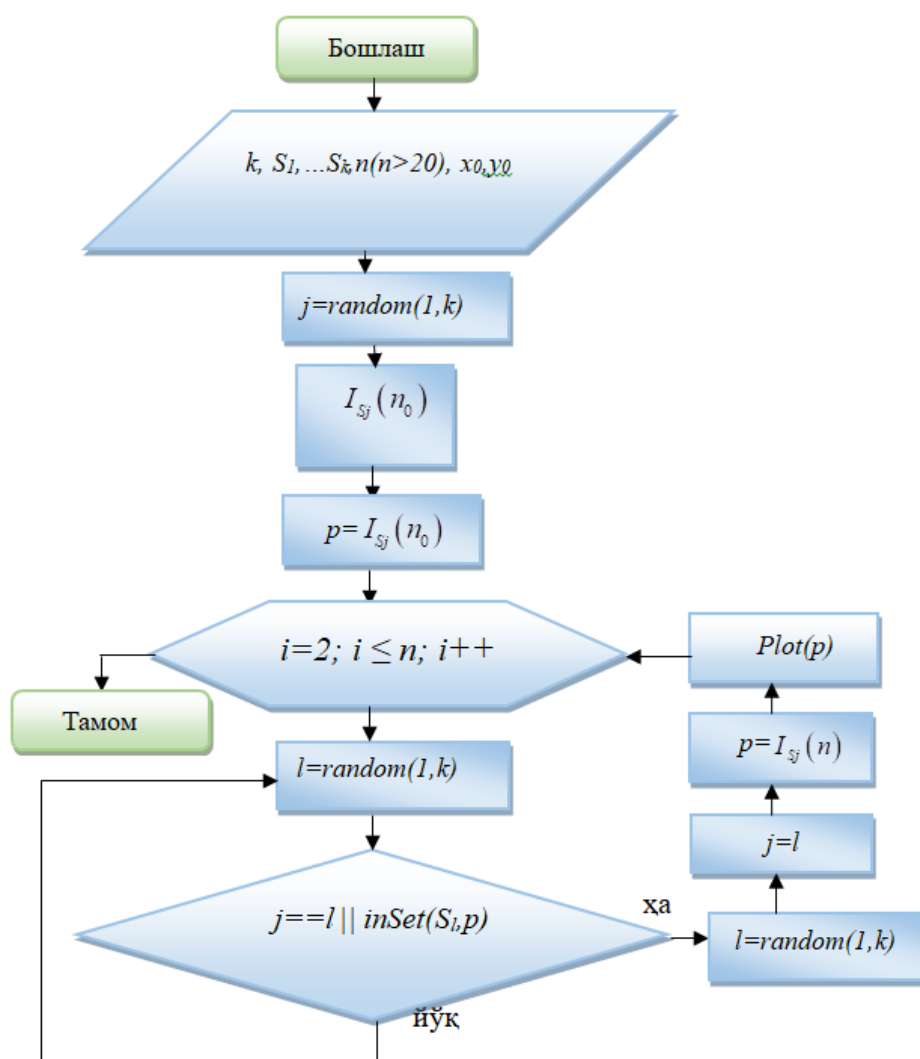
1.  $I_S$   $B$  va  $U$  almashinadi,
2.  $I_S$  - bu  $C$  dagi identifikasiya,
3.  $I_S$  -  $U$  dagi qisqarish va  $B$  dagi kengayish,
4.  $I_S$  involyutsiya, ya'ni barcha  $p \in \hat{\mathbb{R}}^2$  uchun  $I_S(I_S(p)) = p$ .

Yulduz shaklidagi inversion to'plam transformatsiyasining ta'rifi va uning xususiyatlariga ko'ra yulduz shaklidagi to'plam inversiya fraktallarining yaqinlashuvini yaratish algoritmi qurildi (1-algoritmga qarang). Ushbu algoritm Frame va Cogevina tomonidan taklif qilingan stoxastik inversiya algoritmining o'zgartirilgan holdir [36; 797-804-b.]. O'zgarish inversion aylana konvertatsiyasi o'rniga yulduz shaklidagi to'plam invert konvertatsiyasidan foydalanishdan iborat.

1-algoritm: Tasodifiy inversiya algoritmi.

Kirish:  $S_1, \dots, S_k$  - tanlangan inversiya markazlari bilan yulduz shaklidagi to'plamlar,  $p_0$  -  $S_1, \dots, S_k$  dan tashqaridagi boshlang'ich nuqtasi,  $n > 20$  - takrorlashlar soni.

Natija: Cheklangan to'planning chegaraviy yaqinlashishi (yulduz shaklidagi inversion fraktallar to'plami).



2.24-rasm: Tasodifiy inversiya algoritmining blok sxemasi

Fraktalning tasodifiy parametrlarini yaratish uchun yulduzlar to'plamining inversion o'zgarishlari, barcha yulduzlar to'plamidan tashqaridagi boshlang'ich nuqta va bir qator iteratsiyalar kerak bo'ladi. Birinchidan, inversiya tasodifiy tanlanadi va boshlang'ich nuqtasini o'zgartirish uchun ishlatiladi. Chunki boshlang'ich nuqta transformatsiyani

belgilovchi yulduzlar to‘plamidan tashqarida bo‘ladi, ya’ni u transformatsiyaning cheksiz  $U$  komponentiga kiradi va 1-xususiyatga ko‘ra o‘zgartirilgan nuqta transformatsiyaning  $B$  chegara komponentida konvertatsiya bo‘ladi. Keyin u har bir iteratsiyada ikkita cheklov bilan tasodifiy transformatsiyani tanlaydi. Birinchi cheklov shundan iboratki, oldingi iteratsiyada ishlatilgan konvertatsiya bilan nuqtalar o‘zgartirilmaydi [39; 29-36-b.]. Bu cheklash  $I_S$  involyusiya ekanligidan kelib chiqadi (2.62-ifoda). Ushbu cheklovsiz fraktalga yaqinlashadigan nuqtalar sonini kamaytirish mumkin va yaxshiroq yaqinlashtirish uchun ko‘proq iteratsiyalar talab qilinadi. Ikkinchi cheklov shundan iboratki, nuqtani chegaralovchi  $B$  komponentining ichida joylashgan konvertatsiya bilan o‘zgartirish amalga oshirilmaydi. Bu chegara 2.66-ifodaning natijasidir. Transformatsiya kengayish emas, balki qisqarishdir, chunki konvertatsiyaning kengaytma bo‘lishiga ruxsat berish o‘zgartirilgan nuqtalarni chetga surib qo‘yishi va yaqinlashuvni murakkablashtirishi mumkin. Shuningdek, qisqarish algoritmnining yaqinlashishini isbotlaydi. Agar o‘zgartirish tanlansa, u oldingi iteratsiyadagi nuqtalarga aylanadi. IFS uchun tasodifiy iterativ algoritmda bo‘lgani kabi, dastlabki bir nechta nuqtalar o‘tkazib yuboriladi, chunki ular yaqinlashishning bir qismi emas. Algoritm dastlabki 20 ta qadamni o‘tkazib yuboradi.

Algoritm takrorlash orqali chegaraga yetganda, hosil qilingan nuqtalar (boshlang‘ich nuqtaning orbitalari) cheklangan chegaralar to‘plamiga, ya’ni nuqta trayektoriyalarining chegaraviy to‘plamiga yaqinlashadi. Agar ba’zi orbita  $p_i$  nuqta yulduzlar to‘plamida  $S_j$  bo‘lsa, u holda keyingi orbita nuqta  $p_{i+1}$   $I_{S_j}(p_i)$  bo‘lishi mumkin emas [33; 689-699-b.]. Cheklangan chegaralar to‘plami (aylanalar uchun) atamasi Klansi va Frame tomonidan kiritilgan.

Algoritmni yaqinlashuvining isboti Smit tomonidan taqdim etilgan aylana inversiya algoritmining isbotiga o'xshash [88; 23-54-b.].

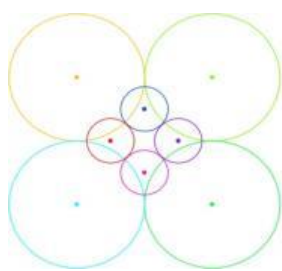
Algoritm tomonidan olingan fraktal yaqinlashish algoritmda qo'llaniladigan o'zgarishlarni belgilaydigan yulduz shakllari to'plami bilan o'ralgan hududda joylashgan. Bu ikkinchi cheklov va (2.59) ifodadan kelib chiqadi. Ikkinchi cheklov o'zgartirilishi kerak bo'lgan nuqta konvertatsiyaning cheksiz komponentida bo'lishini asoslaydi va (2.55) ifoda transformatsiyadan keyingi nuqtaning ichida chegara komponenti ekanligini aniqlaydi. Shu tarzda yaratilgan har bir nuqta algoritmda qo'llaniladigan ba'zi transformatsiyalarning cheklangan komponenti ichida joylashadi.

Tabiiyki, aylana yulduz shakllari to'plamidir. Agarda, yadroga tegishli aylananing markazi inversiya markazi bo'lsa, yulduz shaklidagi to'plam inversiya transformatsiyasi Sek dan aylana inversiyasi transformatsiyasiga kamayadi. Lekin aylanalar uchun ichkaridagi yadrodan istalgan nuqtani olish mumkin. Misollar shuni ko'rsatadiki, aylanalarning inversiya markazini o'zgartirish dastlabki aylana inversiya fraktalini deformatsiya qilish imkoniyatini beradi [92; 1075-1079-b.].

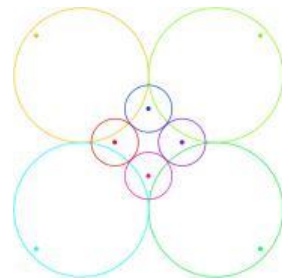
Ko'pburchaklar va aylanalar kabi oddiy shakllar uchun yulduz to'plamini o'zgartirishni amalga oshirishda nurlar bilan kesishishlarni topish va nuqta berilgan shaklda mavjudligini aniqlash uchun mavjud algoritmdan foydalanish mumkin[2; 301-304-b.].

Tadqiqotda faqat  $2D$  o'zgarishlar ko'rsatilgan bo'lsada, yuqoridagi fikrlarni  $3D$  gacha kengaytirish mumkin.  $3D$  da ishlatiladigan to'plam  $2D$  dagi yulduzlar to'plamiga o'xshash xususiyatlarga ega bo'lishi kerak [73; 1467-1483-b.].

2.25-rasmda keltirilgan misol aylanasimon inversion fraktaldagi inversiya markazini o'zgartirish jarayonidagi natijani ko'rsatadi. Fraktal sakkizta doira bilan ifodalanadi. 2.25(a)-rasmda Frame va Kogevina usulida olingan fraktal ko'rsatilgan. 2.25(b)-rasmda katta doiraning inversiya markazi aylana chegarasiga yaqin diagonal siljiganligi ko'rsatilgan. E'tibor berilsa, fraktalning shakli o'zgaradi va nuqtalarni kengaytirib boradi. 2.25(c)-rasmda kichik doiraning inversiya markazi aylana chegarasiga yaqinlashishi uchun o'zgartirilganligi ko'rsatilgan. Bundan tashqari, bu holda, shakl nuqtadan keyin keladi. 2.25(d)-rasmda barcha katta doiralarning inversiya markazlari va ikkita kichikroq doiralarning inversiya markazlari (2.25-rasmda mos ravishda yuqori va pastki pozisiyalar) o'zgarishi ko'rsatilgan. Katta doiraning markazi assimetrik ravishda siljiydi. Bu shaklning markaziy simmetriyasini yo'qotishiga olib keldi, ammo aksimetriya saqlanib qoldi. Agar teskari markazni butunlay assimetrik tarzda ko'chirilsa, assimetrik naqsh olinadi. Bu misollardan ko'rinib turibdiki, aylana inversiya fraktalini osongina deformatsiya qilish mumkin.

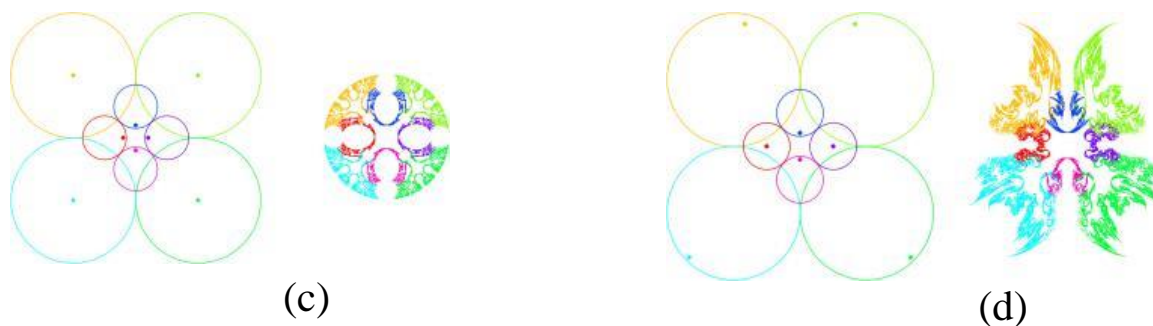


(a)

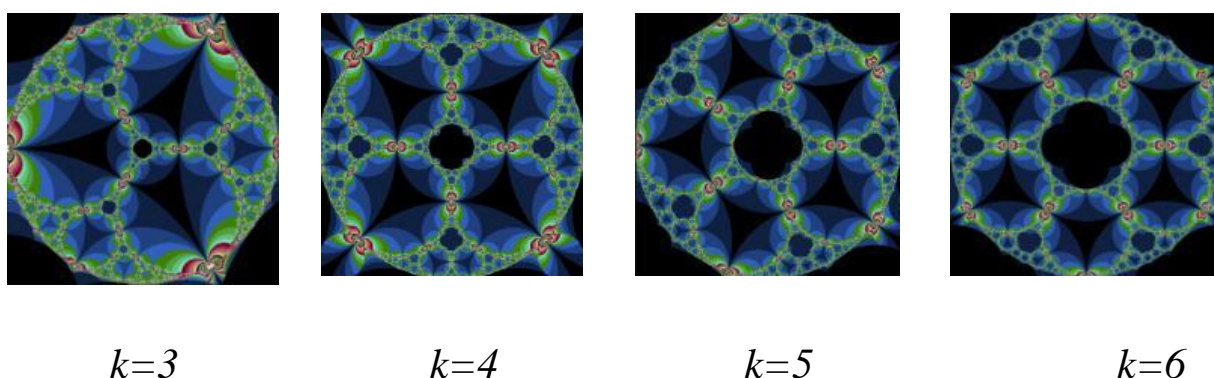


(b)





2.25-rasm: Aylana va yulduzsimon inversion fraktallar to‘plamida aylana bo‘ylab inversiya markazini o‘zgartirishga misol.



2.26-rasm:  $k$  ning turli qiymatlarida tasodifiy inversiya algoritmini qo‘llab,  $n < 70$  holat uchun olingan natijalar

Ushbu tadqiqot natijasida aylana inversiyasi transformatsiyasini yulduz shakllari to‘plamiga umumlashtirish va natijada aylana inversion fraktalini, yulduzsimon inversion fraktallarni yaratish algoritmi takomillashtirildi.

## II bob bo‘yicha xulosalar

1. Geometriyaning asosiy tushunchalari va shakllaridan foydalanib fraktal shakllar uchun matematik modellar va rekursiv algoritmlar ishlab chiqilgan. Iteratsiyaning turli qiymatlarida turli rang modellaridan foydalanib murakkab fraktal tasvirlar yaratildi.

2. RFM usulini qo‘llagan holda fraktal ko‘rinishdagi shakllar, ya’ni aylanasiimon (bog‘langan aylanalar, kesishuvchi aylanalar, urinishli

kesishuvchi aylanalar, eksklyuziv antena, ichki fylanalari kesishadigan), daraxtsimon (Pifagor daraxti, Keyli daraxti, daraxt ko‘rinishli) va Serpin kvadrat gilami, Serpin egri chizig‘i fraktallarning tenglamasi qurildi va algoritmlari ishlab chiqildi.

3. Iteratsion usullar va polimiograflardan foydalanib fraktal tasvirlarni hosil qilishning matematik model va algoritmi takomillashtirildi.

4. L-tizimlar usuli asosida hosil qilingan daraxtsimon fraktallarni vizuallashtirish amalga oshirildi.

5. Aylana va yulduzsimon fraktallarni deformatsiyalash natijasida yangi ko‘rinishdagi inversion fraktallarni hosil qilish algoritmi ishlab chiqildi.

### **III BOB. MURAKKAB FRAKTAL TUZILISHLI MILLIY NAQSHLARNI CHIZISHNI AVTOMATLASHTIRUVCHI DASTURIY MAJMUUA ISHLAB CHIQISH**

IntelliJ IDEA muhiti birinchi marta 2001 yilda chiqarilgan bo‘lib, Windows, macOS va Linux operasion tizimlari uchun mo‘ljallangan. Bu muhitdan birinchi navbatda Java dasturlash tilida dasturiy ta‘minotni ishlab chiqish uchun foydalaniladi, shuningdek boshqa tillarni ona tilida yoki plugin yordamida qo‘llab-quvvatlaydi [24; 561-b.]. Shuningdek, u Google ning Android Studio uchun asosi bo‘lib, Android dasturlarini yaratish uchun rasmiy ishlab chiqish muhiti hisoblanadi.

IntelliJ IDEA ham “Hamjamiyat” nashrida, ham “Ultimate” tijorat nashrida taqdim etiladi, turli darajadagi tillarni qo‘llab-quvvatlaydi. “Ultimate Edition” ko‘plab mashhur texnologiyalar va ramkalarni qo‘llab-quvvatlaydi, jumladan AJAX, Android, Django, JBoss, Ruby on Rails, Struts, Goben. IntelliJ IDEA - bu integrasiyalashgan rivojlanish muhiti Java uchun o‘zaro faoliyat platforma (IDE). IDE ko‘plab pluginlar bilan kengaytirilishi mumkin, bu uni yanada mukammal dasturga aylantiradi.

Foydalanuvchi IntelliJ IDEA ning har bir jihati ishlab chiquvchilarning samaradorligini maksimal darajada oshirish uchun mo‘ljallanganligini aniqlaydi. Dasturning kuchli statik kod tahlili ham, ergonomik dizayni ham rivojlanish samaradorligini oshiradi. Agar boshqa IDElar bilan taqqoslasak, ular buni samarali tajribaga aylantirishi mumkin. IntelliJ IDEAning umumiy xususiyatlari Smart kodni to‘ldirish. Asosiy tugatish ko‘rinadigan doiradagi sinflar, usullar, maydonlar va kalit so‘zlarning nomlarini taklif qilsa, aqlli kodni to‘ldirish faqat u paydo bo‘lgan kontekstda kutilgan turlarni taklif qiladi. IntelliJ IDEA - bu IDE Java, shuningdek, turli xil SQL, JPQL, HTML,

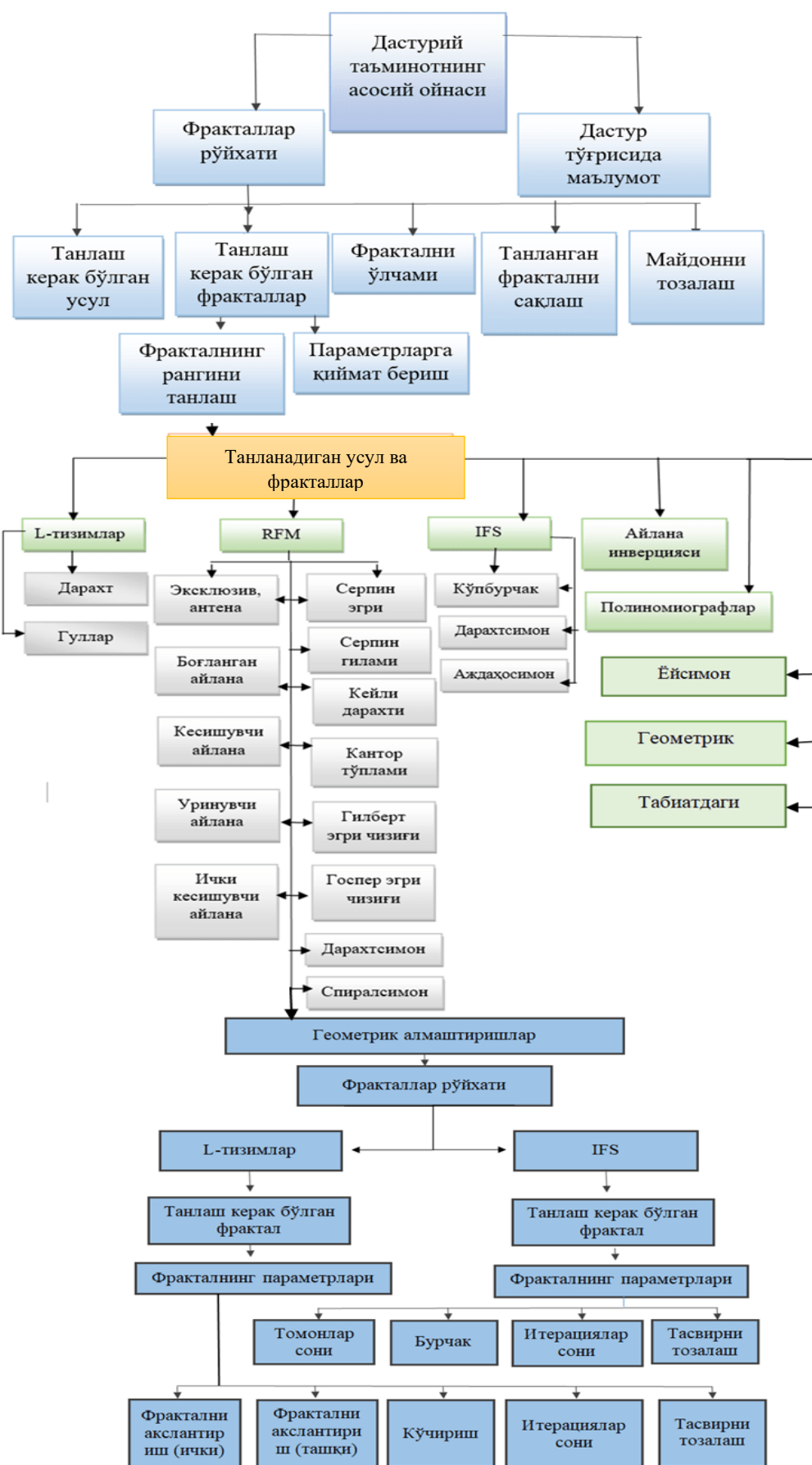
JavaScript va boshqalar uchun ruxsatni ta'minlaydi, bunda aqlli kodlash yordam beradi. IDE loyihaning kattaroq rasmiga e'tiborini qaratishi uchun foydalanuvchi ehtiyojlarini bashorat qiladi va zerikarli, takrorlanadigan rivojlanish vazifalarini avtomatlashtiradi.

Tadqiqot ishining ushbu bobida landshaft dizayniga oid fraktallarni qurishning dasturiy majmuasi zamonaviy dasturlash tili *Java* va *Python* da yaratildi. Dasturiy ta'minotdan foydalanish yo'riqnomasi bayon etildi. Fraktallar qurish bo'yicha hisoblash eksperimentlari o'tkazildi va natijalari rastrli grafikada keltirildi.

### **3.1§. Milliy nashqlarda murakkab fraktal tuzilishlar dizayniga oid fraktallarni qurishning dasturiy majmua tuzilmasini ishlab chiqish**

Mazkur bo'limda 2 bobda ishlab chiqilgan geometriyaning primitiv shakllari va asosiy tushunchalaridan foydalangan holda ishlab chiqilgan matematik model va rekursiv algoritmlar yordamida landshaft dizayniga oid fraktallarni chizish uchun dasturiy muhit yaratildi [97,16,17,18,15]. Yaratilgan dasturiy ta'minotning blok-sxemasi 3.1-rasmda keltirildi.

Dasturiy muhitning umumiy ishlash tartibi quyidagi blok-sxemada keltirilgan.



3.1-rasm. “Fraktal gazlama” nomli dasturiy muhitning umumiy blok-sxemasi.

Tadqiqot ishining bu bo‘limida ishlab chiqilgan matematik model hamda rekursiv algoritmlar asosida yaratilgan dasturiy majmuadan foydalanish uchun uslubiy ko‘rsatma bayon etilgan.

Ishlab chiqilgan algoritmgaga asoslangan dasturiy muhit yaratilib, iteratsiyaning turli qiymatlarida aylanalardan, to‘rtburchaklardan va ko‘pburchaklardan iborat fraktallarni qurishda foydalaniladi. Dasturiy majmua ishga tushirilishi bilan 3.3-rasmdagi interfeys ekranda paydo bo‘ladi.

Hosil bo‘lgan interfeysdagi birinchi satrni asosiy menyu sarti deb, bu yerda dasturiy ta‘minotning nomi hamda dasturiy ta‘minot bilan ishlashga qulaylik yaratishga mo‘ljallangan komandalar mavjuddir. Dasturiy ta‘minotning ikkinchi satrida qism menyu satri joylashtirilgan bo‘lib, bular “Aylanasimon”, “Muntazam ko‘pburchak”, kabi fraktallarni chizishga imkoniyat yaratuvchi komandalar mavjuddir. Dasturiy ta‘minotning ishchi sohasi ikkita vertikal qismga ajratilgan bo‘lib, ularning birinchi qismida rekursiyaning turli qiymatlarida hosil bo‘ladigan fraktallar tasviri hosil bo‘ladi. Ikkinchi qismida tanlangan geometrik shakllardan iborat fraktallarning turlari (3), ranglar palitrasi (4), o‘lchamlari (5), qadamlar soni (6), chizish, saqlash va tozalashlar (7) tanlab olinadi.

Dasturiy ta‘minotdan aylanasimon va muntazam ko‘pburchakli shakllardan iborat fraktallarni qurishda foydalanilsa, bunda qism menyudan mos komanda tanlanadi.

Dasturiy majmuadan foydalanib 3.4-rasmda keltirilgan qism menyudagi boshqa shakllardan iborat fraktallarni chizish uchun, kerakli fraktalga mos komanda tanlanadi. Bunda 3.5-rasmning ko‘rinishi tanlangan geometrik shaklga mos holda o‘zgaradi.

### 3.2§. Murakkab fraktal tuzilishli obyektlarni vizuallashtiruvchi dasturiy majmua interfeysi

“Fraktal dizayn” dasturiy vositasi orqali fraktal shakllarni yaratish mumkin. 3.3-rasmda ishlab chiqilgan dasturiy majmuaning ishchi grafik interfeyslarining ko‘rinishlari keltirilgan.

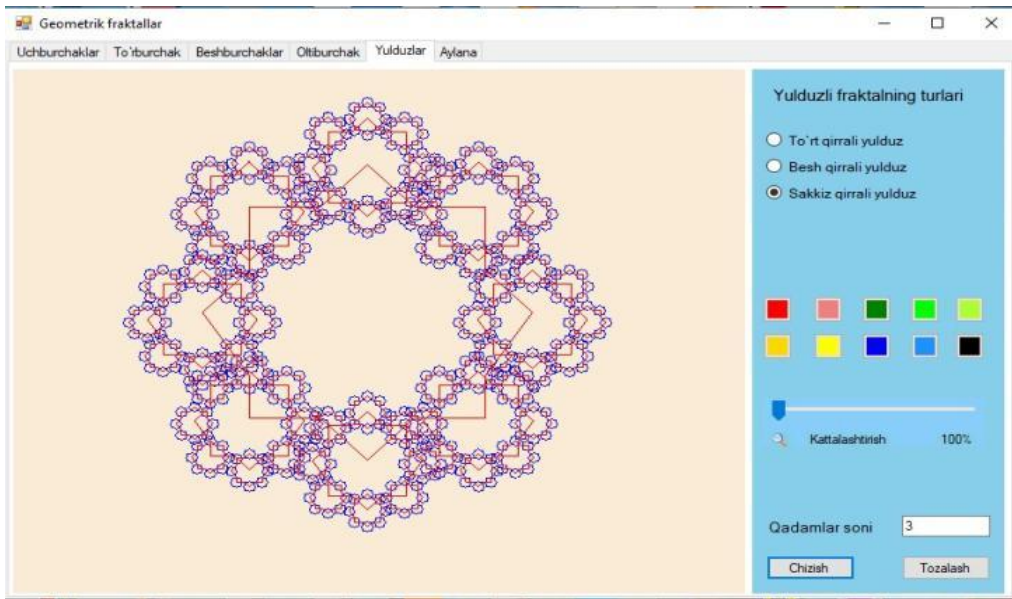
Dasturiy vosita ishga tushirilganda namoyish bo‘luvchi asosiy grafik interfeysning ko‘rinishi 3.4-rasmda keltirilgan. Bu asosiy grafik interfeys majmuani boshqarish uchun mo‘ljallangan quyidagi menyularni o‘z ichiga oladi:

- “Fayl” menyusida yaratilgan fraktal shakllarni “PNG (.png)”, “EPS (.eps)”, “JPEG (.jpg, .jpeg)” formatlarda saqlash, dasturni tugatish amallari bajariladi;
- “Ishlov berish” menyusida fraktal shakllarga ishlov berish uchun fayl to‘g‘risidagi ma’lumotlarni ko‘rsatish, fraktal shaklni nusxasini ko‘chirish amallari bajariladi.
- “Sozlamalar” menyusi aylanasimon fraktal shakllarning ranglarini o‘zgartirish imkonini beradi.
- “Yordam” menyusida dasturiy vositadan qanday foydalanish va dastur haqida ma’lumotlarini olish amallari bajariladi.

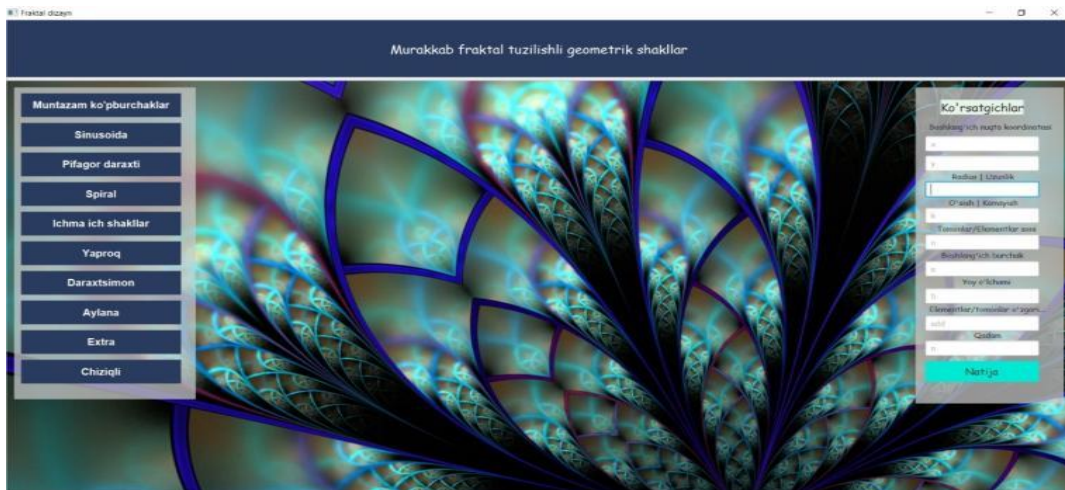


3.4-rasm. Dasturiy vositaning asosiy ishchi oynasi

Fraktallarni geometrik usul bilan qurish uchun “Geometrik” oynasini tanlaymiz. Misol uchun “Yulduzlar” menyusini tanlab rang va “qadamlar soni” menyusida qadamlar sonini kiritganimizda bizga fraktal shaklni geometrik usul orqali chizib beradi. Biz buni 3.5-rasmda ko‘rishimiz mumkin.



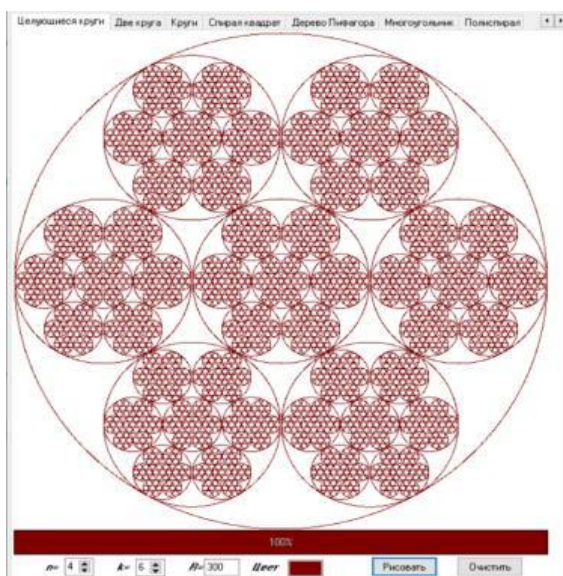
3.5-rasm. Geometrik usul orqali chizish oynasi



3.6-rasm. Analitik usullar orqali chizish oynasi



Murakkab tuzilishli fraktallarni RFM usuli yordamida chizish uchun “RFM” oynasini tanlaymiz. Unda biz 3.7-rasmda tasvirlangan ishchi oynasini ko‘rishimiz mumkin bo‘ladi. Birinchi navbatda biz qanday fraktal shaklni chizishimiz kerakligini tanlashni amalga oshiramiz. “Qadamlar soni” menyusida qadamlar sonini kritganimizda bizga fraktal shaklni RFM usulida chizish orqali chizib beradi.



3.7-rasm. RFM usuli yordamida chizish oynasi



3.8-rasm. Fraktallarni geometrik almashtirishlar yordamida L-tizimlar, IFS usullarida chizish oynasi

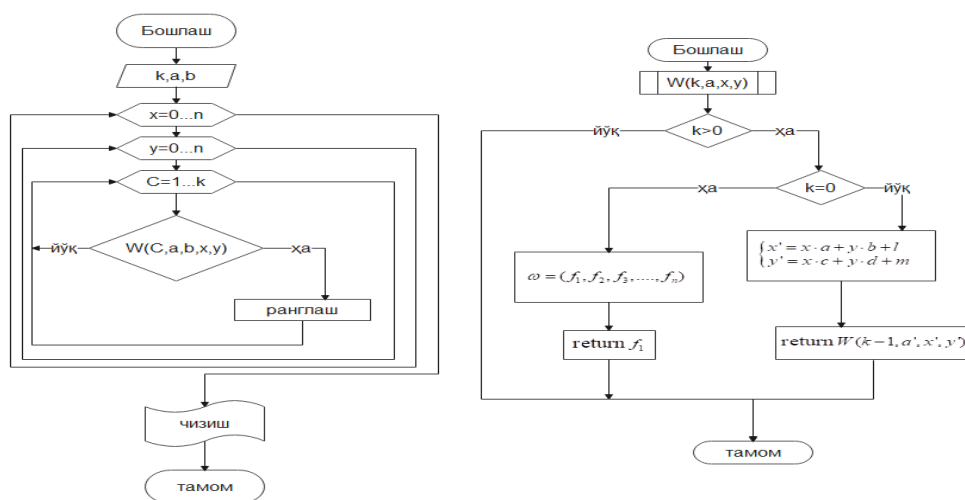
Fraktal shaklni vizuallashtirishdan oldin ranglarni tayinlashimiz kerak bo‘ladi. Rangni o‘zgartirish uchun “Rang o‘zgartirish” menyusi orqali kerakli rangni tanlash amali bajariladi.

“Fraktal dizayn” dasturi ikki o‘lchovli (2D) fraktallarni hosil qilish uchun yaratildi.

### 3.3§. Murakkab fraktal tuzilishli tasvirlarni vizuallashtirish

Murakkab ko‘rinishdagi fraktal tasvirlarni vizuallashtirishda Python va Java dasturiy tillaridan foydalanildi. Yaratilgan dasturiy ta‘minotning algoritmlari asosida daraxtsimon, ajdarho egri chizig‘i, Serpin uchburchagi, aylanasimon, yulduzsimon milliy naqshlar, geometrik shakllardan iborat bir necha ko‘rinishdagi fraktal shakllar va ko‘pburchaklarga asoslangan fraktallar yaratildi. Dasturiy vosita fraktallarni tasavvur qilish imkonini beradi.

RFM va geometrik almashtirishlardan foydalangan holda ajdaho va daraxtsimon fraktallarni vizuallashtirish algoritmi quyidagicha amalga oshiriladi.



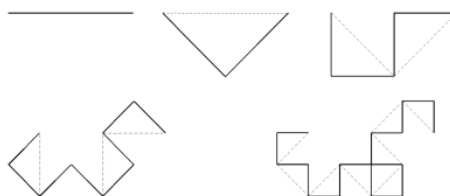
3.9-rasm. RFM va geometrik almashtirishlarni qo‘llab murakkab tuzilishli fraktallarni vizuallashtirish algoritmining blok sxemasi

L-tizimlar usulida ajdarho fraktalini qurish qoidalari quyidagicha:

axiom = X,

newx = X+Y+,

newy = -X-Y.



3.10-rasm. Harter-Hateway ajdahosini qurish algoritmi

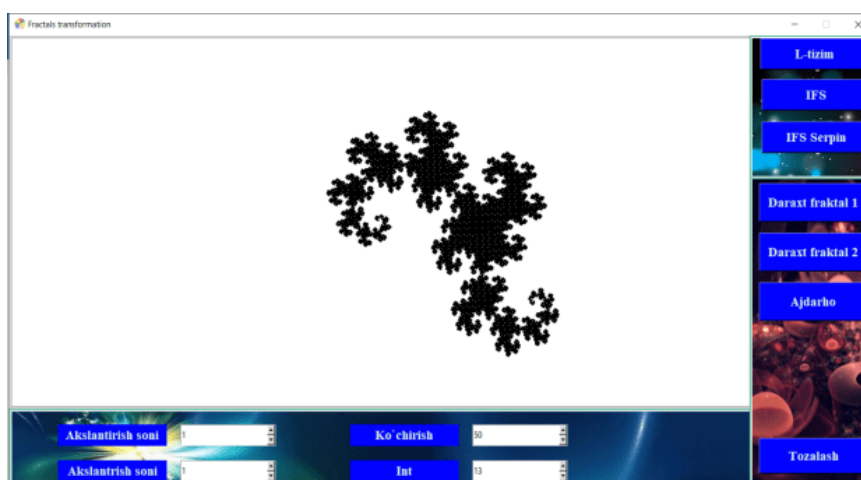
Quyida ushbu generativ qoidalardan foydalangan holda ajdarho qurishning bir necha qadamlari keltirilgan:

1- qadam: FX+YF+

2- qadam: FX+YF++-FX-YF+

3- qadam: FX+YF++-FX-YF++-FX+YF+ -- -FX-YF+

4- qadam: FX+YF++-FX-YF++-FX+YF+ -- -FX-YF++ -FX+YF++-  
FX-YF+ -- -FX+YF+ -- -FX-YF+



3.11-rasm. Harter-Hateway Dragon 13 ta iteratsiyadan so'ng

Geometrik almashtirishlarning burish, ko‘chirish, akslantirish kabi turlaridan foydalangan holda murakkab fraktallar hosil qilishni ko‘rib chiqamiz.

Birinchi qadam: L-tizimlar usulida olingan natijani  $\alpha$  burchak ostida burish va bu burish kerakli natija olinguncha davom ettirilishi mumkin.

$$\begin{aligned}x' &= x \cos \alpha - y \sin \alpha, \\y' &= x \sin \alpha + y \cos \alpha.\end{aligned}$$

Bunda koordinatalar sistemasining boshlang‘ich nuqtasi bo‘ylab soat yo‘nalishiga nisbatan teskari  $\alpha$  burchakka burish bajariladi. Bu burishda qadamlar soni  $n$  marta bo‘lsa  $\alpha = \frac{360}{n}$  teng bo‘ladi.

Ikkinchi qadam: Natijani geometrik almashtirishlarning ko‘chirish yoki akslantirish turlaridan foydalanib geometrik almashtirishlar amalga oshiriladi.

Tekislikda akslantirish koordinatalar sistemasining o‘qlariga nisbatan bajariladi. Absissa o‘qiga nisbatan akslantirish quyidagicha ifodalanadi:

$$\begin{aligned}x' &= x \\y' &= -y\end{aligned}$$

Ordinata o‘qiga nisbatan akslantirish quyidagicha ifodalanadi:

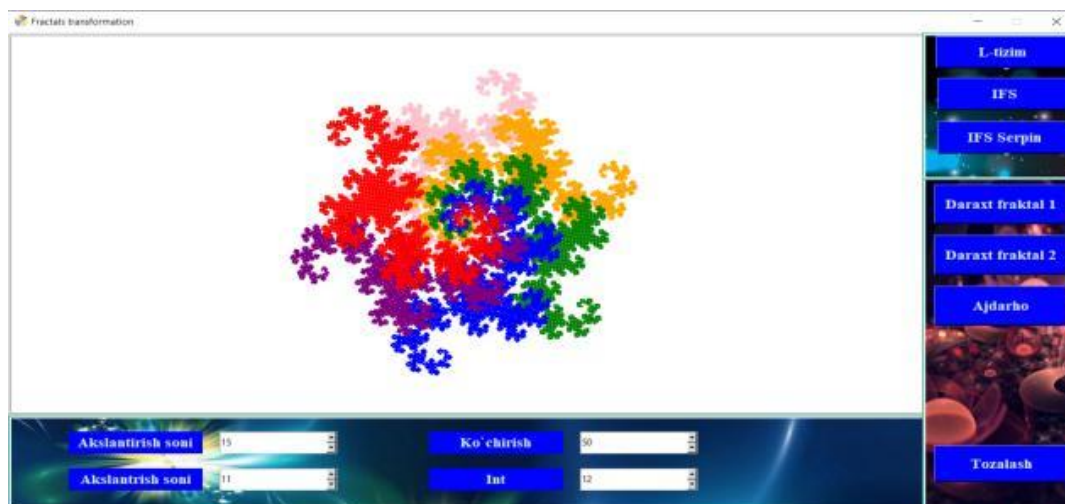
$$\begin{aligned}x' &= -x \\y' &= y\end{aligned}$$

Uchinchi qadam: Berilgan burchak asosida burish(ko‘chirish) amalga oshiriladi.

$$\begin{cases}x' = x + r \cos \frac{\pi d}{180} \\y' = x + r \sin \frac{\pi d}{180}\end{cases} \quad \text{bunda} \quad d = \frac{360^\circ}{n}$$

Kerakli natijaga erishguncha yoki olingan natija ma‘qul bo‘lgunicha jarayon davom ettirilishi mumkin.

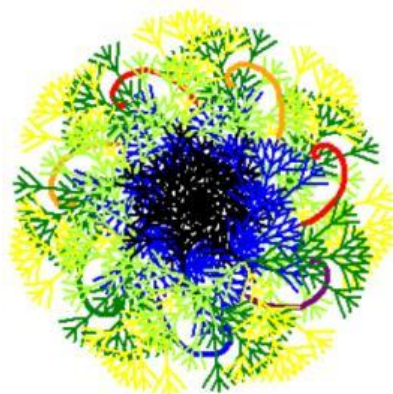
Natijada L-tizimlar usulidan foydalangan holda geometrik almashtirishlarni amalga oshirish orqali quyidagicha fraktallar hosil bo‘ladi:



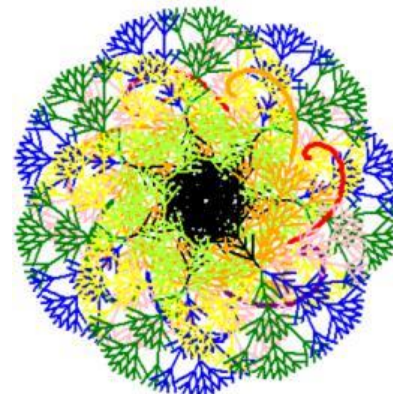
3.12-rasm. Ajdarho fraktalida 12 ta iteratsiyadan va 15 ta akslantirishdan so‘ng hosil bo‘lgan murakkab fraktal tasvir



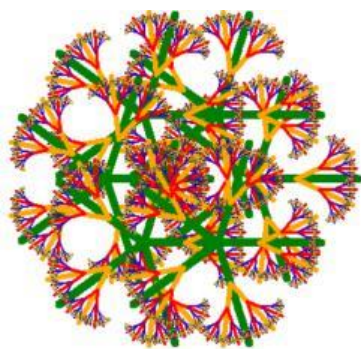
**Aks=1, El\_aks=11,  
Ko‘chirish=50, int=6**



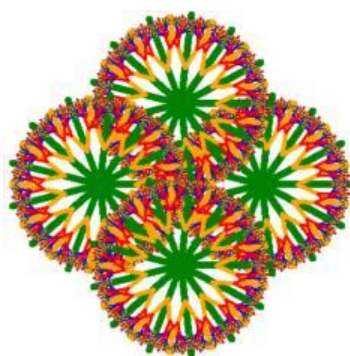
**Aks =5, El\_ aks =7,  
Ko‘chirish=50, int=6**



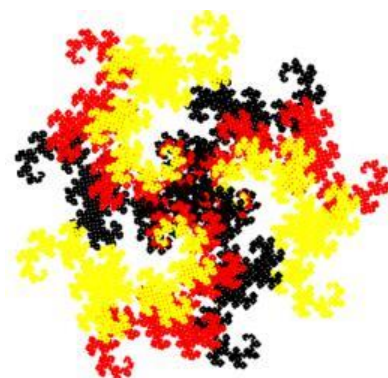
**Aks=7, El\_aks =7,  
Ko‘chirish=70,  
int=14**



**Aks=5, El\_aks=6,  
Ko'chirish=71, int=6**



**Aks=13, El\_aks=4,  
Ko'chirish=90,  
int=14**

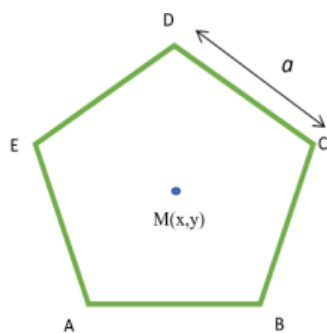


**Aks=3, El\_aks=3,  
Ko'chirish=50,  
int=11**

3.13-rasm. Ajdarho va daraxtsimon murakkab fraktal tasvirlar

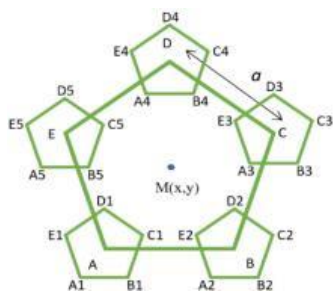
Beshburchaklardan iborat fraktallarni qurish algoritmi:

a) Bu tipdagi fraktallari qurishda ham xuddi yuqoridagi algoritmlardagi kabi ish olib boriladi. Avvalo tomoni «*a*»ga teng bo'lgan beshburchak chizib, uning markazi aniqlab olinadi (uning markazi uchlaridan o'tkazilgan balandliklar kesishgan nuqtadir). Bu nuqtaning koordinatasi aniqlanadi (3.14-rasmga qarang).



3.14-rasm. 1- va 2-qadamda beshburchakli fraktallar

Keyingi qadamda hosil bo'lgan beshburchaklar qirralari  $2/5$  marta kichik qilib olinadi va u birinchi beshburchakning uchlarida joylashtiriladi (3.15-rasmga qarang).



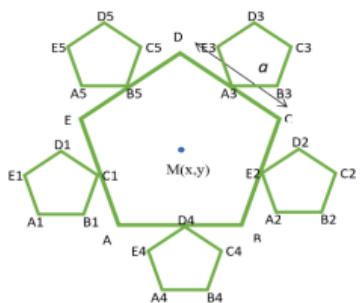
$$\begin{aligned}
 A(x, y) &= (x - a/2, y - a*2/3); \\
 B(x, y) &= (x - a*3/5, y - a*2/3); \\
 C(x, y) &= (x + a, y + a/2); \\
 D(x, y) &= (x - a*8/9, y + a/2); \\
 E(x, y) &= (x + a/17, y + a*10/9).
 \end{aligned}$$

3.15-rasm. 3-iteratsiyadagi beshburchakli fraktal

Bu jarayon  $n$  marta takrorlanib (3.17(a)-rasmga qarang), beshburchaklar sonini hisoblash formulasini quyidagicha yozish mumkin:

$$1 + 5 + 25 + 125 + \dots + 5^{n-1} = \sum_{i=1,2,\dots}^n 5^{i-1}$$

b) Bu tipdagi beshburchaklarni qurish uchun  $a)$  dagi kabi birinchi qadamda tomoni « $a$ »ga teng bo‘lgan beshburchak chizib olinadi. Ikkinchi qadamda uning markazi aniqlab olinadi (uning markazi uchlaridan o‘tkazilgan balandliklar kesishgan nuqtadir). Bu nuqtaning koordinatasi aniqlanadi( $M(x,y)$ ). Beshburchakning AB, BC, CD, DE va EA tomonlari o‘rtasi aniqlanib, aniqlangan nuqtalarga urinadigan, oldingi qadamdagi o‘lchamdan  $2/5$  marta kichik o‘lchamdagi beshburchaklar joylashtiriladi (3.15-rasmga qarang).

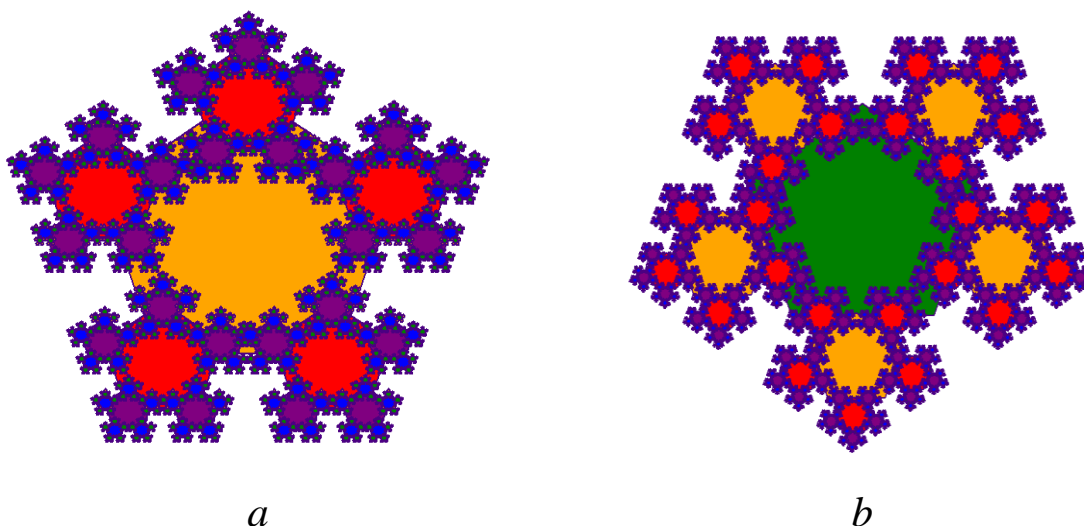


$$\begin{aligned}
 AE(x, y) &= (x - a*11/10, y - a/8); \\
 BC(x, y) &= (x + a*6/5, y - a/8); \\
 CD(x, y) &= (x + a*4/5, y + a*9/8); \\
 DE(x, y) &= (x - a*2/3, y + a*9/8); \\
 AB(x, y) &= (x, y - a).
 \end{aligned}$$

3.16-rasm. 3-iteratsiyadagi beshburchakli fraktal

Bu jarayon  $n$  marta takrorlab (3.17(b)-rasmga qarang), beshburchaklar sonini hisoblash formulasini quyidagicha yozish mumkin:

$$1 + 5 + 25 + 125 + \dots + 5^{n-1} = \sum_{i=1,2,\dots}^n 5^{i-1}$$



3.17-rasm. 6-iteratsiyadagi beshburchakli fraktallar

Fraktal modelni yaratadigan oddiy algoritmik funksiyani ishlab chiqishning turli usullari ko‘rib chiqildi. Fraktal geometriya tamoyilidan foydalangan holda, yuqorida ba’zi strukturali to‘plamlarning turli geometrik almashtirishlari orqali yaratish uchun ba’zi algoritmlar asosida fraktallar hosil qilindi.

Mavjud va taklif etilgan algoritmlar asosida ishlab chiqilgan “Fraktal dizayn” nomli dasturiy vositani gazlama va liboslar naqshlarini loyihalashda foydalaniladigan dasturiy vositalar bilan qiyosiy tahlili natijasi 3.1-jadvalda keltirilgan. So‘ngra taklif etilayotgan usullarni mavjud fraktallarni qurish usullari bilan to‘rtta xususiyatiga ko‘ra taqqoslash natijalari 3.2-jadvalda keltirilgan.



### 3.1-jadval.

## Gazlama va liboslar naqshlarini loyihalashda foydalaniladigan dasturiy vositalar xususiyatlari va imkoniyatlariga ko‘ra qiyosiy tahlili natijasi

Gazlama va liboslar naqshlarini loyihalashda foydalaniladigan dasturiy vositalar	Kriteriyalar					
	Gilam, gazlama naqshlarini loyihalash	Dasturiy vositaning foydalanishda ko‘p funksionallik	Yuqori konfiguratsiyali texnik qurilmalarni talab qilinmaydi	Tabiatdagi o‘simliklarni vizuallashtirish	Animatsiyalar yaratish	Fraktallarni qurish usullari
Booria Carpet Designer Professional Plus	+	+	-	-	-	1
Adobe Illustration	+	+	-	-	-	1
eDesigner	+	+	+	-	-	2
Pointcarre	+	+	-	-	-	1
Fractal generatorUZ	+	+	-	-	-	2
Fraktal dizayn (taklif etilayotgan dastur)	+	+	-	+	+	4

Ushbu jadvaldan ko‘rinib turibdiki, taklif etilayotgan dasturiy vositaning 3.1-jadvalda keltirilgan dasturiy vositalardan afzalliklaridan biri yuqori konfiguratsiyali texnik qurilmalar talab qilinmaydi va naqsh shakllarni avtomatik chizish (matematik formulalar asosida) imkoniyatiga ega. Shuni qo‘shimcha qilish kerakki dasturiy vositaning interfeysi o‘zbek tilida.

### 3.2-jadval.

#### Fraktallarni qurish usullarini to‘rtta xususiyatiga ko‘ra taqqoslash natijalari

Fraktallarni qurish usullari	Kriteriyalar (mezonlar)			
	Fraktal tuzilishli obyektarni qurish	Fraktal shaklni analitik tenglamasini qurish orqali chizish	Algebraik fraktallar qurish	Geometrik fraktallar qurish
L-tizimlar	+	-	-	+
R-funksiya	+	+	+	+
IFS	+	+	+	+
Iteratsion usullar va polinomiograflar	+	+	+	+

Ushbu jadvaldan ko‘rinib turibdiki, taklif etilayotgan usulning ustunlik tomonlaridan biri fraktal shakllarning analitik tenglamalarini qurish imkoni mavjud.

### **III bob bo‘yicha xulosalar**

Ushbu bobda o‘zbek milliy naqshlarida murakkab fraktal tuzilishlar dizayniga oid fraktallarni geometrik modellashtirishning mavjud va muallif tomonidan taklif etilgan algoritmlar asosida ishlab chiqilgan dasturiy majmuaning imkoniyatlari va vazifalari keltirildi.

1. Fraktal tuzilishli shakllarni analitik, RFM, L-tizimlar, IFS usullari yordamida qurishning dasturiy majmuasining tuzilmaviy va funksional imkoniyatlari tuzilmasi aniqlandi, ish rejimlari foydalanuvchining grafik interfeysi orqali ifodalandi.

2. Fraktal tuzilishli obyektlarni analitik, RFM, L-tizimlar, IFS usullari usullar yordamida qurishning mavjud va taklif etilgan algoritmlarni yagona interfeysga birlashtiruvchi “Fraktal dizayn” fraktal shakllarni qurish dasturiy vositasi ishlab chiqildi.

3. Murakkab fraktal tuzilishli shakllar mavjud va taklif etilgan algoritmlar asosida yaratilgan dasturiy vosita “ZAMON TEXTIL EXPORT” MCHJ, “BELKIS CARPET” MCHJ, “SAMARQAND PRODUCTS” MCHJ va “ARCH VISION PROJECT” MCHJlarni amaliy faoliyatiga joriy etildi.

## XULOSA

«Murakkab fraktal tuzilishli obyektlarni matematik model va rekursiv algoritmlarini ishlab chiqish» mavzusidagi monografiya ishi bo'yicha olib borilgan tadqiqotlar natijasida quyidagi xulosalar taqdim etildi:

1. Fraktallar nazariyasining asosiy tushunchalari, fraktallarning kelib chiqishi, uning xususiyatlari, turlari, qo'llanilish sohalari o'rganildi va tadqiq qilindi. Natijada fraktal tuzilishli milliy naqshlarni yengil sanoatda zamonaviy va klassik dizaynda loyihalash jarayonlarini tashkil etishda qo'llanilishi va iqtisodiy samara berishi aniqlandi.

2. Fraktallarning qurish usullari, ularni vizuallashtirish algoritmlari, qo'llanilish jarayonlari, fraktal o'lchov tushunchasi va fraktal tuzilishga ega bo'lgan obyektlarning o'lchamini hisoblash usullari o'rganildi va tadqiq qilindi. Fraktal o'lchovni hisoblash formulasi ishlab chiqildi. Ishlab chiqilgan formula asosida fraktal tuzilishli naqshlarning fraktal o'lchovlari aniqlandi. Iteratsion funksiyalar tizimi (IFS) va L-tizimlar usullarining nazariy asoslari hamda afzalliklari tadqiq qilindi. Mazkur usullar klassik va zamonaviy fraktallarni qiyosiy tahlilini amalga oshirishga imkon beradi.

3. Fraktal tuzilishli obyektlarni RFM usuli yordamida matematik (geometrik) modeli qurildi. Mazkur model asosida aylanasimon, daraxtsimon, yulduzsimon, ko'pburchaklardan iborat fraktallarni chizish va vizuallashtirish algoritmlari ishlab chiqildi. Ishlab chiqilgan algoritmlar naqsh dizayniga oid murakkab fraktal tuzilishli tasvirlarni hosil qilish uchun xizmat qiladi.

4. Iteratsion usullar va polinomiograflar asosida fraktal tuzilishli obyektlarni vizuallashtirish algoritmlari va dasturiy vositasi ishlab chiqildi. Mazkur dasturiy vosita hosil qilingan algebraik fraktallardan iborat milliy

naqshlardan foydalanish va gazlamalarni qisqa vaqtda mijozlar talabiga mos assortimentda ishlab chiqarishga imkon berdi.

5. Aylana va yulduzsimon fraktallarni deformatsiyalash natijasida inversion fraktallar to‘plamini hosil qilish algoritmi ishlab chiqilgan. Natijada gazlama va gilamlarda fraktal tuzilishdagi zamonaviy milliy naqshlar shakllantirishni avtomatlashtirish va ishlab chiqarishni 7%-10% ga oshirish va mehnat hajmini bir necha martaga kamaytirishga xizmat qildi.

6. Ishlab chiqilgan matematik (geometrik) model va algoritmlar asosida fraktal tuzilishli obyektlarni avtomatlashtirish va vizuallashtirishni amalga oshiruvchi dasturiy majmuasi ishlab chiqildi. Ushbu dasturiy majmua to‘qimachilik sanoatidagi gazlama va gilamlarning naqsh shakllarini yaratish, binolarning qurilishida xonani interyer va eksteryer bezagi, jihozlanishi va dizaynida, qurilish mahsulotlarni naqshlar bilan bezatishda, ularga dizayn berish hamda mahsulotlarining rang va naqshlarini tanlashni avtomatlashtirish uchun xizmat qiladi.

7. Ishlab chiqilgan matematik modellar, algoritmlar va dasturiy vositalar «SAMARQAND PRODUCTS», «BELKIS CARPET», «ARCH VISION PROJECT» va «ZAMON TEKSTIL EXPORT» mas’uliyati cheklangan jamiyatlarda joriy qilingan. Natijada zamonaviy naqshlarni chizishni avtomatlashtirish, ishlab chiqarishni 7% -10% ga oshirishga, mahsulotga bozor talabini 1.1-1.2 martaga oshirishga, vaqtni o‘rtacha 10% ga qisqartirish va mehnat hajmini kamaytirish imkonini bergan.

## FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI

1. Agarwal R.P., Donal O.R, Sahu D.R. Iterative construction of fixed points of nearly asymptotically nonexpansive mappings. // Journal of Nonlinear and convex Analysis 8.1.2007: pp.61-79.
2. Agoston M.K., Agoston M.K. Computer graphics and geometric modeling. // Springer , – T. 1. – London, 2005.– pp. 301-304.
3. Ahammad H., Nurujjaman, Rita A., Payer A. Fractals Generating Techniques. // Sonargaon University Journal Volume 1, Number 2, December 2016. pp. 43-54.
4. Alik B., Ayyildiz S. Fractals and Fractal Design in Architecture // 13<sup>th</sup> international conference “standardization, prototypes and quality: A means of Balkan countries’ collaboration”. 2021 – pp. 3-4.
5. Anarova Sh. A., Ibrohimova Z. E. Aylanasiimon fraktallar va ularning fraktal o‘lchovlari. // Muhammad al-Xorazmiy nomidagi Toshkent axborot texnologiyalari universiteti Samarqand filiali «Axborot kommunikatsiya texnologiyalari va dasturiy ta’minot yaratishda innovasion g‘oyalar» Respublika ilmiy-texnik konferensiyasi ma’ruzalar to‘plami. – Samarqand, 2021 yil. 109-112 b.
6. Anarova Sh., Narzulloev O., Ibragimova Z. Development of Fractal Equations of National Design Patterns based on the Method of R-Function // International Journal “Innovative Technology and Exploring Engineering (IJITEE)” ISSN: 2278-3075, Volume-9 Issue-4, - India, 2020, pp.134-141.
7. Anarova Sh., Narzulloyev O.M., Ibragimova Z.E., Samidov M.N. Fraktal naqshlarni o‘zbek milliy gilamlari va jakkard gazlamalarida qo‘llash. // Muxammad al-Xorazmiy avlodlari, “Dasturiy va kompyuter injineriing texnologiyalarining zamonaviy muammolari”, Ilmiy-amaliy va axborot-tahliliy jurnal, № 1 (11), – Toshkent, 2020. 132-136 b.
8. Anarova Sh., Ibrohimova Z. Fraktallarni qurish usullari. // Axborot-kommunikatsiya texnologiyalari va dasturiy ta’minot yaratishda innovatsion g‘oyalar Respublika ilmiy-texnik anjumanning ma’ruzalari to‘plami. 1 – qism. – Samarqand, 2019. – 67-70 b.
9. Anarova Sh., Ibrohimova Z.. To‘qimachilik sanoati dizaynida fraktal grafikadan foydalanish. Innovasion yondashuvlar ilm-fan taraqqiyoti kaliti sifatida: yechimlar va istiqbollar mavzusidagi respublika

miqiyosidagi ilmiy-texnik anjuman materiallari to‘plami - Jizzax: O‘zMU JF, 2020 y., 67-72 b.

10. Anarova Sh.A., Ibrohimova Z.E.. To‘plamlar nazariyasi asosida fraktal o‘lchovni hisoblash. Buxoro davlat universiteti axborot texnologiyalari fakulteti amaliy matematika va axborot texnologiyalarining zamonaviy muammolari xalqaro miqyosidagi ilmiy-amaliy anjuman materiallari, – Buxoro, 2021. – 153-155 b.
11. Anarova Sh.A., Ibrohimova Z.E. To‘qimachilik dizaynida fraktal naqshlarni qurish uchun dasturiy vositalardan foydalanish. // Axborot-kommunikatsiya texnologiyalari va dasturiy ta‘minot yaratishda innovasion g‘oyalar Respublika ilmiy–texnik konferensiyasining ma‘ruzalari to‘plami, – Samarqand, 2020.– 10-14 b.
12. Anarova Sh.A., Ibrohimova Z.E. To‘qimachilik sanoatida mato naqshlari fraktal tasvirlarini hosil qilishda L-tizimlar usulidan foydalanish.  
// Iqtisodiyotning tarmoqlarini innovasion rivojlanishida axborot-kommunikatsiya texnologiyalarining ahamiyati mavzusidagi respublika miqyosidagi ilmiy-texnik anjuman materiallari to‘plami. - TATU, 2021. – 5-8 b.
13. Anarova Sh.A., Ibrohimova Z.E. To‘qimachilik sohasida fraktalli naqshlardan foydalanish. Axborot-kommunikatsiya texnologiyalari va dasturiy ta‘minot yaratish mavzusida professor–o‘qituvchilar va talabalarning ilmiy-amaliy konferensiyasi ma‘ruzalari to‘plami. – Samarqand, 2020.– 46-49 b.
14. Anarova Sh.A., Ibrohimova Z.E. Vidi fraktalov i oblasti primeneni.  
// «Geoinnovation research center» Ilm-fan va innovatsion yutuqlarni rivojlantirishning dolzarb muammolari mavzusidagi I respublika masofaviy ko‘p tarmoqli ilmiy - amaliy konferensiya materiallari. – Samarqand, 2020.122-126 b.
15. Anarova Sh.A., Ibrohimova Z.E., Bekmurodova M.Sh., Xoliqova S.K., Amonova O.A., Yulduzsimon fraktal tuzilishli milliy naqshlar yaratishni avtomatlashtiruvchi dasturiy vosita № DGU 17151, 21.05.2022 y.
16. Anarova Sh.A., Ibrohimova Z.E., Berdiyev G‘.R., Ismoilov Sh. M., Samidov M. N., Saidkulov E.A. To‘qimachilik dizayni uchun daraxtsimon fraktal tuzilishlarni geometrik modellashtirishni avtomatlashtirish № DGU 83750 16.06.2021 y.

17. Anarova Sh.A., Ibrohimova Z.E., Berdiyev G'.R., Ismoilov Sh. M., Samidov M. N. Gazlama va gilamlar uchun aylanasimon fraktal tuzilishlarni hosil qiluvchi dasturiy vosita № DGU 44215. 16.06.2021 y.
18. Anarova Sh.A., Ibrohimova Z.E., To'xtasinov A.I., Parmonqulov F.N., Fayziyev A.A., Amonova O.A. Aylanasimon fraktal tuzilishli milliy naqshlarni geometrik modellashtirishni avtomatlashtirish. № DGU 17150. 14.05.2022 y.
19. Anarova Sh.A., Ibrohimova Z.E.. Fraktal o'lchov tushunchasi.  
// Muhammad al-Xorazmiy nomidagi Toshkent axborot texnologiyalari universiteti raqamli texnologiyalar sohalarda amaliy joriy etishning yechimlari va muammolari Respublika ilmiy-texnik anjumanining ma'ruzalar to'plami. – Toshkent, 2021. 8-12 b.
20. Anarova Sh.A., Ibrokhimova Z.E., Mirgaziev J.U. Investigation of fractal ring structures based on the R - Function Method (RFM). // Frontier in mathematics and computer science October, – Tashkent, 2020. r.15.
21. Anarova Sh.A., Narzulloev O.M., Ibrohimova Z.E. To'qimachilik dizaynida murakkab fraktal tuzilishidagi tasvirlardan foydalanish. // Ilm-fan, ta'lim va ishlab chiqarishning innovasion rivojlantirishdagi zamonaviy muammolar» mavzusida xalqaro ilmiy-amaliy konferensiya. – Andijon, 2020, - 246-252 b.
22. Anarova Sh.A., Ibrohimova Z.E., Xurramova R.I. O'zbek milliy liboslarining naqshli dizaynida fraktallar va ularni qurishning dasturiy vositalari. // O'zbekiston to'qimachilik jurnali.(OAK) – Toshkent, 2020. № 2. - 77-89 b.
23. Anarova Sh.A., Ibrohimova Z.E. Methods of Constructing Equations for Objects of Fractal Geometry and R-Function Method // In International Conference on Intelligent Human Computer Interaction. Springer, DOI: 10.1007/978-3-030-98404-5\_40, - USA, 2022. pp. 425-436.
24. Arnold K, James G., David H. The Java programming language. // Addison Wesley Professional, 2005. pp. 2-43.
25. Barnsley, Michael F., Lyman P. Hurd. Fractal image compression. Vol. 366. Wellesley: AK peters, 1993. pp. 18-23.
26. Ben T., Cecilia B., Brian B.. Math Coloring Book Fractals. // 2018. pp. 60-68.
27. Bourke, Paul. An introduction to the Apollonian fractal. // Computers & Graphics 30.1 (2006): pp.134-136.



28. Branch, Malayer, et al. Fractal Geometry and Persian Carpet. // Bridges 2012: Mathematics, Music, Art, Architecture, Culture. pp.457-460.
29. Brannan, David A., Matthew F. Esplen, and Jeremy J. Gray. Geometry. // Cambridge university press, 2011. pp. 231-243.
30. Burden R. L., and J. D. Faires. Numerical differentiation & integration numerical differentiation I. // Numerical analysis (2011): pp.174-184.
31. Pickover C.A., Chaos, Beauty: Graphics from an Unseen World // Dover Publications, Mineola, NY, USA, 2001. p.416
32. Chugh, Renu, Vivek K., Sanjay K. Strong convergence of a new three step iterative scheme in Banach spaces. // American Journal of Computational Mathematics 2.04 (2012): p.345.
33. Clancy, Colleen, Michael F. Fractal geometry of restricted sets of circle inversions. // Fractals 3.04 (1995): pp.689-699.
34. Edgar, Gerald. Measure, topology, and fractal geometry. // Springer Science & Business Media, 2007. pp.18-25.
35. Falconer, Kenneth. Fractal geometry: mathematical foundations and applications. // John Wiley & Sons, 2004. pp.180-183
36. Frame M., Cogevina T. An infinite circle inversion limit set fractal // Computers & Graphics. – 2000. – T. 24. – №. 5. – pp.797-804.
37. Garg, Ankit, Akshat A., Ashish N. A review on natural phenomenon of fractal geometry. // International Journal of Computer Applications 975 (2014): 8887.
38. Gdawiec K. Fractal patterns from the dynamics of combined polynomial root finding methods //Nonlinear Dynamics. – 2017. – T. 90. – №. 4. – pp.867-870.
39. Gdawiec K. Pseudoinversion Fractals //International Conference on Computer Vision and Graphics. – Springer, Cham, 2016. – pp. 29-36.
40. Gdawiec, Krzysztof, Wiesław Kotarski. Polynomiography for the polynomial infinity norm via Kalantari's formula and nonstandard iterations. // Applied Mathematics and Computation. 2017: pp.17-30.
41. Gdawiec, Krzysztof, Wiesław K., and Agnieszka L. Polynomiography for square systems of equations with Mann and Ishikawa iterations. // 2016. pp. 2-10.
42. Gdawiec, Krzysztof, Wiesław K., and Agnieszka L. Polynomiography with non-standard iterations. // 2014. – pp.21-23

43. Gdawiec, Krzysztof, Wiesław K., Agnieszka L. Polynomiography based on the nonstandard Newton-like root finding methods. // Abstract and Applied Analysis. Vol. 2015. Hindawi, 2015. -pp.1-17.
44. Ghanbarian, Behzad, Allen G. Hunt, eds. Fractals: concepts and applications in geosciences. // CRC press, 2017. – pp.231-297.
45. Ghosh, Subir K. Visibility algorithms in the plane. // Cambridge university press, 2007. -pp. 195-201.
46. Guidong T., Qingni Y., Tao Hu, Yi Shi. Auto-generation system based on fractal geometry for batik pattern design. // Appl. Sci., vol. 9, no. 11, 2019,- pp. 2-20.
47. Gürsoy, Faik, Vatan K. A Picard-S hybrid type iteration method for solving a differential equation with retarded argument. // Arxiv preprint 1403.2546. 2014. -pp. 2-4.
48. Ibrohimova Z.E, Parmonqulov F.N. Aylana va yulduz shaklli inversion fraktallar to‘plami // Muhammad al-Xorazmiy nomidagi Toshkent axborot texnologiyalari universiteti Samarqand filiali, Zamonaviy axborot, kommunikatsiya texnologiyalari va at-ta’lim tatbiqi muammolari mavzusidagi Respublika ilmiy-amaliy anjumani ma’ruzalar to‘plami. Samarqand 2022, – 70-73 b.
49. Ibrohimova Z.E, To‘xtasinov A.I. Polinomiograflar asosida pm10 iterativ usulidan foydalanib fraktal tasvirlarni hosil qilish // Muhammad al-Xorazmiy nomidagi Toshkent axborot texnologiyalari universiteti Samarqand filiali, Zamonaviy axborot, kommunikatsiya texnologiyalari va at-ta’lim tatbiqi muammolari mavzusidagi Respublika ilmiy-amaliy anjumani ma’ruzalar to‘plami. – Samarqand, 2022. – 30-33 b.
50. Ishikawa, Shiro. Fixed points by a new iteration method. // Proceedings of the American Mathematical Society 44.1 (1974): pp.147-150.
51. Jianzhang Z., Jing Sh. Application of Fractal Geometry in Textile Digital Printing Pattern Design. // 2021 Fifth International Conference on I-SMAC (IoT in Social, Mobile, Analytics and Cloud) (I-SMAC) DOI: 10.1109/I-SMAC52330.2021.9640699. Palladam, – India, 2021.p.4.
52. Kalantari B. Polynomial Root-Finding and Polynomiography, World Sci //Publishing Co., Hackensack. – 2009. – T. 5.492, -pp. 375-390.
53. Kalantari B. Polynomiography: from the fundamental theorem of Algebra to art. // Leonardo 38.3 (2005): pp.233-238.
54. Kalantari B. Polynomial root-finding and polynomiography. // World Scientific, 2008. –pp. 239-240.

55. Karakaya, Vatan, et al. Fixed point of a new three-step iteration algorithm under contractive-like operators over normed spaces. // *Abstract and Applied Analysis*. Hindawi, 2013.-pp. 2-8.
56. Khamidulina D.D., Nekrasova S.A.. Fractals in construction material science. // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. Vol. 451. No. 1. IOP Publishing, 2018.-pp. 2-4.
57. Khan, Safeer H. A Picard-Mann hybrid iterative process. // *Fixed Point Theory and Applications* 2013.1 (2013): - pp.1-10.
58. Kotarski, Wiesław, Krzysztof G., and Agnieszka L.. Polynomiography via Ishikawa and Mann iterations. // *International Symposium on Visual Computing*. Springer, Berlin, Heidelberg, 2012. – pp. 305-313.
59. Latif, Abdul, Arif R., Abdul A.Sh. Polynomiography via S-iteration Scheme. // *Abstract and Applied Analysis*. –pp. 67-68.
60. Lee D.T., Preparata F.P. Computational geometry? a survey // *IEEE Transactions on Computers*. – 1984. – T. 33. – №. 12. – S. pp.1072-1101.
61. Li, Bai-Lian, Abdel H., El-Shaarawi, Walter W. Piegorsch. Fractal dimensions. // *Encyclopedia of environmetrics* 2 (2002): pp.821-825.
62. Liu, Shu Tang, Yong Ping Zhang, Chang An Liu. Fractal control and its applications. // *Springer Nature*, 2020.-pp. 303-318.
63. Long, Xiaotian, Wen Li, Weiyan Luo. Design and application of fractal pattern art in the fashion design. // *2009 international workshop on chaos-fractals theories and applications*. IEEE, 2009.-pp. 391-394.
64. Lu, Lisha, and Xiaoxia Song. Process Realization of Fractal Pattern in Computer Jacquard Knitting Fabric. // *International journal of trends in business administration* 2 (2016), pp.20-25.
65. Lu, Shufang, Pik Yin Mok, and Xiaogang Jin. A new design concept: 3D to 2D textile pattern design for garments. // *Computer-Aided Design* 89 (2017): -pp.35-49.
66. Lutz, Jack H., Elvira M. Algorithmic fractal dimensions in geometric measure theory. // *Handbook of Computability and Complexity in Analysis*. Springer, Cham, 2021. - pp.271-302.
67. Mandelbrot B., *The fractal geometry of nature*. // Vol. 1. New York: WH freeman, 1982.-pp. 112-120.
68. Mann, Robert W. Mean value methods in iteration. // *Proceedings of the American Mathematical Society* 4.3 (1953): pp.506-510.

69. Marks-Tarlow, Terry, Yakov Sh., Katthe P. Wolf, eds. A fractal epistemology for a scientific psychology: Bridging the personal with the transpersonal. // Cambridge Scholars Publishing, 2020.-pp. 65-104.
70. Theo F., Gabriele A. Losa, Ewald R. Weibel, eds. Fractals in biology and medicine. // Birkhäuser, 2013.-pp. 234-236.
71. Noor, Muhammad A. New approximation schemes for general variational inequalities. // Journal of Mathematical Analysis and applications 251.1 (2000): -pp.217-229.
72. Edge Ch, Oliver L. Fractals // (wooden books), 2021. –pp. 25-33.
73. Pang, Wenjun, K. C. Hui. Interactive evolutionary 3d fractal modeling. // The Visual Computer 26.12 (2010): -pp.1467-1483.
74. Phuengrattana, Withun, Suthep S. On the rate of convergence of Mann, Ishikawa, Noor and SP-iterations for continuous functions on an arbitrary interval. // Journal of computational and Applied Mathematics 235.9 (2011): -pp.3006-3014.
75. Pickover, Clifford A. A note on chaos and Halley’s method. // Communications of the ACM 31.11 (1988): -pp.1326-1329.
76. Prasad, Bhagwati, Kuldip K. Fractals via Ishikawa iteration. // International Conference on Logic, Information, Control and Computation. Springer, Berlin, Heidelberg, 2011. – pp. 197-203.
77. Puzachenko, Yu G. Application of Fractal Theory to the Study of Landscape Structure. // Izvestiya RAS, Geographic Series 2 (1997): - pp. 24-40.
78. Qu, Chang, et al. Applications of Fractal in Textile Engineering. // Advanced Materials Research. Vol. 627. Trans Tech Publications Ltd, 2013, - pp. 567-571.
79. Xurramova R.I., Anarova Sh.A., Narzulloyev O.M., Ibrohimova Z.E.. Gilam dizayni naqshlari uchun paskal uchburchaklaridan iborat fraktallarni qurishni avtomatlashtirish. // O‘zbekiston to‘qimachilik jurnali. – Toshkent, 2020. № 2. 90-100 b.
80. Rani, Mamta, Renu Ch. Dynamics of antifractals in Noor orbit. // International Journal of Computer Applications 57.4. 2012. – pp. 11-14.
81. Rani, Mamta, Renu Ch. Julia sets and Mandelbrot sets in Noor orbit. // Applied Mathematics and Computation 228. 2014. - pp. 615-631.
82. Rani, Mamta, Vinod K. Superior julia set. // Research in Mathematical Education 8.4. 2004: -pp. 261-277.

83. Anarova Sh.A., Ibrohimova Z.E., Narzulloyev O.M., Qayumova G.A. Mathematical Modeling of Pascal Triangular Fractal Patterns and Its Practical Application // Intelligent Human Computer Interaction 12<sup>th</sup> International Conference, [https://doi.org/10.1007/978-3-030-68449-5\\_39](https://doi.org/10.1007/978-3-030-68449-5_39), - South Korea, 2021, pp.390–399.
84. Anarova Sh. A., Nuraliyev F. M. Fraktallar nazariyasi va fraktal grafika. O‘quv qo‘llanma. – Toshkent, 2021. 21-b.
85. Nazirov Sh.A., Nuraliyev F.M., To‘rayev B.Z.. Kompyuter grafikasi va dizayn. O‘quv qo‘llanma. -T.: «Fan va texnologiya», 2015, 256-b.
86. Anarova Sh., Ibroximova Z., Berdiev G. An Algorithm for Constructing Equations of Geometry Fractals Based on Theories of R-functions // 4<sup>th</sup> International Symposium on Multidisciplinary Studies and Innovative Technologies, DOI: 10.1109/ISMSIT50672.2020.9254635 - Turkey, 2020. № 9254635, - pp.01-04.
87. Singh S. L., Sarika J., Mishra S.N. A new approach to superfractals. // Chaos, Solitons & Fractals 42.5 (2009): - pp.3110-3120.
88. Smith, Rebecca. Fractal producing iterative mapping systems on circles. Diss. University of Newcastle, 2010. - pp. 23-54.
89. Suantai, Suthep. Weak and strong convergence criteria of Noor iterations for asymptotically nonexpansive mappings. // Journal of Mathematical Analysis and Applications 311.2 (2005): - pp.506-517.
90. Varrato, Francesco, Giuseppe F. “Apollonian packings as physical fractals.” Molecular physics 109.23-24 (2011): - pp. 2923-2928.
91. Wang, Weijie, et al. Research on garment pattern design based on fractal graphics. // EURASIP Journal on Image and Video Processing 2019.1 (2019): - pp.1-15.
92. Yong P., Zhang, Xie H. Fractal geometry derived from geometric inversion. // Applied Mathematics and Mechanics 11.11 (1990): 1075-1079.
93. Yu B.M., Li J.H., Zhang D.M. A fractal trans-plane permeability model for textile fabrics. // International communications in heat and mass transfer 30.1 (2003): - pp. 127-138.
94. Anarova Sh.A., Ibroximova Z.E., Saidkulov E.A. Metod R-funksiya i postroyeniye uravneniy fraktalov // Problemi vichislitelnoy i prikladnoy matematiki.(OAK) – Tashkent, 2021. - № 4(34). - S. 36–50.
95. Anarova Sh.A., Ibroximova Z.E., Saidkulov E.A. Fraktalnaya obrabotka i opredeleniye fraktalnoy razmernosti izobrajeniya // Problemi

- vichislitel'noy i prikladnoy matematiki.m – Tashkent, 2021. - № 5(35). - S. 52–68.
96. Anarova Sh.A., Ibroximova Z.E., Mirgaziyev J.U. Metod R-funksiy (RFM) dlya postroyeniya uravneniya fraktalov. // Matematik modellashtirish, hisoblash matematikasi va dasturiy ta'minot injeneriyasining dolzarb muammolari mavzusidagi respublika ilmiy anjumani materiallari to'plami. - Qarshi, 2020. 177-181 b.
  97. Anarova Sh.A., Ibragimova Z.E., Narzulloyev O.M., Samidov M.N., Mirgaziyev J.U. Avtomatizatsiya dizayna nasionalnix kovyor na osnove klassicheskix geometricheskix fraktalov. № DGU 08923. 04. 09.2020 y.
  98. Anarova Sh.A., Ibroximova Z.E., Xujamurodova N.A. Opredeleniye uravneniya fraktalnix derevyev na osnove metoda R-funksiy (RFM) // Muhammad al-Xorazmiy nomidagi Toshkent axborot texnologiyalari universiteti Samarqand filiali «Axborot kommunikatsiya texnologiyalari va dasturiy ta'minot yaratishda innovatsion g'oyalar» Respublika ilmiy-texnik konferensiyasi ma'ruzalar to'plami. –Samarqand, 2021. 114-117 b.
  99. Anarova Sh.A., Narzulloyev O.M., Ibroximova Z.E. Fraktal tuzilishli obyektlarni geometrik modellashtirish usullari va rekursiv algoritmlarini ishlab chiqish // Nauchno-issledovatel'skiy institut razvitiya sifrovix texnologiy i iskusstvennogo intellekta «Sovremennoye sostoyaniye i perspektivi primeneniya sifrovix texnologiy i iskusstvennogo intellekta» v upravlenii dokladi Respublikanskoy nauchno-texnicheskoy konferensii – Tashkent, 2021. 156-165 b .
  100. Anarova Sh.A., Sadullayeva Sh.A., Ibroximova Z.E. Postroyeniye uravneniya slojnix fraktalnix struktur na osnove metoda R-funksiy (RFM). // Avtomatika i programmaya injeneriya. <http://www.jurnal.nips.ru>. – Rossiya, 2020, №3(33), - C. 24-36.
  101. Ibrohimova Z.E.. Aylana va yulduzsimon fraktallarni deformatsiyalash natijasida inversion fraktallar to'plamini yaratish algoritmi // O'zbekiston Milliy Axborot agentligi Ilm-fan bo'limi (elektron jurnal) 2022 yil fevral oyi soni. 319-328 b.
  102. Pererva, Larisa M., Vitaliy V.Yu. // Fraktalnoye modelirovaniye. (2007). – p.41.
  103. Rvachev V.L. Geometricheskiye prilozheniya algebri logiki. // Kiyev: Texnika, 1967. – pp. 37-54.
  104. Semerich Yu.S., Romanova Ye.G., Romanov N.A.. Matematicheskoye modelirovaniye geometricheskix fraktalov s pomoshyu R-funksiy. // Trudi

Mejdunarodnogo simpoziuma «Nadejnost i kachestvo» 1-2 s (2013). – pp. 1-5.

105. Choporov S.V., Gomenyuk S.I. Problemno-oriyentirovanniy yazik geometricheskogo modelirovaniya na baze teorii R-funktsiy. // Vestnik Natsionalnogo tekhnicheskogo universiteta Xarkovskiy politexnicheskiiy institut. Seriya: Informatika i modelirovaniye 17 (2011), 181-188 s.

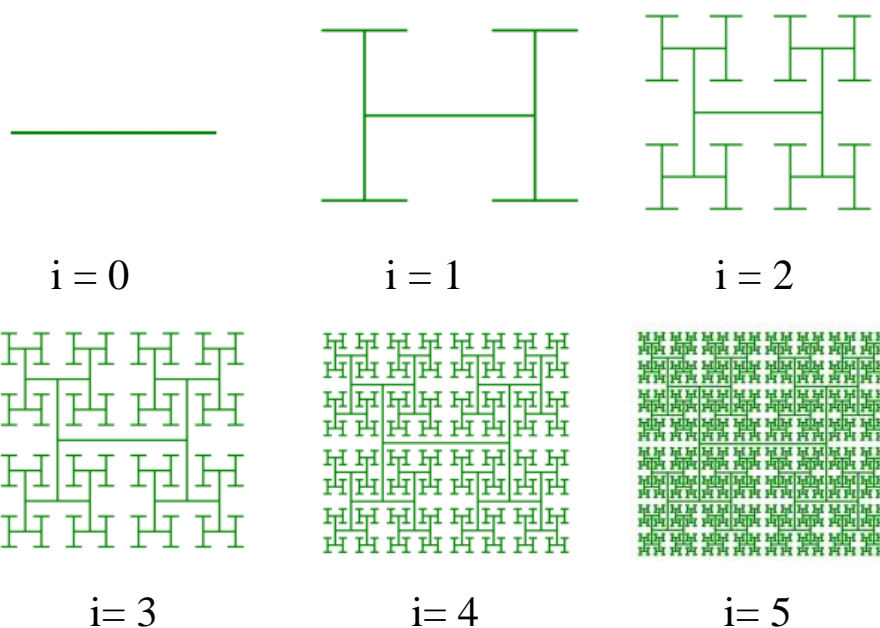
# ILOVALAR

## 1-ilova

**RFM usulida hosil qilingan murakkab fraktal tuzilishli milliy naqshlar**

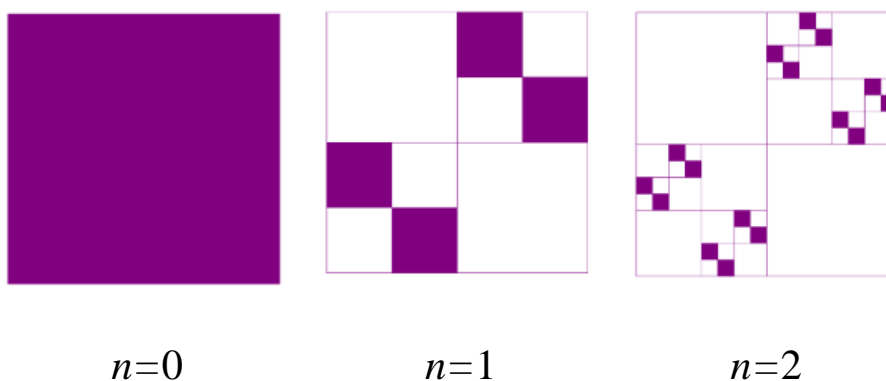
### 1.1-ilova

“Keyli daraxti”ga asoslangan fraktal

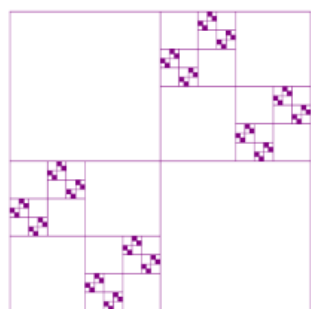


### 1.2-ilova

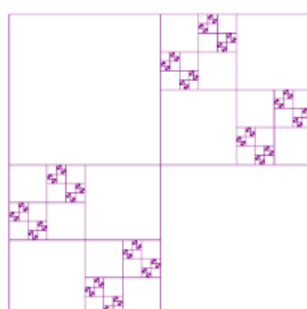
$d=1$  o'lchamli Kantor to'plamini qurish







$n=3$



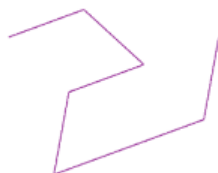
$n=4$

### 1.3-ilova

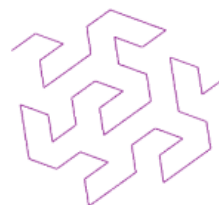
$n$  ning turli qiymatlaridagi Gosper egri chizig'i



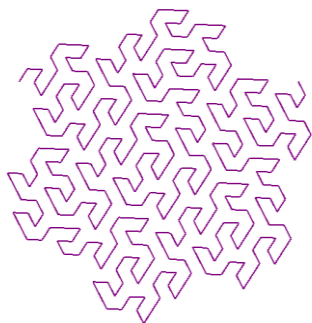
$n=1$



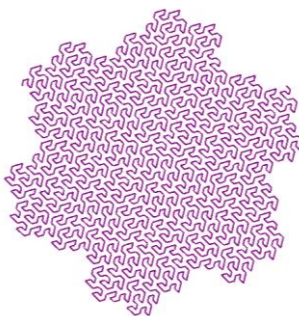
$n=2$



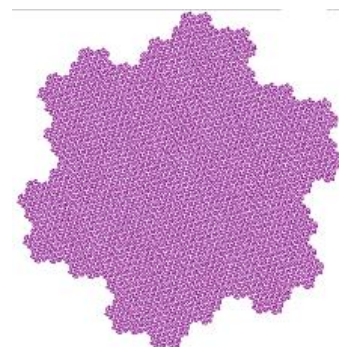
$n=3$



$n=4$



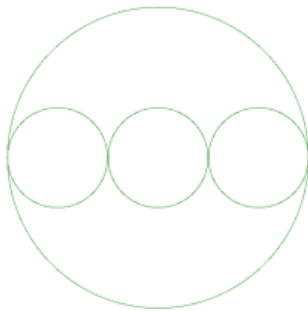
$n=5$



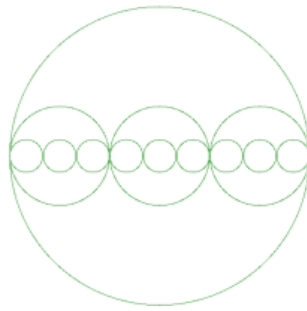
$n=6$

## 1.4-ilova

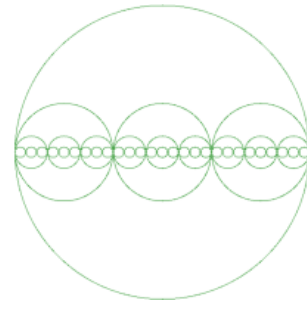
### Bog‘langan aylanalardan iborat fraktallar



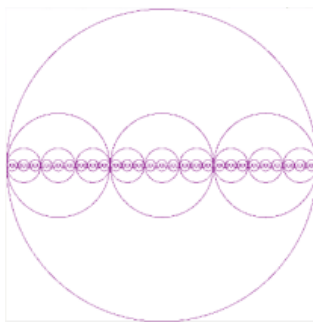
$n=1, k=2$



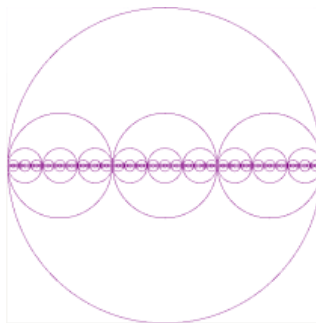
$n=2, k=2$



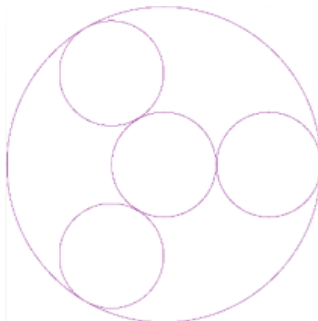
$n=3, k=2$



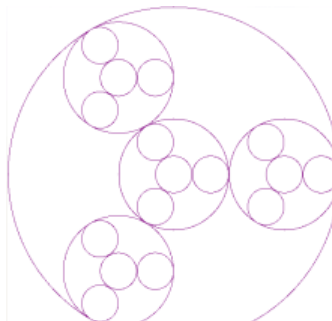
$n=4, k=2$



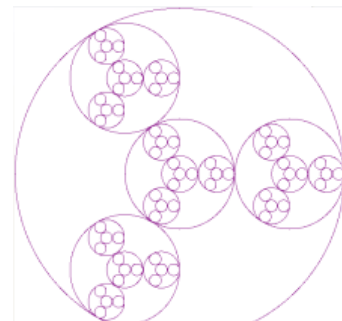
$n=5, k=2$



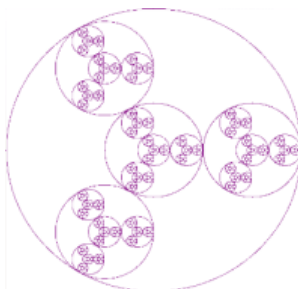
$n=1, k=3$



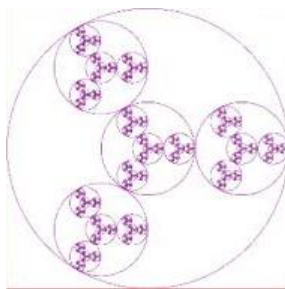
$n=2, k=3$



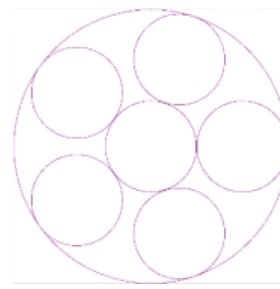
$n=3, k=3$



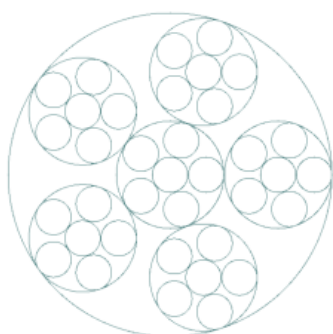
$n=4, k=3$



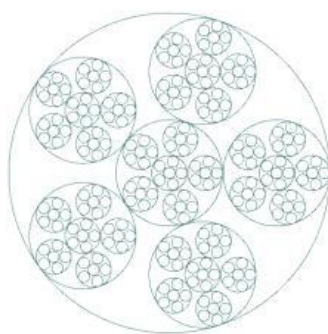
$n=5, k=3$



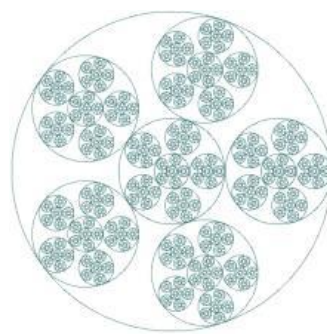
$n=1, k=5$



$n=2, k=5$



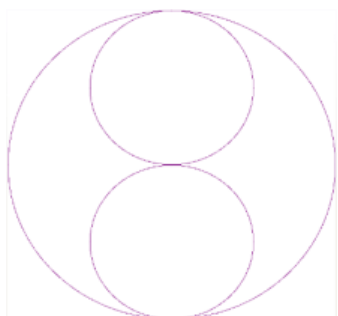
$n=3, k=5$



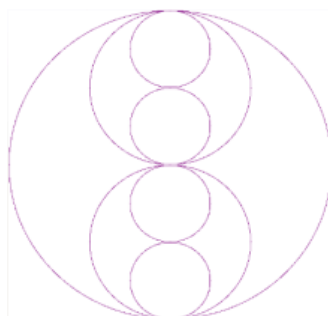
$n=4, k=5$

### 1.5-ilova

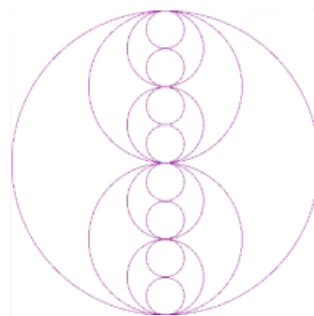
Urinishli kesishadigan aylanali fraktallar



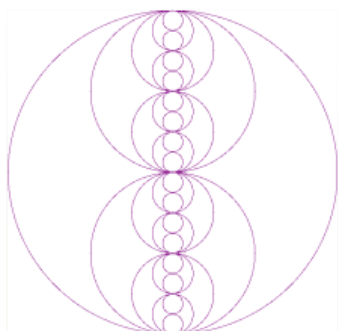
$n=1$



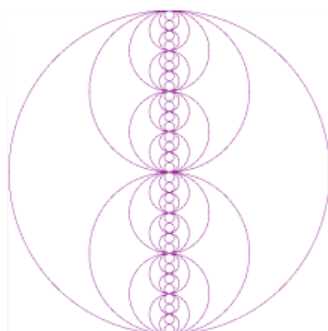
$n=2$



$n=3$



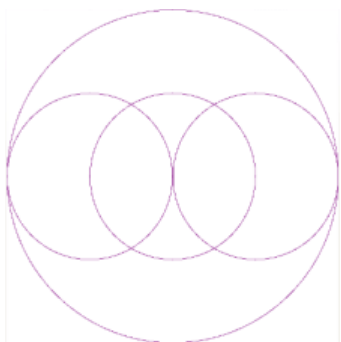
$n=4$



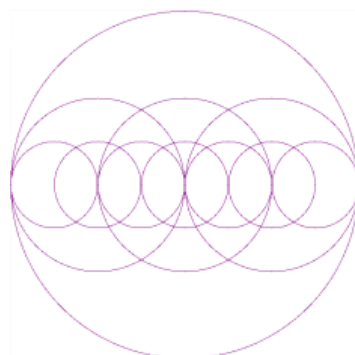
$n=5$

## 1.6-ilova

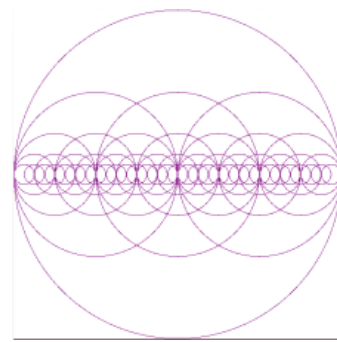
Ichki aylanalar kesishadigan va kamayadigan holat uchun fraktallar



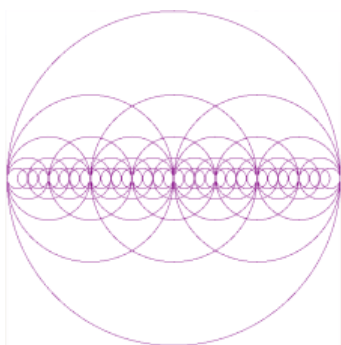
$n=1, k=2, l=2$



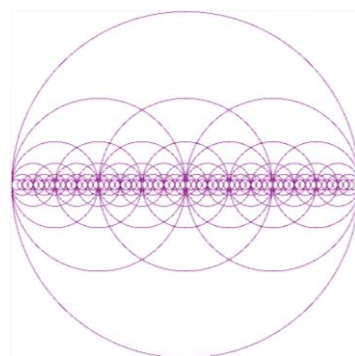
$n=2, k=2, l=2$



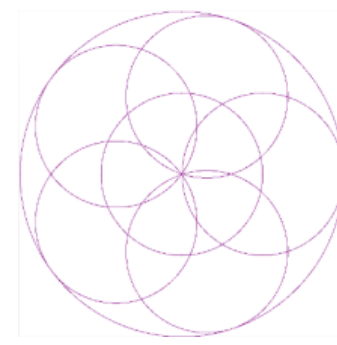
$n=3, k=2, l=2$



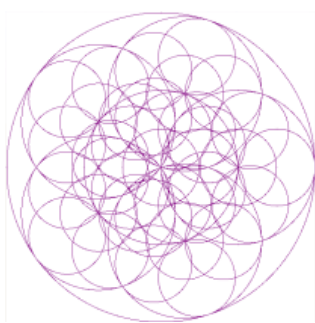
$n=4, k=2, l=2$



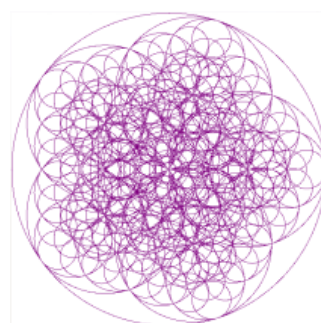
$n=5, k=2, l=2$



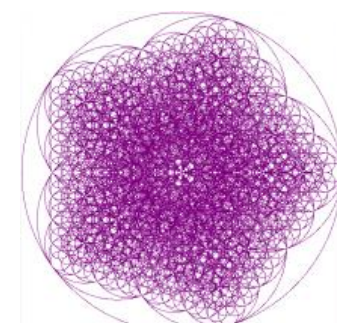
$n=1, k=5, l=2$



$n=2, k=5, l=2$



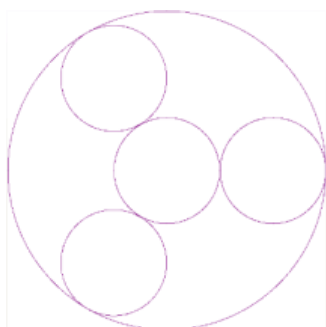
$n=3, k=5, l=2$



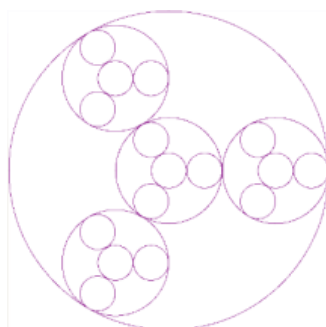
$n=4, k=5, l=2$

## 1.7-ilova

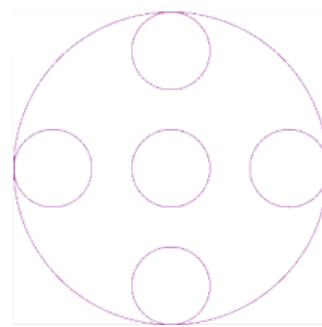
### Bog‘langan aylanalardan iborat fraktallar



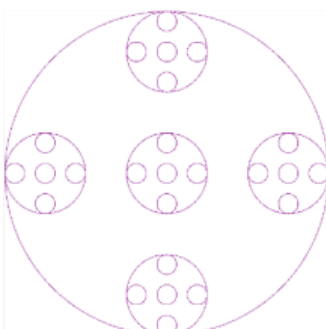
$$n=1, k=5, l=3$$



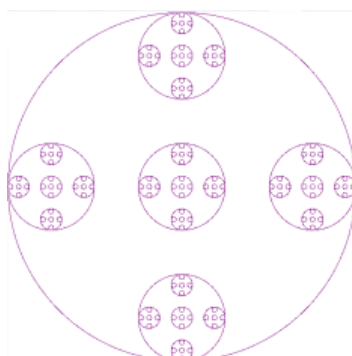
$$n=2, k=5, l=3$$



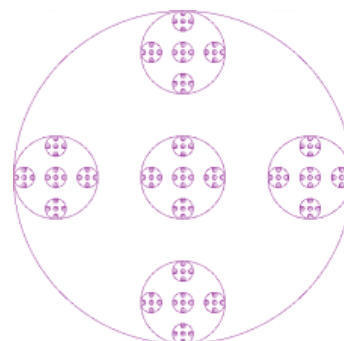
$$n=1, k=4, l=4$$



$$n=2, k=4, l=4$$



$$n=3, k=4, l=4$$



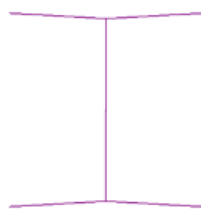
$$n=4, k=4, l=4$$

## 1.8-ilova

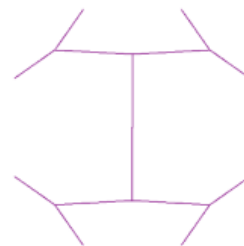
### Daraxt ko'rinishdagi fraktallar



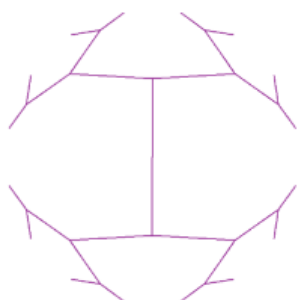
$n=1, k=2$



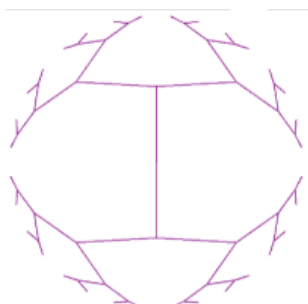
$n=2, k=2$



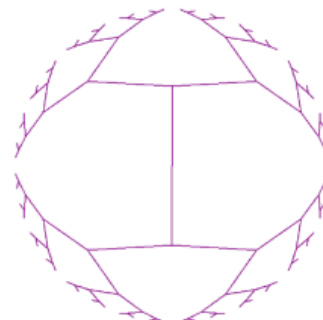
$n=3, k=2$



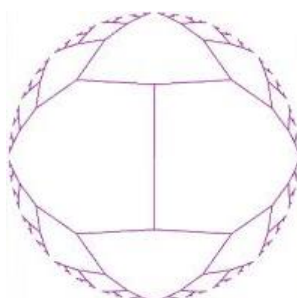
$n=4, k=2$



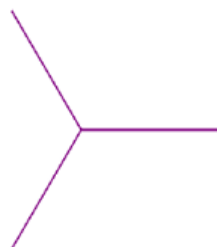
$n=5, k=2$



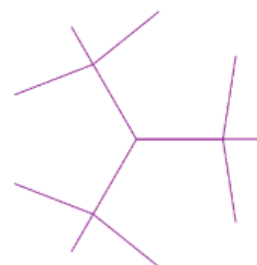
$n=6, k=2$



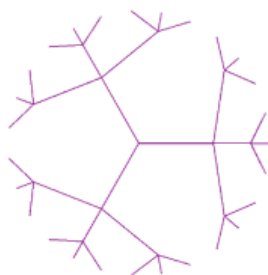
$n=7, k=2$



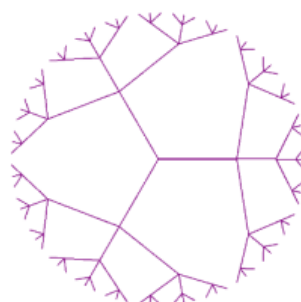
$n=1, k=3$



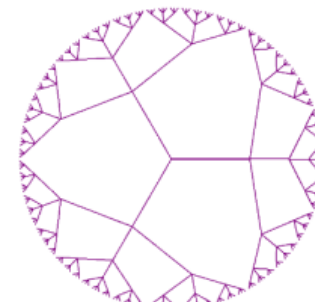
$n=2, k=3$



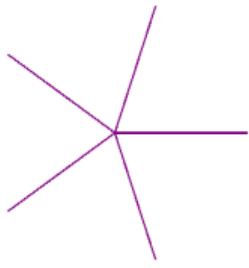
$n=3, k=3$



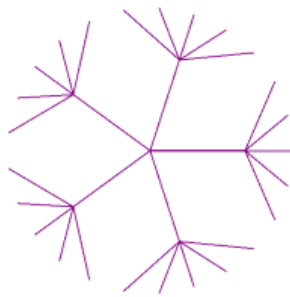
$n=4, k=3$



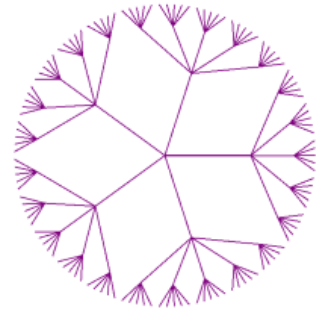
$n=5, k=3$



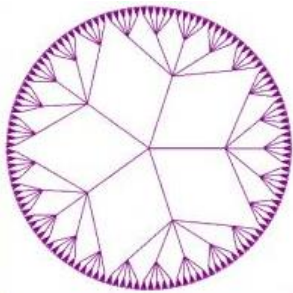
$n=1, k=5$



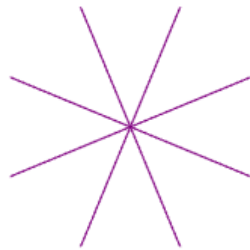
$n=2, k=5$



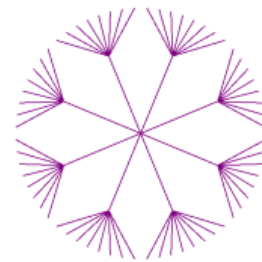
$n=3, k=5$



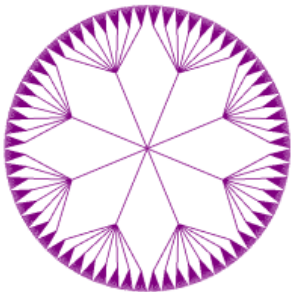
$n=4, k=5$



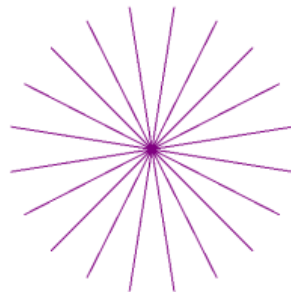
$n=1, k=8$



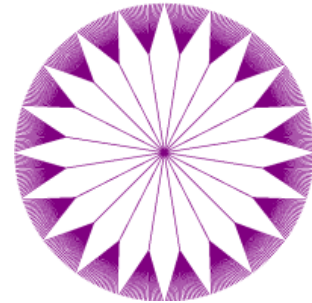
$n=2, k=8$



$n=3, k=8$



$n=1, k=20$



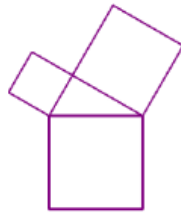
$n=2, k=20$

# 1.9-ilova

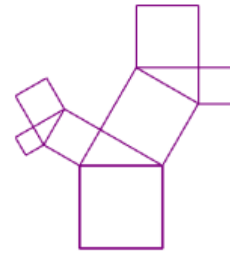
## Pifagor daraxti fraktali



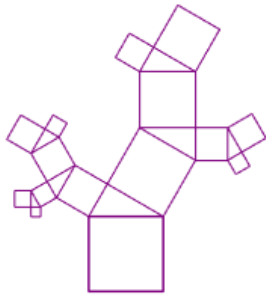
$n=0, \alpha=\pi/3$



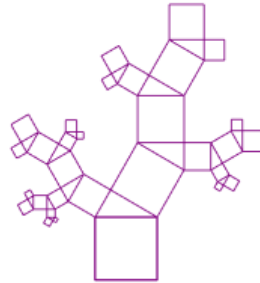
$n=1, \alpha=\pi/3$



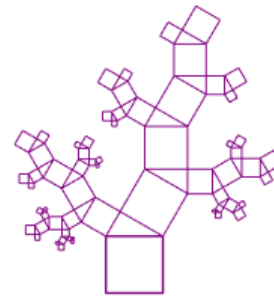
$n=2, \alpha=\pi/3$



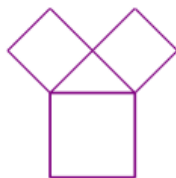
$n=3, \alpha=\pi/3$



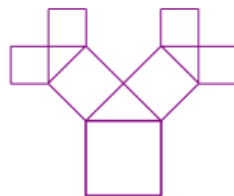
$n=4, \alpha=\pi/3$



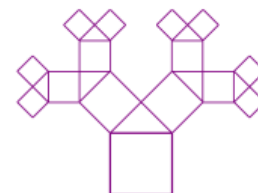
$n=5, \alpha=\pi/3$



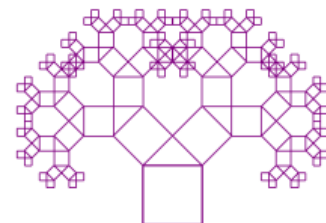
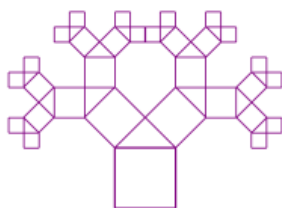
$n=1, \alpha=\pi/4$



$n=2, \alpha=\pi/4$

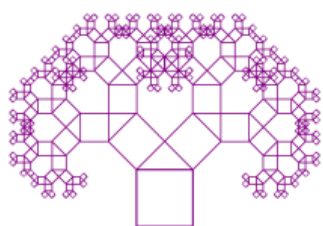


$n=3, \alpha=\pi/4$





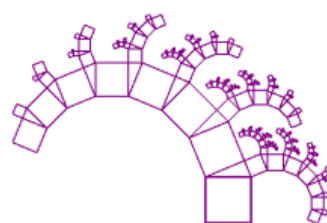
$n=4, \alpha=\pi/4$



$n=5, \alpha=\pi/4$



$n=6, \alpha=\pi/4$



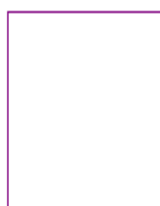
$n=7, \alpha=\pi/4$

$n=7, \alpha=\pi/5$

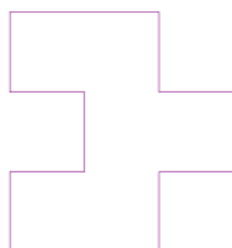
$n=7, \alpha=\pi/8$

### 1.10-ilova

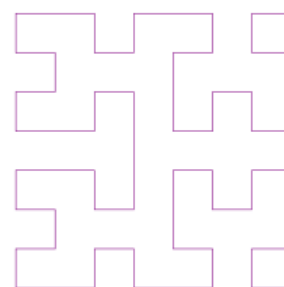
( $N_1 \dots N_6$ ) Gilbert egri chizig'i



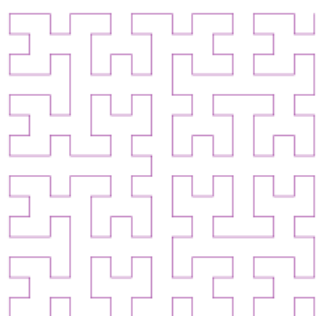
$n=1 (N_1)$



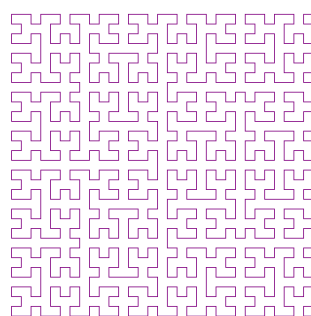
$n=2 (N_2)$



$n=3 (N_3)$



$n=4 (N_4)$



$n=5 (N_5)$



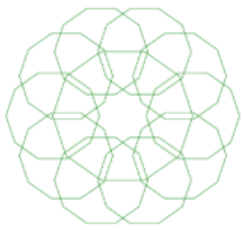
$n=6 (N_6)$

## 2-ilova

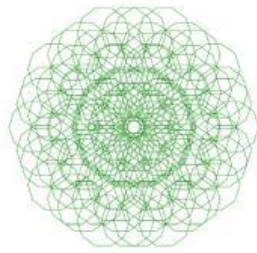
### Geometriyaning asosiy tushunchalaridan foydalanib hosil qilingan murakkab fraktal tuzilishli milliy naqshlar

#### 2.1-ilova

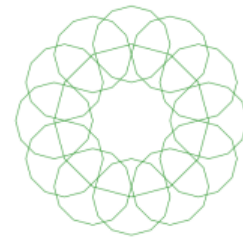
$n=10$ ,  $n=12$  va  $n=16$  da hosil bo'lgan fraktallar.



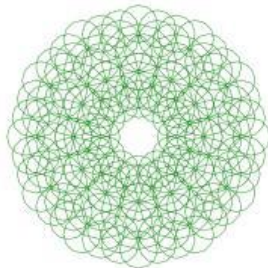
$M(500;400)$ ,  
 $R = 120$ ,  
 $L = 1.5$ ,  
 $\alpha = 0$ ,  $n = 10$ ,  
 $S = 1$



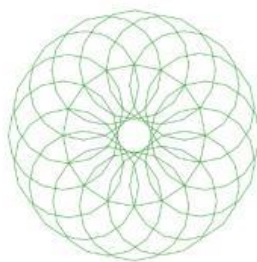
$M(500;400)$ ,  
 $R = 120$ ,  $L = 1.5$ ,  
 $\alpha = 0$ ,  $n = 10$ ,  
 $S = 2$



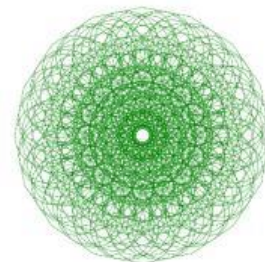
$M(500;400)$ ,  
 $R = 120$ ,  
 $L = 1.5$ ,  
 $\alpha = 0$ ,  $n = 12$ ,  
 $S = 1$



$M(500;400)$ ,  
 $R = 120$ ,  
 $L = 1.5$ ,  
 $\alpha = 0$ ,  $n = 12$ ,  
 $S = 2$



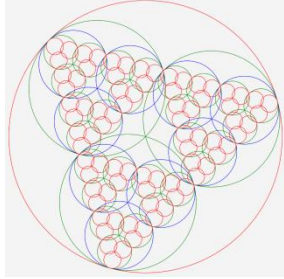
$M(500;400)$ ,  
 $R = 120$ ,  $L = 1.5$ ,  
 $\alpha = 0$ ,  $n = 16$ ,  
 $S = 1$



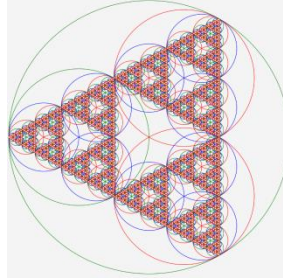
$M(500;400)$ ,  
 $R = 120$ ,  
 $L = 1.5$ ,  
 $\alpha = 0$ ,  $n = 16$ ,  
 $S = 2$

## 2.2-ilova

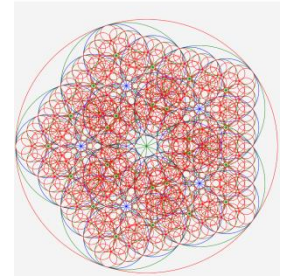
**$k = 2, k = 2.7; S=3, S=5, S=6, S=9, S=10$  qadamlarda hosil bo'lgan aylanasimon fraktallar**



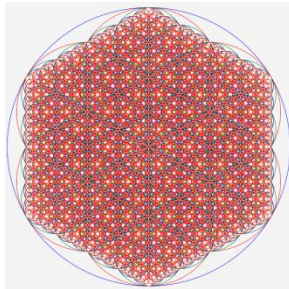
$M(500:400),$   
 $R = 350, \alpha = 45,$   
 $n = 4, l=45,$   
 $k = 2, S = 3$



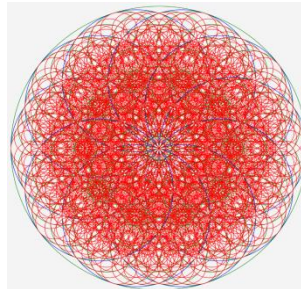
$M(500:400),$   
 $R = 350, \alpha = 0,$   
 $n = 7, l=45,$   
 $k = 2, S = 3$



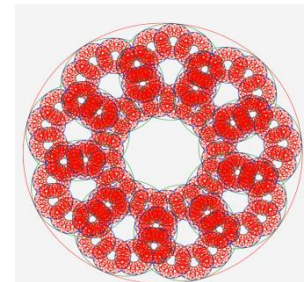
$M(500:400),$   
 $R = 350, \alpha = 0,$   
 $n = 4, l=45,$   
 $k = 2, S = 5$



$M(500:400),$   
 $R = 350, \alpha = 30,$   
 $n = 5, l=45,$   
 $k = 2,$   
 $S = 6$



$M(500:400),$   
 $R = 350, \alpha = 0,$   
 $n = 3, l=45,$   
 $k = 2, S = 10$



$M(500:400),$   
 $R = 350, \alpha = 15,$   
 $n = 4, l=0,$   
 $k = 2.7, S = 9$

### 3-ilova

#### Shartli belgilar va atamalar ro‘yxati

**L-tizimlar** – Lindenmayer tizimi

**IFS** – Iteration function systems

**R-funksiya** – Rvachev funksiyasi

**RFM** – Rvachev function method

**EHM** – elektron hisoblash mashinalari

**2D** – ikki o‘lchov

**FO‘** – fraktal o‘lchov

**D** – dimension

**Mod** – modul

Geometrik naqsh elementlari:

*Nuqta* - hayotni boshlanishi, zarraga, tangrini yagonaligi, hayotni tugallanishi va boshqalar ramzi.

*To‘g‘ri chiziq* - hayotni to‘g‘ri yoki ravonligi.

*To‘lqinli chiziq* - hayotni notekisligi, oyni o‘n beshi yorug‘, o‘n beshi qorong‘ulikligi.

*Olti qirrali yulduz* - hayotni boshlanishi va oxiri.

*Musbat belgisi* - juftlik ramzi.

Tik turgan holatidagi *teng tomonli uchburchak* - hayotning boshlanishi.

Teskari turgan holatida *teng tomonli uchburchak* - hayotning oxiri.

*Teng yonli uchburchak* - yaxlit bo‘lingan olam, dunyoning to‘rt tomoni, osmon saroyi.

*Kvadrat* - quyosh farzandi, abadiylik yorug‘lik mustahkamlik olamning cheksizligi. Borliq yer, suv, olov va havodan iboratligini bildiradi.

*To'g'ri to'rtburchak* - ishonch.

*Romb* - ayol ya'ni ona yer, serfarzandlik.

*Aylana* - olam, baxt, quyosh, abadiylik insonlarni yovuz niyatidan qaytarish ramzi.

*Besh qirrali yulduz* - hayotni qisqaligini, besh kunlik dunyo, islomning besh ustuni.

*Yarim aylana* - baxt.

*Yangi oy* - islom dinining ifodasi, musulmonlik.

*Quyosh* - hayot, yorug'lik, iliqlik.

*Quyosh nuri* - ziyo.

*Bulut, olov* - g'oliblik, ulug'vorlik.

Islomiy naqsh elementlarining ramziy ma'nolari:

*Bodom* - baxt - iqbol.

*Barg* - bahorgi o'yg'onish.

*Qalampir* - har xil yomonliklardan va yomon ko'zlardan.

*Zirk guli (gulsafsar)* - asrash ramzi.

*Anor* - osoyishtalik va umr uzoqligi.

*Oygul* - ezgulik to'qchilik.

*Jingala* - baxt - iqbol, go'zallik.

*Olma* - to'kin - sochinlik, boylik ramzi.

*Novda* - muxabbat.

*Yaproq* - boylik va faravonlik.

*Atirgul* - go'zallik.

Ranglarning ramziy ma'nolari:

*Yashil rang* - ona tabiat, islom ramzi.

*Moviy rang* - osmon, koinot, tinchlik, yomon ko'zdan asrash ramzi.

*Qizil rang* - g'alaba, olov, iliqlik, xursandlik, shodlik, qon.

*Sariq rang* - muqaddaslik, yorug'lik, quyosh, kenglik.

*Qora rang* - motam, cheksizlik, mavxumlik, qo'rquv, tushkunlik,  
noaniqlik.

*Zangori rang* - oliy e'tiqod.

*Oq rang* - poklik, ozodlik, yorug'lik, baxt, omad.