Ў. Қ. НАЗАРОВ, Ҳ. З. ИКРОМОВА,
К. А. ТУРСУНМЕТОВ

УМУМИЙ ФИЗИКА КУРСИ

МЕХАНИКА ВА МОЛЕКУЛЯР ФИЗИКА

Олий техник ўқув юртларида сиртдан ва кечки бўлимларда ўқувчи талабалар учун ўқув қўлланмаси

ТОШКЕНТ
«ЎЗБЕКИСТОН»
1992

Тақризчилар: Ўзбекистонда хизмат кўрсатган фан арбоби, профессор М. Х. Холматов; ТошДТД доценти А. Б. Қосимов; Тошкент енгил саноат институти физика кафедрасининг доценти Қ. Эгамбердиев.

Назаров У. Қ., ва бошқ.

Н 18 Умумий физика курси: Механика ва молекуляр физика: Олий техник ўқув юрт. кечки ва сиртдан ўқувчи талабалари учун ўқув қўлл. — Назаров У. Қ., Икромова Ҳ. З., Турсунметов К. — Т.: Ўзбекистон, 1992.—279 б.: расм.

Ушбу қўлланма 1988 йилда тасдиқланган физика курсининг янги программасига асосан ёзилган. Қўлланмада «Умумий физика курси» нинг механика ва молекуляр физика бўлимлари баён этилган.

Қўлланма Олий техника ўқув юртларининг сиртдан ва кечки бўлимларида инженер-техник ихтисоси бўйича ўқувчи талабалари учун мўлжалланган.

1.1,2 Автордош.

Назаров У. К. и др. Общий курс физики: Механика и молекулярная физика: Учеб. пособие для веч. и заоч. отд-ний ВТУЗов.

ББК 22.3я73+22.2я73+22.36я73

№ 381—92
Навоий номли ЎзР
Давлат кутубхонаси.

Н $\frac{1603020000-61}{351\ (04)-92}$ 15—92

ISBN 5-640-0127-6

СЎЗ БОШИ

XX аср илмий техниканинг кенг кўламли ривожланиши билан характерли. Жумладан, физика фани соҳасида квант ва нисбийлик назарияларининг яратилиши шу асрга мансубдир. Атом ва ядро физикасидаги ютуқлар техникани илдам қадамлар билан ривожланишига асос бўлибгина қолмай, инсониятнинг энергияга бўлган эҳтиёжини узил кесил ҳал этмоқда. Равшанки, фан ва техника ютуқларининг мазмунини тўғри таҳлил қилиш талабаларимиздан физика фанига оид билимлар даражасининг юксак савияда бўлишини тақозо этади. Шу боисдан, физикадан олинган билимларни мустаҳкамлаш мақсадида, инженерлар тайёрловчи олий ўқув юртларида, икки ва уч ўқув семестрларига мўлжалланган умумий физика курси киритилган. Бу курс асосида ўрта мактабда ёритилган табиат ҳодисалари ётади.

Олий техник ўқув юртларига мўлжалланган физика курси ўрта мактаб программасидан фарқли равишда физик ҳодисаларнинг тавсифи кенгроқ ва чуқурроқ ҳолда ҳозирги замон физика масалалари ва олий математика элементлари билан бойитилган. Курснинг бу даражада кенгайтирилиши мутахассислик бўйича ўқитиладиган предметларни, замонавий техника асосларини ўзлаштиришда, инженерлик муаммоларини асослашда замин яратибгина қолмай, талабаларнинг илмий дунёқарашининг шаклланишида асосий омил бўлиб хизмат қилади.

Давримизга хос бўлган яна бир хусусият — ахборот кўламининг кенглиги ва вақт танқислигидир. Бинобарин, олий-ўқув юртларининг талабаларига катта ҳажмдаги ўқув қўлланмаларини нашр этиш мақсадга мувофиқ бўлмаса керак. Чунки, талабалар бу китобларни ўзлаштиришга, керакли ахборотларни олишга кўп вақт сарфлайдилар. Айниқса, ҳодисалар керагидан кўп изоҳланган бўлса, улар ўқувчида ушбу ҳодиса бўйича фикрлаш қобилиятини чеклайди, адабиёт билан ишлашга бўлган қизиқишини сусайтиради.

Олий таълимни қайта қуриш дастурида талаба ёшларнинг мустақил ўқишига катта эътибор берилган. Мустақил ўқишнинг сифати кўп жиҳатдан замонавий ва ўзига хос методик усуллар билан ёзилган ўқув қўлланмаларининг сифатига боғлиқ. Агар турли муаллифлар томонидан ёзилган ёки таржима қилинган физика курси дарсликлари мавжуд бўлса, талабалар ўз дидига мос ўқув қўлланмасини танлаб, физикага оид билим даражасини мустақил равишда оширишлари мумкин. Шу мақсадда ва бўлажак инженерларда вақт танқислигини назарга олиб, ушбу қўлланмани ёзиш фикри туғилди. Қўлланмани тайёрлашда физика курсидаги ҳодисалар ўзаро узвий боғланганлигига алоҳида эътибор берилган ва кези келганда уларни табииёт ва техника ҳодисалари билан боғлиқлиги кўрсатиб ўтилган. Қўлланмада физик ҳодисалар уларнинг мазмунини сақлаган ҳолда соддароқ тилда ёритилди. Ҳодисаларни математик устқурмаси нисбатан содда ва асосли қилиб исботланган. Математик ифодаларни ўзлаштиришда китобхоннинг ўрта мактабда ва олий ўқув юртининг биринчи ўқув семестрида олган билим савиялари етарлидир.

Муаллифлар қўлланманинг мазмунини яхшилашга қаратилган ҳамма физика кафедраларининг ва хусусий шахсларнинг фикр-мулоҳазаларини чуқур миннатдорчилик билан қабул қиладилар.

Муаллифлар.

КИРИШ

Физика фани ҳақида

Кишилик жамиятининг тараққиёти кўп жиҳатдан табиий фанларнинг, хусусан, физика фанининг ривожланиши билан боғлиқ. Зотан, физика табиат ҳодисаларини ўрганувчи асосий фанлардан биридир. Инсоният жамияти пайдо бўлибдики, у табиат ҳодисаларининг сирларини англашга интилган. Чунки табиат ҳодисаларини тафаккур этиш, билишга қизиқиш инсонга хос хусусият бўлиб, унинг тараққиёт даражасини белгилайди.

Ҳодисалар сабабини тафаккур этиш уларни кузатишдан бошланади. Кузатишлар давомида шу ҳодисага оид маълумотлар тўпланиб боради, ундаги боғланишлар системага келтирилади. Аммо табиий фанлар ва жумладан физиканинг ривожланиши кузатишларга, тажрибаларга, ҳодисаларнинг сабабини билишдаги изланишларга материалистик ёки идеалистик нуқтаи назардан ёндашишга кўп жиҳатдан боғлиқ.

Диалектик материализм асосида борлиқ дунё бирламчи, тафаккур борлиқ дунёнинг энг олий иккиламчи ҳосиласи деган муҳим фалсафий ғоя ётади. Бу дунёқараш, инсон ўз ақл идроки билан табиат ҳодисаларининг сирларини билиш, ўрганиш қобилиятига эга деб, инсонни табиат ҳодисаларини идрок этишга чорлайди. Аксинча, идеалистик ғоя ҳамма нарсаларни илоҳий руҳ билан боғлаб, инсонни табиат ҳодисаларини ўрганишдаги қизиқишини сўндиради, таъқиб этади.

Илк бор, моддий дунёни тафаккур этишдаги материалистик дунёқарашнинг биринчи элементлари антик дунё файласуфлари Аристотель, Евклид, Лукреций, Платон, Демокрит ва бошқа мутафаккирларнинг асарларида ўз аксини топди. Кейинчалик антик даврнинг илғор фикрлари, араб олимлари ва Ўрта Осиёлик буюк алломалар — Абу Али ибн Сино, Абу Райҳон

Беруний, Мирзо Улуғбек ва бошқа олимлар томонидан тўлдирилди, ривожлантирилди. Хусусан, Абу Райҳон Беруний Ер шар шаклида эканлигини эътироф этган ва биринчи бўлиб Ернинг радиуси тўғрисида маълумот берган олимдир.

Аммо бу даврда моддий дунёнинг тузилиши, моддаларнинг таркиби тўғрисида аниқ бир назарияни илгари суриш мумкин эмас эди. Шу боисдан, антик дунёнинг файласуфлари, араб ва Ўрта Осиё алломалари табиий ҳодисаларни кузатишда олган далилларини ўз асарларида илмий фараз ёки гипотеза тарзида акс эттириб қолдирганлар.

Фақат кузатишларга асосланган ва математик устқурмаси бўлмаган илмий фараз гипотеза дейилади. Дунёни билиш тўғрисидаги маълумотларнинг ортиб бориши, ўлчаш техникасининг аниқлик даражаси ошиши, математик ҳисоблаш методларининг юксалиши мавжуд бўлган гипотезаларни илмий назария даражасигача кўтариши ёки инкор этиши мумкин. Масалан, XVI асрнинг бошларида Н. Коперник Қуёш атрофидаги планеталарнинг ҳаракатини чуқур ўрганиш асосида, ўша даврга чаҳукмронлик қилиб келган идеалистик назария бўлмиш — геоцентрик назариянинг асоссиз эканлигини исботлаб, гелиоцентрик назарияни асослади. Кўп ўтмай, И. Кеплер планеталарнинг Қуёш атрофидаги ҳаракатига оид учта қонунни кашф этиб, гелиоцентрик назариянинг тўлиқ математик исботини берди. Астрономия ва математиканинг бу ютуғи И. Ньютон томонидан «Бутун олам тортишиш қонуни» нинг очилишига шароит туғдирди. Бу улкан кашфиёт коинотдаги жисмларнинг ҳаракатланиш қонуниятлари ва сабабларини кўрсатиш билан бир қаторда, кун билан туннинг, фаслларнинг алмашиб келиш сабабларини ойдинлаштирди. Бинобарин, материалистик дунёқарашнинг шакл ва мазмуни кенгайди.

Математик қонуниятга эга бўлган табиат ҳодисалари, одатда физика фанининг қонунлари сифатида гавдаланади. Илмий назария эса битта ёки бир неча қонунларни ўз ичига олган ҳолда, ҳодисанинг мазмунини чуқур таҳлил этади, унинг бошқа ҳодисалар билан боғлиқлигини синтез қилиб табиатнинг бошқа қонунларининг очилишига замин яратади, турли табиий фанларнинг ривожланишига таъсир кўрсатади. Масалан, физиканинг электр қисмидаги Кулон қонуни кашф этилгунча физика фани асосан Ньютоннинг механикага оид қонунларини ўз ичига олган механика курсидан иборат эди. Кулон қонуни кашф этилгандан сўнг физиканинг электростатика, ўзгармас ток, электромагнетизм бўлимларига замин яратилади. Молекулалар ҳаракатига оид маълумотларнинг тўпланиши молекуляр физика, статистик физика, термодинамика бўлимларининг ривожланишига шароит туғдирди.

Шуни алоҳида эътироф этиш керакки, физикада очилган ҳар бир табиат қонуни назарий аҳамиятга эга бўлиш билан бир қаторда катта амалий аҳамиятга эга, техниканинг тараққиёт жараёнига ва бошқа фанларнинг ривожланишига ёхуд бошқа фанларнинг кашф этилишига катта ҳисса қўшади. «Бутун олам тортишиш қонуни» кашф этилганидан кейин, Қуёш системасидаги планеталар ва улар йўлдошларининг ҳаракатини ўрганишга қизиқиш кучайди. Шу муносабат билан оптик асбобларни қуриш технологияси жадаллик билан ривожлана бошлади. Бу ривожланиш физиканинг оптика қисмига асос солибгина қолмай, астрономияда катта кашфиётлар яратиш имкониятларини очиб берди. Фарадей томонидан электромагнит индукция ҳодисасининг очилиши электротехника фанига асос бўлган бўлса, Герц томонидан электромагнит тўлқинларининг кашф этилиши радиотехниканинг ривожланишига замин яратди. Физика фанининг маълум бўлимларини бошқа табиий фанларга татбиқ қилиш асосида биофизика, геофизика, химиявий физика, физик химия, астрофизика каби қатор янги фанлар юзага келди.

Демак, физика фани ривожланиб доимо миқдорий ва сифат ўзгаришлар билан бойиб боради. Чунки моддий дунёни тафаккур этишнинг чеки йўқ. Агар XIX аср охирларида модда тузилишининг 10^{-8} м билан чекланган объектларидан маълумотлар олинган бўлса, XX асрнинг бошларида атомнинг ядровий модели кашф этилиши муносабати билан тафаккур этиш даражаси 10^{-12} м бўлган объектларга кўчирилди. Ҳозирги пайтда тафаккур этишнинг бу ўлчами янада чуқурлашиб, 10^{-15} м ўлчамга эга бўлган моддий объектлардан маълумотлар олинмоқда. Айни шу вақтда, радиоастрономия методларини татбиқ қилиш орқали биздан 10^{22} м узоқликда жойлашган космик объектлардан маълумотлар олиниб, уларнинг тузилиши тўғрисидаги тажриба маълумотлари тўпланиб бормоқда. Асримизнинг охирларигача тафаккур этиш даражасининг чегараси яна бир неча ўн карра юксалиши мумкин.

Моддий дунёни тадқиқ этишдаги бу ютуқлар, сўзсиз физика фанининг ривожланишида катта роль ўйнагани ҳолда, моддий дунёни тафаккур этишдаги бизнинг билимлар даражасини янада юксакроқ даражага кўтаради. Шу билан бир қаторда, физика фанидаги ютуқларни ҳаётга тезкорлик билан татбиқ қилиш масалаларини тезлаштиради. Масалан, ядронинг парчаланишига оид лаборатория тажрибалари 40-йилларда кузатилган эди. 50-йилларнинг охирида ядровий парчаланиш энергияси билан ишлайдиган атом электростанциялари ишга туширилди. Қаттиқ жисмлар физикасидаги ютуқлар кибернетикага асос бўлибгина қолмай, электрон ҳисоблаш машиналарининг бир неча авлодларини вужудга келтиришда ижобий роль ўйнади. Ушбу ютуқлар эса, ўз навбатида, физика фанининг назарий ҳисобларини тезлаштирди, тажриба натижаларининг аниқлигини оширди, уларни системага келтиришни тезлаштирди. Бу эса физика фанида янгидан-янги кашфиётлар қилиш имкониятларини кенгайтиради, уларни амалиётга татбиқ қилиш вақтини қисқартиради.

Келтирилган мулоҳазалардан равшанки, ҳозирги ва келгусидаги фан ва техника тараққиётини физика фанисиз тасаввур қилиш қийин. Бинобарин, физика фанининг жамият тараққиётидаги роли ниҳоятда каттадир.

МЕХАНИКА

Бизни ўраб турган дунё моддий бўлиб, у абадий мавжуд бўлган узлуксиз ҳаракатланувчи материядан ташкил топган. Дарҳақиқат, юлдуз ва планеталардан тортиб, атом таркибидаги кичик зарралар ва тирик организмларнинг ҳужайраларигача — барчаси доимий ҳаракатдадир. Улардаги сифат ва миқдорий ўзгаришлар химиявий, биологик, физик ҳаракатлар туфайли юзага келади. Физик ҳаракат механик, иссиқлик, электромагнит ва бошқа турдаги ҳаракатларни бириктиради. Механик ҳаракат бошқа турдаги ҳаракатлар орасидаги энг оддисидир. У жисмларнинг ёки жисм қисмларининг фазода бир-бирига нисбатан вақт давомида вазиятининг ўзгаришини ўрганади.

Механик ҳаракатга мисол тариқасида космик объектларнинг ҳаракатини, инсон ақл идроки билан бунёд этилган ҳар хил машина ва механизмларнинг ҳаракатини кўрсатиш мумкин.

Ҳар бир жисм ўз шаклига эга ва у фазода маълум ҳажмни эгаллайди. Бошқа жисмларнинг таъсирида бўлмаган жисмга яккаланган жисм деб, бир неча ўзаро таъсирлашувчи жисмларнинг тўпламига эса жисмлар системаси ёки механик система дейилади. Системанинг механик ҳаракати, яккаланган жисмнинг ҳаракатига нисбатан анча мураккабдир. Лекин ҳар қандай мураккаб ҳаракатни соддароқ шаклга келтириш мумкин. Масалан, автомобиль илгариланма ҳаракат қилганда унинг ихтиёрий икки нуқтасини бирлаштирувчи тўғри чизиқ, ўзига параллел равишда кўчиб боради. Аммо унинг айрим қисмлари маркази бир тўғри чизиқда ётган айланаларни чизса (масалан, ғилдирак учун), бошқа қисмлари қандайдир кесма ташқарисига чиқмай ўз ҳаракатини даврий равишда такрорлаб туради (масалан, поршень ҳаракати). Агар автомобилнинг илгариланма ҳаракатини текширишда ҳар бир қисмларининг ҳаракатлари эътиборга олинса, унинг ҳаракатини ўрганиш жуда мураккаблашиб кетади. Демак, ҳар қандай жисм механик ҳаракатининг модули сифатида шундай жисмни олиш керакки, унинг механик ҳаракатида жисм қисмларининг орасидаги масофа ўзгармасин. Бундай жисм абсолют қаттиқ жисм деб аталади. Агар жисмнинг ўлчами, у ҳаракат қилаётган фазо ўлчамига нисбатан жуда кичик бўлса, бундай жисм моддий нуқта деб аталади. Физиканинг механика бўлими қаттиқ жисмларнинг илгариланма ва айланма ҳаракатларини, шунингдек оқувчан моддалар ҳаракатини, тебранма ва тўлқин ҳаракатларни моддий нуқта ҳаракати мисолларида ўрганади.

Шунинг учун биз механик ҳаракатнинг қонуниятларини, моддий нуқтанинг ҳаракати мисолида ўрганишдан бошлаймиз.

I боб. КИНЕМАТИКА

1.1-§. Моддий нуқта кинематикаси

Биз кундалик турмушимизда жисмларнинг ҳаракати билан боғлиқ ҳодисаларни кўплаб учратамиз. Агар шу ҳаракатларга диққат билан назар ташласак, жисмнинг механик ҳаракати фазонинг ёки текисликнинг бирор қисмида ва вақт оралиғида содир бўлганини аниқлаймиз. Фазонинг ёки текисликнинг бир нуқтасидан иккинчи нуқтасига жисмнинг бирор вақт оралиғида кўчиши механик ҳаракат дейилади. Бошқача айтганда, жисмнинг бошқа жисмларга нисбатан вазиятининг вақт давомида ўзгаришига механик ҳаракат дейилади.

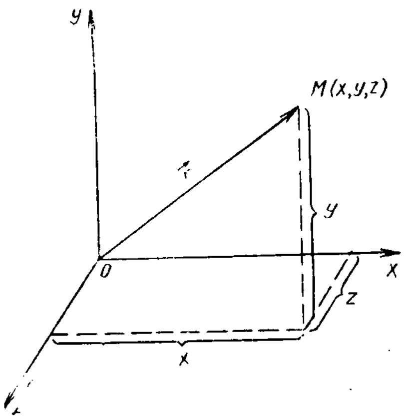
Кузатишлардан маълумки, жисмнинг ҳаракати ўз-ўзидан юзага келмайди. У бирор таъсир туфайли фазодаги ўрнини ўзгартириши мумкин. Лекин жисм ҳаракатининг кинематикасини ўрганишда, ҳаракатни юзага келтирувчи сабабларни инобатга олиш шарт эмас. *Механиканинг моддий нуқта ҳаракат қонуниятларини шу ҳаракатни юзага келтирувчи сабабларсиз ўрганадиган қисми кинематика дейилади.* Кинематика моддий нуқта ҳаракатини кўпинча геометрик нуқтаи назаридан текширади, холос.

Жисмларнинг фазодаги ўрнини билмасдан туриб, унинг механик ҳаракати тўғрисида фикр юритиш мумкин эмас. Масалан, кема ҳалокатга учраганда кеманинг радисти *SOS* сигналини бериб, атрофдаги кемаларни ёрдамга чақиради. Радист бу сигнални беришда кеманинг ўрнини аниқловчи координаталар тўғрисида маълумот бермаса, ёрдамга отланишга шай бўлган кемаларнинг капитанлари фалокатга учраган кемани қаерда излашни билмайдилар. Бинобарин, *SOS* сигналини берувчи радист ўз ахборотида кеманинг ўрнини аниқловчи координаталарни ва фалокат юз берган вақтни, албатта, кўрсатиши шарт.

Жисмнинг ўрнини эркин фазога нисбатан аниқлаб бўлмайди. Ҳар қандай жисмнинг вазияти бошқа бир объектга (ёки жисмга) нисбатан кўрсатилиши лозим. Масалан, «чапга», «юқорига», «пастга» деган сўзларини бирор ориентирга нисбатан ишлатганимиздагина, жисмнинг ҳаракат йўналиши ёки унинг ўрни тўғрисида маълумот ола оламиз. Акс ҳолда, бу атамалар ҳеч қандай маънога эга бўлмайди.

Жисмнинг ҳаракати ёки унинг ўрни тўғрисида маълумот олиш мақсадида *саноқ системаси* деган тушунча киритилган. Саноқ системасини ҳосил қилиш учун саноқ боши танлаб олинади. Саноқ боши сифатида нисбий тинч ёки тўғри чизиқли текис ҳаракат қилаётган ихтиёрий жисм олинади. Бу жисм *саноқ жисми* деб аталади. Саноқ жисми билан боғланган координаталар системаси ва вақтни қайд этувчи соат саноғи биргаликда саноқ системаси дейилади. Одатда, саноқ жисми билан боғланган координаталар сифатида Декарт координаталар системаси олинади. Саноқ системаси белгилангандан кейин шу системада жойлашган жисмнинг ўрнини бошқа жисмлар ўрнига нисбатан фарқ қилиш лозим. Бу масалани ҳал этишда текширилаётган жисмни саноқ боши билан 1.1-расмда кўрсатилган тўғри чизиқ орқали боғлаймиз. Саноқ бошини кузатилаётган жисм билан боғловчи йўналишли чизиқ *радиус-вектор* деб аталади. Бу векторнинг координата ўқларига бўлган проекциялари берилган моддий нуқтанинг фазодаги ўрнини аниқловчи координаталарнинг қиймати унинг координаталари бўлади ва нуқтанинг вазияти қуйидагича белгиланади, яъни $M(x, y, z)$.

Саноқ системаси деган тушунча киритиш муносабати билан механик ҳаракатни яна бундай таърифлаш мумкин. Механик ҳаракат модда кўринишидаги материянинг вақт ўтиши билан белгиланган саноқ системадаги вазиятининг ўзгаришидир. Кўпинча классик ме-



1.1- расм.

ханикада тўғри чизиқли текис ҳаракат қилаётган ёки нисбий тинч ҳолатдаги жисмлар билан боғлиқ саноқ системаларида содир бўлаётган механик ҳодисалар вақтга боғлиқ равишда текширилади. Маълумки, ҳар бир саноқ системаси *Евклид* фазоси деб аталувчи уч ўлчовли фазода жойлашган жисмлар билан боғланган (1.1- расмга қаранг). Бу фазога хос хусусият шуки, икки нуқта орасидаги энг қисқа масофа тўғри чизиқ бўлади.

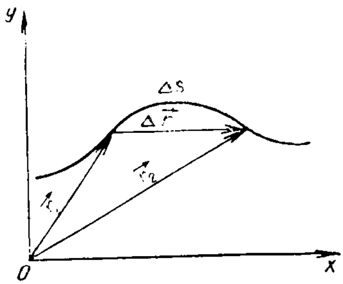
Фазо ва *вақт* тушунчалари тўғрисидаги биринчи илмий назария Ньютон томонидан таклиф этилган. Бу назарияга кўра *фазо ва вақт бир-бирига боғлиқ бўлмаган мутлақ ёки абсолют тушунчалардир.* Албатта, бу назария саноқ системаси кичик тезликларда тўғри чизиқли текис ҳаракат қилганда ёки у кучли майдонлар таъсиридан холи олингандагина ўз кучини сақлайди. Масофа узунлиги ва вақт оралиғини тезликка ёхуд кучли майдонлар таъсирига боғлиқ бўлиши масалалари билан физиканинг релятивистик механика қисми шуғулланади. Бу механиканинг айрим элементлари VII бобда ёритилган. Ҳозир эса биз ўз мулоҳазаларимизни тезлиги v ёруғлик тезлиги $c=3\cdot10^8$ м/с дан жуда кичик бўлган жисмларнинг ҳаракатини тавсиф этишга қаратамиз.

Классик тасаввурга биноан фазо *бир жинсли, изотропик* хоссаларга эга. Бир жинсли фазо деганда унинг нуқталари ичида имтиёзлиги йўқ эканлигини тушунмоқ лозим. Бунинг маъноси шуки, айнан бир хил механик ҳодиса, фазонинг қайси нуқтасида кузатилишидан қатъи назар, бирдай содир бўлади. Фазонинг изотроплиги унинг йўналишлари орасида имтиёзлиги йўқ эканлигини белгилайди. Масалан, координата ўқларини фазода ихтиёрий равишда йўналтирганимиз билан масштаб эталони ўз катталигини ўзгармас сақлайди.

Вақт ҳам фазо каби классик механикада ($v \ll c$ бўлганда) бир жинсли хоссага эга, яъни соатни фазонинг қайси нуқталарига жойлаштирмайлик, у вақт ўтишини бирдай тезлик билан кўрсатаверади. Шундай қилиб, қайси саноқ системасини олмайлик, бу системада узунлик ва вақт ўлчовлари ўзгармайди. Бу масалаларга биз 6.4- § да батафсилроқ тўхталамиз.

Саноқ системасини танлаб олгандан кейин бу саноқ системасида жойлашган жисмнинг механик ҳаракатини таҳлил қилишга ўтайлик. Курсимизнинг бошида механик ҳаракатни соддалаштириш мақсадида *моддий нуқта* тушунчаси киритилиши лозим эканлигини асослаган эдик. Моддий нуқта тушунчаси идеал газ, идеал суюқлик каби абстракт ёки илмий тушунчадир. Бу тушунчага асосан жисм таркибидаги ўзгаришлар, ички ҳаракатлар унинг механик ҳаракатига таъсир этмайди деб, ҳаракатланаётган жисмни идеаллаштирамиз. Шунингдек, жисмнинг ўлчамлиги кўрилаётган механик масаланинг ечимига таъсир қилмаслиги керак. Шундай қилиб, *моддий нуқта деганда жисмнинг ўлчови, геометрик шакли ва ички тузилиши кўрилаётган механик ҳаракатда аҳамиятга эга бўлмаган ва ўзида бирор модда миқдорини мужассамлаштирган жисм тушунилади. Бунда унинг массаси бир нуқтага тўпланган, деб фараз қиламиз.* Масалан, Ернинг Қуёш атрофидаги ҳаракатини текширишда уни тақрибан моддий нуқта деб олса бўлади. Чунки, Ер қаърида содир бўладиган тектоник (нотекис) ўзгаришлар, циклонлар ва океанларнинг ҳаракати Ернинг Қуёш атрофидаги ҳаракатига деярли таъсир этмайди, ҳамда Ернинг радиуси ($R=6370$ км) Ер билан Қуёш орасидаги масофа ($L=1{,}5\cdot10^8$ км) га нисбатан инобатга олмас даражада кичик. Аммо Ердаги жисмларнинг ҳаракатини кузатишда Ерни моддий нуқта, деб қараш мумкин эмас.

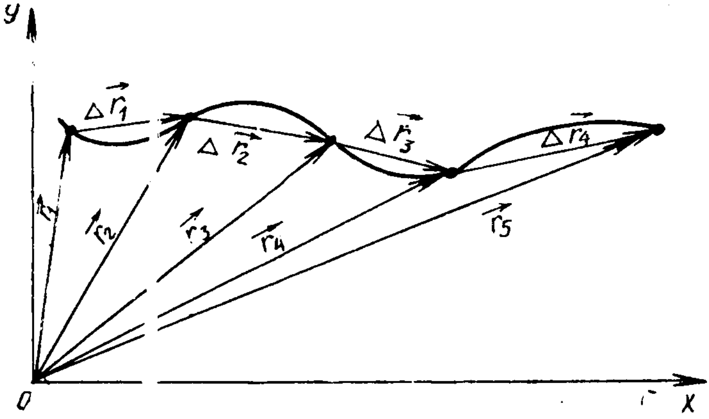
Агар жисм фазода ҳаракатланса, унинг саноқ системасидаги вазиятини аниқловчи радиус-вектор координаталари вақтга боғлиқ равишда ўзгариб боради ва бу вектор вақтнинг функцияси бўлади, яъни $r(t)$. У ўз ҳаракати давомида фазонинг чексиз кўп нуқталаридан ўтади. *Шу нуқталарнинг геометрик ўрнига ёки ҳаракатланаётган жисмнинг берилган саноқ системасида чизиб қолдирган изига унинг ҳаракат траекторияси деб аталади.* Масалан, атмосфера қатламининг юқори қисмларида ўта тўйинган буғлар бўлиб, реактив само-



1.2- расм.

лёт двигателидан чиққан ёниш маҳсулотларининг зарралари буғ ҳосил қилиш марказларига айланади ва самолётнинг кетидан буғ (ёки тутун) шаклидаги из қолдиради. Бу самолётнинг учиш траекториясидир. *Траекториянинг шакли танлаб олинган саноқ системасига боғлиқ.* Масалан, фазода учаётган самолёт билан боғлиқ саноқ системасида самолёт паррakларининг ҳаракат траекторияси айланадан, Ер билан боғлиқ саноқ системасида винт чизиғи (спирал) шаклида бўлади. Демак, *траекториянинг шакли нисбий тушунча бўлиб, фақат берилган саноқ системасига нисбатан олинган траектория ҳақида фикр юритиш мумкин. Бирор саноқ системасида ҳаракатланаётган моддий нуқтанинг ёки жисмнинг маълум вақт оралиғидаги ҳаракат траекториясининг узунлиги йўл деб аталади.* Уни s билан белгилаймиз. Йўл — скаляр катталик. Самолёт 3000 км йўлни ўтди деганда, у қандай йўналишда ҳаракат қилганлиги тўғрисида маълумот олинмайди. Лекин шу самолёт Тошкентдан Москвагача 3000 км йўлни ўтди десак, унинг учиш йўналиши маълум бўлади.

Ҳаракатнинг йўналишини белгилаш мақсадида *кўчиш* деган тушунча киритилган. Вақтнинг t_1 моментида 1.2- расмда келтирилган моддий нуқтанинг вазияти $\vec{r}_1$ радиус-вектор билан, вақтнинг t_2 моментидаги унинг вазиятини эса $\vec{r}_2$ радиус-вектор билан белгилайлик. Бу икки векторларни бирлаштирувчи $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ йўналишли кесма $t_2 - t_1 = \Delta t$ вақт оралиғида содир бўлган кўчишни кўрсатади. Энди 1. 2- расмда келтирилган кўчишга ва шу кўчиш билан чегараланган траекториянинг Δs бўлагига назар ташлайлик. Бунда траектория бўлаги жисм ҳаракати тўғрисида кўпроқ маълумот бериши мумкинлигини аниқлаймиз. Дарҳақиқат, траекторияда олинган нуқталар вақтнинг ҳар бир дақиқасида жисм фазонинг қайси нуқтасида бўлганлиги ҳақида маълумот беради. 1.3- расмда моддий нуқтанинг ҳаракат траекториясида олинган кўчишлар кўрсатилган. Уларни таққослаш орқали кўчиш траекториянинг қайси қисмида ва қандай вақт



1.3- расм.

оралиғида олинганлигига қараб унинг йўналиши ўзгариб боришини кўрамиз. Демак, кўчиш ҳаракат йўналишини аниқ кўрсатиши учун кўрилаётган вақт оралиғини иложи борича кичикроқ қилиб олиш лозим. *Жисмнинг ҳаракат траекториясида бир-бирига яқин жойлашган икки вазиятини белгиловчи радиус-векторларини бирлаштирувчи ва ҳаракат йўналишини кўрсатувчи йўналишли кесма кўчиш дейилади.* Чексиз кичик вақт оралиғида кузатиладиган кўчиш, одатда $d\vec{r}$ билан белгиланади. Вақт интервали катта бўлганда, 1.2-расмдан равшанки, кўчишнинг модули босиб ўтилган йўлга тенг бўлмайди ($|\Delta \vec{r}| \neq \Delta s$). Фақат икки ҳолда, яъни ҳаракат тўғри чизиқли бўлганда ($|\Delta \vec{r}| = \Delta s$) ёки вақт интервали чексиз кичик қилиб олинганда кўчишнинг модули босиб ўтилган йўл элементига тенг ($|d\vec{r}| = ds$) дейиш мумкин.

Ҳаракатланаётган жисмнинг радиус-вектори $\vec{r}(t)$ вақтга боғлиқ равишда ўзгариб бориши мумкинлигини юқорида кўрсатиб ўтдик. Бинобарин, бу векторнинг нақадар юқори тезлик билан интенсив ўзгариб боришини баҳолаш зарур. Шу мақсадда *ҳаракат тезлиги* деган тушунча киритилган. Тезлик $\vec{v}$ вектор катталик. Бу тушунчанинг физик моҳиятини очиш мақсадида, аввал, тезлик вектори деган катталик билан танишайлик. Бирлик вақт *оралиғида кўчиш векторининг ўзгаришини кўрсатадиган катталик тезлик вектори дейилади.* Бу таърифга биноан 1.2-расмда берилган кўчишнинг ўзгариш тезлигининг қиймати қуйидагига тенг:

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}. \qquad (1.1)$$

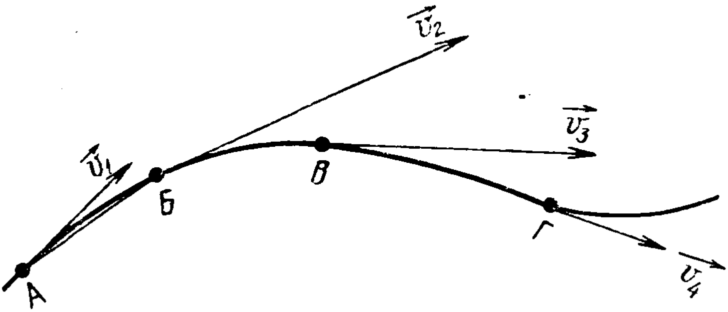
Амалий мақсадларда босиб ўтилган йўл Δs ни шу йўлни ўтиш учун кетган вақт оралиғи Δt га нисбати $<v> = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ *ўртача тезлик* деб олинади. Бундай усул билан аниқланган катталик тезликни миқдор жиҳатдан баҳолайди. Эгри чизиқли ҳаракатда кўчиш модули босиб ўтилган йўлга тенг эмаслигини инобатга олсак, (1.1) ифода билан аниқланган тезлик векторининг модули тезликнинг миқдорий қийматини аниқ ифодаламаслигини кўрамиз. Бу нисбат тезликнинг миқдорини ва йўналишини аниқ кўрсатиши учун кузатилаётган вақт оралиғини камайтириб, (1.1) дан лимит оламиз, яъни кичик вақт интервалида ($\Delta t \to 0$) радиус-вектор ўзгаришини шу вақт интервалига нисбатининг лимитини оламиз.

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}. \qquad (1.2)$$

Ушбу катталик оний тезлик вектори дейилади. *Оний тезлик вектори радиус-вектордан вақт бўйича олинган биринчи тартибли ҳосилага тенг.* Физик нуқтаи назардан, *оний тазлик вектори етарли даражада кичик вақт оралиғида радиус-векторнинг ўзгариш тезлигини ёки моддий нуқта траекториясининг ихтиёрий нуқтасидаги тезлигини кўрсатади.* Оний тезлик векторининг координата ўқларига бўлган проекциялари

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}, \quad v_z = \frac{dz}{dt}$$

$\vec{r}$ радиус-вектор ўзгаришининг координата ўқларига бўлган проекцияларидан вақт бўйича олинган ҳосилалар орқали ҳисобланади. Бу тезликлар тезлик векторининг координата ўқлари бўйича ташкил этувчилардир. 1.4-расмда траекториясининг ҳар хил нуқталарида моддий нуқта эришган оний тезлик векторлари кўрсатилган. Ҳамма ҳолда ҳам бу тезлик векторлари кузатилаётган нуқталарда эгри чизиқнинг шу нуқталарига ўтказилган уринма бўйлаб йўналган.



1.4- расм.

Юқорида қайд этганимиздек, тўғри чизиқли ҳаракатда кўчишнинг йўналиши ўзгармас, унинг модули босиб ўтилган йўлга тенг, яъни $|d\vec{r}| = ds$. Бинобарин, тўғри чизиқли ҳаракатда тезлик векторининг миқдорий катталиги (модули), (1.2) га биноан, қуйидагича аниқланади:

$$v = \frac{ds}{dt}. \qquad (1.3)$$

Тўғри чизиқли ҳаракатда оний тезлик босиб ўтилган йўл — кўчишдан вақт бўйича олинган биринчи тартибли ҳосилага тенг. Йўлнинг вақтга боғлиқ ифодаси берилган бўлса, ундан вақт бўйича ҳосила олиш орқали оний тезликни топамиз. *Ҳаракат давомида тезликнинг йўналиши ва миқдори ўзгармас* ($v = \text{const}$) *қолса, бундай ҳаракат тўғри чизиқли текис ҳаракат дейилади.* Бу турдаги ҳаракатнинг ҳаракат тенгламасини (1.3) ифодадан осонгина топамиз. Уни қуйидагича ўзгартириб $ds = v \cdot dt$ ва тезлик ўзгармас деб бу ифодани ҳаракатнинг берилган вақт чегараларида (0 дан t гача) интеграллаймиз:

$$s = \int_0^t v \cdot dt = v \cdot t. \qquad (1.4)$$

Тезлик вектори вақтга боғлиқ $\vec{v}(t)$ равишда ўзгарадиган ҳаракат ўзгарувчан ҳаракат дейилади. 1.4-расмда келтирилган моддий нуқта ҳаракатининг траекторияси ўзгарувчан ҳаракатга мисол бўлиши мумкин. Чунки, траекторияда кўрсатилган нуқталардаги моддий нуқтанинг тезлик векторлари бир-биридан катталиклари (миқдорлари) ва йўналишлари бўйича фарқланади. Ўзгарувчан ҳаракатда тезлик векторлари орасидаги бу фарқ қўрилаётган вақт оралиғига боғлиқ. Ушбу боғланишни аниқлаш мақсадида *тезланиш* деган кинематик катталик киритилган. Тезланиш ҳам тезлик каби — вектор катталикдир. Бирлик вақт *оралиғида тезлик векторининг ўзгаришини белгилайдиган катталик тезланиш дейилади.* Агар 1.4-расмда келтирилган A ва B нуқталардаги тезлик векторларининг $\Delta\vec{v}=\vec{v}_2-\vec{v}_1$ ўзгариши Δt вақт оралиғида рўй берди десак, таърифга биноан, тезланиш вектори

$$\vec{a}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \qquad (1.5)$$

га тенг бўлади. Тезланиш векторининг оний қийматини ҳисоблаш мақсадида кичик вақт оралиғи учун, (1·5) ифодадан лимит оламиз:

$$\vec{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}=\frac{d\vec{v}}{dt}=\frac{d}{dt}\left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)=\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}. \qquad (1.6)$$

Бу *оний тезланиш вектори* бўлиб, у *тезлик векторидан вақт бўйича олинган биринчи тартибли ҳосилага ёки радиус-вектордан вақт бўйича олинган иккинчи тартибли ҳосилага тенг.* Унинг координата ўқларига бўлган проекциялари, яъни координата ўқлари бўйича ташкил этувчилари қуйидагича:

$$a=\frac{d^2x}{dt^2}, \qquad a_y=\frac{d^2y}{dt^2}, \qquad a_z=\frac{d^2z}{dt^2}.$$

Ўзгарувчан ҳаракатда тезлик векторининг орттирмаси «0» дан катта бўлса ($\Delta\vec{v}>0$), ҳаракат **тезланувчан** ва аксинча, $\Delta\vec{v}<0$ шарти бажарилганда ҳаракат секинланувчан бўлади. Ёхуд тезланиш векторининг йўналиши тезлик векторининг йўналиши билан бир хил бўлса, ҳаракат тезланувчан, қарама-қарши йўналишларда эса секинланувчан бўлади.

Тўғри чизиқли ўзгарувчан ҳаракатда тезлик векторининг йўналиши ўзгармас, миқдори ўзгарувчан бўлади. У ҳолда (1.6) тенгламани $dv=adt$ шаклда ўзгартириб, уни ҳаракатнинг берилган вақт чегарасида интеграллаймиз:

$$\int_{v_0}^{v} dv = \int_{0}^{t} a(t)\,dt \quad \text{ёки} \quad v - v_0 = \int_{0}^{t} a(t)\,dt. \qquad (1.7)$$

Умуман олганда тезланиш вақтга боғлиқ равишда ўзгариши мумкин. Хусусий ҳолда, ҳаракат тўғри чизиқли текис ўзгарувчан бўлса, тезланиш векторининг йўналиши ва миқдори вақт бўйича ўзгармас ($\vec{a}=\text{const}$) қолади. У ҳолда (1.7) ни интеграллаб $v=v_0+at$ шаклдаги тенгламани ҳосил қиламиз. Бунда v_0 моддий нуқтанинг бошланғич тезлиги; тенглама $a>0$ да текис тезланувчан, $a>0$ да текис секинланувчан ҳаракатни ифодалайди. Олинган ифодани (1.4) билан белгиланган ифодага қўйилик:

$$s = \int_{0}^{t} (v_0 + at)\,dt.$$

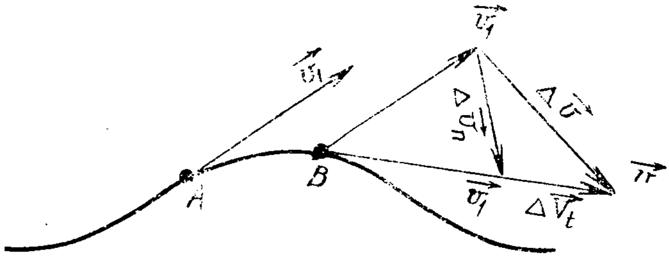
Бу интеграл остидаги v_0 ва a катталиклар ўзгармас бўлганда, ифодани интеграллаш орқали тўғри чизиқли текис ўзгарувчан ҳаракатда босиб ўтилган йўл тенгламасини топамиз:

1.2- §. Эгри чизиқли ҳаракатдаги тезланишлар

Эгри чизиқли ҳаракатда тезлик векторининг оний қиймати ва йўналиши вақт бўйича ҳаракат давомида ўзгариши мумкин. Фараз қилайлик, жисм 1.5- расмда кўрсатилгандек эгри чизиқли ҳаракатда бўлсин. A ва B нуқталардаги тезлик векторларининг айирмасини топиш мақсадида, A нуқтадаги тезлик вектори $\vec{v}_1$ нинг бошини шу векторнинг ўзига параллел қилиб B нуқтага кўчирамиз. У ҳолда A ва B нуқталардаги тезлик векторларининг айирмаси $\Delta\vec{v} = \vec{v} - \vec{v}_1$ га тенг. Бу векторни икки $\Delta\vec{v}_n$ ва $\Delta\vec{v}_t$ ташкил этувчиларга ажратамиз. Бунинг учун $\vec{v}$ тезликда $\vec{v}_1$ тезликка тенг кесмани оламиз. Шаклдан тезлик векторининг орттирмаси

$$\Delta\vec{v} = \Delta\vec{v}_t + \Delta\vec{v}_n \qquad (1.8)$$

икки ташкил этувчи векторлар йиғиндиси орқали аниқланади. Бунда $\Delta\vec{v}_t$ тезлик орттирмаси оний тезликнинг миқдорий ўзгаришини баҳолайди ва у B нуқтага уринма равишда



1.5- расм.

йўналган. $\Delta \vec{v}_n$ тезлик орттирмаси оний тезликнинг йўналиши бўйича ўзгаришини кўрсатади. Ифода (1.8) ни Δt га бўлиб, $\Delta t \to 0$ интилтириб ундан лимит оламиз:

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \vec{v}_t}{\Delta t}+\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \vec{v}_n}{\Delta t}.$$

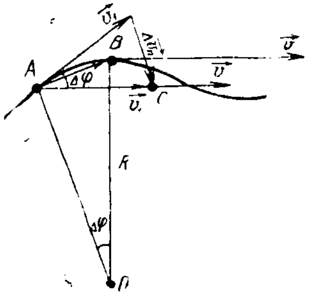
$\Delta t \to 0$ да A нуқта B га жуда яқин жойлашган ва уларнинг оний тезликлари деярли устма-уст тушадиган даражада бўлади. Бу ҳол учун (1.6) га асосан юқоридаги тенглама

$$\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}=\frac{d\vec{v}_t}{dt}+\frac{d\vec{v}_n}{dt}=\vec{a}_t+\vec{a}_n \qquad (1.9)$$

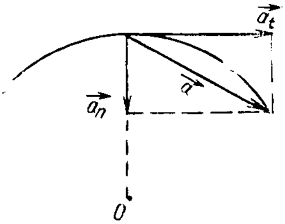
кўринишга ўтади. Бу ифодадаги $\vec{a}_t$ *тангенциал* ёки *уринма тезланиш*, $\vec{a}_n$ *нормал* ёки *марказга интилма тезланиш* деб аталади. Демак, эгри чизиқли ҳаракатнинг берилган нуқтасидаги тезланиш векторининг оний қиймати, тангенциал ва нормал тезланишларнинг вектор йиғиндисига тенг экан. $\vec{a}_t$ — тангенциал тезланиш вақт бирлиги ичида оний тезликнинг миқдорий ўзгаришини кўрсатади ва v тезликдан вақт бўйича олинган биринчи тартибли ҳосилага тенг:

$$a_t=\frac{dv}{dt}. \qquad (1.10)$$

Энди нормал тезланишнинг физик маъносини кўрайлик. 1.6-расмда B нуқта маркази O нуқтада бўлган R радиусли айланада ётган бўлсин. Радиуснинг тескари қиймати $C =$



1.6- расм.



1.7- расм.

$= \frac{1}{R}$ эса траекторияда олинган ушбу нуқтанинг *эгрилиги* дейилади. Табиийки, шу расмда келтирилган A нуқтанинг эгрилиги ўзгачадир. $\vec{v}$ тезликда $\vec{v}_1$ га тенг қисмини A нуқтага кўчирсак, 1.6- расмда бир-бирига ўхшаш $\triangle Av_1C$ ва $\triangle AOB$ икки учбурчак ҳосил бўлади.

Юқорида қайд қилганимиздек, $\Delta t \to 0$ интилганда AB ватарнинг узунлиги Δs ейга, A нуқтанинг эгрилиги B нуқтанинг эгрилигига, $\vec{v}_1 \to \vec{v}$ га, тезликнинг $\Delta \vec{v}_n$ орттирмаси эса $d\vec{v}_n$ га интилади. Бу орттирма B нуқтага ўтказилган радиус R бўйлаб марказга томон йўналган. Учбурчакларнинг ўхшашлигидан қуйидаги нисбатни ҳосил қиламиз:

$$\frac{\Delta s}{R} = \frac{\Delta v_n}{v} \text{ ёки } \Delta v_n = \frac{v \cdot \Delta s}{R}$$

Нормал ёки марказга интилма тезланиш қуйидаги математик ифодага эга:

$$a_n = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_n}{\Delta t} = \frac{v}{R} \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{v^2}{R} \qquad (1.11)$$

Нормал ва тангенциал тезланишлар ўзаро перпендикуляр. 1.7- расмдан натижавий тезланиш

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{R}\right)^2} \qquad (1.12)$$

га тенг бўлади. Агар бу тезланишлардан бири, масалан, $a_n = 0$ бўлса, (1.11) ифодадан $R \to \infty$ интилиб ҳаракат тўғри чизиқли ҳаракат, агар $a_t = 0$ бўлса, тезликнинг фақат йўналиши ўзгариб, ҳаракат айлана бўйлаб текис ҳаракат бўлади.

Демак, тўғри чизиқли ва айланма ҳаракатлар эгри чизиқли ҳаракатнинг хусусий ҳоллари экан.

II боб. ДИНАМИКА

Аввалги бобда биз жисм ҳаракатини юзага келтирувчи сабабларни четда қолдириб, унинг кинематик катталиклари билан танишдик. Кинематик катталиклардан бири тезланишдир. Моддий нуқтанинг тезланиши маълум бўлса, ўтган бобда келтирилган ҳаракат тенгламалари ёрдамида вақтнинг ихтиёрий дақиқаси учун жисмнинг текисликдаги ёки фазодаги ўрнини аниқлаш оддий механик масалага айланади. Жисмнинг ҳаракати тўғрисида тўлиқ маълумот олишда унинг олган тезланишини билиш жуда катта аҳамиятга эга. *Жисм тезланишини юзага келтирувчи сабабларни ва унинг ҳаракатини шу сабаблар билан боғланишини ўрганувчи механиканинг бўлими динамика дейилади.*

Жисмлар қандай қилиб ва нима сабабдан ҳаракат қилиши инсонларни қадимдан қизиқтириб келган. Масалан, антик дунёнинг буюк мутафаккири Аристотель жисмларга куч таъсир қилгандагина улар ҳаракатланади деган бўлса, осмон жисмларининг ҳаракатини ўрганган ва гелиоцентрик системани кашф этган Коперник бу жисмларнинг ҳаракатланиш сабабларини аниқлашга уринган. Юқоридан ва қия новдан тушаётган жисмнинг ҳаракатини текширган Г. Галилей, жисмнинг новдан кейинги ҳаракати унинг инерцияси туфайли содир бўлади, деган буюк фикрни илгари сурди.

И Ньютон ўзидан олдин ўтган олимларнинг фикр-мулоҳазаларини умумлаштириб, жисмлар ҳаракатининг классик механикасига асос солди. Ушбу механиканинг статика қисмини яратишда француз олими Ж. Даламбер, Ньютон қонунларини қаттиқ жисм айланма ҳаракатига татбиқ этишда Л. Эйлер, механик масалаларнинг умумлашган методларини яратишда Ж. Л. Лагранж ва бошқа олимларнинг қўшган ҳиссалари каттадир.

Ушбу бобнинг мазмуни моддий нуқта ва жисмлар системаси учун Ньютоннинг қонунларини таҳлил қилишга бағишланган.

2.1- §. Ньютоннинг биринчи қонуни

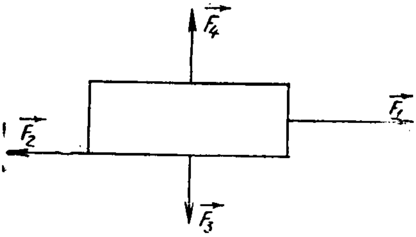
Юқорида қайд этганимиздек, бирор жисмнинг фазодаги вазияти ёки ҳаракати танлаб олинган саноқ системасига нисбатан кузатилади. Фараз қилайлик, шундай саноқ системаларидан бирида яккаланган жисм жойлаштирилган бўлсин. Саноқ системасига асос қилиб олинган моддий объект билан биз кузатаётган жисм орасида таъсирлашув йўқ даражада дейлик. У ҳолда бу жисм учун Ньютоннинг биринчи қонуни қуйидагича таърифланади. *Ҳар қандай жисм тинч ёки тўғри чизиқли текис ҳаракатини бошқа жисмлар унга таъсир этмагунча, ёки таъсирларнинг ўзаро компенсацияси бузилмагунча сақлайди.* Жисм нисбий тинч ёки тўғри чизиқли текис ҳаракатини сақлаш хоссасига инерция дейилади. Шу боисдан Ньютоннинг биринчи қонуни *инерция қонуни* деб ҳам юритилади. Бу қонун бажариладиган саноқ системаси эса *инерциал саноқ системаси* дейилади. Инерциал саноқ системаси тушунчаси, моддий нуқта тушунчаси каби абстракт ёки илмий тушунчадир. Чунки ҳар қандай саноқ системаси бирор жисм билан боғланган бўлиб, табиатдаги ҳамма жисмлар маълум даражада таъсирлашади. Шунинг учун Ньютоннинг биринчи қонуни идеал бажариладиган саноқ системасини кўрсатишнинг ўзи амри маҳол. Инерциал саноқ системаси текширилаётган механик ҳодисанинг табиатига, аниқлик даражасига қараб танлаб олинади. Инерция қонуни юқори аниқликда бажариладиган гелиоцентрик саноқ системасининг маркази Қуёшда бўлиб, координата ўқлари махсус танлаб олинган юлдузларга йўналтирилади. Космик кемаларнинг ҳаракати шу саноқ системасига нисбатан кузатилади.

Тажриба шуни кўрсатдики, Ернинг ўз ўқи ва Қуёш атрофидаги ҳаракати Ер сиртидаги транспортларнинг, жисмларнинг ҳаракатига деярли таъсир этмайди. Бинобарин, Ер билан боғлиқ *геоцентрик саноқ системасини* ҳам тақрибан инерциал, деб кўрса бўлади. У ҳолда Ерга нисбатан тинч ёки тўғри чизиқли текис ҳаракат қилаётган жисм асосида ҳосил қилинган координаталар системасини инерциал саноқ системаси деб қабул қиламиз. Масалан, тўғри чизиқли текис ҳаракат қилаётган вагонни инерциал саноқ системаси деб қарайлик. Вагон тўсатдан тормозланса, ундаги йўловчиларнинг олдинга «талпинишини» яхши биламиз. Бу ҳодиса Ньютон I қонунининг тасдиғидир: Ер атрофида орбита бўйлаб ҳаракатланаётган космик кема орбитадан 4 км/с тезлик билан ажралиб Ой томон тўғри чизиқли текис ҳаракатланса, у ушбу тезлигини Ойнинг таъсир доирасига киргунча сақлайди. Шунга ўхшаш, Ньютон биринчи қонунининг ўринли эканлигини тасдиқловчи ҳодисаларни кўплаб келтириш мумкин.

Инерциал саноқ системаси тушунчасига биноан Ньютоннинг биринчи қонунини яна бундай ҳам таърифласа бўлади. *Инерциал саноқ системасида жойлашган жисмга бошқа жисмлар таъсир қилмаса, у ўзининг тинч ёки тўғри чизиқли текис ҳаракат ҳолатини сақлайди.* Шуни эслатиш керакки, табиатда абсолют тинч ҳолат йўқ. Жисмнинг тинчлиги нисбий тушунчадир. Айнан бир жисм бир инерциал саноқ системага нисбатан тинч ҳолатда бўлса, иккинчи инерциал саноқ системага нисбатан тўғри чизиқли текис ҳаракат ҳолатида бўлиши мумкин. Масалан, икки автомобиль бир хил тезлик билан тўғри чизиқли текис ҳаракат қилсин. Бу автомобиллар, улар билан боғлиқ саноқ системаларига нисбатан тинч, йўл ёқасидаги жисмлар билан боғлиқ саноқ системаларига нисбатан ҳаракат ҳолатида бўлади. Шу нуқтаи назардан, нисбий тинч ёки тўғри чизиқли текис ҳаракат ҳолатлари инерциал саноқ системалари нуқтаи назаридан нисбий эквивалент тушунчалардир.

2.2-§. Ньютоннинг иккинчи қонуни

Ньютон I қонунининг мазмунидан ва кузатишлардан маълумки, табиатдаги жисмлар ўзаро таъсирлашади. Демак, бу таъсирлашувнинг катта-кичиклигини ва йўналишини аниқловчи физик катталик киритилиши керак. *Жисмлар ёки уларнинг зарралари орасидаги таъсирлашувларнинг катталигини ва йўналишини баҳоловчи вектор катталикка куч дейилади.* Куч физиканинг асосий катталикларидан бири бўлиб, у *қўйилиш нуқтаси, катталиги ва йўналиши* билан белгиланади. Таъсирлашувларнинг табиатига қараб кучнинг катталиги ва йўналиши ҳар хил қонунлар орқали аниқланади. Масалан, жисмлар таъсирлашуви бутун олам тортилиш қонуни, зарядлар таъсирлашуви Кулон қонуни ва бошқа шаклдаги таъсирлашувлар ўз табиатини акс эттирувчи қонунлар орқали баҳоланади. Лекин кучлар қандай табиатли бўлишидан қатъи назар, уларнинг ҳаммаси жисм ҳаракатини ўзгартириш, яъни унга тезланиш бериш қобилиятига эга. Кўп ҳолларда куч ўзининг мавжудлигини шу хусусият орқали намойиш этади. Айрим ҳолларда, моддий нуқта табиати ҳар хил бўлган кучлар таъсирида ўз ҳаракатини ўзгартириши мумкин (21-расм). Ҳар бир куч жисм ҳаракатининг ўзгаришига мустақил таъсир этади. Лекин жисм олган тезланиш шу кучлар асосида топилган битта натижавий куч орқали белгиланади. Кучларнинг тенг таъсир этувчисини ҳисоблаш *кучлар суперпозицияси* (жамланиши) дейилади. Натижавий куч таъсир этаётган кучларнинг вектор йиғиндисига тенг:

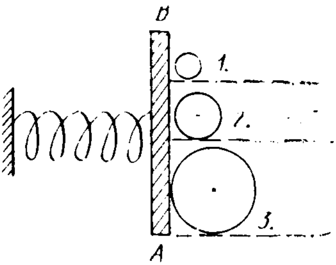


2.1-расм.

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \ldots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i \qquad (1.1)$$

Куч тушунчаси киритилиши муносабати билан Ньютоннинг биринчи қонуни ўзгача мазмунга эга бўлади. *Инерциал саноқ системада жисмга таъсир этаётган кучларнинг вектор йиғиндиси* $\left(\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = 0\right)$ *нолга тенг бўлганда жисм тинч ёки тўғри чизиқли текис ҳаракат ҳолатларини сақлайди.* Демак, жисмга таъсир этаётган натижавий кучнинг катталиги нолдан фарқли $(\vec{F} \neq 0)$ бўлганда унинг ҳаракати ўзгаради, яъни тезланишга эга бўлади.

Тажрибалардан маълумки, жисм ҳаракатининг ўзгариши кучга боғлиқ бўлиш билан бир қаторда, шу жисмдаги *модда миқдорига* ҳам боғлиқ. Ушбу фикрни



2.2- расм.

исботлаш мақсадида 2.2-расмда келтирилган тажриба моделига мурожаат этайлик. Бир жинсли модда, масалан пўлатдан тайёрланган ҳар хил радиусли шарларга бир хил катталикдаги куч билан таъсир этамиз. Бунинг учун 2.2-расмда кўрсатилган ва эластик пружина билан боғланган AB пластинкани мувозанат ҳолатидан чиқариб қўйиб юборамиз. Тажрибадан радиуси энг кичик бўлган шар энг катта тезланиш олганини пайқаймиз. Чунки у тенг вақтлар оралиғида бошқа шарларга нисбатан каттароқ йўлни босиб ўтади. *Жисм ўз ҳаракат ҳолатини ўзгартирмасликка интилиши ёки унинг ўз ҳолатини сақлаш хоссаси унинг инертлигини белгилайди.* Инертлик ўлчови сифатида масса олинади. Инертлик массанинг пассив хусусиятидир. Лекин массанинг актив хоссаси ҳам бор. Яъни *у гравитацион майдон манбаи бўлиб, бу майдон орқали бошқа жисмларга таъсир кўрсата олиш қобилиятига эга.* Шу боисдан, *масса модданинг инертлик ва гравитацион ўлчови дейиш мумкин.* Массанинг гравитацион хоссаси билан боғлиқ бўлган ҳодисаларни кейинги бобда батафсилроқ таҳлил этамиз. Ҳозир эса масса бирор ҳажмдаги модданинг ўлчови сифатида ишлатилишини кўриб чиқайлик. Тажрибалардан маълумки, масса бирор ҳажмдаги модда миқдорига пропорционал, яъни $\Delta m = \rho \Delta V$. Бунда ρ берилган модданинг турига боғлиқ бўлган катталик ва у *модданинг зичлиги* дейилади. *Модданинг зичлиги бир бирлик ҳажмдаги модданинг қийматини баҳолайди.* Модда бир жинсли бўлса, унинг зичлиги

$$\rho = \frac{m}{V}, \tag{2.2}$$

массанинг ҳажмга бўлган нисбати орқали аниқланади. Бир жинсли бўлмаган моддаларнинг зичлигини ҳисоблашда модданинг чексиз кичик ҳажмини ажратиб, шу ҳажмда унинг зичлиги ўзгармас деб оламиз, яъни.

$$\rho = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{dm}{dV}. \tag{2.3}$$

Бундан модданинг массаси қуйидагига тенг:

$$m = \int_V \rho \, dV. \qquad (2.4)$$

Келтирилган мулоҳазалардан аёнки, масса бирор ҳажмдаги модданинг ўлчови сифатида ҳам олинар экан.

Масса ва куч каби асосий тушунчаларни киритгандан сўнг Ньютоннинг иккинчи қонунини таърифлашга ўтамиз. 2.2- расмда келтирилган тажриба моделидан маълумки, инертлиги ёки массаси энг катта бўлган шарнинг олган тезланиши энг кичик. Демак, куч таъсирида жисмнинг олган тезланиши унинг массасига тескари пропорционал экан. Агар таъсир этувчи кучни оширa борсак, шарларнинг шу куч таъсирида олган тезланиши ҳам ортиб боради. Демак, жисмнинг бирор куч таъсирида олган тезланиши шу таъсир этувчи кучга тўғри пропорционал. Шундай қилиб, инерциал саноқ системада жойлашган жисмга куч таъсир этса, унинг олган тезланиши

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \qquad (2.5)$$

тенгламадан топилиши тажрибада исботланган. *Ушбу ифода Ньютоннинг иккинчи қонунини ифодалайди. Инерциал саноқ системада жойлашган жисмнинг олган тезланиши жисмга таъсир этаётган кучга тўғри, унинг массасига тескари пропорционал бўлиб, шу куч йўналишида бўлади.* Агар жисмга бир неча куч таъсир этса, унинг олган тезланиши шу кучларнинг тенг таъсир этувчисининг катталиги ва йўналиши билан аниқланади, яъни

$$\vec{a} = \frac{\sum \vec{F_i}}{m} = \frac{\vec{F}}{m}. \qquad (2.6)$$

Бу қонунга биноан инертлик ўлчови сифатида $m = \frac{F}{a}$ катталикни олиш лозим. Демак, *жисмга таъсир этувчи кучнинг шу куч таъсирида жисм олган тезланишига нисбати билан ўлчанадиган физик катталикни жисм массаси сифатида олиш хам мумкин экан.* Агар масса ва тезланиш аниқ бўлса, жисмга таъсир этаётган кучни

$$\vec{F} = m\vec{a} \qquad (2.7)$$

ифодадан осонгина ҳисоблаймиз. Одатда, бу ифода моддий нуқта илгариланма ҳаракат динамикасининг асосий тенгламаси дейилади.

2.3- §. Жисмнинг импульси

Классик механикада жисмнинг массаси $\left(m = \frac{F}{a} = \text{const}\right)$ ўзгармас, деб олинади. Бу ўзгармаслик жисмнинг тезлиги ёруғлик тезлиги $c = 3 \cdot 10^8$ м/с дан анча кичик $(v \ll c)$ бўлгандагина ўринлидир. Ер фазосида ҳаракатланаётган жисмларнинг тезлиги ушбу талабга мос келади. Масалан, биринчи космик тезлик $v_1 \approx 8 \cdot 10^3$ м/с билан ҳаракатланувчи космик станциянинг тезлиги ёруғлик тезлигидан тахминан $4 \cdot 10^4$ марта кичик. Айрим ҳолларда куч таъсирида ҳаракатланаётган жисмлар системасининг массаси вақт давомида ўзгариши ҳам мумкин. Масалан, ҳаракатланаётган ракетанинг массаси ёқилғининг ёниши ҳисобига камайиб боради. Ҳаракат давомида унинг айрим қисмларини ташлаб юбориш ҳисобига, ракетанинг тезлиги 1-космик тезликнинг қийматигача оширилади. Олдинги бобда келтирилган (1.6) ифодага кўра, Ньютоннинг II қонунини қуйидагича ўзгартирайлик:

$$\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} \cdot \qquad (2.8)$$

Масса скаляр катталик. Қиймати ўзгармас ёки ўзгарувчи массани ҳосила белгиси остига киритиш мумкин.

Ҳаракатланаётган жисм массасининг тезлик векторига кўпайтмаси жисмнинг импульси дейилади. Скалярнинг векторга кўпайтмаса векторни беради. Бинобарин импульс — вектор катталик. Таърифга биноан берилган моддий нуқтанинг импульси

$$\vec{P} = m\vec{v} \qquad (2.9)$$

тезлик векторига пропорционал. Импульс ҳам физиканинг асосий тушунчаларидан бири. У физик нуқтаи назардан, жисм кўрсатиши мумкин бўлган таъсирни белгилайди. Демак, импульснинг вақт давомида ҳар қандай ўзгариши жисмга куч таъсир этаётганидан далолат беради. Дарҳақиқат. (2.9) ифодани юқоридаги тенгламага қўйсак, Ньютоннинг II қонуни яна бундай кўринишни олади:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}. \qquad (2.10)$$

Бу Ньютон II қонунининг умумий кўринишидир. *Жисм импульс векторидан вақт бўйича олинган ҳосила унга таъсир этаётган куч векторга тенг ёки жисмга таъсир этаётган куч жисм импульсининг ўзгариш тезлигига тенг.* Хусусий ҳолда, жисмга таъсир этувчи куч нолга тенг ($\vec{F}=0$), бўлса, инерциал саноқ системасидаги жисмнинг импульси ўзгармас қолади. Бу Ньютон I қонунининг ўзга кўринишидаги таърифидир.

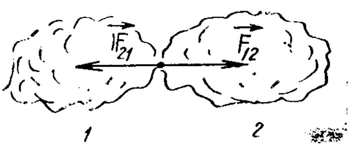
Шуни эътироф этиш керакки, (2.9) шаклда ёзилган импульс $v \ll c$ шартни қаноатлантирувчи жисмлар ҳаракати учун ўринли. Агар зарра ёруғлик тезлигига яқин тезлик билан ҳаракатланса, унинг импульсини ҳисоблашда массанинг тезликка боғлиқлигини $\left(m = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right)$ инобатга олиш лозим. Бу ҳодисанинг тавсифи 7.6- § берилган.

2.4- §. Ньютоннинг учинчи қонуни

Жисмларнинг ўзаро таъсирлашуви бир томонлама бўлмайди. Бир жисмнинг иккинчи жисмга кўрсатган таъсири, албатта, иккинчи жисмнинг биринчи жисмга акс таъсирини юзага келтиради. Улар орасидаги миқдорий муносабат Ньютоннинг учинчи қонуни орқали топилади. *Инерциал саноқ системасида ўзаро таъсирлашаётган икки жисмнинг таъсир ва акс таъсир кучлари миқдор жиҳатидан тенг ва таъсирлашиш нуқталарини бирлаштирувчи тўғри чизиқ бўйлаб қарама-қарши йўналган.*

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}. \qquad (2.11)$$

2.3- расмда келтирилган биринчи жисмнинг таъсири иккинчисига, иккинчисиники — биринчисига қўйилган бўлганидан, ўзаро таъсирлашаётган жисмлар мувозанатда бўлмайди. (2.11) тенгликка Ньютоннинг II қонунини татбиқ этиш асосида таъсирлашаётган жисмларнинг тезланишини аниқлаймиз:



2.3- расм.

$$m_1\vec{a_1} = -m_2\vec{a_2}, \text{ бундан } \vec{a_1} = -\frac{m_2}{m_1}\vec{a_2}. \qquad (2.12)$$

Демак, ўзаро таъсирлашган жисмларнинг олган тезланишлари уларнинг массаларига тескари пропорционал бўлиб қарама-қарши йўналгандир.

2.5-§. Моддий нуқталар системасининг динамикаси. Система импульсининг сақланиш қонуни

Ньютоннинг (2.6) шаклдаги қонуни инерциал саноқ системасида жойлашган якка жисм учун ўринли. Ньютоннинг учинчи қонунидан маълум бўлдики, инерциал системадаги жисмлар сонини иккига етказилса, улар (2.11) билан аниқланган кучлар билан таъсирлашиш имкониятига эга бўлади. Уларнинг олган тезланишлари (2.12) ифодадан ҳисобланади. Шу тенгламага назар ташлайлик. Бунда уларнинг тезланишлари қарама-қарши йўналганлигини кўрамиз. Хўш, биргаликда олинган бу икки жисмга бирор йўналишда тезланиш бериш учун нима қилиш керак, деган савол туғилиши табиийдир. Бу муаммони ҳал этишдан олдин «система нима?»— деган саволга жавоб берайлик. *Икки ва ундан ортиқ ўзаро таъсирлашувчи жисмлар тўплами, одатда, жисмлар системаси дейилади.* Жисмлар системасига хос асосий хусусият шуки, уни ташкил қилувчи жисмлар ўзаро таъсирлашадилар. Бу таъсирлашувларнинг катталигини ва йўналишини баҳоловчи кучлар *ички кучлар* деб аталади. Бу кучларни, ташқи кучлардан фарқлаш мақсадида, кичик f (эф) ҳарфи билан белгилаймиз. *Фақат ички кучлар билан боғланган жисмлар тўплами ёпиқ система дейилади.* Аксинча, жисмларнинг бир қисмига ёки ҳаммасига ташқи кучлар таъсир этса, система очиқ бўлади. Ташқи куч сифатида ҳаракатлантирувчи кучлар, ҳаракат туфайли юзага келадиган ишқаланиш, қаршилик кучлари, шунингдек турли механизмларнинг тортиш ва итариш кучларини тушунмоқ лозим. Шу маънода ёпиқ система тушунчаси идеал тушунчадир. Фақат коинотдаги объектларга нисбатан ёпиқ система тушунчаси катта аниқликда қўлланилади дейиш мумкин.

2.3-расмда келтирилган иккита жисм инерциал саноқ системасида жойлашган дейлик. Уларнинг импульсларини мос равишда $\vec{P_1}$ ва $\vec{P_2}$ деб белгилаймиз. Фақат ички кучлар таъсирида бўлган бу жисмлар учун Ньютоннинг III қонунини

$$\vec{f}_{12}+\vec{f}_{21}=0 \qquad (2.13)$$

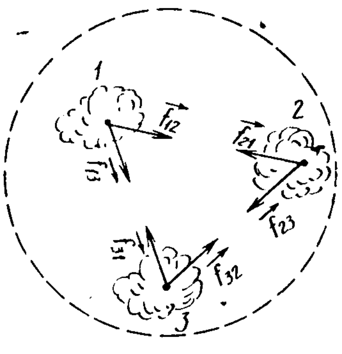
кўринишда ёзамиз. Бунда $\vec{f}_{12}$ биринчи жисмга иккинчи жисмнинг кўрсатган таъсир кучи бўлса, $\vec{f}_{21}$ иккинчи жисмга биринчи жисмнинг кўрсатган таъсир кучидир. Ньютон II қонунининг (2.10) шаклдаги ифодасини юқоридаги тенгламага татбиқ этайлик. У ҳолда қуйидаги тенглама ҳосил бўлади:

$$\frac{d\vec{P}_1}{dt}+\frac{d\vec{P}_2}{dt}=\frac{d}{dt}\,(\vec{P}_1+\vec{P}_2)=0.$$

Бунда $\vec{P}_1+\vec{P}_2$ икки жисмдан ташкил топган ёпиқ системанинг импульси. Маълумки, ўзгармас катталикдан олинган ҳосила нолга тенг. Шу боисдан юқоридаги ифодани бундай ёзамиз:

$$\vec{P}_1+\vec{P}_2=\text{const}. \qquad (2.14)$$

Демак, системадаги жисмларга ташқи кучлар таъсир этмаса, шу системани ташкил қилган жисмлар импульсларининг вектор йиғиндиси ўзгармай қолар экан. Бунинг маъноси шуки, ўзаро таъсирлашаётган жисмларнинг импульслари улар орасида ихтиёрий катталикларда тақсимланиши мумкин. Масалан, таъсирлашув туфайли бир жисмнинг импульси ошса, иккинчисиники албатта камаяди. Аммо ёпиқ системанинг импульси ўзгармас қолаверади. Демак, ички кучлар инерциал саноқ системасида жойлашган системанинг импульсини ўзгартириш ёки унга тезланиш бериш қобилиятига эга эмас. Энди мулоҳазаларимизни учта жисмдан ташкил топган ва инерциал саноқ системасида жойлашган система учун умумлаштирайлик. Улар ҳам биргаликда ёпиқ системани ташкил қилсин. 2.4-расмда кўрсатилган кучлар ички кучлар. Шу расмда кўрсатилган белгилашларга биноан ҳар бир жисм учун (2.10) шаклдаги Ньютоннинг II қонуни қуйидаги кўринишларда ёзилади:



2.4-расм.

$$\frac{d\vec{P}_1}{dt} = \vec{f}_{12} + \vec{f}_{13},$$

$$\frac{d\vec{P}_2}{dt} = \vec{f}_{21} + \vec{f}_{23},$$

$$\frac{d\vec{P}_3}{dt} = \vec{f}_{31} + \vec{f}_{32}.$$

Бунда $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$ мос равишда биринчи, иккинчи ва учинчи жисмларнинг импульслари. Келтирилган тенгламаларни жамлайлик:

$$\frac{d}{dt}(\vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{P}_3) = (\vec{f}_{12} + \vec{f}_{21}) + (\vec{f}_{23} + \vec{f}_{32}) + (\vec{f}_{13} + \vec{f}_{31}) = 0.$$

Ньютоннинг учинчи қонунига кўра, қавс ичидаги кучларнинг вектор йиғиндиси нолга тенг. Шунга биноан

$$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{P}_3 = \text{const} \tag{2.15}$$

эканлигини ва бу ҳолда ҳам ёпиқ системанинг импульси ўзгармас бўлишини аниқлаймиз. Шу ўринда ички кучлар билан боғланган ёпиқ системадаги жисмлар импульсининг вектор йиғиндисини битта натижавий импульс билан алмаштириш мумкин эмасми, деган савол туғилиши мумкин. Ҳа, шундай қилиш мумкин. Лекин импульс — вектор катталик. Шунинг учун натижавий импульс системанинг қайси нуқтасига қўйилишини билиш керак. Бу нуқтани белгилашдан аввал (2.15) ифодани n та жисмдан ташкил топган система учун татбиқ этамиз.

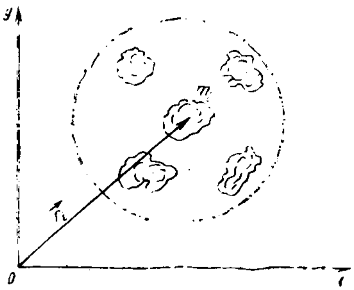
Юқорида келтирилган мулоҳазаларга кўра, системанинг импульсини ўзгартириш ёки унга тезланиш бериш учун ёпиқ системани очиқ ҳолатга келтириш, яъни системага кирган жисмларнинг ҳаммасига ёки бир қисмига ташқи кучлар билан таъсир қилмоқ зарур. Масалан, n та жисмни бириктирган жисмлар тўпламини инерциал саноқ системада жойлаштирайлик. Уларнинг ҳар бирига таъсир этадиган ташқи кучларни мос равишда $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$, ..., $\vec{F}_n$ деб белгилайлик. Ҳар бир жисмга системада $(n-1)$ та жисм ички кучлар билан таъсир қилади. Унда биринчи жисмга таъсир қилаётган ички кучларнинг вектор йиғиндиси $\sum_{i=1}^{n-1} \vec{f}_{1i}$, иккинчи жисмга таъсир қилаётган ички кучларнинг вектор йиғиндиси $\sum\limits_{i=1}^{n-1}\vec{f}_{2i}$ ва ҳоказо, n- жисмга таъсир қилаётган ички кучларнинг вектор йиғиндиси $\sum\limits_{i=1}^{n-1}\vec{f}_{ni}$ шаклларда олинади. Ҳар бир жисмнинг импульсидан вақт бўйича олинган ҳосила жисмга таъсир этаётган ички ва ташқи кучларнинг вектор йиғиндисига тенг бўлади, яъни:

$$
\begin{aligned}
\frac{d\vec{P}_1}{dt} &= \sum_{i=1}^{n-1}\vec{f}_{1i}+\vec{F}_1 \\
\frac{d\vec{P}_2}{dt} &= \sum_{i=1}^{n-1}\vec{f}_{2i}+\vec{F}_2 \\
&\ldots\ldots\ldots \\
&\ldots\ldots\ldots \\
&\ldots\ldots\ldots \\
\frac{d\vec{P}_n}{dt} &= \sum_{i=1}^{n-1}\vec{f}_{ni}+\vec{F}_n
\end{aligned}
\tag{2.16}
$$

Бу ифодаларни ҳадма-ҳад қўшамиз ва (2.13) га биноан ички кучларнинг вектор йиғиндиси нолга тенглигини инобатга оламиз. Бу амал бажарилгандан кейин юқоридаги тенгламалар системаси содда кўринишга ўтади:

$$\sum_{i-1}^{n}\vec{F}_i=\frac{d}{dt}\sum_{i=1}^{n}\vec{P}_i=\frac{d}{dt}\sum_{i=1}^{n}m_i\vec{v}_i\,. \tag{2.17}$$

Ушбу ифода ёпиқ бўлмаган система учун Ньютоннинг иккинчи қонунидир. Бунда ташқи кучларнинг вектор йиғиндисини битта натижавий куч билан алмаштириш мумкин эмас. Чунки ташқи кучлар ҳар хил жисмларга қўйилган. Аммо импульсларнинг вектор йиғиндисини натижавий импульс билан алмаштириш мумкин. Бу масалани ҳал этишга ўтайлик. 2.5- расмда n та жисмли ёпиқ система инерциал саноқ системасида жойлаштирилган. Равшанки, моддий нуқ-



2.5- расм.

таларнинг саноқ системасидаги ўрни ҳар хил радиус-векторлар ёрдамида аниқланади. Масалан, ихтиёрий i моддий нуқтанинг ўрни $\vec{r}_i$ радиус-вектор билан аниқлансин. (1.2) ифодага биноан бу моддий нуқтанинг тезлиги $\vec{v} = \frac{d\vec{r}_i}{dt}$ га тенг бўлиб, уни (2.17) га татбиқ этиш орқали импульсларнинг вектор йиғиндисини

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{P}_i = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{v}_i = \sum_{i=1}^{n} m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt} = \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i \quad (2.18)$$

кўринишга келтирамиз. Бунда m_i — i- моддий нуқтанинг массаси. Тажрибалар шуни кўрсатадики, ички кучлар билан боғланган системани массаси бир нуқтада тўпланган моддий нуқтага ўхшатиш мумкин. Бу нуқта системанинг *инерция* ёхуд *масса маркази* деб аталади. Инерция марказини аниқловчи радиус-вектор

$$\vec{r}_{им} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i}{M} \quad (2.19)$$

ифода орқали ҳисобланади. Бу ерда $M = \sum_{i=1}^{n} m_i$ системанинг массаси. Бу тушунчага биноан системани ташкил қилган жисмлар импульсларининг вектор йиғиндисини система инерция марказининг импульси билан алмаштирамиз. (2.19) тенгламадан $\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i$ нинг катталигини топиб, уни (2.18) ифодага қўйсак, натижавий импульс қуйидагича ёзилади:

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{P}_i = \vec{P}_{им} = \frac{d(M\vec{r}_{им})}{dt} = M\frac{d\vec{r}_{им}}{dt} = M\vec{v}_{им}. \quad (2.20)$$

Чунки, $v \ll c$ шартини қаноатлантирувчи тезликларда системанинг массаси ($M = \text{const}$) ўзгармас деб олинади. Демак, система инерция марказининг импульс вектори $\vec{P}_{\text{им}}$ система массаси билан инерция маркази тезлик векторининг кўпайтмасига тенг. Инерциал саноқ системасида ёпиқ система тўғри чизиқли текис ҳаракат қилса, унинг ҳамма қисмларининг тезлиги инерция марказининг тезлигига тенг. Агар система очиқ бўлса, (2.20) ифодани (2.17) га қўйиш орқали система учун Ньютоннинг II қонунини ҳосил қиламиз:

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = \frac{d\vec{P}_{\text{им}}}{dt}. \tag{2.21}$$

Системага таъсир этаётган ташқи кучларнинг вектор йиғиндиси система инерция маркази импульсининг ўзгариш тезлигига тенг. Ташқи кучларнинг вектор йиғиндиси нолга тенг бўлиб қолса $\left(\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = 0\right)$, система инерция марказининг импульси ўзгармас бўлади, яъни

$$\vec{P}_{\text{им}} = \text{const}. \tag{2.22}$$

Ушбу ифода ёпиқ система учун импульснинг сақланиш қонуни бўлиб, у қуйидаги мазмунга эга. *Инерциал саноқ системасида олинган ёпиқ системанинг импульси ўзгармасдир.* Масалан, Ер билан боғлиқ инерциал саноқ системасида йўловчилар томонидан эгалланган вагон тинч ҳолатда турган бўлсин. Йўловчилар билан вагон ёпиқ системани ҳосил қилади. Бинобарин, вагондаги йўловчилар мускул кучларини қанчалик ишга солмасинлар, бу ички кучлар вагонга тезланиш бера олмайди. Ёки гелиоцентрик инерциал саноқ системасида космик станция 4 км/с тезлик билан Ердан узоқлашаётган бўлсин. Станциянинг ҳаракати тўғри чизиқли текис ҳаракат бўлиб, бу ҳаракатни станциядаги космонавтлар ўз мускул кучлари билан ўзгартира олмайди. Бу келтирилган мисоллардан айтиш мумкинки, (2.22) кўринишда ёзилган импульснинг сақланиш қонуни табиатнинг асосий қонунларидан бири. Бу қонун ҳар қандай инерциал саноқ системасида ўз кучини сақлайди. Бундан бўшлиқ фазонинг ҳамма нуқталари тенг қийматли, фазо бир жинсли эканлиги келиб чиқади.

Юқоридаги (2.21) ифода моддий нуқта деб қараш мумкин бўлмаган улкан яхлит жисмлар учун ҳам ўринли. Фақат бунда ташқи кучларнинг вектор йиғиндисини битта натижавий куч билан алмаштира оламиз. Тезланиш сифатида инерция марказининг тезланишини оламиз:

$$\vec{F} = \frac{d(M\vec{v}_{\text{им}})}{dt} = M\frac{d\vec{v}_{\text{им}}}{dt} = M\vec{a}_{\text{им}}. \tag{2.23}$$

Шундай қилиб, динамика қонунлари нафақат моддий нуқталар учун, балки жисмлар тўплами ва моддий нуқта деб қараш мумкин бўлмаган яхлит космик объектлар учун ҳам ўринли. Зотан, ҳар қандай система ёки улкан жисм массаси инерция марказига тўпланган моддий нуқтага эквивалентдир.

III боб. ГРАВИТАЦИОН МАЙДОН ҚУЧ ТУРЛАРИ

Олдинги бобда куч табиатда мавжуд бўлган таъсирлашувларнинг ўлчови эканлигини таъкидлаган эдик. Ҳозирги пайтгача табиатда тўрт хил, яъни *гравитацион тортишиш, электромагнит, кучсиз* ва *кучли* деб аталувчи таъсирлашувлар мавжудлиги фанга маълум. Физиканинг асосий вазифаси бу таъсирлашувларнинг табиатини ва улар билан боғлиқ ҳодисаларни ўрганишдан иборат. Механик ҳодисалар кўп жиҳатдан гравитацион таъсирлашув билан боғланган. Шу боисдан биз механика курсида гравитацион таъсирлашув ва у билан боғлиқ ҳодисалар билан танишамиз. Таъсирлашувларнинг қолган турлари курсимизнинг кейинги қисмларида келтирилади.

3.1-§. Гравитацион майдон. Марказий кучлар

Гравитацион таъсирлашув туфайли юзага келувчи кучлар одатда, тортишиш кучлари сифатида кузатилади. Ньютоннинг бутун олам тортишиш қонунига кўра, массалари m_1 ва m_2 бўлган икки моддий нуқталар ўз массаларининг кўпайтмасига тўғри, улар орасидаги r масофанинг квадратига тескари пропорционал куч билан тортишади:

$$F = \gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

ёки

$$\vec{F} = -\gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}. \quad (3.1)$$

Бунда γ — гравитацион доимий бўлиб, массалари $m_1 = m_2 = 1$ кг ва улар орасидаги масофа $r = 1$ м бўлгандаги икки жисм орасидаги тортишиш кучини характерлайди. Ҳозирги замон маълумотларига кўра, $\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Н·м²·кг$^{-2}$ га тенг. Ифодадаги (—) ишора куч тортишиш кучи, яъни куч йўналиши радиус-вектор йўналишига тескари эканлигини инобатга олади; $\vec{r}/r$ бирлик вектор бўлиб, таъсир йўналишини характерлаш учун қўлланилади.

Система ёки улкан жисмлар, массаси инерция марказида тўпланган моддий нуқтага эквивалент бўлганидан, (3.1) ифода ниҳоятда катта самовий жисмлар учун ҳам ўринлидир;

$$\vec{F} = -\gamma \frac{mM}{R^2} \frac{\vec{r}}{r}. \quad (3.2)$$

Мазкур ифодада R — система инерция марказлари орасидаги масофа. Келтирилган бу ифодадан равшанки, Ер сиртидаги ихтиёрий m массали жисм Ер маркази томон (3.2) ифода билан аниқланган куч билан тортилади. Ер сиртига яқин нуқталарда жойлашган жисмларнинг Ер маркази томон тортилиши оғирлик кучи дейилади, яъни $\vec{P} = m\vec{g}$. Ер ўз ўқи атрофида айланганлиги ва қутблари томон сиқилган бўлганидан, эркин тушиш тезланиши $\vec{g}$ географик кенгликка боғлиқ. Бинобарин, оғирлик кучи ҳам географик кенгликка мос равишда ўзгаради. Аммо бу ўзгариш жуда кичик ва 0,6% дан ошмайди. Агар бу ўзгаришни эътиборга олмасак, (3.2) ифодани оғирлик кучи билан таққослаштирамиз:

$$m\vec{g} = -\gamma \frac{m \cdot M_{\text{Ер}}}{R_{\text{Ер}}^2} \frac{\vec{r}}{r}. \quad (3.3)$$

Бундан эркин тушиш тезланиши учун

$$\vec{g} = -\gamma \frac{M_{\text{Ер}}}{R_{\text{Ер}}^2} \frac{\vec{r}}{r} \quad \text{ёки} \quad g = \gamma \frac{M_{\text{Ер}}}{R_{\text{Ер}}^2} \quad (3.4)$$

тенгламани ҳосил қиламиз. Демак, Ер сиртидан узоқлашган сари эркин тушиш тезланиши Ер марказидан ҳисобланган масофанинг квадратига тескари пропорционал равишда камайиб боради. Агар жисм Ер сиртига яқин нуқталарда жойлашган бўлса, унинг Ер сиртидан кўтарилиш баландлиги $h \ll R_{Ер}$ шартга бўйсунади. Бундай ҳолларда жисм билан Ер маркази орасидаги масофани унинг радиусига тақрибан тенг деб оламиз:. Шу боисдан (3.4) ифодага $M_{Ер} = 5{,}97 \cdot 10^{24}$ кг ва $R_{Ер} = 6{,}37 \cdot 10^6$ м қийматларни қўйсак, эркин тушиш тезланиши учун $g \approx 9{,}8$ м/с^2 катталикни ҳосил қиламиз. Бошқа сайёралардаги эркин тушиш тезланишини аниқлашда уларга мос бўлган масса ва радиуслар олиниши лозим.

Оғирлик ёки тортишиш кучи, ўз навбатида, бошқа кучларнинг юзага келишига омилкор. Дарҳақиқат, Ньютоннинг III қонунига биноан ҳар қандай таъсир акс таъсирига эга. Реакция кучлари оғирлик кучининг акс таъсиридир. Реакция кучлари сифатида жисмларнинг ҳаракатидан ҳосил бўлган $\vec{F}_{иш} = -\mu \vec{P}$ ишқаланиш кучи, ҳаво ва суюқликларда кичик тезликда ҳаракатланаётган жисмга кўрсатилган қаршилик кучи $\vec{F}_к = -\varkappa v$ жисмларнинг эластик деформацияланишидан пайдо бўладиган ва Гук қонуни орқали аниқланадиган $F = -kx$ эластик кучларни келтириш мумкин. Бу кучларнинг асл манбаи тортишиш ва жисмни ташкил қилган атом ва молекулалар орасидаги электромагнит табиатга эга бўлган таъсирлашувлардир.

Табиий таъсирлашув кучларининг табиатини ўрганиш асосида «яқин таъсир» назарияси яратилди. Бу назарияга биноан моддалар таъсирлашуви яқин ётган нуқталар орқали чекли тезлик билан тарқалувчи «моддий муҳит» майдон орқали узатилади. Хусусан, *гравитацион майдон* манбаи массадир. Массаси кичик бўлган зарралардан тортиб, массаси жуда катта бўлган система ёки коинотдаги улкан жисмлар ўз атрофида гравитацион майдон ҳосил қилади. Бу майдоннинг табиати ва таъсирлашувнинг узатилиш механизми ҳали фанга етарли даражада аниқ эмас. Аммо кучсиз, электромагнит ва кучли деб аталувчи таъсирлашувларнинг майдонлари заррали таркибга эга эканлиги исботланган. Бу масалаларга биз курсимизнинг III қисмида батафсил тўхталамиз. Ҳозир эса шуни айтмоқчимизки, гравитацион майдоннинг кванти *гравитон* деб аталади. Бу зарра моддалар билан ўта суст таъсирлашади. Шу боисдан бўлса керак, у ҳанузгача аниқ эмас. Лекин гравитонлар ҳам ёруғлик тезлигида ҳаракатланади деган тахмин бор.

Шунга қарамай, гравитацион майдоннинг айрим хоссалари билан танишайлик. Гравитацион майдоннинг энг асосий хоссаларидан бири, у куч таъсирига эга. Майдоннинг бу хоссаси «синаш» массаси деган тушунча орқали ўрганилади. «Синаш» массаси «синаш» заряди каби абстракт тушунча бўлиб, гравитацион майдоннинг хоссасини ўрганиш учун киритилган.

Майдони текширилаётган майдонга нисбатан, ўлчами текширилаётган майдон манбаига нисбатан инобатга олинмас даражада кичик бўлган ҳар қандай жисм «синаш» массаси бўла олади. Гравитацион майдоннинг ҳар хил нуқталарига массалари бир хил бўлган «синаш» жисмларини киритсак, уларга кўрсатилган таъсир ҳар хил бўлишини кузатиш мумкин. Майдоннинг бу хусусиятини белгилаш мақсадида *майдон кучланганлиги* деган тушунча киритилган. ***Бир бирлик массага таъсир этаётган кучга миқдори ва йўналиши жиҳатидан тенг бўлган катталик гравитацион майдон кучланганлиги дейилади.*** Таърифга асосан гравитацион майдон кучланганлиги:

$$\vec{G} = \frac{\vec{F}}{m}, \tag{3.5}$$

$\vec{G}$ — майдоннинг куч характеристикаси. (3.2) га кўра массаси M бўлган системанинг гравитацион майдон кучланганлиги

$$\vec{G} = -\gamma \frac{M}{R^2} \frac{\vec{r}}{r} \tag{3.6}$$

га тенг бўлади.

Гравитацион майдон кучланганлигининг қиймати майдонни вужудга келтираётган жисмнинг массасига боғлиқ. Унинг қиймати масофанинг квадратига тескари пропорционал равишда камайиб боради. Майдон кучланганлиги майдон манбаи томон йўналган вектор катталик бўлганидан унинг йўналиши радиус вектор йўналишига тескаридир.

Ньютоннинг II ва бутун олам тортишиш қонунларини таққосласак, масса ҳар иккала қонунда ҳам иштирок этиб, биринчисида инертлик ўлчови, иккинчисида гравитацион майдон манбаи сифатида намоён бўлаяпти. Массанинг бу икки хусусиятини текшириш улар орасида миқдорий фарқ йўқлигини кўрсатди, яъни жисмнинг ҳар иккала хусусиятларидан аниқланган массалари бир хил экан. Инертлик ва майдон ҳосил қилиш массага хос хусусият бўлиб, уларни массадан ажратиш мумкин эмас.

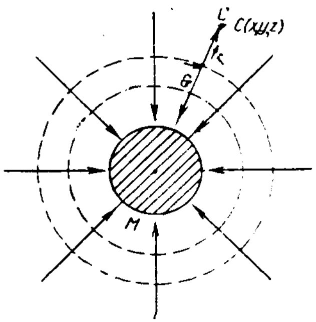
(3.6) формула билан аниқланган гравитацион майдон кучланганлик ихтиёрий массали жисм учун ўринли. Массаси маълум бўлган, ихтиёрий жисмнинг майдон кучланганлигини шу ифода орқали ҳисоблаш мумкин. Хусусан (3.6) ифодадаги M ни, Ер массаси R ни Ер радиуси билан алмаштирсак, Ернинг гравитацион майдон кучланганлиги

$$\vec{G} = -\gamma \frac{M_{\text{Ер}}}{R_{\text{Ер}}^2} \frac{\vec{r}}{r} \tag{3.7}$$

га тенг бўлишини аниқлаймиз. Бу ифодани (3.4) билан таққосласак, $\vec{G} = \vec{g}$ деган хулосага келамиз.

Демак, берилган нуқтадаги Ернинг гравитацион майдон кучланганлиги шу нуқтадаги эркин тушиш тезланишига тенг экан. Бошқа сайёраларнинг майдон кучланганлиги ҳам шу сайёраларнинг таъсири мавжуд нуқтадаги эркин тушиш тезланишига тенг.

Кучнинг таъсир чизиғи майдон манбаига ёки майдон манбаи марказига йўналган ва кучланганлиги масофа квадратига тескари пропорционал бўлган майдонлар марказий майдонлар дейилади. Гравитацион ва электр майдонлар шу тоифадаги майдонлардир. Бу майдонларга хос хусусият шуки, уларнинг таъсирини узатувчи кучлар майдон манбаининг марказидан бошланиб масофанинг квадратига тескари пропорционал равишда ўзгаради. Бинобарин, *бирор таъсир манбаининг марказидан ўтувчи ва масофага боғлиқ равишда ўзгарувчи куч марказий куч дейилади.* Тортишиш кучи марказий кучлар турига киради. Бу кучларнинг графиги майдон манбаи марказига қараб йўналган радиал (3.1-расм) чизиқлар билан тасвирланади.



3.1-расм.

Гравитацион майдонга киритилган жисм шу чизиқ йўналишида тортилади. Ернинг суткалик айланма ҳаракатини эътиборга олмаганда, юқоридан ташланган жисмларнинг вертикал равишда ерга тушиши гравитацион майдоннинг шу хусусияти билан боғлиқ.

Марказий кучларнинг ишораси ва траекториянинг бошланғич шартларига қараб, бу кучлар таъсирида ҳаракат қилаётган жисмларнинг траекториялари гипербола, эллипс (хусусий ҳолда айлана) шаклларида бўлиши мумкин. Қуёш билан планеталар орасидаги таъсирлашув кучлари $\frac{1}{r^2}$ қонуният бўйича ўзгарувчи марказий кучдир, яъни тортишиш кучи марказга интилма куч. Марказдан қочирма куч планеталарга қўйилган. Бу кучлар тенг эканлиги асосида, космик объектларнинг массаларини ва бошқа параметрларини аниқлаш мумкин. Масалан, Ер ва Қуёш орасидаги бу кучларнинг тенглигидан Қуёшнинг массасини топайлик:

$$\frac{M_{\text{Ер}} v^2}{R} = \gamma \frac{M_{\text{Ер}} \cdot M_{\text{қ}}}{R^2}, \text{ бундан } M_{\text{қ}} = \frac{v^2 R}{\gamma}.$$

Ернинг Қуёш атрофидаги чизиқли тезлиги $v = 29{,}7 \cdot 10^3$ м/с, Ер билан Қуёш инерция марказлари орасидаги масофа $R \approx$ $\approx 1{,}5 \cdot 10^{11}$ м. Бу катталикларни ўрнига қўйсак, Қуёшнинг массаси $M_{\text{қ}} \approx 2 \cdot 10^{30}$ кг бўлишини топамиз. Шу усул билан Ер сиртидан H баландликда ҳаракатланаётган сунъий йўлдошнинг чизиқли тезлигини аниқлаш мумкин, яъни

$$\frac{mv^2}{(R_{\text{Ер}} + H)} = \gamma \frac{mM_{\text{Ер}}}{(R_{\text{Ер}} + H)^2} \text{ ва } v = \sqrt{\gamma \frac{M_{\text{Ер}}}{R_{\text{Ер}} + H}}.$$

$$H \ll R_{\text{Ер}} \text{ ҳоли учун } \frac{mv^2}{R_{\text{Ер}}} = \gamma \frac{mM_{\text{Ер}}}{R_{\text{Ер}}^2} = mg$$

бўлиб, бундан биринчи космик тезлик

$$v_1 = \sqrt{gR_{\text{Ер}}} \approx 8 \cdot 10^3 \text{ м/с}.$$

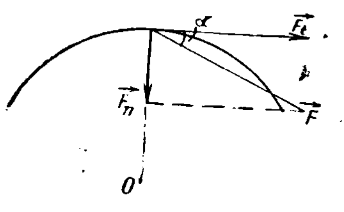
Шундай қилиб, бирор жисмни Ер гравитацион майдонининг бир нуқтасидан иккинчисига кўчириш ёки космик кемани учириш учун ҳаракатлантирувчи куч ўзгарувчан тортиш кучини енгиб, унга қарши иш бажариши керак.

3.2- §. Иш ва қувват

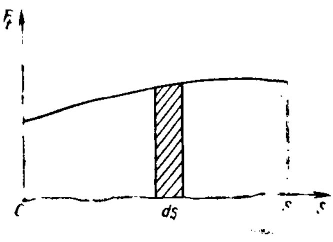
Тортишиш кучларининг табиатидан маълум бўлдики, атрофдаги барча жисмлар маълум кучлар воситасида ўзаро таъсирлашади. Бу таъсирлашув туфайли жисмлар кўчиши мумкин. *Жисмга таъсир этувчи кучнинг шу* $\vec{F}$ *куч таъсири йўналишида бирор s масофага кўчиш катталигига кўпайтмаси механик иш дейилади.* Демак, куч жисм устидан иш бажарганда, албатта, жисмнинг кўчиши кузатилади.

Жисм ўзгарувчан куч таъсирида эгри чизиқ бўйлаб ҳаракатланаётган бўлсин. Траекториянинг ҳар бир нуқтасида у *тангенциал* ва *марказга интилма тезланишларга* эга бўлади. Бу тезланишлар ўзаро перпендикуляр бўлиб, уларни ҳосил қилган кучлар мос равишда $\vec{F}_t$ — тангенциал ва $\vec{F}_n$ — марказга интилма кучлар дейилади 3.2- расмда келтирилган шаклдан: $F_t = F \cdot \cos\alpha$. Тангенциал куч жисмни илгарилама ҳаракатлантириб иш бажарса, марказга интилма куч тезликнинг йўналишини ўзгартириб иш бажармайди. Тангенциал куч илгарилама ҳаракат давомида ўзгаради дейлик. Бунда кучнинг йўлга боғлиқлик графигини 3.3- расмда кўрсатилгандек тасвирлаймиз. Ушбу ҳаракатда бажарилган ишни аниқлаш мақсадида йўлни шундай кичик элементар бўлакларга бўламизки, бу оралиқларда тангенциал куч ($\vec{F}_t = \text{const}$) ўзгармас қолсин. Ана шундай бўлакчалардан бирида бажарилган элементар иш 3.3- расмда штрих чизиқлар билан кўрсатилган юзлар бўлиб, унинг қиймати қуйидагига тенг:

$$dA = F_t ds = F \cos\alpha \cdot ds \qquad (3.8)$$



3.2- расм.



3.3- расм.

Тўлиқ иш эса элементар ишни босиб ўтилган йўл бўйича интеграллаш орқали топилади:

$$A = \int F_t ds = \int F \cos\alpha \, ds \qquad (3.9)$$

Ушбу ифода 3.3- расмда кўрсатилган ва Os чизиқ билан чегараланган юзни беради. Ҳаракат йўналишида таъсир қилаётган ўзгармас куч $F = \text{const}$ учун $\cos\alpha = 1$ га тенг. У ҳилда бажарилган иш:

$$A = Fs. \qquad (3.9\,а)$$

Агар куч ва кўчиш вектор катталик эканлигини ҳисобга олсак, юқоридаги ифодани

$$A = Fs\cdot\cos\alpha = (\vec{F}\cdot\vec{s}) \qquad (3.9\,б)$$

кўринишда ёзишимиз мумкин. Шундай қилиб, бирор жисмни F куч таъсирида $\vec{s}$ кўчиш бўйича силжитишда бажарилган иш таъсир этувчи куч вектори билан кўчиш векторининг скаляр кўпайтмасига тенг экан.

Техникада турли хил механизмлар ёрдамида механик иш бажарилади. Агар тенг вақтлар ичида уларнинг бажарган ишини таққосласак, улар ҳар хил бўлишини аниқлаймиз. Механизмларнинг иш бажариш қобилиятини белгилаш мақсадида қувват деган физик катталик киритилган. Вақтнинг бир бирлик оралиғида бажарилган иш билан ўлчанадиган катталик қувват дейилади. Бу таъриф машинанинг ўртача қувватини ҳисоблашдан келиб чиққан. Дарҳақиқат, механизм ΔA механик ишни Δt вақт оралиғида бажарсин. Таърифга биноан бу машинанинг ўртача қуввати

$$\langle N \rangle = \frac{\Delta A}{\Delta t} \qquad (3.10)$$

бўлади. Агар бу қувват вақт ўтиши билан ўзгарса, кўрилаётган вақт оралиғини нолга интилтириб юқоридаги ифодадан лимит оламиз, яъни

$$N = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta A}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0} F_t\cdot\frac{\Delta s}{\Delta t} = F_t\cdot v. \qquad (3.11)$$

Бунда v — куч қўйилган нуқтанинг кузатилаётган вақт интервалидаги тезлиги. Шунинг учун қувватнинг бу катталиги оний қувват дейилади. Оний қувват ҳаракат йўналишида таъсир этаётган кучни куч қўйилган нуқтанинг оний тезлигига кўпайтмаси билан ўлчанади.

3.3- §. Марказий кучнинг бажарган иши. Потенциал майдон. Консерватив ва ноконсерватив кучлар

Маълумки, марказий куч ҳам жисмни кўчириш, яъни унинг устидан иш бажариш қобилиятига эга. Аммо бу кучнинг бажарган иши бошқа тоифадаги (масалан, ишқаланиш, қаршилик, механизмларнинг тортиш) кучларнинг бажарган ишидан фарқ қилиш-қилмаслигини аниқлаш ҳам муҳим назарий аҳамиятга эга. Инерциал саноқ системасида жойлашган жисм саноқ системасининг бир нуқтасидан иккинчи нуқтасига ихтиёрий траектория бўйлаб кўчсин (3.4-расм). Нуқталарнинг ўринлари $\vec{r}_1$ ва $\vec{r}_2$ радиус-векторлар билан аниқланади дейлик. Жисм F ўзгарувчан куч таъсирида кўчса, кўчишдаги элементар иш $dA = F\cos\alpha \cdot ds$ кўринишда аниқланишини олдинги параграфда кўриб чиқдик. Лекин, марказий куч радиал йўналишга эга. Шунинг учун 3.4-расмдан $dr = ds\cos\alpha$ бўлишини топамиз. У ҳолда марказий куч бажарган элементар иш қуйидагича ёзилади:

$$dA = Fdr. \tag{3.12}$$

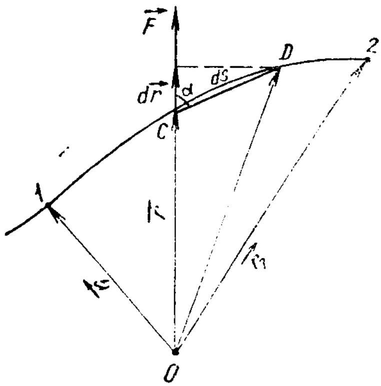
Бу ифодадаги F кучни унинг қиймати (3.1) билан алмаштирамиз, у ҳолда тўлиқ иш юқоридаги ифодани интеграллаш асосида топилади, яъни

$$A = -\gamma mM \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r^2} dr = \gamma mM \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right). \tag{3.13}$$

Ушбу тенгламада $r_2 > r_1$ бўлганидан тортиш кучининг бажарган иши ($A < 0$) нолдан кичик бўлади. Аксинча, бу кучга қарши ташқи кучнинг бажарган иши мусбат:

$$A' = \gamma mM \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r_2} dr = -\gamma mM \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right). \tag{3.14}$$

Келтирилган ифодалардан аёнки, жисм марказий куч таъсирида ёпиқ контур бўйлаб ҳаракат қилса, тўлиқ иш ($A = 0$) нолга тенг бўлиб қолади. Демак, фақат марказий куч таъсирида бўлган жисмни ёпиқ контур бўйлаб кўчиришда бажарилган иш нолга тенг экан. Контурнинг биринчи ярмида марказий куч иш бажарса, унинг иккинчи ярмида ташқи куч иш бажариши лозим. Бу икки иш миқдор жиҳатидан тенг. Иккинчи томондан марказий куч таъсирида бир бирлик массали жисмни ($m=1$ бирлик) кўчирайлик. Бир бирлик массага таъсир этаётган куч, (3.5) ифодага биноан, майдон кучланганлиги $\vec{G}$ га тенг. Энди бир бирлик масса ёпиқ контурда олинган dl элементар кўчиш бўйлаб кўчирилган бўлсин. Бунда элементар иш $dA=(\vec{G}d\vec{l})$ шаклда олинади. Юқорида келтирилган мулоҳазаларга асосан, бажарилган тўлиқ иш нолга тенг бўлгани учун



3.4- расм.

$$\oint_l \left(\vec{G}\,d\vec{l}\right)=0 \tag{3.15}$$

бўлади. Мазкур ифода гравитацион майдон кучланганлигининг ёпиқ контур бўйлаб циркуляцияси нолга тенг эканлигини билдиради. *Майдон кучланганлигининг циркуляцияси ноль бўлган майдон потенциал майдон деб аталади. Гравитацион майдон потенциал майдондир.* Потенциал майдонга хос хусусият шуки, бу майдонда марказий кучнинг бажарган иши жисмнинг босиб ўтган йўлининг шаклига боғлиқ бўлмайди. (3.13) формулага биноан бу иш жисмнинг бошланғич ва охирги ҳолатларига боғлиқ. Жисмни кўчиришда кучнинг бажарган иши фақат унинг бошланғич ва охирги вазиятлари билан аниқланиб, кўчиш траекториясига боғлиқ бўлмаса, бундай табиатли кучлар консерватив кучлар дейилади. Гравитацион, электр ва эластик кучлар консерватив кучлар турига киради. Бошқача қилиб айтганда, марказий кучлар консерватив кучлардир. Шу билан бир қаторда айрим кучларнинг, масалан ишқаланиш, қаршилик, машиналарнинг тортиш кучлари бажарган иши босиб ўтилган йўлга боғлиқ. *Бажарган иши йўл шаклига боғлиқ бўлган кучлар ноконсерватив кучлар деб аталади.*

Потенциал майдоннинг яна бир хоссаси шундаки, бу майдоннинг ҳар бир нуқтаси энергетик хусусиятга эга. Потенциал майдоннинг энергетик хусусиятини белгилаш мақсадида *потенциал* деган тушунча киритамиз. Ушбу катталикни аниқлашда (3.14) ифодадаги r_2 ни ∞ га интилтирамиз, яъни жисмни r_1 вазиятдан ∞ га кўчирамиз. Бунда бажарилган иш қуйидагига тенг бўлади, (3.14) га асосан:

$$A_{1\infty} = \gamma \frac{mM}{r_1}. \tag{3.16}$$

Бир бирлик массали жисмни гравитацион майдоннинг берилган нуқтасидан чексизликка кўчиришда ташқи кучнинг бажарган ишига сон жиҳатдан тенг бўлган катталик гравитацион майдоннинг шу берилган нуқтадаги потенциали дейилади. Таърифга биноан $m=1$ *бирлик* бўлганда 3.1-расмда келтирилган M массанинг $C(x, y, z)$ нуқтадаги потенциалини аниқлаш мақсадида (3.16) ифодадаги массани ўз қиймати билан алмаштирамиз, яъни

$$\varphi = \gamma \frac{M}{r}. \tag{3.17}$$

Потенциал тушунчасига кўра m массали жисм гравитацион майдонда кўчирилганда, (3.13) ифодага асосан, тортишиш кучининг бажарган иши қуйидаги содда кўринишга ўтади:

$$A = m(\varphi_2 - \varphi_1). \tag{3.18}$$

Аксинча, (3.14) га асосан тортиш кучига қарши ташқи кучнинг бажарган иши $A=-m(\varphi_1-\varphi_2)$ мусбат. Бунда φ_1 ва φ_2 мос равишда 3.4-расмда келтирилган биринчи ва иккинчи нуқталардаги майдон потенциалларидир. Потенциали бир хил бўлган нуқталарни бирлаштириб чиқсак, тенг потенциалли ёки эквипотенциал сиртни ҳосил қиламиз. Система массасини маркази инерция марказида тўпланган моддий нуқта деб қараш мумкин бўлганидан, ихтиёрий жисм гравитацион майдонининг эквипотенциал сиртлари сфералардан иборат (3.1-расм). Бу сфералардан бирида олинган ва циркуляция чизиғи деб аталадиган бу контур бўйлаб бир бирлик массали жисмни кўчирсак, бажарилган иш нолга тенг бўлади. Бунинг маъноси шуки, майдон куч чизиқлари эквипотенциал сиртга перпендикуляр йўналган. (3.8) га кўра, бажарилган иш $A = F \cdot s \cdot \cos\alpha$ дан $\alpha = \frac{\pi}{2}$ бўлгани учун $\left(\cos\alpha = \cos\frac{\pi}{2} = 0\right)$ бажарилган иш нолга тенг бўлади.

3.4-§. Потенциалнинг майдон кучланганлиги билан боғлиқлиги

Майдон куч чизиқларининг циркуляция чизиқларига перпендикуляр эканлиги, улар орасида боғланиш борлигидан дарак беради. Ҳақиқатан ҳам, (3.17) ни r га кўпайтириб, r га бўлсак, (3.6) тенгламага асосан, потенциални гравитацион майдон кучланганлиги билан боғлаш мумкин:

$$\varphi = \gamma\frac{M}{r^2}\, r \text{ ёки } \varphi = -(\vec{G}\,\vec{r}). \qquad (3.19)$$

Лекин шу кўринишдаги ифоданинг физик маъносини тавсифлаш қийин. Унинг маъносини очиш мақсадида потенциалнинг бирлик масофада ўзгаришини аниқлаймиз. Гравитацион майдон кучланганлиги $\vec{G}(x, y, z)$ ва радиус-вектор $\vec{r}(x, y, z)$ координаталар функцияси. Потенциалнинг бу координаталар бўйича ўзгаришини аниқлашда, (3.19) ифодадан хусусий ҳосилалар оламиз:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x} = -G_x, \qquad \frac{\partial\varphi}{\partial y} = -G_y, \qquad \frac{\partial\varphi}{\partial z} = -G_z.$$

$\varphi(x, y, z)$ скаляр функцияни $\vec{G}(x, y, z)$ вектор функция кўринишида ёзиш учун потенциал компонентларининг хусусий ҳосилаларини бирлик векторларга кўпайтириб, ҳадма-ҳад қўшиб чиқиш лозим: $\vec{G}(x, y, z) = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{e}\right)$, бунда $\vec{i}$, $\vec{j}$ ва $\vec{e}$ бирлик векторлар. Ушбу тенгламанинг ўнг томони потенциал функция φ нинг координаталар бўйича ўзгариш тезлигини кўрсатади ва математикада бу ўзгариш градиент (grad φ) орқали ифодаланади. Шунинг учун юқоридаги тенглама

$$\vec{G} = -\operatorname{grad}\varphi \qquad (3.20)$$

шаклида ёзилади. Гравитацион майдон кучланганлик потенциалнинг градиентига тенг ва гравитацион майдон потенциалининг камайиш томонига йўналган.

IV боб. ЭНЕРГИЯ. ЭНЕРГИЯНИНГ САҚЛАНИШ ҚОНУНИ

Энергия катталиги ҳам физиканинг асосий (базисли) катталикларидан биридир. Энергия сўзи грекча energeia сўзидан олинган бўлиб, ҳаракат маъносини билдиради. У материянинг (барча турдаги) ҳаракати ва уларнинг барча турдаги ўзаро таъсирларининг миқдорий ўлчовидир. Энергия тушунчаси ва энергиянинг сақланиш қонуни табиатдаги барча ҳодисаларни бу нуқтаи назардан тушунтиришга ёрдам беради. Масалан, Қуёшдаги портлашлар натижасида энергиянинг ажралиб чиқиши ва бу ҳодисани Ернинг энергия билан таъминланишига таъсири, магнит бўронининг пайдо бўлиши ҳамда космик нурларнинг интенсивлиги ўзгаришига таъсири ҳам энергия нуқтаи назаридан таҳлил қилинади.

Материянинг ҳаракат турлари ва ўзгаришига қараб энергия манбалари шартли равишда ҳар хил турларга бўлинади. Ядровий парчаланишда ажралган энергия — ядровий, зарядланган зарраларнинг тартибли ҳаракати билан боғлиқ бўлган энергия электр, моддаларнинг ёнишидан ҳосил бўлган энергияни иссиқлик, моддани ташкил қилган зарраларнинг ҳаракати ва ўзаро таъсир энергияларини ички, квант зарралари — фотонлар оқимидан иборат энергия — нурланиш энергияси деб аталади. Бу энергиялар, шу энергия манбаларининг ҳолати ва таркибининг сифатий ҳамда миқдорий ўзгаришлари билан чамбарчас боғлангандир. Масалан: ядровий реакцияда элементар зарралар концентрациясининг ўзгариши, электр ва химиёвий ҳодисаларда зарядланган зарралар концентрациясининг ўзгариши уларнинг энергетик хусусиятларини кескин ўзгартириб юбориши мумкин.

Энергиянинг энг содда шаклларидан бири механик энергия, яъни кинетик ва потенциал энергиялардир. Бу турдаги энергия жисмнинг механик ҳаракати ва унинг вазиятини характерлайди. Механик энергияни тушунарлироқ тавсифлаш учун қуйидаги мисолни кўрайлик.

Бирор куч жисмга таъсир қилиб, уни ҳаракатга келтирсин. Кўраётган системамиз соф механик система бўлсин, яъни қаршилик кучлари бўлмасин. У ҳолда жисм ҳаракатга келгандаги унинг кинетик энергияси бажарилган ишга тенг бўлади. Демак, бажарилган иш жисмнинг кинетик энергиясига ўтди. Бу ҳодиса аксинча йўналишда бўлиши мумкин, яъни бирор жисмнинг энергияси иккинчи бошқа жисмни кўчиришда бажарилган ишга сарф бўлиши мумкин. Бу мисолдан хулоса шуки, энергияга эга бўлган жисм иш бажариши ва иш энергияга, энергия ишга айланиши мумкин.

Демак, *энергия жисмнинг ёки жисмлар системасининг бошқа жисм устидан иш бажара олиш қобилиятини характерлайдиган физик катталикдир.*

Нисбийлик назариясига кўра, энергия жисм массаси билан $E=mc^2$ формулага асосан боғланган. Жисм энергиясининг ўзгариши ΔE унинг массасининг ўзгариши билан боғлиқ, яъни $\Delta E=\Delta mc^2$. Демак, энергиянинг ўзгариши масса кўринишига ўтиши мумкин ва аксинча. Бу принцип дарсликнинг кейинги қисмларида кўриб чиқилади.

Классик механикада жисм ҳар қандай узлуксиз қийматли энергияга эга бўлиши мумкин. Квант механикасида эса, элементар зарралари кичик чегараланган ҳажмда ҳаракат қилганлари учун улар фақат квантланган энергия қийматларига эга бўлади.

4.1-§. Потенциал энергия

Аввалги бобда Ер ўз атрофида кучли гравитацион майдон ҳосил қилишини таъкидлаган эдик. Гравитацион майдон эса потенциал майдондир. Бунинг маъноси шуки, бу майдоннинг ҳар бир нуқтасига m массали моддий нуқта киритилса, у потенциал энергияга эга бўлади. Бу энергиянинг қийматини ҳисоблаб чиқайлик. Ер сиртига яқин турган нуқталарда Ер гравитацион майдон кучланганлиги эркин тушиш тезланишига тенг, яъни $\vec{G}=\vec{g}=-\gamma\frac{M_{\text{Ep}}}{R_{\text{Ep}}^2}\frac{\vec{r}}{r}$. Шу боисдан, (3.19) ифодага биноан, Ер сиртидаги нуқталарда унинг потенциали

$$\varphi_{\text{Ep}}=-gR_{\text{Ep}} \tag{4.1}$$

эркин тушиш тезланиши g нинг Ер радиуси R_{Ep} га кўпайтмасининг манфий ишора билан олинган қийматнга тенг. Потенциали (4.1) билан аниқланган потенциал майдонга Ер сиртидан h_1 баландликда жойлашган нуқтага m массали жисм киритиб уни h_2 баландликка кўчирайлик. Бу баландликлар Ер сиртига яқин нуқталарда олинган ва $h_1 < h_2$ шарти бажариладиган бўлсин. (4.1) га кўра, Ер гравитацион майдонининг шу нуқталардаги потенциаллари мос равишда $\varphi_1 = -(R_{\text{Ер}} + h_1)g$ ва $\varphi_2 = -(R_{\text{Ер}} + h_2)g$ ларга тенг. У ҳолда бу жисмни кўчиришда тортишиш кучининг бажарган иши

$$A = m(\varphi_2 - \varphi_1) = m(-gR_{\text{Ер}} - gh_2 + gR_{\text{Ер}} + gh_1) = \\ = mgh_1 - mgh_2.$$

Бажарилган иш жисм потенциал энергиясининг ўзгаришига тенг, яъни жисмнинг икки ҳолатдаги энергиялар айирмаси билан ўлчанади. $h_1 < h_2$ бўлганидан бу иш $A < 0$. Юқоридаги ифодага диққат билан назар ташласак, тортишиш кучининг бажарган иши жисм босиб ўтган йўл шаклига боғлиқ эмас, у жисмнинг бошланғич ва охирги ҳолатлари билан аниқланади. Шунингдек, жисмнинг ҳаракатини Ер билан боғлиқ саноқ системасида кузатдик. *Потенциал майдондаги саноқ системасида жойлашган жисмларнинг вазиятига боғлиқ бўлган энергия ёки жисмларнинг ўзаро таъсир энергияси потенциал энергия деб аталади.* Юқоридаги ифодага асосан h баландликдаги m массали жисмнинг потенциал энергиясини

$$E_{\text{p}} = mgh + \text{const} \tag{4.2}$$

шаклда ёзамиз. Бунда ўзгармас катталик (const) потенциал энергиянинг миқдори ҳамда бошланғич қиймати саноқ системасига боғлиқ эканлигини инобатга олади. Бу белгилашга асосан потенциал майдонда жойлашган саноқ системасидаги жисмнинг вазиятини h_1дан h_2 га ўзгартиришда тортишиш кучининг бажарган иши

$$A = E_{\text{p1}} - E_{\text{p2}} < 0 \tag{4.3}$$

кўринишни олади. Бунда E_{p1} ва E_{p2} мос равишда, моддий нуқтанинг биринчи ва иккинчи ҳолатларига мос бўлган потенциал энергияларидир. Шу усул билан тортишиш кучига қарши ташқи кучнинг бажарган ишини аниқласак, у нолдан катта бўлади:

$$A' = E_{\text{p2}} - E_{\text{p1}} > 0. \tag{4.4}$$

Бу ишлар миқдор жиҳатидан тенг лекин ишораси билан фарқланади. Ташқи кучнинг мусбат бажарган иши билан тортишиш кучининг манфий бажарган ишларининг йиғиндиси нолга тенг:

$$A' + (-A) = 0. \tag{4.5}$$

Бу ифода потенциал майдонда жойлашган жисмни фақат тортишиш кучининг таъсирида ёпиқ контур бўйлаб кўчириш мумкин эмаслигини кўрсатади. Консерватив кучларга қарши қўйилган ташқи кучнинг бажарган мусбат иши ана шу консерватив кучларнинг бажарган манфий иши ҳисобига юзага келади. Шунинг учун иш — физик жараён. Юқоридаги (4.3), (4.4) ифодалар жисм потенциал энергиясининг ўзгаришини кўрсатади. Жисм ёки система потенциал энергиясининг миқдорий ўзгариши бажарилган ишга тенг.

4.2- §. Тортишиш кучи билан потенциал энергия орасидаги боғланиш

Юқорида келтирилган (4.3) ифодага биноан потенциал энергиянинг dE_p га камайиши консерратив кучларнинг шу миқдордаги бажарган элементар ишига тенг, яъни

$$dA = -dE_p. \tag{4.6}$$

Иш куч таъсирида юзага келган физик жараён бўлиб, унинг элементар қиймати қуйидагига тенг: $dA = Fdr$. Бу ифодани юқоридаги (4.6) формула билан таққосласак

$$Fdr = -dE_p$$

га тенг бўлиб, бундан $F = -\frac{dE_p}{dr}$ муносабатни аниқлаймиз.

Кучнинг координата ўқларига бўлган проекциялари билан потенциал энергия орасидаги боғланишлар қуйидаги тенгламалар билан ифодаланади:

$$F_x = -\frac{\partial E_p}{\partial x}, \quad F_y = -\frac{\partial E_p}{\partial y}, \quad F_z = -\frac{\partial E_p}{\partial z}.$$

Куч вектор катталик. Шунинг учун потенциал энергиянинг координата ўқлари бўйича олинган хусусий ҳосилаларини бирлик векторларга кўпайтириб, уларни жамлаймиз:

$$\vec{F}(x, y, z) = -\left(\frac{\partial E_p}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial E_p}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial E_p}{\partial k}\vec{e}\right)$$

ёки

$$\vec{F} = -grad\ E_p \qquad (4.7)$$

Тортишиш кучи потенциал энергия градиентининг (яъни бир бирлик масофада ўзгариши) тескари ишора билан олинган қийматига тенг. Бунинг маъноси шуки, потенциал майдонда куч майдон потенциал энергиясининг камайиш томонига йўналган.

4.3- §. Кинетик энергия

Энди иш, жисм ҳаракати ўзгаришининг ўлчови эканлигини аниқлайлик. Ўз таъсирини радиус-вектор бўйлаб узатувчи тортишиш кучи бажарган элементар иш

$$dA = (\vec{F} \cdot d\vec{r}) = F\,dr \cos(\vec{F}\,d\vec{r}) = F\,dr$$

ифода орқали аниқланишини юқорида кўрсатган эдик. Кичик тезликларда ($v \ll c$) жисмнинг массаси тезликка боғлиқ эмас, яъни ўзгармас деб оламиз. Юқоридаги ифодага Ньютон II қонунининг (2.10) кўринишдаги ифодасини татбиқ этсак, элементар иш учун

$$dA = \left(\frac{d\vec{p}}{dt}d\vec{r}\right) = (\vec{v}\,d\vec{p}) = (m\vec{v}\,d\vec{v}) \qquad (4.8)$$

тенгламани ҳосил қиламиз. Ушбу кўпайтма икки векторнинг скаляр кўпайтмасидир. Импульс векторининг йўналиши тезлик йўналишида бўлганидан, улар орасидаги бурчак $\alpha = 0$ га тенг бўлади. Бу элементар иш тортишиш майдонда танлаб олинган саноқ системасида бажарилган. Бинобарин, потенциал энергиянинг камайиши жисм ҳолатини ўзгартириш учун лозим бўлган ишни бажариш учун сарф бўлади, яъни

$$dA = mvdv = -dE_p. \qquad (4.9)$$

Потенциал энергия E_{p1} дан E_{p2} гача ўзгаради дейлик. Бу ўзгариш туфайли жисм тезлиги v_1 дан v_2 гача ошсин. Юқоридаги (4.9) тенгламани бу чегараларда интеграллаймиз:

$$-\int_{E_{p1}}^{E_{p2}} dE_p = \int_{v_1}^{v_2} mvdv.$$

Бундан потенциал энергиянинг ўзгариши

$$E_{p1}-E_{p2}=\frac{mv_2^2}{2}-\frac{mv_1^2}{2} \tag{4,10}$$

бўлишини аниқлаймиз. Бу тенгламанинг чап томони энергия ўзгариши бўлганидан, унинг ўнг томони ҳам энергия ўзгариши бўлиши керак. Лекин бу энергия потенциал энергиядан фарқлироқ жисм ҳаракати давомида юзага келади ва жисм тезлигига боғлиқ. Жисм тезлиги эса нисбий тушунча ва жисм ҳаракати кузатилаётган саноқ системасига нисбатан белгиланади. *Берилган саноқ системасида жисм ҳаракат туфайли олган энергия кинетик энергия дейилади.* Унинг миқдори

$$E_к=\frac{mv^2}{2} \tag{4. 11}$$

формуладан ҳисобланади.

Элементар ишнинг (4.9) билан аниқланган тенгламасидан потенциал энергиянинг камайиши ҳисобига бажарилган иш

$$A=-\int_{E_{p_1}}^{E_{p_2}} dE_p=E_{p_1}-E_{p_2}. \tag{4.12}$$

бўлганидан, уни юқоридаги (4.10) орқали аниқланган тенглама билан таққослаш орқали

$$A=\frac{mv_2^2}{2}-\frac{mv_1^2}{2}=E_{к2}-E_{к1} \tag{4.13}$$

бўлишини топамиз. Демак, механик иш кинетик энергия ўзгаришига тенг. Бунда E_{k1} ҳаракатнинг бошланғич, $E_{к2}$ ҳаракатнинг кейинги ҳолатларига мос бўлган кинетик энергиялари. Биз келтирган ҳисоблашда жисмнинг ҳаракати потенциал майдонда танлаб олинган саноқ системасида содир бўлди. Шу боисдан $E_{p1}-E_{p2}$ потенциал энергия ўзгариши нолдан кичик $(E_{p1}-E_{p2})<0$. Бу энергия ўзгаришига мос бўлган кинетик энергия ўзгариши, албатта, нолдан катта $(E_{к2}-E_{к1})>0$ бўлиши шарт. Консерватив куч таъсирида ҳаракатланаётган моддий нуқтанинг потенциал энергиясининг камайиши доимо кинетик энергиянинг шу миқдорга ошувига олиб келади. Бундан муҳим хулоса шуки, бир тур энергиянинг ошиши иккинчи тур энергиянинг камайиши ҳисобига содир бўлиши, яъни системанинг механик энергияси сақланиши лозим.

4.4-§. Энергиянинг сақланиш қонуни

Энергиянинг сақланиш қонунини умумий ҳолда таърифлашдан олдин, қандай шароитларда механик энергия сақланади деган масалани таҳлил қилайлик.

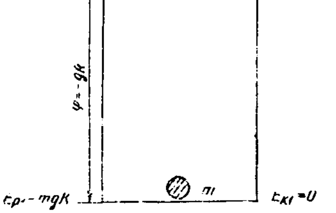
Потенциал майдоннинг ҳар бир нуқтаси маълум бир потенциалга эга. Хусусан, (4.1) га биноан, Ер сиртига яқин бўлган нуқталарнинг потенциали

$$\varphi = -gR_{\text{Ер}}$$

формуладан топилади. Ундаги (—) ишора Ердаги жисмлар ўз-ўзидан Ер таъсир доирасидан чиқиб кета олмаслигини кўрсатади. Объект Ер таъсир доирасидан чиқиб кетиши учун ташқи куч тортишиш кучига қарши иш бажариб, унинг кинетик энергиясини ошириши керак. Ушбу мулоҳазани яна қуйидагича тасаввур этиш мумкин. Ердаги жисм 4.1-расмда кўрсатилган ва потенциали $\varphi = -gR_{\text{Ер}}$ бўлган потенциал чуқурликда жойлашган. Унинг кинетик энергияси шу чуқурликдан чиқиб кетиши учун етарли бўлганидагина, жисм потенциали ноль бўлган ҳолатга кўчади. (4.10) га биноан, Ернинг тортиш доирасида ҳаракатланаётган жисм учун

$$E_{p1} - E_{p2} = E_{\kappa 2} - E_{\kappa 1} \tag{4.12}$$

тенглик ўринлидир. Объектнинг Ер сиртидаги потенциал энергияси $E_{p1} = mgR_{\text{Ер}}$, потенциал «ўра» ташқарисидаги потенциал энергияси $E_{p2} = 0$. Шунингдек, объектнинг ердан кўтарилиш дақиқасидаги кинетик энергияси нолга ($E_{\kappa 1} = 0$), потенциал «ўра» ёхуд Ернинг тортиш доирасидаги унинг кинетик энергиясини эса $E_{k2} = \frac{mv^2}{2}$ га тенг деб олайлик.



4.1-расм.

У ҳолда (4.12) тенгликка кўра

$$mgR_{\text{Ер}} = \frac{mv^2}{2}$$

тенгламани ҳосил қиламиз. Бундан Ер потенциал «ўра» ташқарисига чиқиш учун лозим бўлган тезлик (бу тезлик, одатда, иккинчи космик тезлик дейилади):

$$v_{II} = \sqrt{2gR_{Ep}} = \sqrt{2}\, v_I \approx 11{,}2 \cdot 10^3 \text{ м/с}.$$

Биринчи ва иккинчи космик тезликларнинг ифодалари Ердан парвоз қилувчи космик кемалар учун ўринли. Бу ифодалар ёрдамида бошқа сайёралардан учирилган объектларнинг космик тезликларини аниқлашда, шу сайёраларга мос бўлган g ва R ни олиш лозим.

Жисм Ер потенциал майдонида ҳаракатланса, у кинетик ва потенциал энергияларга эга бўлади. Ер потенциал чуқурлигида ҳаракатланаётган жисмнинг потенциал ва кинетик энергияларининг

$$E = E_p + E_к \tag{4.13}$$

йиғиндиси, жисмнинг тўла механик энергияси дейилади. Потенциал чуқурликнинг ҳар хил нуқталаридаги механик энергиялар орасидаги муносабатни аниқлашда (4.12) ифодани ҳисобга олган ҳолда бир хил нуқталарга тегишли энергияларни группалаймиз ва

$$E_{p1} + E_{к1} = E_{p2} + E_{к2} = \text{const} \tag{4.14}$$

эканлигига ишонч ҳосил қиламиз. Шундай қилиб, консерватив кучлар таъсирида бўлган моддий нуқтанинг тўла механик энергияси ўзгармас. Ушбу хулосани жисмлар системаси учун ҳам умумлаштирайлик. Аввал кўрсатилганидек, илгарилама ҳаракат қилаётган ҳар қандай системани массаси инерция марказида тўпланган моддий нуқта деб олиш мумкин. Бинобарин, ёпиқ система учун механик энергиянинг сақланиш қонуни қуйидагича: *ички консерватив кучлар таъсирида бўлган ёпиқ системанинг тўла механик энергияси ўзгармасдир.*

Реал шароитда ёпиқ системани ташкил этган моддий нуқталар орасидаги консерватив кучлар билан бир қаторда ноконсерватив (ишқаланиш, қаршилик) кучлар ҳам бўлади. Бу кучларнинг бажарган иши босиб ўтилган йўлга боғлиқ ва тўлиқлигича иссиқлик энергиясига айланади. Бу энергия туфайли жисмларни ташкил этган зарраларнинг иссиқлик ҳаракати кучайиб, системанинг температураси кўтарилади ва унинг ички энергияси ортади. Системани атроф-муҳит билан иссиқлик алмашмайдиган, адиабатик изоляцияланган, яъни иссиқлик ўтказмайдиган қобиқ билан ўралган деб кўрамиз.

n та жисмдан ташкил топган системанинг ихтиёрий биттасини i деб белгилайлик. Бу жисмнинг ҳаракатига таъсир қилган ноконсерватив кучлар бажарган элементар ишни

$$\Delta A = (\vec{F}_i \Delta \vec{s}_i) = F_i \, \Delta s_i \, \cos \alpha_i$$

шаклда оламиз. Иш скаляр катталик бўлганидан, ноконсерватив кучларнинг бажарган тўлиқ иши элементар ишларнинг алгебраик йиғиндисига тенг:

$$A = \sum_{i=1}^{n} \Delta A_i = \sum (\vec{F}_i \Delta \vec{s}_i).$$

Бу иш $A = E_1 - E_2 < 0$ бир томондан системанинг тўла механик энергиясининг камайишига олиб келса, иккинчи томондан шу иш ҳисобига системанинг ички энергияси U_1 дан U_2 га ортади:

$$A = U_2 - U_1.$$

Бу икки тенгламадан қуйидаги ифодани ҳосил қиламиз:

$$E_1 + U_1 = E_2 + U_2. \qquad (4.15)$$

Механик ва ички энергиялар йиғиндисини $W = E + U$ деб белгиласак, у ҳолда системанинг тўла энергияси:

$$W_1 = W_2 = \text{const}. \qquad (4.16)$$

Консерватив ва ноконсерватив кучлар таъсиридаги адиабатик изоляцияланган ёпиқ системанинг тўла энергияси ўзгармасдир. Системадаги жисмлар ўзаро ички консерватив ва ноконсерватив кучлар билан таъсирлашиб ўз ҳаракат ҳолатини ўзгартиришлари мумкин, аммо система ташқи муҳит билан иссиқлик мулоқотида бўлмаганидан унинг механик ва ички энергияларининг йиғиндиси ўзгармасдан қолади, деган хулоса келиб чиқади. Шунинг учун умумий шаклда энергиянинг сақланиш қонуни қуйидагича таърифланади.

Энергия йўқолмайди ва йўқдан бор бўлмайди, фақат бир жисмдан иккинчи жисмга узатилади ёки тенг миқдорда бир турдан иккинчи турга ўтади.

4.5-§. Абсолют эластик ва ноэластик урилишлар

Импульс ва энергиянинг сақланиш қонунларининг татбиқи сифатида *эластик* ва *ноэластик* урилишларни кўриб чиқайлик. Бу ҳодисаларни ўрганиш шу билан муҳимки, модданинг турли хил кўринишлари бўлган газ, суюқлик, қаттиқ жисм ва плазманинг жуда кўп хоссалари бу моддаларни ташкил этган заррачаларнинг урилиши туфайли содир бўлади. Заррачаларнинг тўқнашиш модели механик урилиш ҳодисаси асосида кузатилади.

Урилиш саноқ системасининг кичик соҳасида жисмларнинг қисқа вақтли ўзаро таъсирлашиш жараёнидир.

Тўқнашиш чоғида жисмлар консерватив ва ноконсерватив кучлар таъсирида эластик ёки пластик деформацияланиб, урилаётган жисмлар механик энергияларининг ҳаммаси ёки бир қисми эластик деформация энергияси ёки жисмлар ва атроф-муҳит ички энергиясига айланиши мумкин. Шу муносабат билан биз урилишнинг фақат икки чегаравий кўринишлари билан танишамиз.

Абсолют эластик урилиш. Бу тўқнашишда жисмлар фақат консерватив (тортишиш, электр, эластик) кучлар таъсирида бўлади. Ушбу урилиш модели сифатида абсолют эластик деформацияланиш хусусиятига эга бўлган шарлар урилишини кўрамиз. Чунки жисмлар шар шаклида бўлса, уларга ноконсерватив кучларнинг таъсири бошқа шаклдаги ... ларга нисбатан жуда кичик бўлади. Шарлар ине... ларини бирлаштирувчи горизонтал чизиқ... ар марказий урилиш содир бў...
энергиялари уларнинг ҳа...

Икки эластик шарларда...

бўлсин. Тўқнашишдан ав...
кинетик энергияга эга д...

иккинчи шарнинг импул...
син. Икки шар абсолют...
механик энергиянинг са...

ди. Хусусан, импульсн...

$+ \vec{P}_2'$ бўлиб, бунда $\vec{P}_1'$ ...
чи шарларнинг тўқна...

4.2- расм.

шишдан олдин икки шар импульсларининг вектор йиғиндиси, шарлар тўқнашувидан кейинги импульсларининг вектор йиғиндисига тенг. Шарларнинг тўқнашишидан кейинги кинетик энергияларини $E'_{к1}$ ва $E'_{к2}$ деб белгиласак, энергиянинг сақланиш қонуни қуйидагича ёзилади: $E_{к1} + E_{к2} = E'_{к1} + E'_{к2}$ Шарларнинг массалари мос равишда m_1 ва m_2 бўлсин. Уларнинг урилишдан олдинги тезликлари $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$, урилишдан кейинги тезликлари $\vec{v}'_1$ ва $\vec{v}'_2$ бўлса, юқорида келтирилган сақланиш қонунлари

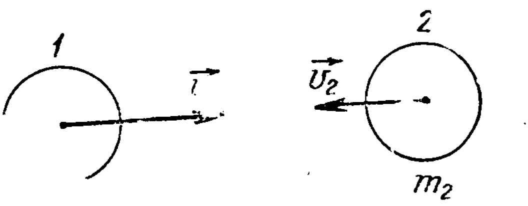
$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}'_1 + m_2\vec{v}'_2,$$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2}$$

кўринишни олади. Ушбу ифодалардан биринчи ва иккинчи шарларнинг тўқнашишидан кейинги тезликларини аниқлаш мумкин. Уларни аниқлашда 4.2-расмда келтирилган $\vec{v}_1$ тезликнинг йўналишини шартли равишда ҳаракатнинг мусбат йўналиши деб қабул қиламиз. У ҳолда, 4.3-расмда келтирилган тўқнашишдан олдинги $\vec{v}_1$ ва $\vec{v}_2$ тезликларга асосан 4.4-расмда кўрсатилган шарларнинг тўқнашишдан кейинги тезликларини юқоридаги сақланиш қонунларининг тенгламаларидан топсак, улар

$$v'_1 = \frac{2m_2v_2 + (m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2}, \quad v'_2 = \frac{2m_1v_1 - (m_2 - m_1)v_2}{m_1 + m_2} \qquad (4.17)$$

ифодалардан аниқланар экан. Келтирилган (4.17) тенгламалар системасини ҳар томонлама таҳлил қилайлик.

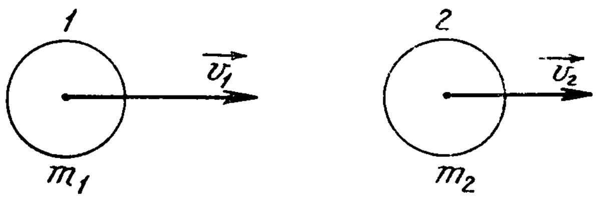


4.3- расм.

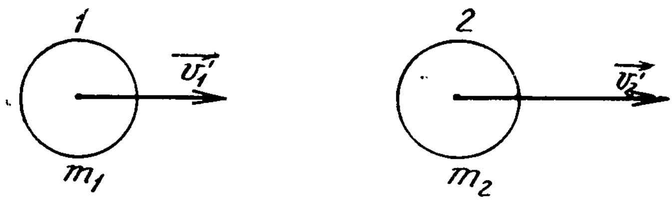
4.4- расм.

1. Массалари ($m_1 = m_2$) тенг бўлган шарлар $\vec{v}_1$ ва $\vec{v}_2$ тезликлар билан 4.3- расмда кўрсатилганидек қарама-қарши йўналишларда ҳаракатлансин. Ҳаракатнинг мусбат йўналиши 4.2-расмда келтирилганидек олинса, (4.17) тенгламалардан тўқнашишдан кейинги тезликлар $v_1' = -v_2$, $v_2' = v_1$ бўлиб, биринчи шар иккинчи шар тезлигига тенг тезлик билан тескари йўналишда, иккинчи шар эса биринчи шар тезлигига тенг тезлик билан ўз йўналишида ҳаракатларини давом этдиради (4.4-расм).

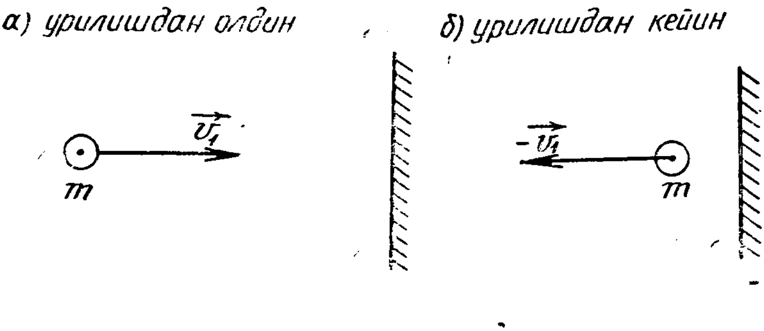
Ҳар икки шар бир хил йўналишда ҳаракатланиб, $\vec{v}_1 > \vec{v}_2$ бўлса (4.5- расм), қандайдир вақт оралиғидан кейин албатта тўқнашиш содир бўлади. Ҳаракатнинг мусбат йўналишига асосан (4.17) тенгламалардан $v_1' = v_2$, $v_2' = v_1$ эканлигини аниқлаймиз. Урилишдан сўнг ҳар иккала шар ўзаро тезликларини алмаштириб, олдинги йўналишда ҳаракатланади (4.6-расм).



4.5- расм



4.6- расм.



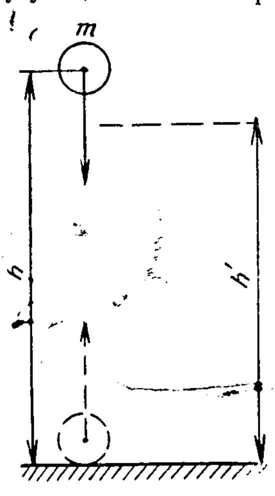
4.7- расм.

Одатда, бундай эластик урилишлар тартибсиз ҳаракатланаётган газ молекулалари орасида содир бўлади.

2. Шарларнинг массалари ҳар хил, лекин улардан бири тинч турган бўлсин ($v_2=0$). У ҳолда (4.17) ифодалар қуйидаги ихчам кўринишни олади:

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\, v_1, \quad v_2' = \frac{2\, m_1}{m_1 + m_2}\, v_1.$$

Ушбу тенгламалардан равшанки, шарларнинг тўқнашишдан кейинги тезликлари улар массаларининг нисбатига боғлиқ. Хусусан, иккинчи шарнинг массаси биринчи шар массасидан жуда катта бўлса, яъни $m_2 \gg m_1$ шарти бажарилса, юқоридаги тенгламалардан $v_1' = -v_1$, $v_2' = 0$ бўлиб қолади. Масалан, деворга абсолют эластик урилган шар тезлигининг қиймати ўзгармайди (4.7-*а*, *б* расмлар), аммо унинг йўналиши тескарисига ўзгаради. Девор эса нисбий тинчлик ҳолатини сақлайди $v_2 = 0$. Бу тоифадаги урилишлар газ молекулаларининг идиш деворн ёки электронларнинг, кристалл панжарадаги мусбат ионлар ёки атомлар билан тўқнашишларида юзага келади.



4.8- расм.

Реал шароитда ҳар қандай ёпиқ консерватив система маълум даражада ноконсерватив кучларни ўз ичига олади. Масалан, эластик шар эластик сиртга h баландликдан эркин тушса, у ўша баландликка қайта кўтарила олмайди (4.8- расм). Шарнинг сирт билан тўқнашишдан олдинги ва кейинги ҳолатлари учун механик энергиянинг сақланиш қонуни

$$mgh = \frac{mv^2}{2}, \quad mgh' = \frac{mv'^2}{2}$$

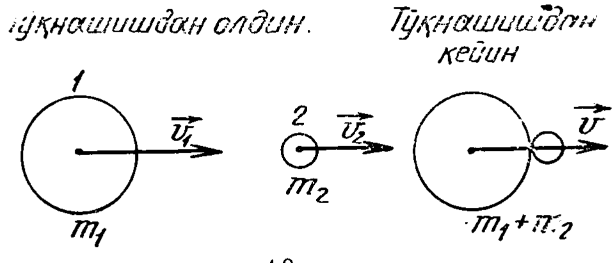
шаклида ёзилади. Уларнинг нисбатидан шарнинг тўқнашишдан кейинги тезлигини аниқлаймиз:

$$v' = \sqrt{\frac{h'}{h}} \cdot v = k \cdot v.$$

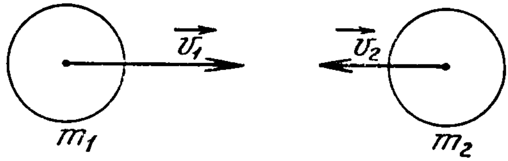
Бу ифодадаги $k = \sqrt{\frac{h'}{h}}$ тикланиш коэффициенти. Пўлат, фил суяги, каучук ва бошқа эластик жисмларнинг тикланиш коэффициентлари $k = 0{,}85 \div 0{,}95$ оралиғида ётади.

Ноэластик урилиш. Тўқнашаётган жисмлар орасида фақат ноконсерватив кучлар мавжуд бўладиган урилиш абсолют ноэластик бўлади. Тикланиш коэффициенти $k=0$ бўлган гилмоя, пластилин, қўрғошин ва шу каби моддалар юқоридан ерга тушса, қайтиб юқорига кўтарилмайди. Бундай моддалардан тайёрланган шарлар марказий урилишда иштирок этса, улар урилишдан сўнг биргаликда бир хил тезлик билан ҳаракатланади. Бу турдаги ноэластик тўқнашишда импульснинг сақланиш қонуни бажарилади, лекин механик энергиянинг сақланиш қонуни бажарилмайди. Масалан, массалари m_1 ва m_2, тезликлари $v_1 > v_2$ бўлган икки шар — бир хил йўналишда ҳаракат қилаётган бўлсин (4.9- расм). Бу икки шарлар учун импульснинг сақланиш қонунини

$$m_1\vec{v}_1 + {}_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\,\vec{v}$$



4.9- расм.



4.10- расм.

шаклда ёзиш мумкин. Чунки тўқнашишдан кейин ҳар икки шар биргаликда $\vec{v}$ тезлик билан ўз ҳаракатларини давом эттиради. Юқоридаги тенгламадан бу тезликнинг қиймати:

$$v = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}.$$

Аксинча, шарлар $\vec{v_1}$ ва $\vec{v_2}$ тезликлар билан қарама-қарши йўналишларда ҳаракат қилсалар (4.10-расм), ҳаракатнииг мусбат йўналишига асосан шарларнинг биргаликдаги тезлиги

$$v = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{m_1 + m_2} \tag{4.18}$$

бўлади. Бунда $m_1 v_1 > m_2 v_2$ бўлганда, шарлар биргаликда биринчи шар йўналишида, $m_1 v_1 < m_2 v_2$ бўлганда, иккинчи шар йўналишида ўз ҳаракатларини давом эттирадилар.

Энергиянинг сақланиш қонунига асосан системадаги ноконсерватив кучларнинг бажарган иши тўқнашишдан олдинги ва кейинги кинетик энергияларнинг айирмасига тенг:

$$A = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_1 v_2^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2) v^2}{2}. \tag{4.19}$$

Агар ноэластик тўқнашаётган шарлар атроф-муҳитдан адиабатик (иссиқлик алмашмайдиган) қилиб ажратилган деб фараз қилсак, (4.19) билан аниқланган иш шарларнинг ички энергиясига ўтади. Бинобарин, ноэластик тўқнашишда шарларнинг ички энергияси U_1 дан U_2 гача ўзгариб, бажарилган иш бу ички энергиялар айирмаси

$$A = U_2 - U_1 \tag{4.20}$$

га тенг бўлиб қолади. У ҳолда, (4.19) ва (4.20) тенгламалар билан аниқланган ишларнинг тенглигидан, абсолют ноэластик урилиш учун энергиянинг сақланиш қонуни

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} + U_1 = \frac{(m_1 + m_2)\, v^2}{2} + U_2 \qquad (4.21)$$

шаклга эга бўлишини аниқлаймиз. Демак, абсолют ноэластик урилишда механик энергиянинг сақланиш қонуни бажарилмас экан. Лекин тўла энергиянинг сақланиш қонуни ўз мазмунини сақлайди.

V боб. ҚАТТИҚ ЖИСМ АЙЛАНМА ҲАРАКАТ МЕХАНИКАСИ

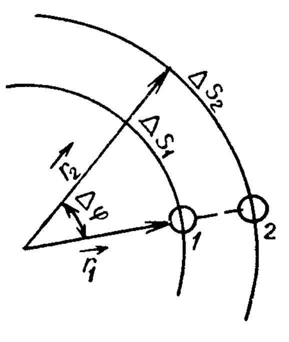
5.1-§. Моддий нуқта айланма ҳаракатининг кинематикаси

Моддий нуқтанинг илгариланма ҳаракатини текширганда тезлик v тезланиш a каби кинематик катталикларни киритган эдик. Лекин бу параметрлар моддий нуқтанинг айланма ҳаракатини ифодалашда етарли бўлмайди. Масалан, массалари бир хил бўлган ва моддий нуқта деб қараш мумкин бўлган икки жисмни ипга боғлаб, айланма ҳаракатга келтирайлик. 5.1-расмдан равшанки, моддий нуқталар тенг вақтлар оралиғида ҳар хил узунликдаги ёйларни чизади. Аммо моддий нуқталарнинг ўрнини белгиловчи радиус-вектор бир хил $\Delta\varphi$ бурчакка бурилади. Ҳосил бўлган ёйларнинг узунликлари $\Delta s_1 = r_1\Delta\varphi$ ва $\Delta s_2 = r_2\Delta\varphi$ тенгламалардан топилади. Ушбу ифодаларнинг икки томонини Δt га бўлиб, $\Delta t \to 0$ да улардан лимит оламиз. Бунда юқоридаги ифодаларнинг чап тарафи (1.3) тенгламага асосан, берилган икки моддий нуқтанинг чизиқли тезликларини беради, яъни:

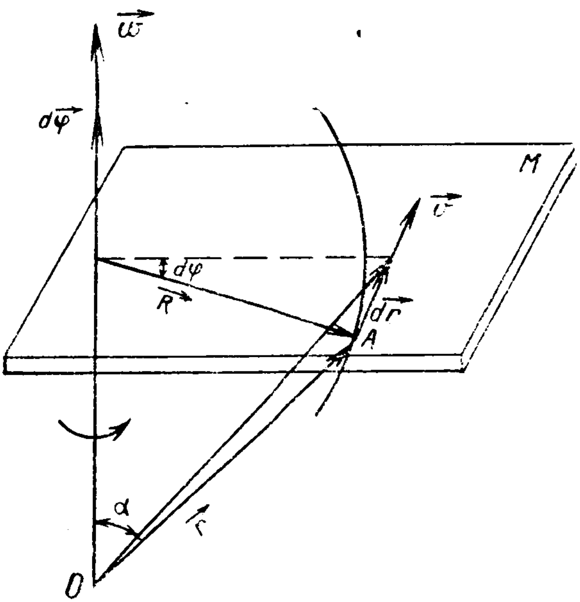
$$v_1 = r_1 \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}, \quad v_2 = r_2 \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}. \qquad (5.1)$$

Моддий нуқта айланма ҳаракатининг радиуси ўзгармас. Вақт бирлиги оралиғида радиус-вектор бурилиш бурчагининг ўзгариш тезлигини характерлаш мақсадида *бурчак тезлик* тушунчасини киритамиз. (5.1) тенгламаларнинг ихтиёрий бирига асосан бурчак тезликнинг формуласини қуйидагича топиш мумкин:

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt}. \qquad (5.2)$$



5.1-расм.



5.2- расм.

Бурчак тезлик — бурилиш бурчагидан вақт бўйича олинган биринчи тартибли ҳосилага тенг экан. У вақт бирлиги ичида радиус-векторнинг бурилиш бурчагининг қанчага ўзгаришини кўрсатади. Бу тушунчага асосан (5.1) тенгламаларда келтирилган чизиқли тезликларни

$$v_1 = \omega r_1, \quad v_2 = \omega r_2$$

кўринишларда ёзамиз.

Демак, айланиш ўқига нисбатан ҳар хил масофаларда жойлашган икки ва ундан ортиқ боғланган моддий нуқталар айланма ҳаракатга келтирилганда, уларнинг чизиқли тезликлари ҳар хил, бурчак тезликлари бир хил бўлар экан. Умумий ҳолда бурилиш бурчаги, бурчак тезлик айланиш ўқи бўйлаб йўналган ва йўналиши *ўнг винт* (ўнг парма) қоидаси асосида аниқланадиган векторлардир. Масалан, моддий нуқта маркази O нуқтада ётган саноқ системасига нисбатан 5.2- расмда кўрсатилгандек айланма ҳаракат қилсин. Унинг фазодаги ўрнини аниқловчи радиус-вектор орттирмаси

$d\vec{r}$, $d\vec{\varphi}$[1] ва $\vec{r}$ векторлар ҳосил қилган текисликка перпендикуляр, чунки $d\vec{\varphi}$ ва $d\vec{r}$ лар M текисликда ётади. Шунинг учун $d\vec{r}$ векторни $d\varphi$ ва r ларнинг вектор кўпайтмаси орқали ифодалаймиз:

$$d\vec{r} = [d\vec{\varphi}\,\vec{r}\,]. \tag{5.3}$$

(5.3) ифодани 5.2-расмда келтирилган радиус-вектор орттирмаси $d\vec{r}$ нинг қийматини, $d\vec{\varphi}$ ва $\vec{r}$ векторлар орасидаги бурчакнинг синусига боғлиқ ҳолда қуйидагича ёзиш мумкин:

$$dr = d\varphi \cdot r \cdot \sin\alpha.$$

Ёки $\sin\alpha = \frac{R}{r}$ бўлганидан, (5.3) тенглама

$$dr = d\varphi \cdot R \tag{5.4}$$

шаклда ҳам ёзилади. (5.3) вектор кўпайтмани ҳаракат вақти dt га бўламиз ва $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$, $\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$ эканлигини назарга олсак, чизиқли тезлик вектори билан бурчак тезлик вектори орасидаги боғланиш ҳосил бўлади:

$$\vec{v} = [\vec{\omega}\,\vec{r}\,]. \tag{5.5}$$

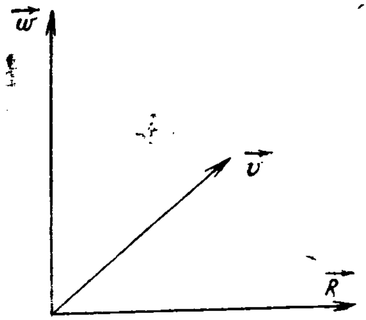
Бу ифода ёрдамида фазодаги ўрни $\vec{r}$ радиус-вектор билан аниқланган (5.2-расм) моддий нуқтанинг чизиқли тезлигини топамиз. Агар моддий нуқта текисликда радиуси R бўлган айлана бўйлаб ҳаракат қилса (5.4-расм), унинг чизиқли тезлик вектори

$$\vec{v} = [\vec{\omega}\,\vec{R}] \tag{5.6}$$

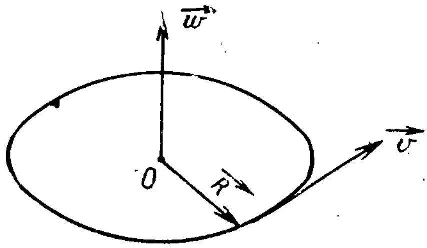
ифода орқали аниқланади. Ҳар икки ҳолда ҳам бурчак тезлик $\vec{\omega}$, $\vec{v}$ ва $\vec{r}$ (ёки $\vec{R}$) векторлари ҳосил қилган текисликка перпендикуляр (5.2 ёки 5.3-расмларга қаранг) ва унинг йўналиши ўнг винт (ўнг парма) қоидасига асосан топилади (5.4-расм).

---

[1] Бурчак кичик бўлганда бурилиш бурчагини $d\vec{\varphi} = d\varphi\,\vec{n}$ шаклдаги вектор деб кўриш мумкин.



5.3- расм.



5.4- расм.

Айланма ҳаракатнинг бурчак тезлиги ўзгармас (ω=const) бўлса, айлана бўйлаб текис ҳаракат бўлади. Масалан, Ернинг суткалик, электронларнинг ядро атрофидаги ҳаракатлари текис айланма ҳаракатдир. Бу турдаги ҳаракатни аниқлашда давр ва частота тушунчалари киритилган. Бир марта тўла айланиш учун кетган вақт *T—айланиш даври*, бир секунддаги айланишлар сони *ν—айланиш частотаси* бўлиб, улар ўзаро тескари боғланган: $T = \frac{1}{\nu}$. Бир марта тўла айланишда моддий нуқта 2π радиан бурчакка бурилишини ҳисобга олсак, бурчак тезлик

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

га тенг бўлади. У ҳолда частота билан бурчак тезлик орасидаги боғланиш:

$$\omega = 2\pi\nu.$$

Ўзгарувчан айланма ҳаракат чизиқли тезлик векторининг вақт оралиғидаги ўзгариши билан аниқланади. Шунинг учун (5.5) тенгламадан вақт бўйича ҳосила оламиз:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}\vec{r} + \vec{\omega}\frac{d\vec{r}}{dt}. \tag{5.7}$$

Бу тенгламанинг биринчи ҳадидаги катталик

$$\vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{d\vec{\varphi}}{dt}\right) = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2} \tag{5.8}$$

вақт бирлиги оралиғида бурчак тезлик ўзгаришини кўрсатади ва у *бурчак тезланиш* деб аталади. Бурчак тезланиш бурчак тезликдан вақт бўйича олинган биринчи тартибли ҳосилага ёки бурилиш бурчагидан вақт бўйича олинган иккинчи тартибли ҳосилага тенг. (1.2), (1.6) ва (5.8) ифодаларга асосан (5.7) тенгламани яна қуйидагича ёзиб, натижавий тезланиш (1.9) га биноан $\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$ эканлигини эътиборга оламиз, яъни

$$\vec{a} = [\vec{\beta}\vec{r}] + [\vec{\omega}\vec{v}] = \vec{a}_t + \vec{a}_n. \qquad (5.9)$$

Юқоридаги ифодадан тангенциал тезланиш

$$\vec{a}_t = [\vec{\beta}\ \vec{r}] \qquad (5.10)$$

айланага уринмали, нормал тезланиш эса

$$\vec{a}_n = [\vec{\omega}\ \vec{v}] \qquad (5.11)$$

радиус-вектор бўйлаб айлана марказига қараб йўналган бўлади.

5.2-§. Моддий нуқта айланма ҳаракатининг динамикаси

Маълумки, (5.11) тенгламага асосан моддий нуқтанинг текис айланма ҳаракати фақат марказга интилма куч таъсирида юзага келади. Масалан, атомдаги электронлар ядро атрофида марказий куч турига кирган электр кучи таъсирида текис айланма ҳаракат қилса, Қуёш атрофидаги сайёралар тортишиш кучлари таъсирида эллиптик орбита бўйлаб ҳаракат қилади.

Моддий нуқта айланма ҳаракатининг бурчак тезлигини миқдор жиҳатдан ўзгартириш учун моддий нуқтага марказга интилма куч билан бир қаторда, унинг ҳаракат траекториясига уринма бўйлаб йўналган куч таъсир этиши лозим. Ньютоннинг иккинчи қонунига асосан бу кучнинг қиймати:

$$F_t = ma_t \qquad (5.12)$$

ёки (5.10) тенгламани эътиборга олсак, (5.12)ни яна қуйидаги

$$F_t = m\beta r$$

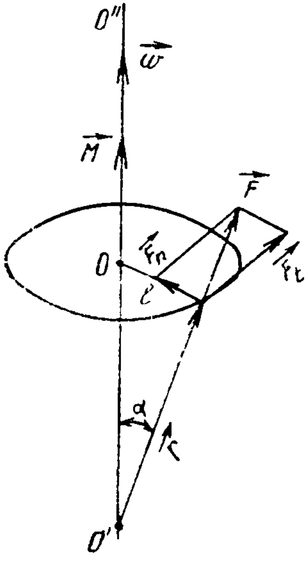
шаклда ёзиш мумкин. Бу тенгламанинг икки томонини r га кўпайтирамиз:

$$F_t \cdot r = mr^2\beta, \qquad (5.13)$$

бунда r — айлана радиуси. Ушбу ҳолда, у айлана марказидан уринма бўйича йўналган куч таъсир чизиғига туширилган перпендикулярнинг узунлиги l га тенг бўлиб l куч елкаси дейилади. Елканинг узунлиги айлана радиусига тенг бўлиши шарт эмас. Куч йўналиши айланиш ўқи билан α бурчакни ҳосил қилиб, моддий нуқтага 5.5- расмда кўрсатилгандек таъсир этсин. Бундай ҳолда кучни икки ташкил этувчига ажратамиз. Айланиш ўқига радиус бўйлаб йўналган F_n куч моддий нуқта боғланишининг марказга интилма кучини ҳосил қилади. Қаттиқ жисм айланма ҳаракат қилаётган бўлса, уни шу йўналишда деформациялаши мумкин. Бинобарин, кучнинг $\vec{F}_t$ ташкил этувчиси моддий нуқта айланма ҳаракатини белгилайди. F кучнинг елкаси $l = r \cdot \sin\alpha$ шаклида аниқланиб, (5.13) тенгламанинг чап томони

$$Fl = Fr \cdot \sin\alpha \qquad (5.14)$$

кўринишда ёзилади.



5.5- расм.

Кучни елкага бўлган кўпайтмаси *куч моменти* дейилади.

Куч моменти вектор катталик. (5.14) тенгламага асосан унинг математик ифодаси:

$$\vec{M} = [\vec{r}\,\vec{F}]. \qquad (5.15)$$

Вектор кўпайтманинг хоссасига асосан куч моменти $\vec{M}$, $\vec{r}$ ва $\vec{F}$ векторлар ҳосил қилган текисликка перпендикуляр ва ўнг винт қоидасига биноан айланиш ўқи OO' бўйлаб йўналган (5.5- расм).

Юқоридаги (5.13) тенгламанинг ўнг томонидаги

$$I = mr^2 \qquad (5.16)$$

ифода моддий нуқтанинг айланиш ўқига нисбатан *инерция моменти* дейилади. Демак, моддий нуқтанинг бирор айланиш ўқига нисбатан инерция моменти шу моддий нуқта массаси билан ундан айланиш ўқигача бўлган масофа квадратининг кўпайтмасига тенг. (5.15) ва (5.16) тенгламалардан шу нарса аниқки, моддий нуқтанинг бурчак тезланиши фақат куч ва массага боғлиқ бўлмай, кучнинг қўйилиш нуқтаси ва моддий нуқтанинг айланиш марказига нисбатан олган вазиятига боғлиқ. Бу боғланишларга асосан моддий нуқтанинг айланма ҳаракати учун динамиканинг асосий қонуни (5.13) қуйидагича ёзилади:

$$\vec{M} = I\vec{\beta}. \tag{5.17}$$

Ушбу ифода *моддий нуқта айланма ҳаракат динамикасининг асосий тенгламаси* деб аталади. Моддий нуқта инерция моментининг бурчак тезланишга кўпайтмаси, унга таъсир этаётган куч моментига тенг.

5.3-§. Абсолют қаттиқ жисм айланма ҳаракатининг динамикаси

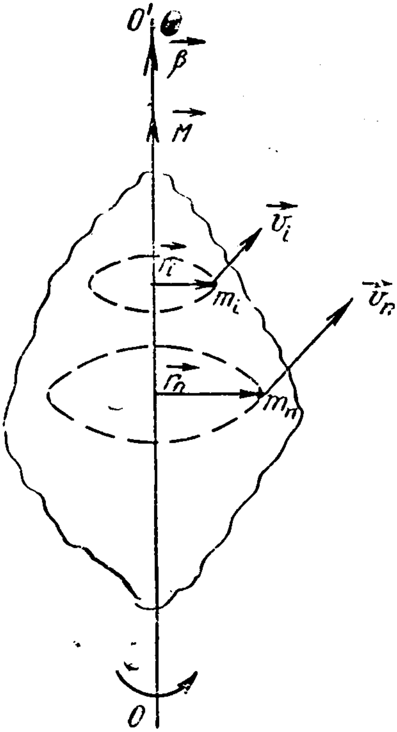
Қаттиқ жисм — ўзаро мустаҳкам боғланган моддий нуқталар системасидир. Бу жисм айланма ҳаракатини текшириш мақсадида *абсолют қаттиқ жисм* деган тушунча киритилган. Абсолют қаттиқ жисм деб шундай жисмга айтиладики, унинг ҳаракати давомида зарралар орасидаги масофа ўзгармайди, яъни жисм ташқи куч таъсирида деформацияланмай, ўз шаклини сақлайди. Унинг зарралари маркази бир тўғри чизиқда ётган айланаларни чизади. 5.6-расмдан равшанки, айланиш ўқига нисбатан ҳар хил вазиятни эгаллаган зарраларнинг чизиқли тезликлари ҳар хилдир.

Боғланган моддий нуқталардан ташкил бўлган бу жисм зарралари ички кучлар билан таъсирлашадилар ва шу кучлар туфайли қаттиқ жисм ўз шаклини сақлайди. Ньютоннинг III қонунига асосан ихтиёрий ёпиқ системадаги моддий нуқталарнинг ички таъсир кучларининг вектор йиғиндиси:

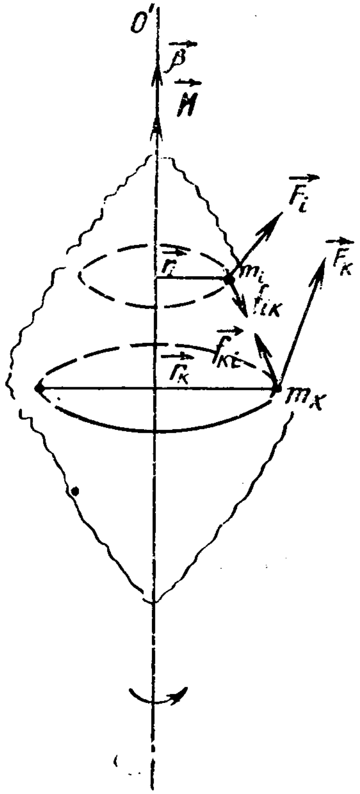
$$\sum_{in} \vec{f}_{in} = 0.$$

У ҳолда, қаттиқ жисмнинг ихтиёрий айланиш ўқига нисбатан ички кучлар моментларининг вектор йиғиндиси ҳам нолга тенг бўлади:

$$\sum_{in} \vec{M}_{in} = 0. \tag{5.17a}$$



5.6- расм.



5.7- расм.

Хулоса шуки, ички кучлар системани илгарилама ҳаракатга келгира олмагандек, уларнинг моментлари ҳам қаттиқ жисмни айланма ҳаракатга келтириши мумкин эмас.

Қаттиқ жисм куч моменти нолдан фарқли бўлган ташқи кучлар таъсирида айланма ҳаракат қилиши мумкин. Жисм инерция марказидан ўтган ўққа нисбатан қаттиқ жисмнинг айланма ҳаракатини текшириш мақсадида, унинг ихтиёрий икки бўлакчасини фикран ажратиб олайлик. Биринчи бўлакчанинг массаси m_i, иккинчи бўлакчанинг массаси m_k бўлсин. Улар чизган айланаларнинг радиусларини мос равишда r_i ва r_k деб белгилайлик. Ички $\vec{f}$ ва ташқи $\vec{F}$ кучларнинг йўналишлари 5.7-расмда келтирилган каби бўлсин. Моддий нуқталар айланма ҳаракатлари учун динамиканинг асосий қонуни

$$m_i r_i^2 \beta = f_{ik} l_{ik} + F_i l_i \text{ ва } m_k r_k^2 \beta = f_{ki} l_{ki} + F_k l_k$$

кўринишга эга. Тенгламалардаги l_{ik} ва l_{ki} лар ўзаро тенг ва улар $\vec{f}_{ik}$, $\vec{f}_{ki}$ ички кучларнинг елкалари, l_i ва l_k мос равишда $\vec{F}_i$ ва $\vec{F}_k$ ташқи кучларнинг елкалари. Келтирилган бу изоҳларга асосан $f_{ik} \cdot l_{ik} = M_{ik}$ ички кучнинг моменти, $F_i l_i = M_i$ ташқи кучнинг моменти бўлади. Юқорида келтирилган икки тенгламадан бирини ҳамма зарралар бўйича жамлаймиз (бунда ҳамма зарралар бир хил бурчак тезланишга эга бўлишини унутмаслик керак). Куч моментларининг йўналиши эса бурчак тезланиш йўналишида бўлиб, айланиш ўқи бўйлаб йўналган. Шундай қилиб, юқоридаги икки тенгламанинг бири қуйидаги кўринишда ёзилади:

$$\sum m_i r_i^2 \vec{\beta} = \sum \vec{M}_{ik} + \sum \vec{M}_i.$$

Ички кучлар моментларининг вектор йиғиндиси (5.17 *а*) га асосан нолга тенг, яъни $\sum \vec{M}_{ik} = 0$. Демак, зарралар системаси учун ёзилган тенгламани

$$\sum \vec{M}_i = \vec{\beta} \sum m_i r^{i2} = \vec{\beta} \sum I_i \qquad (5.18)$$

кўринишга ўтказиш мумкин. Бу тенгламани янада ихчамлаштирайлик. Ташқи кучлар ўзаро ички кучлар билан боғланган зарралар системасига таъсир қилганидан куч моментларининг вектор йиғиндисини битта натижавий куч моменти билан алмаштирамиз:

$$\vec{M} \quad \sum \vec{M}_i. \qquad (5.19)$$

Маълумки, инерция моменти скаляр катталик. Моддий нуқталарнинг масса марказидан ўтган ўққа нисбатан инерция моментларининг йиғиндиси қаттиқ жисмнинг шу ўққа нисбатан инерция моментини беради[1]:

$$I_{oz} = \sum I_{iz} = \sum m_i r_i^2. \qquad (5.20)$$

---

[1] Эслатма: Айланиш ўқини қаттиқ жисмнинг масса марказидан ўтган x ёки y ёки z координата ўқлари йўналишида олинса, уларга нисбатан олинган инерция моментлари ўзаро тенг ($I_{ox} \neq I_{oy} \neq I_{oz}$) бўлмайди. Шу боисдан, инерция марказидан ўтган вертикал OO' ўққа нисбатан олинган инерция моментини I_{oz} деб белгилаймиз.

(5.19) ва (5.20) белгилашларга асосан (5.18) тенгламани қуйидагича ёзамиз:

$$\vec{M} = I_{oz}\vec{\beta}. \qquad (5.21)$$

Ушбу муносабат *абсолют қаттиқ жисм айланма ҳаракат динамикасининг асосий тенгламаси* дейилади ёки қаттиқ жисм айланма ҳаракати учун Ньютоннинг иккинчи қонуни деб юритилади. Абсолют қаттиқ жисмга таъсир этаётган кучлар моменти жисм инерция моменти билан бурчак тезланишининг кўпайтмасига тенг.

Шуни алоҳида таъкидлаш керакки, инерция марказидан ўтган ўққа нисбатан қаттиқ жисмнинг инерция моменти энг кичик. Шунинг учун айланма ҳаракат қилувчи ҳамма қаттиқ жисмларнинг айланиш ўқи шу нуқтадан ўтади.

Реал шароитда жисмнинг айланма ҳаракати консерватив ва ноконсерватив табиатга эга бўлган кучлар таъсирида юзага келиши мумкин. Бир неча кучлар таъсиридаги жисмнинг айланма ҳаракати бу кучлар моментларининг вектор йиғиндиси орқали аниқланади. Ҳар бир куч ҳосил қилган моментнинг қиймати ва йўналиши, куч ва радиус векторларнинг ўзаро жойлашишига боғлиқ бўлиб, (5.15)га асосан

$$\vec{M} = [\vec{r}\,\vec{F}]$$

тенглама билан топилади. Куч моменти, $\vec{r}$ ва $\vec{F}$ векторлар ҳосил қилган текисликка перпендикуляр бўлган ҳолда, унинг йўналиши ўнг парма (винт) қоидаси билан аниқланади. Векторлар орасидаги бурчак $\frac{\pi}{2}$ бўлганда куч моменти ўзининг энг катта қийматига эришади. Хулоса шуки, $\vec{r}$ ва $\vec{F}$ векторлар ўзаро (нолдан фарқли) қандай бурчак ҳосил қилмасин, куч моменти шу векторлар ҳосил қилган текисликка перпендикуляр бўлган айланиш OO' ўқи бўйлаб мусбат куч моменти юқорига, манфий куч моменти пастга йўналади. Қаттиқ жисм айланма ҳаракатининг бурчак тезланиши натижавий куч моменти $\vec{M}$ нинг қийматига боғлиқ. Бурчак тезланишининг йўналиши натижавий куч моментининг йўналиши билан аниқланади.

5.4-§. Айрим жисмларнинг инерция моментларини ҳисоблаш

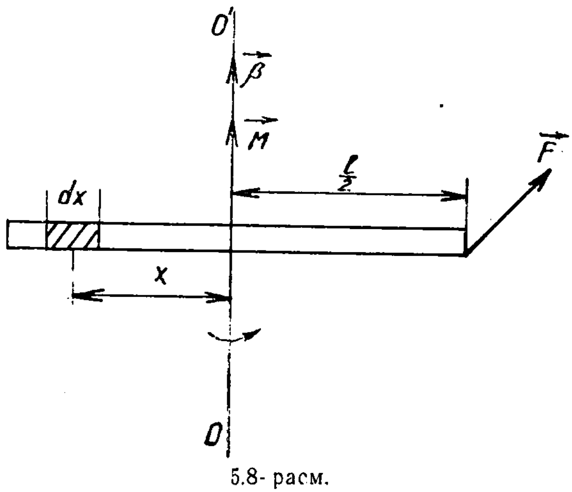
Юқорида эслатиб ўтганимиздек, масса (ёхуд инерция) марказидан ўтган ўққа нисбатан қаттиқ жисмнинг инерция моменти энг кичик бўлади. Бинобарин, айланиш ўқи инерция марказидан ўтмаса қаттиқ жисмнинг инерция моменти катталашади. Масалан, узунлиги l, кўндаланг кесими S бўлган бир жинсли стержень уринма бўйича йўналган $\vec{F}$ куч таъсирида айланма ҳаракат қилсин (5.8-расм). Айланиш ўқи OO' стерженнинг масса марказидан ўтган бўлса, стержень $M = F \cdot \frac{l}{2}$ билан аниқланган куч моменти таъсирида бўлади. Ушбу ўққа нисбатан стерженнинг инерция моментини ҳисоблаб чиқайлик. Бунинг учун айланиш ўқидан, 5.8-расмда кўрсатилгандек, x масофада ётган dx бўлакчани ажратиб оламиз. Унинг массаси dm бўлсин. Бу бўлакчани моддий нуқта деб, унинг инерция моментини

$$dI = x^2dm = \rho\, x^2dV \tag{5.22}$$

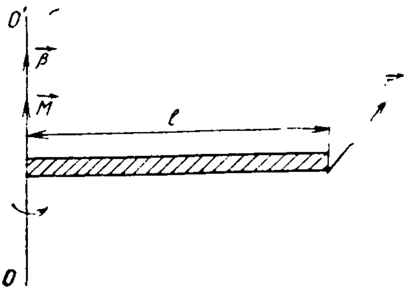
тенгламадан ҳисоблаймиз. Элементар бўлакчанинг ҳажми $dV = S \cdot dx$ бўлганлигидан, бўлакчанинг инерция моментини қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

$$dI = \rho\, S \cdot x^2dx. \tag{5.23}$$

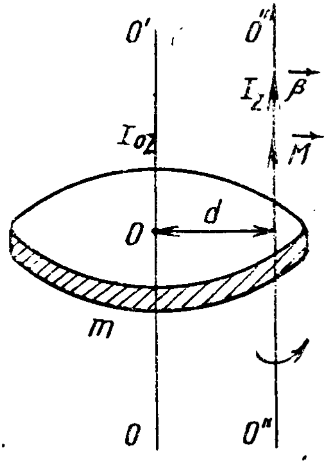
Ўқ стерженни тенг иккита бир хил қисмга ажратганлиги-



5.8- расм.



5.9- расм.



5.10- расм.

дан, яъни системанинг симметриклигидан (5.23) ифодани иккига кўпайтириб интеграллаймиз:

$$I_{0z} = 2\rho S \int_0^{l/2} x^2 dx = \frac{\rho \cdot S l^3}{12} = \frac{1}{12} m l^2 \qquad (5.24)$$

Агар айланиш ўқи стерженнинг бир учидан ўтса (5.9-расм), унга таъсир этаётган куч моменти $M = Fl$ га тенг. Бу ўққа нисбатан стерженнинг инерция моменти, (5.23) га асосан,

$$I_{oz} = \rho S \int_0^l x^2 dx = \frac{\rho \cdot S l^3}{3} = \frac{1}{3} m l^2$$

га тенг бўлади.

Келтирилган оддий ҳисоблашлардан равшанки, айланиш z ўқи инерция марказидан ўтмаса, қаттиқ жисмнинг инерция моменти катталашади. Юзага келган ортиқча инерция моменти эса

$$I_z - I_{oz} = \frac{1}{3} m l^2 - \frac{1}{12} m l^2 = m\left(\frac{l}{2}\right)^2 \qquad (5.25)$$

бўлади. Ушбу ифодага $\frac{l}{2} = d$ белгилаш киритамиз. У ҳолда (5.25) тенглама

$$I_z = I_{oz} + m d^2 \qquad (5.26)$$

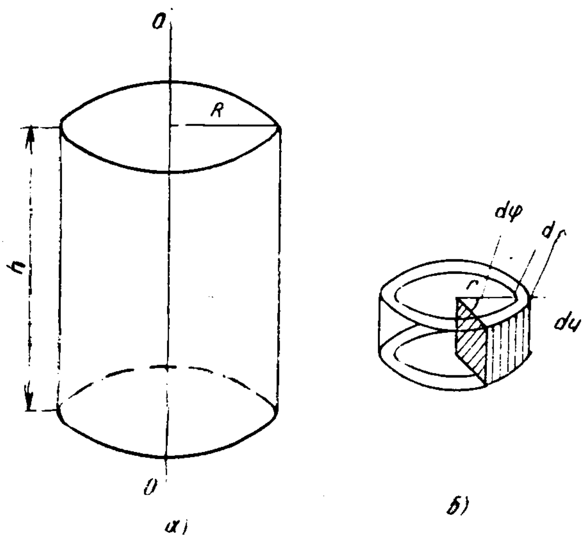
шаклида ёзилади. Бунда d инерция марказидан ўтган ўқ билан айланиш ўқи орасидаги масофа. Ҳосил бўлган янги (5.26) тенглама *Штейнер теоремасининг* математик ифодасидир. У қуйидаги мазмунга эга: *ихтиёрий ўққа нисбатан айланма ҳаракат қилаётган* (5.10-расм) *жисмнинг инерция моменти* (I_z) *шу ўққа параллель бўлган ва инерция марказидан ўтган ўққа нисбатан инерция моменти* (I_{0z}) *билан жисм массасини икки ўқ орасидаги масофа квадратига кўпайтмасининг йиғиндисига тенг.*

Ихтиёрий ўққа нисбатан жисмнинг инерция моменти аниқ бўлса, айланма ҳаракат динамикасининг асосий тенгламаси (5.21)

$$\vec{M} = (I_{0z} + md^2)\vec{\beta}$$

кўринишга ўтади. Демак, айланиш ўқи инерция (ёхуд масса) марказидан узоқлашган сари, жисмнинг инерция моменти ошиб боради ва уни айланма ҳаракатга келтирувчи куч моменти орта бориши туфайли жисмни айланма ҳаракатга келтириш қийинлашади.

Жисмларнинг инерция моментлари уларнинг геометрик шаклига ҳам боғлиқ. Мисол тариқасида 5.11-*а* расмда келтирилган, радиуси R, массаси m ва баланд-



5.11-расм.

лиги H бўлган яхлит бир жинсли цилиндрнинг инерция марказидан ўтган ўққа нисбатан инерция моментини ҳисоблаб чиқайлик. Бу масалани ҳал қилиш мақсадида, цилиндрдан 5.11-*б* расмда кўрсатилган қисмини ажратиб оламиз. dy қалинликка эга бўлган цилиндр бўлакчасининг ҳажми:

$$dV = rdrdy \cdot d\varphi.$$

Бу ифодада x ўрнида r олинди. Шу боисдан (5.22) га асосан бу бўлакчанинг инерция моменти:

$$dI = \rho r^3 drdy \cdot d\varphi.$$

Ушбу ифодани интеграллаш орқали цилиндрнинг марказидан ўтган ўққа нисбатан инерция моментини топамиз:

$$I_{oz} = \rho \int_0^R r^3 dr \int_0^H dy \cdot \int_0^{2\pi} d\varphi = \frac{\rho \cdot 2\pi R^4 \cdot H}{4}.$$

Бу ифодада $\rho \cdot \pi \cdot R^2 \cdot H = m$ цилиндрнинг массаси. Бинобарин, 5.11-*а* расмда кўрсатилган цилиндрнинг масса марказидан ўтган OO' ўққа нисбатан инерция моменти

$$I_{Oz} = \frac{1}{2} mR^2$$

тенг экан. Шу усул билан ҳисобланган R радиусли шарнинг инерция марказидан ўтган ўққа нисбатан инерция моменти:

$$I_{oz} = \frac{2}{5} mR^2.$$

5.5-§. Қаттиқ жисм айланма ҳаракатининг тенгламалари

Фараз қилайлик, қаттиқ жисм инерция марказидан ўтган қўзғолмас ўққа нисбатан ўзгармас куч моменти таъсирида айланма ҳаракат қилсин. Айланма ҳаракат динамикасининг асосий тенгламаси (5.21)дан бу жисмнинг олган бурчак тезланиши ўзгармас ($\beta = \text{const}$) бўлиб, унинг қиймати

$$\beta = \frac{M}{I_{oz}}$$

бўлади. У ҳолда, (5.8) га асосан, dt вақт оралиғидаги бурчак тезлик ўзгариши:

$$d\omega = \beta\, dt$$

Ушбу ифодани интеграллаб,

$$\int_{\omega_0}^{\omega} d\varphi = \beta \int_{0}^{t} dt$$

t моментга мос бўлган бурчак тезликни топамиз:

$$\omega = \omega_0 + \beta t \qquad (5.28)$$

Бошланғич ҳолатга ($t = 0$) мос бўлган бошланғич бурчак тезлик $\omega_0 = 0$ бўлса, текис ўзгарувчан айланма ҳаракатнинг бурчак тезлиги

$$\omega = \beta t \qquad (5.29)$$

бурчак тезланишни ҳаракат вақтига кўпайтмаси билан ҳисобланади.

Текис ўзгарувчан айланма ҳаракатнинг бурилиш бурчагини (5.2) дан топиш мумкин:

$$d\varphi = \omega \cdot dt.$$

Тенгламадаги бурчак тезликни ўз ифодаси (5.28) билан алмаштирамиз

$$d\varphi = (\omega_0 + \beta t) dt$$

ва берилган чегарада интеграллаймиз:

$$\int_{0}^{\varphi} d\varphi = \int_{0}^{t} (\omega_0 + \beta t)\, dt.$$

Ушбу ифодани интеграллашда бошланғич бурчак тезлик ($\omega_0 = \text{const}$) ва бурчак тезланиш ($\beta = \text{const}$) ўзгармас деб оламиз. У ҳолда:

$$\varphi = \omega_0 t + \frac{\beta t^2}{2}.$$

Бошланғич бурчак тезлик $\omega_0 = 0$ бўлса, текис ўзгарувчан айланма ҳаракатнинг бурилиш бурчаги

$$\varphi = \frac{\beta t^2}{2} \qquad (5.30)$$

тенглама орқали ҳисобланади.

Келтирилган юқоридаги формулаларни илгариланма тўғри чизиқли текис ўзгарувчан ҳаракатнинг ушбу тенгламалари

$$v = v_0 + at, \qquad s = v_0 t + \frac{at^2}{2},$$

$$v = at, \qquad s = \frac{at^2}{2}$$

билан солиштирсак, улар орасида ўхшашлик бор эканлигини кўрамиз.

5.6- §. Қаттиқ жисм айланма ҳаракатининг кинетик энергияси

Қаттиқ жисм масса марказидан ўтган қўзғалмас ўқ атрофида айланма ҳаракат қилаётган бўлсин. Бу жисм айланма ҳаракатининг кинетик энергиясини аниқлаш мақсадида, уни фикран кичик бўлакчаларга бўламиз. Шу бўлакчалардан ихтиёрий бирининг массасини m_i ва чизиқли тезлигини v_i деб белгилайлик. Бу бўлакчанинг кинетик энергияси:

$$E_i = \frac{m_i v_i^2}{2}.$$

Тенгламадаги чизиқли тезликни унинг бурчак тезлик билан боғловчи ифода билан алмаштирамиз, яъни $v_i = \omega \cdot r_i$ (бунда r_i айланиш ўқидан бўлакча масса марказигача бўлган масофа). У ҳолда юқоридаги ифода

$$E_i = \frac{m_i r_i^2 \omega^2}{2}$$

кўринишга ўтади. Энергия скаляр катталик. Бинобарин, айланма ҳаракат қилаётган қаттиқ жисмнинг кинетик энергияси уни ташкил этган бўлакчалар айланма ҳаракатининг кинетик энергияларининг алгебраик йиғиндисига тенг:

$$E_k = \sum E_i = \frac{\omega^2}{2} \sum m_i r_i^2.$$

Келтирилган ифодага изоҳ бериб шуни айтиш мумкинки, қаттиқ жисм айланма ҳаракат қилганда, унинг ҳамма бўлакчалари бир хил бурчак тезликка эга бўлади. Бўлакчалар эса ўзаро ички кучлар билан боғланган. Шу боисдан, ушбу йиғинди, яъни қаттиқ жисмни барча бўлакчаларининг инерция моментлари йиғиндиси

$$I_{oz} = \sum m_i r_i^2$$

масса марказидан ўтган ўққа нисбатан қаттиқ жисмнинг инерция моментига тенгдир. Бу белгилашга асосан қаттиқ жисм айланма ҳаракатининг кинетик энергияси

$$E_k = \frac{I_{oz}\omega^2}{2}$$

ифода билан аниқланади. Демак, инерция марказидан ўтган қўзғалмас ўқ атрофида айланаётган қаттиқ жисмнинг кинетик энергияси, жисмнинг айланиш ўқига нисбатан инерция моменти билан бурчак тезлик квадрати кўпайтмасининг ярмига тенг.

Жисм қўзғалувчан ўққа нисбатан айланма ҳаракат қилса, яъни ҳам айланма, ҳам илгариланма ҳаракат қилса, унинг кинетик энергияси айланма ва илгарилама ҳаракат кинетик энергияларининг йиғиндиси орқали аниқланади:

$$E_k = \frac{I_{oz}\omega^2}{2} + \frac{mv_{им}^2}{2},$$

бунда $v_{им}$ — масса маркази илгарилама ҳаракатининг тезлиги.

Масса марказидан ўтмаган ихтиёрий ўққа нисбатан жисмнинг айланма ҳаракатининг кинетик энергиясини ҳисоблашда, жисм инерция моментининг (5.26) билан ёзилган Штейнер теоремасини эътиборга олиш лозим.

5.7- §. Ўзгармас куч моментининг бажарган иши

Жисм ўзгармас куч моменти таъсирида масса марказидан ўтган қўзғалмас ўққа нисбатан айланма ҳаракат қилсин. Бунда ноконсерватив (ишқаланиш, қаршилик) кучларнинг моментлари нолга тенг деб олайлик. Энергиянинг сақланиш қонунига асосан куч моментининг бажарган иши, жисм айланма ҳаракатининг кинетик энергиясини ҳосил қилишга ёки ўзгартиришга сарф бўлади. Иш энергия ўзгаришининг миқдорий ўлчови бўлганидан, иш учун қуйидаги тенглик ўринли:

$$A = \frac{I_{oz}\omega^2}{2} - \frac{I_{oz}\omega_0^2}{2}.$$

Текис ўзгарувчан айланма ҳаракатнинг бошланғич бурчак тезлиги $\omega_0 = 0$ га тенг деб олайлик. Вақтнинг t моментига мос бўлган бурчак тезлик $\omega = \beta t$ билан аниқланганидан юқоридаги тенглама

$$A = \frac{I_{oz}\beta \cdot \beta t^2}{2} = I_{oz}\beta \cdot \frac{\beta t^2}{2}$$

кўринишга ўтади. Бунда $M = I_{oz}\beta$ куч моменти, $\varphi = \frac{\beta t^2}{2}$ эса бурилиш бурчаги. Шунинг учун ўзгармас куч моментининг бажарган иши

$$A = M \cdot \varphi.$$

Ўзгармас куч моментининг бажарган иши куч моментининг бурилиш бурчагига кўпайтмаси орқали ҳисобланади.

Куч моменти ўзгарувчан бўлса, бурилиш бурчаги φ ни шундай чексиз кичик $d\varphi$ бўлакчаларга ажратамизки, бу оралиқда куч моменти ўзгармас ($M = \text{const}$) қолсин. Чексиз кичик $d\varphi$ бурилишдаги куч моментининг бажарган элементар иши:

$$dA = M \cdot d\varphi. \qquad (5.33)$$

Ўзгарувчан куч моменти бажарган тўлиқ ишни аниқлашда юқоридаги ифодани ҳар бир хусусий ҳол учун интеграллаш йўли билан топилади:

$$A = \int M d\varphi \qquad (5.34)$$

5.8-§. Моддий нуқта айланма ҳаракатининг импульс моменти

Маълумки, m массали моддий нуқта v тезлик билан илгариланма ҳаракат қилса, у $\vec{P} = m\vec{v}$ билан аниқланган импульсга эга бўлар эди. Ушбу моддий нуқтани r радиусли айлана бўйлаб ҳаракатга келтирсак, моддий нуқтанинг чизиқли тезлиги айлана радиусининг ўзгаришига боғлиқ равишда ўзгаради. Шу боисдан, айланма ҳаракатни текширишда импульс ўрнига, *импульс моменти* деган тушунча киритилган.

Моддий нуқта импульсининг айлана радиусига кўпайтмаси унинг импульс моменти дейилади, яъни

$$L = mvr = Pr. \qquad (5.35)$$

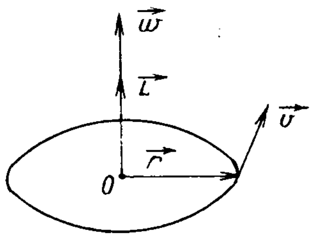
Импульс моменти вектор катталик. 5.12-расмдан равшанки, $\vec{L}$ импульс моменти , $\vec{r}$ ва $\vec{v}$ векторлар ҳосил қилган текисликка перпендикуляр:

$$\vec{L} = m[\vec{r}\,\vec{v}] = [\vec{r}\,\vec{p}].$$

Унинг йўналиши ўнг винт қоидасига асосан аниқланади. Бу йўналишни янада ойдинлаштириш мақсадида (5.35) тенгламадаги чизиқли тезликни $v = \omega r$ ифода билан алмаштирамиз:

$$L = m\omega \cdot r \cdot r = mr^2 \omega.$$

Мазкур ифодадаги $I = mr^2$ ҳаракатланаётган моддий нуқтанинг инерция моменти эканлигини назарга олсак, моддий нуқтанинг импульс моменти учун қуйидаги ифодани ҳосил қиламиз: $L = I\omega$



5.12- расм.

ёки

$$\vec{L} = I\vec{\omega}. \tag{5.36}$$

Демак, импульс моментининг йўналиши бурчак тезлик йўналиши билан мос экан (5.12-расмга қаранг).

Импульс моментининг ўзгариш тезлиги нимага боғлиқлигини аниқлайлик. Бунинг учун инерция моментини (I = const) ўзгармас деб, (5.36) тенгламадан вақт бўйича ҳосила оламиз:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = I\frac{d\vec{\omega}}{dt} = I\vec{\beta}. \tag{5.37}$$

Олинган тенгламани айланма ҳаракат динамикасининг (5.17) кўринишдаги ифодаси билан таққослаб,

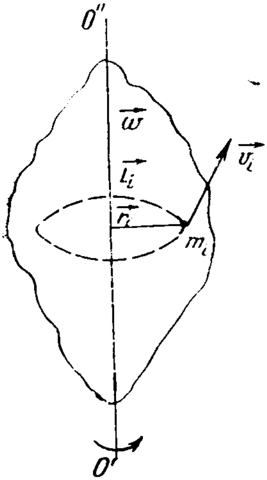
$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} \tag{5.38}$$

муносабатни ҳосил қиламиз. Демак, моддий нуқтанинг импульс моментининг ўзгариш тезлиги унга таъсир қилувчи куч моментига тенг экан.

Хусусан, куч моменти ($\vec{M} = 0$) нолга тенг бўлса, импульс моменти ($\vec{L}$ = const) ўзгармас бўлади.

5.9-§. Абсолют қаттиқ жисм айланма ҳаракатининг импульс моменти

Олдинги параграфда олинган хулосаларни абсолют қаттиқ жисм айланма ҳаракати учун умумлаштирайлик. Масса марказидан ўтган қўзғалмас OO' ўққа нисбатан айланма ҳаракат қилаётган қаттиқ жисм бўлакчаларидан бирининг массасини



5.13- расм.

m_i, радиусини r_i, чизиқли тезлигини v_i деб белгилайлик (5.13- расм). Бўлакчаларнинг ҳаммаси бир хил катталикдаги ω бурчак тезликка эга ва унинг йўналиши OO' айланиш ўқи бўйлаб йўналган.

Ажратиб олинган бўлакчанинг инерция моментини I_{iz} деб белгилайлик. У ҳолда, (5.36) га асосан, бу бўлакчанинг импульс моменти

$$\vec{L}_i = I_{iz}\vec{\omega} \qquad (5.39)$$

бўлади. Ушбу ифодани қаттиқ жисмнинг барча бўлакчалари учун жамлаймиз:

$$\sum_{i=1}^{n}\vec{L}_i = \vec{\omega}\sum_{i=1}^{n} I_{iz} = \vec{\omega}\sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2,$$

бунда n—бўлакчалар сони.

Юқорида келтирилган (5.20) тенгламага асосан $I_{oz} = \sum_{i=1}^{n} I_{iz} = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2$ катталик, абсолют қаттиқ жисмнинг масса марказидан ўтган OO' қўзғалмас ўққа нисбатан инерция моментидир. Бўлакчалар импульс моментларининг вектор йиғиндиси, абсолют қаттиқ жисм импульс моментига тенг:

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^{n}\vec{L}_i.$$

Киритилган белгилашларга асосан қаттиқ жисм импульс моменти

$$\vec{L} = I_{oz}\vec{\omega} \qquad (5.40)$$

эканлигини топамиз. Демак, қаттиқ жисмнинг масса марказидан ўтган қўзғолмас ўққа нисбатан импульс моменти, унинг шу ўққа нисбатан инерция моменти билан бурчак тезликнинг кўпайтмасига тенг.

Ихтиёрий ўққа нисбатан айланма ҳаракат қилаётган жисмнинг импульс моментини ҳисоблашда Штейнер теоремасидан фойдаланиб, жисмнинг шу ўққа нисбатан инерция моментини олиш лозим:

$$\vec{L} = I_z\vec{\omega},$$

бунда $I_z = I_{oz} + md^2$. I_{oz} жисмнинг масса марказидан ўтган ўққа нисбатан инерция моменти; m жисм массаси, d ўқлар орасидаги масофа. (5.40) ифодадан вақт бўйича олинган ҳосила қаттиқ жисм импульс моментининг ўзгариш тезлигини беради, яъни:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = I_{oz}\frac{d\vec{\omega}}{dt} = I_{oz}\vec{\beta}. \quad (5.41)$$

Ушбу ўзгаришни қаттиқ жисм айланма ҳаракат динамикасининг асосий тенгламаси (5.21) билан таққосласак, у таъсир этувчи куч моментига тенг эканлигини аниқлаймиз:

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}. \quad (5.42)$$

Демак, импульс моментидан вақт бўйича олинган ҳосила қаттиқ жисмга таъсир қилаётган куч моментларининг тенг таъсир этувчисига тенг. Бошқача қилиб айтганда, қаттиқ жисмга таъсир қилаётган куч моментларининг тенг таъсир этувчиси, импульс моментининг ўзгариш тезлигига тенг.

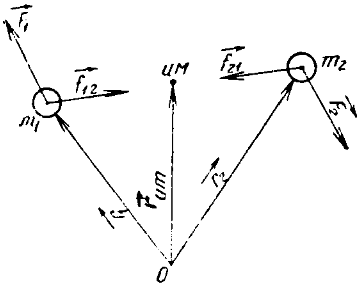
Ташқи куч моментлари нолга тенг бўлганда қаттиқ жисмнинг айланиш ўқига нисбатан импульс моменти ўз қийматини йўналиш ва миқдор жиҳатдан ўзгармас сақлайди, яъни $\vec{M} = 0$ да (5.42) тенгламадан $\vec{L} = \text{const}$. Одатда қаттиқ жисмнинг кўрилаётган ўққа нисбатан инерция моменти ўзгармас ($I_{oz} = \text{const}$) бўлади. Шунингдек, бурчак тезлик ($\vec{\omega} = \text{const}$) бўлганда, импульс моменти ҳам ($\vec{L} = \text{const}$) ўзгармас қолади. У ҳолда (5.40) тенгликни қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\vec{L} = I_{oz}\vec{\omega} = \text{const}. \quad (5.43)$$

Демак, ташқи куч момнтининг таъсиридан холи бўлган қаттиқ жисмнинг импульс моменти ўзгармасдир.

5.10-§. Моддий нуқталар системаси импульсининг моменти ва унинг сақланиш қонуни

n та жисмдан ташкил топган системанинг импульс моментини ҳисоблаб чиқайлик. Системадаги ҳар бир



5.14- расм.

жисмни моддий нуқта деб кўриш мумкин бўлган даражада кичик деб оламиз. Системадаги жисмлар ўзаро ички кучлар билан таъсирлашиб, ўз вазиятини бошқа жисмларга нисбатан ўзгартириши мумкин. Шу хусусияти билан система абсолют қаттиқ жисмдан фарқ қилади. Лекин Ньютоннинг III қонунига ва (2.13) ифодага асосан системадаги ички кучларнинг вектор йиғиндиси $\sum\limits_{in}\vec{f}_{in}=0$ га тенг. Демак, системанинг ихтиёрий айланиш ўққа нисбатан ички кучлар моментларининг вектор йиғиндиси нолга тенг бўлиб, бу куч моментлари системани айланма ҳаракатга келтира олмайди.

Система таркибидаги ҳар бир жисмга ёки уларнинг бир қисмига куч моменти нолдан фарқли бўлган ташқи кучлар таъсир этса, у айланма ҳаракатга келиши мумкин. Ушбу масаланинг ечимини соддалаштириш мақсадида, 5.14-расмда кўрсатилган ва икки жисмдан ташкил топган системани оламиз. Улардан бирининг массаси m_1, иккинчисиники m_2, ташқи кучлар мос равишда $\vec{F}_1$ ва $\vec{F}_2$, ички кучлар $\vec{f}_{12}$ ва $\vec{f}_{21}$ бўлсин. Кучларнинг ихтиёрий O нуқтага нисбатан моменти нолдан фарқли бўлганидан, система бу нуқтага нисбатан айланма ҳаракат қилади. Маълумки, ҳар қандай системани, массаси инерция марказига (ИМ) йиғилган моддий нуқта деб кўриш мумкин. Юқорида келтирилган (2.19) тенгламага асосан икки моддий нуқтадан ташкил топган система учун қуйидаги ифодани ёза оламиз:

$$m_1\vec{r}_1+m_2\vec{r}_2=(m_1+m_2)\vec{r}_{им}, \qquad (5.44)$$

бунда $\vec{r}_{им}$ инерция марказини аниқловчи радиус-вектор. Энди (5.44) дан вақт бўйича ҳосила оламиз:

$$m_1\frac{d\vec{r}_1}{dt}+m_2\frac{d\vec{r}_2}{dt}=m\frac{d\vec{r}_{им}}{dt},$$

бунда $m=m_1+m_2$ система массаси, $\dfrac{d\vec{r}}{dt}=\vec{v}$, $\vec{P}=m\vec{v}$

эканлигини эътиборга олсак, юқоридаги тенглама $\vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}$ кўринишни олади.

Илгариланма ҳаракатга мос бўлган бу ифода, айланма ҳаракат учун ҳам ўринли. Фақат илгариланма ҳаракатдага импульс $\vec{P}$ айланма ҳаракат импульс моменти (5.35) билан алмашади холос, яъни

$$\vec{L} = \vec{L}_1 + \vec{L}_2 = [\vec{r}_1 \vec{P}_1] + [\vec{r}_2 \vec{P}_2]. \tag{5.45}$$

Ушбу ифодани n та жисмдан ташкил топган системага умумлаштирсак (5.45) тенглама қуйидаги кўринишни олади:

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^{n} \vec{L}_i = \sum_{i=1}^{n} [\vec{r}_i \vec{P}_i]. \tag{5.46}$$

Демак, системанинг импульс моменти системага кирган жисмлар импульс моментларининг вектор йиғиндисига тенг.

Система импульс моментининг ўзгариш тезлигини аниқлашда (5.45) дан вақт бўйича ҳосила олиш лозим, яъни

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \left[\frac{d\vec{r}_1}{dt} \vec{P}_1\right] + \left[\vec{r}_1 \frac{d\vec{P}_1}{dt}\right] + \left[\frac{d\vec{r}_2}{dt} \vec{P}_2\right] + \left[\vec{r}_2 \frac{d\vec{P}_2}{dt}\right]. \tag{5.47}$$

Келтирилган (5.47) тенгламада $\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}$ тезлик ва импульс $\vec{P}$ бир хил йўналишга эга. Бинобарин, уларнинг вектор кўпайтмалари $\left[\frac{d\vec{r}_1}{dt} \vec{P}_1\right] = \left[\frac{d\vec{r}_2}{dt} \vec{P}_2\right] = 0$ га тенг. У ҳолда юқоридаги (5.47) ифода қуйидагича ёзилади:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \left[\vec{r}_1 \frac{d\vec{P}_1}{dt}\right] + \left[\vec{r}_2 \frac{d\vec{P}_2}{dt}\right]. \tag{5.48}$$

Ньютоннинг иккинчи қонунига асосан моддий нуқта импульсининг ўзгариши унга таъсир этаётган кучларнинг вектор йиғиндисига тенг:

$$\frac{d\vec{P}_1}{dt} = \vec{F}_1 + \vec{f}_{12}, \quad \frac{d\vec{P}_2}{dt} = \vec{F}_2 + \vec{f}_{21}. \tag{5.49}$$

(5.49) ифодадаги $\vec{F}_1$ ва $\vec{F}_2$ мос равишда, 5.14- расмда келтирилган биринчи ва иккинчи моддий нуқталарга таъсир этаётган ташқи кучлар: $\vec{f}_{12}$ ва $\vec{f}_{21}$ эса бу жисмлар орасидаги ўзаро ички таъсир кучлардир.

(5.49) ни (5.48) га қўйсак, импульс моментининг ўзгариш тезлиги учун

$$\frac{d\vec{L}}{dt}=\left[\vec{r}_1(\vec{F}_1+\vec{f}_{12})\right]+\left[\vec{r}_2\left(\vec{F}_2+\vec{f}_{21}\right)\right] \tag{5.50}$$

шаклдаги тенгламани ҳосил қиламиз. Вектор кўпайтмани очиб, Ньютоннинг III қонунига асосан $\vec{f}_{12}=-\vec{f}_{21}$ алмаштириш киритамиз. У ҳолда юқоридаги (5.50) тенглама қуйидаги

$$\frac{d\vec{L}}{dt}=\left[\vec{r}_1\vec{F}_1\right]+\left[\vec{r}_1\vec{f}_{12}\right]+\left[\vec{r}_2\vec{F}_2\right]-\left[\vec{r}_2\vec{f}_{12}\right]$$

кўринишни олади. Бу ифодада $\left[\vec{r}_1\vec{F}_1\right]=\vec{M}_1$, $\left[\vec{r}_2\vec{F}_2\right]=\vec{M}_2$ айланиш маркази O га нисбатан мос равишда $\vec{F}_1$ ва $\vec{F}_2$ кучларнинг куч моментларидир. Шунинг учун юқоридаги ифода яна бундай ёзилиши мумкин:

$$\frac{d\vec{L}}{dt}=\vec{M}_1+\vec{M}_2+[(\vec{r}_1-\vec{r}_2)\,\vec{f}_{12}], \tag{5.51}$$

бунда $[\vec{r}_1-\vec{r}_2]$ радиус-вектор орттирмаси; ўзаро ички таъсир кучи билан радиус-вектор орттирмаси бир хил йўналишларга эга. Уларнинг вектор кўпайтмаси, яъни $[(\vec{r}_1-\vec{r}_2)\vec{f}_{12}]$ ифода нолга тенг. У ҳолда (5.51) қуйидагича ёзилади:

$$\frac{d\vec{L}}{dt}=\vec{M}_1+\vec{M}_2.$$

Ҳосил бўлган бу ифодани n та жисмдан ташкил топган система учун умумлаштирайлик:

$$\frac{d\vec{L}}{dt}=\sum_{i=1}^{n}\vec{M}_i. \tag{5.52}$$

Бу ифода n та жисмдан тузилган системанинг ихтиёрий O нуқтага нисбатан импульс моментининг ўзгариш қонунидир. *Система импульс моментининг ўзгариш тез-*

лиги, системага таъсир этаётган ташқи куч моментларининг вектор йиғиндисига тенг.

Жисмларнинг ёпиқ системаси учун $\sum \vec{M}_i = 0$ га тенг. У ҳолда (5.52) тенглама $\frac{d\vec{L}}{dt} = 0$ шаклида ёзилади. Бундан импульс моменти ($\vec{L} = \text{const}$) ўзгармас эканлиги келиб чиқади. Бу хулоса жисмларнинг ёпиқ системаси учун импульс моментининг сақланиш қонунини ифодалайди.

Жисмларнинг ёпиқ системаси учун импульсларнинг ихтиёрий нуқтага нисбатан моменти ўзгармасдир. Бу қонуннинг маъноси шуки, ёпиқ системадаги жисмлар ички кучлар таъсирида айланма ҳаракатга келиши ёки улар айланма ҳаракатининг бурчак тезлиги ўзгариши мумкин. Содир бўлган ўзгаришлардан унинг айланиш ўқига нисбатан инерция моменти ва бурчак тезлиги ҳам ўзгариши мумкин, аммо бу катталикларнинг кўпайтмаси ўзгармай қолади:

$$\vec{L} = I\vec{\omega} = \text{const}. \tag{5.53}$$

Масалан, инерция марказидан ўтган ўққа нисбатан айланма ҳаракат қила оладиган ва Жуковский курсиси деб аталувчи курсига одам чиқиб тик вазиятни эгалласин. Нисбий тинч ҳолатда бўлган одам чамбаракли ғилдиракни вертикал ушлаб, уни горизонтал текисликда соат стрелкасининг йўналишида айланма ҳаракатга келтирсин. Одамнинг мушак кучлари ички куч ролини бажариб, бу кучнинг моменти чамбаракнинг импульс моментини $\vec{L}_1$ га оширади. Ташқи куч моментининг таъсири ноль бўлган ушбу системада чамбарак импульс моментининг ўзгариши системадаги бошқа жисмларнинг импульс моментининг ўзгаришига олиб келади. Хусусан, курси билан унда тик турган одамнинг импульс моменти $\vec{L}_2$ га тенг бўлиб қолади. Импульс моментининг сақланиш қонунига асосан ушбу системани ташкил этган жисмлар импульс моментларининг вектор йиғиндиси:

$$\vec{L}_1 + \vec{L}_2 = 0.$$

Бу тенгламадаги $\vec{L}_1$ ва $\vec{L}_2$ ларни (5.53) шаклдаги ифодалари билан алмаштирамиз:

$$I_1\vec{\omega}_1 + I_2\vec{\omega}_2 = 0 \text{ ёки } I_1\vec{\omega}_1 = -I_2\vec{\omega}_2, \tag{5.54}$$

бунда I_1 чамбаракли ғилдиракнинг инерция моменти, ω_1 унинг бурчак тезлиги, I_2 одам турган курси билан унинг инерция моменти, ω_2 бу курсининг бурчак тезлиги. Келтирилган (5.54) тенгламадаги (—) ишора чамбаракли ғилдирак соат стрелкасининг йўналиши бўйича айланма ҳаракат қилганда, курси унга тескари йўналишда айланма ҳаракат қилишини кўрсатади. Демак, ёпиқ системадаги бир қисм жисмларнинг импульс моментининг ошиши бошқа жисмлар импульс моментининг камайиши ҳисобига содир бўлиши мумкин. Шу ўринда яна бир мисолни келтирайлик. Жуковский курсисига жойлашган ва қўлларига гантель ушлаган тик ҳолдаги одам ω_1 бурчак тезлик билан айланма ҳаракат қилсин. Бунда системанинг инерция моменти I_1 бўлсин. Агар одам қўлларини ёзиб системанинг инерция моментини I_2 гача оширса, курсининг бурчак тезлиги ω_2 гача камаяди. Аммо система импульс моменти ўзгармайди:

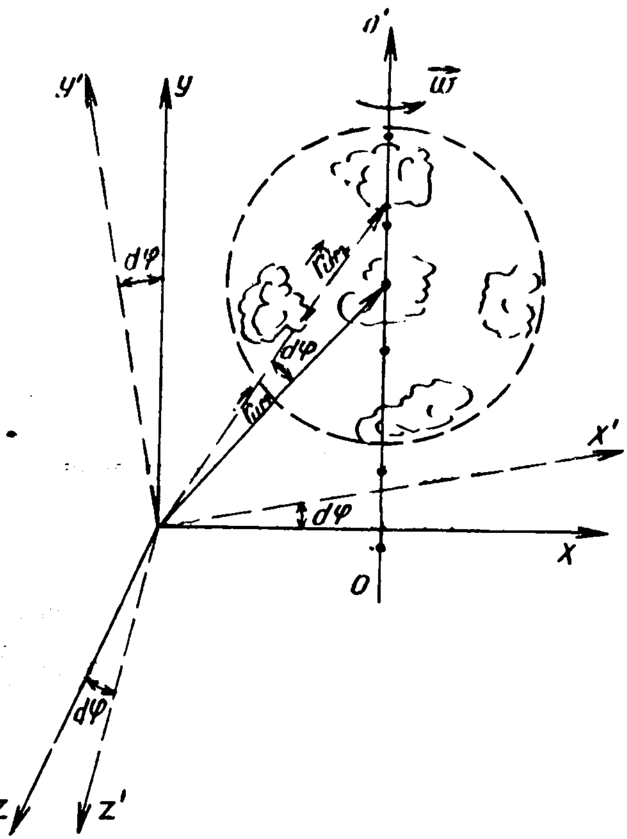
$$I_1\vec{\omega}_1 = I_2\vec{\omega}_2 = \text{const}. \qquad (5.55)$$

Демак, системанинг инерция моменти қанча марта ўзгарса, унга мос равишда бурчак тезлик ҳам шунча марта ўзгаради. Системанинг айланма ҳаракат кинетик энергиясининг ўзгариши ички кучларининг бажарган ишига тенг, яъни

$$\frac{I_1\omega_1^2}{2} - \frac{I_2\omega_2^2}{2} = A. \qquad (5.56)$$

Юқорида кўрган мисолимизда, Жуковский курсисидаги одамнинг гантелларни ҳаракатлантиришда бажарган иши система кинетик энергиясининг ўзгаришига тенг.

Импульс моментининг сақланиш қонуни, табиатнинг умумий қонунларидан бири. Бу қонун инерциал саноқ системасида бажарилади. Инерциал саноқ системаси жойлашган фазо изотропик хусусиятга эга. Бунинг маъноси шуки, инерциал саноқ системасининг координата ўқларини қандай ихтиёрий йўналишда олмайлик, импульс моментининг сақланиш қонуни ўз кучини сақлайди.



5.15- расм.

Масалан, 5.15-расмда кўрсатилган моддий нуқталар жойлашган координаталар системасини $d\varphi$ бурчакка бурайлик. Системанинг айланиш ўқи ва унинг масса марказини аниқловчи радиус-вектор $\vec{r}_{им}$ ҳам шу бурчакка бурилади. Ушбу кўчишда куч моментининг бажарган элементар ишини, (5.33) ва (5.42) тенгламаларга асосан, қуйидагича ёзиш мумкин:

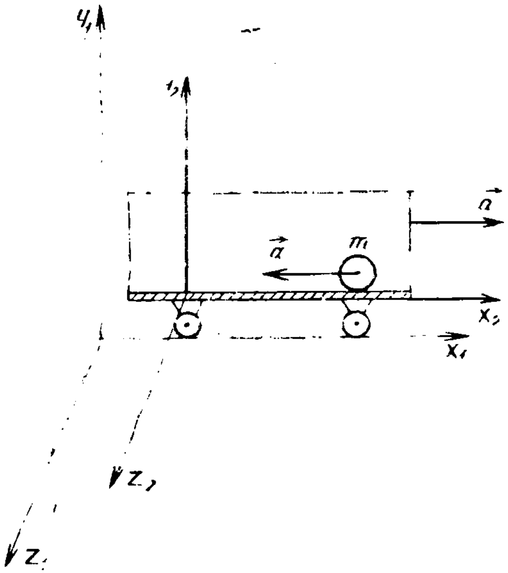
$$dA = (\vec{M}d\vec{\varphi}) = \left(\frac{d\vec{L}}{dt}d\vec{\varphi}\right) = (\vec{\omega}d\vec{L})$$

Лекин инерциал саноқ системасида куч моменти $(\vec{M} = 0)$ нолга тенг. Бинобарин, юқоридаги тенгламадан $\vec{\omega}\, d\vec{L} = 0$ тенглик келиб чиқади. Ушбу муносабатда бурчак тезлик $(\vec{\omega} = 0)$ нолга тенг эмас. Чунки система $d\vec{\varphi}$ бурчакка бурилган. Демак, фақат импульс моментининг ўзгариши $d\vec{L} = 0$ бўлиши лозим. Бу тенглик бажарилиши учун импульс моменти $\vec{L} = \mathrm{const}$ ўзгармас бўлиши шарт. Бундан, инерциал саноқ системасининг координата ўқлари фазода қандай жойлашишидан қатъи назар, импульс моментининг сақланиш қонуни ўз кучини сақлайди деган хулосага келамиз. Модамики шундай экан, инерциал саноқ системасининг ҳамма йўналиши тенг ҳуқуқли. Улар ичида имтиёзли йўналиш йўқ.

VI боб. НОИНЕРЦИАЛ САНОҚ СИСТЕМАСИ

6.1- §. Инерция кучлари

Ньютоннинг биринчи қонунида қайд қилиб ўтилганидек, Ернинг ўз ўқи атрофида айланишидан ҳосил бўлган марказга интилма кучни эътиборга олмасак, Ер билан боғлиқ саноқ системаси инерциал бўлади. Ушбу ҳолда нафақат Ер билан боғлиқ, балки унга нисбатан тинч ёки тўғри чизиқли текис ҳаракат қилаётган ҳар қандай жисм билан боғлиқ саноқ системалари ҳам инерциал бўлади. Масалан, ўзгармас тезлик билан тўғри чизиқли текис ҳаракатланаётган вагондаги кузатувчи ўзининг вертикал вазиятини сақлайди. Лекин вагон тўсатдан тормозланса, кузатувчи олдинга қараб қалқиб кетади. Аксинча, вагон тезланувчан ҳаракат қилса, кузатувчи орқага тисланади. Хўш, кузатувчининг вазиятига таъсир қилувчи куч қандай юзага келди, деган табиий савол туғилади. Бу кучнинг табиатини аниқлаш мақсадида вагон ичига силлиқланган стол ўрнатайлик. Стол устига m массали шар қўямиз. Вагон тинч бўлса, шар ҳам тинч ҳолатини сақлайди. Вагон Ерга нисбатан тўғри чизиқли тезланувчан ҳаракат қилса (6.1- расм), шар ҳам вагонга нисбатан тескари йўналишда ҳаракат қила бошлайди. Шар ҳаракатига таъсир қилувчи ноконсерватив (қаршилик, ишқаланиш) кучлар нолга тенг бўлса, шар олган тезланиш айнан вагоннинг Ерга нисбатан олган тезланишига тенг бўлиб қолади. Келти-



6.1- расм.

рилган бу тажрибани бошқача шаклда такрорлайлик. Вагонга ўрнатилган текисликка массалари ҳар хил бўлган шарларни ўрнатамиз. Агар вагон Ерга нисбатан *a* тезланиш билан ҳаракатланса, текисликка ўрнатилган ҳамма шарларнинг вагонга нисбатан тескари йўналишда олган тезланишлари айнан бир хил бўлади. Бошқа жисмларга нисбатан тезланиш билан ҳаракатланувчи система ноинерциал саноқ системаси дейилади. Ноинерциал саноқ системасида жойлашган ҳамма жисмларга *инерция кучи* таъсир қилади. Инерция кучининг таъсири мавжуд бўлган фазо эса *инерция майдони* деб аталади.

Ньютоннинг иккинчи қонунига асосан тезланувчан ҳаракат қилаётган вагондаги (6.1- расм) m массали шарга таъсир қилаётган инерция кучи

$$\vec{F}_{in} = m\vec{a}' = -m\vec{a}. \tag{6.1}$$

Бунда $\vec{a}'$ шарнинг вагонга нисбатан олган тезланиши, $\vec{a}$ вагоннинг Ерга нисбатан олган тезланиши.

Жисмга инерция кучлари билан бир қаторда консерватив, ноконсерватив кучлар таъсир қилса, илгарилама ҳаракат динамикасининг асосий тенгламаси умумий ҳолда қуйидагича ёзилади:

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i + \vec{F}_{in} = m\vec{a}, \qquad (6.2)$$

бунда $\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$ — жисмга таъсир қилаётган консерватив ва ноконсерватив кучларнинг вектор йиғиндиси, $\vec{a}$ жисмнинг ноинерциал саноқ системасига нисбатан олган тезланиши.

Даламбер принципи деб номланувчи (6.2) ифода, ноинерциал саноқ системаси учун Ньютоннинг иккинчи қонунидир. *Ўзаро таъсир ва инерция кучларининг вектор йиғиндиси, жисм массасини унинг ноинерциал саноқ системасига нисбатан олган тезланишига кўпайтмасига тенг.*

Инерция кучларининг табиати бизга маълум бўлган консерватив ва ноконсерватив кучлардан фарқли бўлиб, қуйидаги хоссаларга эга:

1. Бу куч жисмларнинг ўзаро таъсирланишида пайдо бўлмаганидан инерция кучларига Ньютоннинг III қонунини татбиқ қилиш мумкин эмас.

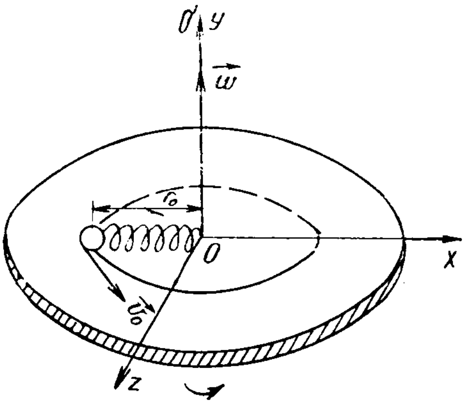
2. Инерция кучлари фақат ноинерциал саноқ системасида пайдо бўлади.

3. Инерция кучлари тортишиш кучлари каби массага пропорционал. Шунинг учун инерция майдонида тортишиш майдонидагидек, ҳамма жисмлар, уларнинг массалари қандай бўлишидан қатъи назар, бир хил тезланиш билан ҳаракатланади.

4. Ноинерциал саноқ системасида жойлашган ҳар қандай жисм учун инерция кучлари ташқи кучлар бўлади. Бу система ёпиқ бўлмайди ва улар учун юқорида келтирилган фазо бир жинслилиги, изотроплиги, вақт оралиғининг ва кесма узунлигининг тенглиги сақланмайди (кейинги VIII бобда бу масалалар тўлиқ ёритилган).

6.2- §. Марказдан қочма инерция кучи

Текис айланма ҳаракат қилаётган системанинг ҳар бир нуқтаси марказга интилма куч таъсирида бўлиб, у билан боғлиқ саноқ системаси ноинерциал саноқ сис-



6.2- расм.

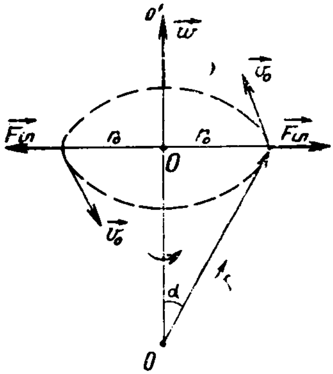
темасини ҳосил қилади. Тезланувчан ҳаракат қилувчи ушбу системадаги инерция кучини аниқлайлик. Масса марказидан ўтган қўзғалмас ўқ атрофида ўзгармас бурчак тезлик ($\vec{\omega}$=const) билан айланаётган диск олайлик. Диск билан биргаликда унинг марказига эластик пружина орқали боғланган ва чизиқли шкалаланган пўлат сим учига ўрнатилган шар ҳам айланма ҳаракат қилиши мумкин (6.2- расм). Диск тинч ҳолатда бўлса, шар айланиш ўқидан маълум бир масофада жойлашади. Диск айланма ҳаракатга келтирилса, шарчага радиус бўйлаб марказга интилма кучга тескари йўналишда инерция кучи таъсир қилиб, пружинани чўзади. Инерция кучи $\vec{F}_{in} = -m\vec{a}$ билан пружинанинг эластиклик кучи тенглашганда, пружинанинг чўзилиши тўхтайди.

Шарчанинг дискдаги янги вазияти r_0 радиус билан белгиланади (6.2- расм). Бу ҳолатдаги шарчанинг чизиқли тезлиги v_0 бўлса, (5.11) ифодага асосан шарчанинг марказга интилма тезланиши қуйидагича аниқланади:

$$\vec{a}_n = [\vec{\omega}\,\vec{v}_0].$$

У ҳолда шарчага таъсир этаётган инерция кучи

$$\vec{F}_{in} = -m\vec{a}_n = -m\,[\vec{\omega}\,\vec{v}_0] = m\,[\vec{v}_0\vec{\omega}] \qquad (6.3)$$



6.3- расм.

га тенг бўлади. Айланаётган системанинг ўқидан r_0 узоқликда ётган нуқтанинг ёки шарчанинг чизиқли тезлиги қиймати ва йўналиши

$$\vec{v}_0 = [\vec{\omega}\,\overleftarrow{r_0}] \qquad (6.4)$$

формула орқали ифодаланади. (6.4) тенгламага асосан (6.3) билан аниқланган инерция кучини қуйидагича ўзгартиш мумкин:

$$\vec{F}_{in} = m\left[[\vec{\omega}\,\vec{r}_0]\,\vec{\omega}\right]. \qquad (6.5)$$

(6.5) билан топилган кучнинг йўналиши, $[\vec{\omega}\,\vec{r}_0]$ ва $\vec{\omega}$ векторларнинг йўналиши асосида аниқланади ва шу векторлар ётган текисликка перпендикулярдир. 6.3- расмда келтирилган шаклдан инерция кучининг сон қиймати:

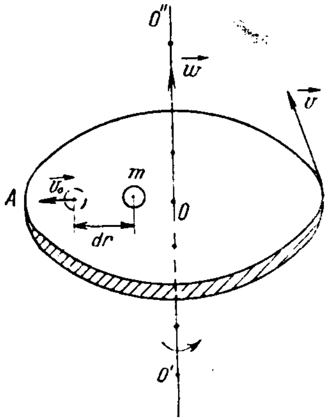
$$F_{in} = m\omega^2 r \sin\alpha = m\omega^2 r_0 = \frac{mv_0^2}{r_0} \qquad (6.6)$$

Шундай қилиб, ω бурчак тезлик билан айланма ҳаракат қилаётган ҳар қандай система ноинерциал саноқ системасини ҳосил қилади. Бу системада жойлашган жисмларга (6.5) ёки (6.6) тенгламалар орқали аниқланадиган инерция кучлари таъсир қилади. Бу кучлар одатда *марказдан қочма инерция кучи* деб аталади. Марказдан қочма инерция кучи, ноинерциал саноқ системасида жойлашган жисм тинч ёки ҳаракатланишига боғлиқ бўлмаган ҳолда таъсир қилади. Лекин жисм ноинерциал саноқ системасига нисбатан ҳаракатланаётган бўлса, унга қўшимча инерцион табиатга эга бўлган *Кориолис кучи* таъсир этади.

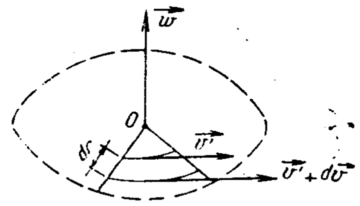
6.3- §. Кориолис кучи

Инерция марказидан ўтган ўққа нисбатан айланма ҳаракат қила оладиган диск, нисбий тинч ҳолатни эгаллаган бўлсин. Бу диск устида m массали шарча $\vec{v}_0$ тезлик билан OA радиус бўйлаб O нуқтадан A нуқтага томон ҳаракат қилсин (6.4- расм). Шарча тўғри чизиқли текис ҳаракат қилиб dt вақт оралиғида

$$\vec{dr} = \vec{v}_0 dt \qquad (6.7)$$



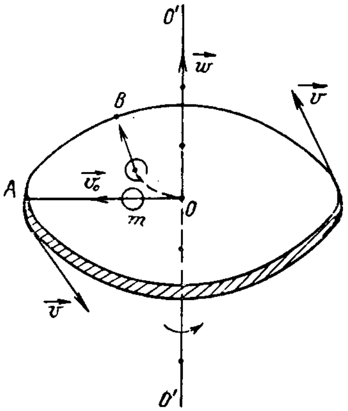
6.4- расм.



6.5- расм.

кесмани ўтади. Дискни ($\omega = \text{const}$) ўзгармас бурчак тезлик билан айланма ҳаракатга келтирайлик. Бунда m массали жисм OA радиус бўйлаб эмас, бошқа шаклдаги траектория бўйлаб ҳаракат қилади. Чунки айланаётган дискнинг ҳар бир нуқтаси билан боғлиқ саноқ системаси ноинерциал система бўлиб, бу нуқталарнинг чизиқли тезликлари 6.5-расмда кўрсатилгандек миқдор ва йўналиш жиҳатидан ўзгариб боради. Диск радиусида ётган нуқталарининг чизиқли тезлик векторларини бу тарзда ўзгариб туриши, улар тезланиш билан ҳаракат қилишидан далолат беради. Диск нуқталарининг тезланиш билан ҳаракатланиши диск устида OA радиус бўйлаб ҳаракат қилаётган m массали жисмга инерция кучи сифатида таъсир этади. Айланаётган саноқ системада v_0 тезлик билан ҳаракатланаётган жисмга таъсир этувчи бу инерция кучи — Кориолис кучи деб аталади. Бу куч таъсирида биз кузатаётган жисм, OA радиусда ётган нуқталарга нисбатан орқада қолиб, OB эгри чизиқли траектория бўйлаб ҳаракат қилади (6.6- расм). Ушбу ҳаракатнинг натижавий тезланиши, нормал ва тангенциал тезланишларнинг вектор йиғиндисига тенг:

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_t . \qquad (6.8)$$



6.6- расм.

(6.8) ифодадаги $\vec{a}_n$ нормал тезланиш диск нуқталари чизиқли тезликларининг йўналиши бўйича ўзгаришини эътиборга олса, тангенциал тезланиш бу тезликларнинг миқдорий ўзгаришини кўрсатади. Бу тезланишларни жисм тезлиги $\vec{v}_0$ орқали ифодалаб, натижавий тезланиш $\vec{a}$ ни топайлик. dt вақт оралиғида $\vec{dr}$ радиус векторда ётган нуқта тезлигининг йўналиши бўйича ўзгариши қуйидагича аниқланади:

$$\vec{dv} = \left[\vec{\omega}\, d\vec{r}\right]. \tag{6.9}$$

(6.9) тенгламадаги $\vec{dr}$ ни ўз ифодаси (6.7) билан алмаштирсак, нормал тезланиш

$$\vec{a}_n = \frac{\vec{dv}}{dt} = \left[\vec{\omega}\,\vec{v}_0\right] \tag{6.10}$$

га тенг эканлигини аниқлаймиз. (Бу ерда $\vec{v}_0$ тезлик жисмнинг нисбий тезлиги деб ҳам аталади). Бурчак тезлик $\left(\vec{\omega} = \mathrm{const}\right)$ ўзгармас бўлганда, тангенциал тезланишни, (1.9) тенгламага асосан, қуйидагича топиш мумкин:

$$\vec{a}_t = \frac{\vec{dv}}{dt} = \frac{d\left(\vec{\omega}\,\vec{r}\right)}{dt} = \vec{\omega}\,\frac{\vec{dv}}{dt}. \tag{6.11}$$

(6.7) ифодага асосан юқоридаги (6.11) тенгликни қуйидагича ўзгартирамиз:

$$\vec{a}_t = \left[\vec{\omega}\,\vec{v}_0\right]. \tag{6.12}$$

Келтирилган (6.10) ва (6.12) тенгламалардан равшанки, ҳар икки тезланиш бир хил йўналишга эга. Бинобарин, натижавий тезланиш (6.8) нормал ва тангенциал тезланишларнинг йиғиндисига тенг:

$$\vec{a} = \left[\vec{\omega}\,\vec{v}_0\right] + \left[\vec{\omega}\,\vec{v}_0\right] = 2\left[\vec{\omega}\,\vec{v}_0\right]. \tag{6.13}$$

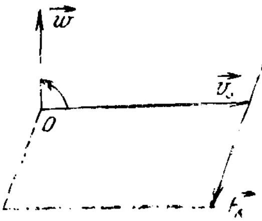
Ньютоннинг иккинчи қонунига асосан Кориолис кучи қуйидагича аниқланади:

$$\vec{F}_k = -m\vec{a} = -2m\left[\vec{\omega}\,\vec{v}_0\right]. \tag{6.14}$$

Бу ифодадаги векторларнинг ўрнини алмаштирсак, Кориолис кучини яна қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\vec{F}_k = 2m\left[\vec{v}_0\,\vec{\omega}\right]. \tag{6.15}$$

Кориолис кучи, $\vec{v}_0$ ва $\vec{\omega}$ векторлар ҳосил қилган текисликка перпендикуляр ва ноинерциал система чизиқли тезлигига тескари йўналган (6.7- расм). Юқоридаги ифодадан кўриниб турибдики, $\vec{v}_0$ ва $\vec{\omega}$ векторлар ўзаро перпендикуляр бўлганда, бу куч максимал қийматга эга бўлади. Бу векторлар параллел бўлса, Кориолис инерция кучининг қиймати нолга тенг. Умумий ҳолда $\vec{v}_0$ ва $\vec{\omega}$ векторлар ўзаро α бурчак ҳосил қилса, $F_к$ нинг қиймати икки векторнинг вектор кўпайтмаси хоссасига асосан аниқланади:



6.7- расм.

$$F_к = 2mv_0\,\omega \sin\alpha. \qquad (6.16)$$

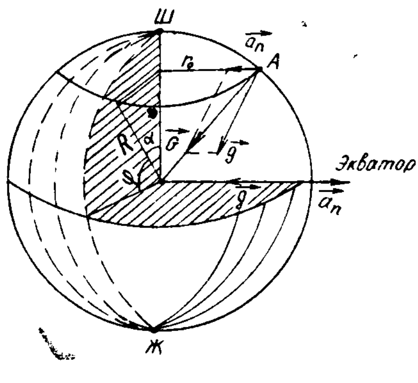
Текис айланма ҳаракат қилувчи ($\omega = \mathrm{const}$) ноинерциал саноқ системасида инерция кучи марказдан қочма ва Кориолис инерция кучларининг вектор йиғиндисига тенг:

$$F_{ин} = F_{м.қ} + F_к .$$

Масалан, Ернинг суткалик ҳаракати, унга нисбатан тинч ёки ҳаракатланаётган жисмларга марказдан қочма ва Кориолис инерция кучлари орқали таъсир қилади. Хусусан, жисмнинг оғирлик кучи ёки эркин тушиш тезланишининг Ернинг турли географик кенгликлардаги қийматларининг фарқи марказдан қочма инерция кучи билан аниқланади. Жисм қутбда жойлашган бўлса, у тортишиш кучи таъсирида бўлиб, унинг оғирлик кучи

$$P = mg_қ = \gamma \frac{mM_{Ер}}{R_қ^2}.$$

Бунда $g_қ = \gamma \frac{M_{Ер}}{R_қ^2} =$ $= 9{,}83$ м/с^2 қутбдаги эркин тушиш тезланиши. Аксинча, жисм экваторда жойлашган бўлса, тортишиш кучи билан марказ-



6.8- расм.

дан қочма инерция кучлари қарама-қарши йўналишда бўлиб (6.8-расм), жисмнинг оғирлик кучи камаяди:

$$mg_э = \gamma \frac{mM_{Ер}}{R_э^2} - ma_n.$$

Ифодадаги a_n экватордаги марказга интилма тезланиш, $R_э = 6378$ км Ернинг экваториал радиуси.

Экватордаги марказга интилма тезланиш

$$a_n = w^2 R_э = \frac{4\pi^2 R_э}{T^2}$$

эканлигини назарга олсак, экватордаги эркин тушиш тезланиши

$$g_э = \gamma \frac{M_{Ер}}{R_э} - \frac{4\pi^2 R_э}{T^2} = 9{,}780 \text{ м/с}^2$$

га тенг бўлишини топамиз. Ихтиёрий φ географик кенгликдаги нормал тезланиш (6.8-расм)

$$a_n = w^2 r_0 = \frac{4\pi^2}{T^2} R \cdot \sin\alpha = \frac{4\pi^2}{T^2} R \sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) = \frac{4\pi^2}{T^2} R\cos\varphi$$

тенглама билан аниқланади. Демак, эркин тушиш тезланишининг қиймати қутбдан экватор томон камайиб борар экан.

Ер сиртида ёки унинг таъсир доирасида v_0 тезлик билан ҳаракатланаётган жисмларга марказдан қочма инерция кучидан ташқари Кориолис инерция кучи ҳам таъсир қилади. Бу таъсир туфайли, юқоридан вертикал тушаётган жисмлар шарққа қараб оғади. Фуко маятнигининг тебраниш текислиги бир суткада бир марта ўзгаради. Кориолис кучи дарё қирғоқларининг бир томони ювилишига ҳам олиб келади. Ернинг шимолий ярим шарида жанубдан шимолга оқаётган дарёларнинг ўнг қирғоғи, тескари йўналишда оқаётган дарёларнинг чап қирғоғи кўпроқ ювилади. Шуни эътиборга олиш керакки, марказдан қочма инерция кучи айланаётган системанинг марказдан қочма кучи билан бир хил табиатдаги кучлар эмас. Системанинг марказдан қочма кучи, марказга интилма кучнинг акс таъсири бўлиб, Ньютоннинг учинчи қонунига асосан ҳар хил жисмларга қўйилган бўлади. Марказдан қочма инерция кучи системанинг ноинерционлиги туфайли системадаги жисмларга таъсир қилади.

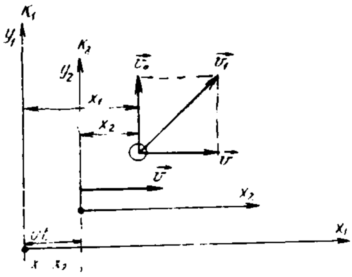
Масалан, v_0 тезлик билан ҳаракатланаётган вагон йўлнинг эгри қисмига кирганда вагондаги пассажирлар марказдан қочма инерция кучи туфайли ўз вазиятларини ўзгартиради. Ньютоннинг учинчи қонунига асосан юзага келган марказдан қочма реакция кучи рельсларга қўйилади.

6.4-§. Инерциал саноқ системаси. Галилейнинг нисбийлик принципи

Ньютоннинг биринчи қонунидан маълумки, ташқи куч таъсиридан холи бўлган саноқ системаси инерциал саноқ системаси деб аталар эди. Биз яшаб турган Ернинг бурчак тезлиги $\omega = \frac{2\pi}{T} \approx 7{,}3 \cdot 10^{-5}$ рад/с га тенг. Бинобарин, Ер билан боғлиқ бўлган ноинерциал саноқ системасидаги марказдан қочма инерция кучи (6.6) ва Кориолис инерция кучи (6.16) нинг таъсири жуда кичик. Кўпгина механик ҳодисаларни текширишда бу инерция кучлар эътиборга олинмайди. Демак, Ерга нисбатан тинч турган ёки тўғри чизиқли текис ҳаракат қилаётган жисмлар билан боғланган саноқ системалари инерциал саноқ системалар бўлади. Бундай жисмлар кўплаб топилишини эътиборга олсак, тажриба нуқтаи назаридан, инерциал саноқ системалари чексиз кўп.

Хўш, тўғри чизиқли текис ҳаракатдаги ёки нисбий тинчликдаги объектлар билан боғлиқ бўлган инерциал саноқ системаларида кузатилаётган айнан бир хил механик ҳодиса бирдай содир бўладими деган савол туғилади. Ушбу саволни ҳал қилиш мақсадида тажрибаларга мурожаат қилайлик.

Тинч турган вагон шипига тагида кичик тешиги бўлган сувли банкани вертикал равишда осиб қўяйлик. Банка тагидаги тешикдан тушаётган сув томчилари, айнан бир нуқтага тушади. Ҳаво оқими кирмайдиган қилиб беркитилган бу вагон тўғри чизиқли текис ҳаракатланса, сув томчиларининг тушиш нуқтаси ўзгармайди. Иккинчи мисол: агар кузатувчи вагоннинг ҳаракат йўналишида l узунликка сакраса, тескари йўналишда ҳам айнан шу l узунликка сакрайди. Келтирилган бу ва бошқа механик тажрибалардан хулоса шуки, нисбий тинч турган ёки тўғри чизиқли текис ҳаракат қилаётган инерциал саноқ системаларида механик ҳодисалар бир хилда содир бўлади. Бу хулосага математик мазмун бериш мақсадида қайиқнинг сувдаги



6.9- расм.

ҳаракатини кузатайлик. Қайиқнинг сувдаги ҳаракатини қирғоқ билан боғлиқ бўлган K_1 инерциал саноқ системасига ёки қўзғалувчан сув билан боғлиқ K_2 инерциал саноқ системасига нисбатан текшириш мумкин (6.9- расм). Бошланғич ҳолатда саноқ системаларининг координата ўқлари устма-уст тушсин. Қўзғалувчан саноқ системасининг тезлиги, x_1, x_2 ўқларга параллел ва у оқим тезлиги $\vec{v}$ га тенг. Агар қайиқ $\vec{v}_0$ ўзгармас тезлик билан қирғоққа тик йўналишда, $\vec{v}$ тезликка эга бўлган қўзғалувчан саноқ системасида ҳаракатланса, унинг қўзғалмас қирғоқ билан боғлиқ бўлган K_1 саноқ системасига нисбатан тезлиги бу икки тезликларнинг вектор йиғиндисига тенг бўлади:

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_0 + \vec{v}.$$

Мазкур ифода классик механикада тезликларни қўшиш қонуни бўлиб, уни қуйидагича таърифлаш мумкин. Қўзғалувчан системада ҳаракатланаётган моддий нуқтанинг қўзғалмас саноқ системасига нисбатан тезлиги, қўзғалувчан система билан моддий нуқта тезликларининг вектор йиғиндисига тенг. Ҳар икки тезлик векторлари ўзгармас бўлганидан бу икки саноқ системасига нисбатан моддий нуқтанинг тезланишлари $\frac{d\vec{v}_1}{dt} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 0$ га тенг бўлиб, инерциал саноқ системалари ташқи куч таъсиридан ҳоли бўлади. Соатларини синхронлаштириб олган икки кузатувчи қўзғалмас ва қўзғалувчан саноқ системаларида жойлашиб қайиқнинг ҳаракатини текширди дейлик. Қўзғалмас қирғоқ билан боғлиқ саноқ системасида жойлашган биринчи кузатувчи t вақт оралиғида қайиқ қирғоққа нисбатан

$$x_1 - x_2 = vt, \quad y_1 = v_0 t \qquad (6.17)$$

координаталарини ҳосил қилганини аниқлайди. Бунда x_2 қайиқнинг K_2 саноқ системасидаги координатаси (6.9- расмга қаранг). Қайиқнинг кўчиши эса $r = \sqrt{v_0^2 + v^2}\, t = v_1 t$ га тенг. v_1 — қайиқнинг қўзғалмас қирғоқ билан боғлиқ саноқ системасига нисбатан тезлиги. Қўзғалувчан сув билан боғлиқ K_2 саноқ системадаги иккинчи кузатувчи қайиқнинг шу вақт оралиғида бу системадаги координаталари

$$x_2 \text{ ва } y_2 = v_0 t \qquad (6.18)$$

бўлишини белгилайди. Чунки x_2 йўналишда қайиқнинг тезлиги оқим тезлиги v га тенг. Унинг бу координатаси вақт давомида ўзгармайди. Келтирилган (6.17) ва (6.18) тенгламалардан хулоса шуки, кузатиш вақти t аниқ бўлса, қайиқнинг қўзғалмас қирғоққа ёки қўзғалувчан сувга нисбатан олган вазияти ҳам аниқ бўлади. Шу билан бир қаторда, ҳар икки боғланиш тўғри чизиқли бўлганидан инерциал саноқ системасида ҳаракат фақат тўғри чизиқли бўлиши мумкин деган иккинчи хулосага келамиз. Ҳатто ёруғлик нури ҳам бу саноқ системада тўғри чизиқ бўйлаб тарқалади. Ҳар икки хулоса Ньютоннинг биринчи қонунига айнан монанддир. (6.17), (6.18) ифодалардан моддий нуқтанинг ҳар икки саноқ системасидаги координаталари орасидаги боғланиш

$$x_2 = x_1 - vt \quad \text{ва} \quad y_2 = y_1 \qquad (6.19)$$

шаклида олинади. Демак, инерциал саноқ системалари бир-биридан геометрик ўрни билан фарқ қилар экан, холос. Шунинг учун ҳам инерциал саноқ система нисбий тушунча. Уларда содир бўладиган механик ҳодисалар биридан иккинчисига ҳеч қандай ўзгаришсиз кўчади. Инерциал системада бажарилаётган механик тажрибалар ёрдамида бу системани тўғри чизиқли текис ҳаракатланаётганлигини ёки нисбий тинч ҳолатда эканлигини аниқлаш мумкин эмас. Бу фикр Галилейга мансуб бўлгани учун Галилейнинг нисбийлик принципи дейилади.

Текисликда олинган (6.19) ифодаларни уч ўлчовли фазо учун ҳам умумлаштириш мумкин

$$x_2 = x_1 - vt, \quad y_2 = y_1, \quad z_2 = z_1, \qquad (6.20)$$

бунда v қўзғалувчан инерциал саноқ системасининг тезлиги.

Ньютон қонунларига асосланган классик механиканинг асосий хоссаларидан яна бири вақт интервали бўлиб, у абсолют катталикдир

$$t_2 = t_1. \qquad (6.21)$$

Бунинг маъноси шуки, айнан бир хил механик ҳодиса қўзғалмас ва қўзғалувчан инерциал саноқ системаларида бир хил вақт оралиғида содир бўлади.

Бир инерциал саноқ системасидан иккинчисига ўтиш имконини берадиган (6.20), (6.21) ифодалар *Галилей алмаштиришлари* дейилади. Бу алмаштиришларга асосан ҳаракат тенгламалари нисбийлик принципини қаноатлантиришини кўриш мумкин. (6.21) ифодадан $dt_2=dt_1$, (6.20) дан вақт бўйича олинган ҳосилалар:

$$\dot{x}_2=\dot{x}_1-v, \quad \dot{y}_2=\dot{y}_1, \quad \dot{z}_2=\dot{z}^1$$

ёки

$$v_{2x}=v_{1x}-v, \quad v_{2y}=v_{1y}, \quad v_{2z}=v_{1z}. \qquad (6.22)$$

Кўриниб турибдики, K_2 саноқ системасида ўзгармас тезлик билан ҳаракатланган моддий нуқта K_1 саноқ системасида ҳам ўзгармас тезлик билан ҳаракатланади. K_2 система инерциал бўлгани учун K_1 ҳам инерциал бўлади. (6.22) дан яна бир марта ҳосила олсак;

$$\ddot{x}_2=\ddot{x}_1, \quad \ddot{y}_2=\ddot{y}_1, \quad \ddot{z}_2=\ddot{z}_1$$

ёки

$$a_{2x}=a_{1x}, \quad a_{2y}=a_{1y}, \quad a_{2z}=a_{1z}.$$

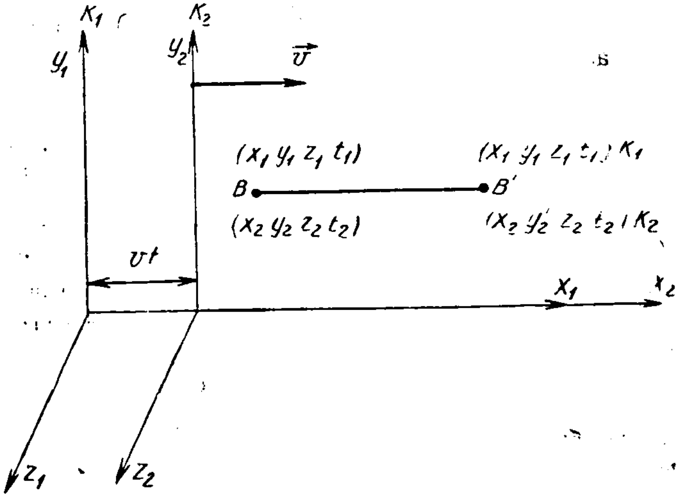
Координаталар (x, y, z) дан вақт бўйича олинган ҳосилаларни ёзишни соддалаштириш мақсадида биз уларни координаталар белгиси устига нуқта қўйиш орқали белгиладик, Масалан, $\dot{x}=\frac{dx}{dt}$, $\ddot{x}=\frac{d^2x}{dt^2}$ эканлигини кўрсатади. Бу белгилашни биринчи бор Ньютон таклиф этган.

Демак, ҳар икки системада жойлаштирилган бир хил массали моддий нуқталарга бирдай куч билан таъсир этсак, уларнинг олган тезланишлари бир хил бўлади, яъни:

$$\vec{a}_1=\vec{a}_2. \qquad (6,23)$$

Бу тенгламаларнинг маъноси шуки, қўзғалувчан ва қўзғалмас инерциал саноқ системаларида $v \ll c$ бўлса, моддий нуқтанинг массаси саноқ системанинг тезлигига боғлиқ эмас ёки Ньютоннинг II қонуни бу системаларда ўз математик шаклини ўзгартирмайди:

$$\vec{F}_1=m\vec{a}_1, \quad \vec{F}_2=m\vec{a}_2. \qquad (6.24)$$



6.10- расм.

Бошқача қилиб айтганда, норелятивистик ($m=\text{const}$) динамиканинг асосий қонуни бўлган Ньютоннинг иккинчи қонуни Галилей алмаштиришларига нисбатан *инвариантдир*.

Умуман бир саноқ системасидан иккинчисига ўтганда бирор физик ҳодисани ифодаловчи қонуннинг математик ифодаси ўзгармаса, ушбу ҳолат мазкур алмаштиришга нисбатан инвариант дейилади. Ньютоннинг II қонуни инвариант бўлгани учун механиканинг бошқа қонунлари: энергия, импульс ва импульс моментларининг сақланиш қонунлари ҳам Галилей алмаштиришларига нисбатан инвариант бўлади.

Классик механиканинг иккинчи хоссаси, инерциал саноқ системасида олинган кесма узунлиги ёки босиб ўтилган йўл инерциал системанинг қўзғалувчан ёки қўзғалмаслигига боғлиқ бўлмаган абсолют катталикдир. Буни биз B моддий нуқтанинг кўчиши ёки босиб ўтган йўлини иккита инерциал саноқ системасида кўрамиз. Масалан, K_1 қўзғалмас саноқ системасига нисбатан x ўқи бўйлаб $\vec{v}$ тезлик билан ҳаракатланаётган K_2 саноқ системаси берилган бўлсин (6.10-расм). Кузатиш бошланганда ($t = 0$) ҳар икки саноқ системаси устма-уст тушади деб оламиз. K_1 системага нисбатан қўзғалмас бўлган кузатувчи, вақтнинг кейинги моменти t да K_2 системанинг боши, координаталари (vt, 0,0) бўлган нуқтада эканлигини аниқлайди. Кузатиш вақти абсолют катталик ($t_1 = t_2 = t$) бўлгани учун берилган кесмадаги B нуқтанинг K_1 саноқ системасига нисбатан координаталари (x_1, y_1, z_1, t_1), K_2 саноқ системасига нисбатан координаталари (x_2, y_2, z_2 t_2). K_1 ва K_2 системалардаги координаталар (6.20) га асосан ўзаро $x_2 = x_1 - vt$, $y_2 = y_1$, $z_2 = z_1$ муносабатлари билан боғланган. Моддий нуқтанинг кейинги вазияти B' нуқтасининг координаталари K_1 саноқ системасида (x_1', y_1', z_1', t_1) ва K_2 саноқ системасида (x_2', y_2', z_2', t_2) эканлигини эътиборга олсак, улар учун Галилей алмаштиришлари қуйидагича ёзилади:

$$x_2' = x_1' - vt, \quad y_2' = y_1', \quad z_2' = z_1'.$$

У ҳолда, бу моддий нуқтанинг кўчиши K_2 саноқ системасида

$$s_2 = \sqrt{(x_2' - x_2)^2 + (y_2' - y_2)^2 + (z_2' - z_2)^2} =$$
$$= \sqrt{[(x_1' - vt) - (x_1 - vt)]^2 + (y_1' - y_1)^2 + (z_1' - z_1)^2} =$$
$$= \sqrt{(x_1' - x_1)^2 + (y_1' - y_1)^2 + (z_1' - z_1)^2} = s_1.$$

Демак, ҳар иккала саноқ системасида моддий нуқтанинг кўчиши бир хил экан. Агар ҳаракатланаётган жисмнинг барча нуқталарининг кўчиши бу системаларда бир хил бўлса, жисмнинг чизиқли ўлчами (узунлиги) ҳам бир хил бўлади.

Узунлик ҳам вақт каби инерциал саноқ системаларида саноқ системасининг тезлигига боғлиқ бўлмаган абсолют катталик ($L_1 = L_2$).

VII боб. НИСБИЙЛИК НАЗАРИЯСИ

7.1-§. Нисбийлик принципининг постулатлари

1865 йилда Максвелл электродинамика қонунларини умумлаштирувчи тенгламалар системасини яратди. Электромагнит майдон учун яратилган бу тангламалар орқали ёруғлик электромагнит тўлқин табиатга эга эканлиги тўлиқ исботланди. Лекин Ньютон тенгламаларидан фарқли Максвелл тенгламалар системаси Галилей алмаштиришларига нисбатан инвариант эмас. Масалан, қўзғалмас инерциал саноқ системасида ёруғлик c тезлик билан тарқалса, классик механикада тезликларни қўшиш қоидасига асосан v тезлик билан ҳаракатланаётган инерциал саноқ системасида ёруғлик $\vec{c}+\vec{v}$ тезликка эга бўлади. Демак, бир инерциал системадан иккинчисига ўтганда ёруғликнинг тарқалиш тезлиги ўзгариши керак.

XVI аср бошидан то XIX асрнинг охиригача ёруғлик тўлқини ҳамма моддаларнинг таркибига кирувчи, «дунёвий эфир» орқали тарқалади, деган фикр мавжуд эди.

«Эфир муаммоси»ни ҳал этиш мақсадида Майкельсон ва Морлей 1881—1887 йиллар давомида бир неча тажрибаларни амалга оширишди. Ана шундай тажрибалардан бири, Ернинг Қуёшга нисбатан бир-биридан ярим йилга фарқ қилувчи икки хил вазиятда ёруғлик тезлигини ўлчашга бағишланган. Бу вазиятларда Ернинг нисбий тезлиги 60 км/с га ўзгариши мумкин. (Ернинг Қуёш атрофидаги чизиқли тезлиги 30 км/с атрофида). Агар фазо эфир моддаси билан тўлдирилган бўлса, бу модда Ерга илашиб эфир шамолини ҳосил қилиши лозим. Ёруғликни эфир моддаси орқали тарқалиши ўринли бўлса, Ернинг икки хил вазиятида ўлчанган ёруғлик тезликлари ҳар хил бўлиши керак. Тажрибада эса ёруғликнинг тезлиги ҳар икки ҳолда ҳам бир хил эканлиги исботланди.

Майкельсон ва Морлейнинг тажрибалари ўша давр учун муҳим бўлган икки муаммони ҳал этишда жуда катта роль ўйнаган. Биринчидан, фазо эфир моддасидан ҳоли бўлиши керак. Зотан, бу модданинг ўзи бўлмаганидан кейин унинг «шамоли» ҳам бўлмайди. Иккинчидан, ёруғлик бўшлиқ фазонинг ҳамма йўналишида ва қўзғалмас, қўзғалувчан инерциал саноқ системаларида, ўзгармас $c=3\cdot10^8$ м/с тезлик билан тарқалиши тасдиқланди.

Тажрибаларнинг бу натижалари ўз даврида физиклар учун уч хил муаммони юзага келтиради: 1) Максвелл тенгламалари нотўғри; 2) нисбийлик принципидан воз кечмоқ керак; 3) Галилейнинг алмаштиришлари аниқ эмас. Бу уч муаммодан охиргиси ҳақиқатга яқин. Тажрибаларнинг кўрсатишича Галилейнинг алмаштиришлари ҳақиқатдан ҳам аниқ эмас экан.

1905 йили Эйнштейн ҳаракатланаётган жисмлар электродинамика назарияси учун янги бир йўналишни илгари сурди ва шу даврда мавжуд бўлган жуда катта тажриба натижаларига асосан махсус нисбийлик назариясининг постулатларини яратди:

1. *Барча инерциал саноқ системаларда бир хил шароитда олинган ҳамма физик ҳодисалар (механик, электромагнит, оптик ва бошқалар) бир хилда рўй беради.*

2. *Вакуумдаги ёруғлик тезлиги с барча инерциал саноқ системаларида бир хил бўлиб ўзгармас абсолют катталикдир, яъни у ҳам инерциал системага нисбатан — инвариант.* Эйнштейннинг бу постулатлари катта тезлик билан ҳаракатланувчи жисмлар динамикасини ўрганувчи релятивистик механика учун Галилей нисбийлик принципининг давоми ва умумлашган ифодасидир.

«Эфир» муаммосига келсак, Эйнштейн ўз назариясида уни бутунлай инкор этади. Электромагнит майдоннинг ўзи материянинг махсус формаларидан бири ва унинг тарқалишида «эфир моддаси» га ҳеч қандай зарурият йўқлигини исботлайди.

7.2- §. Лоренц алмаштиришлари

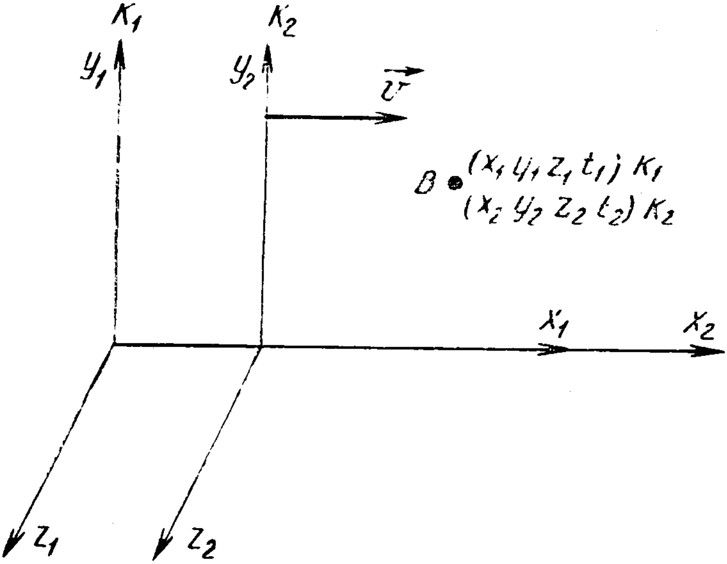
Нисбийлик назариясининг принципларидан равшанки, классик механика нисбийлик принципларига мос бўлган Галилей алмаштиришлари Эйнштейн постулатларини қаноатлантирмайди. Релятивистик механика принципларига мос бўлган алмаштиришлар Лоренц томонидан кашф этилган.

Бир-бирига нисбатан x ўқи бўйлаб $\vec{v}$ тезлик билан ҳаракатланаётган K_1 ва K_2 инерциал системалар берилган бўлсин (7.1-расм). Системаларнинг y ва z ўқларига нисбатан тезликлари ноль бўлганидан $y_2 = y_1$, $z_2 = z_1$ бўлади.

Бўшлиқда олинган бу системаларда ёруғлик бир хил c тезлик билан тарқалади. Бинобарин, юқорида қайд қилганимиздек, x координата алмаштириши, Галилей алмаштиришидан фарқ қилиши лозим.

Релятивистик алмаштиришларни шундай танлаб оламизки, кичик тезликларда у Галилей алмаштиришларига ўтсин ва ҳаракат тўғри чизиқли бўлганидан бу боғланиш чизиқли бўлсин. Шундай чизиқли тенгламани қуйидагича шаклда оламиз:

$$x_2 = \gamma\ (x_1 - vt_1), \tag{7.1}$$



7.1- расм.

бунда γ, v га боғлиқ бўлган коэффициент. $v \to 0$ бўлганда $\gamma \to 1$ га интилсин. Шундай мулоҳаза асосида вақт координатасини ҳам чизиқли алмаштириш билан белгилаймиз:

$$ct_2 = \alpha\ (ct_1 - \beta x_1), \tag{7-2}$$

бунда $v \to 0$ бўлса, $\alpha \to 1$ га, $\beta \to 0$ га интилади.

Кузатиш бошида ёруғлик импульси саноқ бошлари уст-ма-уст тушган ва координаталари $x=0$, $y=0$, $z=0$, $t_1 = t_2$ бўлган нуқтадан чиқса, қўзғалмас ва қўзғалувчан системаларда ўзгармас тезлик билан тарқалади. Бинобарин, бу икки системада олинган ихтиёрий B нуқтадаги ёруғлик тезлиги учун қуйидаги тенгликлар ўринлидир:

$$c = \frac{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}}{t_1} = \frac{\sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}{t_2},$$

ёки

$$x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - c^2t_1^2 = x_2^2 + y_2^2 + z_2^2 - c^2t_2^2. \tag{7.3}$$

Киритилган (7.1), (7.2) [алмаштиришларга асосан (7.3) тенгламани ўзгартириб ёзамиз:

$$x_1^2(1-\gamma^2+\alpha^2\beta^2)-t_1^2(c^2+v^2\gamma^2-c^2\alpha^2)-$$
$$-2x_1t_1(c\alpha^2\beta-v\gamma^2)=0. \quad (7.4)$$

Бу тенгламани ечиш мақсадида x_1^2, t_1^2 ва x_1t_1 лар олдидаги коэффициентларни нолга тенглаштирамиз:

$$1-\gamma^2+\alpha^2\beta^2=0.$$
$$c^2+v^2\gamma^2-c^2\alpha^2=0,$$
$$c\alpha^2\beta-v\gamma^2=0.$$

Уч номаълумли бу тенгламалар системасидан φ, β, γ коэффициентларни аниқлаб, танлаб олинган (7.1), (7.2) алмаштиришларга қўйсак, Лорентц алмаштиришлари келиб чиқади:

$$x_2=\frac{x_1-vt_1}{\sqrt{1-v^2/c^2}},\quad y_2=y_1,\ z_2=z_1,\ t_2=\frac{t_1-\frac{v}{c^2}x_1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}. \quad (7.5)$$

Келтирилган ифодалардан равшанки $\frac{v}{c}=0$ ёки $v\ll c$ бўлса, Лорентц алмаштиришлари Галилей алмаштиришларига ўтади. Бу икки алмаштиришдаги ўлчаш мумкин бўлган миқдорий фарқ v/c нисбат етарли даражада катта, яъни $v\sim c$ бўлганда пайдо бўлади.

Галилей ва Лорентц алмаштиришлари орасидаги жуда катта принципиал фарқ шундаки; биринчи ҳолда вақт оралиғи ва узунлик инерциал саноқ системаларининг бир-бирига нисбатан тезлигига боғлиқ бўлмаган абсолют катталик бўлса, кейинги ҳолда бу катталиклар нисбий тушунча бўлиб, ўлчанаётган системанинг тезлигига ва координаталарига боғлиқ бўлиб қолади.

7.3- §. Релятивистик кинематика

Лорентц алмаштиришларига асосланган релятивистик механика классик механиканинг асосий катталиклари: масса, вақт оралиғи, масштаб узунлиги инерциал системаларнинг бир-бирига нисбатан тезлигига боғлиқ бўлмаган абсолют катталик эканлигини инкор этади. Классик механикада жисм ихтиёрий, жумладан жуда катта тезлик билан ҳаракатланиши мумкин. Лекин Лорентц алмаштириш тенгламалари (7.5) дан кўриниб турибдики, жисм нисбий тезлигининг юқори чегараси ёруғликнинг вакуумдаги тезлиги c дир. Аксинча, $v > c$ бўлса, (7.5) ифоданинг махражи $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ мавҳум бўлиб x_2, t_2 координаталар физик маъносини йўқотади.

Энди ҳаракатланаётган жисм узунлигининг ўзгаришини кўрайлик. Фараз қилайлик, x ўқи йўналишида $\vec{v}$ тезлик билан ҳаракатланаётган K_2 системада стержень тинч ҳолатда бўлсин (7.2-расм). Бу системада турган кузатувчи унинг узунлиги L_2 эканлигини қайд этади. K_1 системадаги кузатувчига нисбатан стержень $\vec{v}$ тезлик билан ҳаракатланади. Бу кузатувчи нуқтаи назаридан стерженнинг узунлиги қандай бўлишини аниқлайлик. Буюм учларининг координаталарини K_2 системада x_2 ва x_2', K_1 системада x_1 ва x_1' билан белгилаймиз. Ҳаракат x ўқи бўйлаб содир бўлганидан (7.5) га асосан қолган координаталар ўзгармасдан қолади. У ҳолда $L_2 = x_2' - x_2$ предметнинг K_2 системадаги узунлиги. Лоренц алмаштириши (7.5) га асосан бу координаталарни K_1 системадаги координаталар билан боғлаш мумкин:

$$L_2 = x_2' - x_2 = \frac{(x_1' - vt_1') - (x_1 - vt_1)}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

бунда t_1' ва t_1, K_1 системадаги кузатувчи стержень учларининг координаталарини ўлчаш вақтларига мос бўлган моментлардир. K_1 системадаги кузатувчи стержень узунлиги $L_1 = x_1' - x_1$ эканлигини аниқлайди. Бу икки ўлчов бир-бирига мос бўлиши учун стержень учларининг координаталари айнан бир вақт $t_1' = t_1$ да аниқланиши лозим. У ҳолда, юқоридаги тенглама қуйидагича кўринишга ўтади:

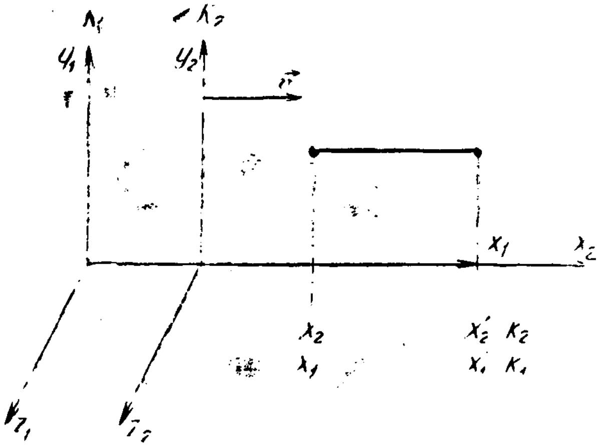
$$L_2 = \frac{x_1' - x_1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{L_1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

ёки

$$L_1 = L_2 \sqrt{1 - v^2/c^2}. \tag{7.6}$$

Демак, K_1 системадаги кузатувчи, ҳаракатдаги предмет узунлиги L_1 ни K_2 системада ўлчанган ва унга нисбатан тинч бўлган предмет узунлиги L_2 дан $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ марта қисқа эканлигини аниқлайди.

Умумий шаклда кузатувчи предметга ёки предмет кузатувчига нисбатан ҳаракатланишидан қатъи назар ҳаракат-



7.2- расм.

даги узунлик ўлчови L тинчликдаги узунлик ўлчови L_0 дан қисқа бўлади:

$$L = L_0\sqrt{1-v^2/c^2} \tag{7.7}$$

Бу эффект масштаб қисқариши ёки *Лоренц — Фитцжеральд эффекти* дейилади.

Вақт интервалининг ўзгариши. Фараз қилайлик, кузатиш бошида 7.2- расмда келтирилган K_1,K_2 системалар тинч ва уларга бириктирилган соатлар ўзаро мосланган айнан бир вақтни кўрсатсин. K_2 система K_1 га нисбатан x ўқи бўйлаб $\vec{v}$ тезлик билан ҳаракатланса, ундаги соат ҳам K_1 га нисбатан шу тезликда ҳаракатланади. Лекин бу соат K_2 га нисбатан тинчликда бўлади. K_1 системанинг ихтиёрий x_1 нуқтасида турган соат ёрдамида шу нуқтада содир бўлган физик ҳодисанинг давомийлигини $T_1 = t_1' - t_1$ деб белгилайлик. K_2 даги кузатувчи айнан шу нуқтдаги воқеани ўз соати билан ўлчаб, ҳодисанинг давомийлиги $T_2 = t_2' - t_2$ эканлигини эътироф этади. Лоренц алмаштириши (7.5) га асосан

$$T_2 = t_2' - t_2 = \frac{(t_1' - t_1) - \frac{v}{c^2}(x_1' - x_1)}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{T_1 - \frac{v}{c^2}(x_1' - x_1)}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Агар кузатилган ҳодиса айнан битта нуқтада содир бўлса, $x_1' = x_1$ ўзаро тенг бўлиб, юқоридаги ифода қуйидаги содда кўринишга ўтади:

$$T_2 = \frac{T_1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \qquad (7.8)$$

Демак, нисбийлик назариясига асосан айнан бир воқеанинг вақт давомийлиги ўзаро ҳаракатда бўлган инерциал саноқ системаларида турлича бўлади. Бу релятивистик эффект вақт ўтишининг секинлашиши деб аталади. Вақтнинг ҳисоблаш формуласини умумий ҳолда:

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad (7.9)$$

кўринишда ёзишимиз мумкин. Ҳаракатдаги саноқ системасида вақтнинг ўтиши T тинч турган саноқ системасидаги вақтнинг ўтиши T_0 дан $\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$ марта катта бўлади. Шундай қилиб, кузатилган ҳодиса билан боғлиқ бўлган системада ҳодисанинг вақт давомийлиги энг кичик. Бошқа ихтиёрий ўзгармас тезлик билан ҳаракатланаётган системада бу вақт давомийлиги катталашади, ёки бошқа сўз билан айтганда, вақт ўтиши секинлашади.

Масалан, Ер шарининг бирор нуқтасида содир бўлган вулқон отилишини ердаги кузатувчи ўз соати билан 2 соат давом этганлигини белгиласин. Шу ҳодисани $v = 0{,}87$ c тезлик билан Ердан узоқлашаётган ракетадаги космонавт ўз соатида 1 соат давом этганлигини қайд қилади. Агар ракетадаги кузатувчи нисбийлик назариясини билмаса, Ердаги кузатувчининг соати 2 марта тез юрар экан, деган хулосага келади. Ҳақиқатан, ҳар икки системадаги соатларнинг юриш тезлиги ўзгаргани йўқ. Улар орасидаги фарқ релятивистик эффект туфайли юзага келди.

Ҳаракатланаётган системада вақтнинг секинлашиши қуйидаги ажойиб ҳодисани тушунтириш имконини беради. Космик нурлар таъсирида атмосферанинг юқори қатламларида μ- мезон деган элементар зарралар ҳосил бўлади. Бу мезонлар лабораторияларда юқори энергияли тезлаткичлар ёрдами билан ҳам олинади. Лабораторияда олинган μ- мезонларнинг яшаш вақти $\tau = 2{,}21 \cdot 10^{-6} c$ эканлиги маълум. Агар мезонларнинг тезлиги ёруғлик тезлигига тенг деб олинган тақдирда улар атмосферада узоғи билан

$$L = c\tau = 3\cdot 10^8 \text{ м/с}\cdot 2{,}21\cdot 10^{-6}c \approx 663 \text{ м}$$

масофани босиши керак. Атмосфера қатламининг баландлиги 300 км атрофида эканлигини эътиборга олсак, унинг юқори қисмида пайдо бўлган μ- мезонлар ўша атрофда парчаланиб кетиши керак эди. Ҳақиқатда эса бу мезонлар Ернинг сиртигача етиб келади.

Нисбийлик назариясига асосан μ- мезоннинг яшаш вақтидаги бу ноаниқликни бартараф этиш мумкин. μ- мезон билан боғлиқ бўлган лаборатория системасида унинг хусусий яшаш вақти $\tau = 2{,}21\cdot 10^{-6}c$. Ерга нисбатан, у ёруғлик тезлигига яқин тезлик билан ҳаракатланганида Ер билан боғлиқ бўлган системада унинг яшаш вақти τ бир неча юз марта ошади.

7.4- §. Фазо ва вақтнинг ўзаро боғлиқлиги, интервал инвариантлиги

Галилей ва Ньютон асослаган классик механика таълимотига кўра, фазо табиатдаги ҳамма жисмларни қамраб олган бўшлиқ бўлиб, ундаги жисмларнинг ўрни Декарт киритган x, y, z координаталар орқали аниқланади. Жисмлар билан боғлиқ саноқ системаларида вақтнинг ўтиши бир хил ва у жисмларнинг фазодаги ўрнига ёки уларнинг ўзаро ҳаракатига боғлиқ бўлмайди. Бинобарин, уч ўлчовли Евклид фазоси ва бир ўлчовли вақт бир-биридан мустақил равишда мавжуд.

Ёруғлик тезлигини универсаллигига асосланган нисбийлик назариясида координата ва вақт тушунчалари жисмларнинг фазодаги ўрнига ва ҳаракатига боғлиқ бўлган нисбий катталикдир. Масалан, Ер Қуёш атрофида тахминан 30 км/с тезлик билан ҳаракатланади. Ер билан боғлиқ бўлган саноқ системасининг фазоси хусусий масштаб ва вақт ўлчовларига эга. Лекин коинотда тезлиги Ернинг тезлигидан бир неча юз марта катта бўлган космик объектлар борки, улардаги масштаб ва вақт ўлчовлари ўзгача бўлади. Демак, фазо ва вақт ўзаро боғлиқ бўлган объектлар бўлиши лозим. Шунинг учун бўлса керак, 1908 йилда Герман Минковский *фазо ва вақт тушунчалари ўзаро боғлиқ бўлган узлуксиз соҳалар* деб кўришни таклиф этади. Бу хулоса диалектик материализмнинг *макон ва замон материянинг яшаш тарзи* деган асосий принципини яна бир бор тасдиқлади.

Фазо — вақт боғланишига асосланган Минковский дунёсида содир бўлаётган воқеаларнинг ўрни тўрт ўлчовли (x, y, z, t) бўлиб, улар *дунёвий нуқталар* деб аталади. Нуқталардаги зарранинг ҳаракатланиши, ривожланиш тарихи эгри чизиқ шаклида бўлиб, *дунёвий чизиқ* дейилади. Айнан бир хил бўлган икки воқеа, қўзғалмас K_1 ва қўзғалувчан K_2 инерциал системаларга нисбатан кузатилса, классик тасаввурга одатланган кузатувчи, масштаб узунликлари $L_1=L_2$ ва воқеаларнинг давомийликлари $T_1=T_2$ ҳар икки системада бир хил бўлади, деган хулосага келади. Лекин нисбийлик принципи буни инкор этади. У ҳолда бу икки системада вақт ва масштаб қандай комбинацияларда бўлганда воқеалар орасидаги интервал ўзгармас қолади, деган табиий савол туғилади.

K_1 саноқ системасида бирор воқеанинг дунёвий нуқталари $A\ (x_1, y_1, z_1, t_1)$, $B\ (x_1', y_1', z_1', t_1')$, K_2 саноқ системасидаги координаталари $A'\ (x_2, y_2, z_2, t_2)$, $B'\ (x_2', y_2', z_2', t_2')$ бўлсин. Саноқ системалардаги воқеаларнинг давомийликлари мос равишда $T_1 = t_1' - t_1$, $T_2 = t_2' - t_2$, масштаб узунликлари $L_1 = \sqrt{(x_1' - x_1)^2 + (y_1' - y_1)^2 + (z_1' - z_1)^2}$ ва $L_2 = \sqrt{(x_2' - x_2)^2 + (y_2' - y_2)^2 + (z_2' - z_2)^2}$ бўлади. Ҳар икки саноқ системасида ёруғлик бир хил тезлик билан тарқалишини эътиборга олсак: $L_1 = cT_1$ ва $L_2 = cT_2$ эканлигини аниқлаймиз. Бу ифодаларни квадратга ошириб, ҳадма-ҳад айирайлик. Бунда қуйида келтирилган

$$L_2^2 - L_1^2 = c^2T_2^2 - c^2T_1^2 \text{ ёки } c^2T_1^2 - L_1^2 = c^2T_2^2 - L_2^2$$

тенгликни ҳосил қиламиз. Икки воқеа орасидаги интервал деб қуйидаги катталик олинади:

$$s = \sqrt{c^2T^2 - L^2}\,. \tag{7.10}$$

Демак, юқорида исбот қилинган тенгликдан хулоса шуки, берилган икки воқеа орасидаги интервал ҳамма инерциал саноқ системаларда бир хил, яъни инвариантдир: $s_1=s_2$. Уч ўлчовли фазодан фарқли воқеалар орасидаги интервал, системанинг хусусий вақт ва узунлик ўлчовларига боғлиқ, лекин уларнинг (7.10) шаклдаги комбинацияси бир инерциал системадан иккинчи инерциал системага ўтганда ўзгармайди:

$$c^2T_1^2 - L_1^2 = c^2T_2^2 - L_2^2 \quad \text{ёки} \quad s_1^2 = s_2^2. \qquad (7.11)$$

Ифодадаги cT ва L ларнинг қийматига қараб интервал ($s^2 > 0$) ҳақиқий, ноль ($s^2 = 0$) ёки мавҳум ($s^2 < 0$) бўлиши мумкин.

Агар $s^2 > 0$ бўлса, (7.10) тенгликдан $T_1^2 > \frac{L_1^2}{c^2}$, $T_2^2 > \frac{L_2^2}{c^2}$ бўлиб, кўрилаётган инерциал системаларда хусусий вақт бир хил ишорали бўлади. Шунинг учун $s^2 > 0$ бўлган ҳол вақтсимон интервал деб аталади. Бунинг маъноси шуки, ҳамма инерциал системаларда биринчи воқеа албатта иккинчисидан олдин ($T_1 > 0$, $T_2 > 0$) ёки аксинча ($T_1 < 0$, $T_2 < 0$) иккинчи воқеа биринчисидан олдин юз беради.

Воқеаларнинг олдин ва кейин содир бўлиши инерциал системаларнинг тезлигига боғлиқ эмас. Бу тушунчалар абсолют бўлиб, воқеалар ўзаро сабаб ва натижа муносабатларида бўлиши мумкин. Икки воқеа орасидаги хусусий вақт интервали

$$\Delta T = T_1^2 - \frac{L_1^2}{c^2} = T_2^2 - \frac{L_2^2}{c^2} \qquad (7.12)$$

га тенг ва бир системадан иккинчи системага ўтганда ўзгармайди. Ҳодисалар эса ўзаро вақт бўйича боғланишда бўлади. Бу боғланишда инерциал системалар ичида шундай бир системани топиш мумкинки, бу системада иккала воқеа бир нуқтада, лекин ҳар хил хусусий вақтларда содир бўлади. Масалан, атомнинг нур чиқариши бир воқеа, ушбу чиқарилган нурни ютиши иккинчи воқеа, уларнинг давомийлиги ҳар хил системаларга нисбатан турличадир, лекин воқеалар орасидаги хусусий вақт (7.12)га асосан ўзгармас бўлади.

Интервал $s = 0$ бўлганда, системадаги ҳодисалар вақт бўйича боғланишдан ёруғликсимон боғланишга ўтади. Чунки бу шарт бажарилганда (7.11) тенглама нольга айланиб, системада содир бўлаётган воқеаларнинг тезликлари $\frac{L_1}{T_1} = \frac{L_2}{T_2} = c$ ўзаро тенг бўлиб қолади. Интервал $s < 0$ бўлса, (7.10) тенгламадан биринчи система масштаб узунлигининг ишораси ($L_1^2 > c^2T_1^2$) иккинчи системадаги масштаб узунлигининг ($L_2^2 > c^2T_2^2$) ишораси билан мос тушади.

Бу тенгсизликка мос бўлган интервал (7.10) маъхум бўлиб ҳодисалар ўзаро фазовий боғланишда бўлади, яъни

$$s^2 = L_1^2 - c^2T_1^2 = L_2^2 - c^2T_2^2.$$

Бу ҳолда s фазосимон интервал деб аталади. Фазовий боғланишда воқеалар шундай фазовий узунликда жойлашадики, биринчи воқеа содир бўлган дунёвий нуқта $A(x, y, z, t)$ дан ёруғлик сигнали иккинчи воқеа содир бўлган дунёвий нуқта $B(x_1', y_1', z_1', t_1')$ га етиб келганда, $\frac{L_1}{c} > T_1$ бўлгани учун, бу нуқтадаги иккинчи воқеа ўтиб кетган бўлади. Ушбу мулоҳаза $\frac{L_2}{c} > T_2$ бўлган K_2 инерциал система учун ҳам ўринли бўлади.

Демак, фазовий боғланишда бўлган системаларда воқеаларнинг сабаб натижа муносабатлари йўқолади. Шундай қилиб, $v \ll c$ шартига бўйсунган уч ўлчовли Эвклид фазосида жойлашган инерциал системаларда фазо ва вақт узлуксиз ва мустақил объектлардир. Зарра ёки жисмларни ҳаракатланиш тарихи тўғри бўлиб, унинг шакли бир системадан иккинчисига ўтганда ўзгармайди. Аксинча, системаларнинг тезликлари етарли даражада катта бўлса ($v > 400$ км/с) фазо ва вақтнинг ўзаро боғлиқлиги сезиларли даражада намоён бўлади. Бу боғланишни ифодаловчи тўрт ўлчовли Минковский фазосида зарра ва космик объектларнинг ривожланиши, ҳаракатланиш тарихи эгри чизиқ ва унинг шакли бир системадан иккинчисига ўтганда ўзгаради. Фақат ёруғлик нури тўғри чизиқли траекториясини ўзгартирмайди. Ҳақиқатда эса умумлашган нисбийлик назариясига кўра, ёруғлик нури эгри чизиқ бўйлаб тарқалади. Келтирилган хулосалар материалистик дунёқараш: макон ва замон (фазо ва вақт) материянинг «яшаш тарзи» деган асосий принципини тўлиқ тасдиқлайди.

7.5-§. Релятивистик механикада тезликларни қўшиш

B нуқтанинг қўзғалмас K_1 ва $\vec{v}$ тезлик билан ҳаракатланаётган K_2 саноқ системаларига нисбатан координаталари (x_1, y_1, z_1, t_1), (x_2, y_2, z_2, t_2) бўлсин (7.1-расм).

Маълумки, Лоренц алмаштиришлари (7.5) га асосан K_1

ва K_2 саноқ системаларидаги фазо ва вақт координаталарининг дифференциал қийматлари қуйидагича аниқланади:

$$dx_2 = \frac{dx_1 - v\cdot dt_1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}, \quad dy_2 = dy_1, \quad dz_1 = dz_2,$$

$$dt_2 = \frac{dt_1 - \frac{v}{c^2}dx_1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \tag{7.13}$$

K_1 саноқ системасига нисбатан B нуқтанинг тезликлари:

$v_{1x} = \dfrac{dx_1}{dt_1}$, $v_{1y} = \dfrac{dy_1}{dt_1}$, $v_{1z} = \dfrac{dz_1}{dt_1}$ бўлса, K_2 саноқ системасига нисбатан:

$$v_{2x} = \frac{dx_2}{dt_2}, \quad v_{2y} = \frac{dy_2}{dt_2}, \quad v_{2z} = \frac{dz_2}{dt_2}.$$

v_{2x} нинг дифференциал ифодасидаги dx_2 ва dt_2 ларни (7.13) даги қийматлари билан алмаштирамиз, яъни:

$$v_{2x} = \frac{(dx_1 - v\cdot dt_1):\sqrt{1-v^2/c^2}}{(dt_1 - v\cdot dx_1/c^2):\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{dx_1 - v\,dt_1}{dt_1 - v\,dx_1/c^2} \tag{7.14}$$

(7.14) ифоданинг сурат ва махражини dt_1 га бўлиб қуйидаги ифодани ҳосил қиламиз:

$$v_{2x} = \frac{v_{1x} - v}{1 - v\cdot v_{1x}/c^2}. \tag{7.15}$$

Шу усул билан қолган тезликлар орасидаги боғланишларни топиш мумкин:

$$v_{2y} = \frac{dy_2}{dt_2} = v_{1y}\frac{\sqrt{1-v^2/c^2}}{1 - v\cdot v_{1x}/c^2}. \tag{7.16}$$

$$v_{2z} = \frac{dz_2}{dt_2} = v_{1z}\frac{\sqrt{1-v^2/c^2}}{1 - v\cdot v_{1x}/c^2}. \tag{7.17}$$

Келтирилган (7.15), (7.16) ва (7.17) тенгламалар релятивистик тезликларни қўшиш қонуни дейилади.

Равшанки, v/c нолга тенг бўлса, релятивистик тезликларни қўшиш қонуни классик тезликларни қўшиш қонунига ўтади:

$$v_{2x} = v_{1x} - v, \quad v_{2y} = v_{1y}, \quad v_{2z} = v_{1z}.$$

Бу шаклдаги тенгламалар системасини Галилей нисбийлик принципидан келиб чиққан тенгламалар (6.22) билан солиштирсак, улар айнан бир хил эканлигини кўриш мумкин.

Бир мисол келтирамиз. K_1 системада ҳаракатланаётган моддий нуқта фотон бўлсин. Унинг бу системадаги тезлиги $v_{1x} = c$ ва (7.15) тенгламадан фотоннинг K_2 системадаги тезлиги

$$v_{2x} = \frac{c - v}{1 - v \cdot c/c^2} = \frac{c(c - v)}{c - v} = c.$$

Демак, релятивистик тезликларни қўшиш қонуни жисмнинг тезлиги барча саноқ системаларида ёруғлик тезлигидан катта эмас ва ёруғлик тезлиги ҳамма инерциал системаларда ўзгармаслик принципини қаноатлантиради.

7.6-§. Релятивистик динамика элементлари

1. Релятивистик масса. Нисбийлик принципининг асоси бўлган Лоренц тенгламалари ковариантлик ёки инвариантлик хусусиятига эга. Бу тенгламалар ёрдамида бир инерциал саноқ системасида аниқланган физик катталик орқали унинг иккинчи инерциал саноқ системасидаги қийматини аниқлаш мумкин. Инерциал системалардаги жисм массаси ўзгармаслигига асосланган Ньютоннинг иккинчи қонуни

$$\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} \qquad (7.18)$$

Лоренц алмаштиришларига нисбатан инвариантлик хусусиятидан холидир. Чунки, моддий нуқтанинг тезлиги унинг координаталари ва бу координаталарини ўзгартириш учун кетган вақт орқали аниқланади. Ўз навбатида бу катталиклар нисбий бўлиб, бир инерциал саноқ системасидан иккинчисига ўтганда ўзгаради. Равшанки, (7.18) ифода орқали координаталар ва вақтнинг бу ўзгаришларига мос бўлган кучларни аниқлаш мумкин эмас. Бундан узунлик, вақт интервали каби масса тушунчаси ҳам нисбий ва унинг қиймати тезликка боғлиқ деган хулосага келиш мумкин.

Эйнштейн назариясига кўра, масса билан тезлик орасидаги боғланиш қуйидагича аниқланади:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \qquad (7.19)$$

Жисм ўзи жойлашган системага нисбатан қўзғалмас бўлгани учун энг кичик масса m_0 га эга бўлиб, у *тинч ҳолатдаги масса* деб аталади. Бу масса жисмнинг фақат ўзига мансуб бўлган ички хоссалари билан аниқланади. Ҳаракатланаётган жисмнинг ёки зарранинг тинч ҳолатдаги массасини тезликка боғлиқ равишда ортиб бориши релятивистик эффект, унинг массаси m релятивистик масса дейилади. Зарра тезлиги ёруғликнинг вакуумдаги тезлигига яқинлашганда зарра массасининг ошиши кучли намоён бўлади.

Релятивистик импульс. Импульснинг сақланиш қонуни табиатнинг умумий қонунларидан бири бўлиб, ташқи таъсирдан холи бўлган ҳамма саноқ системаларида ўз шакли ва мазмунини сақлайди:

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{P}_i = \text{const}.$$

Яккаланган жисмнинг импульси $\vec{P} = m\vec{v}$, бунда m релятивистик масса (7.19) ифода орқали аниқланганини эътиборга олсак, релятивистик импульс қуйидагича аниқланади.

$$\vec{P} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \cdot \vec{v}. \tag{7.20}$$

Релятивистик динамиканинг асосий қонуни. Ньютоннинг иккинчи қонунидан маълумки, куч импульсининг ўзгариш тезлигига пропорционал

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}. \tag{7.21}$$

Бундай кўринишдаги Ньютоннинг иккинчи қонуни, Лоренц алмаштиришларига нисбатан инвариант, яъни бир инерциал системадан иккинчисига ўтганда ўз шаклини ўзгартирмайди. (7.21) ифодадаги импульс релятивистик импулс (7.20) билан алмаштирилса, релятивистик динамиканинг асосий қонуни қуйидагича ифодаланади:

$$\vec{F} = \frac{d}{dt}\left(\frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\right). \tag{7.22}$$

7.7-§. Релятивистик кинетик энергия

Релятивистик механикада ўз моҳиятини сақлайдиган табиат қонунларидан яна бири энергиянинг сақланиш қонунидир. Маълумки, механик энергиянинг сақланиш қонунига асосан потенциал энергиянинг dE_p га камайиши, кинетик энергиянинг dE_k га ортишига олиб келади:

$$-dE_p = dE_k.$$

(4.8) га асосан классик механикада кинетик энергия ўзгаришини яна қуйидагича аниқлаш мумкин эди:

$$dE_k = mv\,dv. \qquad (7.23)$$

Релятивистик механикада масса тезликка боғлиқ ва уни дифференциал остига киритиб, $dE_k = d(mv)\cdot v$ тенгламани масса ва тезлик бўйича дифференциаллаймиз:

$$dE_k = v^2 dm + mv\,dv. \qquad (7.24)$$

(7.19) дан релятивистик массанинг тезликка боғлиқ ҳолда ўзгариши қуйидагича бўлади:

$$dm = \frac{m_0 v\cdot dv}{c^2(1 - v^2/c^2)\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{mv\,dv}{c^2 - v^2}.$$

Бу ифодадан

$$c^2 dm = v^2 dm + mv\,dv. \qquad (7.25)$$

Ҳосил бўлган (7.24) ва (7.25) тенгламаларни солиштирсак, қуйидаги ифода келиб чиқади:

$$dE_k = c^2 dm. \qquad (7.26)$$

Шундай қилиб, моддий нуқта кинетик энергиясининг ўзгариши масса ўзгаришига пропорционалдир.

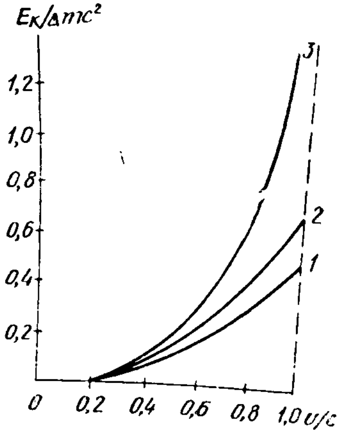
Тинч турган жисмнинг массаси m_0 ва кинетик энергияси ноль ($E_k = 0$) эканлигини эътиборга олиб, (7.26) ифодани шу чегараларда интеграллаймиз:

$$\int_0^{E_k} dE_k = c^2 \int_{m_0}^{m} dm.$$

Ушбу ифоданинг интегралидан релятивистик кинетик энергия учун қуйидаги ифодани ҳосил қиламиз:

$$E_k = mc^2 - m_0c^2 = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1\right). \qquad (7.27)$$

Энди энергиянинг ушбу ифодасини Ньютон механикасидаги кинетик энергиянинг математик ифодаси $\frac{mv^2}{2}$ билан солиштирайлик. Бунинг учун (7.27) ифодани v^2/c^2 бўйича Тейлор қаторига ёямиз:



7.3- расм.

$$E_k = m_0c^2\left[\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}-1\right]=$$

$$= m_0c^2\left[1+\frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}+\right.$$

$$\left.+\frac{3}{8}\left(\frac{v^2}{c^2}\right)+\ldots\ldots-1\right]. \quad (7.28)$$

$v \ll c$ чегаравий шарт бажарилса, ифодадаги иккинчи ҳад билан чекланиш мумкин.

$$E_k = m_0c^2\cdot\frac{1}{2}\,\frac{v^2}{c^2} = \frac{m_0v^2}{2}.$$

Демак, катта тезликларда релятивистик кинетик энергия $E_k = \Delta\,mc^2$, $\frac{m_0c^2}{2}$ (m_0 — тинчлик массаси) ёки $\frac{mv^2}{2}$ (m — релятивистик масса) билан аниқланган кинетик энергиялардан фарқ қилади. Улар орасидаги тафовутни 7.3- расмда келтирилган ва v/c нинг қийматига боғлиқ бўлган эгри чизиқли графикдан кўриш мумкин. Расмдаги 1 эгри чизиқ норелятивистик формула $\frac{m_0v^2}{2}$ билан аниқланган, 2 эгри чизиқ (7.28) формуланинг учинчи ҳади билан чегараланган, 3 эгри чизиқ аниқ релятивистик формула (7.27) билан ҳисобланган кинетик энергияларнинг тезликка боғлиқлигини кўрсатади.

7.8- §. Масса, тўлиқ энергия ва импульс орасидаги боғланиш

Релятивистик кинетик энергиянинг

$$E_k = (m - m_0)\,c^2$$

шаклдаги ифодаси масса билан энергия заминида чуқур узвий боғланиш борлигини кўрсатади. Ньютон механикасига асосан n та жисмдан ташкил топган системанинг тинч ёки ҳаракатдаги массаси

$$M = \sum m_i = \text{const}$$

ўзгармас эди. Лекин ядро физикаси билан боғлиқ бўлган ҳамма ҳодисаларда классик механиканинг бу хулосаси ўз маъносини йўқотади. Масалан, радиоактивлик емирилиш ҳодисасида емирилаётган ядронинг массаси, ҳосилавий ядро массасидан доимо катта бўлади. Улар орасидаги масса фарқи (ёки масса дефекти) Δm бошқа турдаги энергияга хусусан, γ-нурланиш, система зарраларининг кинетик, система мустаҳкамлигини ифодаловчи боғланиш энергияларига айланади. Зарралар орасидаги энергетик тақсимот қандай бўлишидан қатъи назар, системанинг ёхуд жисмнинг релятивистик массаси ўзгармай қолади:

$$m = \frac{W}{c^2} = \text{const},$$

бунда W — системада мавжуд бўлган кинетик, потенциал ва бошқа турдаги энергияларнинг йиғиндиси, яъни системанинг ихтиёрий ҳолатидаги тўлиқ релятивистик энергиясидир. Келтирилган бу мулоҳазалар ҳар қандай энергия ўз масса ўлчовига эга эканлигини кўрсатади, яъни энергия массага пропорционал:

$$W = m c^2. \tag{7.29}$$

Саноқ системасига нисбатан қўзғалмас бўлган жисмнинг (ёки системанинг) энергияси, хусусий ёки тинч ҳолатдаги энергия дейилади ва унинг қиймати:

$$E_0 = m_0 c^2. \tag{7.30}$$

Тўлиқ энергия ва импульс орасидаги боғланишни аниқлашда релятивистик масса (7.19) ни квадратга ошириб, қуйидагича ўзгартириб ёзамиз.

$$m^2 c^2 - m^2 v^2 = m_0^2 c^2 \tag{7.30 а}$$

Бу ифоданинг икки томонини c^2 га кўпайтириб, $W = m c^2$, $P = mv$ эканлигини эътиборга олсак,

$$W^2 = P^2 c^2 + E_0^2 \tag{7.31}$$

тўлиқ энергия билан импульс орасидаги боғланишни ҳосил қиламиз. Ушбу боғланишдан келиб чиқадиган асосий хулосалар: моддий нуқтанинг тўлиқ энергияси ва импульси бир инерциал системадан иккинчисига ўтганда ўзгариши мумкин, лекин (7.30 а) шаклдаги айирма Лоренц алмаштиришларига нисбатан инвариант қолади; иккинчидан, табиатда тинч ҳолатдаги массаси $m_0 = 0$ бўлган зарралар мавжуд ва нисбийлик назариясига кўра фотон, нейтрино каби зарраларнинг релятивистик импульси

$$P = \frac{W}{c} \tag{7.32}$$

ва релятивистик массаси

$$m = \frac{W}{c^2} \tag{7.33}$$

тенгламалар орқали аниқланади.

7.9-§. Импульс ва энергиянинг сақланиш қонунларини фазо ва вақтнинг бир жинслилиги билан боғлиқлиги

Импульс билан энергия орағидаги боғланиш чуқур физик маънога эга. Нисбийлик назариясига кўра вақт интервали, масштаб узунлиги нисбий тушунча бўлиб, қўзғалмас инерциал саноқ системасидан қўзғалувчан саноқ системасига ўтганда ўзгаради. Лекин берилган саноқ системаси ичида бу катталиклар ўзгармай қолади, яъни фазо ва вақт бир жинслидир. Ҳақиқатан, ҳаракатланаётган жисм (жисмлар системаси) координаталари x_1 бўлган нуқтадан x_2 координатали нуқтага ўтсин. Берилган системага нисбатан олинган тинчлик энергияси ҳар икки нуқтада $E_0 = \text{const}$ бўлганидан бу нуқталарда жисмларнинг импульслари мос равишда p_1 дан p_2 гача ўзгаради, деб фараз қилайлик. У ҳолда (7.31) ифода қуйидагича кўринишга эга бўлади:

$$W_1^2 = p_1^2c^2 + E_0^2, \quad W_2^2 = p_2^2c^2 + E_0^2. \tag{7.34}$$

Иккинчи тенгламани биринчисидан айириб, икки ҳад квадратлар айирмасини қуйидагича ёйиб чиқамиз:

$$(W_2 - W_1)(W_2 + W_1) = (p_2 - p_1)(p_2 + p_1)c^2. \tag{7.35}$$

Ушбу ифодага

$$W_1 = W - \Delta W, \; W_2 = W + \Delta W, \; p_1 = p - \Delta p,$$
$$p_2 = p + \Delta p$$

белгилашларни киритамиз. У ҳолда (7.35) тенглик содда кўринишга эга бўлади:

$$W \Delta W = p \Delta p c^2. \tag{7.36}$$

Аммо $W = mc^2$, $p = mv$ эканлигини эътиборга олсак,

$$\Delta W = v \cdot \Delta p \tag{7.37}$$

шаклдаги энергия ўзгариши билан импульс ўзгариши орасидаги боғланишни ҳосил қиламиз. Иккинчи томондан, энергия ўзгаришининг ўлчови иш, бинобарин, (3.12) га асосан:

$$\Delta W = F_x \cdot \Delta x, \tag{7.38}$$

бунда $\Delta x = x_2 - x_1$ силжиш узунлиги, F_x ҳаракат йўналишида таъсир этаётган куч. Ҳаракатланаётган система ёпиқ ва адиабатик изоляцияланган бўлса, ташқи кучнинг F_x ташкил этувчиси ноль бўлиб, (7.37) ва (7.38) ларни солиштириш орқали $v \cdot \Delta p = 0$ тенг эканлигига ишонч ҳосил қилиш мумкин. v — жисмни (ёки системани) инерциал саноқ системага нисбатан ихтиёрий тезлиги ва $v \neq 0$. Бундан $\Delta p = 0$ ёки $p = \text{const}$ эканлиги келиб чиқади. Демак, система координатаси x_1 (ёхуд x_1, y_1, z_1) нуқтадан x_2 (ёки x_2, y_2, z_2) нуқтага кўчирилса, импульснинг сақланиш қонуни ўз кучини сақлайди. Бинобарин, инерциал саноқ системасида олинган нуқталарнинг координаталари бир жинсли. Улар ичида имтиёзлиси йўқ. Худди шу усул билан (7.31) тенгламани вақтнинг t_1 ва t_2 моментлари учун ёзиб, юқоридаги ҳисоблаш методикасини такрорласак, (7.37) кўринишдаги тенгламани ҳосил қиламиз. Ташқи куч ноль бўлган ёпиқ системада Ньютоннинг иккинчи қонуни

$$\Delta p = F \Delta t = 0$$

шаклда ёзилади. Бундан (7.37) га асосан $\Delta t = t_2 - t_1$ вақт оралиғидаги энергия ўзгариши ΔW ҳам нолга тенг эканлигини аниқлаймиз. Демак, ихтиёрий инерциал саноқ системасида кузатилган ихтиёрий пайтдаги энергиянинг сақланиш қонуни $W = \text{const}$ ўз кучини сақлайди. Бинобарин, вақт ҳам фазо каби бир жинслидир.

7.10-§. Нисбийликнинг умумлашган назарияси ҳақида тушунча

Электромагнит майдон назариясининг заминида яратилган нисбийликнинг махсус назарияси, ташқи таъсиридан холи бўлган инерциал саноқ системаларида содир бўлган физик ҳодисаларнинг моҳияти бир хил бўлишини очиш билан бир қаторда, фазо — вақт соҳаларининг (объектларининг) ўзаро боғлиқлигини кўрсатиб берди.

Лекин коинотдаги ҳамма объектлар бутун олам тортилиш қонуни орқали таъсирлашадилар. Космик жисмларнинг тортишиш кучлари масофанинг квадратига тескари пропорционал бўлгани ҳолда, коинотнинг узоқ-узоқ нуқталарида ҳам ўз ҳукмини намоён этади. Бинобарин, идеал инерциал саноқ системаси абстракт тушунча. Ҳар қандай инерциал саноқ системаси маълум даражада ноинерциал саноқ системасидир.

Миқдори ва йўналиши ўзгармас a тезланиш билан ҳаракатланаётган ноинерциал саноқ системасида жойлашган жисмларга инерция кучлари таъсир қилишини 6.1-§да кўрган эдик. Инерция майдонда жойлашган объектлар, уларнинг массалари қандай бўлишидан қатъи назар, бир хил тезланишга эга бўлади.

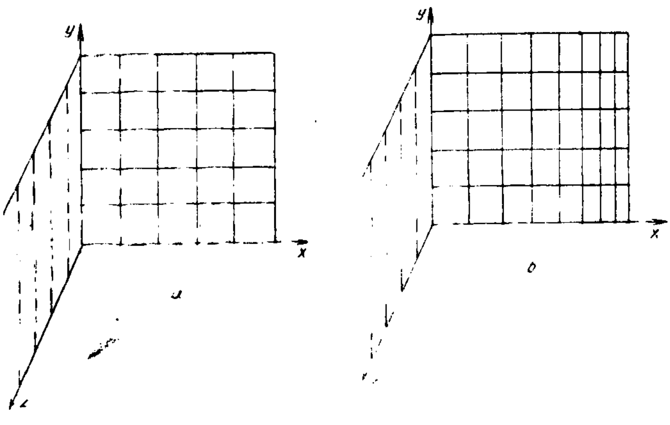
Агар бошланғич тезлиги ноль бўлган система x_0 ўқи бўйлаб текис тезланувчан ҳаракатланса, унинг тезлиги

$$v^2 = 2\,ax_0 \qquad (7.39)$$

бўлиб, (7.7) га асосан, ноинерциал саноқ системасида масштаб ўзгариши

$$x = x_0\sqrt{1 - 2\,ax_0/c^2} \qquad (7.40)$$

орқали аниқланади. Равшанки, ноинерциал саноқ системасида масштаб узунлик ўлчови x, системанинг a тезланишига ва фазонинг қайси қисмида олинганига боғлиқ. 7.4-расмда инерциал ва ноинерциал саноқ системаларининг масштаб тўри келтирилган. Инерциал саноқ системасида (7.4-a расм) тўр катакларининг узунликлари бир хил, фазо бир жинсли ва изотропик. Ваҳоланки, ноинерциал саноқ системасида тўр катакларин-



7.4-расм.

нинг x ўқи бўйича олинган узунликлари саноқ бошидан узоқлашган сари қисқариб боради. Системанинг y, z ўқлари бўйича тезланиши ноль бўлганидан бу йўналишлардаги тўр катакларининг кесмалари ўзгармас қолади. Модомики, бирор физик тажриба орқали x йўналишини, y ва z йўналишларидан ажратиш мумкин бўлса, фазо бир жинсли, изотропик хусусиятларини йўқотади. У ҳолда инерциал саноқ системаси учун ўринли бўлган импульс, импульс моментларининг сақланиш қонунлари ноинерциал саноқ системасида бажарилмайди.

Ноинерциал саноқ системасида вақт T инерциал саноқ системасидаги вақт T_0 га нисбатан секинлашади ва (7.9), (7.39) формулаларга асосан, улар орасидаги боғланиш

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - 2\,ax_0/c^2}} \tag{7.41}$$

тенглама орқали аниқланади. T — координатага ва тезланишга боғлиқ бўлганидан ноинерциал саноқ системасида вақтнинг бир жинслилиги бузилади, энергиянинг сақланиш қонуни «ўз кучини» йўқотади.

Фазо ва вақтнинг ўзаро боғлиқ бўлиши туфайли ноинерциал саноқ системасидаги ҳодисалар тўрт ўлчовли Минковский фазосида кузатилиши лозим. Икки дунёвий A (x_1, y_1, z_1, t_1), B (x_2, y_2, z_2, t_2) нуқталар орасидаги энг қисқа йўл эгри чизиқ бўлади. Бу системада тарқалаётган ёруғлик нури инерция кучи таъсирида бўлиб, ўз тезлигини йўналиш жиҳатдан ўзгартиради ва эгри чизиқли траектория бўйлаб тарқалади.

Ноинерциал саноқ системаси учун ўринли бўлган нисбийликнинг махсус назариясини Эйнштейн гравитацион майдон учун умумлаштириб, 1916 йили нисбийликнинг умумлашган назариясини яратди. Бу назарияни ривожлантиришда Л. Инфельд, А. Пуанкаре, Г. Лорентц, Г. Минковский ва бошқа олимларнинг хизматлари ҳам каттадир. Нисбийликнинг умумлашган назарияси заминига гравитацион ва инерция майдонлари орасидаги ўхшашликни акс эттирувчи *«мослик принципи»* асос қилиб олинди. Маълумки, инерция кучи намоён бўладиган инерция майдони билан тортиш кучи намоён бўладиган гравитацион майдонлар орасида жуда катта ўхшашлик бор. Ҳар икки майдонда жисмларнинг олган тезланишлари уларнинг массаларига боғлиқ эмас. Бу ўхшашликдан ҳар икки майдонда содир бўлган бир хил физик ҳодисаларда фарқ борми, деган савол туғилади. Саволнинг ечими Эйнштейн таърифлаган мослик принципидан келиб чиқади:

«Бир жинсли гравитацион майдонда жойлашган инерциал ва миқдори ҳамда йўналиши ўзгармас бўлган тезланиш билан ҳаракатланаётган ноинерциал саноқ системаларида содир бўлаётган физик ҳодисалар айнан бир хил бўлади».

Гравитацион майдон табиатан бир жинсли эмас. Зероки, коинотда майдон ҳосил қиладиган сайёралар чексиз кўп ва ҳар бирининг майдон кучланганлиги, бутун олам тортишиш қонунига асосан, масофанинг квадратига тескари пропорционал. Бинобарин, бир жинсли майдон учун ўринли бўлган мослик принципи маконнинг чексиз кичик қисми — локал фазода бажарилади.

Мослик принципи асосида нисбийликнинг махсус назариясидан келиб чиқадиган хулосаларни тортишиш майдонига умумлаштириш мумкин.

Ёруғлик зарралари (нурлари) энергияси $\varepsilon = h\nu$ квант шаклида ҳосил бўлиб, электромагнит тўлқин сифатида тарқалади. Масса ва энергиянинг ўзаро боғланиш қонуни, (7.29) га асосан, квантнинг тинч ҳолатдаги массаси $m_0 = 0$ га тенг, ҳаракатдаги массаси чекли бўлиб $m = \dfrac{h\nu}{c^2}$ га тенг. Бинобарин, у ҳам бошқа элементар зарралар каби моддий. Ёруғлик гравитацион майдонда тарқалса, квантларга нурнинг ҳаракат йўлига перпендикуляр бўлган тортиш кучи таъсир қилади. Аксинча, куч нур йўналишида таъсир қилса, квантлар тезланувчан ҳаракатланиб, уларнинг тезлиги абсолют ёруғлик тезлиги $c=3\cdot10^8$ м/с дан катта бўлиши лозим эди. Бу натижа эса нисбийлик назариясининг иккинчи постулатига зиддир. Демак, ёруғлик гравитацион майдонда ўзгармас тезлик билан энг қисқа эгри чизиқли траектория бўйлаб тарқалади. Мослик принципига асосан бир жинсли майдон деб олиш мумкин бўлган фазонинг кичик қисмида жойлашган инерциал саноқ системасида вақт ва узунлик ўлчовлари ўзгаради. Бу ўзгариш майдон кучланганлигига ёки потенциалига боғлиқ. 3.1-параграфда эслатиб ўтганимиздек, берилган нуқтадаги майдон кучланганлиги шу нуқтадаги эркин тушиш тезланишига тенг, яъни $\vec{G} = \vec{g}$. Ҳаракат x_0 ўқи бўйлаб содир бўлса, (3.20) формулага асосан, эркин тушиш тезланиши g билан потенциал φ орасидаги боғланиш

$$G_{x_0} = g_{x_0} = \frac{\varphi}{x_0}$$

тенглама орқали ифодаланади. Мослик принципига асосан, (7.39) тенглама

$$v = 2\,ax_0 = 2\,g\dot{x}_0 = 2\,\varphi \qquad (7.42)$$

тенг бўлиб, гравитацион майдонда (7.40) ва (7.41) ифодалар қуйидаги кўринишга ўтадилар:

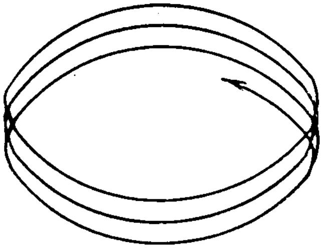
$$L = L_0\sqrt{1 - 2\,\varphi/c^2}, \qquad (7.43)$$

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - 2\,\varphi/c^2}}. \qquad (7.44)$$

Бу ифодаларда L_0, T_0 майдон таъсиридан холи бўлган инерциал саноқ системасидаги узунлик ва вақт ўлчовлари. Демак, реал дунё Лобачевский айтиб ўтганидек ноэвклид бўлиб, тўрт ўлчовли Минковский координаталари орқали тасвирланади. Фазо-вақт боғланиши туфайли, тортишиш майдонида биз фараз қилган тўғри чизиқли текис ҳаракат эгри чизиқли ҳаракатга ўтади. Тўғри чизиқ тушунчаси йўқолиб, ҳар қандай икки дунёвий нуқта орасидаги энг қисқа йўл эгри чизиқли бўлади. Бу ҳодиса фазо-вақт эгриланиши деб аталади. Бундай хусусиятга эга бўлган фазо ва вақт бир жинсли, изотропик бўлмаган хоссаларга эга.

Эйнштейннинг умумлашган нисбийлик назариясига асосан табиатда кузатилган ноёб ҳодисалар ўз изоҳини топди. Шулардан бири кучли гравитацион майдонда ёруғлик нурининг эгриланишидир. Қарийб 1919 йилдан бошлаб, атмосфера шароити имкон берганда, Қуёшнинг тўла тутилиш ҳодисаси кузатилади. Ой, Қуёшнинг гардишини тўла тўсганда, гардиш атрофидаги юлдузлар суратга олинади. Худди шу объект кечаси, Қуёш тутилмаганда олинган сурат билан солиштирилганда, гардишга яқин жойлашган юлдузлар Қуёш тутилганда силжигани аниқланган. Силжиш бурчаги юлдуз ва Қуёш тасвирлари орасидаги масофага пропорционал бўлиб, 1,75 бурчак секундини ташкил этган.

Фазо-вақт боғланиши коинотдаги объектларнинг ҳаракатига таъсир қилади. Маълумки, Ньютон механикасига кўра Қуёш системасидаги сайёраларнинг ҳаракат траекториялари қўзғалмас эллипслардан иборат. Нисбийликнинг умумлашган наза-



7.5- расм.

риясига кўра сайёраларнинг ҳаракат траекториялари очиқ эллиптик орбиталарни ҳосил қилиши лозим. Бу релятивистик эффект XIX асрнинг охирида Қуёшга энг яқин жойлашган Меркурий планетасида кузатилган. Сайёранинг айланиш ўқи ўз ўрнини ўзгартирмаган ҳолда фазода жуда кичик бурчакка (100 йилда 43 ёй секундига) бурилади. Натижада, сайёра перигелийси ҳар хил нуқталардан ўтиб, *перигелий силжиши* деган эффект ҳосил бўлади (7.5- расм). Аммо сайёраларнинг жойлашиши Қуёшдан узоқлашган сари, перигелий эффекти йўқола боради. Масалан, Меркурийдан кейин жойлашган Венера планетасининг перигелий силжиш эффекти 8 ёй-секундини ташкил этади, холос.

Коинотда массаси кичик ҳажмда тўпланган ва сўнган «митти» юлдуздар деб номланган объектлар бўлиб, улардаги модда зичлиги (бинобарин, эркин тушиш тезланиши ҳам) Ердагига нисбатан миллион марта каттадир. Юлдузларнинг тортишиш майдони нисбатан ўта кучли. Бу майдонда вақт ўтиши секинлашган бўлганидан улардан тарқалаётган нурларнинг частоталари, бошқа юлдузлардан кетаётган шу табиатдаги нурлар частоталаридан кичик бўлади. Бу ҳодиса фанда гравитацион *қизил силжиш эффекти* деб ном олган. Зотан частотанинг ўзгариши туфайли нурланиш спектри, спектрнинг қизил қисми йўналишида силжийди.

1960 й. Р. Паунд Ер гравитацион майдони таъсирида γ-нурларнинг частотаси ўзгаришини лаборатория шароитида намойиш қилди.

Космик фазони забт этиш ривожланган ҳозирги даврда фазо-вақт эгриланишини тажрибада кузатиш имкони пайдо бўлмоқда. Йўлдошга йўналишни аниқ кўрсатадиган қурилма — гироскоп ўрнатилади. Гироскоп ўқи мустаҳкам бўлса, у доимо бир хил йўналишни кўрсатиши керак. Фазо-вақт боғланишига асосан йўлдош Ер куррасини бир марта айланиб чиққанда, гироскоп тўғри бурчакнинг 10^{-8} қисмига бурилади. Йўлдошнинг айланиш даври 1,5 соат бўлса, 2 йил давомида бурчак бурилиши 10^{-4} радианни ташкил этади. Гироскопни мустаҳкам ўрнатиш, бурилиш бурчагини ўлчаш билан боғлиқ бўлган мураккаб инженерлик муаммолари ҳал қилинса, бу тажрибани амалга ошириш мумкин.

7.11- §. Классик механиканинг қўлланиш чегараси

Нисбийликнинг махсус ва умумлашган назарияларини ўз ичига олган релятивистик механика қонунлари $v \ll c$ бўлганда классик механика қонунларига ўтишини олдинги темаларда бир неча бор кузатдик. Демак, релятивистик механика Галилей, Ньютон ва бошқа олимлар асослаган классик механика қонун ва принципларини инкор этмайди, аксинча уларни ривожлантиради ва умумлаштиради. Материя ҳаракати ва ривожланиши билан боғлиқ бўлган ҳодиса сирларини аниқлашда классик механиканинг қўлланиш чегарасини белгилаб беради.

Фараз қилайлик, ўлчов асбобининг аниқлиги n та рақам билан белгилансин. Ўлчашдаги $(\Delta x/x)$ нисбий хатолик 10^{-n} дан кичик бўлса $\left(\frac{\Delta x}{x} < 10^{-n}\right)$, ўлчов асбоби ёрдами билан масса ўзгаришини аниқлаш мумкин эмаслигини ҳисоблаб чиқайлик:

$$\frac{\Delta m}{m_0} = \frac{m - m_0}{m} = \frac{\frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - m_0}{m_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1$$

ёки

$$\frac{\Delta m}{m_0} = [(1 - v^2/c^2)^{-\frac{1}{2}} - 1]$$

Бу ифодани Тейлор қаторига ёйиб

$$[(1 - v^2/c^2)^{-\frac{1}{2}} - 1] = \left[1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} + \frac{3}{8}\left(\frac{v^2}{c^2}\right)^2 + \ldots - 1\right]$$

$v \ll c$ эканлигини эътиборга олиб, қаторнинг иккинчи ҳади билан чегараланамиз:

$$\frac{\Delta m}{m_0} = \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}. \qquad (7.45)$$

Нисбий хатолик 10^{-n} дан кичик бўлса, яъни

$$\frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} < 10^{-n}$$

ўлчов асбоби масса ўзгаришини ўлчай олмайди, у ҳолда чегаравий тезлик қуйидаги

$$v < c\sqrt{2\cdot 10^{-n}}$$

тенгсизлик орқали ифодаланади. Хусусан, ўлчаш аниқлиги 6 та рақам билан чегараланса,

$$v < c\sqrt{2\cdot 10^{-6}} \approx 423 \text{ км/с}$$

эканлигини топиш мумкин. Шундай қилиб, моддий нуқтанинг тезлиги 400 км/с дан ошмаса, релятивистик масса, (7.45) га асосан тинч ҳолатдаги массага нисбатан 10^{-6} дан кичик қийматга фарқ қилади.

Реал шароитда катта жисмларнинг тезлиги чегаравий тезликдан анча кичик. Масалан, иккинчи космик тезлик (v_{II} = 11,2 км/с) билан ҳаракатланаётган ракета массасининг нисбий ўзгариши, (7.45) тенгламага асосан,

$$\frac{\Delta m}{m_0} = \frac{1}{2}\left(\frac{11,2}{3\cdot 10^5}\right)^2 \approx 7\cdot 10^{-10}$$

ни ташкил этади. Агар ракетанинг тинч ҳолатдаги массаси $m_0 = 10^5$ кг бўлса, унинг ҳаракатдаги массаси $7\cdot 10^{-2}$ граммга ортади. Равшанки, тезлиги 400 км/с дан кичик бўлган жисмлар учун Ньютон механикасининг қонунлари беками-кўст бажарилади.

Лекин микродунё таркибини ташкил этган элементар зарраларнинг тезликлари ёруғлик тезлигига яқин. Уларнинг ҳаракати релятивистик механика қонунлари асосида текширилади. Худди шундай, космик фазода гравитацион майдони ўта кучли ва тезлиги чегаравий тезликдан катта бўлган объектларнинг ҳаракати ҳам релятивистик механика қонунларига бўйсунади.

VIII боб. ТЕБРАНМА ҲАРАКАТ МЕХАНИКАСИ. ТЎЛҚИНЛАР

Механик ҳаракатлар ичида шундай турдаги ҳаракатлар борки, бунда моддий нуқта қандайдир чегарадан ташқарига чиқмай ўз ҳаракатини кўп марта такрорлайди. Маълум даражада такрорланиш хоссасига эга бўлган ҳаракат тебранма ҳаракат деб аталади. Бу турдаги ҳаракатларни ўрганиш катта назарий ва амалий аҳамиятга эга. Фан ва техниканинг интенсив ривожланиши билан характерланувчи ҳозирги даврда бу ҳаракатларнинг бирор тури ишлатилмайдиган соҳанинг ўзи йўқ. Моддаларнинг таркибий қисми бўлган атомларнинг нурланишидан тортиб, Ернинг силкиниши билан боғлиқ бўлган ҳамма ҳодисалар табиати турлича бўлган кучларнинг таъсирида содир бўлган тебранишлар билан боғлиқдир. Шу нуқтаи назардан тебранма ҳаракат мураккаб физик жараён бўлиб, ўзига хос математик ифодалар билан аниқланади. Лекин механиканинг бу қисмида биз физиканинг бошқа, хусусан электромагнитизм ва оптика ҳодисаларини таҳлил қилиш учун зарур бўлган энг оддий механик тебранишлар билан танишиб, улар асосида ҳар қандай мураккаб тебранишни энг оддий гармоник тебранишларнинг йиғиндиси сифатида таҳлил қилиш мумкин эканлигини аниқлаймиз. Бу масалаларни ҳал қилишдан олдин механик тебраниш жараёни билан танишиб, уларни қандай турларга бўлиш мумкинлигини аниқлайлик.

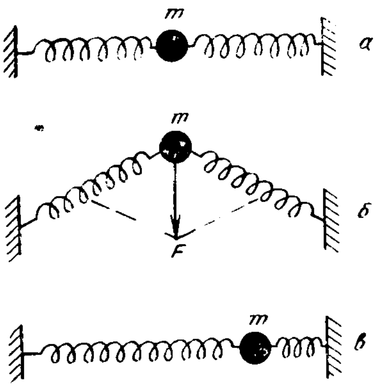
8.1- §. Тебранма ҳаракат турлари

Тажрибалардан маълумки, ҳамма жисмлар ташқи куч таъсирида ўз шаклларини ўзгартириб эластик ёки ноэластик деформацияланади. Ташқи куч таъсири йўқотилганда, эластик деформацияланган жисм ўзининг бошланғич шаклига қайтади.

Эластик деформацияланган жисмни аввалги ҳолатига қайтарувчи таъсир эластик куч дейилади. У электромагнит табиатга эга.

Ҳамма моддаларнинг заминида мусбат зарядланган ядро ва унинг атрофида мураккаб траектория бўйлаб ҳаракатланувчи электронлардан тузилган атомлар ётади. Оддий шароитда улар электр жиҳатдан нейтралдир. Атомлар бир-бирига жуда яқин келганда атомлардаги мусбат ва манфий зарядларнинг электр таъсири намоён бўла бошлайди (бу кучларнинг табиати 15.1- § тўлиқроқ ёритилган). Эластик хусусиятига эга бўлган модда атомлари бир-биридан шундай масофада жойлашадики, натижада улар орасидаги итаришиш ва тортишиш кучларининг таъсири нолга тенг бўлади. Агар ташқи куч бу зарралар орасидаги масофани қисқартирса ёки узайтирса, улар орасидаги ўзаро таъсирларнинг вектор йиғиндиси натижавий макроскопик эластиклик кучи сифатида юзага келади.

Массаси кичик бўлган шарча икки пружина ёрдами билан 8.1- расмда кўрсатилгандек ҳолатда маҳ-



8.1- расм.

камланган бўлсин. Пружиналардаги эластик кучлари бир-бирини мувозанатлагани туфайли шарча турғун (8.1- *а* расм) ҳолатни эгаллайди. Шарча юқорига кўтарилса, эластик кучларнинг мувозанати бузилиб (векторларни қўшиш қоидасига асосан аниқланган) кучларнинг тенг таъсир этувчиси шарчани мувозанатли ҳолатига қайтаради. Шарча инерцияси туфайли мувозанатли ҳолатидан ўтиб, кичик масофа оралиғидан ташқарига чиқмай ўз ҳаракатини такрорлаб (8.1- *б* расм) туради. Пружиналарнинг ўрамлари бир-бирига нисбатан силжиб, унинг деформацияси ҳосил бўлган ушбу системада, шарча силжиш деформацияси йўналишига перпендикуляр йўналишда тебраниб, кўндаланг тебраниш деб аталувчи тебраниш турини ҳосил қилади. Пружиналардан бирини чўзсак, иккинчиси сиқилади (8.1-*в* расм) ва ташқи куч таъсири йўқотилса, шарча эластик кучнинг йўналишида бўйлама тебранма ҳаракат қила бошлайди. Ташқи куч таъсири йўқотилгандан кейин шарчанинг тебраниши қисқа вақт давом этадиган бу хилдаги тебранишлар эркин бўлиб, улар сўнувчан тебранишлар турига киради.

Ташқи даврий ўзгарувчан кучлар таъсирида содир бўладиган тебранишлар эса мажбурий тебранишлар дейилади. Фақат ички кучлар таъсирида рўй берувчи тебранишлар эркин тебранишлар дейилади. Кучларнинг табиатига кўра мажбурий тебранишлар механик, акустик, электромеханик ва электромагнит турларига бўлинади.

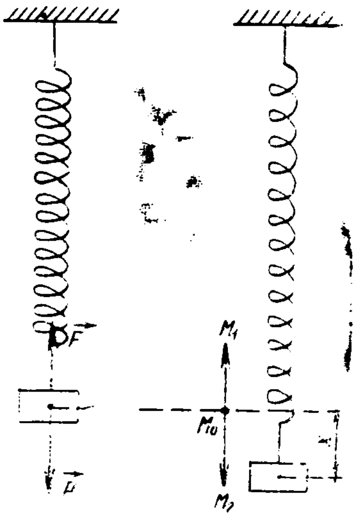
8.2- §. Гармоник тебранишлар

Тебранма ҳаракатларнинг энг оддийси гармоник тебраниш бўлиб, бу ҳаракатда моддий нуқта тенг вақтлар ичида ўз ҳаракатини ва ўзининг бошланғич вазиятини тўлиқ такрорлайди. Бинобарин, битта тўла тебраниш учун кетган вақт *давр* деб аталади. Бир секундаги тебранишлар сони *частота* эканлигини эътиборга олсак, даврни частота орқали қуйидагича ифодалаш мумкин:

$$T = \frac{1}{\nu}.$$

Таъсир этаётган кучларнинг табиатига кўра, моддий нуқта бир вақтнинг ўзида битта, икки ёки уч ўқ бўйлаб тебранма ҳаракат қилиши ва бунга мос равишда гармоник тебранишлар бир, икки ва уч ўлчовли бўлиши мумкин. Реал шароитда уч ўлчовли тебранишларни ҳосил қилиш жуда мураккаб масала.

Эркин гармоник тебраниш қонуниятларини кўриш учун аввалги параграфда кўрилган пружинага маҳкамланган шарчанинг тебранма ҳаракатини таҳлил қилайлик. Шарчага таъсир этаётган эластик кучни $\vec{F} = -k\vec{r}$ ифода орқали белгиласак ва унинг x ўқига бўлган проекцияси $F_x = -kx$ кўринишда ёзилади. Бу ифода эластик деформация учун Гук қонунини ифодалайди: эластик куч F_x силжишга пропорционал бўлиб, доимо мувозанат вазияти томон йўналган. Эластик куч таъсирида бўлган система учун Ньютоннинг иккинчи қонуни $m\vec{a} = -k\vec{r}$ шаклида ёзилиши мумкин. 8.2- расмда пружинага осилган ва P оғирлик кучига эга бўлган юкча тасвирланган. Бу система кўпинча пружинали маятник деб юритилади. Юкчанинг оғирлик кучи юкча ҳаракат қилмаганда пружинанинг эластик кучи билан мувозанатлашган. Юкча x масофага силжитиб қўйиб юборилса, кучлар орасидаги мувозанат бузилиб, юкча эластик кучи $F_x = -kx$ таъсирида $M_1 M_2$ кесма орасида тебрана бошлайди. Бир ўлчовли бу гармоник тебраниш учун Ньютоннинг иккинчи қонуни



8.2- расм.

$$ma_x = -kx \text{ ёки } m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx \qquad (8.1)$$

кўринишига ўтади. Бунда k пружинанинг табиатига боғлиқ бўлиб, пружинанинг эластиклик (ёки бикрлик) коэффициентидир. Бу коэффициент пружинани бир бирлик узунликка чўзиш учун зарур бўлган кучни характерлайди. (8.1) ифодадаги $\frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$ билан белгилаймиз ва ундаги ҳадларни бир томонга ўтказамиз. Сўнгра m га бўлиб,

$$\frac{k}{m} = \omega_0^2 \qquad (8.2)$$

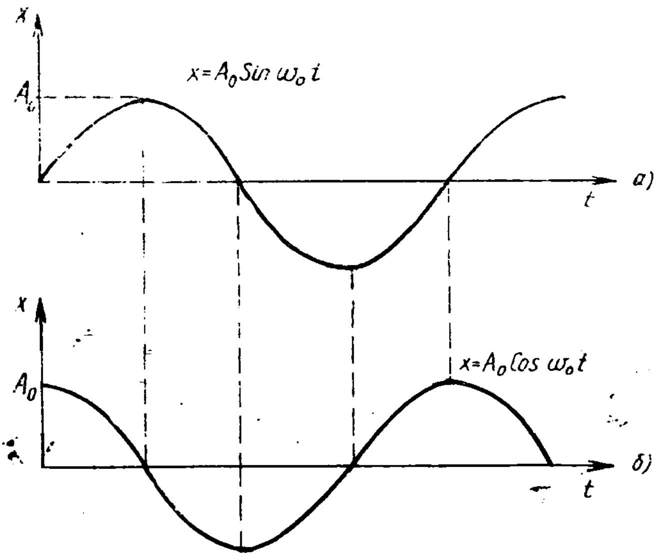
белгилаш киритсак, бир ўлчовли гармоник тебранишнинг дифференциал тенгламасини ҳосил қиламиз, яъни:

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0. \qquad (8.3)$$

Иккинчи тартибли, бир жинсли бу дифференциал тенгламанинг ечими қуйидаги кўринишда бўлади.

$$x = A_0 \sin(\omega_0 t + \varphi) \text{ ёки } x = A_0 \cos(\omega_0 t + \varphi). \qquad (8.4)$$

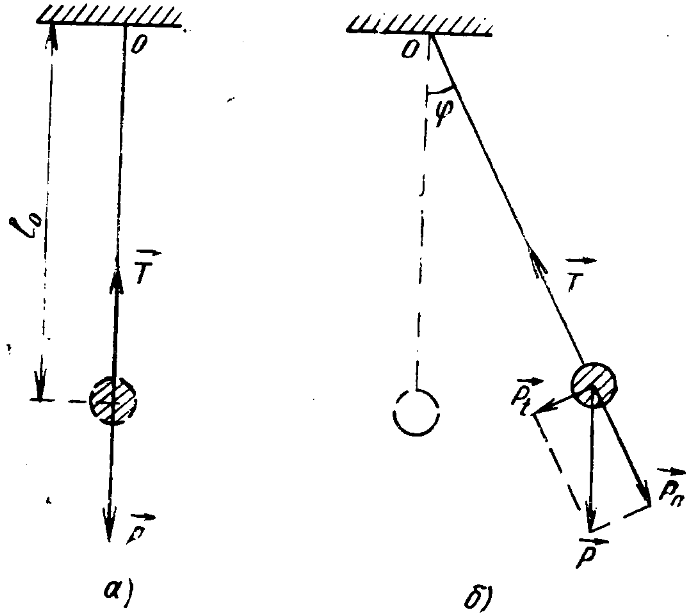
Зотан, ҳар иккисидан иккинчи тартибли ҳосилалар олиб тенгламага қўйсак, ҳар икки ечим гармоник тебранишнинг дифференциал тенгламасини қаноатлантиради. Демак, гармоник тебраниш вақтга боғлиқ равишда синус ёки косинуслар қонуни бўйича ўзгаради. Синус орқали ифодаланган силжишнинг тенгламаси тебранма ҳаракатни кузатиш мувозанат ҳолатига мос бўлган нуқтадан бошланганини кўрсатса ($t = 0$, $x = 0$ 8.3-*а* расм), косинус орқали ифодаланган силжишнинг қиймати тебранма ҳаракат силжишининг энг катта қийматига мос бўлган нуқтадан бошлаб кузатилганини кўрсатади (8.3-*б* расм). Силжишнинг максимал қийматига A_0 — амплитуда, $(\omega_0 t + \varphi)$ — тебранма ҳаракатнинг тебраниш фазаси, φ — бошланғич фаза, ω_0 — эса тебранишнинг хусусий циклик частотаси деб аталади. Шу ўринда бу катталикларнинг физик маъносини эслатиб ўтайлик. Хусусий циклик частота $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = 2\pi\nu_0$ — 2π секунд вақт оралиғида содир бўлган тўла тебранишлар сонини англатади. Бошланғич фаза φ — бошланғич момент ($t = 0$) да тебранувчи системанинг вазиятини белгилайди. Агар $\varphi = 0$ бўлса, тебранувчи системанинг фазаси $\alpha = \omega_0 t = 2\pi \frac{t}{T_0}$ бўлиб қолади. Бинобарин, фаза тебраниш даври улушлари билан ифодалан-



8.3- расм.

ган ҳар бир пайтга мос бўлган мувозанат ҳолатига нисбатан оғиш бурчагини радианлар билан ифодаланган қийматини белгилайди. Эркин тебранишларнинг хусусий циклик частотаси ω_0, (8.2) га биноан, тебранувчи системанинг параметрларига боғлиқ. Шунинг учун бу тебранишларнинг даврини (8.2) тенгламага $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$ ифодани қўйиб топсак, $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ бўлади. Демак, T_0 тебранувчи системанинг массаси m га ва пружинанинг бикрлиги k га боғлиқ экан. Пружинанинг эластиклик хусусиятини характерловчи катталик $k = \frac{F}{x}$ орқали ҳисобланади. Бикрлик пружинанинг берилган ҳолатига нисбатан бир-бирлик узунликка чўзиш (ёхуд қисиш) учун лозим бўлган кучга тенг катталикдир.

Гармоник тебранишлар даврий ўзгарувчан квазиэластик куч таъсирида ҳам содир бўлиши мумкин. *Табиати жиҳатидан эластик бўлмаган, лекин эластик*



8.4- расм.

куч каби катталиги силжишга боғлиқ бўлган эластик кучга ўхшаш куч, квази-эластик куч дейилади. Математик ва физик маятниклар квази-эластик куч таъсирида тебранади.

1. Математик маятник. *Вазнсиз, чўзилмайдиган узун ипга осилган ва оғирлик кучининг ташкил этувчиси таъсирида тебранма ҳаракат қила оладиган моддий нуқта математик маятник деб аталади.* Одатда, узун ипга осилган кичик шарча математик маятник деб олинади. Зотан, массаси шарча массасига нисбатан жуда кичик ва узунлиги шарча радиусига нисбатан жуда катта бўлган бу системани идеал математик маятник модудли сифатида кўриш мумкин. 8.4- *а* расмда вертикал вазиятни эгаллаган маятник тасвирланган. Бунда шарчанинг оғирлик ва ипнинг таранглик кучларининг вектор йиғиндиси нолга тенг $\vec{P}+\vec{T}=0$ бўлганидан система мувозанатли вазиятни эгаллайди. Шарча мувозанат вазиятидан чиқарилса (8.4- *б* расм), кучлар орасидаги мувозанат бузилиб, квазиэластик куч бўлган — оғирлик кучининг ташкил этувчиси $P_t = -P\sin\varphi = -mg\sin\varphi$ таъсирида маятник тебрана бошлайди. Кичик бурчаклар учун ($\sin\varphi \approx \varphi$) бўлганидан юқоридаги ифода

$$P_t = -mg\varphi \qquad (8.5)$$

шаклда олинади. Оғирлик кучининг $\vec{P}_n$ ташкил этувчиси 8.4-*б* расмда келтирилган ипнинг таранглик кучи $\vec{T}$ билан мувозанатлашади.

Кичик кесма атрофидаги маятникнинг тебранишини маркази O нуқтада, радиуси ипнинг узунлигига тенг бўлган $R = l_0$ вертикал текисликдаги айланма ҳаракатнинг бир қисми деб олиш мумкин. Айланма ҳаракат динамикасининг асосий тенгламаси

$$M = I\beta \qquad (8.6)$$

эди. Математик маятникка таъсир этаётган куч моменти $M = P_t \cdot l_0$, унинг инерция моменти $I = ml_0^2$, бурчакли тезланиши эса $\beta = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \ddot{\varphi}$ орқали аниқланишини эътиборга олсак, (8.5) га асосан, (8.6) ни қуйидагича ўзгартириб ёзиш мумкин:

$$ml_0^2\ddot{\varphi} + l_0 mg\varphi = 0.$$

Бу ифодани ml_0^2 га қисқартирамиз ва

$$\omega_0^2 = \frac{g}{l_0} \qquad (8.7)$$

белгилаш киритсак, (8.3) тенгламага айнан ўхшаш ифодани ҳосил қиламиз:

$$\ddot{\varphi} + \omega_0^2\varphi = 0. \qquad (8.8)$$

Бу тенгламанинг ечими синус ёки косинус қонунияти кўринишида бўлади. Математик маятникнинг мувозанат ҳолатидан оғиши x унинг оғиш бурчаги φ га пропорционал бўлгани учун, x ҳам синус ёки косинус қонунияти билан ўзгаради, яъни

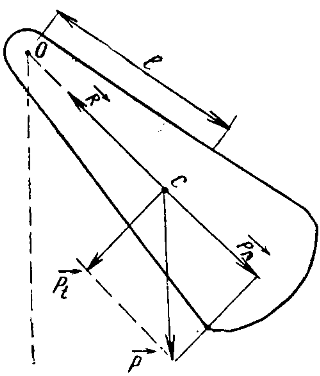
$$x = A_0\sin(\omega_0 t + \varphi) \text{ ёки } x = A_0\cos(\omega_0 t + \varphi).$$

Демак, математик маятникнинг тебраниши гармоник бўлиб, унинг оғиш бурчаги φ ва мувозанат ҳолатидан силжиши x синус ёки косинуслар қонуни билан аниқланади. Унинг тебраниш даври (8.7) га асосан:

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{l_0}{g}}. \qquad (8.9)$$

Ушбу ифода Гюйгенс формуласи дейилади. Математик маятникнинг тебраниш даври унинг узунлигидан чиқарилган квадрат илдизга тўғри, эркин тушиш тезланишидан чиқарилган квадрат илдизга тескари пропорционалдир.

2. Физик маятник. *Инерция марказидан ўтмайдиган ихтиёрий ўққа нисбатан оғирлик кучининг ташкил этувчиси таъсирида тебранма ҳаракат қила оладиган қаттиқ жисм ёки жисмлар системаси физик маятник деб аталади.* Бу турдаги маятниклар ҳам оғирлик кучининг P_t ташкил этувчиси таъсирида тебранса, оғирлик кучининг P_n (8.5-расм) ташкил этувчиси осилишнинг реакция кучи $\vec{R}$ билан мувозанатлашади. Физик маятникнинг тебранма ҳаракати айланма ҳаракатнинг бир қисмидир. Физик маятникнинг айланиш ўқига нисбатан инерция моменти I, P_t кучининг l елкага кўпайтмаси куч моменти эканлигини эътиборга олиб, куч моменти формуласини қуйидагича ёзамиз: $M = -mgl\sin\varphi$. Кичик бурчакли тебранишларда $\sin\varphi \approx \varphi$ деб маятник учун айланма ҳаракат динамикасининг асосий тенгламасини $I\ddot{\varphi} = -mgl\varphi$ шаклга келтирамиз. Ифодани I га бўлиб, $\omega_0^2 = \frac{mgl}{I}$ белгилаш киритсак, иккинчи тартибли бир жинсли дифференциал тенглама ҳосил бўлади: $\ddot{\varphi} + \omega_0^2\varphi = 0$. Шундай қилиб, физик маятникнинг оғиш бурчаги φ ҳам, математик маятник каби синус ёки косинуслар қонуни орқали, унинг тебраниш даври эса



8.5-расм.

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgl}} \qquad (8.10)$$

ифодадан топилади. Математик (8.9) ва физик (8.10) маятникларнинг даврларини ўзаро таққослайлик. Бунда $l_0 = \frac{I}{m \cdot l}$ эканлигини топамиз. Бу шарт бажарилганда, ҳар иккала маятник бир хил тебраниш даври билан тебранади. Математик маятнинг l_0 узунлигига сон жиҳатдан тенг бўлган физик маятникнинг $L = \frac{I}{ml}$ узунлиги *физик маятникнинг келтирилган узунлиги* дейилади. Бу узунлик орқали физик маятникнинг тебранш даврини яна бундай аниқлаш мумкин:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}.$$

Математик ва физик маятниклар техниканинг турли соҳаларида, хусусан соатсозликда кенг ишлатилади. Уларнинг тебраниш даври формулалари муҳим амалий аҳамиятга эга бўлиб, эркин тушиш тезланиши, мураккаб жисмларнинг инерция моментларини аниқлашда кенг ишлатилади.

8.3-§. Гармоник тебранма ҳаракатнинг энергияси

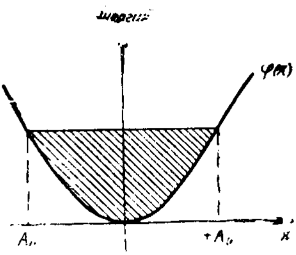
Маълумки, бир ўлчовли эркин тебраниш жисмга таъсир этаётган ташқи куч таъсири тўхтатилгандан кейин содир бўлади. Системадаги эластик ёки квазиэластик табиатга эга бўлган кучни енгишда ташқи кучнинг бажарган элементар иши: $dA = F_x dx = kxdx$ аниқланиб, бундан бажарилган тўлиқ иш:

$$A = \int_0^x kxdx = \frac{kx^2}{2}.$$

Бу иш, энергиянинг сақланиш қонунига асосан, системанинг потенциал энергиясини ҳосил қилишга сарф бўлади:

$$E_p(x) = \frac{kx^2}{2}. \qquad (8.11)$$

Бир ўлчовли гармоник тебраниш потенциал энергиясининг силжиш x га боғлиқлик графиги 8,6-расмда келтирилган. Бу эгри чизиқ $x = 0$ га нисбатан симметрик бўлган парабола орқали тасвирланади. Мувозанатли ҳолатга мансуб бўлган $x = 0$ нуқтада системанинг потенциал энергияси энг кичик. Бинобарин, му-



8.6-расм.

возанат ҳолатда бўлган системанинг потенциал энергияси минимал қийматга эга. Мувозанатли ҳолатдан энг чекка нуқталарда силжиши x нинг қиймати $-A_0$ ва $+A_0$ ларга тенг. Бу ҳолатларга мос бўлган системанинг максимал потенциал энергияси системанинг тўлиқ механик энергиясига тенг, яъни:

$$E = \frac{kA_0^2}{2}. \tag{8.12}$$

Бу энергияни таркибий қисмларига системанинг кинетик ва потенциал энергиялари киради, яъни

$$E = \frac{mv^2}{2} + E_p(x). \tag{8.13}$$

Кинетик ва потенциал энергияларнинг даврий равишда бир-бирига айланиши эса механик системани тебранма ҳаракатга келтиради. У ҳолда моддий нуқтанинг тезлиги

$$v = \sqrt{\frac{2[E - E_p(x)]}{m}} \tag{8.14}$$

тебранаётган системанинг потенциал энергиясига боғлиқ. Хусусан, $E_p(x) = 0$ бўлганда мувозанат ҳолатидан ўтаётган моддий нуқтанинг тезлиги

$$v_{max} = \sqrt{\frac{2E}{m}} = \sqrt{\frac{k}{m} A_0^2} = \omega_0 A_0 \tag{8.15}$$

максимал қийматга эришади.

Тебранма ҳаракат қилаётган моддий нуқтанинг ёки системанинг тўла механик энергияси (8.13) га асосан $E = \frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2}$, чунки $E_p(x) = \frac{kx^2}{2}$. Агар тезлик моддий нуқтанинг силжиши x дан вақт бўйича олинган биринчи тартибли ҳосиласи, яъни $v = \dot{x} = \omega_0 A_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)$ ва (8.2) га асосан $\omega_0^2 m = k$ эканлигини ҳисобга олсак, тебранишнинг тўла энергияси $E = \frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2} = \frac{kA_0^2}{2}$ эканлигини кўришимиз мумкин.

Демак, ноконсерватив (қаршилик ва ишқаланиш) кучларидан холи бўлган тебранувчи системанинг тўла механик энергияси ўзгармас экан, яъни $E = \frac{kA_0^2}{2} = \text{const}$.

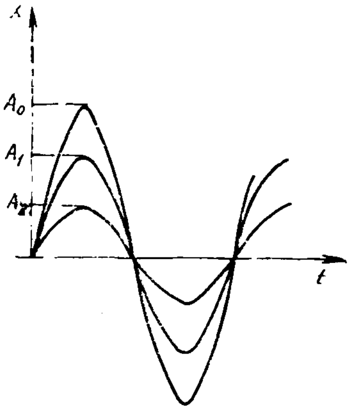
Келтирилган мулоҳазалардан консерватив куч туркумига кирган эластик куч, гравитацион ва электр кучлари каби (8.11) шаклдаги ўз потенциал энергиясига ва 8.6- расмда тасвирланган эгри чизиқ кўринишидаги $\varphi(x)$ потенциал функциясига эга бўлишини аниқлаймиз. Система шу функция билан чегараланган потенциал ўрадан чиқмаган ҳолда, шу чуқурликдаги энергияларнинг узлуксиз қийматларини олади. Бу хулоса классик механика қонунларига бўйсунган тебранишлар учун ўринлидир. Лекин атом ва молекулалар тебраниш механизмидан маълумки, бу зарраларнинг энергиялари квантланган бўлиб, $\varphi(x)$ потенциал чуқурликда, улар ўз энергияларига мос бўлган энергетик сатҳларни эгаллайдилар. Квант механикасининг қонунларига бўйсунган тебранишлар, классик тебранма ҳаракатлардан шу хусусияти билан кескин фарқ қилади.

8.4- §. Тебранма ҳаракатларни қўшиш

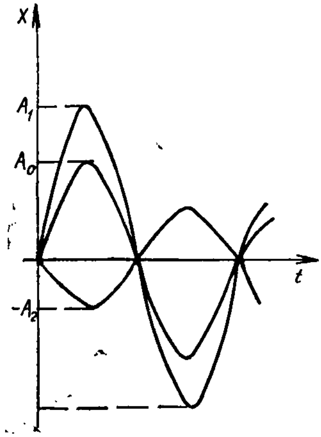
Эластик ва квазиэластик кучлар таъсирида бўлган система кўпгина ҳолларда бир тўғри чизиқда ётган ёки ўзаро перпендикуляр бўлган икки ёки ундан ортиқ тебранишларда иштирок этиши мумкин. Тебранишларнинг қўшилишидан ҳосил бўлган натижавий тебранишни аниқлаш катта амалий аҳамиятга эга. Чунки, товуш тўлқинлари, ўзгарувчан ток, электромагнит тўлқинлари билан боғлиқ бўлган кўпгина ҳодисалар бу тўлқинларни уйғотган тебранма ҳаракатларнинг қўшилиши билан боғлиқдир.

1. Бир тўғри чизиқда ётган икки когерент тебранма ҳаракатларни қўшиш

Когерент тебранишлар деб, частоталари бир хил ёки бир-биридан чексиз кичик қийматга фарқ қиладиган ва фазалар фарқи вақт бўйича ўзгармайдиган тебранишларга айтилади. Масалан, моддий нуқта циклик частотаси ω_0 бир хил ва бир тўғри чизиқда ётган иккита тебранишда иштирок қилаётган бўлсин. Уларнинг



8.7- расм.



8.8- расм.

берилган вақт моментидаги мувозанат ҳолатидан силжиш масофалари

$$x_1 = A_1 \sin(\omega_0 t + \varphi_1)\,,\ x_2 = A_2 \sin(\omega_0 t + \varphi_2) \qquad (8.16)$$

тенгламалар билан ифодалансин. Агар бу икки тебранишларнинг бошланғич фазалари ўзаро тенг ($\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi$) бўлса, уларнинг қўшилишидан ҳосил бўлган натижавий тебраниш ҳам гармоник бўлиб, унинг силжиши $x = x_1 + x_2 = (A_1 + A_2)\sin(\omega_0 t + \varphi)$ тенглама билан ифодаланади. Унинг амплитудаси берилган тебранишлар амплитудаларининг йиғиндисига тенг (8.7- расм), яъни $A_0 = A_1 + A_2$. Аксинча, иккинчи тебраниш биринчисидан фазаси бўйича ($\varphi_2 = \varphi_1 + \pi$) «$\pi$» га фарқ қилса (8.8- расм), яъни

$$x_1 = A_1 \sin(\omega_0 t + \varphi_1),\ x_2 = A_2 \sin(\omega_0 t + \varphi_1 + \pi) =$$
$$= -A_2 \sin(\omega_0 t + \varphi_1)$$

уларнинг қўшилишидан ҳосил бўлган тебранишнинг тенгламаси

$$x = x_1 + x_2 = (A_1 - A_2)\sin(\omega_0 t + \varphi_1)$$

бўлиб, у ҳам гармоник, лекин натижавий тебраниш амплитудаси $A_0 = A_1 - A_2$ берилган тебранишлар амплитудаларининг айирмасига тенг. Шундай қилиб, бир хил фазали когерент тебранишлар қўшилса, улар бир-бирини кучайтиради, қарама-қарши фазали когерент тебранишлар қўшилганда тебранишлар бир-бирини сусайтиради. Ушбу ҳисоблаш методи ёрдамида биз бир тўғри чизиқда содир бўлаётган когерент тебранишларнинг қўшилишини энг оддий усулини кўрдик, холос. Лекин вектор диаграмма деб аталадиган усул ёрдамида берилган тебранишларнинг бошланғич фазалари ўзаро тенг $\varphi_1 \neq \varphi_2$ бўлмаган ҳолда ҳам натижавий тебраниш гармоник, унинг силжиш тенгламаси

$$x = A_0 \sin(\omega_0 t + \varphi) \tag{8.17}$$

бўлишини ва амплитудаси

$$A_0^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1),$$

бошланғич фазаси эса

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{A_1 \cdot \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2}{A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2} \tag{8.18}$$

шаклдаги тригонометрик ифодалар орқали аниқлаш мумкинлигини кўрсатиш мумкин. Демак, натижавий тебранишларнинг амплитудаси A_0 нииг қиймати $(\varphi_2 - \varphi_1)$ га боғлиқ равишда

$$A_1 - A_2 \leqslant A_0 \leqslant A_1 + A_2 \tag{8.19}$$

интервал орасида ўзгаради. Хусусан, $\varphi_2 - \varphi_1 = 2n\pi$ бўлганда натижавий тебранма ҳаракатнинг амплитудаси $A_0 = A_1 + A_2$ ва $\varphi_2 - \varphi_1 = 2n\pi + \pi$ бўлганда $A_0 = A_1 - A_2$ га тенг бўлади. Бунда $n = 0, 1, 2 \ldots$ бутун сонларни қабул қилади.

2. Ўзаро перпендикуляр тебранишларни қўшиш. Моддий нуқта тенгламалари

$$x = A_0 \sin(\omega_0 t + \varphi), \; y = B_0 \sin(\omega_0 t + \psi) \tag{8.20}$$

орқали ифодаланган ўзаро перпендикуляр икки тебранишда иштирок этсин. Унинг ҳаракатини икки ўлчовли гармоник тебранма ҳаракат деб кўриш мумкин. Натижавий тебранишларнинг траекторияси берилган ҳаракатларнинг амплитудалари ва бошланғич фазаларига боғлиқ. Масалан, ҳар икки тебраниш фазалари $\varphi = \psi$ ўзаро тенг бўлса, юқоридаги тенгламаларнинг нисбатидан

$$y = \frac{B_0}{A_0} x \tag{8.21}$$

ёки $\psi = \varphi + \pi$ бўлса, берилган икки тебраниш бир-биридан ишораси билан фарқланади ва уларнинг нисбати

$$y = -\frac{B_0}{A_0}x \tag{8.22}$$

шаклини олади. Демак, фазалари тенг ёки π га фарқ қилган ўзаро перпендикуляр тебранишларни қўшилишидан ҳосил бўлган натижавий тебраниш координата бошидан ўтган ва қиялиги $\operatorname{tg}\varphi = \frac{B_0}{A_0}$ га тенг бўлган тўғри чизиқлардан иборат. Тўғри чизиқлардан бири 2 ва 4 чоракларда ётса, иккинчиси (8.22) 1 ва 3 чоракларда ётади (8.9-*а* расм).

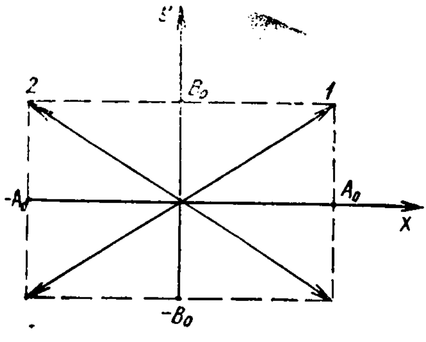
Энди тебранишлар фазаси 90° га, яъни $\psi = \varphi + \frac{\pi}{2}$ ҳолини кўриб чиқайлик. Бу шарт бажарилганда, «*y*» ўқи бўйлаб содир бўлаётган тебранишни

$$y = B_0\sin\left(\omega_0 t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) = B_0\cos(\omega_0 t + \varphi) \tag{8.23}$$

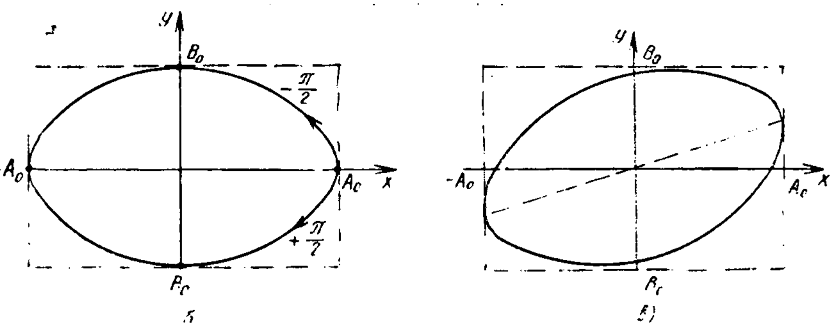
шаклда ўзгартириб ёзамиз. (8.20) ҳамда (8.23) тенгламалардаги x ва y ларни квадратга ошириб, жамлаймиз. Бунда

$$\frac{x^2}{A_0^2} + \frac{y^2}{B_0^2} = 1 \tag{8.24}$$

тенглама ҳосил бўлади. Бу горизонтал ярим ўқи A_0 га, вер-



а)



б) в)

8.9- расм.

тикал ярим ўқи B_0 га тенг бўлган эллипс тенгламасидир (8.9- *б* расм). Агар ярим ўқлар тебраниш амплитудалари ўзаро тенг $A_0=B_0$ бўлса (8.24) ифода айлана тенгламасини беради. Моддий нуқта эллипсни ёки доирани қайси йўналишда айланиши фазалар айирмасининг ишорасига боғлиқ. Хусусан, $\psi-\varphi=\frac{\pi}{2}$ шарт бажарилса, моддий нуқта эллипсни соат стрелкаси ҳаракат йўналишида, $\psi-\varphi=-\frac{\pi}{2}$ тенглик бажарилса, соат стрелкаси ҳаракат йўналишига тескари йўналишда айланади (8.9- *б* расм).

Келтирилган чегаравий қийматларга асосан фазалар айирмасининг қолган ҳар қандай ихтиёрий қийматида ўзаро перпендикуляр тебранишларнинг қўшилишидан ҳосил бўлган натижавий траектория ярим ўқлари координата ўқларига нисбатан қияланган эллипс (8.9- *в* расм) шаклида бўлишини унча мураккаб бўлмаган тригонометрик амаллар ёрдамида кўрсатиш мумкин.

Ўзаро перпендикуляр тебранишларнинг циклик частоталари тенг бўлмаса ва бири иккинчисига нисбатан каррали ўзгарса, натижавий тебранишнинг траекторияси Лиссажу номи билан аталган мураккаб шакллардан иборат бўлади.

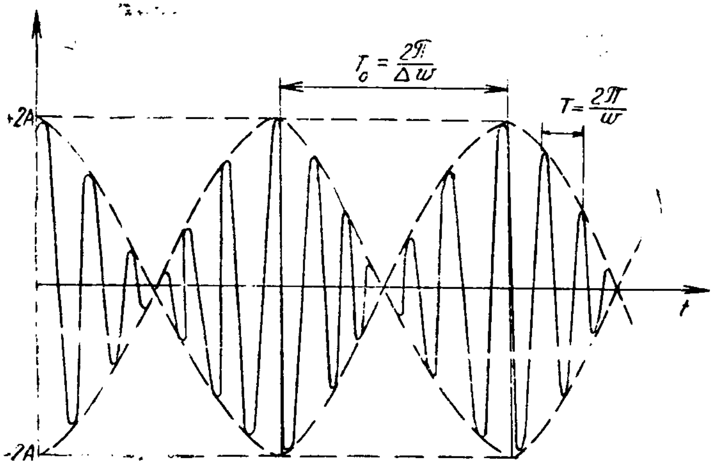
8.5- §. Тепкили тебранишлар

Бир йўналишда содир бўлаётган ва частоталари бир-биридан кичик қийматларга фарқ қилган икки тебранишнинг қўшилишини аниқлайлик. Масалани соддалаштириш мақсадида тебранишларнинг амплитудалари бир хил, бошланғич фазалари ноль ва циклик частоталари $\omega_1=\omega_0-\Delta\omega$, $\omega_2=\omega_0+\Delta\omega$ деб фараз қилайлик. У ҳолда, берилган тебранишларнинг тенгламалари қуйидагича:

$$x_1=A\cos\omega_1 t,\quad x_2=A\cos\omega_2 t. \qquad (8.25)$$

Натижавий тебраниш эса: $x=x_1+x_2=A(\cos\omega_1 t+\cos\omega_2 t)$. Ушбу тенгламадаги косинуслар йиғиндисини, уларнинг кўпайтмалари орқали ифодалаймиз:

$$x=2A\cos\frac{(\omega_2-\omega_1)t}{2}\cdot\cos\frac{(\omega_1+\omega_2)t}{2}=2A\cos\Delta\omega t\cdot\cos\omega_0 t.$$



8.10- расм.

Охирги ифодани гармоник тебранма ҳаракатнинг тенгламаси (8.4) билан таққосласак, натижавий тебраниш амплитудаси

$$A_0 = 2A\cos\Delta\omega t \tag{8.26}$$

қонуни бўйича ўзгарувчан гармоник тебранма ҳаракат эканлигини топамиз (8.10- расм).

Кузатиш боши ($t=0$) да тебранма ҳаракат амплитудаси $2A$ га тенг ва унинг вақт давомида ўзгариши 8.10- расмда пунктир чизиқ билан кўрсатилган. Шаклдан шу нарса аниқки,

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_2 - \omega_1} = \frac{2\pi}{\Delta\omega} \tag{8.27}$$

даврда натижавий тебранишнинг амплитудаси берилган тебранишлар амплитудасига нисбатан 2 марта ошиб, кучайиб туради. Шунинг учун амплитудаси (8.26) билан аниқланувчи тебранишлар *тепкили тебранма ҳаракат дейилади.*

8.6- §. Сўнувчи тебраниш

Эркин тебраниш ноконсерватив кучлар таъсирига эга бўлган системада содир бўлса, тебранишнинг ҳар бир чорак даврида система, тебраниш энергиясининг бир қисмини қаршилик кучларини енгиш учун иш бажаришга сарфлайди. Бу иш иссиқлик энергиясига ўтиб, қайтмас жараён сифатида атроф-муҳитга тарқалади. Тебраниш давомида (8.12) билан аниқланган системанинг тўлиқ механик энергияси муҳитнинг ва системанинг ички энергиясига ўта боради. Бинобарин, ҳар қандай эркин тебраниш сўнувчи бўлиб, унинг амплитудаси секин-аста камайиб боради. Бунда, амплитуданинг камайиши бирор қонуниятга бўйсунадими, деган савол туғилади. Савол ечимини аниқлаш мақсадида моддий нуқта эластик ва қаршилик кучлари таъсирида тебранади, деб фараз қилайлик. У ҳолда тебранма ҳаракат учун (8.1) шаклда ёзилган Ньютоннинг иккинчи қонуни қуйидаги кўринишни олади:

$$m\ddot{x} = -kx - \chi\dot{x}, \tag{8.28}$$

бунда $F_k = -\chi v_x = -\chi\frac{dx}{dt} = -\chi\dot{x}$ қаршилик кучи бўлиб, χ — қаршилик коэффициенти дейилади. Юқоридаги ифодани m га бўлиб,

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m}, \quad 2\beta = \frac{\chi}{m} \tag{8.29}$$

белгилашларни киритсак, сўнувчи тебранма ҳаракатнинг

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \tag{8.30}$$

шаклдаги дифференциал тенгламасини ҳосил қиламиз. Бир жинсли иккинчи тартибли бу тенгламанинг ечимини

$$x = A(t)\cdot\sin(\omega t + \varphi) \tag{8.31}$$

кўринишда олайлик. Тебранишнинг циклик частотасига боғлиқ бўлмаган амплитуда dt вақт ичида dA га камаяди. Унинг камайиш миқдори кузатиш вақтига ва амплитуданинг берилган вақтдаги қиймати A га боғлиқ: $dA \sim Adt$. Пропорционаллик белгисини тенгликка айлантириш учун коэффициент киритамиз:

$$dA = -\beta Adt, \tag{8.32}$$

бунда (—) ишораси вақт ўтиши давомида амплитуданинг камайишини кўрсатса, муҳитнинг табиатига боғлиқ бўлган ва сўниш коэффициенти деб аталувчи β

тебранишнинг сўниш тезлигини кўрсатади. (8.32) ифодани берилган чегараларда интеграллаб

$$\int_{A_0}^{A} \frac{dA}{A} = -\beta \int_{0}^{t} dt$$

амплитуданинг вақтга боғлиқ қонуниятини ҳосил қиламиз:

$$A(t) = A_0 e^{-\beta t},$$

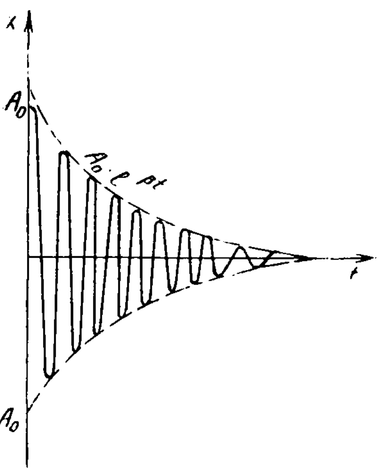
бунда A_0 — тебранишнинг $t=0$ моментига мос келган бошланғич амплитудаси. Топилган ифодага асосан сўнувчи тебранишнинг тенгламаси (8.31) қуйидагича бўлади:

$$x = A_0 e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi). \qquad (8.33)$$

Тебранишнинг циклик частотасини аниқлашда (8.33) дан вақт бўйича биринчи, иккинчи тартибли ҳосилалар олиб, (8.30) га қўйиб қисқартиришларни амалга оширгандан кейин $\beta^2 - \omega^2 - 2\beta^2 + \omega_0^2 = 0$ тенгламани ҳосил этамиз. Бундан сўнувчи тебранишнинг циклик частотаси:

$$\omega^2 = \omega_0^2 - \beta^2. \qquad (8.34)$$

Равшанки, $\omega_0^2 > \beta^2$ бўлса, (8.33) шаклдаги ечим (8.30) тенгламани қаноатлантиради ва унинг графиги 8.11-расмда келтирилган кўринишга эга бўлади. Демак, амплитуда вақт давомида *экспоненциал қонун* бўйича камайиб боради. Унинг ўзгариши 8.11-расмда пунктир чизиқ билан кўрсатилган. Муҳитнинг қаршилиги туфайли сўнувчи тебранишнинг даври



8.11-расм.

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} \qquad (8.35)$$

эркин тебраниш даври $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$ дан катта бўлади.

Бир-биридан бир даврга фарқ қилган икки кетма-кет тебраниш амплитудаларинининг нисбати

$$\frac{A_0 e^{-\beta t}}{A_0 e^{-\beta (t+T)}} = \frac{e^{-\beta t}}{e^{-\beta T} \cdot e^{-\beta t}} = e^{\beta T}$$

сўниш декременти деб аталувчи катталикни беради. Уни логарифмлаб

$$\lambda = \ln e^{\beta T} = \beta T \qquad (8.36)$$

ифодани ҳосил қиламиз, λ — *сўнишнинг логарифмик декременти* деб аталади. Сейсмик қидирув ишларида бирор объектда тебраниш уйғотилиб, сўнишнинг логарифмик декременти λ ва у орқали заминнинг қаршилиги β топилади.

Эластик кучнинг максимал қийматининг қаршилик кучининг энг катта қийматига нисбати

$$Q = \frac{F_э}{F_к} = \frac{kA_0}{\chi\, v_{max}} \qquad (8.37)$$

тебраниш системасининг *юксаклиги* дейилади. Тезликнинг максимал қиймати (8.15) орқали аниқланишини эътиборга олсак, (8.37) ифодани яна бундай ёзиш мумкин:

$$Q = \frac{kA_0}{\chi\, \omega_0 A_0} = \frac{k}{\chi \omega_0} = \frac{m\omega_0^2}{\chi\, \omega_0} = \frac{m\,\omega_0}{\chi}. \qquad (8.38)$$

Ҳосил бўлган (8.38) ифодадан муҳитнинг қаршилик коэффициенти χ қанчалик кичик бўлса, системасининг юксаклиги шунча юқори бўлиб, унинг сўниш жараёни узоқ давом этади деган хулосага келамиз. Бунинг маъноси шуки, механик энергия муҳитга кам миқдорда тарқалса, тебраниш ҳам бунга мос равишда узоқ давом этади.

Юксаклик, чорак даврда йўқотилган ΔE энергия тўлиқ механик энергия E дан неча марта кичик $Q = \dfrac{E}{\Delta E}$ эканлигини кўрсатади. Ташқи куч ёрдами билан тебранишнинг чорак даврида йўқотилган ΔE энергияси тўлдириб турилса, тебранишнинг амплитудаси ўзгармас қолади. Масалан, маятникли соатларда чорак даврда йўқотилган энергия, системага ташқи куч билан берилган потенциал энергия ҳисобига тўлдирилади. Бунинг эвазига маятник тебраниш амплитудаси ўз қийматини ўзгартирмайди.

Тебранаётган системанинг юксаклиги $Q < 1$ бўлса, (8.37) га асосан, қаршилик кучи эластиклик кучидан ($F_к > F_э$) катта ўлиб, мувозанатли ҳолатдан чиқарилган система тебранмай мувозанатли ҳолатига қайтади. Ҳаракатнинг бу тури даврий бўлмаган жараён бўлиб, чорак даврда системанинг тўлиқ механик энергияси бутунлай иссиқлик энергияси сифатида муҳитга тарқалиши мумкин.

8.7- §. Мажбурий тебраниш. Резонанс

Тажрибадан маълумки, даврий ишлайдиган механизмнинг ён атрофида турган жисмлар тебраниб туради. Масалан, станок ишлаганда дераза ойналарининг тебраниши, машина мотори юргизилганда унинг бошқа қисмларининг вибрацияланиши, самолёт двигатели ишлаб турганда қанотларнинг тебраниши ва шу тоифадаги бошқа мисолларни кундалик турмушимизда кўплаб учратамиз. *Тебранувчи системанинг ташқи даврий ўзгарувчан куч таъсиридаги тебранишлари мажбурий тебраниш деб аталади.*

Фараз қилайлик, мувозанат вазиятида турган боғланган система ёки ўзаро боғланган жисм қисмлари

$$F = F_0 \sin \omega t \tag{8.39}$$

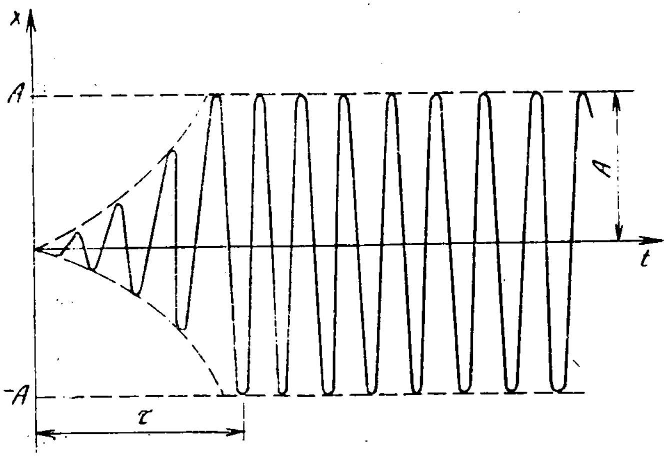
қонун бўйича даврий ўзгарадиган мажбур этувчи куч таъсирида тебрана бошласин, бунда F_0 — ўзгарувчан кучнинг амплитудаси, ω унинг циклик частотаси. Ньютоннинг II қонунига асосан мажбурий тебранаётган системанинг ҳаракат тенгламасини умумий шаклда қуйидагича ёзамиз:

$$m\ddot{x} + \chi \dot{x} + kx = F_0 \sin \omega t, \tag{8.40}$$

бу ифодани m га бўлиб, $2\beta = \frac{\chi}{m}$, $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$ ва $f_0 = \frac{F_0}{m}$ белгилашларни киритсак, юқоридаги иккинчи тартибли бир жинсли бўлмаган дифференциал тенгламани қуйидаги кўринишга келтирамиз:

$$\ddot{x} + 2\beta \dot{x} + \omega_0^2 x = f_0 \sin \omega t. \tag{8.41}$$

Қаршилик кучининг таъсири кучли бўлган бошланғич ҳолатда мажбурий тебранишнинг амплитудаси вақтга боғлиқ равишда секин-аста ошиб боради. Лекин ҳар чорак даврда йўқотилган энергияни мажбур этувчи куч бажарган иши ҳисобига тўлдириб турсак, τ вақтдан сўнг системанинг тебраниши барқарорлашади.



8.12- расм.

8.12- расмда частотаси ташқи куч частотасига тенг ва ўзгармас амплитудали қарор топган тебранишнинг графиги келтирилган. Бу тебранишнинг тенгламасини

$$x = A \sin(\omega t + \varphi) \qquad (8.42)$$

шаклда оламиз. Ундан олинган биринчи ва иккинчи тартибли ҳосилаларни $\dot{x} = A\omega \cdot \cos(\omega t + \varphi)$, $\ddot{x} = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi)$ (8.41) ифодага қўйиб уни қуйидаги

$$-A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi) + 2\beta\omega A \cos(\omega t + \varphi) + \omega_0^2 A \sin(\omega t + \varphi) = f_0 \sin \omega t$$

шаклга келтирамиз. Бурчаклар йиғиндисини синус ва косинусларини қўшиш формуласига асосан очиб чиқсак, қуйидаги тригонометрик тенглама ҳосил бўлади:

$$\left[A\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)\cos\varphi - 2\beta A \sin\varphi - f_0\right]\sin\omega t + \left[A\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)\sin\varphi + 2\beta A\omega \cdot \cos\varphi\right]\cos\omega t = 0.$$

Ташқи куч таъсири бошлангандан кейин хусусий (ω_0) ва мажбурий (ω) частоталар орасидаги боғланишни ифодаловчи бу муносабат вақтнинг ихтиёрий моменти учун ўринли. Хусусан, $t = \frac{T}{4}$, $t = 0$ моментлар учун юқоридаги тенглама

$$A\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)\cos\varphi - 2\beta\omega A \sin\varphi = f_0, \qquad (8.43)$$

$$A\left(\omega_0^2-\omega^2\right)\sin\varphi+2\beta A\omega\cos\varphi=0 \qquad (8.44)$$

шаклдаги икки тенгламага ажралади. (8.44) тенгламадан қарор топган мажбурий тебранишнинг фазаси

$$\operatorname{tg}\varphi=-\frac{2\beta\omega}{\omega_0^2-\omega^2} \qquad (8.45)$$

эканлигини топамиз. (—) ишораси тебранишнинг фазаси уни вужудга келтирган мажбур этувчи куч фазасидан орқада қолишини кўрсатади. (8.43) ва (8.44) тенгламаларни квадратларга ошириб ва ҳадма-ҳад қўшсак,

$$A^2\left(\omega_0^2-\omega^2\right)^2+4\beta^2A^2\omega^2=f_0^2$$

кўринишдаги ифода ҳосил бўлади. Бундан мажбурий тебранишнинг амплитудаси

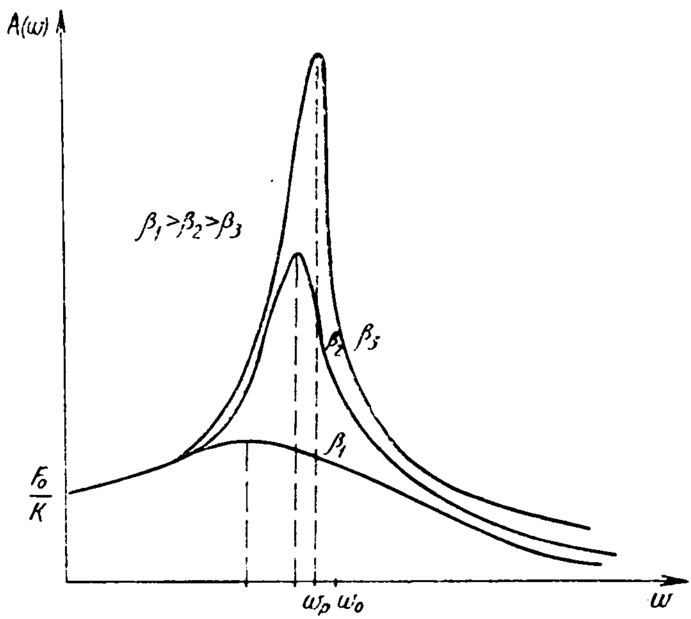
$$A=\frac{f_0}{\sqrt{\left(\omega_0^2-\omega^2\right)^2+4\beta^2\omega^2}}=\frac{F_0}{m\sqrt{\left(\omega_0^2-\omega^2\right)^2+4\beta^2\omega^2}} \qquad (8.46)$$

га тенг. Демак, қарор топган тебранма ҳаракатнинг амплитудаси даврий ўзгарувчан кучнинг амплитудаси F_0 га, унинг частотаси ω га ва қаршилик коэффициенти $\beta=\frac{\chi}{2m}$ га боғлиқ равишда ўзгаради. Шу билан бир қаторда, юқоридаги (8.46) ифодадан тебранаётган системанинг амплитудаси система массаси m га тескари пропорционал. Система массаси катталашган сари мажбурий тебранишнинг амплитудаси кичрайиб боради.

Амплитуда қийматини аниқловчи (8.46) ифодадан равшанки, даврий ўзгарувчан кучнинг частотаси системанинг хусусий частотасига тенг бўлиб қолса ($\omega=\omega_0$), мажбурий тебранишнинг амплитудаси энг катта қийматга эришади, яъни резонанс ҳодисаси рўй беради, (8.46) ва (8.38) тенгламаларга асосан резонанс содир бўлгандаги тебранма ҳаракатнинг амплитудаси қуйидагига тенг

$$A_p=\frac{F_0}{2m\beta\omega_0}=\frac{F_0}{k}\cdot\frac{m\omega_0}{\chi}=\frac{F_0}{k}Q \qquad (8.47)$$

эканлигини аниқлаймиз. Тебранишнинг юксаклиги $Q=1$ га тенг бўлса, эластик кучининг таъсири қаршилик кучи билан



8.13-расм.

мувозанатлашиб, амплитуда $\frac{F_0}{k}$ ўзгармас қийматга эришади (8.13-расм).

(8.46) ифодага асосан бу хилдаги тебраниш ҳосил бўлиши учун кучнинг таъсири ўзгармас ($\omega=0$) бўлиши лозим, чунки $k=m\omega$ Бунда тебранаётган системанинг ҳар бир чорак даврида ташқи кучнинг бажарган механик иши қаршилик кучини енгишга сарфланади. Масалан, арғимчоқ ташқи куч таъсирида тебранма ҳаракатга келтирилсин. Арғимчоқнинг мувозанатли ҳолатидан ўтиш жойига ўрнашиб олган кузатувчи ҳар чорак даврида тебраниш йўналишида бир хилда туртки бериб турса, арғимчоқ ўзгармас амплитуда билан тебранма ҳаракат қилади. Бу тебранишда кузатувчининг берган турткиси даврий, лекин ўзгармасдир.

Қаршилик кучининг таъсири эластиклик кучидан кичиклаша бошласа, мажбурий тебранишнинг амплитудаси ташқи кучнинг частотасига мос равишда ошиб, ω_0 да максимал қийматга эришади. Резонанс амплитудасининг тиклиги Q га боғлиқ. Хусусан, қаршилик кучи нолга тенг бўлса ($\beta = 0$), амплитуда $A_p \to \infty$ интилиб, фазалар айирмаси $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ тенглашади. Табиийки, бундай ҳодиса содир бўлиши мумкин эмас. Зотан ҳар қандай муҳит, қанчалик кичик бўлмасин, чекли қаршилик кучига эга. Бинобарин, (8.35) га асосан эркин тебранишнинг частотаси ёки даври муҳитнинг қаршилик коэффициенти β га боғлиқдир. Демак, резонанс ҳодисаси ω_0 частотада эмас, унга нисбатан кичикроқ $(\omega_p < \omega_0)$ частотада содир бўлади. 8.13-расмда қаршилик кучлари ҳар хил бўлган системалар учун резонанс амплитудалари келтирилган. Қаршилик коэффициенти кичиклашган сари, резонанс частотаси $\omega_p \to \omega_0$ яқинлашиб боради. Лекин унга тенглашмайди. Бунда, мажбурий тебранишнинг фазаси ташқи куч фазасидан $\frac{\pi}{2}$ га орқада қолади.

Шундай қилиб, реал шароитда *ташқи куч частотаси* $\omega = \omega_p$ *резонанс частотасига тенг бўлганда резонанс ҳодисаси рўй беради.* Резонанс частотаси ω_p билан хусусий частота ω_0 ва муҳитнинг қаршилиги орасидаги боғланишни топиш учун (8.46) тенгламанинг махражидаги илдиз остидаги ифодадан ω бўйича ҳосила олиб, уни нолга тенглаштирамиз. Бу шарт бажарилганда тебранишнинг амплитудаси максимал қийматга эришади.

$$-\left(\omega_0^2 - \omega^2\right) + 2\beta^2 = 0,$$

бундан

$$\omega = \omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}\,. \tag{8.48}$$

Резонанс частотага мос бўлган резонанс амплитуданинг қийматини (8.46) га асосан топамиз:

$$A_p = \frac{F_0}{2\beta m\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}. \tag{8.49}$$

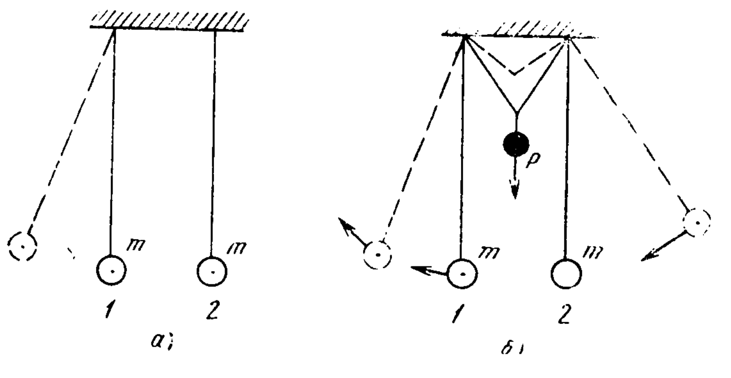
Келтирилган 8.13-расмдан яна шу нарса аниқки, $\omega \to \infty$ бўлганда мажбурий тебранишнинг амплитудаси $A \to 0$ интилади. $\omega \gg \omega_p$ шарти бажарилганда ташқи кучнинг даврий ўзгариши жуда тез содир бўлиб, боғланган система мувозанат ҳолатидан чиқишга улгура олмайди. Шундай қилиб, сўниш коэффициенти β кичик бўлган тебранувчи системаларда резонанс ҳодисаси кучли намоён бўлади.

Механик, акустик, электромеханик ва электромагнит тебранишлари билан боғлиқ бўлган кўпгина физик ҳодисаларда резонанс ижобий аҳамиятга эга. Резонанс ҳодисаси салбий таъсирга эга бўлган самолётсозлик, кемасозлик, кўприксозлик, телеминора ва кўп қаватли уйларни қуришда бу ҳодисага катта аҳамият берилади. Аксинча, резонансга етарли даражада аҳамият берилмаса, аянчли фожиалар юз бериши мумкин. Бундай ҳодисалар самолётсозлик соҳасининг бошланиши даврида кўп содир бўлган. 1940 йили АҚШнинг Такома дарёсида бунёд этилган 853 м узунликдаги кўприк кучли шамол таъсирида тебраниб, резонанс туфайли бузилиб кетган.

8.8-§. Тўлқинлар. Тўлқинларнинг эластик муҳитда тарқалиши

Юқорида қўзғалмас нуқтага осилган моддий нуқтанинг эластик ёки квазиэластик кучлар таъсирида тебранишини ва бу тебраниш билан боғлиқ бўлган ҳодисаларни кузатдик. Тебранаётган система ўз механик энергиясини мувозанат ҳолатида турган иккинчи системага узатиши мумкинми, деган савол туғилади. Кейинги мавзулар бу саволнинг ечимини аниқлашга бағишланган.

Тажрибадан маълумки, ўзаро мустақил бўлган иккита маятникдан (8.14- *а* расм) биринчисини тебранма ҳаракатга келтирсак, иккинчси ўз вазиятини сақлайди. Лекин бу икки маятник ип билан кичик *P* юкка



8.14- расм.

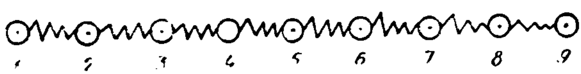
боғланган бўлса (8.14-*б* расм), иккала маятник ипга таъсир этувчи куч орқали боғланади. Биринчи маятник иккинчисидан узоқлашганда боғланиш кучи ортади, аксинча яқинлашганда боғланиш кучи камаяди. Боғланиш кучининг ўзгариб туриши туфайли иккинчи маятник ҳам биринчисига мос равишда импульс олиб тебрана бошлайди. Энергиянинг сақланиш қонунига асосан иккинчи маятникнинг амплитудаси камайганда биринчи маятникнинг амплитудаси ошиб боради ва аксинча. Келтирилган тажрибадан хулоса шуки, боғланган системаларда тебраниш энергияси бир моддий нуқтадан иккинчисига ўтиши мумкин.

Бу хулосани моддий муҳит учун умумийлаштирайлик. Газ, суюқлик, қаттиқ моддаларни ташкил этган атом ва молекулалар орасида электромагнит табиатга эга бўлган итаришиш ва тортишиш кучлари мавжуд. Бу ички кучлар боғланиш кучи ролини ўйнайди. Бинобарин, берилган муҳитнинг бирор зарраси тебранма ҳаракатга келтирилса, унинг таъсири қўшни зарраларга узатилиб, тебраниш муҳит бўйлаб тарқала бошлайди.

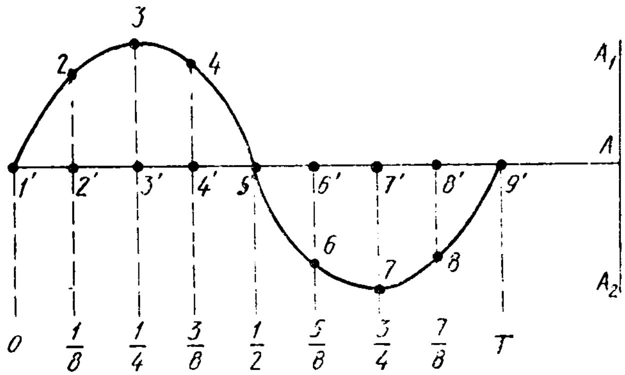
Тебранма ҳаракатнинг тарқалишини кузатайлик. Масалан, зарралар 8.15-расмда кўрсатилган сонлар билан белгиланган тартибда жойлашсин. Зарралар орасидаги ўзаро таъсир кучлари орқали таъсирлашиши ёки боғланиш — эластик пружиналар билан боғланган моддий нуқталар системаси сифатида кўрсатилган.

Биринчи заррани мувозанат ҳолатига нисбатан перпендикуляр йўналишда тебранма ҳаракатга келтирайлик. У бир давр ичида AA_1AA_2A масофани босиб 8.16-расмда келтирилган синусоидани чизиши мумкин эди. Лекин зарралар боғланган бўлганидан биринчи зарра тебранма ҳаракатга келтирилса, қолган зарралар ҳам уйғониб, берилган синусоидада маълум вазиятни эгаллайди. Улар қандай жойлашуви мумкин эканлигини кузатайлик.

Биринчи зарра мувозанатдан чиқарилганда, у билан иккинчи зарра орасидаги боғланиш кучи *1*-заррани тормозлаб, иккинчисини мувозанат ҳолатидан чиқариб

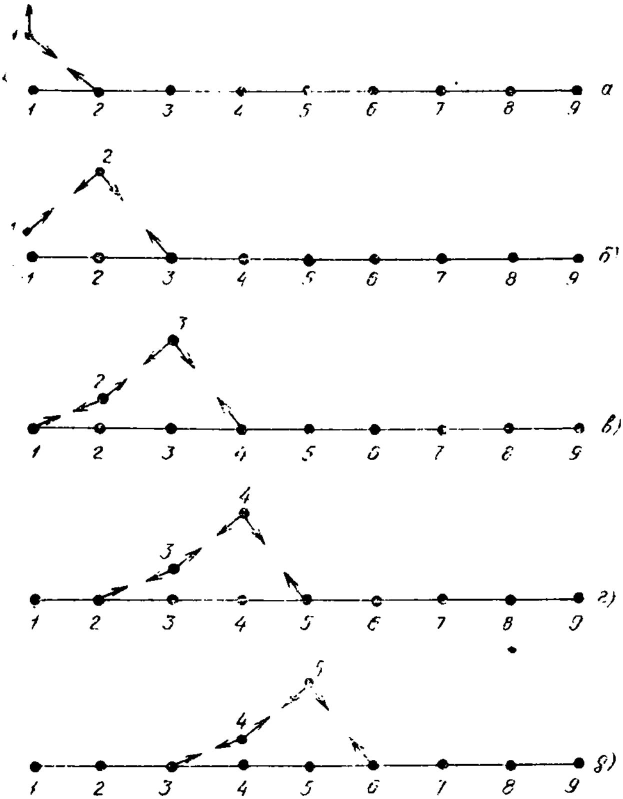


8.15-расм.



8.16- расм.

тезлатади (8.17-*а* расм). Бинобарин, иккинчи зарранинг тебраниши $\frac{1}{8}T$ даврга кечикади. У мувозанат ҳолатига қайтиши учун пастга қараб 8.16- расмда келтирилган *22′* масофани босиб ўтиши керак. Мувозанат ҳолатидан узоқлашаётган иккинчи моддий нуқта тормозланганда *2*- билан *3*-зарра орасидаги боғланиш кучи *3*-заррани мувозанат ҳолатидан чиқариб тезлата бошлайди. (8.17-*б* расм). Лекин унинг тебраниши *1*-заррага нисбатан $\frac{1}{4}T$ даврга кечикади (8.16- расм). 1-зарра мувозанат ҳолатига қайтиб келганда *3*-зарра мувозанат ҳолатидан энг четга чиққан, иккинчи зарра мувозанат ҳолатига қайтаётган бўлади. (8.17-*в* расм). Лекин 3- билан 4- зарралар орасидаги боғланиш кучи 4- заррани мувозанат ҳолатидан қўзғатиб тезлатади ва у синусоидада ўз фазасига мос бўлган вазиятни эгаллайди. Аммо *4*- зарранинг тебраниши *1*- зарра тебранишига нисбатан $\frac{3}{8}T$ даврга кечикади. Келтирилган мулоҳазани бир давр учун такрорласак, тебранишни кечикиб узатиш жараёнида модел сифатида олинган 9 та зарра фазода бир-бирларидан фазалари билан фарқ қилган ҳар хил вазиятларни эгаллайди (8.16- расм). Агар улар орасида зарралар чексиз кўп бўлса, уларнинг ҳаммаси 8.16- расмда келтирилган синусоида бўйича жойлашади. Бинобарин, зарраларнинг тўлқин ҳаракати бу тўлқинни уйғотган тебранма ҳаракат шаклида бўлади.



8.17- расм.

Тебранма ҳаракат ўз шаклини ўзгартирмай вақт ўтиши билан эластик муҳитда тарқалиш жараёни *эластик тўлқин,* у тарқалаётган муҳит — *тўлқин майдони* дейилади.

Эластик муҳитда зарранинг тебраниши даврий равишда такрорланиб турмайди. Зарраларнинг энергияси қўшни зарраларга ўзгаришсиз узатилиб турилади. Лекин зарралар навбатма-навбат тебраниши туфайли тебраниш биридан иккинчисига ўтганда иккинчи зарранинг тебраниши биринчисига нисбатан кечикади.

Юқорида келтирилган шаклда (8.16-расм) зарраларнинг тебраниши тўлқиннинг тарқалиш йўналишига перпендикуляр бўлганидан бу турдаги тўлқинларга кўндаланг тўлқинлар дейилади. Кўндаланг тўлқин муҳитда тарқалганда, унинг зарралари тўлқин тарқалиши йўналишига нисбатан тик йўналишда тебраниб силжиш деформациясини ҳосил қилади. Шунинг учун бу тўлқинлар жисмда тарқалганда, унинг шакли ўзгаради. Масалан, тор ёки арқон бўйлаб кўндаланг тўлқин тарқалса, улар синусоидал шаклни оладилар. Бу тўлқинлар фақат қаттиқ жисмда ҳосил бўлади ва уларнинг тарқалиш тезлиги жисмнинг зичлиги ва эластиклиги орқали аниқланади:

$$v = \sqrt{\frac{G}{\rho}}, \tag{8.50}$$

бунда G — силжиш модули, ρ — модданинг зичлиги.

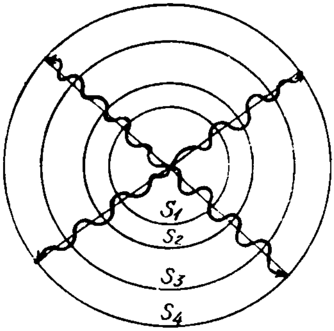
Зарралар тебраниши тўлқиннинг тарқалиш йўналишида бўлса, улар бир-бирига яқинлашиб-узоқлашиб туриши туфайли, уларни мувозанат ҳолатига қайтарувчи эластик кучлар юзага келади. Муҳит бўйлаб эса бўйлама тўлқин тарқала бошлайди. Бўйлама тебранишлар муҳит бўйлаб тарқалганда, тўлқин тарқалиш йўналишида муҳитнинг зичлиги даврий равишда ўзгариб туради. Ҳажмий ўзгариш ҳамма турдаги моддаларда кузатилганидан бўйлама тўлқин қаттиқ, суюқ ва газсимон моддаларда тарқалади. Унинг тезлиги модданинг зичлиги ρ ва эластиклик модули E га боғлиқ:

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \tag{8.51}$$

Тезлик ифодаси (8.50),. (8.51) лардан равшанки, *зичлиги ноль бўлган муҳитда (бўшлиқда) эластик тўлқин тарқалмайди.*

Шундай қилиб, қаттиқ жисмларда бир вақтнинг ўзида кўндаланг ва бўйлама тўлқинлар тарқалиши мумкин.

Вақтнинг t моментида тўлқин етиб келган нуқталарнинг геометрик ўрни тўлқин фронти дейилади. Унинг шаклига кўра тўлқинлар ясси ва сферик тўлқинларга бўлинади. Тарқалиш кўлами, яъни тўлқин фронти текисликдан иборат бўлган тўлқин ясси, сферадан иборат бўлган тўлқин сферик тўлқинлар дейилади. Сферик тўлқинлар тўлқин манбаидан ҳамма томонга сфера шаклида тарқалади. Масалан, тинч турган сув ҳавзасига тош ташланса, тош тушган жой деформацияланиб, сув сиртида бўйланма сферик тўлқинлар ҳосил бўлади (8.18-расм). O нуқтадан тарқалган энергия оқими Ф кетма-кет $S_1 = 4\pi r_1^2$, $S_2 = 4\pi r_2^2$, $S_3 = 4\pi r_3^2$ сфераларнинг сиртларида бир текисда тақсимланганидан, бирлик юзага тўғри келган энергия миқдори E радиус квадратига тескари пропорционал равишда камайиб боради:



8.18- расм.

$$E = \frac{\Phi}{4\pi r^2}.$$

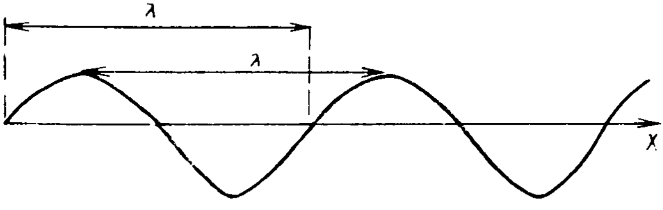
Лекин тебраниш энергияси (8.12) ифодага асосан, амплитуданинг квадратига пропорционал. Шу боисдан сферик тўлқин бир сферадан иккинчисига ўтганда, унинг амплитудаси радиусга тескари пропорционал равишда камайиши мумкин:

$$A = K\frac{A_0}{r} \qquad (8.52)$$

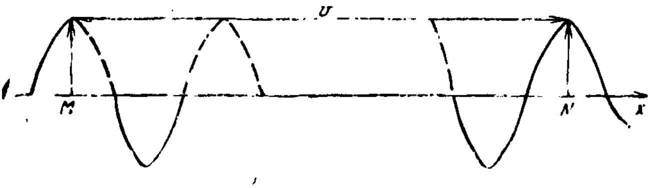
A_0 — «0» нуқтадаги бошланғич тебраниш амплитудаси, K — муҳитнинг табиатига боғлиқ бўлган пропорционаллик коэффициенти.

Манбадан тарқалаётган тўлқинни *бир тебраниш даврида босиб ўтган йўли тўлқин узунлиги дейилади.* 8.19-расмдан равшанки, тўлқин узунлиги фазалари бир хил бўлган икки энг яқин нуқталар орасидаги масофани кўрсатади. Агар тўлқиннинг тарқалиш тезлиги ўзгармас бўлса, у ҳолда тўлқин узунлигининг таърифига асосан унинг қиймати

$$\lambda = v\cdot T = \frac{v}{\nu}$$



8.19- расм.



8.20- расм.

тенгламадан топилади. Бу ифодадан тўлқиннинг тарқалиш тезлиги

$$v = \lambda \cdot \nu \tag{8.54}$$

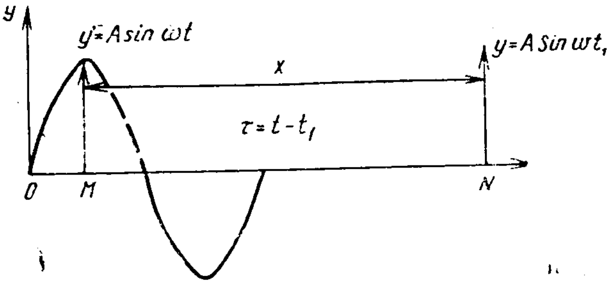
тўлқин узунлиги билан частотанинг кўпайтмасига тенг. v — одатда, фазавий тезлик деб юритилади. Бошланғич ҳолатда муҳитнинг M нуқтасида тебранаётган зарра қандай фазада тебранса (8.20- расм), бир секунддан кейин ундан v масофада турган N- зарра ҳам шундай фазада тебранади. Бинобарин, v — берилган муҳитда тебраниш фазасининг узатиш тезлигини билдириб, бу узатиш бир нуқтадан бошқа нуқтага ўтганда кечикади.

8.9- §. Тўлқиннинг ҳаракат тенгламаси. Тўлқин тенглама

Маълумки, тўлқин муҳитнинг бирор нуқтасига етиб келиши, шу нуқтанинг тебраниши орқали аниқланади. Бинобарин, муҳит зарраларининг мувозанат ҳолатидан четлашиши бир-бирига нисбатан кечикиб юз беради. *Вақтнинг ихтиёрий моментида муҳит заррасининг ўз мувозанат ҳолатидан қанчага узоқлашувини кўрсатадиган тенглама, тўлқиннинг ҳаракат тенгламаси бўлади.* Фараз қилайлик, Ox йўналишида кўндаланг тўлқин тарқалаётган бўлсин. Муҳитнинг M нуқтасидаги (8.21- расм) зарра «y» ўқи бўйича тебранаётган бўлсин. Зарранинг тебраниши гармоник бўлса, унинг бу ўқ бўйлаб силжиши

$$y = A \sin \omega t \tag{8.54}$$

орқали аниқланади. Энди бу нуқтадан x узоқликда турган N- зарранинг тебраниши қандай бўлишини аниқлайлик. Равшанки, N- зарранинг тебраниши M га нисбатан τ вақтга кечикади. Тўлқин жараёнида тебранма ҳаракат нуқтадан нуқтага ўзгаришсиз узатилганидан N- нуқтадаги тебраниш-



8.21- расм.

нинг тенгламаси $y = A\sin\omega t_1$ шаклда бўлади. Лекин $t = t_1 + \tau$ ёки $t_1 = t - \tau$ бўлганидан юқоридаги (8.54) тенглама N- нуқта учун қуйидагича ёзилади:

$$y = A\sin\omega(t - \tau). \qquad (8.55)$$

Тўлқиннинг ҳаракатланиш вақти $\tau = \frac{x}{v}$ эканлигини эътиборга олсак, (8.55) тенгламани $y = A\sin\left(\omega t - \omega\frac{x}{v}\right)$ шаклда ҳам ёзиш мумкин. Бунда x — тўлқин манбаи билан тўлқин етиб келган нуқта орасидаги масофа. (8.53) ифодага асосан бу тенгламани яна ўзгартириб ёзамиз:

$$y = A\sin\left(\omega t - 2\pi\nu\cdot\frac{x}{\lambda\nu}\right) = A\sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right).$$

Бу тенгликка $\frac{2\pi}{\lambda} = k_x$ белгилаш киритамиз ва у x йўналишдаги тўлқин сони дейилади. Тўлқин сони 2π узунлик бирлигида жойлашиши мумкин бўлган тўлқинлар миқдорини белгилайди. У ҳолда, x ўқи бўйлаб тарқалаётган тўлқиннинг ҳаракат тенгламаси:

$$y = A\sin(\omega t - k_x x). \qquad (8.56)$$

Келтирилган бу тенгламадан равшанки, xнинг ҳар бир нуқтасидаги силжиш (y) икки ўзгарувчи x ва t нинг функциясидир:

$$y = f(x, t). \qquad (8.57)$$

Демак, тўлқин муҳит бўйлаб тарқалганда, зарраларнинг силжиши координата xга ва вақтга боғлиқ равишда ўзгариб боради. Шунинг учун (8.56) тенглама тўлқиннинг ҳаракат тенгламаси деб аталади. Ҳар қандай ҳаракатнинг тенгламаси маълум шаклдаги дифференциал тенгламанинг ечимидир. Ушбу тенглама кўринишини топиш мақсадида (8.56) ифодадан x ва t лар бўйича иккинчи тартибли ҳосилалар оламиз:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -k_x^2 A \sin(\omega t - k_x x) = -k_x^2 y,$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\omega^2 A \sin(\omega t - k_x x) = -\omega^2 y.$$

Икки тенгламанинг нисбатидан қуйидаги ифодага эга бўламиз:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{k_x^2}{\omega^2} \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial t^2},$$

бунда $\frac{k_x}{\omega} = \frac{1}{v}$ эканлигини эътиборга олсак:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}. \qquad (8.58)$$

Тенглама тўлқин x ўқи йўналиши бўйича тарқалаётганини кўрсатади ва тўлқин тенгламанинг хусусий кўринишидир.

Табиати ўрганилган ва шакли 8.21-расмда келтирилган ясси кўндаланг тўлқинда зарралар фақат битта текисликда (бир ўқ бўйича) тебранади. Бу турдаги тўлқин одатда қутбланган дейилади.

Юқорида келтирилган (8.56), (8.58) тенгламаларни ихтиёрий $\vec{r}(x, y, z)$ йўналишда тарқалаётган кўндаланг тўлқинлар учун умумлаштириш мумкин. Бу кўринишдаги тўлқиннинг силжиши η, (x, y, z) координатларнинг ва t вақтнинг функцияси бўлади, яъни $\eta = f(x, y, z, t)$. Агар силжиш ўрнини кўрсатувчи радиус-вектор

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{e}$$

ва тўлқин сони

$$\vec{k} = k_x \vec{i} + k_y \vec{j} + k_z \vec{e}$$

ифодалар орқали аниқланишларини эътиборга олсак, ихтиёрий йўналишда тарқалаётган тўлқиннинг ҳаракат тенгламаси

$$\eta(x, y, z, t) = A \sin(\omega t - \vec{k}\vec{r}) \qquad (8.59)$$

шаклда тасвирланади. Бу тенгламадан координаталар ва вақт бўйича иккинчи тартибли ҳосилалар оламиз. У ҳолда (8.58) кўринишдаги *тўлқин тенгламани* ҳосил қиламиз:

$$\frac{\partial^2\eta}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\eta}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\eta}{\partial z^2}=\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\eta}{\partial t^2}.$$

Ушбу тенгламанинг чап томони Лаплас оператори орқали ифодаланади:

$$\Delta\eta=\frac{\partial^2\eta}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\eta}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\eta}{\partial z^2}. \qquad (8.60)$$

Бу белгилашга биноан юқоридаги тўлқин тенгламани содда ҳолга келтириш мумкин:

$$\Delta\eta=\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\eta}{\partial t^2}. \qquad (8.61)$$

Келтирилган ифодаларни сферик тўлқинга умумлаштиришда формула (8.52) га асосан, сферик тўлқиннинг амплитудаси радиусга тескари пропорционал равишда камайиб боришини эътиборга олиш лозим:

$$\eta(r,t)=\frac{A_0}{r}\sin(\omega t-kr). \qquad (8.62)$$

Шуни қайд қилиш керакки, механик тўлқинлар дифракцияланади, яъни улар ўлчамлиги тўлқин узунлигидан катта тўсиқларни оғиб ўтиш хусусиятига эга ва когерент тебранишлардан ҳосил бўлган тўлқинлар (8.4-§ га қаранг) тўлқин майдонида учрашганда улар бирбирини кучайтиради ёки сусайтиради, яъни интерференцияланади.

IX боб. ГИДРОДИНАМИКА

9.1-§. Узлуксизлик тенгламаси

Суюқлик қаттиқ жисмдан фарқли ўзи эгаллаган фазонинг шаклини олади ва оқувчанлик хусусиятига эга. Табиийки, бундай хусусиятли моддаларга классик механиканинг масса, импульс ва энергиянинг сақланиш қонунларини қандай татбиқ қилиш мумкин, деган савол туғилади.

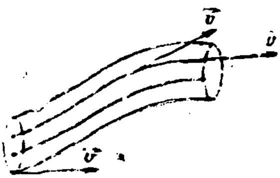
Механиканинг гидродинамика қисми суюқликнинг оқиши билан боғлиқ ҳодисаларни ўрганади. Лекин шуни олдиндан қайд қилиш керакки, гидродинамикада келтирилган кўпчилик тенгламалар аэродинамика учун ҳам ўринлидир. Газ ҳам суюқлик каби оқувчандир. Моддаларнинг бу икки агрегат ҳолатларини бир-биридан фарқлаш мақсадида сиқилувчанлик тушунчаси киритилган. Газ сиқилувчан бўлиб, ҳаракатланганда унинг зичлиги координаталар функцияси сифатида ўзгариб боради, бу хусусиятдан холи бўлган суюқликда унинг зичлиги ўзгармай ($\rho = \text{const}$) қолади.

Тинч турган суюқлик ҳолатини аниқловчи параметрлар сифатида босим ва зичлик олиниши мумкин. Зероки, h баландликка эга бўлган суюқликнинг оғирлиги туфайли вужудга келувчи босим гидростатик босим бўлиб, у зичлик ва баландликка пропорционал ва қуйидагича аниқланади:

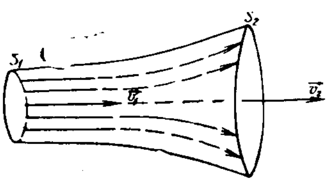
$$p = \frac{mg}{S} = \frac{\rho h \cdot S g}{S} = g \rho h. \qquad (9.1)$$

Суюқликнинг ихтиёрий икки кесимида босимлар фарқи бўлса, у оқа бошлайди. Бу оқим фазонинг ҳар хил қисмларидан ўтганда шу қисмларнинг шаклини олиб ўз тезлигини ўзгартиради. Демак, оқаётган суюқлик ҳолати юқорида келтирилган параметрлардан ташқари тезлик орқали ҳам аниқланиши лозим.

Ҳаракат давомида суюқлик зарраларининг тезлик вектори узлуксиз ўзгариб туриши мумкин. Бинобарин, оқим майдонини тезлик векторларининг оқими деб қараш мумкин. Бу майдонни графикда оқим чизиқлари билан тасвирласак, тезлик вектори бу чизиқларнинг ҳар бир нуқтасига 9.1-расмда кўрсатилганидек уринмали йўналишда бўлади. Оқим чизиқлари билан чегараланган суюқлик қисми, оқим найи деб аталади (9.2-расм). Найнинг ихтиёрий кесимидан ўтаётган суюқлик параметрлари ўзгармас бўлса, қарор топган ёки стационар оқим юзага келади. Стационар оқимда найнинг кеси-



9.1- расм.



9.2- расм.

мидан ўтаётган зарраларнинг тезлик векторлари, йўналиши ва миқдори жиҳатдан бир хил бўлиши керак.

Вақт бирлигида S кесимдан оқиб ўтаётган суюқлик массаси

$$m = \frac{\Delta m}{\Delta t} \left(\frac{\text{кг}}{\text{с}}\right) \tag{9.2}$$

сарфланган суюқлик миқдори дейилади. Бир секундда суюқлик ўз тезлиги v га тенг масофани ўтишини эътиборга олсак, сарфланган суюқлик миқдори кесими S ва узунлиги v бўлган цилиндрдаги суюқлик массасига тенг эканлигини аниқлаш мумкин, яъни

$$m = \rho \cdot S \cdot v. \tag{9.3}$$

Массанинг сақланиш қонунига асосан ихтиёрий икки (9.2-расм) S_1 ва S_2 кесимлардан ўтаётган масса сарфи

$$\rho_1 S_1 v_1 = \rho_2 S_2 v_2 \tag{9.4}$$

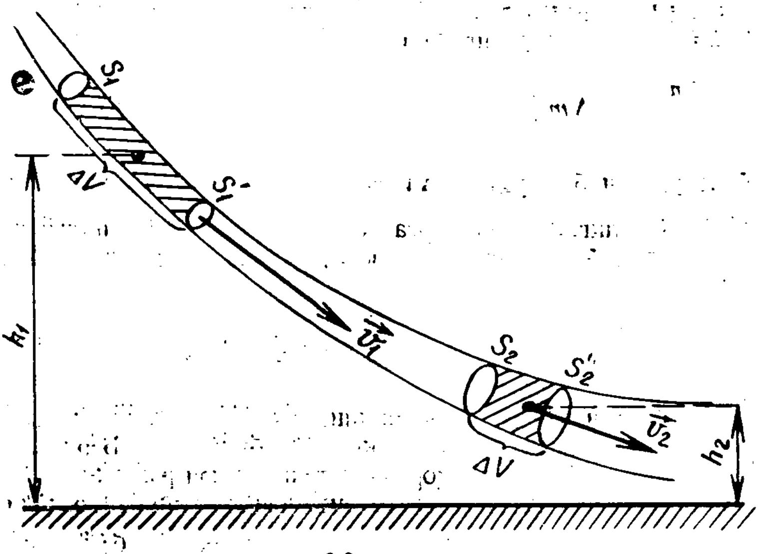
ўзаро тенг. Ушбу ифода оқувчанлик хусусиятига эга бўлган моддалар учун массанинг сақланиш қонуни бўлиб, узлуксизлик тенгламаси дейилади. Суюқликларнинг ихтиёрий икки кесимидаги зичликлар тенг ($\rho_1 = \rho_2$) эканлигини эътиборга олиб, суюқлик учун узлуксизлик тенгламасини қуйидагича ўзгартириб ёзамиз:

$$S_1 v_1 = S_2 v_2 \quad \text{ёки} \quad S \cdot v = \text{const}. \tag{9.5}$$

Бу тенгламанинг маъноси шуки, найнинг кесими катталашса оқим тезлиги кичраяди (оқим чизиқлари сийрак), аксинча, кесим кичиклашганда оқим чизиқлари зичлашиб, тезлик ортади. (9.2— расм). Зотан, кесим S билан тезлик v нинг кўпайтмаси ўзгармасдир. Мисол сифатида оқиб тушаётган сув шаршарасини кўрсатиш мумкин. Оғирлик кучи таъсирида шаршаранинг тезлиги орта борган сари, унинг кесими мос равишда кичрайиб боради.

9.2- §. Бернулли тенгламаси

Механик энергиянинг сақланиш қонуни фақат ташқи кучлар таъсиридан ҳоли бўлган ёпиқ система учун ўринли. Бу қонунни суюқликларнинг ҳаракатига татбиқ этишда, суюқлик қатламлари орасида юзага келадиган ички ишқаланиш кучларини эътиборга олмаймиз. Қатламлар орасида ишқаланиш кучлари бўлмаган суюқлик, идеал суюқлик деб аталади.



9.3- расм.

Энергиянинг сақланиш қонунига асосан идеал суюқликнинг Δm массаси S_1 кесимидан S_2 кесимига кўчса (9.3-расм), унинг тўла механик энергияси қуйидагича ўзгаради.

$$\Delta E = (E_{k2} + E_{p2}) - (E_{k1} + E_{p1}), \tag{9.6}$$

бунда E_k ва E_p, Δm массали суюқликнинг мос равишда S_1 ва S_2 кесимларидаги кинетик ва потенциал энергияларидир. Тўла механик энергиянинг ўзгариши ҳисобига бажарилган иш эса қуйидагича ҳисобланади:

$$\Delta A = F_1 \cdot l_1 - F_2 \cdot l_2 = p_1 S_1 l_1 - p_2 S_2 l_2 = p_1 \Delta V_1 - p_2 \Delta V_2. \tag{9.7}$$

Узлуксизлик тенгламаси (9.5) га асосан S_1 ва S_2 кесимлардан оқиб ўтган суюқлик ҳажмлари ўзаро тенг $\Delta V_1 = \Delta V_2$. У ҳолда бажарилган иш мос равишда S_1 ва S_2 кесимларга кўрсатилган p_1 ва p_2 босимлар айирмасини шу кесимлардан оқиб ўтган суюқлик ҳажмига кўпайтмаси орқали аниқланади:

$$\Delta A = (p_1 - p_2) \Delta V. \tag{9.8}$$

(9.6), (9.7) ифодаларни ўзаро тенглаштириб, потенциал ва кинетик энергияларнинг ўз ифодалари билан алмаштирамиз:

$$\frac{\Delta m v_2^2}{2} + \Delta m g h_2 - \frac{\Delta m v_1^2}{2} - \Delta m g h_1 = p_1 \Delta V - p_2 \Delta V.$$

Келтирилган бу ифодани ΔV га бўлиб, $\frac{\Delta m}{\Delta V} = \rho$ суюқлик зичлиги эканлигини эътиборга олсак ва бир хил индексли ифодаларни бир томонга ўтказсак, қуйидаги тенглама келиб чиқади:

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 + p_2. \qquad (9.9)$$

Ҳосил бўлган ифода суюқликнинг ихтиёрий икки кесими учун энергиянинг сақланиш қонуни бўлиб, у Бернулли тенгламаси дейилади. Юқоридаги тенгламадан равшанки, босим бирлик ҳажмдаги механик энергиянинг қиймати орқали аниқланар экан. Бинобарин, $\frac{\rho v^2}{2}$ динамик босим бўлса, кесимларнинг вазиятига боғлиқ бўлган $\rho g h$ гидростатик ёки гидравлик босим дейилади. Демак, суюқликнинг ихтиёрий кесимидаги динамик, гидравлик ҳамда статик босимларнинг йиғиндиси ўзгармайди:

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho g h + p = \text{const}. \qquad (9.10)$$

Бернулли тенгламасидан келиб чиқадиган айрим хулосаларни кўриб чиқайлик. Суюқлик горизонтал найда тинч вазиятни эгалласа, (9.9) тенгламадаги биринчи ва иккинчи ҳолатларга мос бўлган босимлар тенг бўлиб қолади. Бундан суюқлик ҳамма йўналишда унга берилган босимни ўзгаришсиз узатади деган муҳим хулосага келамиз. Бу хулоса Паскаль қонунининг мазмунидир.

Горизонтал ҳолатдаги найнинг кесими ўзгармас ва бундаги суюқлик стационар оқса, бу ҳолда ҳам $p_1 = p_2$ бўлади.

Горизонтал найнинг кесими ўзгарувчан бўлса, (9.9) тенглама қуйидаги кўринишга ўтади:

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + p_2.$$

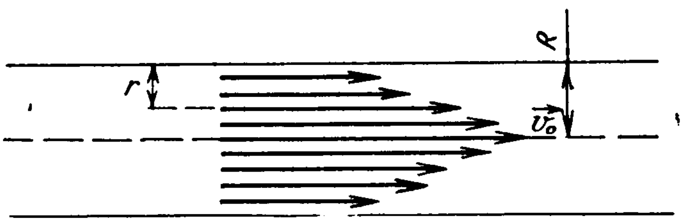
Бу тенгламадан хулоса шуки, найнинг торайган қисмларида босим камайиб, суюқлик тезлиги ортса, найнинг кенгайган қисмида босим ошиб суюқлик тезлиги камаяди.

9.3- §. Қовушоқлик

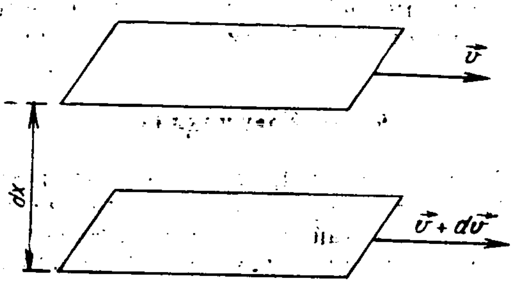
Тажрибадан маълумки, суюқлик ҳаракатини вужудга келтирувчи ташқи таъсир йўқотилган тақдирда, у тинч ҳолатни эгаллайди. Масала шундаки, суюқлик қатламларга ажралган ҳолда ҳаракатланади. Қатламлар орасида уларнинг ҳаракатини тормозловчи ички ишқаланиш кучи пайдо бўлади. Ички ишқаланиш кучи билан боғлиқ бўлган суюқлик хоссаси *қовушоқлик* дейилади.

Идеал суюқлик учун келтирилган Бернулли тенгламаси, қовушоқлиги кичик бўлган бензин, керосин, сув каби суюқликларда яхши натижа бериб, ундан амалий мақсадларда кенг фойдаланилади. Масалан, суюқликларнинг босимини, тезлигини ва суюқлик масса сарфи ($\Delta m/\Delta t$) каби катталикларни аниқлашда яхши ёрдам беради. Лекин қовушоқлиги юқори бўлган глицерин, мой, нефть ва бошқа оқувчан моддаларга юқоридаги (9.5.) ва (9.10) тенгламаларни, ички ишқаланиш кучини эътиборга олган ҳолда татбиқ этиш мумкин.

Реал суюқликнинг стационар оқимини бир-бирига яқин жойлашган ва 9.4-расмда кўрсатилган тезлик векторларига эга бўлган қатламларнинг оқими деб кўрилади. Най девори билан ёндошган қатлам, най таркибидаги молекулаларнинг тутуниш кучи таъсирида бўлиб, унинг тезлиги деярли нолга тенг. Найдан узоқлашган сари, қатламларнинг тезликлари ортиб боради ва найнинг марказидаги қатламнинг тезлиги энг катта.



9.4- расм.



9.5- расм.

Тезликларнинг ўзгариши бир текисда бўлганидан най марказидан r масофада (9.4- расм) турган қатламнинг тезлиги қуйидагича аниқланади:

$$v = v_0\left(1 - \frac{r}{R}\right),$$

бунда R — найнинг радиуси, v_0 — най марказидаги қатламнинг тезлиги.

Катта тезликдаги қатлам ёндошган қатламга ёпишиб унинг тезлигини оширса, секин оқаётган қатлам тез оқаётган қатламга илашиб унинг тезлигини камайтиради. Натижада, қатламлар орасида уларнинг тезликларига таъсир қилувчи, уринма бўйича йўналган ички ишқаланиш кучи пайдо бўлади. Бу куч молекулалардаги ўзаро электромагнит кучларнинг макроскопик таъсири сифатида юзага келади.

Сиртлари S бўлган икки қатламнинг тезликлари dx масофада v дан $v+dv$ гача ўзгарсин (9.5- расм). У ҳолда *тезлик йўналишига тик йўналишда тезлик ўзгаришининг модулини бирлик масофага келтирилган қиймати* — $\mathrm{grad}\, v_x = \frac{dv}{dx}$ *тезлик градиенти деб аталади*. Кузатишлар асосида ишқаланиш кучи тезлик градиентига, қатламлар сиртига пропорционал эканлигини аниқлаш мумкин:

$$f_{\text{ишқ}} \sim -\frac{dv}{dx}\cdot S.$$

Механикадан маълумки, куч импульснинг ўзгариш тезлигига тенг; (—) ишораси ички ишқаланиш кучи импульси кичик қатламдан импульси катта қатламга томон йўналганлигини билдиради. Пропорционалликни тенгликка айлантириш мақсадида коэффициент киритамиз:

$$f_{ишқ} = -\eta \frac{dv}{dx} S, \qquad (9.11)$$

бунда η — қовушоқлик коэффициенти бўлиб, суюқликнинг турига ва ҳолатига боғлиқ. Хусусан температура ошганда η камаяди. Чунки, температура кўтарилганда молекулаларнинг тартибсиз ҳаракати кучайиб, улар орасидаги тутуниш кучларининг таъсири заифлашади. Тенглама (9.11) дан *ички ишқаланиш коэффициенти ёки қовушоқлик коэффициенти тезлик градиенти бир бирликка тенг бўлганда, бир бирлик юза орқали икки қатлам орасидаги таъсир этаётган ишқаланиш кучига* тенг. Шу боисдан, бу катталик динамик қовушоқлик деб ҳам юритилади ва унинг қиймати:

$$\eta = \frac{f_{ишқ}}{\frac{dv}{dx} \cdot S}. \qquad (9.12)$$

Қовушоқлик фақат суюқлик қатламлари учун хос бўлмай, суюқликда ҳаракатланаётган жисмга ҳам бу куч ўз таъсирини кўрсатади. Ҳаракатланаётган жисмга таъсир қилаётган қовушоқлик кучи буюмнинг шаклига, ўлчамига, тезлигига, қовушоқлик коэффициентига боғлиқ ва

$$f_{ишқ} = B \eta v \cdot L \qquad (9.13)$$

тенглама ёрдамида ҳисобланади. Бунда B — жисмнинг шаклини, L — жисмнинг узунлигини эътиборга олувчи коэффициентлар. Стокс шар учун $B = 6\pi$, $L = r$ эканлигини аниқлаб, суюқликда ҳаракатланаётган шарга таъсир қилаётган қовушоқлик кучини қуйидагича ифодалайди: $f_{ишқ} = 6\pi\eta v \cdot r$. Жисм суюқликда катта тезлик билан ҳаракатланганда унга кўрсатилган қаршилик кучи кескин ошиб кетади. Бунда жисм олдидаги қатламлар зичлашади, жисмнинг орқа қисмида қатламларнинг уюрмавий ҳаракати ҳосил бўлади. Уюрмадаги зарралар катта тезликка эга бўлганидан, Бернулли тенгламасига биноан жисм ортидаги суюқлик босими камаяди. Бу босимлар фарқи жисм ҳаракатига тормозловчи куч сифатида таъсир этади. У ҳам қовушоқлик кучи каби, жисмнинг шакли B га, жисм кўндаланг кесимининг максимал қиймати S га, суюқлик зичлиги ρ га ва жисмнинг тезлиги v га боғлиқ;

$$f = B S \rho v^2. \tag{9.14}$$

Тажриба асосида думалоқ диск учун $B=1{,}1—1{,}2$; шар учун $B=0{,}4—0{,}2$; томчисимон шаклли жисм учун $B=0{,}04$ эканлиги аниқланган.

Қовушоқлик ва қаршилик кучларининг комбинациясидан ҳосил бўлган тўлиқ қаршилик кучини аниқлаш назарий ва амалий жиҳатдан мураккаб масаладир. Агар $S \sim L^2$ эканлигини эътиборга олсак, (9.13) ва (9.14) тенгламалар орқали аниқланган кучларнинг нисбатидан

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho v \cdot L}{\eta} \tag{9.15}$$

қийматни ҳосил қиламиз. Жисмнинг шаклига боғлиқ бўлмаган ўлчамсиз бу катталик *Рейнольдс сони* дейилади. У гидро ва аэродинамиканинг энг асосий параметрларидан биридир. Рейнольдс сонида иштирок этган қуйидаги нисбат $\frac{1}{\rho/\eta} = \frac{\eta}{\rho}$, одатда, *кинематик қовушоқлик* дейилади.

Масалан, стационар оқимда (9.4- расм) қатламларнинг тезлиги етарли даражада кичик ва улар бир-бирига қўшилмай ламинар оқимни ҳосил қилади. Найнинг кесими ўзгарса ёки оқиш тезлиги бирор таъсир туфайли ошиб кетса, қатламлар интенсив ўзаро қўшилиб турбулент оқимни вужудга келтиради. Бу оқим юзага келган муҳитда оқувчан модданинг муҳитга (учиш, сузиш аппаратларига) кўрсатган реакция кучи кескин кўтарилиб, уларни ишдан чиқариши мумкин. Шу боисдан бу оқимни вужудга келиш сабабларини ўрганиш катта амалий аҳамиятга молик. Шу билан бир қаторда, Рейнольдс сони нефть, газ қувурлари ёки каналлардан оқаётган сувларнинг чегаравий тезлигини аниқлашда кенг ишлатилади. Масалан, цилиндрсимон найдан суюқликнинг оқиши ламинар табиатга эга бўлиши учун $\mathrm{Re}<2300$ бўлиши лозим. $\mathrm{Re}>2300$ бўлганда эса турбулент оқим кузатилади.

МОЛЕКУЛЯР ФИЗИКА

X боб. ИДЕАЛ ГАЗ МОЛЕКУЛЯР-КИНЕТИК НАЗАРИЯСИНИНГ АСОСЛАРИ

101-§. Идеал газ

Молекуляр-кинетик назария асосида модда тартибсиз ва узлуксиз ҳаракатда бўлган молекулалардан ташкил топган, деган фикр ётади. Молекула деб модданинг барча химиявий хоссасини ўзида сақлаган энг кичик заррасига айтилади. Молекулалар орасида ўзаро тортишиш ва итаришиш кучлари бўлиб, бу кучларнинг қийматига қараб айнан бир модда қаттиқ, суюқ ва газ ҳолатларига ўтиши мумкин. Зарралар орасидаги тутиниш кучлари нолга интилганда молекулалар эркин ва тартибсиз ҳаракат қила бошлайдилар. Бинобарин, молекуляр-кинетик назария газсимон моддалар, шу жумладан металлардаги эркин электронлар табиатига оид бўлган ҳодисалар иссиқлик, электр ўтказувчанлик, диффузия ва бошқаларни ўрганади.

Шундай қилиб, молекулаларнинг ҳаракати ва ўзаро таъсири асосида моддаларнинг хусусиятларини ва хоссаларини тушунтириб берувчи назарияга молекуляр-кинетик назария деб аталади.

Газсимон моддаларнинг табиати билан боғлиқ бўлган ҳодисаларни ўрганишни соддалаштириш мақсадида *идеал газ* деган тушунча киритилган. *Ўлчамсиз, ўзаро тортишиш кучлари ҳисобга олмаслик даражада кичик бўлган ва ўзаро тўқнашишлари абсолют эластик тарзда содир бўлувчи эркин зарралар системаси идеал газ деб юритилади.* Бундай газ табиатда мавжуд эмас. Лекин атмосфера босимига яқин босимларда молекулалар орасидаги масофа уларнинг диаметрига нисбатан бир неча ўн — юз марта катта. Бундай шароитда молекулаларнинг ўлчамлиги ва ўзаро таъсири, уларнинг ҳаракати билан боғлиқ бўлган ҳодисаларга деярлик таъсир этмайди. Бинобарин, идеал газ учун чиқарилган қонунлар, паст босимдаги (кўпинча $p \leqslant 10$ атм) реал газларда ўринлидир. Бундай газ молекулалари тўқнашгунча тўғри чизиқли текис ҳаракат қилиб, уларнинг ўзаро ва идиш деворлари билан тўқнашишлари абсолют эластик бўлади.

Газ атомли таркибга эга бўлган эркин молекулалардан (O_2, N_2, H_2 ва бошқалар) ёки эркин атомлардан (He, Ne, Kr ва бошқалар) ташкил топган. Атом деганда химиявий элементнинг хоссаларини ўзида сақлаган энг кичик зарра тушунилади. Атомлар тури табиатда мавжуд бўлган химиявий элементлар сонига тенг. Газ ҳам қаттиқ жисмлар ва суюқликлар каби ўз массасига эга. Лекин газ қонунларини ўрганишда моляр масса тушунчасидан фойдаланиш қулайдир. Модданинг бир молининг массасига унинг моляр массаси дейилади. Углерод-12 нинг 0,012 кг *массасидаги атомлар сонига тенг структуравий элемент (масалан атом, молекула) лардан ташкил топган модданинг миқдори бир моль деб аталади.* Моль билан бир қаторда киломоль ҳам ишлатилади. 1 киломоль 10^3 мольга тенг. Масалан, кислород (O_2) газининг моляр массаси 0,032 кг/моль, водород H_2 газининг моляр массаси 0,002 кг/моль, азот N_2 газининг моляр массаси 0,028 кг/моль. Бу бирлик шу билан қулайки, 1 моль газдаги молекулалар сони газнинг турига боғлиқ бўлмаган ўзгармас катталик бўлиб, ушбу қиймат Авогадро сони ($N_A = 6{,}0223 \cdot 110^{23}$ моль$^{-1}$) деб аталади. Битта молекуланинг массаси m бўлса, Авогадро сони орқали моляр масса қуйидаги ифодага эга бўлади:

$$\mu = m N_A,$$

Мос равишда N та молекулалардан ташкил топган газнинг массаси: $M = m \cdot N$. Бу икки массанинг нисбатидан V ҳажмдаги молекулаларнинг сонини аниқлаймиз:

$$N = \frac{M}{\mu} \cdot N_A. \qquad (10.1)$$

Демак, бирор ҳажмдаги молекулаларнинг сонини аниқлашда газ массанинг $\frac{M}{\mu}$ нисбий, яъни моллар сонини билиш кифоядир. Равшанки, N та газ молекуласи эгаллаган ҳажм маълум бўлса, бирлик ҳажмдаги молекулалар сони унинг концентрацияси дейилади ва бу катталик

$$n = \frac{N}{V}$$

орқали аниқланади.

Нормаль шароитда 1 киломоль газнинг эгаллаган ҳажми $V_0=22{,}4$ м³ эканлигини эътиборга олсак, 1 м³ ҳажмдаги молекулаларнинг сони

$$n_0 = \frac{N_A}{V_0} = 2{,}7 \cdot 10^{25}\,\text{м}^{-3}$$

га тенг эканлигини топамиз. Бу сонга *Лошмидт сони* дейилади.

Молекулалар ҳаракати билан боғлиқ бўлган жараёнларни ўрганишда ҳар бир молекулага классик механика қонунларини татбиқ этиб тенгламалар тузсак, ақл бовар қилмайдиган кўп сонли тенгламалар системаси ҳосил бўлади. Бу улкан миқдордаги тенгламаларни ечиш у ёқда турсин, ҳатто уларни ёзиш ҳам мушкул. Кўп заррали система ҳолатини текширишда ҳар бир зарра ҳаракатини айрим ҳолда кузатишга ҳожат йўқ. Зотан, ҳамма зарралар бир хил табиатли иссиқлик ҳаракатида иштирок этади. Уларнинг ҳаракатлари туфайли содир бўлган ўзгаришларни ўртача физик катталиклар (масалан, ўртача тезлик, ўртача энергия, ўртача йўл ва ҳоказо) билан аниқлаш яхши натижа беради.

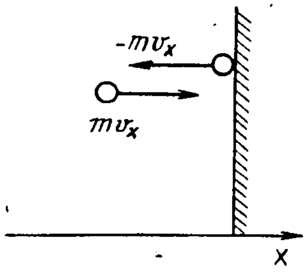
10.2- §. Идеал газ молекуляр-кинетик назариянинг асосий тенгламаси

Газ молекулалари тартибсиз ҳаракат давомида идиш деворларига жуда яқин келиб таъсирлашади. Девор юзи қанча катта бўлса, таъсир кучи унга пропорционал равишда ошади. Юз билан куч орасидаги бу боғланишни йўқотиш мақсадида босим деган физик катталик киритилган. *Бирлик юзга нормал йўналган кучга миқдор жиҳатдан тенг бўлган катталик босим деб аталади.* Унинг математик ифодаси:

$$p = \frac{F}{S}.$$

Ўзи эгаллаган идиш деворларига босим билан таъсир қилиш газнинг энг асосий хоссасидир ва кўп ҳолларда у, шу хоссаси билан ўзининг мавжудлигини намоён этади.

Босим газ молекулаларининг идиш деворига узлуксиз урилиши туфайли юзага келади. Масалан, битта молекула (10.1- расм) x ўқига перпендикуляр жойлашган идиш девори билан эластик тўқнашганда, молекула импульси

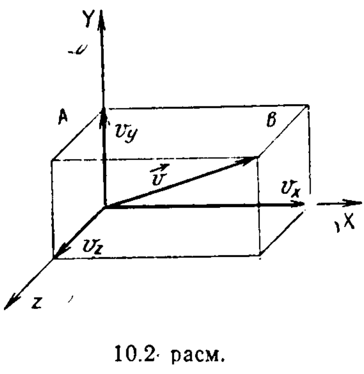


10.1- расм.

$mv_x - (-mv_x) = 2mv_x$ ўзгаради. Бинобарин, битта молекуланинг урилишида деворнинг олган таъсири $2mv_x$ ни ташкил этади. Молекуланинг деворга бир секундда урилишлар сони Z бўлса, Ньютоннинг иккинчи қонунига асосан, юзга кўрсатилган куч таъсири шунча марта ошади:

$$F_x = 2mv_x \cdot Z. \qquad (10.2)$$

Бу ифодани N та молекулалардан ташкил топган системага умумлаштирамиз. Масаланинг ечимини соддалаштириш мақсадида ҳамма молекулалар бир хил $\vec{v}$ тезликка эга, деб фараз қилайлик. Ушбу тезлик вектори 10.2-расмда келтирилган параллелепипед диагоналини ташкил қилсин. Фараз қилинган тезлик $\vec{v}$ нинг x, y, z ўқларига бўлган проекциялари v_x, v_y, v_z бўлиб, улар ҳаракатланаётган молекулаларнинг шу ўқлар бўйича тезликларини, яъни тезлик компонентларини беради. Шакл қирраларининг узунлигини бундай катталикда танлашдан мақсад, координата ўқлари бўйича ҳаракатланаётган молекулалар шу ўқларга перпендикуляр жойлашган сиртларга ҳар секундда бир марта урилади. Масалан, идишдаги N_x та молекулалар фақат x ўқининг мусбат (тўғри) ва манфий (тескари) йўналишларида ҳаракатланади, деб фараз қилайлик. A сиртга (10.2 расм) яқин жойлашган молекулалар B сиртга етиб келганда, бу сирт билан тўқнашган молекулалар A юзага етиб келади. Равшанки, x ўқига тик бўлган B сиртга ҳар секундда урилаётган ёки шу параллелепипедда олинган S кесимдан бир йўналишда ўтаётган молекулалар сони идишдаги битта x ўқи бўйича ҳаракат қилаётган молекулалар сонининг ярмига тенг.



10.2- расм.

$$Z = \frac{1}{2} N_x = \frac{1}{2} n\, v_x S, \qquad (10.3)$$

бунда n — бирлик ҳажмдаги молекулалар сони, S — параллелепипед асосининг юзи. Бу ифода S юзага бир секундда урилган молекулалар сонини ифодалайди. Келтирилган (10.3) ифодага асосан юқоридаги (10.2) ифодани қуйидагича ўзгартириб ёзамиз: $F_x = n\, m\, v_x^2 \cdot S$ ва бундан

$$p_x = \frac{F}{S} = n\, m\, v_x^2 \qquad (10.4)$$

Демак, ҳамма молекулалар x ўқи бўйлаб ва унга тескари йўналишда ҳаракат қилганда эди, шу ўқда олинган молекулаларнинг бирлик юзга бир секундда берган импульси юқорида топилган p_x босимга тенг бўлар эди. Аслида молекулалар $\vec{v}$ тезлик билан тартибсиз ҳаракат қилади. Бинобарин, x, y, z, ўқлари бўйича ҳаракатланаётган молекулаларнинг тақсимоти ўзаро тенг бўлганидан, шу ўқлар йўналишидаги босимлар ҳам тенг бўлади: $p_x = p_y = p_z$.

Келтирилган бу хулоса газ ўз босимини ҳамма йўналишда бир хил узатади деб таърифланувчи Паскаль қонунига айнан мосдир. Берилган идишдаги газ молекулаларининг умумий босими, координата ўқлари бўйича олинган босимларнинг ҳар бири билан ўзаро тенг:

$$p_x = p_y = p_z = p.$$

Шунинг учун $n\, m\, v_x^2 = n\, m\, v_4^2 = n\, m\, v_2^2$ тенглик ўринли бўлиб, бундан $v_x^2 = v_y^2 = v_z^2$ эканлигини аниқлаймиз. 10.2-расмдан фараз қилинган тезликнинг квадрати уни ташкил этувчилари билан қуйидагича боғланган:

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_2^2 \text{ ёки } v^2 = 3\, v_x^2 = 3\, {}_y^2 = 3\, v_x^2,$$

Бундан $v_x^2 = \frac{1}{3} v^2$ бўлгани учун газ босими қуйидагича аниқланади:

$$p = \frac{1}{3} n\, m\, v^2.$$

Хаотик ҳаракатланаётган молекулаларнинг тезлиги ҳар хил эканлигини эътиборга олиб, фараз қилинган тезлик квадратини унинг ўртача қиймати билан алмаштирамиз:

$$<v^2> = <(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)> = <v_x^2> + <v_y^2> + <v_z^2>$$

$$\text{ёки } <v_x^2> = \frac{1}{3} <v^2>$$

У ҳолда *идеал газ кинетик назариянинг асосий тенгламасини* қуйидаги шаклда ёзиш мумкин:

$$p = \frac{1}{3} n m <v^2>. \tag{10.5}$$

Ушбу тенгламага назар ташлайлик ва уни (10.4) ифода билан солиштирсак, (10.5) ифода иштирок этган $\frac{1}{3}n$ катталик, бирлик ҳажмдаги n та молекулаларнинг фақат $\frac{1}{3}$ қисми x ўқининг мусбат ва манфий йўналиши бўйича ҳаракат қилишини кўрсатади. x ўқининг фақат мусбат ёки манфий йўналиши бўйича ҳаракат қилаётган бирлик ҳажмдаги молекулалар сони $\frac{1}{6}n$ га тенг. Шу билан бир қаторда, газнинг босими бевосита молекулаларнинг кинетик энергияси билан аниқланади. Бу хулоса тўғри эканлигига ишонч ҳосил қилиш мақсадида (10.5) ифоданинг ўнг томонини қуйидагича ўзгартириб ёзамиз:

$$p = \frac{2}{3} n \frac{m <v^2>}{2} \tag{10.6}$$

Идеал газ босими бирлик ҳажмдаги газ молекулалари ўртача кинетик энергиясининг 2/3 қисмига тенг. Бу тенглама молекуляр кинетик назариянинг асосий тенгламасидир. Бу шаклдаги кинетик назария асосий тенгламасининг моҳияти шундаки, ҳар қандай энергиянинг ҳажмий зичлиги босим таъсирига эга. Бинобарин, энергия моддий, у материя шаклларидан бири бўлиб, нисбийлик назариясига кўра (7.29) билан аниқланган массага эга. (10.6) тенгламадан яна бир хулоса шуки, босим таъсирига эга бўлган энергия маълум шароитда иш бажариши мумкин.

(10.6) тенгламада иштирок этган $<v^2>$ нинг $\sqrt{<v^2>} = <v_{кв}>$ шаклдаги қиймати, ўртача квадратик тезлик деб юритилади. *Ўртача квадратик тезлик билан ҳаракатланаётган молекулаларнинг босими тартибсиз ҳаракатланаётган молекулалар ҳосил қилган босимга айнан тенг.*

Шуни алоҳида таъкидлаш керакки, жуда кўп зарралардан ташкил топган системада ўринли бўлган физик катталиклар статистик характерга эга. Бунинг маъноси шуки, тартибсиз ва ҳар хил тезликлар билан ҳаракатланаётган молекулаларнинг идиш деворига кўрсатган умумий таъсири макроскопик параметр бўлмиш босим орқали аниқланади. Зотан, *айрим олинган молекула ёки кичик миқдордаги молекулаларнинг босимини ўлчаш ёки у ҳақда фикр юритиш мумкин эмас.*

10.3- §. Температура. Температура абсолют нолининг маъноси

Тажрибадан маълумки, ёпиқ идишдаги газ молекулаларининг зичлиги ўзгармас бўлган ҳолда, газ қиздирилса, унинг босими ошганлигини кўриш мумкин. Чунки системага берилган иссиқлик миқдори молекулаларнинг ўртача кинетик энергиясини оширишга сарфланади. Бундан молекулаларнинг ўртача кинетик энергияси температурага пропорционал, деган хулоса келиб чиқади. Температура модданинг иситилганлик (иссиқлик) даражасини белгиловчи термодинамик катталик. Юқоридаги (10.6) тенгламада кинетик энергиянинг фақат 2/3 қисми босимни ҳосил қилишда иштирок этмоқда. Бинобарин, кинетик энергиянинг шу қисми температурага пропорционал:

$$\frac{2}{3}\frac{m<v^2>}{2}\sim T.$$

Бу пропорционалликни тенгликка айлантириш мақсадида коэффициент киритамиз:

$$\frac{2}{3}\frac{m<v^2>}{2}=kT.$$

Бундан *бир атомли молекуланинг ўртача кинетик энергияси*

$$\frac{m<v^2>}{2}=\frac{3}{2}kT \qquad (10.7)$$

га тенг бўлади. Температура ва энергия бирликларини ўзаро боғловчи коэффициент k — *Больцман доимийси* дейилади. (10.7) тенгламадан молекуланинг ўртача квадратик тезлиги

$$\langle v_{кв} \rangle = \sqrt{3\frac{kT}{m}} \qquad (10.8)$$

газнинг температурасидан чиқарилган квадрат илдизга пропорционал эканлигини топамиз. Шуни алоҳида таъкидлаш керакки, (10.8) билан аниқланган тезликни биз фақат мулоҳаза асосида келтириб чиқардик. Кейинги бобда ушбу тезликни статистик физика қонунлари асосида исботлаш мумкин эканлигини кўрсатамиз.

Температура бирлиги сифатида температуранинг абсолют ёки Кельвин шкаласи қабул қилинган. *Абсолют ноль градусдан сувнинг учламчи, яъни қаттиқ, суюқ ва газсимон фазаларининг мувозанатли ҳолатини аниқловчи нуқта температурасигача бўлган температура интервалининг 1/273,16 қисми бир кельвин* (К) *деб қабул қилинган.* Температуранинг бу қиймати термодинамика қонунлари асосида исботланган бўлиб, 14.8-§ да тўлиқ ёритилган. Бу бирликдан ташқари, температурани ўлчашда Цельсий шкаласи ҳам кенг ишлатилади. Нормал босимда музнинг эриш ва сувнинг қайнаш температуралари интервалининг 1/100 улуши цельсий шкаласидаги 1°С ни беради. Сувнинг музлаш, эриш ва буғланиш фазаларининг мувозанатига тўғри келган температурани 0°С деб олсак, учламчи нуқтанинг температураси кельвин шкаласида 273,16 К, нормал босимда сувнинг қайнаш температураси эса 373,16 К. Бинобарин, Кельвин ва Цельсий шкалалари орасидаги боғланиш $T=273,16+t$ орқали ифодаланади ва бир градус кельвин 1 градус цельсийга тенг. Температура ва энергия бирликларига асосан, Больцман доимийсининг СИ бирликлар системасидаги сон қиймати қуйидагичадир:

$$k = 1,38 \cdot 10^{-23} Ж/К.$$

Температура ҳам босим каби статистик тушунча бўлиб, айрим олинган ёки кичик сондаги молекулаларнинг температураси тўғрисида фикр юритиб бўлмайди. Масалан, космик фазода зарраларнинг концентрацияси — жуда кичик ва бу фазонинг температураси тўғрисида маълумот олиб бўлмайди. Шунинг учун Қуёш нурлари космик фазода ўз энергиясини йўқотмай, атмосферанинг юқори қатламларига етиб келади. Атмосферадаги молекулалар билан тўқнашиб ўз энергиясини қисман йўқотади. Қуёш нурларининг атмосферада тақсимланиши молекулаларнинг ўртача кинетик энергиясини оширишга ва температуранинг кўтарилишига сабаб бўлади. $T=0$ ёки $t=-273,16°C$ температуранинг абсолют ноли деб аталади. Абсолют нолда, (10.7) га асосан, газ молекулаларининг тартибсиз ҳаракатлари тўхтайди, унинг босими йўқолади. Бу температурада газ ва суюқликларнинг ҳаммаси қаттиқ фазага ўтади. Абсолют нолда қаттиқ жисмнинг физик (механик, оптик, электр) хоссалари ўзгаради. Масалан, металларнинг электр қаршилиги бутунлай йўқолгани ҳолда, ярим ўтказгичларнинг электр қаршилиги кескин ошади.

Лекин қаттиқ жисмнинг заминида ётган атомлардаги электронларнинг ҳаракати йўқолмайди. Бундай ҳаракатлар абадий бўлиб, *ҳаракат материянинг яшаш* тарзи, деган материалистик дунёқарашга тўлиқ мос келади.

Энг замонавий техника ёрдамида абсолют ноль температуранинг аниқлиги $1,3 \cdot 10^{-6}$ К қийматда олинган. Термодинамика қонунларининг кўрсатишича, системанинг иссиқлик ҳаракат энергиясини бутунлай ажратиб олиш мумкин эмас. Бинобарин, ***абсолют нолга яқинлашиш мумкин, аммо температуранинг абсолют ноли*** ($T=0$) ***ни ҳосил қилиш мумкин эмас.***

10.4-§. Идеал газнинг ҳолат тенгламаси

Газлар, қаттиқ ва суюқ моддалардан фарқли, ўзи эгаллаган идишнинг ҳажмини тўла эгаллайди. Ўлчамсиз ва хусусий ҳажмига эга бўлмаган молекулалардан тузилган идеал газнинг эркин ҳажми, у эгаллаган идишнинг ҳажмига тенг.

Шундай қилиб, газнинг ҳолати учта макроскопик, яъни ўлчаш мумкин бўлган параметрлар: босим (p), ҳажм V ва температура (T) билан аниқланади. Газнинг босими, ҳажми ва температураси орасидаги боғланишни ифодалайдиган тенглама газ ҳолат тенгламаси дейилади. Улар орасидаги боғланиш, $p=f(V, T)$ функция билан аниқланади. Келтирилган бу функциянинг ошкора ифодасини топиш мақсадида (10.6) ва (10.7) тенгламаларни қуйидагича комбинациялаймиз:

$$p=\frac{2}{3}n\frac{m<v^2>}{2}=\frac{2}{3}n\frac{3}{2}kT=nkT. \qquad (10.8)$$

(10.8) тенглама ҳам молекуляр кинетик назариянинг асосий тенгламаларидан бўлиб, у газнинг босими бирлик ҳажмдаги молекулалар сони n га ва температура T га пропорционал эканлигини кўрсатади. (10.8) тенгламадан газнинг ҳолат тенгламасига ўтиш учун газ молекулаларининг концентрацияси $n = \frac{N}{V}$ билан, V ҳажмдаги молекулалар сони (10.1) тенглама билан аниқланишини эътиборга оламиз ва (10.8) ифодани қуйидагича ёзамиз:

$$pV = \frac{M}{\mu} N_A \cdot kT.$$

Тенгламани янада ихчамроқ кўринишга келтирайлик. Бунинг учун Авогадро сони N_A ни Больцман доимийси k га кўпайтмасини $R = N_A \cdot k = 6{,}022 \cdot 10^{23} \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} = 8{,}31 \frac{Ж}{моль \cdot K}$ билан белгилаймиз. R — газнинг универсал доимийси деб аталади. Бу белгилашга асосан юқоридаги ифодани

$$pV = \frac{M}{\mu} RT \qquad (10.9)$$

шаклида ёзамиз. (10.9) массаси M, моляр массаси μ бўлган газнинг ҳолат тенгламасидир. Одатда, у *Менделеев — Клапейрон тенгламаси* деб аталади. Бир моль $\left(\frac{M}{\mu} = 1\right)$ газ учун (10.9) тенгламани қуйидагича ёзиш мумкин:

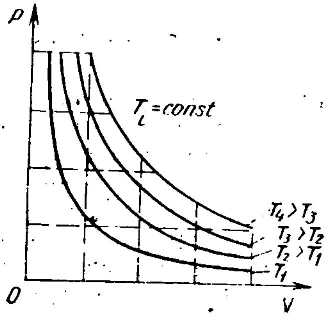
$$pV = RT. \qquad (10.10)$$

Келтирилган тенгламалардан хулоса шуки, газ параметрлари бир-бирига жуда боғлиқ. Хусусан, улардан бирини ўзгармас қолдирсак, унга мос бўлган изожараёнларни («изо» ўзгармас деган маънони англатади) ҳосил қиламиз. XVIII асрда Бойль ва Мариотт, Гей-Люссак, Шарль томонидан кашф этилган ушбу жараёнлар газ ҳолат тенгламасининг хусусий ҳолларидир.

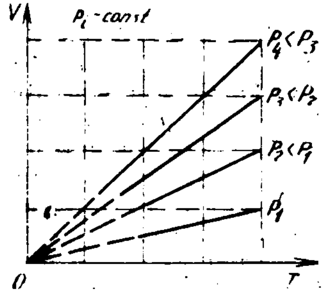
1. Температура ўзгармас (T=const) бўлса (10.10) тенглама

$$pV = p_0 V_0 \text{ ёки } pV = \text{const}$$

шаклини олиб, Бойль ва Мариотт қонунини ҳосил қиламиз. *Ўзгармас температурада босимнинг ўзгариши ҳажм ўзгаришига тескари пропорционал, лекин улар-*



10.3- расм.



10.4- расм.

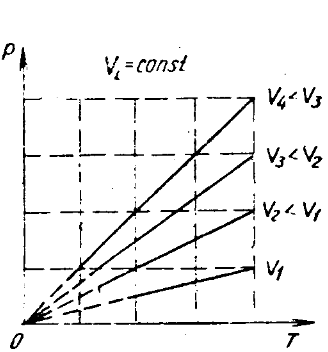
нинг кўпайтмаси ўзгармасдир. Бу қснунинг графиги (10.3-расм) *изотерма,* ҳодиса эса *изотермик жараён* деб аталади.

2. Гей-Люссак қонуни ифодасини ҳосил қилишда (10.10) ифодадаги босимни ўзгармас (p=const) деб қабул қиламиз, у ҳолда бу тенглама қуйидаги кўринишга ўтади:

$$\frac{V}{T} = \frac{V_0}{T_0} \text{ ёки } \frac{V}{T} = \text{const}.$$

Изобарик жараёнида (10.4- расм) ҳажм билан температура орасидаги боғланиш координата бошидан ўтган тўғри чизиқ билан ифодаланади. $T=0$ га тенг бўлганда газнинг ҳажми ҳам нолга тенг. Ўлчамсиз молекулалардан тузилган идеал газ учун бундай ғайри табиий хулосанинг вужудга келиши оддий ҳолдир.

Газ ҳажми ўзгармас (V =const) бўлса, (10. 10) дан қуйидаги ифода келиб чиқади: $\frac{p}{T} = \frac{p_0}{T_0}$ ёки $\frac{p}{T}$ = const. Ушбу изохорик жараёнда босим билан температура орасидаги боғланиш чизиқли ва унинг графиги координата бошидан ўтган тўғри чизиқ орқали тасвирланади. $T = 0$ да газнинг босими йўқолади, яъни ноль бўлади (10.5- расм). Шарль қонунининг бу хулосаси молекуляр-кинетик назария асосида олинган натижаларга мосдир.



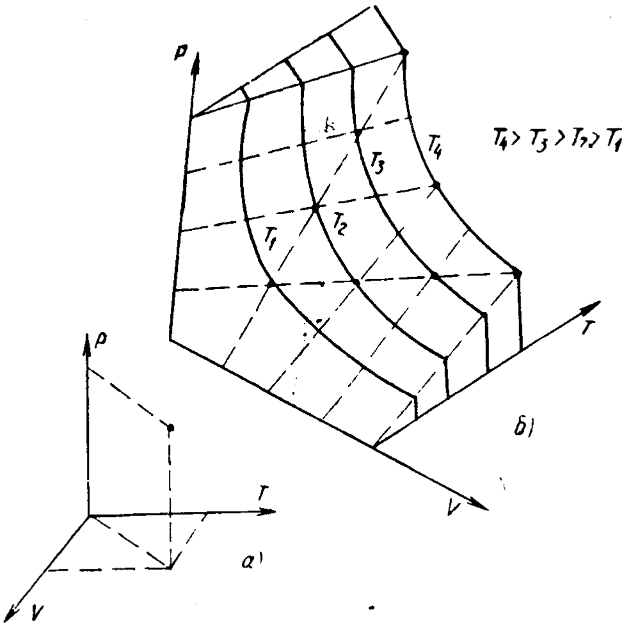
10.5- расм.

10.5- §. Термодинамик диаграммалар

Маълумки, бир моль газнинг ҳолати p босим, V ҳажм ва T температура каби учта макроскопик параметрлар орқали аниқланади. Бу катталиклар *термодинамик параметрлар* деб ҳам аталади. Чунки, иссиқлик таъсирида бу уч катталикнинг ҳаммаси ўзгаради ёки улардан бири ўзгармай қолганда, қолган иккитаси ўзгариши мумкин. Улар ўртасидаги боғланиш $pV=RT$ газнинг ҳолат тенгламаси деб аталади. Термодинамик параметрлари ўзгармас бўлган система мувозанатли ҳолатни эгаллайди. Бинобарин, мувозанатли ҳолатда бўлган системада диффузия, иссиқлик ўтказувчанлик, химиявий реакциялар, фазовий ўтиш каби ҳодисалар рўй бермайди. Лекин газ молекулаларининг тартибсиз ҳаракати узлуксиз давом этаверади. Системанинг жуда кичик қисмларида юқорида зикр этилган ҳодисалардан бири ёки ҳаммаси содир бўлиши мумкин. Масалан, Орол денгизига бир челак қайноқ сувни қуйиб юборган билан унинг температураси, ҳажми, босими ўзгармаганидек, микроқисмларда содир бўлган микрожараёнлар ҳам газ параметрларининг ўртача қийматига деярли таъсир қила олмайди.

Система ташқи таъсир туфайли ўз ҳолатини ўзгартирса, унинг термодинамик параметрлари ўзгаради. Системанинг бир ҳолатдан иккинчисига ўтиши жараён деб аталади. Мисол тариқасида юқорида келтирилган изожараёнларни кўрсатиш мумкин.

Газнинг ҳолатини аниқловчи p, V, T термодинамик параметрларни моддий нуқтанинг фазодаги ўрнини аниқловчи x, y, z координаталар билан таққосласак, улар бир-бирига ўхшаш эканлигини аниқлаймиз. Шу нуқтаи назардан, уч ўлчовли p, V, T термодинамик фазода система ҳолатининг геометрик тасвирини ҳосил қилиш мумкин. x, y, z координата ўқларини p, V, T ўқлар билан алмаштирсак ва мувозанатли ҳолатга мос бўлган параметрларни ушбу ўқларда ажратсак, системанинг мувозанатли ҳолати 10.6- *а* расмда келтирилган нуқта орқали тасвирланади. Аммо шуни алоҳида таъкидлаш керакки, p, V, T координаталар орқали аниқланган мувозанатли система, x, y, z координаталар билан ифодаланган моддий нуқта вазиятидан бутунлай фарқ қилади. Зотан, x, y, z боғланмаган, мустақил, эркли координаталардир. Улардан бири, масалан мод-



10.6- расм.

дий нуқта x ўқи бўйлаб ҳаракатланса, x ўзгарган ҳолда қолган координаталар, y, z ўзгармасдан қолаверади. Бундан ташқари, моддий нуқта фазода координаталари ихтиёрий бўлган нуқталарда жойлашуви мумкин. Лекин (10.10) тенглама билан ўзаро боғланган мувозанатли системанинг ҳолати p, V ва T координаталар системасида фақат маълум нуқталар билан тасвирланади. Нормал шароитда газнинг босими $p_0 = 10^5$ Па, температураси $T_0 = 273°$К бўлса, у ҳолда бир киломоль газнинг ҳажми $V_0 = 22{,}44$ м^3 га тенг. Ҳажмнинг бошқа қийматларида эса системанинг мувозанати бузилади, яъни у, параметрлари бошқа бўлган мувозанатли ҳолатга ўтади. Демак, p, V, T координаталарида системанинг мувозанатини аниқловчи нуқталар шу координаталарга мос бўлган термодинамик текисликларда ётади. Термодинамик жараёнларни классификациялашда параметрлардан бирини ўзгармас қолдириб pV, VT ва pT текисликларда ётган термодинамик диаграммаларни ҳосил қилган эдик. Бу диаграммалар

10.3. 10.4 ва 10.5-расмларда келтирилган бўлиб, мос равишда изотерма, изобара ва изохора чизиқлари билан ифодаланган. Шуни алоҳида таъкидлаш керакки, системанинг ҳолатини аниқловчи нуқталар келтирилган чизиқларда ётиши учун газнинг ҳолатини жуда секинлик билан ўзгартириш лозим. Агар бу уч текисликларни бирлаштирсак, системанинг 10.6-*б* расмда келтирилган фазовий тасвири ҳосил бўлади. Диаграммадаги чизиқларни кесишган нуқталари, мувозанатли системани тасвирловчи нуқталардир. Системанинг ҳолати жуда секинлик билан ўзгарса, тасвирловчи нуқталарнинг аста-секинлик билан силжишидан ҳосил бўлган чизиқлар, содир бўлган жараёнларни аниқлайди.

Келтирилган жараёнлардан ташқари, ташқи муҳит билан иссиқлик алмашмасдан ўз ҳолатини ўзгартирадиган ва адиабатик жараён деб ном олган ҳодисанинг табиати билан кейинроқ 13.5-§ да танишиб чиқамиз.

XI боб. ТАҚСИМОТ ҚОНУНЛАРИ

11.1-§. Молекулаларнинг тезликлари бўйича тақсимланишига оид Максвелл қонуни

Маълумки, газ молекулалари тартибсиз ҳаракати давомида ўзаро тўқнашиб тезликларини миқдор ва йўналиш жиҳатидан узлуксиз равишда ўзгартириб туради. Кўп заррали бундай системада тезлиги аниқ қийматга тенг бўлган молекулаларнинг сонини аниқлаш мумкин эмас. Лекин мувозанатли системада, тезлиги маълум интервалда ётган молекулалар сонини ёки улушини аниқлаш мумкин. Масалани соддалаштириш мақсадида фақат x ўқи бўйича ҳаракатланаётган молекулалар ҳолатини текширайлик. Тезлиги v, $v_x + dv_x$ оралиғида бўлган молекулалар сонини $dN(v_x)$ деб белгилайлик. Мулоҳазалар асосида берилган интервалда ётган молекулаларнинг сони $dN(v_x)$ системадаги молекулалар сони N га ва тезлик интервали dv_x га пропорционал эканлигига ишонч ҳосил қилиш мумкин, яъни

$$dN(v_x) \sim N dv_x. \qquad (11.1)$$

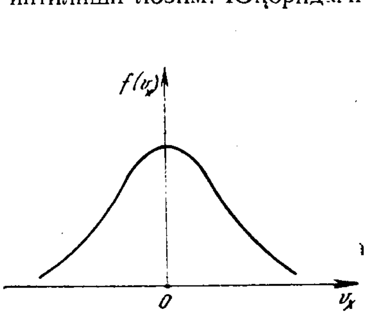
Ўзгармас катталик киритиш йўли билан юқоридаги пропорционалликни тенгликка айлантира олар эдик. Лекин бундай усул ушбу ифода учун ўринли бўлмайди.

Фақат киритилган катталик тезлик функцияси бўлса, (11.1) ни қуйидагича ёзиш мумкин:

$$dN(v_x) = f(v_x)Ndv_x. \qquad (11.2)$$

Келтирилган ифода тўғри эканлигини қуйидаги мисолда кўриб чиқайлик. Тошкенг шаҳар аҳолисининг сони N та, булар ичидан 20 — 21 ёшга кирган фуқароларнинг сони dN_x бўлсин. Ёшлик интервали dv_x ни оширсак, яъни 20 — 22 ёш оралиғини олсак, шу интервалда ётган фуқаролар сони $dN(v_x)$ мос равишда ортади. Статистик кузатишни жумҳурият миқёсига кўчирсак $dN(v_x)$ янада ортади. Лекин статистик маълумотлар ёш интервали бир хил бўлган 20—21 ва 80 — 81 оралиқлар учун олинса, бу интервалда ётган фуқаролар сони ҳар хил бўлиб чиқади. Бундан ёшлик интервали маълум қийматга тенг бўлган фуқаролар сони, қайси ёшга нисбатан олинишига боғлиқ эканлигини кўриш мумкин. Келтирилган мисолдан хулоса шуки, dv_x интервалда ётган молекулаларнинг сони қайси тезликка нисбатан кузатилишига, яъни $f(v_x)$ га боғлиқ. *Тақсимот функцияси* деб аталувчи бу катталик айрим хоссаларга эга.

Тезлиги маълум интервалда ётган молекулаларнинг улушини тезликка боғлиқ графигини туширсак, 11.1-расмда келтирилган эгри чизиқ ҳосил бўлади. Бу эгри чизиқ $v = 0$ га нисбатан симметрик, чунки берилган системада x ўқининг мусбат йўналишида ҳаракатланаётган молекулаларнинг сони унга тескари йўналишда ҳаракатланаётган молекулалар сонига айнан тенг. Демак, тақсимот функцияси жуфт бўлиши керак. Иккинчидан, молекулаларнинг кинетик энергиялари чекли қийматга эга бўлиши учун тезлик чексизга интилганда тақсимот функцияси нолга интилиши лозим. Юқоридаги (11.2) ифодани $\frac{dN(v_x)}{N} = f(v_x)dv_x$ кўринишга келтирайлик. Бунда $f(v_x)dv_x$ ифоданинг физик маъноси қуйидагича: v_x, $v_x + dv_x$ *тезликларга эга бўлган молекулалар ҳамма молекулаларнинг қандай қисмини (улушини) ташкил этиш эҳтимоллигини кўрсатади.* Тезликларнинг ҳамма оралиқлари бўйича ётган молекулалар сони



11.1- расм.

N эканлигини эътиборга олсак, (11.2) ифоданинг интеграли

$$\int dN(v_x) = \int_{-\infty}^{\infty} Nf(v_x)dv_x = N \text{ ёки } \int_{-\infty}^{\infty} f(v_x)dv_x = 1 \qquad (11.3)$$

бўлади. Бундан $f(v_x)dv_x$ эҳтимолликнинг барча тезлик интерваллари бўйича йиғиндиси бирга тенг эканлигини кўрамиз. Тақсимланиш кўпайтмаси деб аталувчи (11.3) ифода, берилган системада молекулалардан бирининг тезлиги v_x, $v_x + dv_x$ тезликлар оралиғида ётиши муқаррар эканлигини кўрсатади.

Тартибсиз ҳаракатланаётган молекулаларнинг ўзаро тўқнашувидан уларнинг тезликлари ихтиёрий қийматга ўзгариши мумкин. Тўқнашишлар жараёнида улардан бирининг тезлиги айнан dv_x га ўзгариши тасодифий ҳодисалар туркумига киради. Бу туркумдаги зарраларнинг ҳаракати Гаусс тақсимот қонунига бўйсунади:

$$f(v_x) = A_x e^{-\frac{mv_x^2}{2kT}} = A_x e^{-\beta v_x^2}, \qquad (11.4)$$

бунда $\beta = \frac{m}{2kT}$, m — зарра массаси, k — Больцман доимийси, A_x — нормаллаштирувчи катталик. Гаусс функцияси юқорида келтирилган функцияга қўйилган талабларнинг ҳаммасига жавоб беради, яъни симметрик ва $v_x \to 0$ да $f(v_x) - 0$ бўлади. Шунинг учун (11.3) ифодадаги функцияни Гаусс функцияси билан алмаштирамиз:

$$\int_{-\infty}^{\infty} A_x e^{-\beta v_x^2} dv_x = A_x \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\beta v_x^2} dv_x = 1. \qquad (11.5)$$

Бу шаклдаги интегрални ҳисоблашда $\beta v_x^2 = z^2$ билан алмаштирамиз ва уни дифференциаллаб, қуйидаги ифодани ҳосил қиламиз: $\beta v_x dv_x = zdz$, бундан $dv_x = \frac{dz}{\sqrt{\beta}}$ эканлигини аниқлаймиз. Бу ўзгартиришлар туфайли (11.5) шаклдаги ифода қуйидаги кўринишга ўтади:

$$\frac{A_x}{\sqrt{\beta}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-z^2} dz = 1, \text{ бундан } A_x = \frac{\sqrt{\beta}}{\int_{-\infty}^{\infty} e^{-z^2} dz} =$$

$$= \frac{\sqrt{\beta}}{\sqrt{\pi}} = \sqrt{\frac{\beta}{\pi}}.$$

Интеграл $\int\limits_{-\infty}^{\infty} e^{-z^2}\,dz$ жадвалга киритилган махсус интеграл-дан бўлиб, унинг қиймати $\sqrt{\pi}$ га тенг.

Демак, системанинг x ўқи бўйича ҳаракатланаётган молекулалар учун тезлиги v_x, $v_x + dv_x$ интервалда ётган молекулаларнинг тақсимот функцияси

$$f(v_x) = A_x\, e^{-\beta v_x^2} = \sqrt{\frac{\beta}{\pi}}\, e^{-\beta v_x^2} = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}}\, e^{-\frac{mv_x^2}{2kT}} \qquad (11.6)$$

шаклда ёзилади. Молекулаларнинг x, y, z ўқлари бўйича олинган тезликлари ўзаро боғланмаган, мустақил тезликлардир. Бинобарин, молекулаларнинг v_x, v_y, v_z тезликлар бўйича ҳаракат қилиш эҳтимоллиги ва улушлари бир хил. Шунинг учун молекулаларнинг бу йўналишларда олинган тақсимот функциялари ўзаро тенг

$$f(v_x) = f(v_y) = f(v_z).$$

У ҳолда, (11.6) тенгламага асосан, тезликнинг v_y ва v_z ташкил этувчилари бўйича олинган тақсимот функциялари қуйидагича ёзилади:

$$f(v_y) = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}}\, e^{-\frac{mv_y^2}{2kT}}, \quad f(v_z) = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}}\, e^{-\frac{mv_z^2}{2kT}} \cdot \qquad (11.7)$$

Олинган натижалар асосида тезликнинг ташкил этувчиларини ўз ичига олган тақсимотнинг умумлашган функцияси $f(v_x, v_y, v_z)$ ни ҳисоблайлик. Тезликни ташкил этувчилари мустақил ва ўзаро боғланмаган бўлганидан умумлашган функцияни эҳтимолликларни кўпайтириш теоремасига асосан қуйидагича ёзамиз:

$$f(v_x, v_y, v_z) = f(v_x)\cdot f(v_y)\cdot f(v_z).$$

Координата ўқлари бўйича олинган тақсимот функцияларини ўз ифодалари (11.6) ва (11.7) билан алмаштирамиз. У ҳолда умумлашган функция

$$f(v_x, v_y, v_z) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{m}{2kT}\left(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2\right)} \qquad (11.8)$$

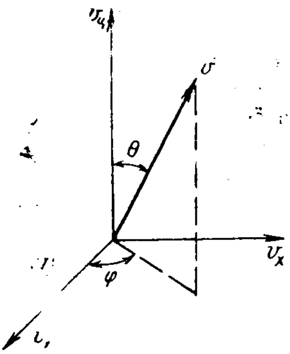
кўринишда ёзилади. Бу ифода *газ молекулалари учун тезликнинг ташкил этувчилари бўйича Максвелл тақсимот* *функцияси дейилади*. Олинган (11.8) тенгламани (11.2) шаклдаги тенгламага татбиқ этсак, тезликнинг ташкил этувчилари v_x, $v_x + dv_x$; v_y, $v_y + dv_y$; $v_z + dv_z$ оралиқларида ётган молекулалар сонини аниқлаш имкониятини берувчи тенгламани ҳосил қиламиз:

$$dN(v_x, v_y, v_z) = N\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{m}{2kT}\left(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2\right)} dv_x \cdot dv_y \cdot dv_z \tag{11.9}$$

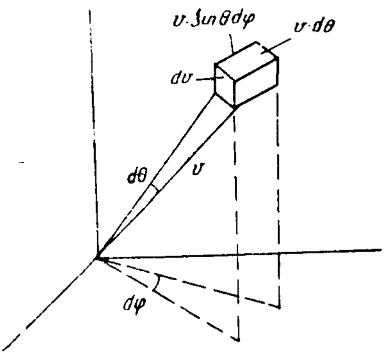
Олинган бу ифода *молекулалар тезликларининг ташкил этувчилари бўйича тақсимланишига оид Максвелл қонуни* дейилади. (11.9) шаклдаги тақсимот қонуни молекулалар фақат x, y, z ўқлари бўйича ҳаракат қилади, деб қурилганда ўринли. Аслида эса хаотик табиатга эга бўлган молекулалар ихтиёрий йўналишда ҳаракатланиши мумкин. Бу ҳолни эътиборга олиш мақсадида (11.8) шаклдаги тақсимот функцияни тезлик модули бўйича ҳисоблаб чиқамиз. Максвелл тақсимот функцияси (11.8) ни аниқлашда декарт координаталар системасида олинган тезликларнинг v_x, v_y, v_z ташкил этувчиларидан фойдаландик. Лекин координата системасининг бу хусусий ҳолидан фойдаланиш шарт эмас. Тезлик вектори $\vec{v}$ ни тезликлар фазосида ҳам тасвирлаш мумкин (11.2-расм). Тезлик векторининг бу системадаги ҳолати, v нинг узунлиги билан ва қутб бурчаклари орқали аниқланади. Декарт координаталари системасидан қутб координаталар системасига ўтганда, dv_x, dv_y, dv_z тезликлар интервалида ётган молекулалар, томонлари dv, $v\sin\theta d\varphi$, $vd\theta$ бўлган тўртбурчак ичига жойлашиб (11.3)-расм), v тезлик билан ҳамма томонга тарқалади. Координаталар системасини бундай алмаштиришда $f(v_x, v_y, v_z)\cdot dv_x \cdot dv_y \cdot dv_z$ шаклдаги тақсимот функцияси $f_1(v, \theta, \varphi)v^2dv\cdot\sin\theta d\theta\cdot d\varphi$ кўринишга ўтади. Киритилган янги $f_1(v, \theta, \varphi)$ функциянинг ифодаси (11.8) билан ифодаланган $f(v_x, v_y, v_z)$ функциядаги $v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 = v^2$ алмаштириш орқали топилади:

$$f_1(v, \theta, \varphi) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}}. \tag{11.10}$$

Равшанки, қутб координаталар системасида ифодаланган функция фақат битта ўзгарувчан v га боғлиқ ва θ, φ сферик координаталарга боғлиқ эмас. Бундай тақ-



11.2- расм.



11.3- расм.

симот изотроп бўлиб, молекулаларнинг ҳамма йўналиши бўйича ҳаракатланиш эҳтимоллиги бир хил эканлиги келиб чиқади. У ҳолда тезлиги v, $v+dv$ тезликлар оралиғида молекулаларнинг ҳаракатланиш эҳтимоллиги;

$$f_1(v)\,dv = \int_0^{\pi} \sin\theta\, d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi \cdot f_1(v, \theta, \varphi)\, v^2 dv.$$

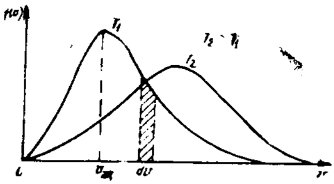
Бу тенгламада $f_1(v, \theta, \varphi)\, v^2 dv$ ни интеграл ташқарисига чиқариб, қолган ифоданинг интеграли 4π эканлигини эътиборга олсак, қуйидаги ифода ҳосил бўлади:

$$f_1(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi k T}\right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}}. \qquad (11.11)$$

Бу тенглама *газ молекулаларининг тезлик модули бўйича Максвелл тақсимот функцияси дейилади.* (11.2) тенгламада келтирилган тақсимот функциясини (11.11) шаклдаги Максвелл тақсимоти билан алмаштирамиз ва тезлиги v, $v+dv$ ораликда ётган молекулалар сонини топамиз, яъни

$$dN(v) = N \cdot 4\pi \left(\frac{m}{2\pi k T}\right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} dv. \qquad (11.12)$$

Ушбу ифода *молекулаларнинг тезликлари бўйича тақсимланишига оид Максвелл қонуни дейилади* (11.11) шаклда-



11.4- расм.

ги тақсимотнинг графиги 11.4-расмда келтирилган. Эгри чизиқ билан чегараланган сиртнинг юзи, (11.3) га асосан, бирга ёки системада жойлашган молекулалар сони N га тенг. Графикдан тезлиги v, $v+dv$ оралиқда ётган молекулаларнинг сони ҳамма молекулаларнинг қандай улушини ташкил этганлигини аниқлаш мумкин. Молекулаларнинг бу қиймати $\frac{\Delta N}{N} = f(v)\,\Delta v$ га тенг бўлиб, Максвелл эгри чизиғи остидаги штрихланган юзага тенг. Равшанки, $f(v)\Delta v$ эҳтимоллик аниқ бўлса, бу эҳтимолликни молекулалар сони N га кўпайтириш орқали тезлиги $v, v+\Delta v$ оралиғида ётган молекулалар сони ΔN топилади. Эгри чизиқ координата бошидан бошланиб тезлик координата ўқи билан маълум бир нуқтада кесишади. Графикнинг бу хусусияти, система ичида тезлиги нолга ва чексизликка тенг бўлган молекулаларнинг улуши нолга тенг эканлигини кўрсатади. Тақсимот функциясининг шакли системанинг температурасига боғлиқ. Температура ошган сари, тақсимот эгри чизиғи пасайиб катта тезликлар соҳасига силжийди. Берилган ҳажмдаги молекулалар сони N ўзгармас ва эгри чизиқлар билан чегараланган (11.4-расм) юзлар температуранинг ҳар икки қийматида бир хил бўлиши лозим.

Молекулаларнинг тезликлар бўйича тақсимотига оид Максвелл назариясининг аҳамияти шундаки, унинг функцияси ёрдамида кинетик назарияда шартли равишда киритилган ўртача тезлик, ўртача квадратик тезликларнинг математик ифодасини аниқлаш мумкин. Бу тезликларни ҳисоблашдан олдин эгри чизиқнинг максимумига тўғри келган ва *эҳтимолли тезлик* деб аталувчи $v_{эҳ}$ ни ҳисоблаб чиқайлик. У молекулаларнинг энг кўп қисми — улуши ҳаракатланиши мумкин бўлган тезликни баҳолайди.

Функциянинг энг катта қийматини аниқлаш шартига асосан (11.11) тенгламадан v бўйича олинган ҳосилани нолга тенглаштирамиз:

$$f_1'(v) = 4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} 2ve^{-\frac{mv^2}{2kT}} \cdot \left[1-\frac{mv^2}{2kT}\right]^2 = 0.$$

бундан эҳтимолли тезлик:

$$1-\frac{mv_{эх}^2}{2kT}=0 \text{ ёки } v_{эх}=\sqrt{2\frac{kT}{m}}. \qquad (11.13)$$

Системадаги молекулалар квадратик тезликларнинг йиғиндисини молекулалар сонига бўлсак, ўртача квадратик тезлик ҳосил бўлади:

$$<v^2>=\frac{\int\limits_{-\infty}^{\infty} v^2\cdot N\cdot f(v)\,dv}{N}=\int\limits_{-\infty}^{\infty} v^2 f(v)\,dv. \qquad (11.14)$$

Статистик физиканинг асосий қонунларидан бири бўлган бу ифода орқали ҳар қандай катталикнинг ўртача қийматини аниқлаш мумкин. (11.14) даги тақсимот функцияни ўз қиймати (11.11) билан алмаштирамиз:

$$<v^2>=4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2}\cdot\int\limits_0^{\infty} v^4 e^{-\frac{mv^2}{2kT}}\cdot dv. \qquad (11.15)$$

Тақсимот функцияси тезлик модули бўйича олинганидан интегралнинг чегараси нолдан чексизгача бўлади. (11.15) шаклдаги интегрални ҳисоблашда, юқорида келтирилган усулни татбиқ этамиз, яъни $\beta=\frac{m}{2kT}$ ва $z^2=\beta v^2$ белгилашлар киритамиз. Иккинчи тенгламани дифференциалласак $z\,dz=\beta\, v\,dv$ ва олинган натижадан $dv=\frac{z\,dz}{\beta v}=\frac{\sqrt{\beta}\,dz}{\beta v}=\frac{dz}{\sqrt{\beta}}$ аниқлаб, уларни (11.15) да келтирилган интеграл остидаги ифодага қўйсак, у қуйидаги содда кўринишга келади:

$$\int\limits_0^{\infty} v^4 e^{-\frac{mv^2}{2kT}}dv=\frac{1}{\beta^{5/2}}\int\limits_0^{\infty} z^4 e^{-z^2}dz. \qquad (11.16)$$

Тенгламанинг ўнг томонини ҳисоблашда жадвалга киритилган интеграл $\int\limits_{-\infty}^{\infty} e^{-z^2}dz=2\int\limits_0^{\infty} e^{-z^2}dz=\sqrt{\pi}$ дан қуйидаги қийматни ҳосил қиламиз:

$$\int\limits_0^{\infty} e^{-z^2}dz=\frac{1}{2}\sqrt{\pi}.$$

Лекин бу интеграл асосида

$$\int_0^{\infty} e^{-\lambda z^2} dz = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{\lambda}} \tag{11.17}$$

шаклдаги интегрални ҳисоблаш мумкин (λ — ихтиёрий параметр). (11.17) ифодадан λ бўйича биринчи тартибли ҳосила олайлик:

$$\int_0^{\infty} z^2 \cdot e^{-\lambda z^2} dz = \frac{1}{4}\frac{\sqrt{\pi}}{\lambda^{3/2}}.$$

Бундан λ бўйича яна бир марта ҳосила олиб,

$$\int_0^{\infty} z^4 e^{-\lambda z^2} dz = \frac{3}{8}\frac{\sqrt{\pi}}{\lambda^{5/2}}$$

шаклдаги ифодани топамиз. Ихтиёрий параметр $\lambda = 1$ деб кўрсак, қуйидаги натижага эга бўламиз:

$$\int_0^{\infty} z^4 e^{-z^2} dz = \frac{3}{8}\sqrt{\pi}.$$

У ҳолда /11.16/ тенгламадаги интеграл

$$\int_0^{\infty} v^4 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} dv = \frac{3\sqrt{\pi}}{8\beta^{5/2}} = \frac{3}{8}\sqrt{\pi}\left(\frac{2kT}{m}\right)^{5/2}$$

бўлиб, уни (11.15) га қўйиш орқали квадратик тезликнинг ўртача қийматини топамиз, яъни

$$< v^2 > = 4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \frac{3}{8}\sqrt{\pi}\left(\frac{2kT}{m}\right)^{5/2} = 3\frac{kT}{m},$$

бундан ўртача квадратик тезлик

$$< v_{кв} > = \sqrt{3\frac{kT}{m}} \quad \text{ёки} \quad < v_{кв} > = \sqrt{3\frac{RT}{\mu}}$$

га тенг бўлади. Топилган ифода кинетик назарияда шартли равишда киритилган ўртача квадратик тезлик (10.8) га айнан тенг. Юқорида келтирилган усул орқали эҳтимолли тезлик билан ўртача квадратик тезликлар оралиғида ётган, яъни молекуланинг ўртача арифметик тезлигини ҳам ҳисоблаш мумкин. Тенглама (11.14) га асосан ўртача арифметик тезликнинг қиймати:

$$<v> = \int_0^\infty v f(v)\,dv = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \int_0^\infty v^3 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} dv$$

тенглама билан топилади. Бу ифодадаги интеграл

$$\int_0^\infty v^3 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} dv = 2\left(\frac{kT}{m}\right)$$

эканлигини эътиборга олсак, у ҳолда ўртача арифметик тезлик

$$<v> = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \cdot 2\left(\frac{kT}{m}\right) = \sqrt{\frac{8}{\pi}\frac{kT}{m}} \qquad (11.18)$$

бўлади. Аниқланган ҳар учала тезликлар солиштирилса, улар бир-бирларидан фақат коэффициентлари билан фарқ қилишларини кўриш мумкин, яъни $<v_{кв}> = 1{,}085 <v> = 1{,}224\, v_{эҳ}$.

11.2- §. Молекуланинг эркинлик даражалари бўйича энергия тақсимоти қонуни

Максвелл тақсимот қонунидан келиб чиқадиган асосий хулосалардан яна бири энергиянинг эркинлик даражалари бўйича бир текисда тақсимланиш қонунининг исботидир.

Молекуланинг ҳаракати ва унинг фазодаги ўрнини аниқлаш учун лозим бўлган эркли координаталар сони *эркинлик даражаси* дейилади. Бир атомли молекула идишнинг бутун ҳажми бўйлаб илгариланма ҳаракатда иштирок этади. Бинобарин, унинг вазиятини ва ҳаракатини характерловчи мустақил координаталар сони, яъни эркинлик даражаси $i=3$ га тенг.

Кўп заррали системанинг ихтиёрий нуқталаридаги температуралари, босими, зичлиги бир хил бўлса, у мувозанатли ҳолатни эгаллайди. Лекин унинг молекулалари ихтиёрий тезлик билан ҳаракатланиб, тўқнашиши туфайли ўз тезлигининг катталиги ва йўналишини узлуксиз ўзгартириб туради. Уларнинг кинетик энергиялари ҳам мос равишда ўзгаради. Демак, айрим олинган молекуланинг тезлигини ҳисоблаш мумкин бўлмаганидек, унинг кинетик энергиясини ҳам аниқлаш мумкин эмас. Аммо Максвелл тақсимот функциясига асосан уч ўлчовли фазонинг ихтиёрий йўналиши бўйлаб ҳаракатланаётган молекуланинг ўртача кинетик энергиясини ҳисоблаш мумкин. Масалан, X ўқи бўйлаб ҳаракатланаётган молекуланинг кинетик энергияси $E_{kx}=\frac{mv_x^2}{2}$ бўлсин. У ҳолда (11.14) га асосан шу ўқ бўйлаб ҳаракатланаётган молекулаларнинг ўртача кинетик энергияси

$$<E_{kx}> = \frac{\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{mv_x^2}{2}N\cdot f(v_x)\,dv_x}{\int\limits_{-\infty}^{\infty}N\cdot f(v_x)\,dv_x} = \frac{m}{2}\frac{\int\limits_0^{\infty}v_x^2e^{-\frac{mv_x^2}{2kT}}dv_x}{\int\limits_0^{\infty}e^{-\frac{mv_x^2}{2kT}}dv_x}.$$

Олдинги параграфда киритилган ўзгартиришлар

$$\beta=\frac{m}{2kT},\quad z^2=\beta v_x^2,\quad dv_x=\frac{dz}{\sqrt{\beta}}$$

га асосан юқоридаги тенгликни яна қуйидагича ёзамиз:

$$<E_{kx}> = \frac{\frac{m}{\beta}\int\limits_0^{\infty}z^2e^{-z^2}dz}{2\int\limits_0^{\infty}e^{-z^2}dz} = \frac{m}{\beta\sqrt{\pi}}\int\limits_0^{\infty}z^2e^{-z^2}dz. \qquad (11.19)$$

Бунда $\int\limits_0^{\infty}e^{-z^2}dz=\frac{\sqrt{\pi}}{2}$ тенг эканлигини эътиборга олдик. Ўнг томондаги интегрални ҳисоблашда (11.17) асосан, $\int\limits_0^{\infty}e^{-\lambda z^2}dz=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{\lambda}}$ тенгликдан фойдаланиб, олдинги параграфда келтирилган усулга асосан ундан λ бўйича биринчи тартибли ҳосила оламиз ва $\lambda=1$ тенглаштириб, $\int\limits_0^{\infty}z^2\times$ $\times e^{-z^2}\cdot dz=\frac{1}{4}\sqrt{\pi}$ эканлигини аниқлаймиз. Ҳосил бўлган қийматни (11.19) тенгламага қўйсак, X ўқи бўйича ҳаракатланаётган молекулаларнинг ўртача кинетик энергияси

$$<E_{kx}> = \frac{m}{\beta\sqrt{\pi}}\cdot\frac{1}{4}\sqrt{\pi} = \frac{m}{4}\frac{2kT}{m} = \frac{1}{2}kT. \qquad (11.20)$$

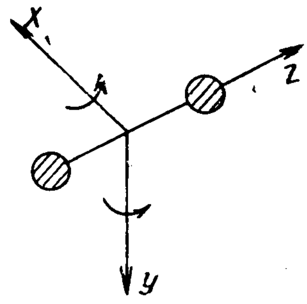
эканлигини топамиз. Қолган Y, Z ўқлари бўйича ҳаракатланаётган молекулаларнинг ўртача кинетик энергиялари айнан шу қийматга тенг ва буни юқоридаги каби исбот қилиш мумкин. Зотан, танланган йўналиш ихтиёрий эди. Шундай қилиб, *молекуланинг тўлиқ кинетик энергияси ҳамма эркинлик даражалари бўйича бир хилда тақсимланади ва унинг қиймати* $\frac{1}{2}kT$ *га тенг.* Бу тенглама классик статистик физикада Больцман томонидан исбот қилинган бўлиб, иссиқлик мувозанатида бўлган кўп сонли молекулалар системасида ўринлидир. Бу қонун энергиянинг эркинлик даражалари бўйича тенг тақсимот қонуни деб юритилади.

11.3-§. Молекуланинг ўртача кинетик энергияси

Энергиянинг эркинлик даражаси бўйича бир текисда тақсимланиш қонунига асосан таркибида икки ва ундан ортиқ атомлар бўлган молекуляр системанинг ўртача кинетик энергиясини ҳисоблаш оддий арифметик амалга кўчади. Энергия скаляр катталик. Фазонинг ихтиёрий йўналишда ҳаракатланаётган бир атомли молекуланинг ўртача кинетик энергияси X, Y, Z ўқлари бўйича олинган кинетик энергияларнинг йиғиндисига тенг, яъни

$$\langle E_k \rangle = \langle E_{kx} \rangle + \langle E_{ky} \rangle + \langle E_{kz} \rangle = \frac{1}{2}kT + \frac{1}{2}kT + \frac{1}{2}kT = \frac{3}{2}kT. \qquad (11.21)$$

Бу хулосани икки атомли система учун умумлаштирайлик. Икки атомли молекулани бир-бирига яқин жойлашган ва мустаҳкам боғланган «гантелли снаряди» каби деб фараз қилиш мумкин (11,5-расм). Атомлар орасидаги масофа ўзгармас бўлса, молекуланинг эркинлик даражалари $i = 5$ га тенг. Чунки молекула масса марказидан ўтган ўқларга нисбатан илгарилама (11.5-расм) ва атомларни бирлаштирувчи ўққа перпендикуляр бўлган ўқларга нисбатан айланма ҳаракат қилади. Аксинча, молекулалар мустаҳкам боғланма-



11.5-расм.

ган атомлардан тузилган бўлса, атомлар уларни бирлаштирувчи ўқ бўйлаб тебранма ҳаракатда иштирок этиши мумкин. Тебранма ҳаракатнинг тўлиқ механик энергияси, кинетик ва потенциал энергияларнинг йиғиндисига тенг. Кинетик ва потенциал энергияларнинг ҳар бирига энергиянинг $\frac{1}{2}kT$ қисми мос келишини эътиборга олсак, тебранма ҳаракатнинг битта эркинлик даражасига тўғри келган энергия $\frac{1}{2}kT+\frac{1}{2}kT=kT$ бўлади.

Шундай қилиб, мустаҳкам боғланмаган икки атомли системанинг ўртача кинетик энергияси илгарилама айланма ва тебранма ҳаракат энергияларининг йиғиндисига тенг:

$$<E_k>=3\frac{kT}{2}+2\frac{kT}{2}+2\frac{kT}{2}=\frac{7}{2}kT. \qquad (11.22)$$

Молекула илгарилама ҳаракатини аниқловчи эркинлик даражаси ҳамма ҳолда ҳам учга тенг. Айланма ва тебранма ҳаракатларнинг эркинлик даражалари молекуладаги атомларнинг сонига ва температурага боғлиқ. Юқори температурада молекула атомлари, улар масса марказларини бирлаштирувчи чизиқлар бўйлаб тебранма ҳаракат қилади. Умумий равишда молекуланинг эркинлик даражаси i бўлса, унинг ўртача кинетик энергияси

$$<E_k>=\frac{i}{2}kT \qquad (11.23)$$

орқали аниқланади.

Мустаҳкам боғланган атомлардан ташкил топган молекулалар системасида биз кўраётган температураларда тебранма ҳаракат деярли вужудга келмайди, Шунинг учун 2 атомли молекулалар учун $i=5$ га уч ва ундан кўп атомли молекулалар учун $i=6$ га тенгдир.

11.4-§. Больцман тақсимот қонуни

Максвелл тақсимот қонуни ташқи кучдан холи бўлган системалар учун ўринли. Куч таъсирида бўлган системанинг ҳар бир заррасининг тўлиқ энергияси кинетик ва потенциал энергияларининг йиғиндисига тенг. Потенциал майдонда жойлашган молекулаларнинг тақсимот функциясини аниқлашда (11.11) ифодани қуйидагича ўзгартириб ёзамиз:

$$f(v) = 4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{E}{kT}} v^2.$$

Молекуланинг тўлиқ энергияси $E = \frac{1}{2} m v^2 + U(x, y, z)$ кинетик ва потенциал энергияларнинг йиғиндисига тенг. Бунда $U(x, y, z)$ потенциал майдонда жойлашган зарранинг потенциал энергияси. Демак, E энергияли молекулани топиш эҳтимоллиги нафақат тезликка, унинг фазодаги ўрни (x, y, z) га ҳам боғлиқ. Тақсимот функциядаги энергияни унинг тўлиқ қиймати билан алмаштирсак, тақсимотнинг умумлашган функцияси қуйидаги шаклда ёзилади:

$$f(v, x, y, z) = 4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \cdot e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \cdot v^2 e^{-\frac{U}{kT}}. \qquad (11.24)$$

Ифода (11.11) дан равшанки, Максвелл тақсимот қонуни зарранинг координаталарига боғлиқ эмас. Фазонинг ихтиёрий нуқтасида унинг қиймати (11.11) шаклда ёзилади. Бинобарин, умумлашган функцияни

$$f(v, x, y, z) = f(v) \cdot f(x, y, z) = 4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \cdot v^2 \cdot e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \cdot f(x, y, z) \qquad (11.25)$$

шаклда ёзиб ва уни (11.24) га қўйсак, потенциал майдонда жойлашган молекулаларнинг потенциал энергияси бўйича тақсимланиш қонунини ҳосил қиламиз.

$$f(x, y, z) = A e^{-\frac{U(x,y,z)}{kT}}. \qquad (11.26)$$

Больцман тақсимот қонуни деб аталувчи бу ифода потенциал энергияси U бўлган заррачанинг x, y, z координаталарда бўлиш эҳтимоллигини кўрсатади. A — нормаллаштирувчи катталик.

Хусусий ҳолда система Ернинг гравитацион майдонида жойлашган бўлса, молекуланинг потенциал энергияси $U = E_p = mgz$ ёка $E_p = mgh$. Бунда h, Z ўқида олинган ға z координатага мос бўлган баландлик. Атмосферадаги молекулалар учун Больцман тақсимот қонуни қуйидагича ёзилади:

$$f(z)\,dz = A_z e^{-\frac{mgz}{kT}}\,dz. \qquad (11.27)$$

Больцман тақсимот қонуни, Максвелл тақсимот қонуни каби потенциал энергияси U бўлган системадаги молекулаларнинг сонини ёки улушини аниқлаш имконини беради. Шунинг учун (11. 27) ифоданинг чап томонини интеграли z баландликдаги молекулаларнинг улушига тенг бўлса, ўнг томонидаги ифода ушбу зарраларнинг потенциал энергия бўйича тақсимланишини кўрсатади. Шунинг учун $\frac{N(z)}{N} = A_z e^{-\frac{mgz}{kT}}$ ёки $N(z) = A_z \cdot e^{-\frac{mgz}{kT}}$, $z = 0$ да $N(0) = N_0, A_z = 1$ денгиз сатҳига нисбатан олинган V ҳажмдаги молекулалар сонидир. У ҳолда юқоридаги ифода $z = h$ баландлик учун қуйидаги кўринишни олади:

$$N = N_0 \cdot e^{-\frac{mgz}{kT}} = N_0 e^{-\frac{mgh}{kT}}. \qquad (11.28)$$

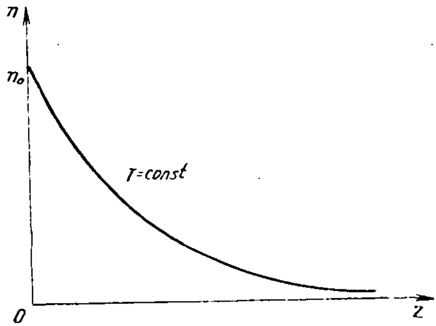
Юқорига кўтарилган сари температура пасайиб боради. Шу боисдан (11.28) ифодани унча баланд бўлмаган ва температураси ўзгармас бўлган нуқталарда қўллаш мумкин. Тенглама (11.28) ни икки томонини ҳажм V га бўламиз ва бирлик ҳажмдаги молекулалар учун Больцман тақсимот қонунини ҳосил қиламиз:

$$n = n_0 e^{-\frac{mgh}{kT}}. \qquad (11.29)$$

Молекуляр кинетик назариянинг асосий тенгламаси (10.8) ни босимнинг икки ҳолати учун ёзайлик, яъни $p = nkT$ ва $p_0 = n_0 kT$. Бу тенгламадан n ва n_0 ларни аниқлаб (11.29) га қўйсак, босимнинг баландликка боғлиқ ифодасига, яъни *барометрик формулага* эга бўламиз:

$$p = p_0 e^{-\frac{mgh}{kT}}. \qquad (11.30)$$

Келтирилган (11.29) ва (11.30) ифодалардан шу нарса аниқки, Ердан узоқлашган сари молекулаларнинг концентрацияси n_0 ёки босими p_0 экспоненциал қонун бўйича камайиб боради (11.6-расм). Эгри чизиқ z ўқи билан етарли даражада узоқ масофада кесишади. Бу, Ер атмосфера қатлами ердан узоқ нуқталар-



11.6- расм.

гача чўзилиб кетганлигидан дарак беради. Тезлиги иккинчи космик тезликка тенг бўлиб қолган молекулалар, атмосфера қатламидан коинотга тарқалиб туради. Иккинчидан, молекулалар Ердан узоқлашганда энергиянинг сақланиш қонунига асосан уларнинг потенциал энергияси ортиб, кинетик энергияси камая боради. Маълум бир нуқтага етганда молекулаларнинг кинетик энергиялари нолга тенг бўлиб қолади. Бундай молекулалар яна Ер томон ҳаракатланиб, атмосфера циркуляциясини ҳосил қилади. Юқорига кўтарилганда «иссиқ» молекулаларнинг камайиши, атмосфера температурасини маълум даражада пасайишига олиб келади. Температуранинг пасайишига олиб келувчи иккинчи омил бевосита молекулаларнинг концентрацияси билан боғлиқ. Юқори қатламларда молекулаларнинг зичлиги кичик бўлиб, ушбу қатламларда Қуёшдан келаётган ва Ердан қайтган ёруғлик нурлари кам ютилади.

XII боб. ГАЗЛАРДА КЎЧИШ ҲОДИСАСИ

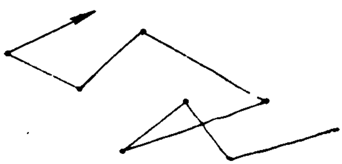
Маълумки, мувозанатли ҳолатнинг маъносига чуқур ёндашмаган ҳолда биз юқорида келтирилган масалаларни ҳал этишда молекулалар узлуксиз ҳаракатда ва ўзаро тўқнашиб туради, деган фикрга асосландик ва маълум муваффақиятларга эришдик.

Энди мувозанатли ҳодиса мазмунига чуқурроқ ёндашиб, системанинг мувозанати бузилса, қандай ҳодисалар содир бўлади, деган масалани ҳал қилайлик. Маълум бир ҳажмли идишдаги газ аралашмаси мувoзанатли ҳолатни эгалласа, унинг ҳамма нуқталаридаги босим ва температура бир хил бўлади. Зероки, шу идишнинг ўртасига фақат молекулаларни ўтказадиган фильтр қўйилган деб фараз қилсак, бирлик вақт ичида фильтрни ҳар икки томонига ўтган молекулалар сони ўзгармай қолади. У ҳолда кўчишда олиб ўтилган масса ва энергия миқдори ҳам ўзгармас бўлади. Демак, системадаги газнинг таркиби қандай бўлишидан қатъи назар мувозанатли системада диффузия, иссиқлик ўтказувчанлик, қовушоқлик ҳодисалари кузатилмайди. Лекин фильтр билан ажратилган газнинг икки томонида босим ёки температура ҳар хил бўлса, юқорида зикр этилган физик ҳодисалар кузатилади. Мувозанатли бўлмаган системаларда кузатиладиган бу жараёнлар умумий ном билан *газларда кўчиш ҳодисаси* дейилади. Кўчиш ҳодисаси бевосита молекуланинг ўртача эркин югуриш йўл узунлиги билан боғлиқ.

12- §. Молекулаларнинг ўртача эркин югуриш йўли узунлиги

Паст босимдаги реал газнинг модули бўлган идеал газда молекулаларнинг ўлчамлари ҳисобга олмаса ҳам бўладиган даражада кичик, деб олинган эди. Бунинг маъноси шуки, молекуланинг диаметри улар орасидаги масофага нисбатан жуда кичик. Молекула кўп вақтини бошқа молекулалар билан тўқнашмаган ҳолда, яъни эркин ҳаракатда ўтказади ва эркин югуриш йўл узунлиги, деган масофани ўтади.

Кўп заррали системада ҳар бир молекуланинг тўқнашуви тасодифий ҳодиса. Битта молекуланинг бирор Δt вақт ичида босиб ўтган йўли 12.1-расмда келтирилган каби синиқ чизиқларнинг йиғиндисидан иборат бўлади. Ушбу расмда нуқталар содир бўлган тўқнашишларни кўрсатади. Тасодифий тўқнашишлар йиғиндисидан эркин югуриш йўли узунлигини аниқлаш мумкин эмаслиги муҳтарам ўқувчиларимизга олдинги боблардан маълум. Зотан, ҳар икки тўқнашиш орасидаги масофа бир-биридан фарқ қилиши мумкин. Демак, фақат молекуланинг ўртача югуриш йўл узунлиги тўғрисида мулоҳаза юритамиз. *Кетма-кет икки тўқнашиш орасидаги масофаларнинг ўртача қиймати, молекуланинг*



12.1 расм.

ўртача эркин югуриш йўлининг узунлиги ёки ўртача эркин югуриш йўли дейилади.

Битта молекула бир секундда бошқа молекулалар билан Z маротаба тўқнашса, икки кетма-кет тўқнашиш орасидаги вақтнинг ўртача қиймати қуйидагича аниқланади:

$$<\tau> = \frac{1}{Z}.$$

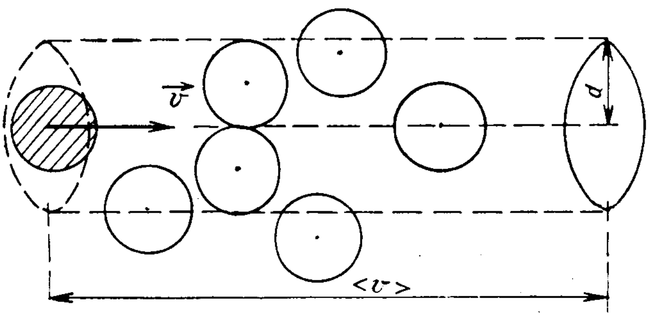
Ушбу вақт ичида молекула босиб ўтган ўртача югуриш йўли узунлиги

$$<\lambda> = <v> \cdot <\tau> = \frac{<v>}{Z} \qquad (12.1)$$

га тенг. Вақт бирлиги ичида молекула ўртача тезлик $<v>$ га тенг бўлган масофани ўтади, деб фараз қилайлик. Ясовчиси $<v>$ га тенг бўлган цилиндр ясаб, унинг ўқи бўйича биз кузатаётган молекула ҳаракатлансин (12.2-расм). Масалани соддалаштириш мақсадида ажратиб олинган молекула ҳаракатда-ю, қолган молекулалар тинч ҳолатда деб қараймиз. Молекулани диаметри d бўлган шар шаклида, деб кўрайлик. У ҳолда ажратиб олинган молекула, маркази, радиуси d бўлган цилиндр ясовчиси ичида ётган ҳамма молекулалар билан тўқнашади. Бирлик ҳажмдаги молекулалар сони n, цилиндрнинг ҳажми $\pi d^2 <v>$ бўлса, тўқнашишлар сони:

$$Z = n \cdot \pi \cdot d^2 <v> .$$

Ҳақиқатда эса цилиндр ичидаги ҳамма молекулалар тартибсиз ҳаракатда бўлади. Улар ўзаро узлуксиз тўқнашиб туради. Шунинг учун $<v>$ тезликни, молеку-



12.2-расм.

ланинг нисбий тезлиги билан алмаштирамиз. Максвелл тақсимотидан маълумки, эҳтимоли энг катта, ўртача ва квадратик тезликлар бир-биридан ўзгармас коэффициентга фарқ қилади. Ҳамма молекулалар ҳаракатланади деб қилинган ҳисоблашлар молекуланинг нисбий тезлиги $v = \sqrt{2} < v >$ эканлигини реал шароитдаги тўқнашишлар сонини

$$Z = \sqrt{2}\, n \cdot \pi \cdot d^2 \cdot < v > \tag{12.2}$$

га тенг эканлигини кўрсатади. (12.1) ва (12.2) ларга асосан молекулаларнинг ўртача эркин югуриш йўл узунлиги

$$< \lambda > = \frac{< v >}{\sqrt{2}\, n\, \pi\, d^2 \cdot < v >} = \frac{1}{\sigma} \frac{1}{\sqrt{2}\, n} \tag{12.3}$$

га тенг бўлади, бунда $\sigma = \pi d^2$ молекуланинг *эффектив* ёки *таъсирланувчи кесими*, d эса молекуланинг *эффектив диаметри* деб аталади. Гарчи ўртача югуриш эркин йўл узунлигини ҳисоблашда температурага боғлиқ бўлган тезликдан фойдаланган бўлсак ҳам молекуланинг ўртача эркин югуриш йўл узунлиги, (12.3) формулага асосан, температурага боғлиқ эмас.

Ҳажми ўзгарувчан газда молекулаларнинг зичлиги моляр ҳажмга боғлиқ равишда ўзгаради: $n = \frac{N_A}{V}$,бунда N_A — — Авогадро сони. Бир моль газ учун ҳолат тенгламаси (10.10) дан $V = \frac{RT}{p}$ ни юқоридаги тенгликка қўйсак $n = \frac{N_A}{RT} p$ ёки (12.3) тенгламадаги n ни ўз қиймати билан алмаштирсак, молекуланинг ўртача эркин югуриш йўл узунлиги учун қуйидаги тенгламани ҳосил қиламиз:

$$< \lambda > = \frac{1}{\sqrt{2}\, \sigma} \frac{R \cdot T}{N_A \cdot p} = \frac{k}{\sqrt{2}\, \sigma} \cdot \frac{T}{p}. \tag{12.4}$$

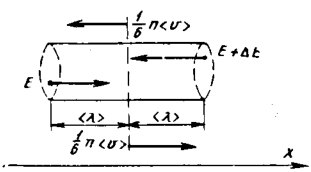
Берилган температурада молекуланинг ўртача эркин югуриш йўли узунлиги ҳажм ўзгаришига тўғри, босим ўзгаришига тескари пропорционал. Босим ва температура ўзгарса-ю, уларнинг нисбати $\frac{T}{p} = \mathrm{const}$ ўзгармай қолса, у ҳолда молекулаларнинг ўртача эркин югуриш узунлиги ҳам ўзгармас бўлади.

Газнинг босими етарли даражада камайса, молекулаларнинг ўртача эркин югуриш йўли узунлиги идиш ўлчамига тенг бўлиб қолади ва вакуум деб номланган системанинг ҳолати юзага келади.

Формула (12.4) нинг афзаллиги шундаки, молекула кесими маълум бўлса, макроскопик параметрларни ўлчаш орқали молекуланинг ўртача эркин югуриш йўл узунлигини аниқлаш мумкин.

12.2-§. Иссиқлик ўтказувчанлик ҳодисаси

Эркин югуриш йўли узунлиги билан боғлиқ бўлган иссиқлик ўтказувчанлик ҳодисаси билан танишайлик. Температураси координаталарга боғлиқ равишда ўзгарувчан газни ўз-ўзига қўйиб берилса, унинг ҳамма нуқталардаги температуралари тенглашиб, газ мувозанатли ҳолатни эгаллаши ҳаммага равшан. Бу ҳодисанинг заминида ётган иссиқлик ўтказувчанлик жараёни туфайли, газнинг бир қисмидан иккинчи қисмига энергия узатилади. Ҳаракатдаги ҳар бир молекула кинетик энергияга эга ва унинг бу энергияси температурага пропорционал. Температураси юқори бўлган «иссиқ» молекулалар, тартибсиз ҳаракат туфайли «совуқ» молекулаларнинг ичига кирганда ўзи билан ортиқча ΔE кинетик энергияни олиб ўтади. Иссиқлик ўтказувчанликнинг асосий механизми бўлган бу жараённинг миқдорий қийматини аниқлайлик. Фараз қилайлик, газ температураси фақат X ўқи бўйича ўзгарсин. Газ, молекулаларининг яхши ўтказадиган фильтр билан ажратилган, деб фараз қилайлик. Фильтрдан кесими бир бирликка ($S=1$) ва ясовчиси иккиланган эркин югуриш йўл узунлигига тенг бўлган цилиндр ажратайлик (12.3-расм). Системанинг биринчи қисмидаги молекула цилиндр орқали тўқнашишсиз ўтиб, унинг иккинчи қисмига $E+$ $+\Delta E$ энергия олиб ўтса, иккинчи қисмидаги молекула худди шу йўл билан биринчисига E энергияни олиб ўтади. Молекуляр кинетик назариядан маълумки, X ўқининг фақат битта йўналиши бўйлаб ҳаракатланаётган молекулалар сони $\frac{1}{6}\ n<v>$ га тенг. Бирлик юздан вақт бирлиги ичида олиб ўтилган молекулалар сони аниқ бўлса, ушбу юздан олиб ўтилган ортиқча энергия:



12.3-расм.

$$Q = \frac{1}{6} n < v > [E - (E + \Delta E] = - \frac{1}{6} n < v > \Delta E. \quad (12.5)$$

Ҳақиқатда эса молекулалар ўзаро тўқнашгач, уларда энергия алмашуви содир бўлади. Бу тасодифий ҳодисанинг олдини олиш мақсадида энергия градиенти деган тушунча киритилган. Бирлик масофада энергиянинг қанчага ўзгаришини кўрсатадиган катталик, энергия градиенти дейилади ва у қуйидагича аниқланади: $\operatorname{grad} E = \frac{dE}{dx}$. Узунлиги $2 < \lambda >$ масофада энергия ўзгариши $\Delta E = 2 < \lambda > \frac{dE}{dx}$ ни аниқлаб [ўз ўрнига қўйсак, газнинг бир қисмидан иккинчисига олиб ўтилган ортиқча энергия $Q = -\frac{1}{3} n < v > < \lambda > \frac{dE}{dx}$ бўлади. Энди юқоридаги ифодани қуйидагича ўзгартириб ёзамиз:

$$Q = -\frac{1}{3} n < v > < \lambda > \frac{dE}{dT} \cdot \frac{dT}{dx}, \quad (12.6)$$

бунда $\frac{dT}{dx}$ бирлик масофада температуранинг қанчага ўзгаришини кўрсатиб, температура градиенти деб аталади. Молекула кинетик энергиясининг ифодаси $E = \frac{i}{2} kT$ дан

$$\frac{dE}{dT} = \frac{i}{2} k = \frac{i}{2} \frac{R_V}{N_A} = \frac{C_V}{N_A} \quad (12.7)$$

бўлишини топамиз. Бундан $\frac{i}{2} R = C_V$ белгилаш киритдик.

Демак, $\frac{dE}{dT}$ битта молекуланинг температурасини 1 К га оширишда зарур бўлган энергия миқдорини билдирар экан. Чунки, ўзгармас ҳажмдаги моляр иссиқлик сиғими C_V *бир моль газ температурасини* 1 К *ошириш учун керак бўлган энергия миқдорини кўрсатади.* Бу катталикни Авогадро сонига бўлсак, битта молекуланинг температурасини 1 К га оширишда лозим бўлган энергия миқдори ҳосил бўлади. Келтирилган мулоҳазаларга асосан (12.6) ни қуйидагича ўзгартириб ёзамиз:

$$Q = -\frac{1}{3} n < v > < \lambda > \frac{C_V}{N_A} \frac{dT}{dx}.$$

Ифоданинг сурат ва махражини молекула массасига кўпайтириб $\rho = m \cdot n$ зичлик, $\mu = m \cdot N_A$ моляр масса эканлигини эътиборга олсак, юқоридаги ифода $Q = -\frac{1}{3}\rho <v> <\lambda> \times \times \frac{C_V}{\mu}\frac{dT}{dx}$ шаклини олади, бунда $c_V = \frac{C_V}{\mu}$ ўзгармас ҳажмдаги газнинг солиштирма иссиқлик сиғими дейилади. У ҳолда Q нинг натижавий қиймати

$$Q = -\frac{1}{3}\rho <v> <\lambda> c_V \frac{dT}{dx} \qquad (12.8)$$

га тенг бўлади. Тенгламадаги температура градиентидан ташқари, қолганларини χ — *иссиқлик ўтказувчанлик коэффициенти* билан белгилаб,

$$\chi = \frac{1}{3}\rho <v> <\lambda> c_V, \qquad (12.9)$$

(12.8) тенгламани содда кўринишга ўтказамиз:

$$Q = -\chi \frac{dT}{dx}. \qquad (12.10)$$

Ушбу математик ифода *Фурье қонуни* деб аталади. *Системанинг бирлик юзасидан бир секундда олиб ўтилган иссиқлик миқдори температура градиентига тўғри пропорционал.* (—) ишораси, энергия температураси юқори бўлган томондан температураси паст бўлган томонга кўчишини кўрсатади.

Ифода (12.9) нинг моҳияти шундаки, ўлчаш мумкин бўлган макроскопик параметр χ, ρ, c_V лар орқали микроскопик катталиклар $<\lambda>$, $<v>$ ларни аниқлаш ва улар орқали, (12.4) га асосан, молекулалар диаметри ҳақида маълумот олиш мумкин экан. (12.9) ифоданинг таҳлили шуни кўрсатадики, $<\lambda> \sim \frac{1}{p}$ босимга тескари, зичлик эса $\rho \sim \sim p$ босимга тўғри пропорционал бўлганидан иссиқлик ўтказувчанлик коэффициенти босимга боғлиқ эмас. Тажриба унча паст бўлмаган босимларда бу хулоса тўғри эканлигини исботлайди. Лекин жуда кичик босимларда молекулаларнинг эркин югуриш йўл узунлиги идиш ўлчамига тенг бўлиб қолиши мумкин. Вакуум деб аталувчи газнинг бу ҳолатларида иссиқлик ўтказувчанлик коэффициенти ўз маъносини йўқотади ёки у жуда кичик бўлади. Термослар деб аталувчи идишларда айнан шу ҳодиса мавжуд бўлиб, уларнинг иссиқлик ўтказувчанлиги жуда кичик.

12.3- §. Диффузия ҳодисаси

Системада турли хил газлар аралашмасини ҳосил қиламиз. Фараз қилайлик, аралашмадаги молекулаларнинг концентрацияси ҳамма нуқталарда бир хил бўлсин ва аралашма мувозанатли ҳолатни эгалласин. Равшанки, бир турдаги ёки ҳар хил турдаги газларнинг зичликлари ҳар хил бўлса, бу системада диффузия ҳодисаси кузатилади. Системадаги молекулаларнинг концентрацияси ҳар хил бўлган газлар ўз-ўзига қўйиб берилса, яна мувозанатли ҳолатни эгаллайди. Демак, *икки ва ундан ортиқ модда молекулаларининг ўзаро аралашиб ёки сингиб кетиш ҳодисасига диффузия дейилади.* Газ молекулалари аралашиш жараёнида ўзаро узлуксиз тўқнашишлари диффузия ҳодисасида яққол сезилади. Масалан, уй температурасида молекулаларнинг ўртача арифметик тезлиги 630 м/с бўлган аммиак гази хонага киритилса, хонанинг иккинчи томонида турган кузатувчи бу газнинг ҳидини анча вақтдан кейин сезади. Аммиак газининг молекулалари кузатувчининг ҳид билиш органларига етиб боргунча ўзаро жуда кўп марта тўқнашиб, мураккаб ва узундан-узоқ йўлни босадилар.

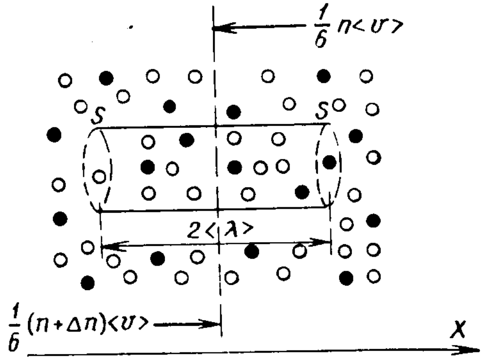
Концентрацияси координаталар функцияси бўлган газни молекулаларини яхши ўтказадиган хаёлий фильтр билан ажратамиз. Бу фильтрда асосининг ҳар икки томонидан узунликлари $<\lambda>$ бўлган цилиндр ажратсак, бу цилиндр ичида ҳаракатланаётган молекулалар тўқнашмасдан бир томондан иккинчи томонга ўтадилар. Лекин вақт бирлиги ичида, цилиндр (кесимининг) асосининг бирлик юзасидан иккинчи томондан ўтган молекулалар сони (12.4- расм) биринчи томондан ўтган молекулалар сонига нисбатан Δn ортиқча бўлади:

$$N = \frac{1}{6} < v > [n - (n + \Delta n)] = -\frac{1}{6} < v > \Delta n.$$

Концентрациянинг масофага боғлиқ ўзгариши аниқ бўлса, унинг градиенти

$$\mathrm{grad} n = \frac{dn}{dx}.$$

У ҳолда олиб ўтилган ортиқча молекулаларнинг сони $\Delta n = 2 < \lambda > \frac{dn}{dx}$ бўлади. Ифодадаги (—) ишора диф-



12.4- расм.

фузия молекулаларнинг бир бирлик ҳажмдаги зичлиги катта томондан молекулаларнинг бир бирлик ҳажмдагн зичлиги кичик томонга йўналганлигини кўрсатади. Бунда $\frac{dn}{dx}$ бирлик масофада молекулалар зичлигининг ўзгаришини кўрсатувчи катталик. Ушбу катталик концентрация градиенти дейилади. Градиент тушунчаси орқали бир томондан иккинчи томонга олиб ўтилган ортиқча молекулалар сони

$$N = -\frac{1}{3} < \lambda > < v > \frac{dn}{dx}$$

га тенг эканлигини топамиз. Ифоданинг икки томонини молекула массаси m га кўпайтириб, диффузия туфайли вақт бирлигида олиб ўтилган масса миқдорини аниқлаймиз:

$$M = -\frac{1}{3} < \lambda > < v > \frac{d\rho}{dx}, \qquad (12.10)$$

бунда $\frac{d\rho}{dx}$ зичлик градиенти. Ифода (12.10) га белгилаш киритайлик.

$$D = \frac{1}{3} < \lambda > < v > \qquad (12.11.)$$

Микроскопик катталиклар орқали ифодаланган бу қиймат *диффузия коэффициенти* дейилади. Ушбу белгилашга асосан (12.10) ни қуйидагича ёзиб, *Фик қонунини* ҳосил қиламиз:

$$M = -D\frac{d\rho}{dx}. \qquad (12.12)$$

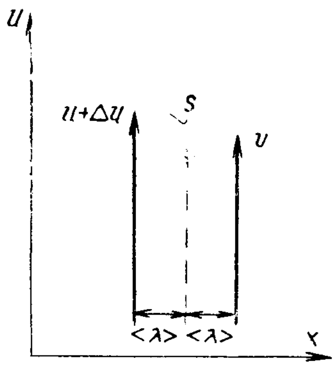
Демак, *газнинг бирлик юзасидан вақт бирлиги ичида олиб ўтилган масса миқдори зичлик градиентига тўғри пропорционал.*

Молекуланинг ўртача эркин югуриш йўл узунлиги $<\lambda> \sim \frac{1}{\rho} \sim \frac{1}{p}$ унинг ўртача тезлиги $<v> \sim \sqrt{T}$ бўлганидан, диффузия коэффициенти босимга тескари, температурадан чиқарилган квадрат илдизга тўғри пропорционалдир.

12.4. Газларнинг қовушоқлиги

Мувозанатли ҳолатда бўлган газда ички ишқаланиш ёки қовушоқлик деб аталувчи ҳодиса кузатилмайди. Чунки, газнинг ихтиёрий қисмида тартибсиз ҳаракатланаётган молекулалар маълум йўналишли қатламларни ҳосил қилишга тўсқинлик қилади.

Газ ҳаракатга келтирилса, молекуляр система ҳар хил тезликлар билан ҳаракатланаётган қатламларга ажралади. Идиш деворига ёндашган молекулалар девор сиртидаги атом ва молекулалар тутиниш кучларининг таъсирида бўлиб, бу молекулалардан ташкил топган қатлам деярли ҳаракатланмайди. Идиш деворидан узоқлашган қатламларнинг тезлиги секин-аста ортиб боради ва идиш ўқи бўйлаб ҳаракатланаётган қатламнинг тезлиги максимал бўлади. Газ қатламлари бўйича тақсимланганда молекулаларнинг тартибсиз ҳаракати йўқолмайди. Улар бир қатламдан иккинчисига ўтиб, уларнинг йўналишли ҳаракатига тўсқинлик қиладилар. Хусусан, тез оқаётган қатламнинг молекулалари секин оқаётган қатламга ўтиб, ундаги молекулаларни ўзи билан илаштириб тезликларини оширишга ҳаракат қилса, секин оқаётган қатлам молекулалари тез оқаётган қатлам таркибидаги молекулаларга илашиб уларнинг тезликларини камайтиришга ҳаракат қиладилар. Газ молекулаларини идиш деворларига ва қатламларга илашиб қолиши, одатда, қовушоқлик дейилади. Қовушоқлик туфайли молекулалар бир-бирлари билан импульс алмашинадилар. Натижада қатламлар бир-бирларининг ҳаракат тезликларини тормозловчи ва ички ишқаланиш кучи деб аталувчи куч билан таъсир қилади. Молекулаларнинг тартибсиз ҳаракат тезлигининг ўртача қиймати $<v>$ қатламларнинг йўналишли тезлигидан анча катта. Уй температурасида ҳаво молекулаларининг ўртача тезлиги 500 м/с атрофида. Оқим тезлиги товуш тезлигидан анча кичик бўлганидан, оқим ва тартибсиз ҳаракат тезликларини u тезлик билан алмаштириш мумкин. Масалан, тезликлари u ва $u+\Delta u$ бўлган икки қатламни фикран молекулаларни жуда яхши ўтказадиган юза билан ажратайлик (12.5-расм). Молекулалар тез оқаётган қатламдан секин оқаётган қатламга ўтганда ўзи билан ортиқча импульсни олиб ўтади. Ньютоннинг иккинчи қонунига асосан импульснинг вақт бирлиги ичида ўзгариши $\vec{f}=\frac{d\vec{P}}{dt}$ кучни беради. Бу таърифга асосан бирлик юздан вақт бирлиги ичида олиб ўтилган натижавий импульсдан ҳосил бўлган ички ишқаланиш кучи:



12.5- расм.

$$f=\frac{1}{6}n<v>[mu-m\ (u+\Delta\ u)]=-\frac{1}{6}n<v>m\Delta u.$$

Масофа бирлигида тезликнинг қанчага ўзгаришини кўрсатувчи катталик тезлик градиенти маълум бўлса, яъни $\text{grad}\,u=\frac{du}{dx}$, у ҳолда $2<\lambda>$ масофада тезлик ўзгариши

$$\Delta u=2<\lambda>\frac{du}{dx}$$

га тенг бўлиб, юқоридаги ифода қуйидагича кўринишни олади:

$$f=-\frac{1}{3}nm<v><\lambda>\frac{du}{dx}=-\frac{1}{3}\rho<v><\lambda>\frac{du}{dx},\qquad(12.13)$$

бунда $\rho=nm$ берилган газнинг зичлигини кўрсатади. (12.13) тенгламага

$$\eta=\frac{1}{3}\rho<v><\lambda>\qquad(12.14)$$

белгилаш киритсак, ички ишқаланиш кучи учун Ньютоннинг иккинчи қонуни қуйидаги кўринишда ёзилади:

$$f = -\eta \frac{du}{dx}, \qquad (12.15)$$

бунда η — ички ишқаланиш ёки қовушоқлик коэффициенти. Ифодадаги (—) ишораси тезлик градиенти тезликнинг камайиши томон йўналган эканлигини кўрсатади. У ҳолда Ньютоннинг иккинчи қонуни ички ишқаланиш ҳодисаси учун қуйидагича таърифланади: *қатламнинг бир-бирлик юзига таъсир этаётган ички ишқаланиш кучи тезлик градиентига тўғри пропорционал.*

Газнинг қовушоқлик коэффициенти босимга боғлиқ эмас. Температура кўтарилганда қовушоқлик коэффициенти $\eta \sim \sqrt{T}$ равишда ортади, чунки (11.18) га асосан молекуланинг ўртача тезлиги $<v>$ температурага боғлиқ.

XIII боб. ИШ ВА ИССИҚЛИК. ТЕРМОДИНАМИКАНИНГ БИРИНЧИ БОШ ҚОНУНИ

13.1-§. Идеал газнинг ички энергияси

Иссиқлик энергияси билан боғлиқ бўлган физик системадаги иссиқликнинг механик ҳаракатга, ишга айланиш жараёнини ўрганиладиган физиканинг бўлимига термодинамика дейилади. Термодинамик ҳодисаларнинг механизмини ўрганишдан олдин, мувозанатли системанинг ички энергияси қандай аниқланишини кўриб чиқайлик.

Ҳар бир модда ўзаро боғланган атом ва молекулалар системасидан тузилган. Унинг температураси абсолют нолдан юқори бўлса, модданинг таркибидаги зарралар иссиқлик ҳаракатида иштирок этади. Binобарин, атом ва молекулаларнинг кинетик ва потенциал энергияларининг йиғиндиси модда ички энергиясини ҳосил қилади. Бу энергия таркибига атомлар заминида ётган зарраларнинг энергияси ҳам киради. Лекин электронлар ва ядродаги зарраларнинг энергияси атом ва молекулаларнинг иссиқлик ҳаракатига таъсир қилмайди. Идеал газ таърифига биноан унинг молекулалари фақат кинетик энергияга эга. Чунки улар орасидаги ўзаро таъсирлашиш кучлари йўқ. Шу боисдан мувозанатли ҳолатдаги идеал газнинг ички энергияси эркин молекулалар кинетик энергияларининг йиғиндисига тенг. V ҳажмдаги газ молекулаларининг сони N

(10.1) ифода орқали аниқланади. У ҳолда (11.23) га биноан, бу газнинг ички энергияси:

$$U = E_к \cdot N = \frac{i}{2} kT \cdot \frac{M}{\mu} N_A = \frac{i}{2} \frac{M}{\mu} RT. \tag{13.1}$$

Бир моль газ учун ушбу ифода

$$U = \frac{i}{2} RT \tag{13.2}$$

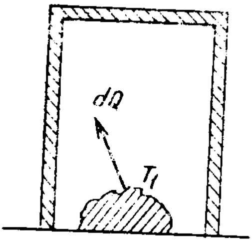
шаклни олади.

Система температурасини ўзгартириш учун унинг ички энергиясини ўзгартириш лозим. Механика курсидан маълумки, энергия ўзгаришини миқдорий ўлчови иш эди. Модомики шундай экан, у ҳолда система ташқи кучга қарши ёки ташқи куч система устидан иш бажарган ҳолдагина системанинг ички энергияси ўзгариши керак. Тажрибадан маълумки, газ ички энергиясини бошқача усул, масалан, ички энергияси юқорироқ бўлган системаларга тегизиб туриш билан ҳам ўзгартириш мумкин. Улар орасидаги энергетик боғланиш иссиқлик миқдори орқали аниқланади.

13.2-§. Иссиқлик миқдори. Иссиқлик сиғими

Кундалик турмушимизда «иссиқ» ва «совуқ» тушунчалари билан боғлиқ бўлган ҳодисаларни кўплаб учратамиз. Ички энергиянинг сифат белгиларини англатувчи ушбу иборалар орқали, берилган модданинг температураси юқори ёки паст эканлиги тўғрисида маълумот оламиз. Зотан, температура ички энергиянинг макроскопик ўлчовидир. Система ўз температурасидан пастроқ ёки юқорироқ температурага эга бўлган жисм билан контактга келтирилса, ҳар икки модданинг температуралари секин-аста ўзгаришини кузатиш мумкин. Масалан, ташқи муҳитдан адиабатик ажратилган қобиқ билан температураси T_1 бўлган қизиган жисмни беркитсак (13.1-расм), қобиқ остидаги газнинг температураси кўтарилганини кўрамиз. Ушбу ҳодиса ҳар икки система бирор муҳит ёки бўшлиқ билан ажратилган ҳолда ҳам содир бўлади. Биринчи ҳолда жисмнинг совиши ёки исиши — иссиқлик ўтказувчанлик, иккинчи ҳолда эса нурланиш туфайли юзага келади.

Контакт ёки нурланиш орқали бир системадан иккинчи системага берилган ёки ундан олинган энергия иссиқлик миқдори дейилади.



13.1- расм.

13.1-расмда келтирилган жисм dt вақт ичида газга dQ иссиқлик миқдори узатса, жисмнинг ички энергияси dU га камаяди, иссиқлик миқдорини қабул қилган газнинг ички энергияси dU га ошади. Энергиянинг сақланиш қонунига асосан

$$dQ = dU. \qquad (13.3)$$

Гарчи ички энергия ўзгаришининг бу усулида ҳеч қандай механик иш бажарилмаган бўлсада, системадаги «совуқ» молекулалар тартибсиз ҳаракат давомида «иссиқроқ» молекулалар билан тўқнашиб ўзаро импульс ва энергия алмашади. Шундай қилиб, секин ҳаракатланаётган молекулалар тез ҳаракатланаётган молекулаларнинг ҳаракатига қаршилик кўрсатади. Натижада, иссиқ жисмдан олинган иссиқлик миқдори, газнинг бутун ҳажми бўйлаб бир текисда тақсимланади.

Ички энергия температурага пропорционал ва (13.2), (13.3) тенгламаларга асосан

$$dQ \sim dT.$$

Пропорционаликни тенгликка айлантириш мақсадида коэффициент киритамиз:

$$dQ = CdT,$$

бундан

$$C = \frac{dQ}{dT}, \qquad (13.4)$$

C — модданинг табиатига боғлиқ бўлган катталик бўлиб, у иссиқлик сиғими дейилади.

Иссиқлик сиғими m массали модданинг температурасини 1 К *оширишда лозим бўлган энергия миқдори билан ўлчанадиган катталик.* 1 моль газ учун олинган иссиқлик сиғими моляр иссиқлик сиғими дейилади ва қуйидагича аниқланади:

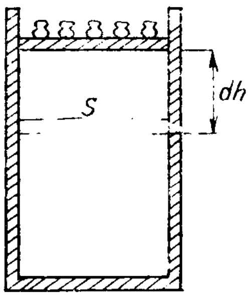
$$C = c \cdot \mu, \qquad (13.5)$$

бунда c — *солиштирма иссиқлик сиғими* бўлиб, *у бир бирлик массанинг температурасини* 1 К *кўтариш учун зарур бўлган иссиқлик миқдорига тенг.*

Системага контакт орқали иссиқлик узатаётган жисмнинг (13.1-расм) температураси T_1 дан T_2 га пасайса, (13.4) га асосан, унинг газга берган иссиқлик миқдори $Q = C\int_{T_1}^{T_2} dT = C(T_2 - T_1)$ га тенг бўлади. $T_2 < T_1$ бўлганидан $Q < 0$. Аксинча, бу иссиқликни қабул қилган газнинг температураси T_1' дан T_2' га кўтарилади ва $Q > 0$. Демак, контакт ёки нурланиш орқали йўқотилган иссиқлик миқдори манфий, қабул қилингани — мусбат бўлади. Бу хулоса энергиянинг сақланиш қонунининг натижасидир. Зероки, *энергия йўқолмайди ва йўқдан бор бўлмайди, у фақат бир турдан иккинчисига ёки бир системадан иккинчи системага ўтиб туради, холос.*

13.3-§. Газ ҳажмининг ўзгаришида бажарилган иш

Механика қисмидан маълумки, энергия ўзгаришининг миқдорий ўлчови иш системада содир бўлган жараённинг табиати билан аниқланади. Газ ҳолатини аниқловчи учта термодинамик параметрлар (p, V, T) дан иккитаси, яъни p ва T ўзгарса, системада изожараёнлар юз беради. Бунда содир бўлган айрим изопроцессларда иш бажарилади. Хусусан, газ ҳажми ўзгарганда бажариладиган ишни ҳисоблайлик. Цилиндрик идишга тўлдирилган газ, ташқи куч таъсирида ишқаланишсиз ҳаракатланадиган (вазни жуда кичик бўлган) поршень билан ажратилган бўлсин (13.2-расм). Газнинг босими p ташқи атмосфера босимига тенг бўлса, поршень мувозанатли ҳолатни, газ эса V ҳажмни эгаллайди. Поршень устига кичик-кичик юкчаларни қўйсак, у ҳаракатлана бошлайди. Газ ҳолатини бу усулда жуда секинлик билан ўзгартириш квазимувозанатли дейилади. Газнинг янги босими юкча ва атмосфера босимининг йиғиндисига тенг бўлганда, поршень ҳаракатланишдан тўхтайди. Юкчалар оғирлик кучига мос бўлган кучни F дейлик. Бунда газнинг босими $\frac{F}{S}$ га ортади, ҳажми эса dV камаяди. Содир бўлган изотермик жараён учун Бойль — Мариотт қонунини қуйидаги кўринишда ёзамиз:



13.2-расм.

$$pV = \left(p + \frac{F}{S}\right)(V - dV).$$

Қавс ичидаги катталикларни кўпайтириб, кейин ифодани соддалаштирсак,

$$pdV = \frac{F}{S}V - \frac{F}{S}dV$$

шаклдаги тенглама ҳосил бўлади. Ундаги $\frac{F}{S}V$ ифодани таҳлил қилайлик. Бу ифодада ҳажм ўзгариши иштирок этмаган. Демак, поршень ўз вазиятини ўзгартирмаган бу ҳолда бажарилган иш нолга тенг. У ҳолда юқоридаги тенглама қуйидаги кўринишни олади:

$$pdV = -\frac{F}{S}dV,$$

бунда F юкчаларни поршенга кўрсатган таъсир кучи. 13.2- расмда келтирилган шаклдан

$$\frac{F}{S}dV = \frac{F}{S}S \cdot dh = \cdot Fdh = dA$$

эканлигини эътиборга олсак, газ ҳажмининг ўзгаришида бажарилган элементар иш қуйидагича бўлади:

$$dA = -pdV. \tag{13.6}$$

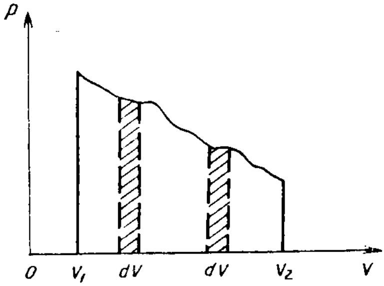
Ифодадаги минус ишора ташқи куч система устидан иш бажарганини кўрсатади. Гарчи температура бир хил турган бу жараёнда газнинг ички энергияси бирдай қолса ҳам, системанинг тўлиқ энергияси ўзгаради. Чунки ташки кучнинг манфий бажарган иши система потенциал энергиясини ҳосил қилади. Зероки, юкча олинганида поршень яна бошланғич вазиятини эгаллайди, газ эса ташқи куч устидан мусбат

$$dA = pdV \tag{13.6a}$$

элементар иш бажаради. Поршень билан цилиндр орасидаги ишқаланиш кучи ноль бўлган тақдирда, ҳар икки ҳолда бажарилган иш миқдор жиҳатдан тенг бўлар эди. Юқорида келтирилган (13.6) тенгламадан газ ҳажмининг ўзгаришида бажарилган иш ташқи куч ҳосил қилган босимнинг табиатига боғлиқ. $p=f(V)$ функцияси маълум бўлса, тўлиқ иш (13.6) ифодани интеграллаш орқали топилади:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} f(V)dV = \int_{V_1}^{V_2} pdV. \tag{13.7}$$

Кўп ҳолларда бу интеграл график усулда ҳисобланади. Масалан, газнинг бошланғич ҳолатдан охирги ҳолатга ўтиши 13.3- расмда келтирилган синиқ чизиқлар билан ифодаланса, бажарилган иш шу чизиқ остидаги юзага тенг. Расмдаги кичик ҳажм ўзгаришларига мос бўлган ва штрихланган чизиқлар билан кўрсатилган юзаларга тенг бўлган элементар ишларни ўзаро таққосласак, уларнинг қийматлари ҳар хил бўлишини кузатиш мумкин. Демак, система ҳажмини ўзгартиришида ташқи кучнинг бажарган иши система бошланғич ҳолатдан охирги ҳолатга қандай йўллар билан етиб келганига боғлиқ. Бинобарин, иш ҳолат функцияси бўла олмайди. У ҳолат ўтишининг, яъни жараён функциясидир. Бунинг маъноси шуки, системанинг ҳолати қандай жараён орқали ўзгаришига қараб, бажарилган иш ҳар хил қийматга тенг бўлади.

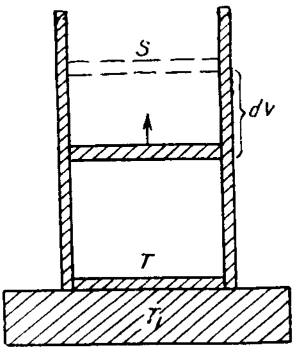


13.3- расм.

13.4-§. Термодинамиканинг биринчи бош қонуни

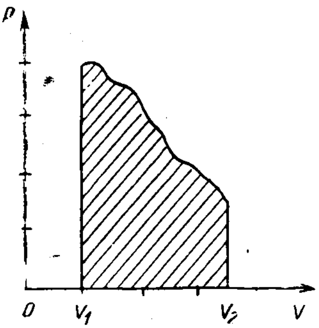
Газда ҳажм ўзгариши юқорида баён этилган ташқи механик кучлар таъсирида содир бўлиш билан бир қаторда, системани иссиқроқ жисмларга тегизиб туриш орқали ҳам ҳосил қилиш мумкин. 13.4- расмда тасвирланган поршенли цилиндрни температураси $T_1 > T$ бўлган жисм билан контактга келтирилса, газ кенгайиб, поршень юқорига қараб ҳаракатланганини кузатамиз. Газ иссиқ жисмдан dQ иссиқлик миқдорини олиб, ўз ички энергиясини dU га оширади ва ташқи куч устидан dA механик иш бажаради. Энергиянинг сақланиш қонунига асосан бажарилган элементар иш энергия ўзгаришига тенг, яъни

$$dA = dQ - dU,$$



13.4- расм.

бундан



13.5- расм.

$$dQ = dU + dA. \quad (13.8)$$

Ушбу математик ифода *термодинамиканинг биринчи бош қонунини* белгилайди. Бу қонун табиатнинг асосий қонунларидан бўлиб, термодинамик жараёнларда энергиянинг сақланиш қонунини ифодалайди. *Иситгичдан системага узатилган иссиқлик миқдори системанинг ички энергиясини оширишга ва ташқи кучларга қарши иш бажаришга сарф бўлади.* Масалан, газнинг кенгайиши 13.5-расмда келтирилган эгри чизиқ билан ифодаланса, эгри чизиқ билан чегараланган тўлиқ иш (13.8) ни интеграллаш орқали топилади:

$$\int_1^2 dQ = U_2 - U_1 + \int_1^2 dA$$

ёки

$$U_2 - U_1 = \int_1^2 dQ - \int_1^2 dA. \quad (13.9)$$

Демак, системанинг бошланғич ва охирги нуқталаридаги ички энергиясини аниқловчи U_1 ва U_2 системанинг ҳолатига боғлиқ бўлган функцияларидир. Ички энергиянинг ўзгариши, иссиқлик миқдори ва механик иш айирмаси орқали аниқланади. Иссиқлик миқдори ва иш жараёнининг ўтишига боғлиқ бўлганидан, уларни интеграл остида қолдирдик.

Умуман олганда, системанинг ички энергияси мураккаб таркибли. Ўз таркибига молекула ва атомларнинг тўла механик энергиясини ва атомлар ичидаги зарраларнинг тўла энергиясини бириктиради. Аммо термодинамик жараёнларни текширишда бу энергияларни билишга зарурият йўқ. Чунки бу жараёнларда ички энергия ўзгариши иштирок этиб унинг қиймати (13.9) га асосан, макроскопик катталиклар — иссиқлик миқдори ва механик энергиялар орқали аниқланади.

13.5- §. Термодинамиканинг биринчи қонунини изожараёнларга татбиқ қилиш

Газ ҳолатини аниқловчи макроскопик параметрлардан бирини ўзгармас қолдириб, қолганларини секинлик билан ўзгартирсак, юқорида изоҳланган изожараёнлардан бири содир бўлади. Бу жараёнларнинг ҳар бири квазимувозанатли ва система ҳолатининг ўзгариши жараёнида бажарилган элементар иш (13.6) га асосан

$$dA = pdV \tag{13.10}$$

тенглама орқали аниқланади.

Изотермик жараён. Газ изотермик кенгайганда ёки сиқилганда унинг температураси ($T = \text{const}$) ўзгармай қолади. Газ ички энергиясида ўзгариш содир бўлмайди ва термодинамиканинг биринчи бош қонуни (13.8) изотермик жараён учун қуйидаги кўринишни олади:

$$dQ = dA.$$

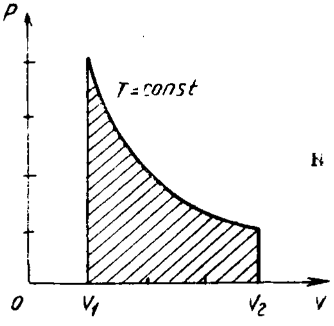
Демак, изотермик жараёнда система олаётган ёки бераётган иссиқлик миқдорининг ҳаммаси механик иш бажаришга сарфланади. Тўлиқ ишни аниқлашда газ ҳолат тенгламаси (10.9) дан босимни

$$p = \frac{M}{\mu}\frac{RT}{V}$$

аниқлаб, элементар иш (13.10) ифодасига қўйиб, уни интеграллаймиз:

$$A = \frac{M}{\mu} RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \frac{M}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1}, \tag{13.11}$$

бунда V_1 ва V_2 мос равишда газнинг бошланғич ва охирги ҳажмлари. Изотермик жараённинг pV текислигидаги термодинамик диаграммаси гиперболик эгри чизиқдир. Бу чизиқнинг V_1 ва V_2 координаталари билан чегараланган юзи (13.6- расм) жараён давомида бажарилган ишни беради. Изотермик жараёнда бажарилган ишни босим ўзгариши орқали ҳам аниқлаш мумкин. Газ ҳолат тенгламаси (10.10) дан температура



13.6- расм.

$(T = \mathrm{const})$ ўзгармас бўлган ҳолда V ҳажм бўйича дифференциал оламиз. Ҳажм ўзгариши билан босим ўзгариши орасидаги боғланиш

$$pdV + Vdp = 0 \quad \text{ёки} \quad pdV = -Vdp$$

орқали ифодаланади. Бу ифодага ҳажмнинг босим орқали ифодасини қўйсак, тўлиқ иш

$$A = -\int_{p_1}^{p_2} \frac{M}{\mu} RT \frac{dp}{p} = \frac{M}{\mu} RT \int_{p_2}^{p_1} \frac{dp}{p} = \frac{M}{\mu} RT \ln \frac{p_1}{p_2} \quad (13.12)$$

га тенг бўлиб, бунда p_1 ва p_2 мос равишда газнинг бошланғич ва охирги босимларидир.

Ҳар икки усул билан аниқланган иш ўзаро тенг, зотан уларнинг тенглигидан изотермик жараённинг тенгламаси ҳосил бўлади:

$$\frac{M}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{M}{\mu} RT \ln \frac{p_1}{p_2},$$

бундан

$$p_1 V_1 = p_2 V_2$$

эканлигини аниқлаймиз.

Изобарик жараён. Мазкур жараён ўзгармас босим ($p = \mathrm{const}$) да кузатилади. Ўзгармас босимда газга берилган иссиқлик миқдори ҳисобига унинг ҳарорати T_1 дан T_2 гача кўтарилса ҳажми V_1 дан V_2 га кенгаяди. Бинобарин, бу икки ўзгарувчи бўйича газ ҳолат тенгламаси (10.9) дан дифференциал оламиз:

$$pdV = \frac{M}{\mu} RdT.$$

У ҳолда тўлиқ иш

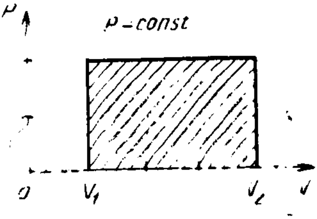
$$A = p \int_{V_1}^{V_2} dV = \frac{M}{\mu} R \int_{T_1}^{T_2} dT$$

ёки

$$A = p\,(V_2 - V_1) = \frac{M}{\mu} R\,(T_2 - T_1) \quad (13.13)$$

шаклдаги тенгламадан аниқланади. Демак, изобарик жараёнда ҳам бажарилган ишни ҳар икки параметрнинг ўзгариши орқали аниқлаш мумкин. Хусусий ҳолда $\frac{M}{\mu} = 1$, $T_2 - T_1 =$

$= 1$Қ бўлса, бажарилган иш газ универсал доимийсига тенг бўлади, яъни $A = R$. Демак, *бир моль газни ўзгармас босимда температурасини* 1 К *га оширилганда бажарилган иш миқдорига сон жиҳатдан тенг бўлган катталик, газнинг универсал доимийси дейилади.* Изобарик жараённинг pV текислигидаги термодинамик диаграммаси 13.7-расмда келтирилган. Тўлиқ иш сон жиҳатдан босим ва ҳажм координаталари билан чегараланган тўғри тўртбурчак юзига тенг.



13.7-расм.

Изобарик жараёнда газга берилган иссиқлик миқдори система ички энергиясини оширишга ва механик иш бажаришга сарфланади, яъни

$$dQ = dU + pdV. \tag{13.14}$$

Бу ифодани интеграллаш орқали ички энергия ўзгаришини ва бажарилган тўлиқ ишни ҳисоблаймиз:

$$Q = U_2 - U_1 + p\ (V_2 - V_1) = (U_2 + pV_2) - (U_1 + pV_1).$$

Ушбу ифоданинг маъноси шуки, агар газни иситиш ёки совитиш ўзгармас босимда амалга оширилса, унга берилган ёки ундан олинган иссиқлик миқдори

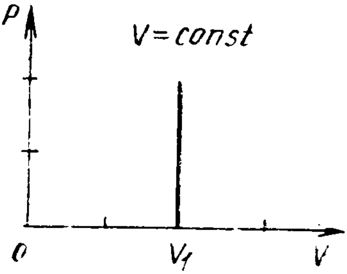
$$I = U + pV \tag{13.15}$$

шаклдаги катталиклар айирмаси орқали ҳам топилиши мумкин. Системанинг ҳолатига боғлиқ бўлган бу функция системанинг иссиқлик сақлами ёки *энтальпия* деб аталади. Бир моль газнинг ички энергияси (13.2) ва газнинг ҳолат тенгламаси (10.10) га асосан бу функция яна қуйидагича аниқланади:

$$I = \frac{i}{2}RT + RT = \left(\frac{i}{2}R + R\right)T. \tag{13.16}$$

Температура энергия миқдорининг макроскопик ўлчови эканлигини эътиборга олсак, энтальпия 1 моль газдаги энергия жамғармасини кўрсатади. Шунинг учун бу функция техникада энергия сақлами ёки жамғармаси деб ҳам юритилади.

Изохорик жараён. Ўзгармас ҳажмда ($V = \text{const}$) системага иссиқлик миқдори берилса, унинг босими билан температу-



13.8- расм.

раси кўтарилади. Аксинча, система иссиқлик миқдори йўқотса, унинг температураси ва босими камаяди. Изохорик жараён учун хос бўлган бу ўзгаришнинг pV текислигидаги термодинамик диаграммаси босим ўқига параллел бўлган тўғри чизиқ орқали ифодаланади (13.8-расм). Графикда ҳеч қандай ҳажм ўзгариш содир бўлмаганидан бажарилган иш ҳам нолга тенг ($A = 0$). Термодинамика биринчи бош қонунининг ифодаси (13.14) мазкур жараёнда $dQ = dU$ кўринишни олади. Демак, изохорик жараёнда идеал газга берилган ёки ундан олинган иссиқлик миқдори системанинг ички энергиясини оширишга ёки камайтиришга олиб келади.

Адабиётик жараён. Юқорида текширилган изожараёнларнинг ҳар бири олинган ёки берилган иссиқлик миқдори ҳисобига ўз ҳолатини ўзгартиради. Лекин система ташқи муҳит билан иссиқлик алмашмай ўз параметрларини ўзгартирса, у ҳолда адиабатик жараён содир бўлади. Адиабатик жараёнда газ ташқаридан ҳеч қандай иссиқлик миқдори олмайди ва уни ташқарига бермайди. Бинобарин, бу жараён учун $dQ=0$ га тенг ва термодинамиканинг биринчи бош қонуни (13.14) ёхуд (13.8) қуйидагича ёзилади:

$$-pdV = dU \quad \text{ёки} \quad dA = -dU. \tag{13.17}$$

Адиабатик жараёнда газ ҳажмий ўзгариши билан боғлиқ бўлган иш система энергиясининг ёки температурасининг ўзгариши билан аниқланади. Хусусан, газ адиабатик кенгайганда ($dV>0$) система ўз ички энергияси ҳисобига ташқи кучга қарши иш бажаради ва газнинг температураси пасаяди. Аксинча, газ адиабатик сиқилганда ($dV<0$) ташқи кучнинг бажарган иши фақат газнинг ички энергиясини оширишга сарфланади ва унинг температураси кўтарилади. Ушбу жараёнда бажарилган ишни аниқлаш мақсадида босим билан ҳажм орасидаги боғланишни аниқлайлик. Адиабатик жараёнда газнинг учала параметрлари ўзгаради. Бир моль идеал газнинг ҳолат тенгламаси (10.10) дан ўзгарувчан параметрлар бўйича дифференциал оламиз:

$$pdV + Vdp = RdT.$$

Тенгламадаги pdV ни $dU = \frac{i}{2} RdT$ билан алмаштириб, (13.17) даги ишорани эътиборга олсак, қуйидаги ифодани ҳосил қиламиз:

$$Vdp = R\left(\frac{i}{2} + 1\right) dT.$$

Ҳосил бўлган тенгликнинг икки томонини iT га бўламиз. Газ ҳолат тенгламаси (10.10) га асосан $\frac{V}{T} = \frac{R}{p}$ билан алмаштирамиз ва R га қисқартирамиз, у ҳолда

$$\frac{2}{i} \cdot \frac{dp}{p} = \frac{i+2}{i} \frac{dT}{T} \qquad (13.18)$$

шаклдаги тенглама ҳосил бўлади. $\frac{i+2}{i} = \gamma$ белгилашни киритамиз бу катталик адиабатик кўрсаткич дейилади. Унинг қийматидан $\frac{2}{i} = \gamma - 1$ эканлигини аниқлаб ўз ўрнига қўямиз ва (13.18) тенгламадаги ҳадларни интеграллаймиз:

$$(\gamma - 1)\int \frac{dp}{p} = \gamma \int \frac{dT}{T}.$$

Ҳосил бўлган натижа қуйидаги кўринишни олади:

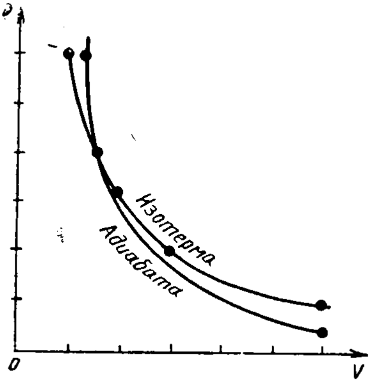
$$\frac{p^{\gamma-1}}{T^{\gamma}} = \text{const}. \qquad (13.19)$$

Адиабатик жараёндаги босим билан температура орасидаги боғланишдан температура билан ҳажм ва босим билан ҳажм орасидаги боғланишларни топиш мумкин. Хусусан, газнинг ҳолат тенгламасидан $p = \frac{RT}{V}$ қийматни (3.19) тенгламага қўйсак, ҳажм билан температура орасидаги богланишни топамиз:

$$TV^{\gamma-1} = \text{const}. \qquad (13.20)$$

Газ ҳолат тенгламасидан $T = \frac{pV}{R}$ қийматни (13.20) га қўйсак, босим билан ҳажм орасидаги боғланиш ҳосил бўлади:

$$pV^{\gamma} = \text{const}. \qquad (13.21)$$



13.9- расм.

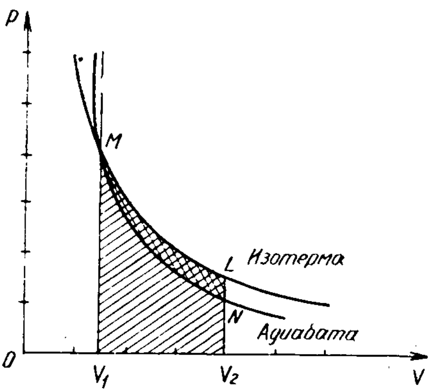
Келтирилган тенгламалар орқали адиабатик жараённинг ўзгаришларига мос бўлган термодинамик параметрлар (p, V, T) ни ҳисоблаймиз. Бу тенгламалар адиабатик жараённинг тенгламалари ёҳуд *Пуассон тенгламалари* деб юритилади. (13.21) тенгламани Бойль — Мариотт қонуни ($pV = \mathrm{const}$) билан солиштирсак, pV текислигида адиабатик жараённинг адиабата чизиғи, изотермик жараённинг изотермасига нисбатан тикроқ эканлигини кўриш мумкин (13.9-расм). Чунки, эркинлик даражасига боғлиқ бўлган адиабата даражаси $\gamma > 1$.

Адиабатик жараёнда бажарилган иш, (13.17) га асосан, системанинг бошланғич ва охирги ички энергияларининг

$$A = -\int_{U_1}^{U_2} dU = U_1 - U_2 \qquad (13.22)$$

айирмасига тенг. Ифода (12.2) га асосан бажарилган бу ишни яна қуйидагича ўзгартириб ёзишимиз мумкин:

$$A = U_1 - U_2 = \frac{i}{2} R\ (T_1 - T_2). \qquad (13.23)$$



13.10- расм.

Демак, адиабатик жараёнда бажарилган иш системанинг бошланғич ва охирги ҳолатлари орқали топилади ва жараённинг ўтиш йўлига боғлиқ эмас. Адиабатик жараёнда бажарилган иш адиабата чизиғи билан чегараланган юзга тенг. Айнан бир хил газлар учун келтирилган 13.10-расмда адиабатик системанинг бажарган иши $M N V_2 V_1 M$ эгри чизиқ билан чегараланган, изотермик жараённинг бажарган иши $M L V_2 V_1 M$ эгри чизиқ билан чегараланган юзларга тенг. Графикдан равшанки, газ адиабатик кенгайганда бажарилган иш, изотермик кенгайгандаги ишга нисбатан кичик. Чунки, адиабатик система ташқи муҳитдан иссиқлик олмай кенгаяди. Аксинча, изотермик система ўз температурасини ўзгармас сақлаши учун йўқотилган ички энергиясини ташқи жисмлардан олинган иссиқлик миқдори ҳисобига тўлдириб туради. Газ изотермик сиқилганда, изотермик система адиабатик системага нисбатан ортиқча механик ишдан ҳосил бўлган энергияни муҳитга узатади. Шунинг учун изотермик система билан муҳит орасида яхши иссиқлик ўтказувчанлик шароити мавжуд бўлиши керак. Аксинча, адиабатик система ташқи муҳит билан бутунлай иссиқлик алмашмайдиган даражада изоляцияланган бўлиши лозим.

Политропик жараён. Идеал газ билан боғлиқ бўлган тўртта ҳолат ўзгаришларга оид бўлган термодинамик диаграммаларни pV текислигида тасвирлаш мумкинлигини кузатдик (13-6, 7, 8, 9-расмлар). Лекин табиий системада бир вақтда бир неча процесслар қатнашади. Уларнинг газ ҳолатини, унинг параметрлари орқали ифодаланган битта тенглама орқали ифодалаш мумкин:

$$pV^n = \text{const}. \tag{13.24}$$

Политропик жараён учун босим ва ҳажм орасидаги боғланишни ифодаловчи бу тенглама, $n = \gamma$ бўлганда адиабатик, $n = 1$ бўлганда изотермик, $n = 0$ бўлганда изобарик ва $n = \pm\infty$ бўлганда изохорик жараёнларнинг тенгламаларига ўтади. Демак, политропик кўрсаткич $-\infty$ дан $+\infty$ оралиғида ўзгарадиган жараёнларни политропик дейиш мумкин. Реал шароитда шу келтирилган жараёнларнинг ҳар бирини идеал ҳолатда амалга ошириш мумкин эмас. Табиатда содир бўладиган ҳолат ўзгаришлари шу жараёнларнинг оз ёки кўп миқдордаги йиғиндисидан иборат. Хусусан, реал изотермик ва адиабатик жараёнлар учун

$$1 < n < \gamma$$

оралиғида ўзгаради. Адиабатик ва изотермик жараёнлар оралиғида кузатиладиган процесслар ҳам политропик бўлар экан.

13.6-§. Идеал газ иссиқлик сиғимининг жараён турига боғлиқлиги

Маълумки, бир моль газнинг температурасини 1 К оширишга керак бўлган иссиқлик миқдори билан ўлчанадиган катталик газнинг моляр иссиқлик сиғими дейилади. Юқорида келтирилган (13.4) тенгламага асосан, моляр иссиқлик сиғимини қуйидагича ифодалаш мумкин:

$$C = \frac{dQ}{dT}. \qquad (13.25)$$

Газнинг моляр иссиқлик сиғими системанинг ҳолати қандай шароитда ўзгаришига боғлиқ. Масалан, изотермик жараён учун $dT = 0$ тенг бўлиб, (13.25) тенгламадан моляр иссиқлик сиғим $C = \infty$ эканлигини аниқлаймиз. Бунинг маъноси шуки, ушбу жараёнда система атроф муҳит билан идеал иссиқлик алмашинадиган шароитда бўлиши лозим.

Изохорик жараёнда газнинг ҳажми ўзгармас (V- const) бўлганидан системага берилган иссиқлик миқдори газнинг ички энергиясини оширишга сарф бўлади, яъни $dQ = dU$. Бинобарин, ўзгармас ҳажмда газнинг моляр иссиқлик сиғими

$$C_V = \frac{dQ}{dT} = \frac{dU}{dT} = \frac{d}{dT}\left(\frac{i}{2}RT\right) = \frac{i}{2}R \qquad (13.26)$$

Изобарик жараёнда газ ўзгармас босимда ($p =$ const) иситилади. Берилган иссиқлик миқдори газнинг ички энергиясини оширишга ва ташқи куч устидан иш бажаришга сарфланади. Юқорида кўрганимиздек, бу жараёнда термодинамиканинг биринчи қонуни $dQ = dU + pdV$ га тенг бўлиб, (13.25), (13.26) ларга асосан ўзгармас босимда газнинг моляр иссиқлик сиғими

$$C_p = \left(\frac{dQ}{dT}\right)_p = \frac{dU}{dT} + p\frac{dV}{dT} = \frac{i}{2}R + p\frac{dV}{dT} = C_V + p\frac{dV}{dT}.$$

Газнинг ҳолат тенгламаси (10.9) дан $p\frac{dV}{dT}=R$ эканлигини эътиборга олсак, C_p нинг ифодаси

$$C_p = C_V + R \tag{13.27}$$

кўринишга ўтади.

Ўзгармас босимдаги моляр иссиқлик сиғим C_p ўзгармас ҳажмдаги моляр иссиқлик сиғим C_V дан катта. Уларнинг айирмаси

$$C_p - C_V = R$$

газ универсал доимийси R га, яъни бир моль газнинг температурасини 1 Қ ошириш учун керак бўлган иш миқдорига тенг. Бу тенглама C_p билан C_V орасидаги боғланишни ифодалаб, Роберт — Майер тенгламаси дейилади. Бу икки иссиқлик сиғимларининг ўзаро нисбати $\gamma=\frac{C_p}{C_V}=\frac{C_V+R}{C_V}=\frac{i+2}{i}$ адиабатик кўрсаткичини беради. Шуни қайд қилиш кераки, (13.26) ва (13.27) ифодалар билан аниқланган C_V в C_p газнинг турига боғлиқ эмас. Бу икки катталик фақат молекулаларнинг эркинлик даражалари орқали аниқланади. Эркинлик даражаси бир хил бўлган турли табиатдаги газларнинг моляр иссиқлик сиғимлари бирдай.

Ташқи муҳит билан иссиқлик алмашмай ўз ҳолатини ўзгартирувчи адиабатик жараённинг иссиқлик сиғими $C=0$, чунки системага берилган иссиқлик миқдори $dQ=0$.

13.7-§. Иссиқлик сиғимининг классик назарияси. Айланма ва тебранма ҳаракат энергияларининг квантланганлиги ҳақида тушунча

Ўзаро таъсир кучи нолга тенг бўлган идеал газ молекуласининг тўла механик энергияси, илгариланма ва айланма ҳаракатлар кинетик энергиясининг йиғиндисига тенг:

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2,$$

бунда I — молекуланинг айланиш ўқига нисбатан инерция моменти, ω — бурчак тезлик.

Эркин молекула унинг фазодаги ўрнини аниқловчи координата ўқларининг ихтиёрий бирига нисбатан илгарилама ва айланма ҳаракат қилиши мумкин. Координата ўқларига нисбатан молекуланинг тезлиги ва инерция моменти ҳар хил. Бинобарин, юқоридаги ифоданинг координата ўқларига бўлган проекциялари

$$E_k = \frac{1}{2} m \left(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2\right) + \frac{1}{2} I_x \omega_x^2 + \frac{1}{2} I_y \omega_y^2 + \frac{1}{2} I_z \omega_z^2$$

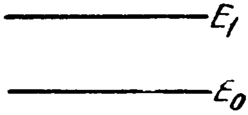
га тенг бўлади. Бир атомли молекуланинг ихтиёрий ўққа нисбатан инерция моменти нолга тенг ва унинг фазодаги ўрнини аниқловчи эркинлик даражалари $i=3$ тенг. Икки атомли молекулада, атомларнинг ядроларини бирлаштирувчи ўққа нисбатан молекуланинг инерция моменти нолга ва бу молекулани эркинлик даражалари $i=5$ тенг. Кўп атомли молекуланинг x, y, z ўқларига нисбатан инерция моментлари нолдан фарқли бўлганидан унинг фазодаги ўрни $i=6$ та эркинлик даражалари билан аниқланади.

Классик назарияга асосан молекуланинг тўла механик энергияси эркинлик даражалари бўйича бир текисда тақсимланади ва битта эркинлик даражасига тўғри келган энергия $\frac{1}{2} kT$ га тенг. У ҳолда идеал газнинг ўзгармас ҳажмдаги моляр иссиқлик сиғими қуйидаги жадвалда келтирилган қийматларни олади. Жадвалда келтирилган C_V нинг қийматлари

Газ	i	C_V	C_V, $\frac{Ж}{моль \cdot К}$
Бир атомли	3	$\frac{3}{2} \cdot R$	12,47
Икки атомли	5	$\frac{5}{2} \cdot R$	20,78
Кўп атомли	6	$3 \cdot R$	24,94

уй температурасидаги газлар учун тажриба йўли билан олинган C_V нинг қийматлари билан яхши мос келади.

Паст ва юқори температураларда амалий қийматларнинг назарий қийматлардан фарқи етарли даражада катта. Хусусан, температура кўтарилса, C_V ошади, температура пасайса, C_V камаяди. Бир сўз билан айтганда, C_V температуранинг функцияси. Масалан, карбонат ангидрид (CO_2) газининг температураси 273 К дан 2173К гача ўзгарганда C_V нинг қиймати мос равишда 27,96 Ж/моль·К дан 46,47 Ж/моль·К ошганлиги аниқланган. Шунга ўхшаш ўзгаришларни икки ва кўп атомли бошқа газларда ҳам учратиш мумкин. Лекин температура билан C_V орасидаги бу боғланиш классик назария асосида ҳисобланган $C_V = \frac{i}{2} R$ ифодадан келиб чиқмайди. Бинобарин, кузатилган номутаносибликларни классик назария тушунтиришга ожиздир. Классик назариянинг заифлиги шундаки, молекула ва атомларнинг айланма ва тебранма ҳаракат энергиялари температура ўзгаришига мос бўлган kT энергиянинг узлуксиз қийматларини қабул қилади, деб кўрилади.



13.11- расм.

Квант механикасида эса молекула ва атом системаларининг энергиялари чекли квантланган энергияларга эга.

Юқори температураларда молекула таркибидаги атомлар уйғониб, тебранма ҳаракат энергияларига мос бўлган E_0, E_1, E_2 ... энергетик ҳолатларга ўтади. Атом турғун ҳолат E_0 дан уйғотилган E_1 ҳолатга ўтганда (13.11- расм) энергия ютади, аксинча, уйғониш ҳолатидан турғун ҳолатга ўтганда энергия чиқаради. Ютилган ёки чиқарилган квант энергияси $\varepsilon = h\nu$ тенг бўлиб, бунда h квант механикасининг асосий коэффициентларидан бири бўлиб, Планк доимийси дейилади. Унинг сон қиймати $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Ж·с. Шу ўринда алоҳида эътироф этиш керакки энергияси квантланган деганда, ҳар икки қўшни энергетик сатҳлар орасидаги энергия фарқи $h\nu$, частотанинг бутун қийматларига фарқ қилади.

Газнинг температураси етарли даражада ошганда кўпчилик молекулаларнинг ўзаро тўқнашишдан олган энергияси атомларни тебранма ҳаракатга келтириш учун етарли бўлиши мумкин. Хусусан, тебранма ҳаракатнинг битта эркинлик даражасига тўғри келган энергия kT, биринчи уйғониш сатҳининг энергиясига тенг бўлса ($kT = h\nu$), молекулалар $h\nu$ энергияни ютиб тебрана бошлайдилар. Бундан тебранма ҳаракат таъсири бошланган температуранинг чегаравий қийматини аниқлаш мумкин:

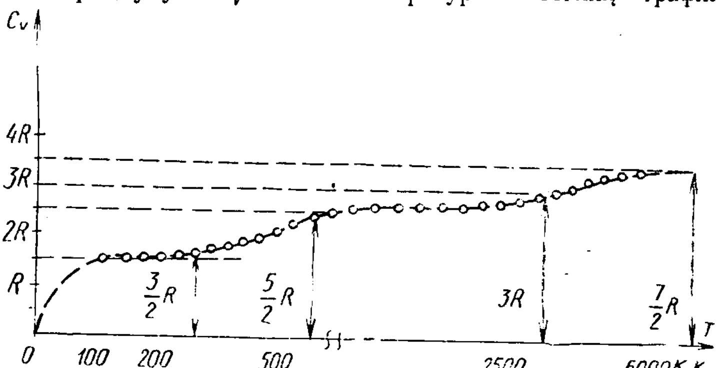
$$T = \frac{h\nu}{k}.$$

Қуйидаги жадвалда юқоридаги формула асосида ҳисобланган икки атомли газлар учун температуранинг чегаравий қийматлари келтирилган.

Газ	Чегаравий температура, К
H_2	6100
N_2	3300
O_2	2230

Жадвалдан равшанки, молекулалардаги атомларни тебраниши уй температураси ($T = 300$ К) га нисбатан жуда юқори температураларда кузатилади. Чегаравий температурага тенг ёки ундан юқори бўлган температураларда газ молекулаларининг кўпчилиги илгариланма, айланма ҳаракатлардан ташқари тебранма ҳаракат ҳам қилади. Бинобарин, газнинг ўзгармас ҳажмдаги моляр иссиқлик сиғими C_V ошади. Лекин молекулаларнинг тезликлар бўйича Максвеллнинг тақсимот қонунига асосан, газда тезлиги катта (иссиқ) молекулалар билан бир қаторда тезлиги кичик (совуқ) молекулалар ҳам мавжуд. Температура кўтарилганда иссиқ молекулалар кўпайиб, уларнинг таркибидаги атомлар тебрана бошлайди ва уларнинг иссиқлик сиғимига қўшган ҳиссаси орта боради.

Бундан хулоса шуки, температура кўтарилганда C_V нинг қиймати унга мос равишда оша бошлайди. 13.12-расмда водород учун C_V нинг температурага боғлиқ графиги



13.12- расм.

келтирилган. Юқори температураларда C_V нинг қиймати $\frac{7}{2}R$ га интилади, лекин унга тенг бўла олмайди. Чунки жуда юқори температураларда молекулалар атомларга диссоциациялана бошлайдилар. Амалий график кўргазма сифатида келтирилган бўлиб, температуранинг айрим қийматлари масштабсиз олинган ва диссоциация содир бўладиган температураларда эгри чизиқ пунктир билан кўрсатилган.

Газнинг температураси пасая бошласа, молекулаларнинг ўзаро тўқнашишидан олган энергиялари $kT < h\nu$ кичик бўлиб, бу энергия молекуладаги атомларни уйғотиш учун етарли эмас. Демак, газнинг температураси чегаравий қийматдан анча кичик бўлса, газдаги молекулаларнинг асосий қисми илгарилама ва айланма ҳаракат қилади ва икки атомли газнинг моляр иссиқлик сиғими $C_V \approx \frac{5}{2}R$ атрофида ўзгаради (13.12-расм).

Аксинча, температура пасайганда «иссиқ» молекулаларгина ўз айланма ҳаракатларини давом эттиради. Аммо «совуқ» молекулаларнинг айланма ҳаракатлари йўқола бошлайди. Бинобарин, уларнинг иссиқлик сиғимига қўшган ҳиссалари камайиб, температура пасайганда C_V нинг камайиши кузатилади (13. 12-расм). Равшанки, $T = 0$ да молекулаларнинг илгарилама ва айланма ҳаракатлари бутунлай йўқолишини эътиборга олсак, C_V ҳам нолга тенглашади.

XIV боб. ТЕРМОДИНАМИКАНИНГ ИККИНЧИ БОШ ҚОНУНИ

14.1-§. Мувозанатли система

Термодинамиканинг биринчи бош қонунидан шу нарса аёнки, системага иссиқлик миқдори берилса, у газнинг ички энергиясини оширишга ва иш бажаришга сарф бўлади. Лекин газ қандай шароитда қиздирилишига қараб бажарилган иш ноль ёки ундан фарқли бўлиши мумкин. Иссиқлик системага ўзгармас ҳажмда узатилса, бу энергия фақат атроф-муҳитни иситишга сарф бўлиб, биз ўта исрофгарчиликка йўл қўйган бўламиз. Аксинча, ўзгармас босимда газни кенгайтирсак, энергиянинг бир қисмигина атроф-муҳитга тарқалади. Ҳар икки жараён ҳам энергияни иқтисод қилиш нуқтаи назардан мақсадга мувофиқ эмас. У ҳолда табиий савол туғилади: иссиқлик энергиясини механик энергияга айлантиришда система устидан қандай жараёнлар амалга оширилганда атроф-муҳитга узатилган энергия минимал бўлади? Ёки иссиқлик энергиясини атроф-муҳитга узатмасдан туриб, механик энергия ҳосил қилиш мумкин эмасмикин, деган муаммо пайдо бўлади. Термодинамиканинг иккинчи бош қонуни ушбу муаммони ҳал этиш йўлларини кўрсатади. Лекин бу масалани ҳал қилишдан олдин унга замин яратайлик. Газлардаги кўчиш ҳодисасига бағишланган бобда келтирилган мулоҳазалардан шу нарса аниқланадики, статик системада иссиқлик ўтказувчанлик, диффузия, қовушоқлик жараёнлари содир бўлмайди. Газнинг ҳамма қисмларида молекулаларнинг концентрацияси, газнинг зичлиги, босими ва температуранинг ўртача қиймати бир хил. Лекин газлардаги мувозанатли система механикадаги тинчлик ҳолатидан фарқли бўлиб, зарраларнинг тартибсиз ҳаракати йўқолмайди. Уларнинг бу ҳаракати туфайли системанинг у ёки бу қисмидаги макроскопик параметрлар, уларнинг ўртача қийматларидан бир оз фарқ қилиши мумкин. Статистик система параметрларининг бу тарзда ўзгариши *флуктуация* дейилади. Аммо параметрларнинг флуктуацияси статик системада содир бўлаётган жараённинг ўтишига таъсир қилмайди. Мувозанатли система ўз ҳолатидан чиқарилса у албатта, мувозанатли ҳолатга қайтади. Бу қайтиш *релаксация,* унга кетган вақт интервали *релаксация вақти* дейилади.

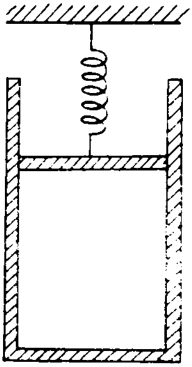
14.2- §. Қайтмас ва қайтар жараёнлар

Механик системанинг мувозанатсиз ҳолатини газли системанинг мувозанатсиз ҳолатлари билан солиштирсак, улар орасида жуда катта фарқ борлигини аниқлаш мумкин. Масалан, абсолют эластик сиртда (ёхуд пружина устида) мувозанатли ҳолатни эгаллаган шарчани ҳавосиз фазода H баландликка кўтариб, уни эркин ҳолатга қўйсак, у мувозанатли ҳолатига қайтиб яна H баландликка кўтарилади. Иккинчи мисол, шу фазода ипга осилган математик маятникни мувозанатли ҳолатидан чиқариб қўйиб юборсак, у мувозанатли ҳолатга айнан шу йўл билан қайтиб, яна шу йўл орқали мувозанатсиз ҳолатига ўтади. Келтирилган мисолларга асосан қайтар жараёнга қуйидагича таъриф бериш мумкин: *бирор ҳолат ўзгаришлари орқали мувозанатсиз ҳолатга чиқарилган система ўз-ўзидан мувозанатли ҳолатга айнан шу ҳолатлар орқали қайтиб, яна ўзининг мувозанатсиз ҳолатига шу ҳолатлар орқали тескари кетма-кетликда ўтса (ва жараён давомида атроф-муҳитда ва системада ҳеч қандай ўзгариш рўй бермаса), системанинг бу ўтиши қайтар бўлади.* Ишқаланиш ва қаршилик кучларидан холи бўлган ҳамма механик системалар идеал қайтар бўлади. Қайтар жараёнда системанинг механик энергияси ўзгармас ва унинг катталиги орқали вақтнинг ихтиёрий қиймати учун ҳаракатланаётган жисмнинг тезлиги, тезланиши, кўчиши каби ҳаракат параметрларини баҳолаш мумкин. Реал шароитда механик системаларнинг механик энергияси жараён давомида секин-аста қаршилик ва ишқаланиш кучларини енгишда бажарилган иш орқали иссиқлик энергиясига ўтади. Бу энергия атроф-муҳитга ва жисмга тарқалади ва системага қайтиб келмайди. Демак, ишқаланиш ва қаршилик кучлари билан боғлиқ бўлган механик системалар қайтмас бўлади. Зотан, ҳаракат давомида йўқотилган энергияни ташқи манба ёрдамида тўлдирилиб туриш керак.

Темпертуралари ҳар хил бўлган икки турли газ ўзаро контактда бўлса, система мувозанатли ҳолатидан чиқади. Иссиқлик ўтказувчанлик жараёни туфайли, релаксация вақтида у мувозанатли ҳолатига қайтади. Лекин система ўз-ўзидан яна мувозанатсиз ҳолатига кўчмайди. Шундай қилиб, *мувозанатли ҳолатидан чиқарилган система ўз-ўзидан мувозанатли ҳолатига қайтиб, яна мувозанатсиз ҳолатига бормаса ёки қайтиб борганда атроф-муҳит ва жисмда ўзгаришлар юз берса, бундай жараён қайтмас бўлади.* Равшанки, иссиқлик ўтказувчанлик, диффузия, пластик деформация, ички ва ташқи ишқаланиш ва шунга ўхшаш бошқа жараёнлар қайтмасдир.

14.3-§. Айланма жараён

Юқорида келтирилган таърифга асосан газ системасида қайтар жараён ҳосил қилиш мумкин эмас, деган хулоса келиб чиқмайди. Масалан, ташқи муҳит билан иссиқлик алмашувида бўлган цилиндрдаги газ қўзғалувчан поршень билан ажратилган (14.1-расм) бўлсин. Поршень билан газ мувозанатли ҳолатни эгаллайди. Системани ўзгармас температурада жуда секинлик билан қиздирсак ва ҳар гал газнинг



14.1- расм.

ҳамма қисмидаги босим қийматининг бир хиллигини таъминласак, газда квазистатик жараён содир бўлади. Кузатилаётган жараённинг ҳар бир дақиқасида, системанинг мувозанатлиги таъминланадиган ўтиш квазистатик жараён бўлади. Бунда босим ва элементар ҳажм ўзгариши орқали юз берган жараёнда бажарилган элементар ишни қуйидаги формула орқали аниқлаш мумкин:

$$dA = p\,dV.$$

Элементар ишларнинг йиғиндиси

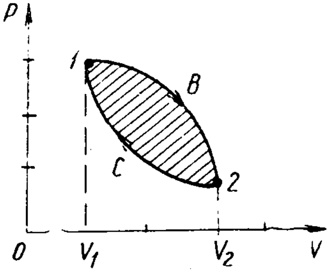
$$A = \int_1^2 p\,dV.$$

14.2- расмда келтирилган $1B2V_2V_11$ эгри чизиқ билан чегараланган юзага тенг. Газ кенгайганда ташқи эластик кучга қарши мусбат иш бажариб, механик системанинг потенциал энергиясини ҳосил қилади. Иссиқлик бериш тўхтатилса, пружина секин-аста мувозанатли ҳолатига қайтиб газ устида манфий иш бажаради. Пружинанинг бикрлик коэффициенти маълум бўлса, поршеннинг силжиши орқали, (8.11) ифодага асосан, квазистатик жараёнда бажарилган ишни аниқлаш мумкин. Мувозанатли ҳолатга қайтишда эластиклик кучининг бажарган тўлиқ иши $2V_2V_11C2$ эгри чизиқ остидаги юза орқали аниқланади. Икки ишни таққослаш орқали иш жараён эканлигига яна бир бор ишонч ҳосил қилиш мумкин. Жараённинг қандай ўтишига қараб бажарилган иш ҳар хил бўлади.

Мувозанатли ҳолатдан чиқарилган система ўзининг аввалги мувозанатли ҳолатига қайтиб бориши *айланма жараён* ёки *цикл* дейилади. Айланма жараёнда бажарилган иш $1B2C1$ эгри чизиқ билан чегараланган (14.2-расмда штрих билан кўрсатилган) юзага тенг. Бу жараён учун термодинамиканинг биринчи қонуни

$$\oint_1^2 dQ = U_2 - U_1 + \int pdV$$

кўринишни олади. Система аввалги ҳолатига қайтса $U_2 = U_1$



14.2- расм.

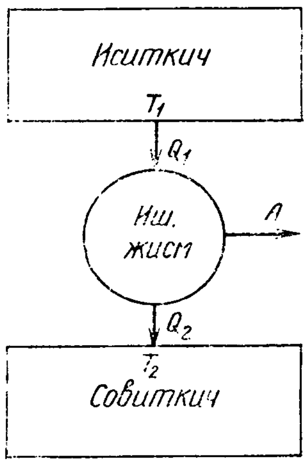
тенг бўлади ва юқоридаги ифода

$$\oint dQ = \oint dA \text{ ёки } Q = A \tag{14.1}$$

шаклини олади. Q — цикл давомида системага берилган иссиқлик миқдори, A — айланма жараёнда бажарилган иш. Квазистатик жараёнлардан ташкил топган айланма жараёнда максимал иш бажарилади. (14.1) дан қуйидаги муҳим хулоса келиб чиқади: системага энергия бермасдан туриб, даврий ишлайдиган механизм қуриш мумкин эмас. Энергия олмасдан туриб ишлайдиган механизм биринчи тур перпетиум мобиле ёки абадий двигатель дейилади. Масалан, сувга ўрнатилган чархпалак фақат сув оқиб тургандагина ишлайди. Сувнинг оқиши тўхтаса, чархпалак ҳам айланма ҳаракатдан тўхтайди. Тенглама (14.1) дан яна бир хулоса шуки, термодинамиканинг биринчи бош қонунига асосан иссиқлик энергиясини бевосита даврий ишлайдиган механизмнинг механик энергиясига айлантириш мумкин. Агар бу хулоса тўғри бўлса, атмосфера, океан сувидан олинган иссиқлик ҳисобига машина ва дастгоҳларни абадий ишлатиш мумкин бўлар эди. Бу ғайри табиий хулоса *термодинамиканинг иккинчи бош қонуни* орқали инкор этилади.

14.4-§. Иссиқлик двигателлари

Иссиқлик энергиясини механик энергияга айлантириб берадиган механизм ёки машина иссиқлик двигатели дейилади. Шу принципда ишлайдиган механизмлар асосан уч қисмдан ташкил топган (14.3-расм). Температураси T_1 бўлган иситкич, кенгайиш хусусиятига эга бўлган ишловчи жисм-газ ва температураси T_2 бўлган совиткич. Ички ёнув двигателларида махсус қурилмалар ёқилғи ва ҳаво аралашмасини тайёрлаб, ёниш камерасига узатади. Аралашма камерада портлашсимон тарзда ёниб, катта босим ҳосил қилади ва кенгаяди. Ёниш маҳсулоти иситкич ва ишчи жисм



14.3- расм.

ролини ўйнайди. Ишчи жисм кенгайиш давомида цилиндрдаги поршенлардан бирини ҳаракатга келтириб механик иш бажаради. Газнинг кенгайиши тўхтаганда, циклик жараённинг кейинги босқичида поршень мувозанатли ҳолатига қайтиб газни (аралашма) сиқади. Сиқилган газда ёқилғи ресурслари тугаган бўлганидан у ташқарига, атмосферага чиқариб юборилади. Камерага янги ишловчи жисмнинг порцияси киритилади ва цикл даврий такрорланади. Демак, реал двигателларда иситкич ролини ёқилғи, ишчи жисм ролини ёқилғи аралашган ҳаво порцияси, совиткич ролини атмосфера бажаради.

Юқорида тафсилоти берилган айланма циклда бажарилган A иш ёниш даврида ажралган иссиқлик энергияси Q дан кичик бўлади. Зотан, циклни давом эттириш мақсадида температураси атмосфера температурасидан юқори бўлган ишчи жисмни ташқарига чиқариб юбордик. Бинобарин, иситкичнинг бир қисм энергияси қайтмас жараён бўлган иссиқлик ўтказувчанликка сарф бўлди. Демак, (14.1) шаклдаги термодинамиканинг биринчи қонуни иссиқлик двигателлари учун қуйидаги шаклда ёзилиши мумкин:

$$\int dQ \sim \oint dA.$$

Пропорционалликни тенгликка айлантиришда иссиқлик машиналарининг самарадорлигини белгиловчи пропорционаллик коэффициентини киритамиз:

$$-\int_{Q_1}^{Q_2} dQ = \eta \oint dA.$$

Тенгламадаги (—) ишора механик иш иссиқлик энергиясининг камайиши ҳисобига бажарилишини кўрсатади, η — фойдали иш коэффициенти (қисқача ФИК). Юқоридаги тенгламадан унинг қиймати

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{A} \tag{14.2}$$

тенг бўлади. Термодинамиканинг биринчи бош қонунига асосан циклдаги бажарилган иш (14.1) ифода орқали аниқланишини эътиборга олсак, циклнинг ФИК:

$$\eta_{\text{қайтмас}} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} \tag{14.3}$$

Ифода (14.3) дан шу нарса аёнки, двигателнинг самарадорлиги иситкичдан олинган Q_1, совиткичга узатилган Q_2 иссиқлик миқдорлари орқали аниқланади ва унинг ФИК $\eta_{қайтмас} < 1$ дан кичик.

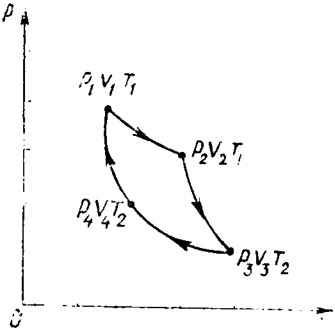
Совиткичга узатилган иссиқлик энергияси $Q_2 = 0$ бўлса, циклнинг ФИК $\eta = 1$ га тенг бўлиб, (14.2) тенгламадан $Q_1 = A$ тенглик ҳосил бўлади. Термодинамиканинг биринчи бош қонуни (14.1) бундай имкониятни рад этмайди. 1824 йилда француз инженери Сади Карно бундай двигатель қуриш мумкин эмаслигини кўрсатиб берди.

14.5-§. Карно цикли

Квазистатик циклнинг моҳияти шундаки термодинамиканинг биринчи бош қонуни (14.1) га асосан бу циклда бажарилган иш, узатилган иссиқлик миқдорига тенг ва циклнинг самарадорлиги $\eta = 1$ га тенг бўлиши мумкин. Иссиқлик двигателининг ишлаш принципидан шу нарса аниқки, уларнинг фойдали иш коэффициенти $\eta < 1$ бўлади. Двигателда содир бўлган циклни квазистатик цикл билан алмаштирсак, бу принципда ишлайдиган машинанинг ФИК максимал бўлиши лозим. Бинобарин, двигатель самарадорлигини максимал қиймати нимага тенг, деган муаммо пайдо бўлади. Карно таклиф этган цикл бу масалани ҳал этиш чегарасини кўрсатиб берди.

Карно циклида бажарилган иш максимал бўлишида, маълум бўлган тўрт жараёндан қайси бирларини киритиш керак, деган саволни оддий усул билан ҳал қилиш мумкин. Табиийки цикл таркибига изохорик ва изобарик жараёнларни киритиш мумкин эмас. Зотан, бу жараёнларда иссиқлик энергиясининг ҳаммаси ёки бир қисми ички энергияга айланади. Демак, изотермик ва адиабатик процесслар Карно циклини таркибий қисми бўлиши лозим. Дарвоқе, Карно цикли квазистатик икки изотермик ва икки адиабатик жараёнлардан тузилган. Бу жараёнлар қандай кетма-кетликда амалга оширилганда циклнинг фойдали иш коэффициенти максимал бўлишини кузатайлик.

Параметрлари p_1, V_1, T_1 бўлган бир моль идеал газ иситкич билан контактда бўлса, унинг температураси иситкич температураси T_1 га тенг бўлади. Ишчи жисм 14.4- расмда келтирилган I ҳолатни эгаллайди. Дастлаб газни изотермик равишда ($T_1 = \mathrm{const}$) кенгайтирайлик. Бу жараёнда газ иситкичдан Q_1 иссиқлик миқдори олади ва A_1 механик



14.4- расм

иш бажаради. У ҳолда (13.11) га асосан, бу ишнинг қиймати

$$Q_1 = A_1 = RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} \qquad (14.5)$$

га тенг бўлиб, газ *1*→*2* ҳолатга кўчганда унинг термодинамик параметрлари p_2, V_2, T_1 бўлади.

Иситкич температурасида бўлган ишчи жисмни совиткич билан контактга келтирсак иссиқлик ўтказувчанлик ҳодисаси туфайли, катта миқдордаги энергияни исроф қилган бўламиз. Шунинг учун *2* ҳолатдаги газнинг температураси совиткич температурасига тенглашгунча, уни адиабатик кенгайтирамиз. Газ 2→3 ҳолатга ўтиб, унинг параметрлари p_3 V_3, T_2 қийматларни олади. Адиабатик кенгайган ишчи жисмнинг бажарган иши, (13.23) га асосан.

$$A_2 = U_2 - U_3 = U_1 - U_3 \qquad (14.6)$$

га тенг бўлади. Системани бошланғич ҳолатга қайтариш учун совиткич температурасидаги газни 3→4 ҳолатгача изотермик сиқамиз. Ишчи жисмнинг бу ўтиши 14.4-расмда изотерма чизиғи билан тасвирланади. Температура ўзгармас бўлганидан ташқи кучнинг бажарган A_3 иши ҳисобига ишчи жисм совиткичга Q_2 иссиқлик миқдорини узатади. Бу ишнинг қиймати ёки совиткичга берилган иссиқлик энергияси

$$A_3 = -Q_2 = RT_2 \ln \frac{V_4}{V_3} \qquad (14.7)$$

га тенг. Бинобарин, *4* ҳолатдаги газнинг параметрлари p_4, V_4, T_2 қийматларни олади. Равшанки, совиткич температурасидаги ишчи жисмни иситкич билан контактга келтирсак, яна энергия исрофгарчилигига йўл қўйган бўламиз. Демак, *4* ҳолатдаги газни бошланғич ҳолатга ўтказиш мақсадида p_4, V_4, T_2 параметрларга эга бўлган газни p_1, V_1, T_1 параметрларга тенглашгунча уни адиабатик сиқишимиз керак. Температуралар ўзгариши T_2, T_1 оралиғида бўлганидан адиабатик жараённинг бажарган иши

$$A_4 = U_4 - U_1 = U_3 - U_1 \qquad (14.8)$$

бўлади. (14.6) ва (14.8) тенгламалардан адибатик жараёнларда бажарилган ишларнинг йиғиндиси нолга тенг эканлигини эътиборга олсак, циклининг тўлиқ иши

$$A = A_1 + A_3 = Q_1 - Q_2 \tag{14.9}$$

бўлиб, Карно циклининг ФИК қуйидаги кўринишни олади:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} + RT_2 \ln \frac{V_4}{V_3}}{RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}} =$$

$$= \frac{T_1 \ln \frac{V_2}{V_1} - T_2 \ln \frac{V_3}{V_4}}{T_1 \ln \frac{V_2}{V_1}} . \tag{14.10}$$

Иккинчи томондан 2→3 ўтишдаги адиабатик жараёнга (13.20) кўринишдаги Пуассон тенгламасини татбиқ этсак, *2* ва *3* ҳолатларнинг параметрлари орасидаги боғланиш

$$T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1}$$

шаклида ёзилади. Шунингдек, *4→1* ўтишдаги параметрлар орасидаги боғланиш

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_4^{\gamma-1}$$

кўринишга эга. Ҳар икки тенгламани ҳадма-ҳад бўлиб, қолган қийматдан (γ—1) даражали илдиз чиқарсак,

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}$$

муносабат ҳосил бўлади. Ундан фойдаланиб цикл самарадорлиги (ФИК) (14.10) учун қуйидаги ифодани ҳосил қиламиз:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} . \tag{14.11}$$

Охирги ифодадан қуйидаги хулосалар келиб чиқади:

1. Карно циклининг фойдали иш коэффициенти ишчи жисмнинг турига боғлиқ эмас. Бу Карнонинг иккинчи теоремаси деб юритилади.

2. Совиткичсиз ишлайдиган механизм қуриш мумкин эмас.

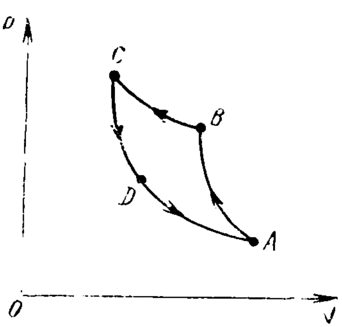
3. Циклнинг фойдали иш коэффициенти совиткич билан иситкичнинг температураларига боғлиқ.

4. Қарно циклининг ишлаш принципи квазистатик жараёнларга асосланган. Бу жараёнларга асосланмаган ва иситкич ва совиткичнинг берилган температура қийматларида ишлайдиган двигателларнинг фойдали иш коэффициенти шу температура қийматларидаги Қарно циклининг фойдали иш коэффициентидан кичик бўлади. Бу таъриф Қарнонинг биринчи теоремасининг мазмунидир.

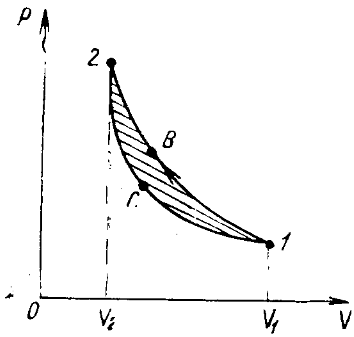
14.6- §. Тескари Қарно цикли. Совиткич двигатели

Идеал иссиқлик двигателининг ишлаш жараёни, циклдаги ҳолат ўзгаришлари соат стрелкасининг ҳаракат йўналиши бўйлаб бажариладиган қайтар Қарно циклига асосланган. Бунда ишловчи жисм иситкичдан олган иссиқлик миқдори ҳисобига кенгайиб, ташқи куч устидан мусбат иш бажаради.

Қарно циклидаги жараёнлар соат стрелкасининг ҳаракатига тескари йўналишда бажарилса (14.5- расм), тескари ёки манфий Қарно циклини ҳосил қиламиз. Бунда ташқи куч газни сиқиб манфий иш бажаради. Масалан, системадаги газ компрессор ёрдами билан квазиизотермик сиқилиб *1* ҳолатдан *2* ҳолатга ўтказилсин. pV текислигида ташқи кучнинг бажарган иши $1 \to 2$ изотерма чизиғи остидаги юзага тенг (14.6- расм).



14.5- расм.



14.6- расм.

Газ бошланғич ҳолатга қайтишда квазиизотермик кенгайиб *2 С 1* эгри чизиқ остидаги мусбат ишни бажаради. Равшанки, ташқи кучнинг бажарган иши газ кенгайишида бажарган ишга нисбатан каттароқ. Тескари айланма жарёнда бажарилган манфий иш 14.6-расмда келтирилган штрихланган сиртнинг юзига тенг.

Квазиизотермик айланма жараён учун (14.1) шаклдаги термодинамиканинг биринчи қонуни қуйидаги кўринишни олади:

$$\int_{Q_2}^{Q_1} dQ = -\oint dA \text{ ёки } Q_2 - Q_1 = A. \qquad (14.12)$$

Тескари айланма жараёнга мос бўлган тескари Карно циклида (14.5-расм) совиткич температураси T_2 да бўлган ишловчи жисм адиабатик (AB) ва изотермик (BC) сиқилиб иситкич билан контактга келтирилади ва газнинг сиқилишида ҳосил бўлган ортиқча иссиқлик миқдори Q_1 иситкичга узатилади. Циклнинг иккинчи қисмида газ адиабатик (CD) ва изометрик (DA) кенгайиб, совиткичга Q_2 иссиқлик миқдорини беради, $A<0$ бўлганидан (14.12) тенгламадан $Q_2<Q_1$ кичик бўлади. Бинобарин, ишловчи жисм совиткичдан олиб иситкичга узатган иссиқлик миқдори Q_1, ишловчи жисм совиткичга узатган Q_2 иссиқлик миқдоридан катта. Тескари Карно цикли билан ишлайдиган двигатель совуқ жисмдан иссиқ жисмга иссиқлик узатиш мақсадида ишлатилади. Шу асосда ишлайдиган двигателлар совиткич машиналари дейилади. Бу машиналарда иситкич ролини уй температурасидаги ташқи муҳит, совиткич температураси сифатида совитиш агрегатига киритилган фреон газининг қайнаш температураси олинади. Тескари Карно циклида фойдали иш бажарилмагани учун двигателнинг ФИК деган тушунчаси ўз маъносини йўқотади. Унинг ўрнига совитиш коэффициенти деб аталувчи параметр киритилади. Бу катталик совитиш камерасидан бир циклда олинган Q иссиқлик миқдорини ташқи куч бажарган иш A га бўлган нисбати орқали аниқланади:

$$\theta = \frac{Q}{A} < 1. \qquad (14.13)$$

14.7-§. Иситкич ва совиткич машиналари учун термодинамиканинг иккинчи бош қонуни

Тўғри Карно циклининг фойдали иш коэффициенти (14.11) дан маълумки, фойдали иш коэффициенти $\eta=1$ га тенг бўлган машиналар қуриш мумкин эмас. Лекин совиткичнинг температураси T_2 температуранинг абсолют нолига тенг бўлса, бу системанинг ФИК $\eta=1$ га тенг бўлади, деган нотўғри фикр пайдо бўлиши мумкин. Ҳақиқатан, Карно цикли билан ишлайдиган машина совиткичининг температураси $T_2=0$ бўлса иситкичдан совиткичга узатилган Q_2 иссиқлик миқдори ҳисобига унинг температураси абсолют нолдан юқори бўлиб қолади. Аксинча, тескари Карно цикли билан ишлайдиган совиткич машинанинг температураси T_2 температуранинг абсолют нолига тенг бўлса, совиткичдан иситкичга узатилган иссиқлик миқдори $Q_1=O$ бўлиб, совиткичга узатилган иссиқлик миқдори $Q_2<O$, чунки $Q_2<Q_1$ ва (14.12) тенглама қуйидаги кўринишни олади:

$$-A=-Q_2 \qquad (14.14)$$

Юқоридаги тенглама бажарилса, ташқи кучнинг манфий бажарган иши система энергиясини камайтиришга олиб келади, зотан $Q_2<O$. Бу эса энергиянинг сақланиш қонунига зиддир. Бир системанинг энергияси камайганда, у билан боғлиқ бўлган иккинчи системанинг энергияси ошиши лозим. Шундай қилиб, иссиқлик машиналарида бевосита иссиқлик энергиясини механик энергияга айлантириб бўлмаганидек, совиткич машиналарида механик иш бажармасдан туриб совуқ жисмдан иссиқ жисмга иссиқлик ўтказиш мумкин эмас. Бу мулоҳазаларга асосан термодинамиканинг II бош қонуни иссиқлик машиналари учун қуйидагича таърифланади.

Иситкичдан олинган иссиқликнинг бир қисмини совиткичга узатмасдан туриб даврий ишлайдиган механизм қуриш мумкин эмас.

Совиткич машиналари учун бу қонун қуйидаги мазмунга эга. *Ташқи даврий механик иш бажармасдан туриб, паст энергияли системадан юқори энергияли системага иссиқлик миқдори узатиб бўлмайди.*

Ҳар икки таърифни умумлаштириб, *фойдали иш коэффициенти $\eta=1$ бўлган II тур абадий двигатели қуриш мумкин эмас,* деган хулосага келамиз.

14.8-§. Карно теоремалари. Температуранинг термодинамик шкаласи

Квазистатик жараёнлардан ташкил топган Карно цикли идеал қайтар айланма жараёндир. Бунинг маъноси шуки, ишчи жисм иситкичдан олган иссиқлик миқдорининг $Q_1—Q_2$ қисмини фақат механик иш A ни ҳосил қилишга сарфлайди. Реал шароитда иссиқлик миқдорининг яна бир қисми, бизнинг хоҳишимиздан қатъи назар, иссиқлик ўтказувчанлик, ишқаланиш каби қайтмас жараёнлар туфайли атроф-муҳитга тарқалади. Бинобарин, реал иссиқлик двигателининг ишлаш принципи ноквазистатик жараёнга асосланган. Юқорида келтирилган мулоҳазаларга асосан, Карнонинг биринчи теоремасини қуйидагича таърифлаш мумкин: ноквазистатик принципида ишлайдиган ҳар қандай двигателнинг фойдали иш коэффициенти қайтар Карно циклининг фойдали иш коэффициентидан кичик, яъни қайтмас жараённинг ФИҚ қайтар Карно циклининг ФИҚ дан доимо кичик:

$$\eta_{\text{қайтмас}} < \eta_{\text{қайтар}}$$

ёки (14.3) ва (14.11) тенгламаларга асосан

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} < \frac{T_1 - T_2}{T_1} \qquad (14.15)$$

шаклдаги тенгсизликни ҳосил қиламиз. Ҳозирги замон двигатель қуриш саноатининг асосий вазифаси двигателларнинг самарадорлигини Карно цикли самарадорлигига иложи борича яқинлаштиришдан иборат. Бунинг учун ишчи жисмни юқори температурагача қиздириб, ундан максимал фойдаланиш ва атмосфера температурасига яқин температурада чиқариб юбориш лозим. Самарадорлиги энг яхши бўлган иссиқлик двигателларнинг фойдали иш коэффициенти 0,4 дан ошмайди.

Карно цикли фойдали иш коэффициентининг (14.11) шаклдаги ифодасида ишчи жисмининг табиатига оид биронта катталик иштирок этмаган. Бундан Карно таърифлаган II теореманинг мазмуни келиб чиқади: циклнинг фойдали иш коэффициенти ишчи жисмининг турига боғлиқ эмас. Масалан, тўғри ва тескари циклда ишлайдиган икки идеал машина бир ўққа маҳкамланган ва улардан бири иккинчисидан ишчи жисмнинг тури билан фарқ қилсин. Тўғри циклда узатилган $\Delta Q = Q_1 - Q_2$ иссиқлик миқдори ҳисобига машина

$$Q_1 - Q_2 = A \quad \text{ёки} \quad Q_1 = A + Q_2$$

мусбат А механик иш бажаради. Тўғри циклдаги мусбат иш тескари Карно циклида ишлайдиган машинада манфий ишга айланиб совиткичдан иситкичга иссиқлик миқдорини узатади:

$$Q_2 - Q_1 = -A \quad \text{ёки} \quad Q_1 = A + Q_2$$

Юқоридаги ва пастдаги формулаларни ўзаро солиштириб, қуйидаги хулосага келиш мумкин: тескари циклдаги ишчи жисмнинг табиати қандай бўлишидан қатъи назар, тўғри циклда иситкичдан қанча иссиқлик миқдори олинган бўлса, тескари циклда совиткичдан шунча иссиқлик миқдори иситкичга узатилади. Бинобарин, ҳар икки циклнинг фойдали иш коэффициенти бир-бирига тенг: $\eta_1 = \eta_2$. Хулоса шуки, циклнинг фойдали иш коэффициенти, циклдаги ишчи жисм қандай газ бўлишидан қатъи назар, идеал қайтар цикл учун қуйидаги тенглик ўринлидир.

$$1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \tag{14.16}$$

Температурани даражалаш термодинамик усулининг заминида мазкур тенглама ётади. Масалан, совиткич температураси T_2 сифатида музнинг эриш $T_э$ температураси олинди деб фараз қилайлик. Юқоридаги (14.16) тенгламадан ҳосил бўлган $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2}$ тенгликка асосан (14.16) ни қуйидагича ўзгартириб ёзамиз:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_2} = \frac{T_к - T_э}{T_э} \tag{14.17}$$

Сувнинг қайнаш ва музнинг эриш температуралари орасидаги шкала фарқи $T_к - T_э = 100$К бўлганидан (14.17) тенгламани яна бундай тасвирлаш мумкин:

$$\frac{100}{T_э} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_2} \tag{14.18}$$

Идеал Карно циклига асосланган бу ифодадаги иситкичдан ажралган Q_1 ва совиткичга узатилган Q_2 иссиқлик миқдорларини ҳеч бир усул билан аниқлаш мумкин эмас ва бунга эҳтиёж ҳам йўқ. Чунки, Карно циклида ҳолати $pV = RT$ билан аниқланган бир моль идеал газ олинган ва унинг ўнг томони T температурага мос бўлган ишни ифодалайди. Термодинамиканинг биринчи қонунига асосан бу иш иссиқлик миқдорига эквивалент. Бинобарин, (14.18) тенгламада иштирок этган катталиклар Q_1 ва Q_2 ни $Q_1 = p_1V_1$, $Q_2 = p_2V_2$ орқали алмаштириш мумкин. Агар берилган модданинг ҳолати ўзгармас ҳажмда ($V = \text{const}$) ўзгартирилса, (14.18) тенглама қуйидаги содда кўринишни олади:

$$\frac{100}{T_э} = \frac{p_1 - p_2}{p_2} = \frac{p_1}{p_2} - 1, \qquad (14.19)$$

Ўз буғи билан мувозанатда бўлган тоза сувнинг қайнаш температурасидаги босими p_1 ни, ўз буғи ва суюқлиги билан мувозанатда бўлган музнинг эриш температурасидаги босими p_2 га бўлган нисбати тажрибада жуда катта аниқлик билан ўлчанган ва ушбу нисбат $p_1/p_2 = 1{,}3661$ га тенг. У ҳолда (14.19) тенгламадан абсолют шкалада ифодаланган сувнинг учлик нуқтасининг муз, сув ва уларнинг тўйинган буғи температураси

$$T_э = \frac{100}{0{,}3661} = 273{,}16\text{K}$$

эканлигини топамиз. Юқорида тафсилоти берилган температурани аниқлаш методини Кельвин таклиф этган. Халқаро келишувга асосан сувнинг учлик нуқтасининг температураси *термодинамик абсолют шкаланинг таянч (репер) нуқтаси* деб қабул қилинган. Термодинамик шкаланинг ноли сифатида фойдали иш коэффициенти $\eta = 1$ га тенг бўлган идеал Карно машинасининг температураси қабул қилинган. Температуранинг бу қиймати ($T=0$) *температуранинг абсолют ноли* дейилади. Совиткич машинасида совиткичдан олинган Q_1 иссиқлик миқдорини даврий равишда иситкичга узатиш орқали совиткичнинг температурасини абсолют нолга яқинлаштириш мумкин, лекин абсолют ноль ($T=0$) температурани ҳосил қилиш мумкин эмас. Зотан, бу температурада Карно машинасининг фойдали иш коэффициенти $\eta = 1$ га тенг бўлиб, термодинамиканинг иккинчи қонунига зид бўлган натижага эга бўламиз.

14.9- §. Энтропия. Термодинамиканинг иккинчи бош қонунининг умумий таърифи

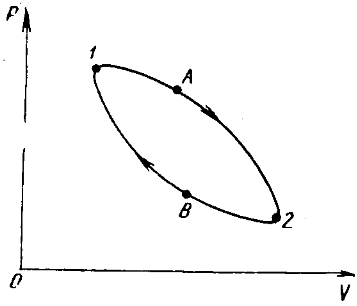
Тўғри ва тескари қайтар айланма процессларда ўринли бўлган (14.16) тенгламани қуйидагича ўзгартириб ёзамиз:

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

бундан

$$\frac{Q_1}{T_1} + \left(-\frac{Q_2}{T_2}\right) = 0 \qquad (14.20)$$

шаклдаги тенгламани ҳосил қиламиз. Бунда Q_1 температураси T_1 бўлган иситкич билан контактда бўлган газнинг изотермик кенгайишида иситкичдан олинган иссиқлик миқдори. Q_2 эса температураси T_2 бўлган совиткичга газ изотермик сиқилганда узатилган иссиқлик миқдоридир. Гарчи бу икки иссиқлик миқдорлари ўзаро ($Q_1 \neq Q_2$) тенг бўлмаса ҳам уларнинг шу жараёнлар амалга ошадиган температураларга нисбатлари тенг ва фақат бир-биридан ишораси билан фарқ қилади. Одатда, жараён амалга ошадиган температуранинг бирлик қийматига тўғри келган қуйидаги $\frac{Q}{T}$ иссиқлик миқдори, иссиқликнинг келтирилган миқдори дейилади. Юқоридаги (14.20) тенглама айланма жараённинг (14.7- расм) бошланғич *1* ва охирги *2* нуқталарида ўринли бўлиши билан бир қаторда, бу тенглик циклда олинган ихтиёрий *A* ва *B* нуқталарда ҳам ўринлидир. Зотан, қайтар жараёнда системани мувозанатли ҳолатдан мувозанатсиз ҳолатга ўтиш йўли, мувозанатсиз ҳолатдан мувозанатли ҳолатга ўтишдаги йўлига айнан эквивалент. Шунинг учун (14.20) ифодани ҳамма нуқталарга нисбатан умумий кўринишда қуйидагича ёзиш мумкин:

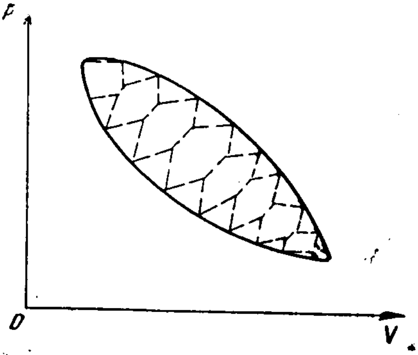


14.7- расм.

$$\sum \frac{Q_i}{T_i} = 0 \qquad (14.21)$$

Демак, икки адиабатик ва икки изотермик жараёнлардан ташкил топган айланма жараён учун иссиқликларнинг келтирилган миқдорларининг алгебраик йиғиндиси нолга тенг.

Термодинамиканинг I бош қонунига асосан квазистатик жараённинг ҳар бирига берилган иссиқлик миқдори dQ орқали аниқланишини эътиборга олсак ва кузатилган ҳар бир квазистатик жараён 2 адиабатик ва 2 изотермик жараёнлардан ташкил топган циклни ҳосил қилса, айланма жараён 14.8-расмда келтирилган диаграмма орқали тасвирланади. Ушбу цикллар йиғиндиси учун юқоридаги йиғинди интеграл кўринишни олади:



14.8- расм.

$$\left(\oint \frac{dQ}{T}\right)_{\text{Кар.ю}} = 0 \qquad (14.22)$$

Клаузиус теоремасининг математик ифодаси бўлган мазкур тенглама қуйидаги мазмунга эга. *Квазистатик циклардан ташкил топган айланма жараёнда иссиқликнинг келтирилган миқдоридан берк контур бўйлаб олинган интеграл нолга тенг.*

Реал иссиқлик двигателлари қайтмас Карно цикли асосида ишлайди. Бу цикл учун қуйидаги тенгсизлик $\frac{Q_1}{T_1} < \frac{Q_2}{T_2}$ ўринли.

Шу боисдан қайтмас Карно цикли учун юқоридаги Клаузиус теоремасининг математик ифодаси қуйидаги

$$\left(\oint \frac{dQ}{T}\right)_{\text{қайтмас}} < 0 \qquad (14.23)$$

кўринишдаги Клаузиус тенгсизлигига ўтади.

Тенглама (14.22) даги интеграл остидаги ифода, айланма жараённинг ихтиёрий квазистатик циклида ўз шаклини сақлайди. Шунинг учун интеграл остидаги ифодани жараённинг ўтишига боғлиқ бўлмаган бирор функциянинг дифференциали орқали ифодалаймиз:

$$dS = \frac{dQ}{T} \qquad (14.24)$$

Киритилган янги функция S — энтропия дейилади. Энтропия тушунчаси киритилиши муносабати билан шуни эътироф этиш керакки, dQ ни тўлиқ дифференциал шаклида ифодалаш мумкин эмас, чунки иссиқлик миқдори системанинг ҳолатига боғлиқ бўлмаган функциядир. Лекин dQ ни жараён амалга ошадиган температурага бўлган нисбати тўлиқ *дифференциал* dS орқали аниқланади. Зотан Q ва S функциялар орасидаги математик бу фарқ, улардан келиб чиқадиган ҳодисаларнинг физик маъносига таъсир кўрсатмайди. Шунинг учун физик катталикларнинг чексиз кичик қийматларини ҳар хил белгилашлардан воз кечиб, ягона дифференциал белгисини ишлатдик. Курсни ўқиш давомида иш, иссиқлик миқдори каби физик катталикларни ҳисоблашда улар жараённинг ўтиш йўлига боғлиқ эканлигини, потенциал энергия, ички энергия, энтропия каби физик катталикларни аниқлашда улар жараённинг ўтиш йўлига боғлиқ эмаслиги эътиборга олинса етарли бўлади. Энди энтропиянинг айрим хоссалари билан танишайлик. Хусусан, мувозанатли ҳолатдан мувозанатсиз ҳолатга ўтган қайтар айланма (14.7-расм) жараёнда система энтропиясининг ўзгариши бошланғич ва охирги ҳолатларнинг энтропияларига боғлиқ эмас. Ҳақиқатан ҳам (14.24) белгилашга асосан икки ўтишдаги энтропия ўзгариши:

$$\int_{S_1}^{S_2} dS = S_2 - S_1. \tag{14.25}$$

Лекин Клаузиус теоремасига асосан қайтар айланма жараёнда энтропия ўзгариши нолга тенг. Берк контур бўйлаб олинган (14.22) интегрални иккига ажратиб, иккинчи интегралнинг чегарасини ўзгартирсак, яъни

$$\int_1^2 dS + \int_2^1 dS = 0 \text{ ёки } \int_1^2 dS = \int_1^2 dS \tag{14.26}$$

эканлиги келиб чиқади. Келтирилган тенгликдан хулоса шуки, ***система мувозанатли ҳолатдан мувозанатсиз ёки мувозанатсиз ҳолатдан мувозанатлигига ўтадими, бундан қатъи назар, айланма қайтар жараёнда система энтропияси ўзгармайди:***

$$S_2 - S_1 = 0 \quad \text{ёки} \quad S_1 = S_2 \tag{14-27}$$

Демак, ёпиқ қайтар жараёнларда энтропия ўзгармас қолади. Бинобарин бу циклларда (14.24) га асосан, термодинамиканинг I бош қонунининг математик ифодаси (13.14) қуйидаги кўринишни олади:

$$TdS = dU + pdV. \tag{14.28}$$

Ушбу ифода қайтар жараёнлар учун *термодинамиканинг биринчи ва иккинчи бош қонунларини умумлашган ифодаси* бўлиб, қайтар жараёнлар учун термодинамиканинг иккинчи қонунини ифодалайди.

Клаузиус тенгсизлиги (14.23) ўринли бўлган қайтмас жараёнларда энтропия ўзгариши қандай бўлишини ҳисоблаб чиқайлик. Температуралари T_1 ва T_2 бўлган икки система мувозанатли ҳолатларни эгалласа, уларнинг энтропиялари ўзгармас қолади. Агар бу икки системани контактга келтирсак, улар мувозанатсиз битта системани ҳосил қилиб, иссиқлик миқдори температураси юқори бўлган жисмдан температураси паст бўлган жисмга ўта бошлайди. Лекин ҳар иккаласи яна мувозанатли ҳолатни эгаллайди. Иссиқлик ўтказувчанлик қайтмас жараён бўлганидан ҳар икки система бошланғич ҳолатига қайтмайди. Келтирилган мулоҳазага асосан, тажрибанинг биринчи фазаси қайтар, иккинчиси қайтмас деб, Клаузиус тенгсизлигини иккига ажратамиз:

$$\left[\left(\int_1^2 dS\right)_{\text{қайтар}} + \left(\int_2^1 dS\right)_{\text{қайтмас}}\right] < 0. \tag{14.29}$$

Ифодадаги биринчи интеграл қайтар ва унинг энтропия ўзгариши нолга тенг. У ҳолда (14.29) тенгсизлик

$$S_1 - S_2 < 0 \quad \text{бундан} \quad S_2 - S_1 > 0 \quad \text{ёки} \ \Delta S > 0$$

кўринишга эга бўлади. Демак, қайтмас жараёнларда энтропия ўзгариши нолдан катта экан. У ҳолда қайтар ва қайтмас жараёнлар учун термодинамиканинг умумлашган бош қонуни қуйидаги

$$TdS \geqslant dU + pdV \tag{14.30}$$

кўринишни олади. Бунда тенгсизлик аломати қайтмас, тенглик аломати қайтар айланма жараёнларга тегишли.

Қайтмас жараёнларда энтропиянинг ошишини қуйидаги мисолларда кузатиш мумкин. Газ ўзгармас ҳажмда T_1 дан T_2 гача қиздирилса, бажарилган иш $dA = pdV = 0$ ва (13.26) тенгламани, (14.28)га асосан, қуйидагича ўзгартириб ёзамиз:

$$dS = \frac{dU}{T} = C_V \frac{dT}{T} \tag{14.31}$$

ва охирги ифодани берилган чегараларда интеграллаймиз:

$$\int_{S_1}^{S_2} dS = C_V \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T},$$

бундан

$$S_2 - S_1 = C_V \ln \frac{T_2}{T_1} \tag{14.32}$$

эканлигини топамиз. Равшанки, $T_2 > T_1$ бўлганидан $S_2 > S_1$ бўлади. Иккинчи бир мисолни кўриб чиқайлик. Бир моль газнинг ички энергиясини ўзгартирмаган ($dU = 0$) ҳолда унинг ҳажмини V_1 дан V_2 гача кенгайтирайлик. Термодинамиканинг биринчи бош қонунининг (14.28) шаклдаги тенгламасига ва бир моль газнинг $pV = RT$ ҳолат тенгламасига асосан энтропиянинг ўзгариши $dS = \frac{P}{T} dV = R \frac{dV}{V}$ тенг бўлиб, уни интеграллаш орқали

$$S_2 - S_1 = R \ln \frac{V_2}{V_1}, \tag{14.33}$$

$S_2 > S_1$ эканлигини аниқлаймиз, чунки $V_2 > V_1$. Ишқаланиш ва қаршилик жараёнлари иссиқлик ўтказувчанлик жараённинг бир тури, бинобарин, ушбу ҳодисаларда ҳам система мувозанатли ҳолатга қайтганда унинг энтропияси ошади. Бу хулоса табиатда содир бўладиган ҳамма ёпиқ системалардаги қайтмас жараёнлар учун ўринлидир. Демак, табиатнинг асосий қонунларидан бири бўлган термодинамиканинг иккинчи бош қонунини умумий равишда қуйидагича таърифлаш мумкин: *ёпиқ системадаги қайтмас жараёнлар доимо энтропия ошиши билан кузатилади.* Кўпинча, бу қонун қайтмас жараёнлар учун энтропиянинг ортиш қонуни ҳам дейилади.

Шуни унутмаслик керакки, қайтмас жараёнларда энтропия ошиши чексиз давом этмайди. Система мувозанатли ҳолатни эгаллаганда энтропиянинг ортиши тўхтайди ва унинг ўртача қиймати системанинг ҳамма қисмларида бир хил ва системада макроскопик ҳолат ўзгариши кузатилмайди.

14.10-§. Энтропиянинг физик ва статистик маъноси. Термодинамиканинг учинчи бош қонуни

Маълумки, ички энергия, потенциал энергия, энтропия системанинг ҳолатига боғлиқ бўлган функциялардир. Улар умумий битта хоссага эга, яъни бирор ҳолатга мансуб бўлган бу функциялар физик маънога эга эмас. Масалан, потенциал энергия ёки ички энергиянинг берилган қиймати орқали биз шу системада ҳолат ўзгариши содир бўлганлигини била олмаймиз. Аксинча, потенциал энергия ёки ички энергия ўзгаришлари аниқ бўлса, системада бирор жараён содир бўлганини англаймиз. Хусусан, потенциал энергия ошса ($\Delta E_p > 0$), система потенциал энергияси кичик ҳолатдан катта томонга кўчганини, ички энергия камайса ($\Delta U < 0$) системанинг температураси пасайганлигини тушунамиз. Бинобарин, энтропия ўзгариши $\Delta S > 0$ катта бўлса, система бирор мувозанатсиз ҳолатдан мувозанатли қайтмас ҳолатни эгаллаган бўлади.

Ички энергия ва жумладан, потенциал энергия системанинг бирор ҳолатига мос бўлган энергетик характеристикалардир. Шу нуқтаи назардан, энтропия системанинг қандай ҳолатини белгилайди, деган табиий савол туғилади. Тажрибадан ва иссиқлик сиғимининг квант назариясидан маълумки, газнинг температураси абсолют нолга яқинлашса, газнинг ўзгармас ҳажмдаги моляр иссиқлик сиғими C_V нолга интилади. У ҳолда юқорида келтирилган $S_2 - S_1 = C_V \ln \frac{T_2}{T_1}$ ифодага биноан, абсолют нолга яқин температурада система учун $S_1 \approx S_2$ тенглик ўринлидир. Бу тенгликка ва паст температураларда кузатилган тажрибаларга асосан, 1906 йилда Нернст қуйидаги теоремани таърифлайди: *температуранинг абсолют нолида системадаги ҳар қандай жараён энтропия ўзгаришсиз ўтади*. Нернстнинг бу теоремаси баъзан *термодинамиканинг учинчи бош қонуни* деб ҳам юритилади. Кейинги текширишлар шуни кўрсатдики, абсолют нолда ($T = 0$) системанинг энтропияси ҳам ($S = 0$) нолга тенг бўлар экан. Лекин бу хулоса Нернст теоремасига зид эмас. Шу боисдан Нернст теоремасини яна бундай таърифлаш мумкин. Ҳар қандай системанинг температураси абсолют нолга яқинлашганда унинг энтропияси ҳам нолга интилади.

$$\lim_{T \to 0} S = 0.$$

14.8- § да абсолют ноль температурани ҳосил қилиш мумкин эмаслигини кўрсатган эдик. Демак, системада энтропияси ноль бўлган ҳолатни юзага келтириб бўлмайди. Абсолют ноль температурада система таркибидаги атомларнинг ёки молекулаларнинг иссиқлик ҳаракати йўқолади. Улар тартиблашган ҳолда жойлашади. Бундан хулоса шуки, *энтропия — тартибсизлик ўлчовидир.*

Абсолют ноль температурада системанинг энтропияси нолга тенг. У ҳолда, (14.24) тенгламага биноан, температураси T бўлган модданинг энтропияси учун

$$S = \int_0^T \frac{dQ}{T}$$

ифодани ҳосил қиламиз. Ўзгармас босимдаги моляр иссиқлик сиғим C_p нинг таърифи $\left(C_p = \frac{dQ}{dT}\right)$ га биноан юқоридаги тенгламани яна бундай шаклда ҳам ёзиш мумкин.

$$S = \int_0^T \frac{C_p(T)}{T} dT.$$

Демак, T температурадаги модданинг энтропиясини ҳисоблаш учун C_p нинг температурага боғлиқ бўлган ифодасини билиш лозим экан. Лекин бундай ҳисоблашларни амалга оширмасдан шуни айтиш мумкинки, молекулаларнинг ёки атомларнинг иссиқлик ҳаракати жадал бўлган системанинг энтропияси катта бўлади. Зотан юқорида таъкидлаганимиздек, *энтропия системадаги тартибсизликнинг функциясидир.*

Температураси абсолют нолдан катта ($T > 0$) бўлган газ мувозанатсиз ҳолатга ўтса, унинг энтропияси камаяди. У ҳолда система энтропияси ёки эҳтимоллиги энг катта бўлган тартибсиз ҳаракат ҳолатига, яъни мувозанатли ҳолатни эгаллашга ҳаракат қилади. Бу ўтишни эҳтимоллик назарияси асосида таҳлил этайлик.

Молекулалар сони Авогадро сони N_A га тенг бўлган бир моль газ V_1 ҳажмдан вакуум ҳосил қилинган V_2 ҳажмга кенгайсин. Кўп заррали бу ёпиқ системада ҳар бир молекула эркин ва ўзаро боғланган эмас. Газ кенгайганда молекулалар ҳажмнинг биринчи, иккинчи ва ҳоказо N_0 қисмларини тўлдириб V_2 ҳажмни бутунлай эгаллайди. Газ эҳтимоллиги ҳар хил бўлган мувозанатсиз ҳолатдан эҳтимоллиги энг катта бўлган мувозанатли V_2 ҳажмга ўтади. Системанинг энтропияси ошади ($S_2 - S_1 > 0$). Лекин биз $S_2 - S_1 < 0$ ўтиш содир бўлиш эҳтимоллигини ҳам четда қолдиришимиз керак эмас. Идишнинг ҳажмини эгаллаган газ молекулалари, тартибсиз ҳаракат туфайли идишнинг $V_2' = 0{,}99V_2$; $0{,}98V_2$; $0{,}97V_2$ ва ҳоказо қисмларини ҳам эгаллаш эҳтимоллиги мавжуд. V_2 ҳажмни эгаллаган газнинг V_2' ҳажмли ҳолатга ўтиши учун лозим бўлган микро ўтишлар сони

$$W = \left(\frac{V_2'}{V_2}\right)^{N_A}$$

математик эҳтимоллик деб аталади ва бу катталик газ идиш ҳажмининг бир қисмини эгаллаш эҳтимоллиги идиш ҳажмини тўла эгаллаш эҳтимоллигидан неча марта кичик эканлигини кўрсатади. N_A — Авогадро сони. Статистик ҳисобларга кўра, газнинг V_2 ҳажмдан $V_2' = 0{,}99\ V_2$ ҳажмга ўтиш эҳтимоллиги:

$$W = \left(\frac{V_2'}{V_2}\right)^{N_A} = (0{,}99)^{10^{24}} \approx 10^{-44\cdot 10^{20}}.$$

Бу катталикка тескари бўлган катталик термодинамик эҳтимоллик дейилади ва ўтиш ҳолати амалга ошадиган усуллар сонини характерлайди. Шу кўрилаётган ҳол учун термодинамик эҳтимоллик

$$w = \frac{1}{W} = \left(\frac{V_2}{V_2'}\right)^{N_A} \approx 10^{44\cdot 10^{20}} \qquad (14.34)$$

га тенг. Мазкур ифода газнинг V_2' ҳажмини эгаллаш эҳтимоллиги V_2 ҳажмни эгаллаш эҳтимоллигидан неча марта кичик эканлигини кўрсатади.

Келтирилган сон нақадар улкан эканлигини кўз олдимизга келтириш мақсадида қуйидаги таққослашни берайлик. Бу сонни тартиб билан ёзиш учун керак бўлган қоғознинг массаси Ер массасидан 10^{30} марта катта бўлар эди. Келтирилган ушбу мисолдан мувозанатли ҳолатдан мувозанатсиз ҳолатга ўтиш газ учун нақадар мушкул ҳодиса эканлиги кўриниб турибди.

Ифода (14.33) га асосан 1 моль газни V_2' ҳажмдан V_2 ҳажмга ўтишдаги энтропиянинг ўзгариши:

$$S_2 - S_2' = R \ln \frac{V_2}{V_2'}. \qquad (14.35)$$

Энтропиянинг термодинамик эҳтимоллик билан боғлаш мақсадида (14.34) дан логарифм олиб, юқоридаги

(14.35) ифода билан алмаштирамиз, у ҳолда энтропия ўзгариши қуйидаги кўринишни олади:

$$S_2 - S_2' = \frac{R}{N_A}\ln w = k\ln w.$$

Агар ҳолат ўзгаришининг қандайдир бир нуқтасида энтропия $S_2' = 0$ деб олсак, Больцман қонуни ҳосил бўлади:

$$S = k\ln w \qquad (14.36)$$

бунда k — Больцман доимийси.

Ташқи муҳитдан адиабатик изоляцияланган ёпиқ системанинг энтропияси система ҳолатининг термодинамик эҳтимоллигининг логарифмига пропорционал. Больцман қонуни бир-биридан мустақил бўлган системаларнинг қўшилишидан ҳосил бўлган натижавий системанинг энтропиясини ҳисоблаш имконини беради. Масалан, биринчи системанинг термодинамик функцияси w_1 (N_1 молекулаларнинг комбинацияси); иккинчи системанинг термодинамик функцияси w_2 (N_2 молекулаларнинг комбинацияси) бўлсин. Бу икки система қўшилса, натижавий системадаги молекулаларнинг комбинацияси ёки унинг термодинамик функцияси қуйидагига тенг:

$$w = w_1 \cdot w_2.$$

Ушбу ифодани логарифмлаб, икки томонини k га кўпайтириб,

$$k\ln w = k\ln w_1 + k\ln w_2$$

тенгламани ҳосил қиламиз. У ҳолда, (14.36) га асосан, системанинг натижавий энтропияси

$$S = S_1 + S_2 \qquad (14.37)$$

га тенг бўлади. Демак, икки ва ундан ортиқ мустақил системалар аралаштирилганда натижавий системанинг энтропияси оша бошлайди ва унинг энтропияси берилган системалар энтропияларининг йиғиндисига тенг бўлганда система мувозанатли ҳолатни эгаллайди.

14.11-§. Термодинамика иккинчи бош қонунининг қўлланилиш чегараси. Коинотнинг «иссиқлик ҳалокати» назариясининг асоссизлиги

Механик системадан бутунлай фарқ қилувчи термодинамик системада, унинг таркибига кирган эркин молекулаларнинг ҳаракати тартибсиздир. Зарарларнинг хаотик ҳаракати туфайли, системанинг ҳолатини аниқловчи босим, температура, энтропия каби макроскопик параметрларнинг ўртача қиймати вақти-вақти билан системанинг у ёки бу қисмида ўзгариб (флуктуациялаиб) туради. Агар бирлик ҳажмдаги зарралар сони жуда кам бўлса, статистик табиатга эга бўлган термодинамик катталиклар ўз физик маъносини йўқотади. Бинобарин, термодинамиканинг II бош қонуни хаотик флуктуацияланиб турувчи кўп заррали ёпиқ система учун ўринлидир.

XIX асрнинг ўрталарида кўзга кўринган физик олимлар Клаузиус, Томсон ва уларнинг фикрдошлари юқоридаги чегараланишни эътиборга олмаган ҳолда термодинамика II бош қонунининг асосий постулатларини кўр-кўрона равишда коинотга татбиқ этиб, ғайри табиий хулосага дуч келишди. Коинотнинг «иссиқлик ҳалокати» деб аталувчи бу назария заминида Карно цикли ётади. Маълумки, ёруғлик, механик, химиявий, ядровий ва бошқа турдаги энергиялар циклга берилса, унинг бир қисми механик, иккинчи қисми иссиқлик энергиясига ўтади. Циклнинг ишлаши узлуксиз давом этса, юқорида санаб ўтилган энергияларнинг пировард натижаси иссиқлик энергияси бўлади. Ушбу мулоҳазани коинотдаги табиий ёруғлик манбалари бўлмиш Қуёш ва юлдузларга умумлаштирсак, улардан келаётган нурланиш энергиялари ҳам пировардида иссиқлик энергиясига ўтишини кузатиш мумкин. Клаузиус назариясига кўра, чекли вақтдан кейин табиатда мавжуд бўлган ҳамма турдаги энергиялар иссиқлик энергиясига айланиб, коинотнинг ҳамма қисмига бир текис тарқалади. Шундай ҳодиса юз берса, Қуёш ва юлдузларнинг энергетик ресурслари тугайди ва иссиқлик мувозанати содир бўлиб коинот ва Ердаги ҳаёт ҳалокатга учрайди. Идеалистик бу назариянинг тарафдорлари юқоридаги мулоҳазаларни яна қуйидагича асослашга уриниб кўришди. Коинотнинг «актив» ҳаёти энтропиянинг ошиши томонига йўналган бир томонлама процессларнинг йиғиндисидан иборат. Ўзгаришларнинг энтропиялари максимал қийматга эришганда коинот мувозанатли ҳолатга ўтиб, унинг «актив» ҳаёти сўнади.

Статистик физика ва термодинамиканинг асосчиларидан бири Больцман ва унинг тарафдорларидан Смолуховский коинотнинг «иссиқлик ҳалокати» назарияси асоссиз эканлигини кўрсатиб беришди. Больцман назариясига кўра, термодинамик мувозанат эҳтимоллиги энг катта бўлган ҳолатлардан биридир. Лекин флуктуация туфайли бу мувозанатли ҳолатдан катта четлашишлар содир бўлишини статистик физика инкор этмайди. Бу фикрнинг на боши ва на охири бўлган коинотга татбиқ этиб, Больцман коинот мувозанатли ҳолатда бўлиши мумкин, унда содир бўладиган турли ўзгаришлар флуктуациядан бошқа нарса эмас, деб таъкидлади.

Дарҳақиқат, энтропия—эҳтимоллик функцияси. Агар коинотнинг қайси бир қисмида юлдузлар системасининг энтропияси катталашиб ўзининг максимал қийматига эришди, деб фараз қилайлик. Бу қисмдаги юлдузлар сўниб мувозанатли ҳолатни эгаллайди. Коинотнинг бошқа қисмида системанинг энтропияси камайиши мумкинлигини эҳтимоллик назарияси инкор этмайди. Бинобарин, коинотнинг бу қисмида янги юлдузлар системаси туғилади.

Ҳозирги замон астрофизика ва космология фанларининг далилларига кўра, коинотнинг айрим нуқталарида сўнган юлдузлар бор бўлиши билан бир қаторда, галлактиканинг бошқа қисмларида ёши галлактиканинг ёшига нисбатан анча кичик бўлган, яъни кейин туғилган юлдузлар тўпламлари бор эканлиги аниқланди. Иккинчи томондан термодинамиканинг қонунлари ёпиқ система учун ўринли. Коинот эса очиқ система бўлиб, бу системага термодинамиканинг қонунларини бевосита татбиқ этиш мумкин эмас.

Шундай қилиб, бизни ўраб олган чексиз ва бепоён коинотнинг таркибий қисми бўлган материянинг у ёки бу қисмидаги миқдорий ва сифат ўзгаришлар коинотнинг тараққиёти ва ривожланишига таъсир этмайди ва бу тараққиёт абадийдир.

Шу ўринда қуйидаги мисолни келтирайлик. Бизга энг яқин ва энг кичик юлдузлар туркумига кирган Қуёшнинг массаси $2 \cdot 10^{30}$ кг ва унинг ярим массасини водород ташкил этади. Қуёш узлуксиз равишда содир бўладиган термоядровий реакциянинг асосий ёқилғиси бўлган водороднинг ёнишидан, Қуёш ҳар томонга бир секундда $4 \cdot 10^{6}$ т нурланиш энергиясини тарқатади. Унинг бир йилда тарқатган энергиясига эквивалент бўлган масса $12{,}6 \cdot 10^{14}$ т га тенг. Қуёш 10 миллиард йил давомида Ерни ҳозиргидай қиздириб турса, унинг йўқотган массаси $12{,}6 \cdot 10^{27}$ кг ни ташкил этади, холос. Бу масса Қуёш массасининг 0,63% га тенг.

XV боб. РЕАЛ ГАЗЛАР

Паст босимдаги реал газнинг модули идеал газдир. Идеал газ тушунчаси газ билан боғлиқ бўлган жуда кўп ҳодисаларнинг физик моҳиятини тўғри акс эттириши олдинги темаларнинг мазмунидан муҳтарам ўқувчиларимизга маълум. Зотан, газнинг босими $(1 \div 20)\ 10^5$ Па атрофида бўлганда молекулалар орасидаги эркин югуриш йўл узунлиги уларнинг диаметрига нисбатан бир неча ўн марта катта. Лекин юқори босимдаги паст температурали газларнинг табиатини ўрганиш ҳам катта амалий аҳамиятга молик. Газ молекулалари қанчалик кичик бўлмасин, уларнинг ҳаммаси суюқ ёки қаттиқ фазага конденсацияланади. Тажрибада кузатилган бу ажойиб ҳодиса газ молекулалари ўз ҳажмига эга ва улар орасида ўзаро таъсир қилувчи кучлар бор эканлигидан далолат беради. Бинобарин, бу фактларни эътиборга олмасдан туриб реал газнинг ҳақиқий тенгламасини ҳосил қилиш мумкин эмас.

15.1-§. Молекулалар орасидаги ўзаро таъсир кучлари

Суюлтирилган газ ҳажмини камайтиришда жуда катта кучланиш талаб этилиши тажрибадан маълум. Газни суюқ ёки қаттиқ фазага ўтиши молекулаларнинг тортишиш кучи таъсирида содир бўлади. Демак, бирор агрегат ҳолатдаги модда ҳажмини камайтиришнинг қийинлашиши молекулалараро итаришиш кучи таъсирининг натижасидир. Одатда, газ молекулалари орасидаги ўзаро таъсир кучлар, улар орасидаги масофа $r = 1d \div 2d$ молекула диаметрига тенг бўлганда намоён бўла бошлайди.

Молекуляр кучлар электромагнит табиатга эга. Ҳамма молекулалар атомлардан, атом эса мусбат зарядланган ядро ва унинг атрофида мураккаб траекториялар бўйлаб ҳаракатланувчи электронлардан тузилган. Оддий шароитда атомлар ва молекулалар электронейтрал. Улар бир-бирига яқин келиб қолганларида атомлардаги мусбат ва манфий зарядларнинг ўзаро таъсирланиш кучлари, тортишиш ва итаришиш кучлари сифатида намоён бўла бошлайди. Лекин бу кучларнинг қийматини китобхонга маълум бўлган Кулон қонуни орқали аниқлаш мумкин эмас. Зарядга эга бўлган микрозарраларнинг ҳаракати ва таъсири биз асос қилиб олган программанинг таркибига кирмаган квант механикасининг қонунлари орқали аниқланади. Ҳисоблашлар шуни кўрсатадики, ҳамма ҳолда ҳам молекуляр тортишиш кучлари (Ван-дер-Ваальс кучлари) масофага жуда боғлиқ ва тахминан молекулалар орасидаги масофа (r) нинг еттинчи даражасига тескари пропорционал:

$$f_m \approx -\frac{A}{r^7}, \tag{15.1}$$

бунда (—) ишораси куч, тортишиш кучи эканлигини кўрсатса, A — молекулаларнинг тузилиши ва улар орасидаги таъсирнинг табиатига боғлиқ бўлган коэффициент.

Итаришиш кучлари ҳам молекулалар орасидаги масофага боғлиқ ва кўпинча унинг тўққизинчи даражасига тескари пропорционал бўлади:

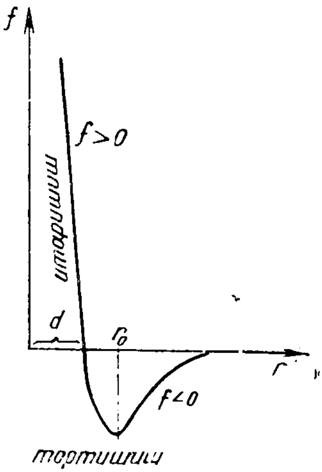
$$f_u \approx \frac{B}{r^9}, \tag{15.2}$$

бунда B, A га ўхшаш коэффициент. Бу кучларнинг йиғиндиси

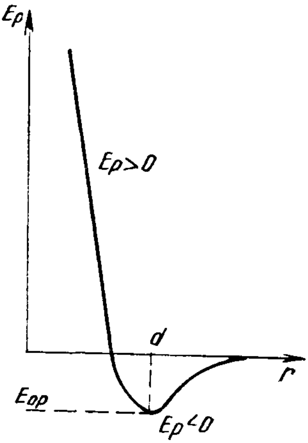
$$f \approx -\frac{A}{r^7} + \frac{B}{r^9} \tag{15.3}$$

молекулалар орасидаги таъсирни ифодалайди. Улардан қайси бири иккинчисидан устун эканлиги молекулалар орасидаги масофага боғлиқ. Жуда кичик масофада таъсир этувчи молекулалараро таъсир кучларининг графиги 15.1-расмда келтирилган. Графикдан молекулалар орасидаги масофа молекуланинг эффектив диаметрига тенг ($r=d$) бўлганда, яъни молекулалар бир-бирига тегиб турса, ўзаро таъсир $f=0$ га тенг, $r<d$ бўлса — итаришиш, $r>d$ шарти бажарилганда — тортишиш кучлари намоён бўлади. Ҳисоблашлардан маълумки, молекулалар орасидаги масофа $r_0=1{,}134d$ бўлганда тортишиш кучи максимал қийматга эришади (15.1-расм), масофа $r=2d$ да тортишиш кучининг энг катта қиймати 16 марта, $r=3d$ да тортишиш кучининг энг катта қиймати 250 марта камайди. Равшанки, молекуляр кучлар қисқа масофада таъсир қилувчи кучлардир.

Ўзаро таъсир кучлари маълум бўлса, (3.20) га асосан, молекуляр кучлар потенциал энергияларининг ма-



15.1- расм.



15.2- расм.

софага боғлиқлигининг тахминий ифодасини топиш мумкин:

$$E_н \approx \int f(r)dr \approx -\alpha \frac{A}{r^6} + \beta \frac{B}{r^8}, \qquad (15.4)$$

бунда α ва β — қўшни молекулаларнинг таъсирини ва интеграллашдан ҳосил бўлган ўзгармас сонларни ўз ичига олувчи константалар. Келтирилган ифодаларни солиштирсак, потенциал энергиянинг масофага боғлиқлик графиги кучларнинг масофага боғлиқ графигига ўхшаш бўлишини кўриш мумкин. Бу график 15.2- расмда келтирилган. Потенциал энергиянинг минимумига мос бўлган $r=d$ масофада молекуляр система турғун ҳолатни эгаллайди ва бу ҳолатда системанинг температураси ва босими нолга интилади.

Тартибсиз тўқнашаётган молекулалар орасидаги итаришиш кучининг таъсири, тортишиш кучининг таъсирига нисбатан анча катта. Масалан: ўзаро тўқнашаётган молекулалар деформацияланиб, улар орасидаги масофа $r=0{,}95d$ бўлиб қолса, молекулалар тортишиш кучининг максимал қийматига нисбатан 5 марта ортиқ куч билан итарилади. Шунинг учун молекулалар бирбирига яқин келиши мумкин, лекин бир-бирига тегмасдан узоқлашиб кетадилар. Газнинг босими ва температурасининг қийматларига қараб молекулалар орасидаги тортишиш ва итаришиш кучлари ҳар хил нисбатда бўлади. Бу эса фақат реал газларда кузатиладиган қўшимча эффектларни юзага келтиради.

15.2-§. Ван-дер-Ваальс тенгламаси. Реал газ изотермалари

Маълумки, бир моль идеал газнинг ҳолат тенгламаси (10.10) дан идеал газнинг босимини

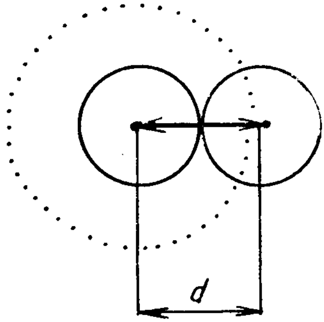
$$p = \frac{RT}{V} \tag{15.5}$$

тенглама орқали аниқлаш мумкин. Ифодадаги V молекулаларнинг эркин ҳаракатланиш ҳажми бўлиб, у идеал газ эгаллаган идишнинг ҳажмига тенг. Молекулалараро таъсир кучларининг табиатидан маълум бўлдики, (15,5) шаклдаги тенгламани реал газга татбиқ этиш мумкин эмас. Зотан, (15.5) ифода молекулалар орасидаги на итаришиш, на тортишиш кучларини ўз ичига олади. Бинобарин, реал газнинг ҳолат тенгламасини ҳосил қилишда, (15.5) тенгламага молекулаларни хусусий ўлчамлигини, итаришиш ва тортишиш кучларини эътиборга олувчи тузатмаларни киритиш лозим.

Итаришиш кучининг табиатидан маълум бўладики, молекулалар бир-бирига яқинлашиши мумкин, аммо улар бир-бирини ичига кириши мумкин эмас. Реал газ ўта кучли босим таъсирида бўлса, молекулалар зичлашиб идишда шу молекулаларнинг табиатига мос бўлган қандайир «b» ҳажмни эгаллайди. Бу тузатма молекулаларнинг ўлчамини ва ўзаро итаришиш кучини эътиборга олувчи коэффициент бўлиб, у молекулаларнинг эффектив ҳажми деб аталади. Келтирилган мулоҳазадан равшанки, реал газ молекулаларининг эркин ҳаракатланиш ҳажми идеал газ молекулаларининг эркин ҳаракатланиш ҳажми V дан кичикроқ бўлиб, $V—b$ ни ташкил этади. У ҳолда реал газ молекулаларининг идиш деворига кўрсатган босими

$$p = \frac{RT}{V - b} \tag{15.6}$$

идеал газ молекулаларининг идиш деворига кўрсатган босими (15.5) дан каттароқ эканлигини аниқлаймиз. Демак, молекулалар орасидаги итаришиш кучи, реал газ молекулаларининг идиш деворига кўрсатган босимини оширади. Лекин молекулаларнинг эффектив ҳажми, бевосита молекулаларнинг ўлчами билан боғлиқ.



15.3- расм.

Дарҳақиқат (15.6) тенгламадан равшанки, $V \to b$ да, реал газнинг босими ($p \to \infty$) чексизга интилади. Бундай ҳодиса содир бўлиши учун реал газ молекулаларини қаттиқ сфера деб олиш лозим. Демак, молекулаларнинг энг яқин келиш масофаси r молекула диаметри d га тенг. Бу шарт бажарилганда, икки молекула бир-бирига тегиб туради (15.3- расм) ва радиуси d бўлган сфера ичига бошқа молекулаларнинг масса марказлари жойлаша олмайди. Энг яқин келган молекуланинг маркази, сфера чегарасида ётиши мумкин. Бинобарин, бошқа молекулалар кириши тақиқланган молекуланинг эффектив ҳажми, радиуси d бўлган сфера ҳажмига тенг. Ҳар икки молекуладан бири, иккинчисини шу ҳажмга киритмаганидан бир мольдаги молекулаларнинг эффектив ҳажми

$$b = \frac{N_A}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi d^3 = 4 N_A V_0 \qquad (15.7)$$

га тенг бўлади. Бунда $V_0 = \frac{4}{3} \pi r^3$ битта молекуланинг хусусий ҳажми. Демак, *бир моль газдаги молекулаларнинг эффектив ҳажми молекулалар хусусий ҳажмларининг тўртланганига тенг.* Шуни эътиборга олиш керакки, $V \to b$ га интилганда газ суюқлик фазасига ўта бошлайди. Зотан, суюқлик газдан фарқли равишда, ўз ҳажмига эга. Ушбу фазадаги модда ҳажмини ўзгартиришда жуда катта босим талаб этилади. Бинобарин «b» фақат молекулаларнинг ўз ўлчамини эмас, балки улар орасидаги итаришиш кучи туфайли эгаллайдиган эффектив ҳажмни кўрсатади.

Энди тортишиш кучи таъсирини аниқлаб чиқайлик. Биргина молекула идиш деворига яқинлашаётган бўлсин. Қўшни молекулалар ўзларидан узоқлашаётган бу молекулани идиш ичи томон йўналишда ўзларига тортади. Молекулалараро тортишиш кучи туфайли реал газ молекулаларининг идиш деворига кўрсатган босими, эркин ҳолатдаги идеал газ молекулалари кўрсатган босимига нисбатан кичикроқ бўлади. Идиш деворига яқинлашаётган ва у билан тўқнашаётган молекулалар сони n га пропорционал. Идиш девори билан тўқнашаётган молекулаларни идиш ичига тортаётган молекулалар сони ҳам n га пропорционал. Демак, молекулалараро тортишиш кучининг таъсири туфайли реал газ босими p нинг камайган қисми $p_i \sim n^2$ пропорционал бўлади. Бирлик ҳажмдаги молекулалар сони $n \sim \frac{1}{V}$ эканлигини эътиборга олсак (эслатамиз $n = \frac{N}{V}$) ва пропорционалликни тенгликка айлантириш мақсадида коэффициент киритсак, тортишиш кучи туфайли юзага келган ички босим қуйидагича аниқланади:

$$p_i = -\frac{a}{V^2}, \tag{15.8}$$

бунда (—) ишораси ички босим реал газ босими p га тескари йўналган эканлигини билдиради, «a» эса газ молекулаларининг табиатига боғлиқ бўлган Ван-дер-Ваальс тузатмаси.

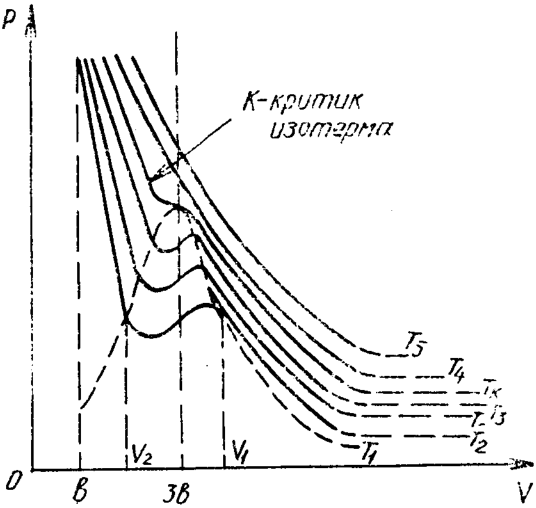
Шундай қилиб, (15.6) ва (15.8) тенгламаларга асосан реал газнинг босими

$$p = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2}$$

га тенг бўлиб, бундан бир моль реал газнинг ҳолат тенгламасини

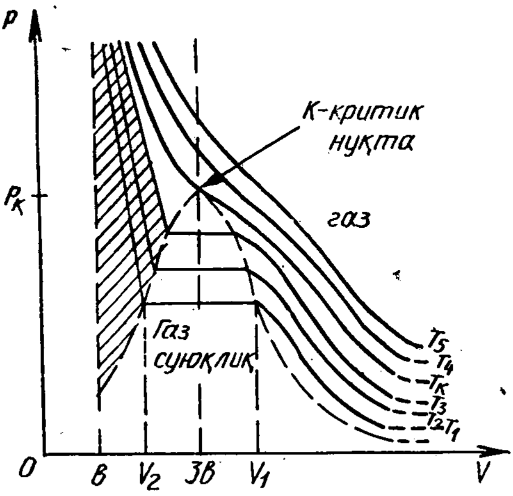
$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V-b) = RT \tag{15.9}$$

шаклида ёзиш мумкин. Бу тенглама 1873 йил Ван-дер-Ваальс томонидан кашф этилган ва унинг номи билан аталади. Ван-дер-Ваальс тенгламаси ҳажмга нисбатан учинчи даражали алгебраик тенглама. Температуранинг турли ўзгармас қийматларида босим билан ҳажм орасидаги боғланишларни (pV) текислигига туширсак, 15.4- расмда келтирилган диаграммани ҳосил қиламиз. Юқори температураларда (15.4- расмда T_4 ва T_5 лар учун) *Ван-дер-Ваальс изотермалари* шу температурадаги идеал газ изотермаларидан деярли фарқ қилмайди. K нуқтадан ўтган изотерма температурасидан пастроқда бўлган температураларга мос бўлган Ван-дер-Ваальс



15.4- расм.

изотермалари, ўзига хос траекторияларга эга. Хусусан, T_1 га мос изотермада босимнинг бир қийматига ҳажмнинг учта қиймати мос келади. Температура T_1 дан юқорига кўтарилган сари изотерманинг *тўлқинсимон қисмининг* узунлиги қисқариб, $T_к$ температурага мос бўлган изотермада нуқтага айланади. Бу нуқта реал газнинг *критик нуқтаси* дейилади. Критик нуқтадан пастда ва пунктир чизиқ билан ажратилган Ван-дер-Ваальс изотермаларининг тўлқинсимон қисмида газ ҳажми қисқартирилганда, у конденсациялана бошлайди. Газнинг мувозанатсиз ҳолатига мансуб бўлган газ-суюқлик фазаларида, босим билан ҳажм орасидаги боғланиш ўзгариб туради. Бинобарин, Ван-дер-Ваальс изотермаларининг шу қисмларини реал газ изотермалари (15.5- расм) билан солиштирсак, реал газ конденсациялана бошлаганда газнинг босими ўзгармас қолганини кузатамиз. Газнинг мувозанатсиз ҳолати учун ўринли бўлган Ван-дер-Ваальс изотермаларининг тўлқинсимон қисмини, V ўқига параллел бўлган пунктир чизиқ билан алмаштирсак, Ван-дер-Ваальс изотермалари реал газ табиатини тўғри акс эттиришини кўриш мумкин. Газ ҳажми $V=b$ га етганда, у тўлиқ суюқлик фазасига ўтади ва



15.5- расм.

унинг ҳажмини қисқартиришда жуда катта босим қўйилиши, расмдан китобхонга равшан бўлса керак.

Газнинг температураси K нуқтадан ўтган изотерма температурасидан юқори бўлса, у суюқликка конденсацияланмайди. Бинобарин, чегаравий критик нуқтага мос бўлган температура, ҳажм ва босим қийматлари *критик температура* ($T_к$), *критик ҳажм* $V_к$, *критик босим* ($p_к$) деб аталади. Критик температурадан пастроқда бўлган изотермаларнинг V_1KV_2 соҳаларида газ икки газ-суюқлик фазасида, К-критик изотерманинг чап (15.5-расмда штрихланган) қисмида газ фақат суюқ фазада бўлади. Шундай қилиб, Ван-дер-Ваальс тенгламасининг амалий аҳамияти шундаки, газнинг параметрлари критик ҳолат параметрларидан пастроқ бўлса, бу газни сиқиш йўли билан суюқ фазага ўтказиш мумкин эканлигини кўрсатиб беради. Масалан, азот газининг критик параметрлари $V_к = 9 \cdot 10^{-2}$ м^3/кмоль; $p_к = 33{,}5 \cdot 10^5$ Па; $T = 126$ К ни ташкил этади. Нормал шароитда бир киломоль азот газининг параметрлари $V_0 = 22{,}414$ м^3/кмоль, $p_0 = 10^5$ Па, $T_0 = 273$ К эканлигини эътиборга олсак, азот газини суюқ фазага ўтказиш учун уни аввал кучли совитиш кераклигини кўрамиз. Унинг критик ҳажми нормал шароитдаги ҳажмдан 250 марта кичик, критик босими нормал шароитдаги босимдан 33,5 марта катта. 126 К температурадаги газни қисишда давом эттирсак, азот конденсациялана бошлайди.

Ван-дер-Ваальс тенгламасидан критик параметрларни ҳисоблаб чиқиш масаласини китобхонга ҳавола қиламиз ва уларнинг қийматларини исботсиз келтирамиз:

$$V_к = 3b, \ p_к = \frac{a}{27b^2}, \ T_к = \frac{8a}{27bR}. \qquad (15.10)$$

Критик ҳажм ($V_к$) ни тажрибадан аниқлаб, (15.7) га асосан, молекуланинг диаметри (d) ни топиш мумкин. Шундай ўлчашлар асосида молекула диаметри $(3 \div 2) \cdot 10^{-10}$ м атрофида эканлиги аниқланган.

Шуни эслатиб ўтиш керакки, Ван-дер-Ваальс тенгламаси реал газнинг суюқ фазага ўтишини тўғри акс эттиради. Лекин мулоҳазалар асосида келтириб чиқарилган бу тенгламани реал газнинг аниқ тенгламаси деб кўриш мумкин эмас. Ҳақиқатан ҳам, критик ҳолат параметрлари асосида аниқланган қуйидаги нисбат

$$K = \frac{RT}{p_к V_к}$$

критик коэффициент деб аталади. Идеал газлар учун бирга тенг бўлган бу коэффициент, (15.10) тенгламаларга асосан реал газлар учун $K = \frac{8}{3} = 2{,}67$ га тенг бўлиб, «a» ва «b» катталикларга боғлиқ эмас. Ван-дер-Ваальс тенгламаси реал газнинг аниқ тенгламаси бўлганда эди, ҳамма газларнинг критик коэффициентлари бир хил ва $K = 2{,}67$ бўлиши керак эди. Тажрибада идеал бўлмаган газларнинг критик коэффициентлари $3 \div 5$ оралиғида ётиши аниқланган. Бу номутаносиблик бевосита молекулаларнинг тузилишига боғлиқ. Чунки тортишиш ва итаришиш кучларининг макроскопик катталиклари бўлган «a» ва «b» Ван-дер-Ваальс тузатмалари ҳар бир молекуланинг ўзига хос бўлган молекуляр кучларга боғлиқ ва уларнинг тузилиши орқали аниқланади.

15.3-§. Реал газнинг ички энергияси. Жоуль — Томсон эффекти

Ўзаро таъсир кучи нолга тенг бўлган идеал газнинг ички энергияси газни ташкил этган молекулаларнинг кинетик энергияларининг йиғиндисига тенг. Ўзаро таъсир кучига эга бўлган реал газнинг ички энергияси эса молекулаларнинг кинетик ва потенциал энергияларининг йиғиндисига тенг бўлади, яъни

$$U = \sum_{i=1}^{N_A} E_{ki} + \sum_{i=1}^{N_A} E_{pi} = E_k + E_p \qquad (15.11)$$

Бир моль газ молекулаларининг кинетик энергияси, (13.2) га асосан, қуйидагича аниқланган эди:

$$E_k = \sum_{i=1}^{N_A} E_{ki} = \frac{i}{2} RT = C_V \cdot T. \qquad (15.12)$$

Молекулаларнинг потенциал энергиясини аниқлаш мақсадида газни V_1 ҳажмдан V_2 ҳажмгача кенгайтирамиз. Бунда газ молекулалар орасидаги тортишиш кучини енгишда иш бажариб, ўз потенциал энергиясини ўзгартиради ва бу иш қуйидагича аниқланади:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p_i \, dV = -\int_{V_1}^{V_2} \frac{a}{V^2} dV = \frac{a}{V_2} - \frac{a}{V_1}. \qquad (15.13)$$

Иш энергия ўзгаришининг ўлчови. Бинобарин, (15.13) тенгламадаги биринчи ҳад V_2 ҳажмга эга бўлган бир моль реал газ молекулаларининг потенциал энергияси бўлса, иккинчи ҳад V_1 ҳажмга эга бўлган реал газ молекулаларининг потенциал энергиясидир. Бу энергия молекулалар орасидаги масофага, хусусан газ эгаллаган ҳажмга боғлиқ. $V_2 \to \infty$ да реал газ идеал газ ҳолатига ўтиши керак. Идеал газ молекулаларининг потенциал энергияси эса нолга тенг. Демак, (15.13) ифодадан, V ҳажмга эга бўлган реал газ молекулаларининг потенциал энергияси манфий бўлиб

$$E_p = \sum_{i=1}^{N_A} E_{pi} = -\frac{a}{V} \qquad (15.14)$$

га тенг бўлади. Бу хулоса тўғри эканлигини 15.2-расмда келтирилган графикдан ҳам кўриш мумкин. Графикдан равшанки, тортишиш кучи таъсирида вужудга келган потенциал энергия нолдан кичик ($E_p < 0$). Демак, (15.14) тенгламадаги (—) ишораси реал газнинг потенциал энергияси молекулалараро тортишиш кучларининг таъсири натижасида юзага келишини эътиборга олади.

Шундай қилиб, (15.11) тенгламадаги молекулаларнинг кинетик ва потенциал энергияларини, уларнинг (15.12) ва (15.14) шаклдаги ифодалари билан алмаштирсак, бир моль реал газнинг ички энергияси учун

$$U = C_V \cdot T - \frac{a}{V} \tag{15.15}$$

ифода ўринли бўлади. Реал газнинг ички энергияси температура ва ҳажм функцияси, яъни U (V, T). Бу боғланиш фақат реал газларга мансуб бўлган Жоуль — Томсон эффекти рўй беришига омил бўлади. V_1 ҳажмгача сиқилган бир моль реал газ V_2 ҳажмгача кенгайтирилсин. Юқоридаги (15.15) тенгламани газнинг шу икки ҳолати учун ёзамиз:

$$U_1 = C_V \cdot T_1 - \frac{a}{V_1}, \quad U_2 = C_V \cdot T_2 - \frac{a}{V_2}. \tag{15.16}$$

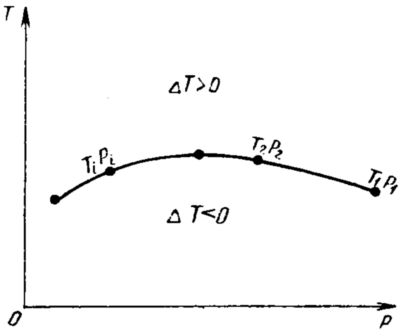
V_1 ҳажмга эга бўлган газнинг температураси T_1 бўлса, реал газ V_2 ҳажмга кенгайганда унинг температураси ҳам ўзгариб T_2 га тенг бўлиб қолади. Зотан, реал газнинг ички энергияси нафақат температурага, балки ҳажмга ҳам боғлиқ. (15.16) тенгламалардан реал газ V_1 ҳажмдан V_2 ҳажмга кенгайганда ички энергиянинг ўзгариши

$$U_2 - U_1 = C_V (T_2 - T_1) - \left(\frac{a}{V_2} - \frac{a}{V_1}\right) \tag{5.17}$$

га тенг бўлади. Агар газ юқори босимли V_1 ҳажмдан, паст босимли V_2 ҳажмга адиабатик кенгайтирилса, система ташқи куч устидан иш бажармайди ва ташқи муҳит билан иссиқлик алмашмайди. Бинобарин, система ички энергиясининг ўзгариши $U_2 - U_1 = 0$ бўлиб, (15.17) тенглама қуйидаги кўринишга ўтади:

$$T_2 - T_1 = \frac{a}{C_V}\left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1}\right). \tag{5.18}$$

Реал газнинг бошланғич температураси T_1 ва ҳажм V_1 нинг қийматларига кўра, газ ички энергиясини ўзгартирмаган ҳолда кенгайса, унинг температураси ошиши ёки камайиши мумкин. Бу эффектлардан қайси бири кузатилиши молекуляр кучларнинг ўзаро нисбатига боғлиқ. Хусусан, итаришиш кучи тортишиш кучига нисбатан устун бўлса, $E_p > 0$ (15.2-расм) ва газ кенгайганда энергиянинг сақланиш қонунига асосан мусбат потенциал



15.6- расм.

энергиянинг камайиши молекулаларнинг кинетик энергияларининг ошувини таъминлайди. Газнинг температураси ошиб ($\Delta T > 0$) манфий Жоуль—Томсон эффекти деб аталувчи ҳодиса кузатилади. Аксинча, тортишиш кучи итаришиш кучидан устун бўлса ($E_p < 0$) (15.2-расм) ва бу газ кенгайтирилганда газ молекулаларининг потенциал энергияси ошиб, кинетик энергияси камаяди. Натижада газнинг температураси пасайиб ($\Delta T < 0$) мусбат Жоуль—Томсон эффекти деб аталувчи ҳодиса содир бўлади. Тортишиш ва итаришиш кучлари ўзаро тенг бўлса, газ кенгайганда унинг температураси ўзгармай қолади ва ноль Жоуль — Томсон эффекти ҳосил бўлади. Манфий ва мусбат Жоуль — Томсон эффектларини ажратиб турувчи ноль Жоуль — Томсон эффектига мос бўлган нуқталарни бирлаштирувчи чизиқ инверсия чизиғи дейилади (15.6-расм). Газнинг бошланғич параметрлари инверсия чизиғида ётса, бу газ кенгайганда унинг температураси ўзгармай қолади. Модомики шундай экан, реал газ идеал газ табиатига ўхшаш ҳолатни эгаллайди.

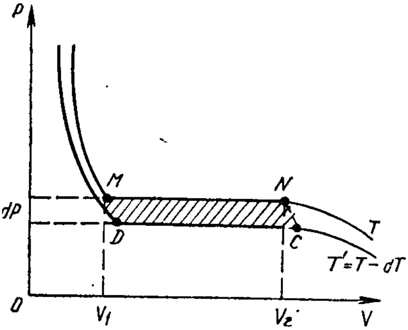
Демак, бирор газни суюлтиришда унинг бошланғич параметрларини инверсия чизиғидан пастроқда олиш лозим. Бу параметрларга эга бўлган газ циклик равишда адиабатик кенгайтирилса, унинг температураси критик температурагача пасайиши мумкин ва бу температурадаги газ адиабатик сиқилса, у суюқликка конденсациялана бошлайди. Жоуль — Томсон эффекти асосида газларни совитиб суюлтириш криоген (газларни суюлтириш) техникасида кенг қўлланилади.

15.4-§. Фазавий ўтишлар. Клапейрон — Клаузиус тенгламаси

Реал газ, Ван-дер-Ваальс изотермалардаги критик ва 14.8 параграфда келтирилган учланма нуқталарнинг физик моҳиятини бир оз тавсиф этайлик. Бу нуқталарга хос хусусият шуки, муайян температура ва босимда айнан бир модда бир-биридан бўлиниш сиртлари билан ажралган икки ва уч хил ҳолатлар, яъни фазалар мажмуасидан иборат бўлади. *Бир жинсли бўлмаган системанинг бўлиниш сирти билан ажралган муайян химиявий ва термодинамик хоссаларга эга бўлган бир жинсли қисми фаза дейилади.* Бошқача қилиб айтганда, бир жинсли бўлмаган системанинг бирор усул билан ажратиш мумкин бўлган бир жинсли қисмини фаза дейиш мумкин. Масалан, очиқ идишдаги 0°C ҳароратли сувнинг бир қисми музлаган бўлсин. Таркиби жиҳатидан бу система бир жинсли эмас. У суюқлик ва муз фазаларидан ташкил топган. Ҳар икки фаза бўлиниш чегарасига эга ва улардан бирини иккинчисидан ажратиш мумкин. Муайян температурали бу икки фазалардан бирининг массаси иккинчисининг ҳисобига берилган вақт давомида ошмаса ёки камаймаса, улар фазавий мувозанатда бўлади. Аксинча, бир фазанинг массаси иккинчисининг массаси ҳисобига ўзгарса, системада *фазавий ўтиш* юз беради. Биз келтирган мисолда фазавий ўтиш содир бўлса, суюқликнинг массаси камайиши ҳисобига музнинг массаси ошади ёки аксинча, музнинг массаси камайганда сувнинг массаси кўпаяди.

1933 йилда П. Эренфест фазавий ўтишларга оид маълумотларни икки турга ажратишни таклиф этди. Биринчи тур фазавий ўтишларга қаттиқ жисмнинг суюқликка (эриш) ёхуд суюқликнинг қаттиқ жисмга ўтиши (қотиш), суюқликнинг буғга (буғланиш, қайнаш) ёки буғнинг суюқликка айланиш (конденсация) жараёнлари, бир таркибли кристаллнинг иккинчи таркибли кристаллга ўтиш ҳодисалари киради. Биринчи тур фазавий ўтишда иссиқлик ажралиши ёки ютилиши ҳамда ҳажмий ўзғаришлар кузатилади.

Иккинчи тур фазавий ўтиш модданинг электр, магнит хоссаларининг, шунингдек, иссиқлик сиғими, иссиқликдан кенгайиш ва сиқилувчанлик ҳажмий коэффицициентларининг ўзгариши билан содир бўлади. Масалан, температуранинг ўта ўтказувчанлик нуқтасида айрим металларнинг электр қаршилиги бутунлай йўқолса, температуранинг Кюри нуқтасида ферромагнетик моддалар парамагнетик хоссаларга эга бўлиб қолади. Қаттиқ жисмларнинг бу хусусиятларини биз курсимизнинг II жилдида батафсил таҳлил этамиз. Ҳозир эса биринчи тур фазавий ўтишларнинг хусусияти билан қисман танишайлик.



15.7- расм.

Биринчи тур фазавий ўтишда температура билан босим орасида муайян боғланиш мавжуд. Бу боғланиш Клапейрон — Клаузиус тенгламаси орқали ифодаланган. Мазкур тенглама қуйидаги мулоҳаза асосида келтириб чиқарилади. Температураси критик температурадан пастда ($T < T_к$) бўлган реал газни суюқ ҳолатга ўтказиш мумкин эканлигини олдинги параграфда кўрсатган эдик. Реал газнинг бир-биридан dT температурага фарқ қилувчи иккита изотермаси 15.7- расмда келтирилган. Изотерманинг M нуқтасида газ тўлиқлигича суюқлик фазасига ўтади. Унинг горизонтал қисмида газ, суюқлик ва газ фазаларида бўлади. Шу ҳолатдаги моддани тўйинган буғга тақозо этиш мумкин. Зотан, тўйинган буғ изотермик кенгайтирилса ёки сиқилса, унинг босими ўзгармас ($p = \text{const}$) қолади. Энди бир моль сув олиб уни цилиндрга қуяйлик. Суюқлик поршень билан чегараланган бўлсин. Бу системага фикран тўртта квазистатик жараёнлардан ташкил топган Карно циклини татбиқ этамиз. Бунинг учун цилиндрни температураси T бўлган иситкич билан контактга келтирамиз. Суюқликнинг бу ҳолати изотерманинг M нуқтасига мос келиб, шу нуқтанинг параметрлари p ва T суюқликнинг ҳолатини белгилайди. V_1 эса суюқликнинг моляр ҳажми. Суюқлик иситкичдан олган иссиқлик миқдори ҳисобига буғланиб, унинг таркибида фазавий ўтиш жараёни содир бўла бошлайди. Буғланиш ҳисобига поршень ҳаракатга келади ва унинг остидаги тўйинган буғ ўз босимини ўзгартирмаган ҳолда изотерманинг горизонтал қисми бўйлаб V_2 ҳажмгача кенгаяди. Фазавий ўтиш N нуқтага етганда бир моль сув бутунлай тўйинган буғга айланади ва биз яна бир жинсли, яъни бир фазали газ ҳолатга эга бўламиз. Бунда системанинг иситкичдан олган Q иссиқлик миқдори бир моль сувни буғга айлантириш учун лозим бўлган иссиқлик миқдорига айнан тенг. Бинобарин, моляр буғланиш иссиқлиги L га тенг бўлади, яъни $Q = L$.

Тўйинган буғни бошланғич ҳолатга қайтариш мақсадида уни иситкичдан ажратиб, адиабатик кенгайтирамиз. Адиабатик кенгайган газнинг босими dp га температураси dT га камаяди. Тўйинган буғда кузатилган бу жараён 15.7- расмдаги pV текисликда NC чизиқ билан тасвирланган. Карно циклига биноан шу ҳолатдаги газни совиткич билан контактга келтириш лозим. Аммо совиткичнинг температураси T' иситкич температурасидан dT қадар кичик бўлиши керак, яъни $T' = T - dT$. Шу боисдан C ҳолатдаги тўйинган буғнинг параметрлари T', $p - dp$, V_2 катталиклардан иборат. C ҳолатдаги газни изотермик сиққанимизда унинг ҳолат ўзгариши изотерманинг CD горизонтал қисми бўйлаб кузатилади. Ниҳоят, циклнинг тўртинчи босқичида буғ — суюқлик аралашмасини адиабатик сиқиб, уни бир фазали суюқлик ҳолатига ўтказамиз. Аралашма CD ҳолат бўйлаб ўзгарганда иситкичдан олган иссиқлик миқдорининг Q' қисмини совиткичга узатади ва $MNCD$ тўртбурчак билан чегараланган юзга тенг бўлган элементар ишни бажаради:

$$dA = (V_2 - V_1)\, dp.$$

Термодинамиканинг иккинчи қонунига биноан циклнинг фойдали иш коэффициенти

$$\eta = \frac{dA}{Q} = \frac{V_2 - V_1}{L}\, dp$$

га тенг бўлади. Юқорида эслатганимиздек, ушбу цикл учун $Q = L$ тенглик ўринли. Айнан шу ФИКни яна бундай ҳисоблаш мумкин:

$$\eta = \frac{T - T'}{T} = \frac{T - (T - dT)}{T} = \frac{dT}{T}.$$

Ҳар икки самарадорликнинг тенглигидан Клапейрон — Клаузиус тенгламасини ҳосил қиламиз:

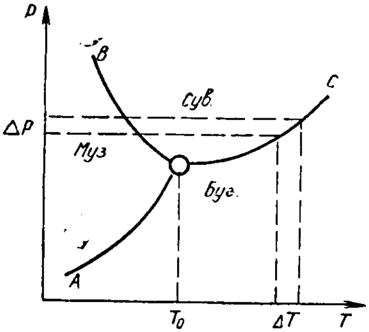
$$\frac{dp}{dT} = \frac{L}{T\,(V_2 - V_1)}.$$

Равшанки, $\frac{dp}{dT}$ нинг ишораси $(V_2 - V_1)$ ҳажм ўзгаришининг ишорасига боғлиқ. Агар ҳажм ўзгариш $(V_2 - V_1) > 0)$ мусбат бўлса, $\frac{dp}{dT}$ нисбат ҳам нолдан $\left(\frac{dp}{dT} > 0\right)$ катта бўлади. Бунинг маъноси шуки, dp ва dT катталиклар бир хил ишорага эгадирлар. Суюқлик буғ фазасига ўтганда унинг ҳажми ошади. Бинобарин, тўйинган буғнинг температураси кўтарилса, унинг босими ошиши лозим. Назариянинг бу хулосасини тажриба тўлиқ тасдиқлайди. Лекин айрим кристалл моддалар (висмут, галлий, чўян ва муз бундан истисно) эриганда ҳам ҳажм ошиши кузатилади. Агар бир жинсли бўлмаган бу фазалар мажмуасининг босими ошса, эриш нуқтасининг температураси кўтарилади. Шу боисдан Клапейрон — Клаузиус тенгламаси биринчи тур фазавий ўтишларига кирган ҳамма ҳолат ўзгаришлари учун ўринли. Юқоридаги тенгламадан яна бир муҳим хулоса шуки, фазавий ўтиш ҳажм ошиши билан кузатилса, моляр буғ ҳосил қилиш иссиқлиги $L > 0$ бўлиши ва фазавий ўтишда иссиқлик ютилиши керак. Аксинча, ҳажмий кенгайиш манфий бўлган фазавий ўтишларда $L < 0$ бўлмоғи ва бу ўтишларда иссиқлик ажралмоғи лозим. Дарҳақиқат, тўйинган буғ суюқлик фазасига, суюқлик қаттиқ фазага ўтганда, иссиқлик ажралиши кузатилади. Масалан, қор ёғаётганда ҳароратнинг совиб кетмаслиги бевосита суюқликнинг кристалланиши натижасида иссиқлик ажралиши билан боғлиқ.

15.5-§. Фазавий диаграммалар

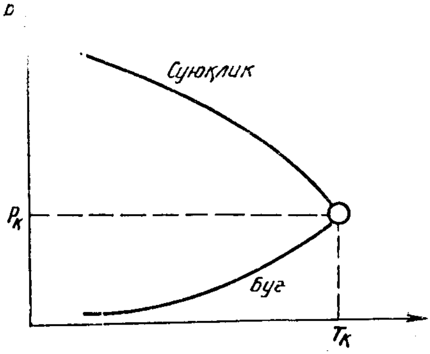
Фазавий мувозанат ва фазавий ўтишлар одатда *фазавий диаграммалар* орқали тасвирланган. Мисол тариқасига 15.8-расмдаги pT текисликда сувнинг учлик нуқтаси ва фазавий сиртлар чегаралари кўрсатилган. 14.8- параграфда таъкидлаганимиздек, сувнинг учлик нуқтаси температуранинг термодинамик ноли сифатида олинади. Бу нуқта модданинг учта (суюқ, муз ва буғ) фазалари бир вақтда мувозанатда бўлишини аниқлайди. OA ва OC чизиқларнинг пастида сувнинг турғун буғ фазаси, OB ва OC чизиқларнинг юқорисида сувнинг турғун суюқлик фазаси ва OA ва OB чизиқларнинг оралиғида сувнинг турғун муз фазаси жойлашган.

Сув билан буғ фазаларини ажратиб турувчи OC фаза сиртида фазалардан бирининг турғунлигини сақлаган ҳолда иккита параметрни, яъни босим билан температурани ўзгартириш мумкин. Масалан, температуранинг ΔT га ошиши, ўз навбатида, босимнинг Δp га ошишига олиб келади. Худди шундай мулоҳазалар OA фазавий сирт учун ҳам ўринли. Аммо ушбу таҳлил OB фазавий сирт учун ўринли эмас. Чунки бу соҳада



15.8- расм.

қаттиқ жисм (муз) суюқлик фазасига ўтганда ҳажм ўзгариши манфий бўлади. Қлапейрон — Қлаузиус тенгламасига биноан босим ошганда ($\Delta p > 0$) температура пасайиши ($\Delta T < 0$) лозим.



15.9- расм.

Демак, босим ошганда сувнинг музлаш температураси пасаяди (температура минус қиймати бўйича ошади). Сувнинг учлик нуқтасини акс эттирувчи фазавий диаграмма, Қлапейрон — Қлаузиус тенгламаси фазавий ўтишлар ҳодисасини тўғри акс эттиришини тўлиқ исботлайди.

Бир фазани бошқа фазадан ажратувчи бўлиниш сиртида фазаларнинг хоссалари одатда сакраш билан ўзгаради. Масалан, сув буғининг зичлиги сув зичлигидан анча кичик. Ёки муз кристалл тузилишга эга бўлса, суюқлик молекулалари фақат яқин масофалардагина тартибли жойлашади, буғда эса молекулаларнинг ҳаракати бутунлай тартибсиз. Аммо берк идишдаги сувнинг температурасини ошира борсак, сув билан буғнинг зичликлари бир-бирига яқинлаша бошлайди. 15.9- расмда суюқлик ва буғ фазаларининг графиклари келтирилган. Диаграммадан равшанки, ҳароратнинг маълум бир қийматида ва унга мос бўлган босимда бу икки фазанинг зичликлари тенглашади. Суюқлик ва тўйинган буғ орасидаги физик хоссаларнинг фарқи йўқоладиган температура критик температура, бу ҳолатга тегишли босим критик босим дейилади. Критик температурадан паст температураларда сув суюқлик ва тўйинган буғ фазаларида мавжуд. Критик нуқтадан юқори температурада сув (модда) фақат битта буғ (газ) фазасида бўлади. Агар бу буғ эгаллаган ҳажм кичрайтирилса, босим ортгани ҳолда буғ суюқликка айланмайди. Демак, сув буғи ҳам бошқа газлар каби ўз критик нуқтасига эга экан. Бинобарин 15.5- расмда келтирилган газларнинг изотермалари сув буғи учун ҳам ўринли. Температураси критик нуқтадан юқорида ётган тўйинган буғни бирор усул билан суюқ фазага ўтказиш мумкин эмас.

ИЛОВА

Физик катталикларнинг ўлчов бирликлари ҳақида

Физика курсининг биринчи бўлимини изоҳлаш давомида муҳтарам ўқувчиларимизнинг ўрта мактабда олган билимлари юксак савияда деб, физик катталикларнинг халқаро система (СИ) даги бирликларини атайлаб келтирганимиз йўқ. Курсимизнинг якунида ушбу бирликлар жадвалини келтирамиз. Бундан мақсад, ёддан кўтарилган бирликларни яна бир эслатишдан иборат.

Ҳар бир физик катталик маълум маънога эга бўлиб, уларнинг кўпчилиги ўз ўлчов бирлиги билан ифодаланади. Лекин бу ўлчов катталикларини ҳосил қилишда асос бўлиб хизмат қиладиган абсолют ўлчов бирликларини халқаро келишувга асосан, олдиндан танлаб олиш лозим.

Халқаро келишувга асосан узунлик ўлчови сифатида метр (м) қабул қилинган. Бир метр криптон — 86 атомининг $2p_{10}$ ва $5d_5$ ҳолатлари орасидаги ўтишдан ҳосил бўлган нурланишнинг вакуумдаги тўлқин узунлигидан 1650763,73 марта катта бўлган узунликдир.

Вақт ўлчов бирлиги сифатида секунд (с) қабул қилинган. Бир секунд цезий-133 атомининг бир-бирига жуда яқин икки уйғотилган ҳолатлари орасидаги ўтишга мос бўлган нурланишнинг яшаш давридан 9192631770 марта катта бўлган вақтдир.

Масса ўлчов бирлиги сифатида килограмм (кг) олинган. Маълум геометрик шаклга эга бўлган ва 0°С температурада сақланувчи платина-иридий қотишмасидан тайёрланган халқаро прототипнинг массаси 1 кг деб қабул қилинган.

Температура ўлчови кельвин (K). Абсолют нолдан сувнинг учланма нуқтаси, яъни буғ, суюқ ва каттиқ фазаларининг мувозанатли ҳолатидаги температурагача бўлган температура интервалининг 1/273,16 улуши 1 кельвин деб олинган.

Модда миқдорининг ўлчови моль бўлиб, ундаги молекулалар сони углерод-12 нинг 0,012 кг миқдоридаги атомлар сонига тенг бўлади. Молекулалар сони ҳар қандай модданинг 1 моли учун $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ га тенг.

Механика ва молекуляр физикада келтирилган ҳамма физик катталикларнинг халқаро бирликлар системасидаги ўлчовлари заминида юқорида келтирилган абсолют ўлчов бирликлари ётади. Шуни алоҳида қайд этиш керакки, халқаро системадаги бирликларнинг аксарияти физика фанини ривожлантиришда улкан ҳисса қўшган олимлар номи билан аталган. Бу номларнинг бош ҳарфи эса бирликларнинг белгиси сифатида қабул қилинган. Шунинг учун улар доимо катта ҳарф билан ёзилиши шарт. Масалан, кучнинг халқаро системасидаги ўлчов бирлиги Ньютон. Унинг белгиси Н ҳарфи билан кўрсатилса, энергия бирлиги Жоуль Ж ҳарфи билан белгиланади ва ҳоказо.

Халқаро системада узунликни L, массани M, вақтини T билан белгилаш қабул қилинган. Улар биргаликда LMT системани ҳосил қилади. Бинобарин, ҳар бир физик катталик бирлигини халқаро ўлчов бирликлари м, кг ва с ёки уларнинг белгилари LMT орқали кўрсатиш мумкин. Масалан, қуйидаги жадвалнинг учинчи устунида физик катталикларнинг LMT системадаги ўлчамлари кичик қавс ичига олинган. Агар ўлчов бирлигида температура бирлиги К иштирок этган бўлса, LMT системага бу бирликнинг белгиси θ киритилади ва ўлчам $LMT\theta$ шаклида ёзилади. Ўлчов бирлигида моль қатнашган бўлса, унинг белгиси N ва LMT система $LMTN$ шаклида ёзилади.

Механикага ва термодинамикага оид физик катталикларнинг Халқаро система (СИ) даги бирликлари

Физик катталиклар ва уларнинг белгилари	Ўлчов бирлигига асос бўлган ифода	Физик катталикнинг бирлиги ва ўлчамлиги	Бирликнинг физик маъноси
1	2	3	4
Узунлик [L]		1 м (L)	Изоҳи жадвалга берилган текстда келтирилган.
Юз [S]	$S = L^2$	1 м² (L^2)	Томонлари $L = 1$ метрдан бўлган квадратнинг юзи.
Ҳажм [V]	$V = L^3$	1 м³ (L^3)	Томонлари $L = 1$ метрдан бўлган кубнинг ҳажми.
Масса [M]		1 кг (M)	Изоҳи жадвалга берилган текстда келтирилган.
Зичлик [ρ]	$\rho = \frac{M}{V}$	1 кг/м³ ($\mathrm{ML^{-3}}$)	Томонлари $L = 1$ метрдан бўлган кубда бир текисда тақсимланган 1 кг массанинг зичлиги.
Тезлик [v]	$v = \frac{s}{t}$	1 м/с ($\mathrm{LT^{-1}}$)	Бир секундда 1 метр узунлик ўтилади.
Тезланиш [a]	$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$	1 м/с² ($\mathrm{LT^{-2}}$)	Бир секундда тезлик 1 м/с га ўзгаради.
Куч [F]	$F = ma$	1 Н = 1 кг·м/с² $\mathrm{LMT^{-2}}$	1 Ньютон куч таъсирида массаси 1 кг бўлган жисм 1 м/с² тезланиш олади.
Босим [p]	$p = \frac{F}{S}$	1 Па = 1 $\frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$ ($\mathrm{L^{-1}MT^{-2}}$)	1 м² юзга нормал йўналган 1 Н кучдан ҳосил бўлган босим 1 паскаль деб олинган.
Иш [A]	$A = F \cdot s$	1 Ж = 1 Н·м ($\mathrm{L^2MT^{-2}}$)	1 Н кучнинг 1 м масофада бажарган иши ҳисобига жисмнинг энергияси 1 Ж га ўзгаради.
Энергия [E]	$\Delta E = A$	1 Ж ($\mathrm{L^2MT^{-2}}$)	1 Ж энергия ўзгариши ҳисобига 1 Ж иш бажарилади.
Импульс [P]	$P = mv$	1 кг·м/с ($\mathrm{LMT^{-1}}$)	1 м/с тезлик билан ҳаракатланаётган 1 кг массанинг таъсирчанлиги.
Куч моменти [M]	$M = F \cdot l$	1 Н·м ($\mathrm{L^2MT^{-2}}$)	Елкаси 1 м бўлган 1 Н кучнинг таъсири.

Физик катталиклар ва уларнинг белгилари	Ўлчов бирлигига асос бўлган ифода	Физик катталикнинг бирлиги ва ўлчамлиги	Бирликнинг физик маъноси
1	2	3	4
Инерция моменти $[I]$	$I = mr^2$	1 кг·м² (L^2M)	Радиуси 1 м бўлган айлана бўйлаб ҳаракатланаётган 1 кг жисмнинг инерцияси.
Импульс моменти $[L]$	$L = mvr$	$1 \text{ кг}\cdot\frac{\text{м}}{\text{с}}\cdot\text{м}$ (L^2MT^{-1})	Радиуси 1 м бўлган айлана бўйлаб 1 м/с чизиқли тезлик билан ҳаракатланаётган 1 кг массали жисмнинг таъсирчанлиги
Бурчак тезлик $[\omega]$	$\omega = \frac{2\pi}{T}$	1 рад/с (T^{-1})	Моддий нуқта 1 секундда бир радиан бурчакка бурилади
Бурчак тезланиш $[\beta]$	$\beta = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$	1 рад/с² (T^{-2})	1 секундда бурчак тезлик бир рад/с га ўзгаради.
Ички ишқаланиш коэффициенти $[\eta]$	$\eta = \frac{f}{S\cdot\frac{dv}{dx}}$	$1\ \frac{\text{Н}\cdot\text{с}}{\text{м}^2} = 1$ Па·с $(L^{-1}MT^{-1})$	Тезлик градиенти $\frac{dv}{dx} = 1\ \text{с}^{-1}$ га ўзгарганда бир-бирига тегиб турган икки қатламнинг $S = 1$ м² сиртида 1 Н ички ишқаланиш кучи пайдо бўлишини кўрсатади.
Диффузия коэффициенти $[D]$	$D = \frac{M}{\frac{d\rho}{dx}\cdot S\cdot t}$	1 м²/с (L^2T^{-1})	Зичлик градиенти $\frac{d\rho}{dx} = 1\ \frac{\text{кг}\cdot\text{м}^{-3}}{\text{м}}$ бир метр масофада 1 кг/м³ ўзгарганда $S = 1$ м² юздан 1 с вақт ичида олиб ўтилган масса миқдори билан ўлчанадиган катталик.
Иссиқлик ўтказувчанлик коэффициенти $[x]$	$æ = \frac{Q}{\frac{dT}{dx}\cdot t}$	1 Вт/м·К $(LMT^{-3}\theta)$	Температура градиенти $\frac{dT}{dx} = 1\ \frac{\text{К}}{\text{м}}$ бир метр масофада бир К ўзгарганда $S = 1$ м² юздан 1 с вақт ичида олиб ўтилган иссиқлик миқдори билан ўлчанадиган катталик.
Иссиқлик миқдори $[Q]$	$Q = \Delta U$	1 Ж (L^2MT^{-2})	1 Ж иссиқлик миқдори ҳисобига ички энергия 1 Ж га ўзгаради.

Физик катталиклар ва уларнинг белгилари	Ўлчов бирлигига бўлган ифода	Физик катталикнинг бирлиги ва ўлчамлиги	Бирликнинг физик маъноси
1	2	3	4
Иссиқлик сиғими $[C]$	$C = \frac{dQ}{dT}$	1 Ж/К ($L^2MT^{-2}\theta^{-1}$)	m кг массали жисмнинг температурасини 1 К га ошириш учун зарур бўлган иссиқлик миқдорини кўрсатади.
Моляр иссиқлик сиғими $[C]$	$C = \frac{dQ}{Td}$	1 Ж/К·моль ($L^2MT^{-2}\theta^{-1}N^{-1}$)	Бир моль газ массасининг температурасини 1 К га ошириш учун зарур бўлган иссиқлик миқдори.
Солиштирма иссиқлик сиғими $[c]$	$c = \frac{C}{m}$	1 Ж/кг·К ($L^2T^{-2}\theta^{-1}$)	1 кг массали модданинг температурасини 1 К га ошириш учун зарур бўлган иссиқлик миқдори

МУНДАРИЖА

На узбекском языке

Ўткур Кучкарович Назаров,
Ҳабиба Зуфаровна Икрамова,
Камилжан Ахмедович Турсунметов

ОБЩИЙ КУРС ФИЗИКИ

МЕХАНИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

Учебное пособие для вечерних и заочных отделений ВТУЗов

Издательство «Ўзбекистон» 1992 — 700129, Ташкент, ул. Навои 30.

Муҳаррир *М. Пўлатов*
Расмлар муҳаррири *Н. Сучкова*
Тех. муҳаррир *Г. Грешникова, А. Бахтияров*
Мусаҳҳиҳ *М. Мажитхўжаева*

Теришга берилди 28.01.92. Босишга рухсат этилди 8.06.92. Формати 60X90[1]/[16]. №2 босма қоғозга «Литературная» гарнитурада юқори босма усулида босилди. Шартли бос. л. 14,49. Шартли кр. отт. 14,70. Нашр л. 14,23. Тиражи 3000. Буюртма № 389.

«Ўзбекистон» нашриёти, 700129, Тошкент, Навоий кўчаси, 30. Нашр № 8—92.

Ўзбекистон Республикаси Матбуот давлат комитети Тошкент Матбаа комбинатининг ижарадаги корхонасида босилди. 700129. Тошкент, Навоий кўчаси, 30.