

UzDUU

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI AXBOROT TEXNOLOGIYALARI VA
KOMMUNIKATSIYALARINI RIVOJLANTIRISH VAZIRLIGI**

TOSHKENT AXBOROT TEXNOLOGIYALARI UNIVERSITETI

**“Algoritmash va matematik
modellashtirish” kafedrası**

**DISKRET MATEMATIKA FANINING GRAFLAR NAZARIYASI
BO'LIMI BO'YICHA O'QUV-USLUBIY QO'LLANMA**

34/41

TOSHKENT 2015

Kirish

Hozirgi kunga kelib diskret matematikaning qo'llanish sohasi kengayib bormoqda. Hayotning turli jabhalarida diskret matematika fani elementlarining tatbiqini ko'rish mumkin.

Ushbu o'quv-uslubiy qo'llanmada diskret matematikaning graflar nazariyasi bo'limi bo'yicha materiallar to'plangan bo'lib, uni diskret matematika fani bo'yicha amaliyot darslarida qo'llanma sifatida ishlatish mumkin. Unda graflar nazariyasi bo'yicha namunaviy dasturga kiritilgan mavzularga doir nazariy bilimlar, masalalarning yechilish usullari va mustaqil ishlash uchun misollar keltirilgan.

O'quv-uslubiy qo'llanmada sodda graf, to'la graf, nolgraf, psevdograf, multigraf, oriyentirlangan graf, tolerant graf, qism graf, qoshnilik, insidentlik, uchning darajasi, bir jinsli graf, ikki yoqli graf, grafning to'ldiruvchisi, graflarning yig'indisi va kesishmasi, bog'langan graflar, marshrut, zanjir, sikllar, Eylar grafi, Gamilton grafi, sodda zanjirlar, graflarni xarakterlovchi sonlar, daraxtlar kabi tushunchalar sodda ko'rinishda misollar yordamida to'liq tushuntirib berilgan.

O'quv-uslubiy qo'llanma texnika oily o'quv yurtlari talabalari va diskret matematika fanidan ta'lim beruvchi o'qituvchilarning foydalanishlari uchun mo'ljallangan.

O'QUV ZALI

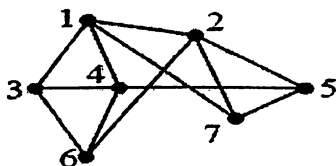
Toshkent aifond
texnologiyalari universiteti
Axborot-Resurs markazi

1. Graflar nazariyasi

Graflar nazariyasi hozirgi zamon matematikasining asosiy qismlaridan biridir. Keyingi vaqtlarda turli xil diskret xususiyatlariga ega bo'lgan hisoblash qurilmalarini loyihalashda graflarning ahamiyati yanada oshdi.

Umumiy holda graf bu – ma'lum bir holatdagi chiziqlar bilan (to'g'ri bo'lishi shart emas) tutashtirilgan nuqtalar to'plamidir va to'plam nuqtalari graf uchlari, ularni tutashtiruvchi chiziqlar graf qirralari deyiladi. Odatda, graf uchlari natural sonlar bilan, qirralarini ular tutashtirgan uchlar belgilandan sonlarning tartiblanmagan juftliklari bilan belgilanadi.

Agar har qaysi 2 ta uch faqat 1 ta qirra bilan tutashtirilgan bo'lsa va har bir qirra har xil uchlarni tutashtirsa, bunday grafga sodda graf deyiladi



f

1.2- rasm

Graflarni faqat faqat rasm ko'rinishda emas, analitik ko'rinishida ham tasvirlash mumkin.

Masalan: $V = \{1,2,3,4,5,6,7\}$,

$E = \{\{1,2\}, \{1,3\}, \{1,4\}, \{1,7\}, \{2,5\}, \{2,6\}, \{2,7\}, \{3,4\}, \{3,6\}, \{4,5\}, \{4,6\}, \{5,7\}\}$.

E to'plam V to'plamning 2 elementli to'plam ostilar to'plami bo'lib, uning har bir elementi qirrani ifodalaydi.

2.Psevdograf. Multigraf

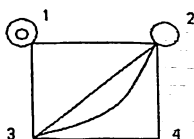
Shunday graflar mavjudki, ularning uchlari bir nechta qirralar bilan bog'langan bo'ladi. Bunday qirralar karrali qirralar deyiladi. Biror uchini o'zi bilan bog'laydigan qirraga ilmoq (tugun) deyiladi.

Agar uchdan hech qanday qirra chiqmasa, bunday uch yakkalangan uch deyiladi yoki hech qanday qirra (yoy) bilan bog'lanmagan uch yakkalangan uch deb ataladi.

Faqat yakkalangan uchlardan tashkil topgan graf nolgraf yoki bo'sh graf deb ataladi yoki bitta ham qirradi bo'lmagan graf nol deyiladi.

Uchlari soni m ga teng bo'lgan bo'sh grafni O_m yoki N_m kabi belgilash qabul qilingan.

Ham ilmoq, ham karrali qirraga ega bo'lgan grafga psevdograf deyiladi (2-rasm)

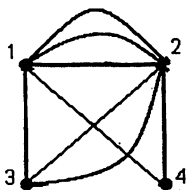


2.1 -rasm

Yuqorida keltirilgan grafda 1 uch 2 ta karra ilmoqqa, 2 uch 1 ta ilmoqqa ega, 2 va 3 uchlari 2 ta karrali qirralar bilan bog'langan.

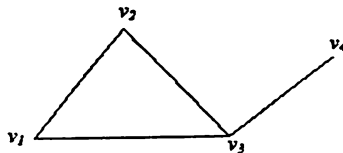
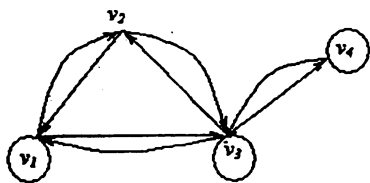
Ilmoqlarsiz psevdograf multigraf deyiladi.

Multigrafga misol 2.2-rasmda keltirilgan.



2.2-rasm

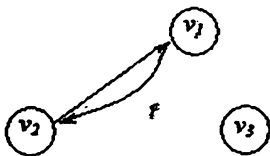
Agar grafning uchlari va qirralari to'plamida refleksivlik va simmetriklik xossalari qanoatlantiruvchi binar munosabat mavjud bo'lsa, bunday graf tolerant graf deyiladi.



2.3- rasm

Tolerant graf

Oriyentirlanmagan graf



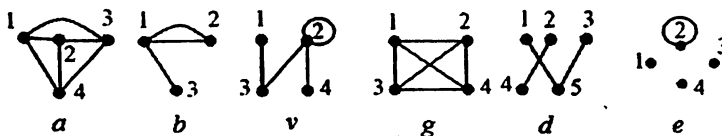
2.3- rasm

Tolerant graf

Oriyentirlanmagan graf

Mavzuga doir mashqlar:

1) 2.5-rasmda psevdograflarni ko'rsating:



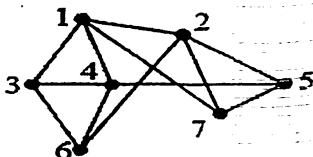
2.5- rasm

2) 2.5-rasmdagi multigraflarni ko'rsating.

- 3) 2.5-rasmdagi sodda graflarni ko'rsating.
- 4) 4 ta uch va 8 ta qirraga ega bo'lgan graf sodda graf bo'ladimi?
- 5) Faqat bitta qirraga ega bo'lgan graf psevdograf bo'ladimi?
- 6) Karrali qirralardga ega bo'lmagan graf psevdograf bo'ladimi?
- 7) Bitta qirrali graf multigraf bo'ladimi?
- 8) Bitta uchga ega bo'lgan graf multigraf bo'la oladimi? Psevdograf-chi? Sodda graf bo'la oladimi?

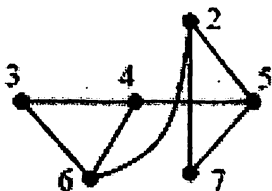
3. Qism graf

Agar G grafdan bitta yoki bir nechta uchlar olib tashlansa, u holda bu uchlardan chiquvchi qirralar ham yo'qoladi qolgan uchlar va qirralar berilgan G grafning qism grafi bo'lgan G' grafni tashkil qiladi. Ma'lumki, har qanday graf o'zining qism grafiga ega bo'ladi.



3.1- rasm

Bu 3.1-rasmdagi grafdan 1- uchni olib tashlaymiz. Undan $\{1,2\}$, $\{1,3\}$, $\{1,4\}$, $\{1,7\}$ qirralar ham yo'qoladi natijada 3.2-rasmdagi graf paydo bo'ladi.

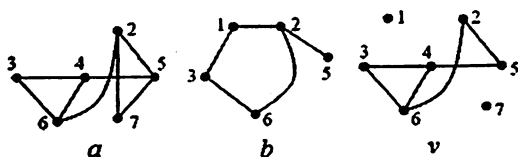


3.2 -rasm

Mavzuga doir mashqlar:

1. 3.1- rasmdagi G grafda 4- uchni, 1,5,6 uchlarni yo'qotgandan keyin qolgan graflarni aniqlang.

2. 3.3- rasmdagi a grafga asosan nehta qism graf olish mumkin? 3.3- rasmdagi b va v rasmdagi graflardan chi?



3.3- rasm

3. Bo'sh graf 3.3-rasmdagi grafga qism graf bo'la oladimi ?
4. 7 ta uchga ega bo'lgan nol graf 3.3-rasmdagi grafga qism graf bo'la oladimi ?
5. Bo'sh graf nol grafning qism grafi bo'la oladimi ?
6. 3.3- rasmdagi v grafning nol grafi uning qism grafi bo'la oladimi ?
7. Nol graf har qanday grafning qism grafi bo'la oladimi ?
8. 3.1- rasmdagi grafdan uning a) 1 ta b) 2 ta c) 3 ta qirrasini olib tashlash natijasida nechta qism graf paydo bo'ladi.
9. Oddiy grafda 10 ta qirra bor bu graflarda 7 tadan kam bo'lmagan qirraga ega bo'lgan nechta qism graf bor.
10. n ta uchli to'liq graf chizing a) $n=2$; b) $n=3$; c) $n=5$.

f

4. Qoshnilik. Insidentlik. Uchning darajasi

G grafning V - uchlar to'plamidan olingan $v, e \in V$ va $v, e \in V$ uchlar qirra bilan birlashtirilgan bo'lsa, bunday uchlar qo'shni uchlar deyiladi.

Masalan : 4.1- rasmda 3 va 4, 3 va 6, 4 va 6 va boshqalar qo'shni uchlar bo'ladi.

2 ta qirra qo'shni deyiladi agar ular umumiy uchga ega bo'lsa.

4.1- rasmda qo'shni qirralar $\{3,4\}$, $\{3,6\}$, $\{4,5\}$, $\{2,5\}$ va boshqalar.

Agar uch biror qirraning oxiri bo'lsa shu uch va qirra insident deyiladi.

4.1- rasmda $\{3,4\}$ qirra 3 uchga insident bu qirra 4- uchga ham insident.

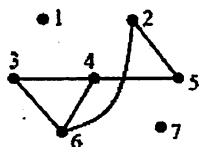
Berilgan uchga insident bo'lgan qirralar soni shu uchning darajasi deyiladi.

Masalan, 4.1- rasmdagi grafda 3 uchning darajasi 2 ga 4- uchning darajasi 3 ga teng.

Yakkalangan uchning darajasi 1 ga teng.

Grafning barcha uchlari darajalari yig'indisi juft son bo'lib, bu sonning yarmi grafning qirralari soniga teng (bu xossa barch graflar uchun o'rinli).

Masalan:



4.1- rasm

4.4.1-rasmdagi grafning uchlari darajalari yig`indisi

$$\rho(1)+\rho(2)+\rho(3)+\dots+\rho(7) = 0+2+2+3+2+3+0 = 12 \text{ ga teng.}$$

Agar uchning darajasi juft bo`lsa, u juft, darajasi toq bo`lsa, u toq uch deyiladi.

Har qanday grafda toq uchlar soni juft bo`ladi. Graflarda juft uchlar soni juft bo`lishi ham, toq bo`lishi ham mumkin.

Mavzuga doir mashqlar:

1. Oldingi mavzudagi 3.1-rasmdagi qo`shni uchlarni juftligini ko`rsating.

- 1 va 2
- 1 va 5
- 3 va 4
- 3 va 5
- 1 va 7
- 2 va 7
- 6 va 7
- 2 va 1

2. 3.1-rasmdagi qo`shni qirralar juftligini ko`rsating.

3. 4.1- rasmdagi {2,6} qirraga insident uchlarni nomerini ko`rsating.

4. 4- rasmdagi ilingan uchga ega bo`lgan graflarni ko`rsating.

5. Graflarning barcha uchlari darajalari yig`indisi 20 ga teng. Bu grafga 3 qirra qo`shiladi (uchlari soni o`zgarmaydi), graflarning uchlari darajalari yig`indisi nimaga teng bo`ladi, unda nechta qirra bor?

6. Quyidagi graflarda nechta juft va nechta toq uchlar bor?

7. 2.5- rasmdagi graflarning har biridagi osilgan uchlar sonini aniqlang.
8. Quyidagi savollardan "ha" deb javob berishingiz mumkin bo'lganlarini aniqlang:
- Har bir uchlarini darajasi 0 ga teng bo'lgan graflar mavjudmi?
 - Juft uchlari soni toq son bo'lgan graf yasash mumkinmi?
 - 1 ta uch va 1 qirraga ega bo'lgan graf mavjudmi?
 - Nol grafda qo'shni uchlar mavjudmi?
 - 2.5-rasmdagi graflarning har bir qirralariga 1 tadan karrali qirra qo'shilgan, uchlarining qirralari 2 marta oshadi degan tasdiq to'g'rimi?
 - 1 toq uch va 3 ta juft uchga ega bo'lgan graf yasash mumkinmi?

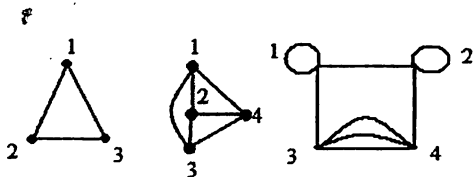
5. Bir jinsli graf. To'liq graf. Grafning to'ldiruvchisi

Agar grafning barcha uchlari darajalari o'zaro teng bo'lsa, bu graf bir jinsli graf deyiladi.

$$\rho(1) = \rho(2) = \dots = \rho(n).$$

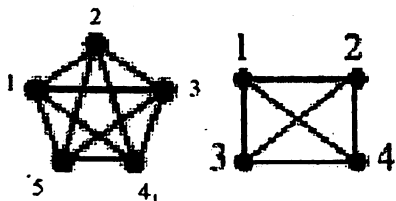
n – uchlari soni, $\rho(i)$ – i uchning darajasi ($i = 1, 2, 3, \dots, n$)

Bir jinsli graflarga misollar:



5.1- rasm

Bir jinsli graflarning barcha uchlari darajalari yig'indisi pn ga teng. P – uchning darajasi, n – uchlari soni natijada bir jinsli grafning qirralari soni $k = \frac{pn}{2}$ bo'ladi. Har qanday 2 ta uchlari juftliklari 1 ta qirra bilan tutashgan ilmoqsiz graf to'liq graf deyiladi. To'liq grafga misollar 5.2- rasmda keltirilgan.



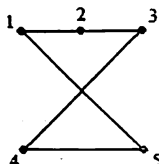
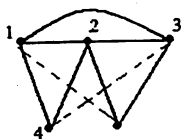
5.2- rasm

Istalgan ikkita uchlari qo'shni bo'lgan ilmoqsiz va karrali qirralarsiz orientirlanmagan graf to'la graf deb ataladi. Uchlari soni m ga teng bo'lgan to'la graf K_m bilan belgilanadi. Ravshanki, K_m grafning qirralar soni $C_m^2 = \frac{m(m-1)}{2}$ bo'ladi.

Har qanday to'liq graf bir jinsli graf bo'ladi.

To'liq bo'lmagan graf berilgan bo'lsin. Uning uchlardan to'liq graf hosil qilamiz. Keyin bu grafdan berilgan grafning barcha qirralarini olib tashlaymiz. Hosil bo'lgan graf berilgan grafning to'liq bo'lgan graf gacha to'ldiruvchisi deyiladi.

Misol:



5.3- rasm

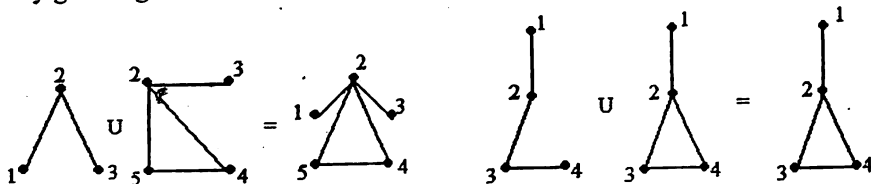
Mavzuga doir mashqlar:

1. Agar $n=7$ va $p=6$ bo'lsa, bir jinsli grafda nechta qirra bor?
2. 19 ta qirraga ega bo'lgan bir jinsli graf uchun n va p topilsin.
3. "Ha" deb javob berish mumkin bo'lgan savollarni ko'rsating. Bir jinsli graf deyish mumkinmi, agar grafda:
 - a) 5 ta uch va har bir uchning darajasi 3 ga teng bo'lsa?
 - b) 6 ta uch va har biri uchning darajasi 4 ga teng bo'lsa-chi?
 - c) 4 ta uch va 6 ta qirra bo'lsa?
 - d) 5 ta uch va 6 ta qirra bo'lsa?
 - e) 7 ta uch va har bir uchning darajasi 5 ga teng bo'lsa?
 - f) 6 ta uch va 9 ta qirra?
 - g) 8 ta uch va har bir uchning darajasi 3 ga teng bo'lsa?
4. To'liq grafda 18 ta uch bor. 1 uchga insident bo'lgan nechta qirra bor?
5. 10 ta uchga ega bo'lgan to'liq grafda nechta qirra bor?
6. 105 ta qirraga ega bo'lgan to'liq grafning uchlari sonini toping.
7. To'liq grafning qism grafi 12 ta uch va 54 ta qirradagi qism grafning to'ldiruvchisi nechta qirraga ega?

8. 20 ta uchga ega bo'lgan to'liq grafdan bir nechta uchni olib tashlandi. Qolgan qism grafda 66 ta qirra qoldi nechta uch olib tashlangan? Nechta qirra qoldi?
9. To'liq grafning uchi darajasi 7 ga teng. Toq grafdan bir nechta qirra shunday olib tashlanganki, hosil bo'lgan qism grafning uchlari darajalari 5 ga teng bo'ladi. Nechta qirra olib tashlandi? Nechta qirra qolgan?
- 10.91 ta qirraga ega bo'lgan to'liq grafning uchlari darajasini toping?
11. Bir jinsli grafda uchning darajasi 5 ga teng, qirralar soni 35 ta. Grafning uchlari sonini toping?
- 12.28 ta to'liq uchga ega to'liq G grafning har bir uchini G' to'liq grafning har bir uchi bilan birlashtiriladi, natijada 55 ta qirrali graf paydo bo'ladi. G' grafda nechta uchlar bor? G va G' graflarda nechta qirra birlashtiriladi?

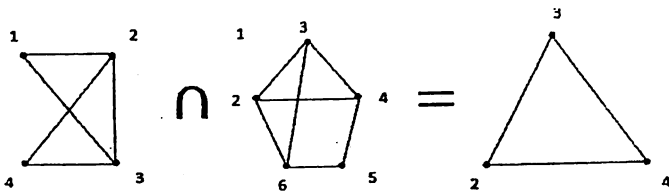
6. Graflarning yig'indisi va kesishmasi

$G_1\{V_1, E_1\}$ va $\{V_2, E_2\}$ G_2 graflarning yig'indisi deb $G = G_1 \cup G_2$ graflarga aytiladi, bunda $V = V_1 \cup V_2$, $E = E_1 \cup E_2$ bo'ladi. Quyida graflar yig'indisiga misollar keltirilgan:



6.1- rasm

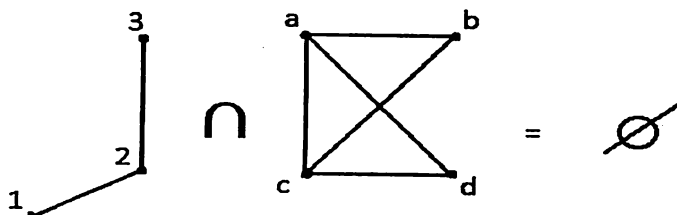
G_1 va G_2 graflarning kesishmasi deb – shunday $G = \{G, E\}$ grafga aytiladiki, bunda $V = V_1 \cap V_2$, $E = E_1 \cap E_2$ quyida grafning kesishmasiga misollar keltirilgan:



6.2- rasm

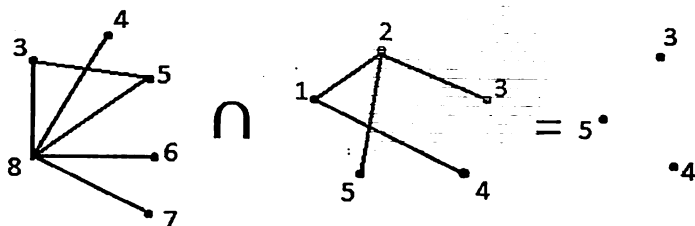
Ta'rifdan ko'rinadiki, graflarning kesishmasi bo'sh graf bo'ladi, ya'ni $G = G_1 \cap G_2 = \emptyset$ bo'ladi, agar $V_1 \cap V_2 = \emptyset$ bo'lsa, ya'ni ikkala graf bir xil belgilangan uchlarga ega bo'lmasa.

Masalan:



6.3- rasm.

Agar $V_1 \cap V_2 = \emptyset$ va $E_1 \cap E_2 = \emptyset$ bo'lsa, u holda uchlari to'plami $V_1 \cap V_2$ bo'lgan $G = G_1 \cap G_2$ nol graf bo'ladi.



6.4-rasm

Agar $V_1 = V_2$ va $E_1 = E_2$ bo'lsa, u holda $G = G_1 \cap G_2 = G$.

Agar $V_1 = V_2$ va $E_1 \neq E_2$ bo'lsa, u holda $G = G_1 \cap G_2 = G_1 = G_2$ bo'ladi.

Mavzuga doir mashqlar:

1. G_1 , G_2 va G_3 graflari quyidagicha berilgan:

$G = \{V_1, E_1\}$, $V_1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $E_1 = \{\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 6\}, \{3, 5\}, \{3, 6\}, \{5, 6\}\}$;

$G_2 = \{V_2, E_2\}$, $V_2 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $E_2 = \{\{1, 4\}, \{2, 3\}, \{3, 5\}, \{3, 6\}, \{5, 6\}, \{5, 7\}, \{5, 8\}, \{6, 7\}, \{6, 8\}\}$;

$G_3 = \{V_3, E_3\}$, $V_3 = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $E_3 = \{\{3, 5\}, \{3, 6\}, \{3, 8\}, \{4, 6\}, \{5, 6\}, \{5, 7\}, \{6, 7\}, \{7, 8\}, \{7, 9\}, \{8, 9\}\}$.

2. Grafning uchlari va qirralari sonini toping:

$$G = G_1 \cup G_2; \quad G = G_1 \cup G_2 \cap G_3;$$

$$G = G_1 \cup G_2 \cup G_3; \quad G = (G_1 \cup G_2) \cap G_3;$$

$$G = G_1 \cap G_2; \quad G = G_1 \cap (G_2 \cup G_3).$$

3. Graflarning uchlarning ko'paytmasini toping:

$$G = G_1 \cup G_2 \cap G_3; \quad G = G_1 \cap G_2 \cup G_1 \cap G_3 \cup G_1 \cap G_2 \cap G_3;$$

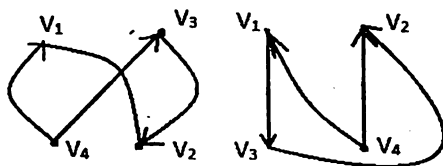
$$G = G_2 \cup G_1 \cap G_2 \cup G_2 \cap G_1 \cap G_3.$$

7. Graflarning izomorfligi

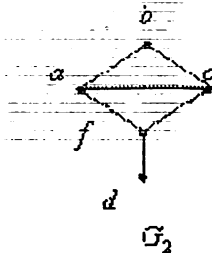
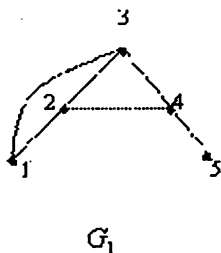
Mos uchlari mos qirralari bilan tutashtirilgan, yo'nalishlari ham bir xil bo'lgan graflar izomorf (o'xshash) graflar deyiladi.

$G_1 \{V, U\}$ va $G_2 \{V_1, U_1\}$ graflar berilgan bo'lib, V va V_1 , U va U_1 o'rtasida biyeksiya o'rnatish mumkin bo'lsa, bunday graflar izomorf graflar deyiladi. Demak, uchlari va qirralari har xil bo'lgan graflar izomorf bo'lmaydi.

Masalan, Quyida keltirilgan graflar izomorf graflardir.



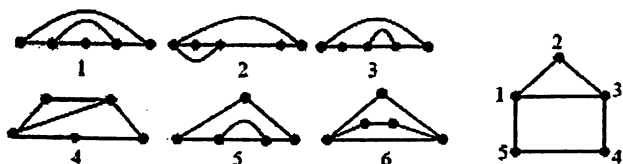
7.1- rasm



7.2- rasm

Mavzuga doir mashqlar:

1. 7.3- rasmdagi graflar ichidan izomorf bo'lmaganlarni ko'rsating.

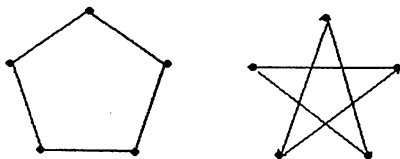


7.3- rasm

2. Qaysi savollarga “ha” deb javob berish mumkin:

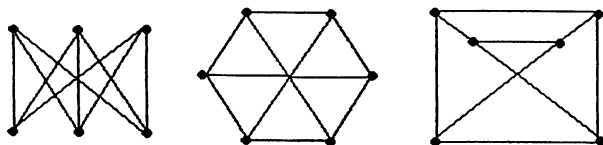
- Qirralari bo'lmagan graflar izomorf bo'lish mumkinmi?
- 1 xil sondagi uchlarga ega bo'lgan 2 ta graf berilgan har qanday belgilanishda ham bu graflarning izomorfligi saqlanib qoladimi?
- 2 ta bir hil sondagi uchga ega bo'lgan 1 jinsli graflar berilgan. Bu graflar uchlarning har qanday ixtiyoriy belgilanishi izomorflik shartlarini saqlab qoladimi?
- Izomorflik tushunchasini psevdograflarga qo'llash mumkinmi?
- Bo'sh bo'lmagan graf o'zining qism grafga izomorf bo'lishi mumkinmi?
- Qism graf, uchlarning soni o'zining uchlari soniga teng bo'lgan nol grafga izomorf bo'lishi mumkinmi?
- Ekvivalentlik munosabati izomorf bo'ladimi?

3. Graflar izomorfmi? Javobingizni asoslang.



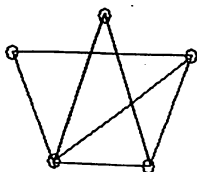
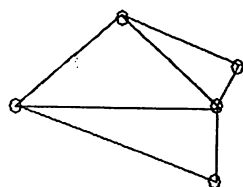
7.4- rasm

4. Graflarning izomorfligini isbotlang.



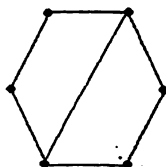
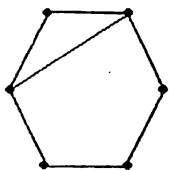
7.5- rasm

5. Graflarning izomorfligini isbotlang.



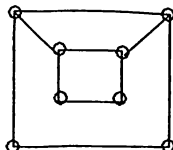
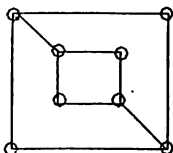
7.6- rasm

6. Graflar izomorf emasligini isbotlang.



7.7- rasm

7. Graflar izomorf emasligini isbotlang.



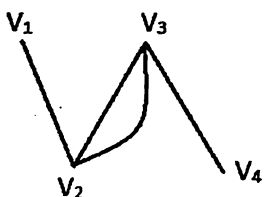
7.8- rasm

8. Qo'shnilik va insidentlik matritsalarini

Graflarning qo'shnilik matritsasi deb – tartibi $n \times n$ bo'lgan (v_{ij}) matritsaga aytiladi.

Bunda $A_{ij} = \begin{cases} k, & \text{agar } v_i \text{ va } v_j \text{ uchlarni } k \text{ ta qirra birlashtirsa,} \\ 0, & \text{agar } v_i \text{ va } v_j \text{ uchlarni birlashtiruvchi qirra mavjud bo'lmasa.} \end{cases}$

Masalan:



8.1- rasm

$$\begin{matrix} & v_1 & v_2 & v_3 & v_4 \\ \begin{matrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Qo'shnilik matritsiyaga ko'ra matritsaning ko'rinishini aniqlash mumkin. Diagonal va bosh faqat 0 lardan iborat bo'lsa, bunday graf oddiy graf bo'ladi. Agar bosh diagonal 0 lardan iborat bo'lib, boshqa o'rinlardan 1 dan boshqa sonlar ham uchrasa, u holda bu graf multigraf bo'ladi. Agar bosh diagonalda 0 dan farqli sonlar ham uchrasa, u holda graf halqaga ega va demak u psevdograf bo'ladi.

Qo'shnilik matritsia yordamida har bir uchning darajalarini aniqlash mumkin. buning uchun mos ustun yoki satrlardagi sonlar qo'shilib bu yig'indiga bosh diagonalini shu satr (yoki ustun) bilan kesishmasida to'g'ri qo'shiladi.

Agar matritsiyaning barcha sonlarining yig'indisiga barcha diagonal sonlarini qo'shsak va natijani 2 ga bo'lsak, u holda grafning barcha qirralari soni topiladi.

9. Insidentlik matritsasi

Grafning insidentlik matritsasi $\|A_{ij}\|$ ($i=1, \dots, m, j=1, \dots, n$) deb m ta qator va n ta ustundan iborat quyidagi ko'rinishda hosil qilingan matritsaga aytiladi:

a) A_{ij} matritsaning satrlariga G ning uchlari, ustunlariga G ning qirralari mos qo'yiladi;

b) U holda

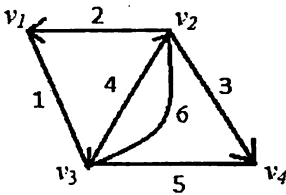
$$A_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{agar } e_j \text{ qirra } v_i \text{ uchga insident bo'lsa,} \\ 0, & \text{aks holda.} \end{cases}$$

Agar G yo'naltirilgan graf bo'lsa, u holda

$$A_{ij} = \begin{cases} -1, & \text{agar } v_j \text{-uch } e_i \text{-qirraning boshlanishi bo'lsa,} \\ 1, & \text{agar } v_j \text{-uch } e_i \text{-qirraning oxiri bo'lsa,} \\ 0, & \text{agar } v_j \text{-uch } e_i \text{-qirraga insident bo'lmasa,} \\ 2, & \text{agar } v_j \text{-uch } e_i \text{-qirraga insident bo'lsa.} \end{cases}$$

Bu yerda v_j - j -uchni, e_i - i -qirrani aniqlaydi.

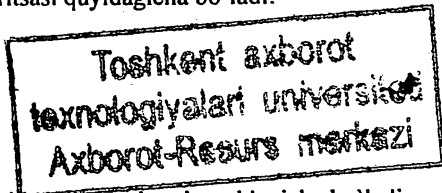
Masalan:



9.1- rasm

9.1- rasmga mos qo'shnilik matritsasi quyidagicha bo'ladi:

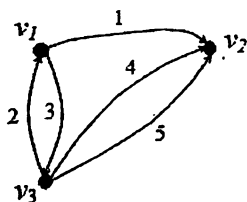
$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$



rasmga tasvirlangan grafning insidentlik matritsasi quyidagicha bo'ladi:

O'QUV ZALU

$$\begin{matrix}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\
 v_1 & \left(\begin{array}{cccccc}
 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\
 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0
 \end{array} \right)
 \end{matrix}$$



. 9.2- rasm

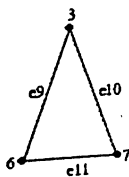
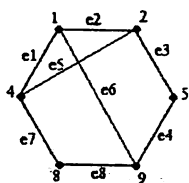
Qoidadan foydalanib insidentlik matritsasini hosil qilamiz.

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Graflar faqat va faqat insidentlik matritsalarini bir-birlaridan satrlarining o'rinlarini va ustunlarining o'rinlarini mos almashtirishlar yordamida hosil bo'lsagina izomorf bo'ladi.

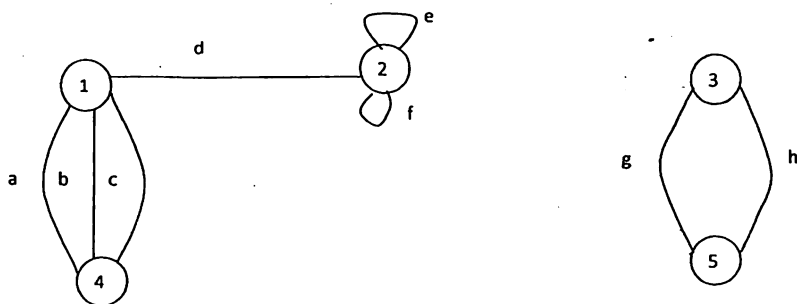
Mavzuga doir mashqlar:

1. Graflarning qo'shnilik va insidentlik matritsalarini yozing.



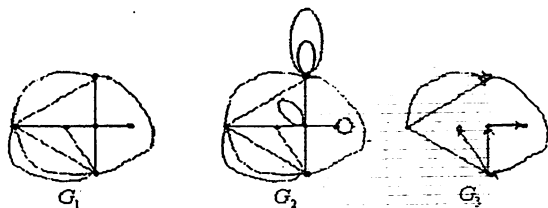
9.3- rasm

2. Graflarning qo'shnilik matritsalarini yozing.



9.4- rasm

3. Graflarning qo'shnilik matritsalarini yozing.



9.5- rasm

G_1 – multigraf, G_2 – psevdograf, G_3 – oriyehtirlangan multigraf.

2. Qo'shnilik matritsasi berilgan. Unga mos grafni tasvirlang.

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

3. Insidentlik matritsasi berilgan, mos grafni tasvirlang.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

4. Qo'shnilik va insidentlik matritsalarini ko'rsating. Mos graflarni yasang.

$$a) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$b) \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$c) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$d) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$e) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$f) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

5. Qo`shnilik matritsasi berilgan. Grafni tasvirlamasdan quyidagi savollarga javob bering:

a) beshinchi uchining darajasi va uning qo`shni uchlarini ayting.

b) 2-uchdan 8-uchiga yo`l bormi?

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

6. B(G) matritsaga mos grafni tasvirlang:

$$B(G) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

10. Bog'langan graflar. Marshrut, zanjir, sikllar

Bir-biri bilan ustma-ust tushmaydigan ixtiyoriy ikkita uchlar bog'langan graf bog'langan graf deb ataladi.

Agar grafdagi ikkita uchni biror oddiy zanjir bilan tutashtirish mumkin bo'lsa, u holda bu ikkita uch bog'langan deyiladi. Bunday uchlar to'plami grafda ekvivalentlik munosabati bilan aniqlangan deb hisoblanadi. Uchlar to'plami bo'yicha ekvivalentlik munosabatini inobatga olgan holda berilgan grafni bog'lamlilik komponentlari deb ataluvchi bog'lamlilik qismlarning birlashmasi deb qarash mumkin.

Tekis $G = (V, U)$ graf uchun $m+r=1+n+k$ tenglik o'rinlidir, bunda $m=|V|$, $n=|U|$, r – yoqlar soni, k – bog'lamlilik komponentalar soni.

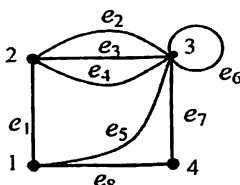
n uzunlikdagi **marshrut** deb n ta qirraning bo'sh bo'lmagan ketma-ketligiga aytiladi. Qo'shni yoqlar ketma-ketligi yo'l, qo'shni qirralar ketma-ketligi **zanjir** deyiladi. Boshqacha ta'riflansa, takroriy qirralarga ega bo'lmagan marshrut **zanjir** deyiladi. Yopiq zanjir esa **sikl** deyiladi.

Mavzuga doir mashqlar:

- Quyida keltirilgan ro'yxatdan
 - marshrutlar;
 - sikllar;

- c) berk(yopiq) marshrutlar;
- d) sodda zanjirlar;
- e) zanjirlar;
- f) sodda sikllar ni ko'rsating(10.1-rasm)

- 1) 2 e3 3; 4) 3 e7 4 e8 ; 7) e4 3 e7 2 e4;
- 2) 1 e8 4 e8 1; 5) 3 e6 3; 8) 1 e5 3 e7 4;
- 3) 2 e2 3 e6 3; 6) 2 e4 3 e2 2; 9) 1 e5 3 e7 4 e8 1.

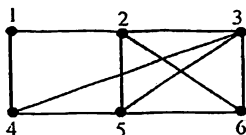


10.1- rasm

- 2. 1-masalada keltirilgan ro'yxatdan, quyidagilarni ko'rsating:
 Marshrut bo'lmagan ketma-ketlikni;
 Uzunligi 1 sodda zanjirlar;
 Uzunligi 2 zanjirlar;
 Uzunligi katta bo'lgan sodda sikl. Bu siklning uzunligini ko'rsating.

- 3. Quyida keltirilgan ro'yxatdan
 - a) marshrutlar;
 - b) sikllar;
 - c) berk(yopiq) marshrutlar;
 - d) sodda zanjirlar;
 - e) sodda sikllar
 - f) zanjirlarni ko'rsating (10.2-rasm)

- 1) 3, 4, 5, 3, 6, 3; 4) 2, 6; 7) 2, 3, 6, 2, 3, 6, 2;
- 2) 1, 2, 3, 4, 1; 5) 3, 5, 4, 3; 8) 3, 3;
- 3) 5; 6) 2, 6, 2; 9) 3, 4, 5, 2, 3.

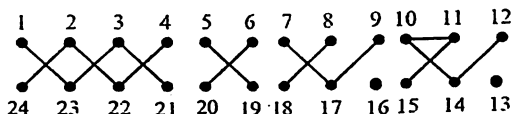


10.2- rasm

- 4. Qaysi savollarga Siz "Ha" deb javob berasiz, nomerlarini ko'rsating:
- 1) Marshrutni bildiruvchi ketma-ketlik, qirraning nomeri bilan boshlanib, uchning nomeri bilan tugashi mumkinmi?
- 2) Zanjir bitta qirradan iborat bo'lishi mumkinmi(va 2 ta uchdan)?
- 3) Sodda graf bitta qirradan iborat bo'lgan zanjirni olishi mumkinmi?
- 4) Uchlar ko'pligi singleton bo'lmagan, nul-grafda marshrut mavjudmi?
- 5) Nol- graf bo'lmagan va bitta uchdan iborat bo'lsa graf, u holda siklni o'z ichiga olishi to'g'rimi?

- 6) Siklda uchlar takrorlanishi mumkinmi?
 7) Agar grafda sikl bo'lmasa, u holda uchlar soni qirralar soniga teng bo'lishi to'g'rimi?

5. Grafning bog'langanlik darajasini ko'rsating (5-rasm).



10.3- rasm

6. 3-rasm asosida 3 va 7 uchlarini o'chirilganlik yo'li bilan; 2, 3, 6, 7 uchlarini o'chirilganlik yo'li bilan qurilgan grafdan podgrafning bog'langanlik darajasini aniqlang.

11. Eyer grafi. Gamilton grafi. Sodda zanjirlarni aniqlash

Yo'naltirilmagan G graf berilgan bo'lsin. Eyer sikli shunday siklki, unda grafning ma'lum bir uchidan chiqib, barcha qirralardan faqat bir marta o'tib, yana shu uchga qaytib kelishi kerak.

Grafda Eyer sikli mavjud bo'lishi uchun:

- Graf bog'langan bo'lishi;
- Grafning barcha uchlarining darajalari juft bo'lishi kerak;

Grafda Eyer zanjiri mavjud bo'lishi uchun:

- Graf bog'langan bo'lishi;
- Grafning 2 ta uchi darajalari toq bo'lib, qolgan barcha uchlarining darajalari juft bo'lishi kerak.

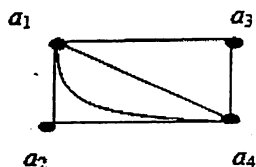
Grafning barcha qirralaridan bir martadan o'tgan zanjir **eyer zanjiri** deyiladi

Agar G yo'naltirilmagan grafda Eyer sikli mavjud bo'lsa, bunday grafga eyer grafi deyiladi. Boshqacha aytganda, grafning barcha uchlaridan o'tuvchi karrali qirralar va ilmoqlarga ega bo'lmagan graf **eyer grafi** deyiladi.

Agar bog'liqlik grafda barcha uchlar juft bo'lsa, bu graf eyer sikliga ega bo'ladi.

Teskari tasdiq ham o'rinli: agar graf eyer sikliga ega bo'lsa, uning barcha uchlari darajalari juft bo'ladi.

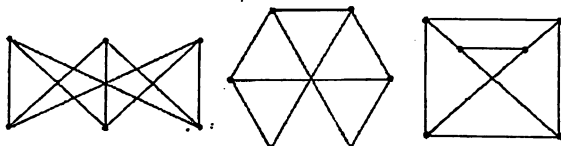
Misol.



11.1- rasm

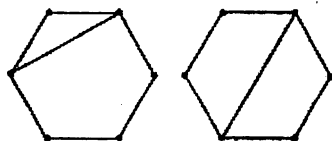
Agar grafda oddiy sikl mavjud bo'lib, bu ciklda grafning barcha uchlari qatnashsa, bunday sikl Gamilton sikli deyiladi. Oddiy zanjir Gamilton zanjiri deyiladi, agar bunday grafda uchlarning hammasi ishtirok etsa. Boshqacha aytganda, agar zanjir grafning barcha uchlardan bir martadan o'tsa, bunday zanjirga **gamilton zanjiri** deyiladi. Unda uch va qirralar takrorlanmasligi kerak.

Grafda Gamilton tsikli mavjud bo'lsa, bu graf Gamilton grafi deyiladi. Yoki agar bog'liqli grafda har bir uchdan faqat bir martadan o'tuvchi sikl mavjud bo'lsa, bunday graf **gamilton grafi** deyiladi.



f

11.2- rasm



11.3- rasm

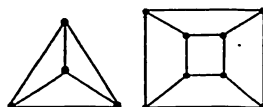
4- misol. 11.2- rasmda tasvirlangan graflar bir-biriga izomorfdir.

5- misol. 11.3- rasmda tasvirlangan graflarning har biri oltita uch va yettita qirralarga ega bo'lib, ular izomorf emas.

Hammasi bo'lib beshta qavariq muntazam ko'pyoqli mavjudligi qadimdan ma'lum (Evklid isbotlagan): tetraedr, kub, oktaedr, dodekaedr va ikosaedr. Bu ko'pyoqlilarning umumiy nomi ham bor – Platon jismlari. Barcha Platon jismlariga mos graflar tekislikda geometrik ifodalanadi. Masalan, tetraedr va kubga mos graflarning geometrik ifodalanishi 11.4- rasmda tasvirlangan.

Platon jismlaridan tetraedr, kub va dodekaedr kubik grafga misol bo`ladi.

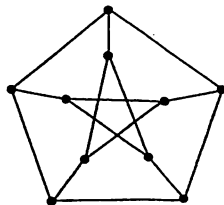
11.5- rasmda tasvirlangan Petersen grafi deb ataluvchi graf ham kubik grafdir.



11.4rasm

Agar graf tekislikda geometrik ifodalanihsa ega bo`lsa, u holda bunday graf tekis (yassi) graf deb ataladi. Bunday graf tekislikda yotuvchi graf deb ham atalishi mumkin.

Boshqacha so`zlar bilan aytganda, tekis grafning barcha uchlari bir tekislikda yotadi hamda barcha qirralari (yoylari) o`sha tekislikda yotuvchi o`zaro kesishmaydigan uzluksiz chiziqlar bo`lib, ular faqat o`zlari incident bo`lgan uchlardagina umumiy nuqtalarga ega.

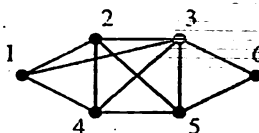


11.5rasm

Platon jismlariga mos barcha graflar tekis graflardir. Tekis grafga izomorf graf planar graf deb ataladi.

Mavzuga doir mashqlar:

1. 6-rasmda keltirilgan grafda nechta 1 va 6- uchlarni bog`lovchi va 2 -uchdan o`tuvchi sodda zanjirlar bor?



11.6- rasm

2. 1-uchdan 6-uchga yo`naltirilgan nechta sodda zanjirlarni o`z ichiga oladi, agarda 6-rasmdagi graf:

1-va 2- uchlarni qo`shimcha yana bitta qirra bilan bog`lasa?

1-va 3- uchlarni bitta bilan emas, balki 3 ta bir nechta qirralar bilan bog`lasa (bunda 1- va 2- uchlar bitta qirra bitta bog`langan)?

3. 6-rasmdagi graf asosida 2-uchni o`chirib grafosti qurildi. Nechta qirra o`chirilgan? Grafostida nechta qirra bor? Grafostidagi 1- va 6-uchlar nechta sodda zanjirlarni bog`laydi?

4. 1-va 6- uchlarni bog`lovchi nechta sodda zanjirlar bor, 11.6 rasmda graf asosida qurilgan qism grafga, quyidagi yo`llar orqali:

{1,2} qirralarni o`chirish?

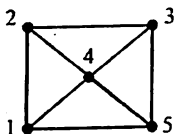
{2,5} qirralarni o`chirish?

{3,6} qirralarni o`chirish?

{3,4} va {2,5} ikkita qirralarni o`chirish?

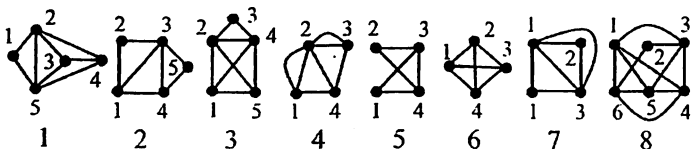
{1,2}, {1,3} va {3,6} uchta qirralarni o`chirish?

5. 11.7-rasmda beshta uchdan iborat graf tasvirlangan. Bu grafda 1 va 5 uchlarni bog'lovchi nechta sodda zanjirlar mavjud? Ular orasida nechta uzunligi 1, 2, 3, 4, 5 ga teng bo'lgan sodda zanjirlar mavjud? 3-uchdan nechta sodda zanjirlar o'tadi? 4-uch orqali-chi? Barcha uchlari orqali-chi?



11.7- rasm

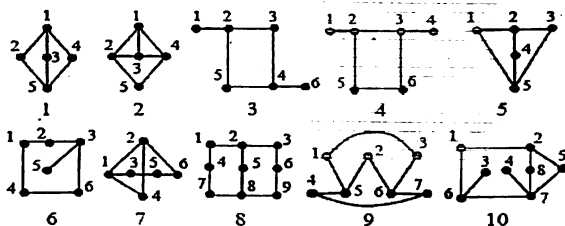
6. Beshta uchdan iborat bo'lgan to'liq grafda nechta sodda zanjirlar ikkita qo'shni uchlarda birlashadi?
7. Grafda (11.7-rasm) 4-uch o'chirib tashlandi. Hosil bo'lgan grafostiga 1 – 2, 2 – 3, 3 – 5, 1 – 5 qirralar qo'shildi. Bu grafda nechta sodda zanjirlar mavjud, quyidagi uchlarni bog'lovchi: 1 va 3? 1 va 5?
8. Qaysi savollarga siz "Ha" deb javob berasiz:
- 1) Barcha sodda graflarda eng uzun sodda zanjir barcha uchlari orqali o'tishi tog'rimi?
 - 2) Bog'langan graf berilgan. Uning har qanday grafosti bog'langan bo'ladimi?
 - 3) Har qanday to'liq grafning ixtiyoriy ikkita uchlari bir xil sondagi sodda zanjirlarni bog'lashi tog'rimi?
 - 4) Ixtiyoriy ikkita uchlari ikkita sodda zanjirlar bilan bog'langan, bog'langan graflar mavjudmi?
9. 11.8-rasmdan eyler siklidani (berk unikursal chiziq) iborat bo'lgan graflar nomerini ko'rsating.



11.8- rasm

10. 11.8-rasmdan uzilgan eyler siklidani iborat bo'lgan graflar nomerini ko'rsating.
11. Ochiq eyler sikllarni hosil qilish uchun, graf qirralarining qaysi uchidan aylanishi boshlanishini raqamini ko'rsating?
12. 11.8-rasmdagi 3 grafdan ochiq eyler siklining boshi (va oxiri) bo'la olmaydigan uchlarni ko'rsating.

13. Yopiq unikursal chiziqlarni hosil qilish uchun, 43-rasmdagi 8-grafning qaysi uchidan aylanishi boshlanishini raqamini ko'rsating.
14. Qaysi savollarga siz "Ha" deb javob berasiz:
- 1) Eylar zanjirida har bir uch aniq bir marta to'qnashishi (ko'rishishi) tog'rimi?
 - 2) Har qanday Eylar zanjiri bog'langan grafning barcha uchlaridan o'tishi to'g'rimi?
 - 3) Bitta toq uchdan iborat bo'lgan bog'langan grafda Eylar zanjiri (ochiq yoki yopiq) mavjud bo'ladimi?
 - 4) Har qanday Eylar grafida Eylar siklini hosil qiluvchi bitta qirra va uch ketma-ketligi mavjudligi to'g'rimi?
 - 5) Eylar grafida eylar sikli istalgan uchdan boshlanishi mumkinligi to'g'rimi?
 - 6) Har qanday Eylar zanjiri sodda zanjir ekanligi to'g'rimi?
15. Siz "Ha" - deb javob beradiga savollar raqamini ko'rsating. Gamilton grafi bo'ladimi:
- 1) 2-rasmdagi;
 - 2) 3-rasmdagi;
 - 3) 6-rasmdagi;
 - 4) 7-rasmdagi;
 - 5) 12-rasmdagi;
 - 6) 16-rasmdagi?
 - 7) 18-rasmdagi;
 - 8) 17-rasmdagi;
16. Gamilton graflarini ko'rsating (19-rasm).
17. Yarim Eylar graflarini ko'rsating (19-rasm).



11.9- rasm

18. Yarim gamilton graflari raqamini ko'rsating (11.9-rasm).
19. Gamilton va yarim gamilton bo'lmagan graflar raqamini ko'rsating (11.9-rasm).

12. Graflarni xarakterlovchi sonlar

Grafning bog'liqlik komponentlari deb uchlari berilgan grafdagi bog'liqlik munosabatlari ekvivalentlik sinfi hisoblangan berilgan grafning qism graflariga aytiladi.

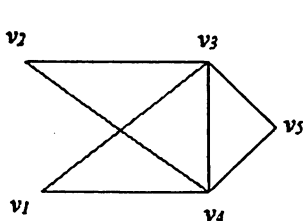
Grafning siklomatik soni deb bog'liqlik komponentalariga qirralar sonini qo'shib undan uchlar sonini ayirganda

hosil bo'ladigan songa aytiladi. Boshqacha ta'rif beradigan bo'lsak, grafning siklomatik soni deb, $N+p-n$ songa aytiladi, bu yerda N - grafning qirralari soni, n - grafning uchlari soni, P - bog'liqlik komponenti soni. Bog'liq graf uchun $N+1-n$.

Grafning siklomatik soni erkli sikllarning eng katta miqdoriga teng.

Misol.

Quyidagi chizmada tasvirlangan grafning siklomatik soni 3 ga teng.



12.1- rasm

Agar grafning uchlar to'plamini o'zaro kesishmaydigan shunday ikkita qism to'plamlarga (bo'laklarga) ajratish mumkin bo'lsaki, grafning ixtiyoriy qirradi bu to'plamlarning biridan olingan qandaydir uchni ikkinchi to'plamdan olingan biror uch bilan tutashtiradigan bo'lsa, u holda bunday graf ikki bo'lakli graf (bixromatik yoki Kyonig grafi) deb ataladi.

Mavzuga doir mashqlar:

1. Quyida graflar ro'yxati keltirilgan, ularning qirralari to'plami berilgan. Har bir graf 6 uchdan iborat. Uch komponentli, to'rt komponentli bo'lgan graflar nomerini ko'rsating.

- | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1) $\{\{1,2\}, \{2,6\}, \{3,4\}\};$ | 5) $\{\{1,2\}, \{2,5\}, \{3,6\}\};$ |
| 2) $\{\{1,5\}, \{3,5\}\};$ | 6) $\{\{2,3\}, \{5,6\}\};$ |
| 3) $\{\{1,2\}, \{2,3\}, \{5,6\}\};$ | 7) $\{\{1,2\}, \{2,5\}, \{3,4\}\};$ |
| 4) $\{\{1,6\}, \{2,3\}, \{3,4\}\};$ | 8) $\{\{1,2\}, \{2,3\}, \{4,5\}\}.$ |

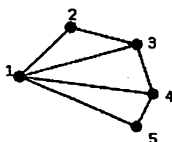
2. Qaysi savollarga siz "Ha" deb javob bersiz:

- 1) Nol-graf bir komponentli bo'lishi mumkinmi?
- 2) Graf bir komponentli bo'lishi mumkinmi, agarda unda 10 ta uch va 8 qirra bo'lsa?
- 3) n ta uchdan, bitta ham qirrasiz bo'lmagan graf, bog'langanlik darajasi n ga teng bo'lishi to'g'ri(rost)mi?
- 4) bo'sh graf bir komponentlikka tegishli bo'ladimi?
- 5) bo'sh graf ko'p komponentlikka tegishli bo'ladimi?
- 6) n uchdan va n qirradan iborat bo'lgan grafning bog'langanlik darajasi n ga teng bo'lishi mumkinmi?
- 7) Grafda 20 ta qirra. Har bir uchning darajasi 2 ga teng. Grafning bog'langanlik darajasi 15 ga teng bo'lishi mumkinmi?

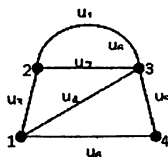
3. Grafda 20 ta uch. Har bir uchning darajasi 1 ga teng. Grafda komponentlari soni nechta? Nechta qirra?

4. Chizmada keltirilgan grafning xromatik sonini toping:

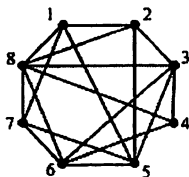
5. Chizmada keltirilgan grafning xromatik sonini toping:



12.2- rasm



12.3- rasm



12.4- rasm

6. 11-rasmda ko'rsatilgan grafning siklomatiklari sonini toping.
7. 17-rasmda keltirilgan har bir grafning xromatik sonini toping.
8. 20 ta uchi bor grafning xromatik soni nechta bo'ladi?
9. Agar bog'langan grafda 20 ta uchi va 22 ta qirra mavjud bo'lsa, uning xromatik sonini toping.
10. Agar bog'langan grafda 35 ta uchi va 35 ta qirra mavjud bo'lsa, uning xromatik sonini toping.
11. Bog'langan grafda 6 ta uch va 15 ta qirra mavjud (ilmoqlar yo'q). Xromatik sonini toping.
12. Xromatik soni 28 ga, qirralari soni 8 ga teng bo'lgan grafda nechta uchlari mavjud?

13. Daraxtlar

Agar G grafning u qirradi kamida bitta siklga tegishli bo'lsa, u siklik qirra, aks holda atsiklik qirra deb ataladi.

G graf uchun

$$\lambda(G) = m(G) - n(G) + k(G)$$

Ifoda uning siklomatik soni hisoblanadi, bu yerda $m(G)$ G grafning qirralar soni, $n(G)$ - uchlari soni, $k(G)$ - komponental soni.

Osongina ko'rish mumkinki,

$$K(G \setminus u) = \begin{cases} K(G), & \text{agar } u \text{ siklik qirra bo'lsa,} \\ K(G)+1, & \text{u atsiklik qirra bo'lsa;} \end{cases}$$

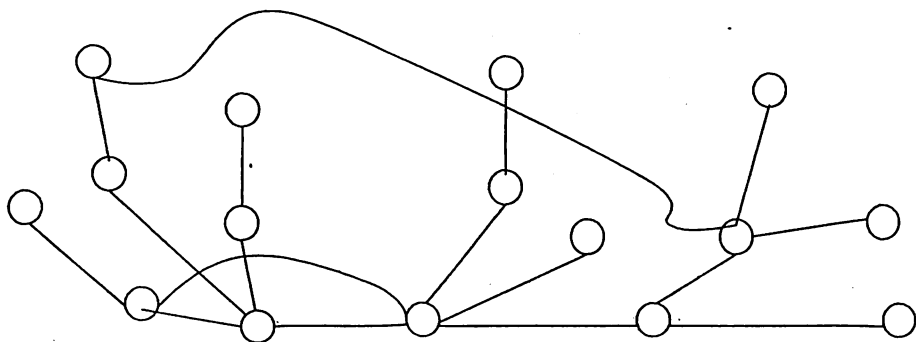
$$\lambda(G \setminus u) = \begin{cases} \lambda(G)-1, & \text{agar } u \text{ siklik qirra bo'lsa,} \\ \lambda(G), & \text{agar } u \text{ atsiklik qirra bo'lsa.} \end{cases}$$

O'z-o'zidan ravshanki, $n(G \setminus u) = n(G)$, $m(G \setminus u) = \lambda(G) - 1$, $\lambda(G) \geq 0$ va faqat sikllari bo'lmagan graf uchun $\lambda(G) = 0$.

Ta'rif. Barcha qirralari atsiklik bo'lgan bog'liq graf daraxt deb ataladi.

Bir necha daraxtlardan tashkil topgan bog'liqmas graf o'rmon deyiladi.

Daraxtning istalgan 2 uchi yagona zanjir bilan bog'langandir. Daraxtning istalgan x_0 uchini tanlab olib, uni ildiz yoki nolinch pog'onali uch deb ataymiz. x_0 ga qo'shni bo'lgan barcha uchlarni birinchi pog'ona uchlari deymiz va hokazo.



13.1- rasm

Daraxtning bunday tasvirlanishidan kelib chiqadiki u chetki, faqat bitta qirraga incident bo'lgan uchlarga ega.

Bog'liq G grafning ketma-ket barcha siklik qirralarni olib tashlaymiz. Natijada hamma qirralar atsiklik bo'lgan bo'g'liq N grafni –daraxtni hosil qilamiz. Bu daraxt G grafning asosi deyiladi. N asosga nisbatan G/N bo'lakning barcha qirralari vatarlar deb ataladi.

Chekli bog'liq G graf daraxt bo'lishi uchun uning qirralari soni uchlari sonidan bittaga kam bo'lishi zarur va yetarli.

Teorema (Keli) Uchlari soni tartiblangan n ta bo'lgan daraxtlar soni n^{n-2} teng. (n ta elementlardan $n-2$ tadan tuzilgan barcha takrorish o'rinishlar soni).

Agar G graf daraxt bo'lsa, u holda uning qirralari soni m va uchlari soni n $m = n - 1$ munosabat bilan bog'langan.

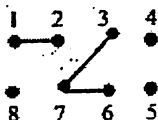
Quyidagi 4 ta shart teng kuchli:

- G graf daraxt hisoblanadi;
- Grafning qirralari soni m va uchlari soni n $m = n - 1$ munosabat bilan bog'langan;

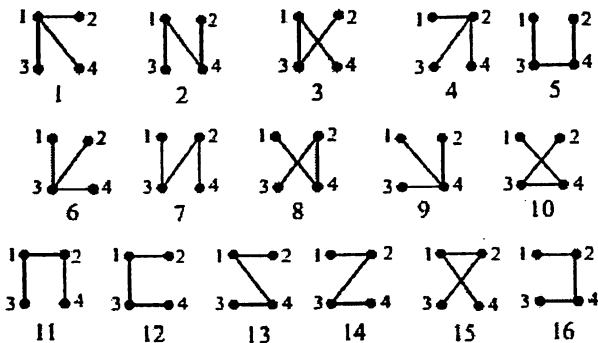
- Grafning ixtiyoriy ikki uchi oddiy yo'l bilan bog'langan bo'lishi mumkin va bu yo'l yagonadir.
- G graf bog'langan va konturlarga ega emas.

Mavzuga doir mashqlar:

1. Bog'langan grafda 18 ta uchi mavjud. Uning ostov daraxtida nechta qirralari mavjud?
2. 28 ta uchli grafning ostov daraxtida nechta qirra mavjud?
3. Daraxtda 25 ta uch, unga 4 ta qirra qo'shildi. Unda endi nechta qirra bo'ldi?
4. Bog'langan grafda 20 ta uchi, 40 ta qirrasini mavjud. Undan ostov daraxti hosil bo'lishi uchun undan nechta qirralarini olib tashlash kerak?
5. Daraxtda 20 ta uchi bor. Unga qanday usullarda yana bir qirrani qo'shib siklga kiritib yuborish mumkin?
6. Nol grafda 38 ta uch. Unga bog'langan graf bo'lishi uchun nechta qirralarni qo'shish mumkin?
7. 20 ta qirrasini mavjud daraxtdan nechta qirrasini olib tashlab, 15 ta daraxtli o'rmon hosil qilisa bo'ladi?

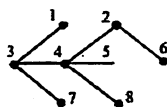


13.2- rasm

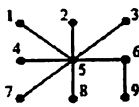


13.2- rasm

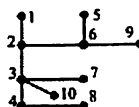
8. Daraxt kodlarini kiriting (13.2-rasm): 1,2,3,4; 5,6,7,8; 9,10,11,12; 13,14,15,16.
9. Daraxt kodini toping (13.4- rasm).
10. Daraxt kodini toping (13.5- rasm).
11. Daraxtning uchlari, qirralari, tomonlari soninin quyida keltirilgan kod nilan toping. (1,2,3,4); (1,1,1,2,2,); (1,1,1,1,2).



13.4- rasm



13.5- rasm

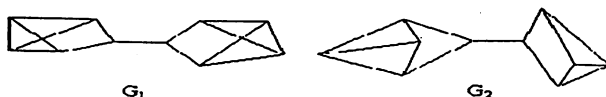


13.6- rasm

12. Daraxt kodidan osilgan uchlari toping: (1,4,3,3,3,5); (1,5,5,5,6,6); (2,2,2,2,3,4,5); (6,6,6,1,1,4).
13. Daraxt uchlari darajasini ko'rsating (uchlarini o'sish tartibida joylashtiring): (2,6,3,4,3,6,2,3); (1,4,11,1,1,4,2,2,11); (4,4,2,5,5,3,6); (1,4,1,4,6,6,6,6).
14. Daraxt kodidan uchlari darajasi ikkiga teng bo'lganini ko'rsating: (2,1,5,1,4,7,8); (5,6,5,4,3,4,8); (3,5,6,4,7,7); (2,6,5,2,3,4,4).
15. Daraxt kodidan uchlari darajasi uchga teng bo'lganini ko'rsating: (5,8,6,6,3,5,3,3); 2,3,1,4,4,1,2,6,6); (2,2,2,1,3,1,9,9); (2,2,1,1,6,6,1,7,7)

14. Planar va tekis graflar. Gomeomorf graflar

Grafni tekislikka yotqizish mumkin bo'lsa, bunday graf planar graf deyiladi. Agar grafni uning qirralari faqat uchlarida kesishadigan qilib chizish mumkin bo'lsa, bunday grafga tekis graf deyiladi yoki tekislikka yotqizilgan graf tekis graf deyiladi.

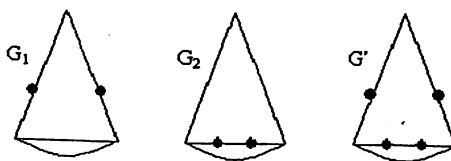


14.1- rasm

G_1 graf planar va G_2 tekis grafga izomorf.

Agar G_1 grafdan, shuningdek, G_2 grafdan chekli sonli martadagi qirralarni ajratish amali bilan olinishi mumkin bo'lgan shunday G' graf mavjud bo'lsa, G_1 , G_2 graflar gomeomorf graf deyiladi,

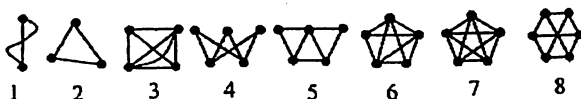
Quyidagi rasmda tasvirlangan G_1 va G_2 graflar gomeomorfdir.



14.2- rasm

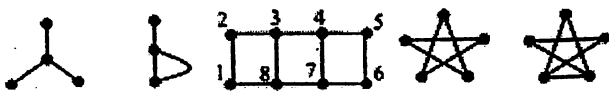
G' graf G_1 va G_2 graflardan ikki marta o'tkazilgan qirralar bo'linishi amalidan olinishi mumkin.

14.3-rasmdagi tekis graflarning nomerini kiriting.



14.3- rasm

- 14.3-rasmdagi planar graflarni ko`rsating.
 - 1- va 3- graflarning nechta tomonlari mavjud. (14.3-rasm)
 - Eyler graflarni ko`rsating (14.3-rasm)
 - Yarim eyler graflarini ko`rsating (14.3-rasm)
- Bog`langan tekis grafda 30 ta uch va 20 ta qirradi mavjud. Uning nechta yoqlari mavjud?
 - Bog`langan tekis grafda 20 ta uch va 19 ta yoqi mavjud. Uning nechta qirradi bor?
 - Bog`langan tekis grafda 10 ta qirra va 20 ta yoqi mavjud. Uning nechta uchi mavjud?
 - Bog`langan tekis grafda 18 ta yoq, uchilarning soni yoqlari soniga teng. Unda nechta uchi mavjud?
 - Bog`langan tekis grafda yoqlar soni qirralar sonidan 20 taga ko`p. Unda nechta uchi mavjud?
 - Agar tekis grafda uchlar soni 17, qirralar va tomonlar soni teng bo`lsa komponentlar sonini toping.

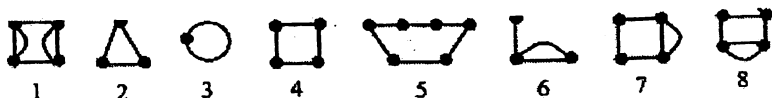


14.4- rasm

14.4-rasmga kesmaga o`xshashini;

14.5- rasmga kesmaga o`xshashini toping

Agar 4-rasmdagi graf tomonlarni kesish usuli qo`llansa, uning nechta uchi qoladi?



14.5- rasm

14.4-rasmga gomeomorf bo`lgan graflarni (14.5-rasmda) ko`rsating.

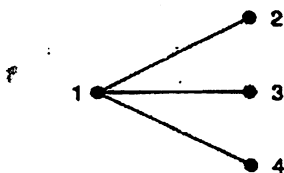
- 5-rasmga gomeomorf bo'lgan graflarni (7-rasmda) ko'rsating.
- 6-rasmga gomeomorf bo'lgan graflarni (7-rasmda) ko'rsating.
- 7-rasmdagi shunday graflarni ko'rsating-ki, ularni tomonlarini bo'lish orqali 5-rasmdagi izomorf grafni hosil qilish mumkin bo'lsin.

Graflar nazariyasiga doir matnli masalalar

1. 5 ta shahar mavjud bo'lib ular o'zaro faqat bitta transport marshruti bilan bog'langan: yoki temiryo'l, yoki avtobus yo'li. Ma'lumki, hech qanday shunday 3 ta shahar yo'qki, ulardan biriga, biridan ikkinchisiga, ikkinchisidan uchinchisiga, uchinchisidan qaytib birinchisiga faqat bitta transport yo'li borib bo'lmaydi. Siz har bir shahardan ikkita temiryo'l, ikkita avtobus yo'li chiqqanini, ular yordamida hamma shaharlardan faqat bir marta o'tib aylanib chiqish mumkinligini isbotlang.

Yechimi: Har bir uchi bir shaharga to'g'ri keluvchi grafni ko'rib chiqamiz. Agar ikkita shahar o'zaro avtobus yo'li bilan bo'lgan bo'lsa bu qirrani ko'kka, temiryo'l bilan bo'lsa qizil bilan belgilaymiz.

Qaysidir uchidan uchta qizil qirra chiqadi deb tasavvur qilamiz: (1,2), (1,3), (1,3) (1-rasmni qarang).



15.1- rasm

Agar shu holatda (2,3), (2,4), (3,4) qirralarning hech bo'lmaganda bittasi qizil yoki ko'k bo'lsa G grafda qizil yoki ko'k rangli uchburchak hosil bo'ladi. Lekin bu holat masalada taqiqlangan. Demak, har bir uchdan uzog'i bilan ikkita qizil qirra chiqqan. Shu tariqa ko'k qirralar ham ikkitadan ortiq bo'la olmaydi. Shunday qilib, bitta qizil uchdan ikkita-qizil va ikkita ko'k qirra chiqadi.

Biz hozir har bir graf uchining qizil (ko'k) qirralardan hosil bo'lganda darajasi ikkiga tengligini isbotladik.



15.2- rasm

2. Xalqaro festivalda turli bir necha yuzdan ortiq turli davlat delegatlari qatnashdi. Ixtiyoriy uchta delegatdan kamida ikkitasi bir-biriga tushunarli tilda suhbatlasha oladi. Siz ixtiyoriy tanlangan uchta delegat bir-biri bilan tushunarli tilda suhbatlasha olishini isbotlang.

Yechimi: Uchlari davlatlarning delegatlari bo'lgan G grafni ko'rib chiqamiz. Bu delegatlar o'zaro bir-birini tushunsa, uchlari o'zaro uchlari tutashgan bo'ladi. Bizga ma'lumki, istalgan oltita uchli graflarda undan yasalgan K_3 to'la grafosti yoki O_3 bo'sh grafosti mavjud bo'ladi. G grafda istalgan uchta uchi o'zaro ikkita qirra bilan bog'liq bo'lgani uchun bu yerda O_3 bo'sh graf mavjud bo'lmaydi. Demak, G grafda yasalgan K_3 to'la grafosti mavjud. Uchta delegat shu grafostidagi, o'zaro bir-birini tushunishadi.

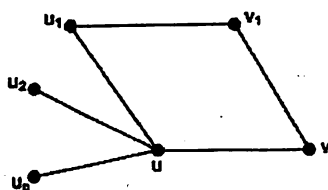
3. 17 ta olimlarning har biri boshqa hamkasblari bilan xat orqali muloqot qiladi. Har ikkitasi ingliz yoki fransuz yoki rus tilida yozishadi. Kamida uchta olim bir-biri bilan bir hil tilda xat yozishini isbotlang.

Yechimi: G grafni yasab olamiz. Agar ikkita olim ingliz tilida yozishsa, bu olimlar uchlari yashil chiziq bilan birlashtiramiz, agar fransuz tilida yozishsa – qizil bilan, agar rus tilida yozishsa ko'k bilan. Shu tariqa biz to'liq K_{17} grafini hosil qilamiz. Endi bu grafda uchlari olimlar bo'lgan va hamma uchta uchi bir hil rangda bo'yalgan uchburchak hosil bo'lganini isbotlang.

4. Biron bir korxonada istalgan ikki tanishlar umumiy tanishga ega emas, istalgan ikkita notanishning esa ikkita bir-birini taniydigan kishilari bor. Bu korxonada hamma ishchilarning bir hil sonda tanishlari borligini isbotlang.

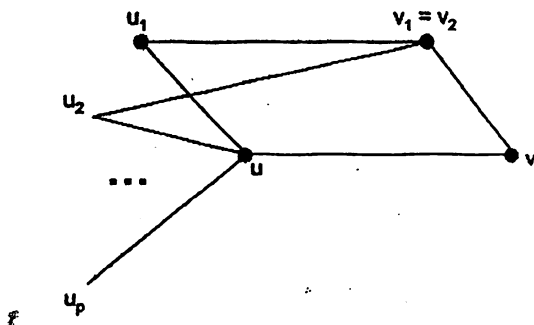
Yechimi: Har bir ishchini G grafning uchi qilib olamiz. Bu masalada hamma uchlarning darajasi bir hil ekanligini isbotlash kerak.

u va v o'zaro uchlari tutashgan graf bo'lsin. Masala shartiga binoan, u_1, u_2, \dots, u_n uchlari u uch bilan o'zaro tutash va v uch bilan tutash bo'la olmaydi. Tutashmagan u_1 va v uchlarni ko'rib chiqamiz. Ular tutashgan u uchdan boshqa yana bir nuqtada uchrashishlari kerak, masalan v_1 da, shunda bu uch u uch bilan tutash bo'lmaydi. (1-rasm)



15.3- rasm

Shu tariqa har bir i ($2 \leq i \leq p$) ga shunday v_i uch topiladi, u u_i va v uchlar bilan tutash lekin u bilan tutash bo'lmaydi. Shu sababli $d(v) \geq d(u)$. Shu kabi $d(v) \leq d(u)$ ni isbotlasak bo'ladi. Demak, $d(v) = d(u)$. (2-rasm)

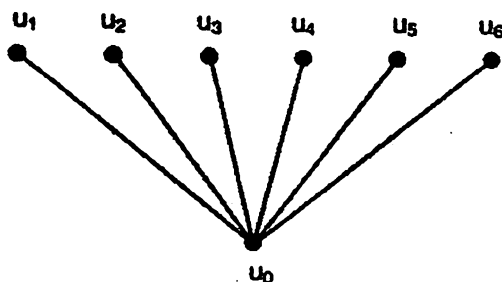


15.4-rasm

5. Biron bir korxonada ma'lumki, istalgan ishchi shu korxonadagi oltita ishchi bilan tanish. Oltita kishidan iborat guruhda bir ishchi qolgan barchasini taniydi. Korxonada nechta ishchi ishaydi.

Yechimi: G grafni yasab olamiz. Har bir uchining darajasi 6 ga teng bo'lsin. G grafning 6 ta uchini ko'rib chiqamiz: u_1, u_2, \dots, u_p . Shart bo'yicha shunday u_0 uch borki, bu uch qolganlari bilan o'zaro ulangan (15.4-rasm).

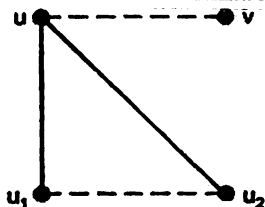
Endi 6 ta $u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_0$ uchlarini olamiz. Shartga asosan shu uchlarini bitta nuqtada yig'ilgan uchi mavjud. Bu yig'ib turuvchi uch sifatida faqat u_6 ni olish mumkin, chunki u_0 ni olsak, uchlarining darajasi 6 dan oshib ketadi. Shu kabi har bir juft uchlarining o'zaro tutash ekanligi isbotlanadi. Shu sababli G graf K_7 grafi bo'ladi va korxonada 7 ta ishchi borligini bildiradi.



15.5-rasm

6. Lagerda 50 ta dam oluvchi o'quvchilar bor. Ma'lumki, istalgan to'rttasining ichidan kamida bittasi qolgan uchtasini taniydi. Shu lagerda bir bola qolgan hammasini tanishini isbotlang.

Yechimi: Har biri uchi dam oluvchilarga teng bo'lgan G grafni yasab olamiz. Bu masaladi bir darajasi 49 ga teng bo'lgan uch borligini isbotlashimiz kerak. Biron-bir u uchni eng yuqori p darajali deb qabul qilamiz. u uch bilan tutash uchlarni $I(u) = \{u_1, u_2, \dots, u_p\}$ bilan belgilaymiz. v uch u uch bilan tutash bo'lsin. Agar $I(u)$ da ikkita istalgan u_1, u_2 uchlari tutash bo'lmasa, unda to'rtta uchlari u, v, u_1, u_2 masalaning shartini qanoatlantirmaydi. (15.6-rasm)



15.6-rasm

Shu sababli $I(u)$ ning uchlari juft-juft bo'lib tutash. Endi u, v, u_1, u_2 ko'rib chiqamiz. Masala sharti bo'yicha shu uchlarning bittasi qolgan uchlari bilan tutash bo'lishi kerak. u va v tutash uchlari bo'lmaganligi sababli bizda u_1 va u_2 lar qoladi. Aniqlash uchun u_1 uch qolgan v, u, u_2 uchlari bilan tutash bo'lsin.

u_1 uch qolgan v, u va $I(u)$ ning uchlari bilan tutash bo'lganligi sababli uning darajasi u ga nisbatan ko'proq bo'ladi. Demak, G grafda darajasi 49 ga teng bo'lgan uch mavjud va lagerda bitta o'quvchi qolgan barcha o'quvchilarni taniydi.

7. Uch o'ldamli fazoda shunday 8 ta nuqta tanlanganki, ularning hech qaysi uchyasi bitta to'g'ri chiziqda yotmaydi. Ulardan 17 ta kesma o'tkazildi. Siz shu uchta kesmalardan uchburchak hosil bo'lishini isbotlang.

Yechimi: Nuqtalari uchlari, kesmalari qirralari bo'lgan G grafni ko'rib chiqamiz. Eng ko'p qirralari chiqadigan v_0 uchni ko'rib chiqamiz: $(v_0, v_1), (v_0, v_2), \dots, (v_0, v_n)$. Agar kesmalar uchburchakni hosil qilishmasa, hech qaysi v_i, v_j tutash bo'lmaydi ($i, j \neq 0$). Har bir qolgan $7-n$ ucdan n dan ortiq bo'lmagan qirralar chiqadi. Shu sababli G grafdagi qirralar soni $n+(7-n)n=(8-n)n$ ga teng bo'ladi. $y=(8-n)n$ funksiyaning maksimal qiymati 16 ga teng, chunki grafdagi 17 ta qirra mavjud. Shu sababli qaysidir kesmalar uchburchakni hosil qiladi.

8. Uch o'ldamli fazoda shunday 9 ta nuqta tanlanganki, ularning hech qaysi uchyasi bitta to'g'ri chiziqda yotmaydi. Har bir nuqta 4 ta nuqtalar bilan bog'langan. Siz shu uchta kesmalardan uchburchak hosil bo'lishini isbotlang.

9. Shaharning istalgan fuqarolari yoki dushman, yoki do'st. Istalgan uchtasini olsak ular o'zaro yoki butunlay do'st, yoki butunlay dushman, yoki faqat ikkitasi o'zaro do'st. Agar shaharning hamma fuqarolari do'st bo'lmasa, dushmanlari soni do'stlarinikidan ko'p bo'lishini isbotlang.

10. Konferensiyaga 300 ta odam keldi. Har biri beshta tanlangan tildan uchtasini biladi. Bu insonlarni uchta 100 kishi qilib shunday joylashtirish mumkinki, ularning har biri uchun bitta umumiy til mavjud bo'lishini isbotlang.

11. 5 ta uylarni yo'laklar bilan istalgan bir jufti bir biri bilan faqat bitta yo'l bilan bog'langan qilib ulasa bo'ladimi? Bu yo'laklar o'zaro kesishmaydigan bo'lishi kerak (kesishmaydigan yo'lak deb bir nuqtada uchrashmaydigan kesmalarga aytiladi).

12. Oltita kompyuterlar o'zaro bog'langan. Kompyuterdan 5 ta har hil rangli sim chiqishi uchun bu simlarni beshta rangga qanday qilib bo'yash mumkin.

13. Shaxmat turnirida, 7, 5, 3, 2 ta partiya oynagan o'yinchilar bo'lishi mumkinmi. Mavjud bo'lsa o'yinchilarning sonini toping.

14. Ali 15 kishidan iborat kishili turistik sayohatga bordi. U yerdan qaytib kelib u sayohatga ketishdan oldin guruhning har bir sayohatchisi boshqa beshtasini taniganini aytdi. Bunday bo'lishi mumkinmi?

15. Maktabning 11 ta o'quvchilari ta'tilga ketishdan avval har birining qolgan uchtasiga xat yozib turishini kelishib olishdi. Har bir xat yuborgan o'quvchi shu xat yuborgan o'rtog'idan xat olishi mumkinmi?

16. Qachonlardir Yerda yashagan insonlarning toq marta qo'l qisishishi toq emas, juft bo'lganini isbotlang.

17. Disneylenddagi ko'lda yettita orollar mavjud. Bu orollardan chiqish ko'prigi yoki bitta, yoki 3 va 5 ta. Shu ko'priklardan hech bo'lmasa bittasi qirg'oqqa olib borishini isbotlang.

18. Har bir shahridan uchta yo'l chiqib, shaharlar orasida 100 ta yo'l bo'lishi mumkinmi?

19. Aylanma besh kishilik shaxmat tumirida Ali va Vali bir hil miqdordag uchrashuvlarni olib borishdi. Ular nechta o'yin o'ynashgan?

20. Parkda 9 ta ko'l bor. Har bir ko'l boshqa ko'llar bilan kamida uchta kanal orqali bog'langan. Parkda mavjud bo'lishi muki eng kam kanallar sonini toping.

21. Marsliklar raqsga tushishni hush ko'rishishadi. "Dostlik" raqsida uzog'i bilan 7 ta marslik qatnashishi mumkin. Ularning 3 tadan qo'llari mavjud bo'lsa, bu raqsdan nechta qo'llar qatnashishi mumkin. Bunda marslikni bitta qo'li boshqa marslikning bitta qo'lini ushlab turgan.

22. Marsliklar raqsga tushishni hush ko'rishadi. "Katta Dostlik" raqsida uzog'i bilan 7 ta marslik qatnashishi mumkin. Ularning 5 tadan qo'llari mavjud bo'lsa, bu raqsdan nechta qo'llar qatnashishi mumkin. Bunda marslikni bitta qo'li boshqa marslikning bitta qo'lini ushlab turgan.

23. Har bir shahardan 12 ta yo'l chiqqan. Bu yo'llar orqali bir shahardan istalgan ikkinchi shaharga o'tib olish mumkin. Bu yo'llardan birini ta'mirlash

uchun yopildi. Endi ham yo'llar orqali bir shahardan istalgan ikkinchi shaharga o'tib olish mumkinligini isbotlang.

24. Shaxmat turnirida 11 ta odam qatnashmoqda. Hozirgi vaqtga kelib istalgan uchta o'yinchi orasidan ikkitasi bir-biri bilan o'ynamadi. Bu turnirda kamida 30 ta partiya o'ynalganligini isbotlang.

25. Mamlakat birinchiligi uchun futbol o'yinida 20 ta komanda qatnashmoqda. Ikkita o'zaro o'yin olib borgan komandalar hosil bo'lishi uchun kamida nechta o'yin olib borilgan bo'lishi kerak?

26. 9 ta mushketerlardan ba'zilari urishib qolib bir-birini duelga chaqirishdi. Aniqlanishicha, hech qaysi olingan uchta mushketerlardan hammasi o'zaro urishishining imkoni yo'q ekan. To'rtta o'zaro urishmagan mushketerlar borligini isbotlang.

27. Dengizda sakkizoyoqlar yashashadi. Ularning har birida yoki bittadan, yoki ikkitadan do'stlari mavjud. Kech tushishi bilan ikkita do'sti borlar ko'k rangga, bitta do'sti borlari qizil rangga kirishdi. Ma'lum bo'lishicha, istalgan do'stlar rang-barang ekan. Do'stlar bir hil rangda bo'lishi kerakligi uchun sakkizoyoqlarning 10 tasi qizil rangga, 12 tasi ko'k rangga bo'yalishdi. Dengizda nechta sakkiz oyoqlar yashashadi.

28. Ikkita delegatsiyada umumiy 22 kishi mavjud. Uchrashuv paytida har bir delegatsiya vakillar boshqa delegatsiya vakillari bilan qo'l siqishdi. Umumiy qo'l siqishlar soni 121 ta bo'lsa, delegatsiyadagi odamlar soni teng ekanligini isbotlang.

29. Stol atrofida 5 ta o'g'il bola va 7 ta qiz bola o'tiribdi. Stolning turli joylarida konfetlar turipti. Ba'zi bir bolalar o'zaro tanish. Vazadagi kanfetni qizlar o'zlari taniydigan bolalarga bittadan berishdi, o'g'il bolalar esa o'zlari tanimaydigan qizlarga vazadan bittadan konfet berdi. Vazada nechta konfet bo'lgan?

30. 9-a sinfidagi har bir o'quvchi 9-b sinfidagi 3 tasi bilan do'st. O'z navbatida 9-b dagi har bir o'quvchi 9-a dagi 3 tadan o'quvchi bilan do'st. Bu sinfdagi o'quvchilar soni teng ekanligini isbotlang.

31. Sinfda 12 ta o`g`il bolalar va 16 ta qiz bolalar bor. Har bir qiz bola 3 tadan o`g`il bola bilan do`stlashgan. Qizlar bilan do`stlashgan o`g`il bolalarning soni, o`g`il bolalar bilan do`stlashgan qiz bolalar bilan bir xil. Do`st tutingan qizlar va bolalarning soni teng. Har bir o`g`il bola nechta qiz bilan do`stlashgan?

32. Oltita o`rtoq o`qiydigan maktabda bir nechta to`garaklar mavjud. Ali, Vali, Anvar, Gulnoza, Shavkat va Anoralardan har bir to`garaklarga 5 tasi qatnashadi. Ma`lumki, eng ko`p to`garakka (8 tasiga) Gulnoza qatnashadi, eng kamiga Vali (5 tasiga) qatnashadi. Maktabda nechta to`garaklar mavjud?

Asosiy adabiyotlar:

1. Куратовский К., Мостовский А. Теория множеств. М.: “Мир”, 1970.
2. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. М.: “Наука”, 1979.
3. Тураев Х. Математик мантик ва дискрет математика. Т.: “Ўқитувчи”, 2003.
4. Судоплатов С. В., Овчинникова Е. В. Элементы дискретной математики – М.: «Инфра-М», 2002 г.
5. Асеев Г.Г., Абрамов О.М., Ситников Д.Э. Дискретная математика. – Ростов – на-Дону, «Феникс», 2003 г.
6. Кулабухов С.Ю. Дискретная математика – Таганрогский радиотехнический университет, Таганрог, 2001 г.
7. Гаврилов Г.П. и др. Сборник задач по дискретной математики. М.: Наука, 1977.
8. Игошин В.И. Задачник-практикум по математической логике. М.: Просвещение, 1986.
9. Емеличев В.А., Мельников О.И., Сарванов В.И., Тышкевич Р.И. Теория графов. М.: «Наука», 1991.
10. Sadaddinova S.S., Abduraxmanova Yu.M., Raximova F.S. Diskret matematika. O`quv qo`llanma. Toshkent, 2014 y.

f

Qo`shimcha adabiyotlar:

1. Зыков А.А. «Основы теории графов» М.,Наука.1987 г.
2. Ершов Ю.Л. и др. «Математическая логика» М.,Наука.1987 г.
3. <http://dimacs.rutgers.edu/>
4. <http://www.vspub.com/journals/jn-DisMatApp.html>

Mundarija

Kirish.....	1
1. Graflar nazariyasi.....	2
2. Pseudograf. Multigraf.....	3
3. Qism graf.....	5
4. Qoshnilik. Insidentlik. Uchning darajasi.....	6
5. Bir jinsli graf. To`liq graf. Grafning to`ldiruvchisi.....	8
6. Graflarning yig`indisi va kesishmasi.....	10
7. Graflarning izomorfligi.....	13
8. Qo`shnilik va insidentlik matritsalarini.....	16
9. Insidentlik matritsasi.....	17
10. Bog`langan graflar. Marshrut, zanjir, sikllar.....	21
11. Eylar grafi. Gamilton grafi. Sodda zanjirlarni aniqlash.....	23
12. Graflarni xarakterlovchi sonlar.....	28
13. Daraxtlar.....	30
14. Planar va tekis graflar. Gomeomorf graflar.....	34
15. Graflar nazariyasiga doir matnli masalalar.....	36
16. Asosiy adabiyotlar.....	44

**“Diskret matematika fanining graflar nazariyasi
bo‘limi bo‘yicha o‘quv-uslubiy qo‘llanma”**

**“Algoritmash va matematik modellashirish”
kafedrasining majlisida (12.05.2015 y., 26-bayonnoma)
muhokama qilindi va hosmaxonada chop etish
uchun TATU ilmiy-uslubiy kengashiga tavsiya etildi.**

**“Dasturiy injiniring” fakulteti ilmiy-uslubiy
kengashida ko‘rib chiqildi va nashrga
tavsiya etildi
(10 - sonli bayonnoma, 26 май 2015 y.)**

**Mualliflar: Payziyeva M.T.,
Raximova F.S.**

**Mas’ul muharrir: “Algoritmash va matematik modellashirish”
kafedrasini mudiri, dots. Yu.M.Abduraxmanova**

**Taqrizchilar: TDiy “Oliy matematika” kafedrasini
dotsenti, f.-m.f.n. A.X. Raxmatullayev,
TATU “Oliy matematika” kafedrasini
dotsenti, f.-m.f.n.A.E.Mamatov.**

Muharrir: N Yulanova

Bichimi 60x84 1/16

Bosma tabog‘i - 3. Adadi - 30

Buyurtma № 94

**Toshkent axborot texnologiyalari universiteti
“ALOQACHII” nashriyot-matbaa markazida chop etildi.**

Toshkent sh., Amir Temur ko‘chasi, 108-uy.