

И.М. Тепляков

ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ

СБОРНИК ЗАДАЧ

Учебное пособие

*Рекомендовано УМО по образованию
в области телекоммуникаций в качестве учебного пособия
для студентов высших учебных заведений, обучающихся
по направлению подготовки дипломированных специалистов
«210400 — Телекоммуникации».*

ИЗДАТЕЛЬСКОЕ
ПРЕДПРИЯТИЕ
РадиоСофт

МОСКВА

2011

УДК 681.326(075)
ББК 32.973
Т34

Тепляков И.М.
Т34 **Телекоммуникационные системы: Сборник задач: Учебное пособие.**— М.: ИП «РадиоСофт», 2011.— 240 с.: ил.

ISBN 978-5-93037-180-2

Сборник задач с ответами и решениями предназначенся студентам для самостоятельных занятий и закрепления знаний по курсам лекций «Основы построения телекоммуникационных систем и сетей», «Радиорелейные и спутниковые системы связи», «Проектирование телекоммуникационных систем», магистерского курса «Теоретические основы телекоммуникационных систем» и др. по специальности «Телекоммуникационные системы».

Сборник задач может быть использован студентами при подготовке к сдаче государственного экзамена по специальности и будет полезен преподавателям при чтении курсов лекций по телекоммуникационным дисциплинам.

УДК 681.326(075)
ББК 32.973

ISBN 978-5-93037-180-2

© И. М. Тепляков, 2011
© Оформление ИП «РадиоСофт», 2011

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	6
Введение	7
Глава 1. Векторные и спектральные представления сигналов и шумов	9
1.1. Векторное представление сигналов	9
1.2. Спектры сигналов	11
1.3. Спектральное представление шумов	15
Глава 2. Скорость передачи информации в одноканальных и многоканальных телекоммуникационных системах	18
2.1. Скорость передачи информации в канале связи	18
2.2. Скорость передачи информации, необходимая для передачи аналоговых сообщений	19
2.3. Уплотнение и разделение каналов в многоканальных системах связи	25
Глава 3. Качественные характеристики телекоммуникационных каналов и систем	32
3.1. Требования к качественным характеристикам телекоммуникационных каналов	32
3.2. Надежность канала связи	35
3.3. Телекоммуникационный трафик	37
3.4. Электромагнитная совместимость спутниковых телекоммуникационных систем	40
Глава 4. Радиотехнические характеристики телекоммуникационных радиоканалов	44
4.1. Частота и длина волны электромагнитного колебания	44
4.2. Доплеровское смещение частоты радиосигналов	44
4.3. Нестабильность частоты генераторов	45
4.4. Децибелы	48
Глава 5. Помехоустойчивость радиоканалов связи с гауссовскими шумами и многолучевым распространением сигналов	50
5.1. Помехоустойчивость передачи двоичных сигналов по каналу с гауссовским шумом	50
5.2. Надежность связи при замираниях сигнала	53
5.3. Многолучевые каналы связи и характеристики замираний сигнала	55

5.4. Межсимвольные помехи в радиоканале связи с многолучевым распространением радиосигналов	60
5.5. Влияние эффекта Доплера на помехоустойчивость приема сигналов с ортогональным разделением каналов (ОЧРК)	62
Глава 6. Синхронизация сигналов в радиолиниях	69
6.1. Синхронизация по несущей частоте принимаемого сигнала	70
6.2. Система тактовой синхронизации	81
6.3. Прием стартового слова	83
Глава 7. Кодирование источников сообщений	87
7.1. Кодеры стационарных цифровых источников информации	88
7.2. Кодирование аналоговых источников сообщений	91
7.3. Сжатие аналоговых сигналов с помощью предсказателей	93
7.4. Сжатие нестационарных случайных процессов	98
Глава 8. Помехоустойчивое кодирование сообщений в каналах связи	101
8.1. Геометрические представления оптимальных кодов и энергетический выигрыш помехоустойчивого кода	103
8.2. Стоимостной критерий оптимальности кода	112
Глава 9. Энергетические потенциалы радиолиний	116
9.1. Основные параметры радиолиний, определяющие энергетические потенциалы	116
9.2. Учет особенностей распространения радиоволн при расчетах энергетических потенциалов радиолиний	123
Глава 10. Защита информации и каналов связи при передаче сообщений в условиях радиоэлектронной борьбы (РЭБ)	131
10.1. Конфиденциальность (криптозащита) передаваемых сообщений	132
10.2. Имитозащита передаваемых сообщений	134
10.3. Помехозащита радиолиний	134
10.4. Отбор мощности спутникового ретранслятора помехой	140
10.5. Скрытность работы радиолиний. Стего-системы	141

Ответы и решения задач	155
Глава 1	155
Глава 2	179
Глава 3	184
Глава 4	192
Глава 5	197
Глава 6	210
Глава 7	219
Глава 8	221
Глава 9	227
Глава 10	233

ПРЕДИСЛОВИЕ

Сборник задач с ответами и решениями по телекоммуникационным системам предназначен для закрепления знаний по базовым принципам и методам построения телекоммуникационных систем, излагаемых в курсах лекций «Основы построения телекоммуникационных систем и сетей», «Радиорелейные и спутниковые системы связи», «Проектирование телекоммуникационных систем», «Теоретические основы телекоммуникационных систем» (магистерский курс) и др.

Тематика задачника и сами задачи могут быть положены в основу государственного экзамена по совокупности телекоммуникационных дисциплин.

Способность решать предложенные задачи является прямым показателем понимания и усвоения студентом основополагающих принципов построения телекоммуникационных систем и его готовности к написанию дипломной работы или магистерской диссертации.

Сборник задач охватывает не весь спектр проблематики телекоммуникационных систем, который бесконечно широк, а только основной перечень фундаментальных проблем телекоммуникаций, которые должны быть успешно освоены студентом для подтверждения его высокой квалификации как современного специалиста.

Каждую тему предваряет краткое теоретическое введение, достаточное для решения предложенных задач, с тем, чтобы не обращаться к многочисленным литературным источникам, необходимы только калькулятор и «Справочник по математике для инженеров и студентов вузов» И.Н. Бронштейна и К.А. Семендяева («Физматгиз», любого года издания).

Необходимость издания такого сборника задач была инициирована заведующим кафедрой «Телекоммуникационные системы» МИЭТ профессором В.В. Бариновым, которому автор выражает глубокую признательность за помощь в работе. Также написание сборника задач автор был вдохновлен своим успешным опытом использования материалов задачника при проведении семинарских занятий по читаемому им магистерскому курсу «Теоретические основы телекоммуникационных систем».

*Профессор кафедры «Телекоммуникационные системы» МИЭТ,
докт. техн. наук И.М. ТЕПЛЯКОВ.
Москва, 2008*

ВВЕДЕНИЕ

Объединение компьютерных технологий и средств связи привело к созданию современных инфокоммуникационных систем. Инфокоммуникационную систему удобно разделить на две большие части: на так называемую первичную, или транспортную, сеть связи, назначение которой состоит в передаче и маршрутизации потоков информации, и на вторичную сеть — сеть информационных или телекоммуникационных услуг, в которой создаются многочисленные услуги такие, как услуги электронной почты, видеоконференцсвязи, доступа в Интернет и др.

Первичные или транспортные сети и системы называются телекоммуникационными сетями и системами. Создание телекоммуникационных систем требует больших материальных затрат и времени, вследствие чего они являются более консервативными по отношению к сетям информационных услуг. Основу вычислительных, или компьютерных, сетей и систем составляют различного рода протоколы: навигации в сети связи, поиска данных, доступа к базам данных, протоколы обеспечения безопасности сети и данных и др., что следует отнести к области информационных услуг.

В данном учебном пособии рассматриваются только телекоммуникационные системы. Вся история развития телекоммуникационных систем, в первую очередь радиотехнических — это история борьбы с помехами: шумами, помехами от других радиосредств, искажениями сигналов в каналах передачи информации и др. Фундаментальную роль в создании высокоэффективных телекоммуникационных систем играют теория потенциальной помехоустойчивости В.А. Котельникова и теория информации К. Шэннона, а в более широком смысле — статистическая теория связи.

В сборник задач по телекоммуникационным системам включены все основные темы, составляющие фундамент проектирования телекоммуникационных систем:

спектры сигналов и шумов, критерии качества телекоммуникационных каналов и передаваемой информации, помехоустойчивость телекоммуникационных систем, оценка характеристик радиосигналов при их распространении, методы сжатия сообщений от источников информации, помехоустойчивое кодирование сообщений в каналах связи, методы синхронизации сигналов в радиолиниях, проблемы электромагнитной совместимости радиосистем, методы защиты информации и телекоммуникационных радиоканалов от организованных помех.

Решение задач сборника предполагает хорошую подготовку по всем дисциплинам телекоммуникационного профиля. Можно считать, что если студент решил все задачи сборника, то его уровень подготовки соответствует уровню магистра, если студент решил 100 задач, то он — бакалавр.

Сборник задач по совокупности телекоммуникационных дисциплин, по-видимому, является первым такого рода у нас в стране, поэтому автор с благодарностью ожидает предложения и критику от своих коллег-преподавателей по содержанию сборника.

ГЛАВА 1

ВЕКТОРНЫЕ И СПЕКТРАЛЬНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ СИГНАЛОВ И ШУМОВ

1.1. Векторное представление сигналов

Гармоническое колебание $U_c \sin(\omega_c t + \varphi)$ отображается на плоскости в виде вектора длиной, равной значению огибающей U_c , вращающегося на плоскости против часовой стрелки с угловой скоростью ω_c . Мгновенный угол вектора сигнала есть $\omega_c t + \varphi$, где при $t = 0$ φ есть угол между направлением вектора сигнала и осью абсцисс.

Колебание, равное сумме сигнала и помехи $u(t) = U_c \sin(\omega_c t + \varphi_c) + U_n \sin(\omega_n t + \varphi_n)$ при $U_n > U_c$ можно записать как

$$u(t) = U_n \sin(\omega_n t + \varphi_n) + U_c \sin\left\{\left[\omega_n - (\omega_n - \omega_c)\right]t + \varphi_c\right\}$$

и представить на плоскости в виде вектора помехи длиной U_n , условно неподвижного на плоскости, и вектора сигнала длиной U_c , вращающегося относительно конца вектора помехи со скоростью $\Delta\omega t = (\omega_n - \omega_c)t$ против часовой стрелки, если $\omega_c > \omega_n$ и по часовой стрелке, если $\omega_n > \omega_c$.

Задача 1. Для колебания, состоящего из суммы гармонических колебаний сигнала и помехи $u(t) = U_c \sin \omega_c t + U_n \sin \omega_n t$, показать на векторной диаграмме мгновенное значение огибающей $u(t)$ и фазы вектора $u(t)$ при $U_n > U_c$.

Изобразить вид огибающей $u(t)$ (кривую биений сигнала плюс помеха) как функцию времени, используя векторную диаграмму сигнала и помехи, для случаев: 1) $U_n \gg U_c$; 2) $U_n = U_c$.

Задача 2. Для суммы гармонической помехи $U_n \sin \omega_n t$ и отрезка гармонического сигнала $U_c \sin \omega_c t$ длительностью τ (τ — длительность радиоимпульса сигнала) для случая $U_n > U_c$ и $\tau \gg \frac{1}{2\pi(\omega_n - \omega_c)}$ изобразить вид огибающей помехи и огибающей колебания сигнала плюс помеха на некотором отрезке времени $T > \tau$.

Задача 3. Заданы: гармоническая помеха $U_n \sin \omega_n t$ и фазоманипулированный на 180° сигнал $U_c \sin[\omega_c t + \varphi(t)]$, где $\varphi(t)$ поочередно имеет значения $\varphi(t) = 0$ и $\varphi(t) = \pi$, так что полезный сигнал проманипулирован по фазе на π меандровым сигналом с длительностью символа τ .

Требуется:

- изобразить векторную диаграмму фазоманипулированного сигнала $U_c \sin[\omega_c t + \varphi(t)]$;
- изобразить векторную диаграмму суммы колебания помехи и фазоманипулированного сигнала при $U_n > U_c$;
- изобразить огибающую гармонической помехи и фазоманипулированного сигнала как функцию времени при $U_n > U_c$ и $2\pi(\omega_n - \omega_c) \gg 1/\tau$;
- полагая, что сумма гармонической помехи и фазоманипулированного сигнала поступают на вход радиоприемника и в тракте приемника или усилителя мощности ретранслятора происходит ограничение суммарного колебания сигнала плюс помеха, указать на входной огибающей суммы гармонической помехи и фазоманипулированного сигнала моменты времени, когда полезный сигнал будет подавлен помехой и пояснить почему. Принять $U_n > U_c$.

Задача 4. Задана радиолиния, работающая на длине волны $\lambda = 50$ см, со следующими параметрами:

- расстояние между неподвижным передатчиком и приемником $r = 10$ км;

- высоты поднятия передающей и приемной антенн радиолинии одинаковы и равны $h = 10$ м;
- на вход приемной антенны поступает сигнал прямого луча и сигнал, отраженный от поверхности Земли. Фаза сигнала при отражении от Земли меняется на 180° . Коэффициент отражения сигнала от поверхности Земли равен 0,96.

Полагая поверхность Земли плоской в пределах действия радиолинии, определить:

- амплитуду суммарного прямого и отраженного сигналов на выходе приемной антенны (используя векторное представление сигналов и запаздывание по фазе отраженного сигнала);
- потери в энергетике радиолинии в дБ за счет вредного действия отраженного луча.

1.2. Спектры сигналов

Периодическая последовательность сигналов от $t = -\infty$ до $t = +\infty$ может быть представлена в виде суммы гармонических сигналов с частотами k/T_{Π} (ряд Фурье), где $k = 0, 1, 2, \dots$, T_{Π} — период повторения сигналов. Амплитуды этих гармонических сигналов, отложенные по оси ординат как функция частоты, откладываемой по оси абсцисс, называются спектром периодического сигнала.

Аналогично, непериодический сигнал может быть представлен суммой (интегралом) бесконечно близких частот, огибающая амплитуд которых является спектром (спектральной плотностью) непериодического сигнала. Если действительный (не комплексный) спектр сигнала есть $U(F)$, то спектральная составляющая на частоте F может быть записана как $dFU(F)\cos(2\pi Ft + \varphi)$. Сумма (интеграл) таких составляющих описывают непериодический сигнал во времени.

Аналитически непериодический сигнал $U(t)$ представим в форме обратного преобразования Фурье

$U(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} U(\Omega) e^{i\Omega t} d\Omega$, где спектр сигнала $U(\Omega)$ определяется как прямое преобразование Фурье сигнала $U(t)$.

$$U(\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} U(t) e^{-i\Omega t} dt,$$

где $\Omega = 2\pi F$ — круговая частота, F — частота в Герцах.

Амплитудный спектр $U(\Omega)$ или $U(F)$ содержит как положительные, так и отрицательные частоты, которые появляются при представлении гармонических сигналов на комплексной плоскости.

Из тождеств Эйлера

$$e^{j\Omega t} = \cos \Omega t + j \sin \Omega t; \quad e^{-j\Omega t} = \cos \Omega t - j \sin \Omega t,$$

где $e^{-j\Omega t} = e^{j(-\Omega)t}$ отображает колебание отрицательной частоты, следует $2\cos \Omega t = e^{j\Omega t} + e^{-j\Omega t}$.

Поскольку отрицательных частот в природе не существует, то для получения реального спектра амплитуд берут действительную часть комплексного спектра (положительные частоты) и умножают его на два. Таким образом, выражение для реального спектра амплитуд записывается как $2U(\Omega)$ для положительных частот. Колебание на частоте Ω равно $2U(\Omega)\cos \Omega t$.

Так как мощность гармонического колебания $U\cos \Omega t$ есть $U^2/2$, то спектр мощности реального сигнала для положительных частот есть $S(\Omega) = 2U^2(\Omega)$ или $S(F) = 2U^2(F)$.

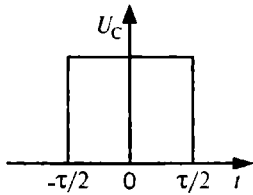


Рис. 1. Прямоугольный импульс сигнала

Задача 5. Вычислить спектр (интеграл Фурье) одиночного прямоугольного импульса $U_c(t)$, изображенного на рис. 1.

Найти спектр радиоимпульса $U_c(t)\sin 2\pi f_0 t$ с прямоугольной огибающей, показанной на рис. 1.

Задача 6. Ширина спектра импульсного сигнала определяется как ширина ΔF прямоугольника, равного площади нормированного спектра $S(F)$, как это показано на рис. 2.

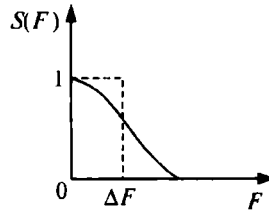


Рис. 2. Ширина спектра импульсного сигнала

Определить ширину спектра прямоугольного импульса сигнала с параметрами, показанными на рис. 1.

Определить произведение длительности импульса сигнала на ширину его спектра $\tau \cdot \Delta F$ (соотношение неопределенности). Найти соотношение неопределенности для радиоимпульса $U_c(t) \sin 2\pi f_0 t$ с прямоугольной огибающей и длительностью радиоимпульса τ .

Полагая, что амплитудно-частотная характеристика приемного устройства повторяет спектр радиоимпульса (линейная часть приемника представляет собой согласованный фильтр) определить требуемую ширину полосы пропускания приемного устройства.

Задача 7. Зная спектр одиночного прямоугольного импульса длительностью τ (рис. 1), изобразить спектр бесконечной периодической последовательности прямоугольных импульсов длительностью τ с периодом повторения T_n :

- $T_n = 8\tau$;
- $T_n = 16\tau$.

Задача 8. Для одиночного импульса вида

$$U_c \left[\sin \left(\frac{\pi}{\tau} t \right) / \frac{\pi}{\tau} t \right],$$

показанного на рис. 3, найти его спектр.

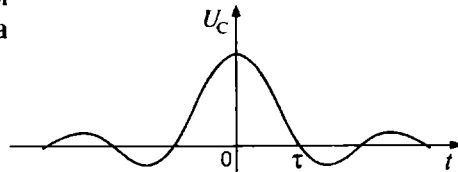


Рис. 3. Импульс сигнала

Задача 9. Для гармонической несущей частоты f_0 , манипулированной по фазе на 180° меандровым сигналом с длительностью импульсов τ , изобразить ее спектр.

Задача 10. Для передачи речевого сигнала по каналу связи используется полосный вокодер.

Вокодер на передаче состоит из 10 параллельных фильтров с полосой каждого фильтра 300 Гц, которые перекрывают всю полосу частот речевого сигнала от 300 Гц до 3300 Гц. На выходе каждого фильтра стоит амплитудный детектор и фильтр нижних частот с полосой порядка 30 Гц (время интегрирования фильтра нижних частот порядка 30 мс равно длительности слога речевого сигнала).

Таким образом, на передающем конце канала связи каждые 30 мс формируются коэффициенты Фурье амплитудного спектра речевого сигнала (фазы спектральных составляющих спектра речи не измеряются, поскольку фазовые искажения речевого сигнала не влияют на разборчивость речи).

По каналу связи вместо речевого сигнала передаются каждые 30 мс коэффициенты Фурье спектра речевого сигнала.

Требуется:

- Изобразить функциональную схему восстановления речевого сигнала на приемном конце канала связи при передаче звонких звуков, имеющих квазидискретный спектр.
- При оцифровке амплитуд на выходах фильтров нижних частот на передающем конце канала связи с помощью трехразрядного АЦП определить скорость передачи речевого сигнала по каналу связи с помощью вокодера. Определить во сколько раз скорость передачи речевого вокодерного сигнала меньше стандартной скорости передачи телефонного сигнала 64 кбит/с при ИКМ.

1.3. Спектральное представление шумов

Гауссовский шум с равномерным спектром мощности в некоторой полосе частот Δf (см. рис. 4) можно аппроксимировать суммой большого числа гармонических колебаний равной амплитуды со случайными начальными фазами поскольку известно, что сумма большого числа гармонических колебаний со случайными начальными фазами имеет гауссовское распределение плотности вероятностей.

Итак, напряжение шума можно выразить как

$$u_{\text{ш}}(t) = \sum_i U_i \sin(2\pi f_i t + \varphi_i),$$

где $U_i^2/2$ есть мощность i -й компоненты шума.

Из рис. 4 можно записать

$$N_0 \delta f = U_i^2/2,$$

где N_0 — спектральная плотность шума, δf — некоторая узкая полоса частот в окрестности частоты f_i . Удобно положить $\delta f = 1$ Гц. Тогда $U_i^2/2 = N_0$ и все U_i одинаковы в полосе частот Δf .

Для суммы полезного сигнала и шума можно записать

$$\begin{aligned} u_{\text{вх}}(t) &= u_c(t) + u_{\text{ш}}(t) = \\ &= U_c \sin(2\pi f_c t + \varphi_c) + \sum_i U_i \sin(2\pi f_i + \varphi_i). \end{aligned} \quad (1)$$

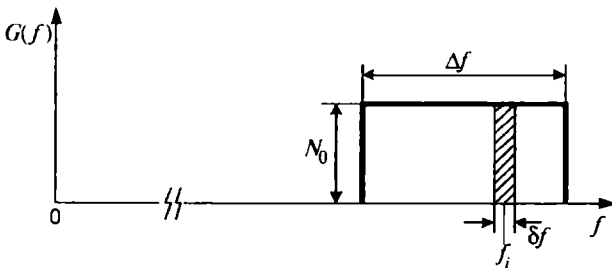


Рис. 4. Спектр мощности шума

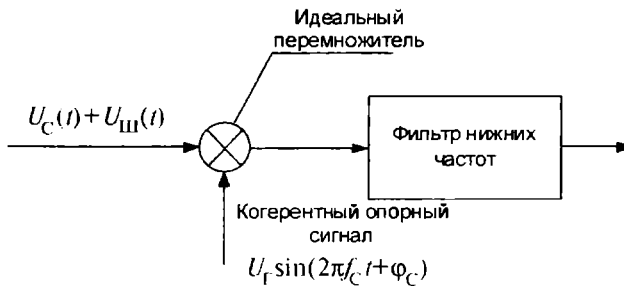


Рис. 5. Схема синхронного детектора

Задача 11. На входе синхронного детектора, показанного на рис. 5, действует сумма полезного сигнала и шума (см. выражение (1)). Спектр входного сигнала и шума показан на рис. 6. Положить амплитуду когерентного опорного сигнала $U_r/2 = 1$.

Определить и нарисовать спектр шума на выходе перемножителя схемы рис. 5

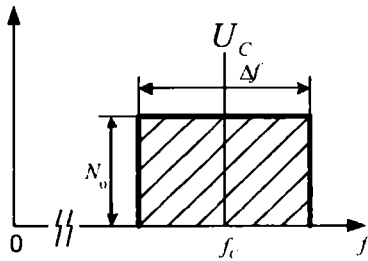


Рис. 6. Спектр шума (заштрихован) и сигнала на входе синхронного детектора

и определить отношение мощностей сигнал–шум на выходе фильтра нижних частот с прямоугольной формой амплитудно-частотной характеристики с полосой от нуля до ΔF с коэффициентом передачи 1 для всех частот внутри полосы частот $\Delta F \leq \Delta f/2$.

Задача 12. Найти спектр мощности шумов на выходе квадратичного детектора с характеристикой $u_{\text{вых}}(t) = u_{\text{вх}}^2(t)$ в области видеочастот, если на входе квадратичного детектора действует шум со спектральной плотностью N_0 в полосе частот Δf , как это изображено на рис. 4.

Задача 13. Найти и нарисовать спектр сигнала и спектр мощности шумов на выходе квадратичного детектора в области видеочастот и на удвоенной частоте когда на входе квадратичного детектора с характеристикой $u_{\text{вых}}(t) = u_{\text{вх}}^2(t)$ действует гармонический сигнал и шум со спектральной плотностью N_0 в радиополосе Δf (выражение (1)), как показано на рис. 6.

Примечание. Удвоитель частоты часто используется как схема снятия фазовой манипуляции фазы сигнала на 180° для формирования в дальнейшем опорного когерентного колебания для синхронного детектора.

ГЛАВА 2

СКОРОСТЬ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ В ОДНОКАНАЛЬНЫХ И МНОГОКАНАЛЬНЫХ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ

2.1. Скорость передачи информации в канале связи

На передающем конце канала связи скорость передачи в битах в секунду определяется выражением $R = F_{\text{СИМВ}} \log_2 M$, бит/с, где $F_{\text{СИМВ}}$ — частота следования канальных символов в Герцах, M — число возможных значений одного символа.

В одном направлении в полосе телефонного канала связи от 300 Гц до 3400 Гц на поднесущей (тональной) частоте 1800 Гц (полоса канала связи 3100 Гц) обеспечивается скорость передачи 2400 бит/с при использовании фазовой манипуляции сигнала на 180° (ФМ-2), т.е. $F_{\text{СИМВ}} = 2400$ Гц, $M = 2$. Без расширения полосы частот передаваемых символов можно использовать большее число возможных значений фаз и амплитуд передаваемых символов $M > 2$, увеличив скорость передачи по каналу связи.

Задача 14. Найти скорость передачи R бит/с в канале тональной частоты для четырехфазной ФМ (ФМ-4) и восьмифазной ФМ (ФМ-8).

Заполнить таблицу:

Вид фазовой манипуляции	ФМ-2	ФМ-4	ФМ-8
$F_{\text{СИМВ}}$, Гц	2400	2400	2400
R , бит/с	2400		

Задача 15. При квадратурной амплитудно-фазовой модуляции (КАМ) используются 4 градации фазы сигнала, так что образуются два независимых канала связи, синфазный и квадратурный, в каждом из которых используется L амплитудных значений сигнала ($L/2$ положительной полярности и $L/2$ отрицательной полярности), итого $M = L^2$. При $L = 2$ получаем известную ФМ-4.

Требуется определить скорость передачи в канале тональной частоты в соответствии с предлагаемой таблицей для модуляции сигнала методом КАМ.

Число амплитудных уровней (L) сигнала КАМ	2	4	8	16	32	64	128
$F_{\text{симв}}$, Гц	2400	2400	2400	2400	2400	2400	2400
Число бит на один символ, $\log_2 M$							
R , бит/с							

Задача 16. При наличии в канале связи белого гауссовского шума возможна ли передача цифровых сообщений без ошибок? Если да, то с какой скоростью передачи информации?

2.2. Скорость передачи информации, необходимая для передачи аналоговых сообщений

При передаче аналогового сообщения (телефонный сигнал, изображение, телеметрический сигнал и др.) по цифровому каналу связи при малой вероятности ошибки на бит ($\sim 10^{-6}$) цифровой канал связи практически не вносит искажений в передаваемое аналоговое сообщение. Искажения аналогового сообщения возникают при преобразовании аналогового сообщения в цифровое при дискретизации аналогового сообщения во времени

(формировании выборок аналогового сообщения) и квантовании (оцифровке) выборок по амплитуде. Эти отклонения переданного по каналу связи сигнала от исходного неискаженного аналогового сигнала вследствие случайного (стохастического) характера передаваемых аналоговых сообщений являются случайным процессом и в телеметрии, например, характеризуются среднеквадратической ошибкой дискретизации $\epsilon_{\text{д}}$ сообщения по времени и среднеквадратической ошибкой квантования $\epsilon_{\text{кв}}$ выборок по амплитуде. Величины $\epsilon_{\text{д}}$ и $\epsilon_{\text{кв}}$ являются независимыми и результирующая среднеквадратическая величина искажения аналогового сообщения при преобразовании его в цифровое сообщение равна $\epsilon = \sqrt{\epsilon_{\text{д}}^2 + \epsilon_{\text{кв}}^2}$. Среднеквадратические ошибки $\epsilon_{\text{кв}}$, $\epsilon_{\text{д}}$, ϵ вычисляются относительно максимального значения аналогового сигнала.

Аналоговый сигнал с максимальной амплитудой $\pm U_c$ делится на $L \gg 1$ амплитудных уровней с шагом квантования Δ , который примем одинаковым для всех амплитудных уровней сигнала, так что при $L \gg 1$ $U_c = L\Delta/2$. Максимальная ошибка квантования не превышает величины $\Delta/2$, а среднеквадратическое значение шумов квантования равно $\sigma_{\text{кв}} = \Delta/2\sqrt{3}$. Отсюда, если все уровни квантования равновероятны,

$$\epsilon_{\text{кв}} = \frac{\sigma_{\text{кв}}}{U_c} = \frac{\Delta/2\sqrt{3}}{L\Delta/2} = \frac{1}{\sqrt{3}L}.$$

Число уровней квантования L выбирается таким образом, чтобы оно было представимо двоичным кодом с числом информационных разрядов (бит) k , так, что $L = 2^k$. Оцифровка выборок осуществляется в АЦП.

Задача 17. Полагая, что шумы квантования описываются равновероятной плотностью распределения вероятностей внутри интервала квантования $\pm \Delta/2$, определить дисперсию шумов квантования $\sigma_{\text{кв}}^2$.

Задача 18. Отношение амплитуды сигнала к среднеквадратической ошибке квантования (отношение сигнал-шум квантования по амплитуде) есть

$$\frac{U_c}{\sigma_{кв}} = \frac{1}{\varepsilon_{кв}} = \sqrt{3}L = \sqrt{3} \cdot 2^k.$$

На сколько дБ увеличится отношение сигнал-шум квантования при увеличении величины k на: а) один разряд; б) на два разряда?

Задача 19. При передаче телеметрических сообщений требуется обеспечить погрешность измерений не хуже 1%. Полагая, что ошибка квантования $\varepsilon_{кв} \leq 0,5\%$, определить необходимое число разрядов АЦП при оцифровке выборок телеметрического сигнала.

Задача 20. При передаче вещательного телевизионного сигнала цифровым методом требуется обеспечить отношение сигнал-шум квантования не менее 50 дБ. Определить число разрядов АЦП, необходимых для оцифровки выборок телевизионного сигнала.

Дискретизация аналоговых сигналов по времени

Передача оцифрованных выборок аналогового сигнала по цифровой линии связи называется передачей аналогового сигнала методом кодово-импульсной модуляции (КИМ), а для телефонного сигнала по традиции — методом импульсно-кодовой модуляции (ИКМ). В приемном устройстве оцифрованные выборки с помощью ЦАП преобразуются в амплитудные выборки — в сигнал с амплитудно-импульсной модуляцией (АИМ). Далее сигнал с АИМ поступает на устройство интерполяции или экстраполяции для восстановления значений аналогового сигнала в интервалах времени между выборками. Погрешность интерполяции (экстраполяции) и есть погрешность дискретизации аналогового сообщения

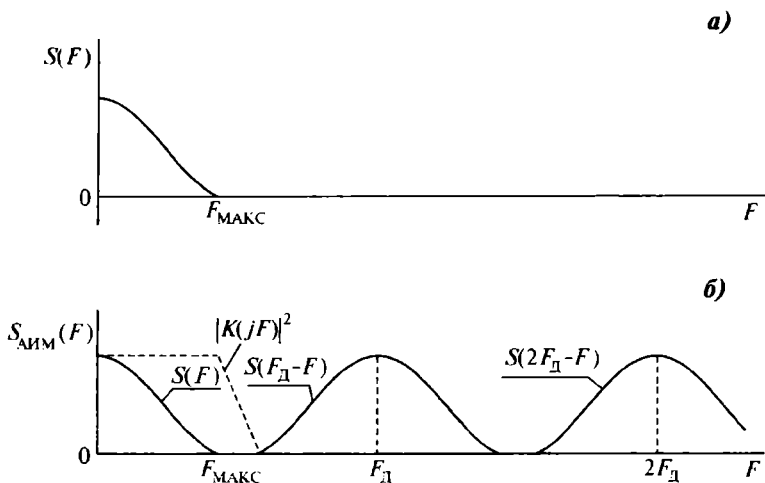


Рис. 7: *а* — спектр мощности $S(F)$ исходного аналогового сообщения; *б* — спектр мощности $S_{\text{АИМ}}(F)$ сигнала с АИМ ($F_{\text{Д}}$ — частота дискретизации аналогового сообщения по времени)

по времени. На рис. 7 показан спектр мощности сигнала с АИМ при дискретизации аналогового сигнала со спектром мощности $S(F)$, который условно ограничен некоторой максимальной частотой $F_{\text{МАКС}}$, т.е. такой максимальной частотой, выше которой мощность аналогового сообщения может считаться пренебрежимо малой.

На этом рисунке пунктиром показан квадрат амплитудно-частотной характеристики интерполирующего фильтра $|K(jF)|^2$ для выделения спектра $S(F)$ из спектра $S_{\text{АИМ}}(F)$.

Из рис. 7 следует, что должно выполняться условие $F_{\text{Д}} > 2F_{\text{МАКС}}$. Однако, из-за конечной крутизны спада частотной характеристики фильтра в полосу фильтра $|K(jF)|^2$ попадают компоненты спектральной полосы $S(F_{\text{Д}} - F)$, создавая помеху дискретизации. Для телефонного сигнала и вещательного телевизионного сигнала

значения F_d выбираются экспериментально методами экспертной оценки качества воспроизводимого телефонного и телевизионного сигналов. Так для телефонного сигнала Международным союзом электросвязи установлена частота дискретизации $F_d = 8$ кГц, что при $F_{\text{МАКС}} = 3400$ Гц дает значение $k_d = F_d / 2F_{\text{МАКС}} \approx 1,15$. Для телевизионных сигналов с $F_{\text{МАКС}} = 6$ МГц выбирают $k_d \approx 1,15 - 1,25$, так что частота дискретизации F_d для сигнала яркости может быть взята не более 15 МГц ($F_d = 13,5$ МГц стандарта «Секам»).

Для телеметрических аналоговых сообщений частота дискретизации F_d может быть определена строго расчетным путем посредством вычисления допустимой ошибки дискретизации за счет искажения спектра $S(F)$ интерполирующим фильтром $|K(jF)|^2$ и попадания компонент спектра $S(F_d - F)$ в интерполирующий фильтр $|K(jF)|^2$. Если для интерполяции телеметрического сигнала между выборками используется ступенчатая экстраполяция или линейная интерполяция, то используется прямой метод вычисления ошибок ступенчатой экстраполяции или линейной интерполяции.

Итак, скорость передачи аналоговых сообщений по цифровому каналу связи можно определить выражением $R = F_d \log_2 L$.

Задача 21. Определить скорость передачи телефонного сигнала методом ИКМ при следующих условиях:

- $F_d = 8$ кГц;
- шум амплитудного квантования не заметен на слух при отношении средней мощности телефонного сигнала к мощности шумов квантования 23 дБ;
- пик-фактор телефонного сигнала равен 15 дБ;
- средняя мощность телефонного сигнала (динамический диапазон) имеет разброс, равный 30 дБ, определяемый разбросом громкостей разговора различных

абонентов, разбросом коэффициентов передачи микрофонов, абонентских линий и др. Для уменьшения динамического диапазона использовать компрессор, который уменьшает динамический диапазон среднего уровня телефонного сигнала с 30 до 10 дБ.

Задача 22. а) Определить требуемую скорость передачи сигнала яркости телевизионного сигнала при следующих условиях:

- $F_d = 15$ МГц;
- динамический диапазон средней яркости сцен составляет 30 дБ;
- человеческий глаз различает не более 10 градаций яркости в отдельной сцене.

б) Определить скорость передачи цветного ТВ сигнала при следующих условиях:

- $F_d = 13,5$ МГц для сигналов как яркости, так и цветности;
- динамический диапазон сигнала яркости 42 дБ;
- динамический диапазон сигналов цветности (два цветных сигнала) не более 24 дБ;
- при передаче ТВ сигнала используется сжатие сигнала с коэффициентом сжатия 50.

Задача 23. При передаче изображений земной поверхности качество изображения задается разрешающей способностью оптико-электронной системы наблюдения с параметрами:

- число пикселей (элементов разрешения) в одном кадре цифрового фотоаппарата равно 16 миллионов (разрешающая способность 16 Мегапикселей);
- число градаций яркости изображения должно быть не менее 256;
- число передаваемых кадров в секунду равно 5.

Определить требуемую пропускную способность канала передачи изображений.

Задача 24. При формировании изображения поверхности Земли на низколетящем космическом аппарате используется однострочное формирование оптического изображения с числом пикселей в строке 12 000.

Развертка кадра осуществляется за счет движения космического аппарата по направлению вектора его скорости, однострочное формирование изображения производится в направлении, перпендикулярном вектору скорости. На борту космического аппарата одновременно производится запись изображения в трех строках для трех участков спектра — в видимом диапазоне длин волн, ближнем инфракрасном и дальнем инфракрасном диапазонах длин волн.

Определить скорость создания информационного потока бит на борту космического аппарата при следующих исходных данных:

- скорость движения космического аппарата относительно поверхности Земли 8 км/с;
- требуемая разрешающая способность на поверхности Земли в продольном и поперечном направлениях равна: 1) 1 м; 2) 3 м; 3) 10 м.

Также определить для каждого значения разрешающей способности на поверхности Земли ширину полосы захвата на поверхности Земли, обеспечиваемую оптико-электронной системой космического аппарата.

2.3. Уплотнение и разделение каналов в многоканальных системах связи

Теоретически возможны три метода уплотнения и разделения каналов в многоканальной линии связи: частотное (ЧРК — частотное разделение каналов), временное (ВРК) и кодовое (КРК). В существующих и перспективных телекоммуникационных линиях связи применяется только временное уплотнение и разделение цифровых каналов связи. Многоканальная линия связи (кабельная, радиорелейная, спутниковая) является

некоторой магистральной линией связи, на вход которой подключаются n каналов связи, цифровых или аналоговых (например аналоговые телефонные абонентские линии связи). Если по каждому каналу связи сообщения поступают непрерывно, например, в случае уплотнения телефонных или телевизионных каналов, то в многоканальной линии связи формируются кадры постоянной длительности и каждому каналу связи в кадре отводится фиксированный канальный интервал времени.

Если же в каждом канале связи трафик сообщений является пульсирующим, когда в канале связи сообщения чередуются с длительными паузами, что характерно для компьютерного трафика и при передаче сообщений со сжатием информации, то используется кадр переменной длины без передачи кадрового синхросигнала. В этом случае пакет бит от каждого канала сопровождается адресом (заголовком) и пакеты от каждого канала записываются в общее буферное запоминающее устройство и передаются по очереди во времени при считывании их из буферного запоминающего устройства. В приемной части многоканальной линии связи разделение каналов производится на основе адресного признака пакетов сообщений.

В многоканальных линиях связи с кадром фиксированной длины структуры кадров стандартизированы МСЭ и ГОСТ РФ для всех скоростей цифровой иерархии многоканальных линий связи. Основу цифрового многоканального сигнала составляет первичная система передачи Е-1, называемая в России также ИКМ-30. В этой системе длительность кадра составляет 125 мкс и частота повторения кадров 8 кГц соответствует стандартной частоте дискретизации по времени телефонного сигнала. За время одного кадра передается для каждого канала одна выборка телефонного сигнала, оцифрованная с помощью 8 бит. В кадре организуется 32 временных интервала для передачи сообщений по 30 каналам. Два временных интервала используются для передачи

сигналов синхронизации кадров, управляющих сигналов и организации служебных каналов связи. За время одного кадра передается $32 \times 8 = 256$ бит, так что скорость передачи информации составляет 256×8 кбит/с = 2,048 Мбит/с, а скорость передачи информации для одного канала равна 64 кбит/с. Скорость передачи для более высокой цифровой иерархии обеспечивают передачу числа информационных каналов в 4 раза больше числа информационных каналов системы передачи предыдущей иерархии. Так вторичная система передачи обеспечивает передачу 120 информационных каналов при той же частоте повторения кадров 8 кГц.

Рассмотрим уплотнение n цифровых потоков информации, имеющих одинаковые номинальные скорости передачи информации и поступающие на устройство уплотнения линии связи по независимым каналам. Из-за неточности установки частоты опорных генераторов и независимого ухода их частоты из-за изменения температуры и других дестабилизирующих факторов частоты следования бит F_T в каналах будут немного отличаться друг от друга. При уплотнении цифровых каналов биты каждого канала записываются в свое буферное запоминающее устройство со своей тактовой частотой F_T , а считываются из запоминающего устройства с более высокой тактовой частотой $F_T + \delta F_T$, где δF_T — максимальный уход тактовой частоты из-за неточности установки номинала тактовой частоты и ее дрейфа.

За некоторое время T число бит записи в запоминающее устройство есть $F_T T$, а число бит, считываемых из запоминающего устройства, равно $(F_T + \delta F_T)T$. При некотором T буферное запоминающее устройство полностью опустошится и при очередном тактовом импульсе считывания биты информации для передачи по каналу связи будут отсутствовать. Чтобы не нарушать непрерывность потока бит по каналу связи, по нему передается специальный стаффинг-бит, который должен обнаруживаться в приемнике для его удаления. Для этой цели передача

стаффинг-бита должна сопровождаться передачей специальной стаффинг-команды по каналу управления.

Период появления T_{CT} стаффинг-бита определяется из условия $(F_T + \delta F_T)T_{CT} - F_T T_{CT} = 1$, откуда $F_T = 1/\delta F_{CT}$. Если относительная нестабильность тактовой частоты есть $\delta F_T/F_T$, то $T_{CT} = \frac{1}{F_T (\delta F_T/F_T)}$.

Задача 25. Определить период T_{CT} появления стаффинг-бита для канала связи со скоростью $R = 64$ кбит/с при относительной нестабильности частоты следования бит 10^{-4} .

Задача 26. В многоканальном сигнале Е-1 с длительностью кадра или цикла $T_{II} = 125$ мкс для организации стаффинг-команд выделяется в каждом цикле один бит на фиксированной временной позиции в канале синхронизации и управления, предназначенного для формирования сигнала синхронизации сверхцикла из N циклов и формирования стаффинг-команд для каждого из $n = 30$ каналов.

Итак, за время сверхцикла будут переданы N бит для синхронизации сверхцикла и передачи $n = 30$ стаффинг-команд. Принять, что длина синхрослова сверхцикла равна $k_{сц} = 32$ бита, а длина стаффинг-команды равна $k_{сц} = 11$ бит, так что $N = k_{сц} + nk_{CT}$.

Определить: 1) длительность сверхцикла NT_{II} ; 2) показать, что выполняется условие $NT_{II} < T_{CT}$, где T_{CT} — период появления стаффинг-бита в канале со скоростью 64 кбит/с при относительной нестабильности частоты следования бит 10^{-4} .

Задача 27. На вход мультиплексора многоканальной линии связи поступает пульсирующий трафик от $n \gg 1$ каналов. На выходе каждого канала сообщения появляются в виде пакетов, случайно появляющихся во времени. Пакеты от каждого канала записываются

в буферное запоминающее устройство с большой памятью. Из буферного запоминающего устройства пакеты считываются с фиксированной частотой F_0 . Средняя частота поступления пакетов в буферное запоминающее устройство от всех каналов есть F_T .

Если $\nu = F_T/F_0 > 1$, то буферное запоминающее устройство будет переполняться и часть пакетов будет потеряна. Если $\nu < 1$, то буферное запоминающее устройство будет опустошаться и в выходном потоке появятся пустые пакеты, которые необходимо удалять на приемном конце линии связи.

Считая, что емкость буферного запоминающего устройства очень велика:

- 1) определить при $\nu > 1$ процент потерянных пакетов в линии связи;
- 2) определить при $\nu < 1$ процент пустых пакетов в линии связи.

Многостанционный доступ в системах связи

Задача 28. В спутниковой системе связи в одном стволе ретранслятора можно организовать $n = 256$ частотных или временных каналов связи (МДЧР или МДВР). Принимаем, что помехоустойчивость приема сигналов с МДЧР и МДВР одинакова при равных средних мощностях передатчиков и одинаковых антеннах наземных станций спутниковой связи.

1. Определить во сколько раз пиковая мощность передатчика наземной станции при МДВР должна быть больше мощности передатчика при МДЧР.
2. В стволе ретранслятора организуется 16 частотных каналов и на каждой из 16 несущих организуется 16 временных каналов (метод МДВР-МДЧР) с общим числом частотно-временных каналов $n = 256$. Определить во сколько раз пиковая мощность передатчиков наземных станций при МДВР-МДЧР должна быть больше мощности передатчика при МДЧР.

Задача 29. В сотовой наземной сети мобильной связи при приеме на базовой станции радиосигналов от мобильных терминалов при МДКР принимаем, что мощности принимаемых сигналов от мобильных терминалов P_c в соте одинаковы, число одновременно работающих терминалов в соте равно $n \gg 1$. При асинхронной работе мобильных терминалов в приемнике базовой станции на входе демодулятора сигнала конкретного терминала (коррелятора) сигнал от другого работающего терминала можно заменить эквивалентной шумовой помехой в полосе Δf , занимаемой реальным радиосигналом, с равномерной спектральной плотностью шума $P_c/\Delta f$.

Энергия принятого информационного бита

$$E_6 = P_c \tau_0,$$

где τ_0 — длительность информационного бита на входе канала связи, $\tau_0 = 1/R$; R — скорость передачи информации.

Вероятность ошибки на бит определяется отношением энергии бита к спектральной плотности шума $N_0 + (n-1)P_c/\Delta f$

$$h^2 = \frac{E_6}{N_0 + (n-1)P_c/\Delta f},$$

где N_0 — спектральная плотность собственных шумов приемника.

Для телефонных каналов связи, когда половину времени абонент говорит и половину времени слушает (в это время передатчик абонента выключается) спектральная плотность взаимных помех уменьшится в два раза. Обозначив $B = \tau_0 \Delta f$ как базу широкополосного псевдошумового сигнала:

- 1) определить при условии $N_0 \ll (n-1)P_c/\Delta f$ без учета помех от терминалов в соседних сотах максимально допустимое число одновременно работающих в соте терминалов n для $h^2 = 13$ дБ (кодирование без избы-

- точности) и $h^2 = 6$ дБ (помехоустойчивое кодирование) для универсальных и телефонных каналов;
- 2) полученное число телефонных каналов связи для МДКР сравнить с максимальным числом каналов n для МДЧР в той же полосе частот Δf : $n = \tau_0 \Delta f = B$.

Задача 30. Используя расчеты для задачи 29 при $h^2 = 6$ дБ, провести сравнение наземной сотовой системы мобильной связи по числу возможных телефонных каналов при МДКР и МДЧР в направлении «Терминалы — базовая станция» при следующих исходных данных:

- число смежных сот в кластере равно 7;
- при полосе частот системы связи Δf , полоса частот, выделяемая одной соте при МДЧР, равна $\Delta f/7$, при МДКР полоса частот, выделяемая одной соте, равна Δf ;
- при МДКР мобильные станции в смежных сотах создают помеху, эквивалентную увеличению числа мобильных терминалов в рассматриваемой соте в 1,5 раза;
- при телефонной связи с МДКР мобильные терминалы в паузах речи выключают передатчик, уменьшая мощность взаимных помех на 50%.

Требуется определить допустимое число одновременно работающих мобильных терминалов в одной соте сотовой сети связи с МДКР и сравнить это число с допустимым числом мобильных терминалов в соте той же сети связи, но при МДЧР, которое принять равным $n = \tau_0 \Delta f/7 = B/7$.

ГЛАВА 3

КАЧЕСТВЕННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫХ КАНАЛОВ И СИСТЕМ

3.1. Требования к качественным характеристикам телекоммуникационных каналов

Ранее каналы связи создавались как специализированные для передачи того или иного вида информации и требования к каналу связи определялись требованиями к качеству передаваемой специфической информации. Отдельные каналы связи создавались для передачи телеграфной информации (текста), телефонного сигнала (критерий разборчивости речи), телевизионных сигналов, сигналов телеуправления, телеметрии и др. В настоящее время подавляющее большинство телекоммуникационных сетей создаются на базе универсальных интегрированных цифровых каналов связи, предназначенных для передачи любых видов информации: текста, речевых сигналов, изображений, видео и др. (мультимедийные телекоммуникационные каналы). Требования, предъявляемые к характеристикам телекоммуникационных каналов, позволяют с запасом обеспечить высококачественную передачу всех основных сообщений.

Телекоммуникационный канал характеризуется величиной максимальной скорости передачи информации, помехоустойчивостью приема сигналов (вероятностью ошибки на бит) и надежностью функционирования канала связи (готовностью канала связи).

Качественные характеристики цифровых телекоммуникационных каналов задаются следующим образом. Для волоконно-оптических каналов связи частота появления ошибок BER (Bit error rate) или вероятность ошибки на бит информации p не должна превышать

величины $p = 10^{-9}$. Для телекоммуникационных каналов фиксированной связи длиной 2500 км, таких как медных кабельных каналов, спутниковых и радиорелейных линий связи величина BER не должна превышать:

- 10^{-6} – 10^{-7} в течение не менее 80% времени любого месяца;
- 10^{-4} в течение не более 0,3% времени любого месяца;
- 10^{-3} в течение не более 0,01% времени любого года.

Состояние канала связи при вероятности ошибки $p > 10^{-3}$ называется прерыванием канала связи и относится к так называемым кратковременным прерываниям, длительность которых не превышает 10 с.

Для этих же телекоммуникационных каналов готовность канала связи должна быть не менее 0,99–0,995. Эта величина определяется процентом времени появления долговременных прерываний (более 10 с) за счет неблагоприятных условий распространения радиосигналов, отказов аппаратуры, ошибок действия персонала и др.

Аналогичные, но менее жесткие требования по помехоустойчивости и готовности каналов связи предъявляются и к сетям мобильной связи.

Для отдельных видов сообщений, таких как сигналы управления и сигнализации сети связи, передача банковских данных, передача команд боевого управления в военных телекоммуникационных сетях и др. не допускается возникновение ложных или трансформированных сообщений, которые должны обнаруживаться и стираться. Высокая надежность приема таких сообщений достигается за счет переспроса и повторной передачи сообщений (метод кодирования ARQ — Automatic Repeat Request по международной классификации).

Основным методом обеспечения высокой достоверности и надежности передачи сообщений является использование кодирования передаваемых сообщений с обнаружением ошибок информационных бит при приеме, стирание недостоверных сообщений и повторной их передачей по каналу связи. Отметим, что использова-

ние классических помехоустойчивых кодов с исправлением ошибок не решает задачу стирания недостоверных сообщений и не гарантирует предотвращения появления ложных и трансформированных сообщений.

Принимаем, что ошибки при приеме информационных бит являются независимыми, так что вероятность появления ровно i ошибочных бит в слове из n бит определяется выражением

$$P(n, i) = C_n^i p^i (1 - p)^{n-i},$$

где p есть вероятность ошибки на бит в канале связи.

Код с обнаружением ошибок с минимальным хэмминговым расстоянием d_x обнаруживает все ошибки с кратностью $t = d_x/2$ и менее (d_x — четное число)

Задача 31. Нарисовать функциональные схемы кодера и декодера, обнаруживающего ошибки, для циклического систематического $(n; k)$ кода. —

Задача 32. Определить вероятность того, что в слове из n бит будут искажены не менее чем i бит $P_{\text{ош}}(t \geq i)$, где t — число обнаруживаемых ошибочных бит. Ошибки независимы. Вероятность ошибки на бит $p \ll 1$.

Задача 33. Для волоконно-оптического канала связи с вероятностью ошибки на бит $p = 10^{-9}$ определить минимальное хэммингово расстояние $(n; k)$ кода с обнаружением ошибок, обеспечивающего вероятность необнаруженной ошибки 10^{-12} .

Задача 34. Для радиоканала с вероятностью ошибки на бит $p \leq 10^{-3}$ и длиной пакета из $n = 64$ бит определить минимальное хэммингово расстояние кода с обнаружением ошибок, обеспечивающего вероятность необнаруженной ошибки в пакете:

- 10^{-6} ;
- 10^{-9} .

Задача 35. Для радиоканала с вероятностью ошибки на бит $p \leq 10^{-4}$ и длиной пакета из $n = 64$ бит определить минимальное хэммингово расстояние кода, обнаруживающего ошибки и обеспечивающего вероятность необнаруженной ошибки в пакете, равной 10^{-12} .

Задача 36. В радиоканале при воздействии организованной шумовой помехи (или срыве синхронизации канала синхронизации слов) вероятность ошибки на бит $p = 0,5$.

Определить число избыточных бит r , которое необходимо добавить к пакету информационных бит k для обнаружения ошибок, чтобы за время передачи пакета вероятность формирования ложной команды не превышала величины $P_{\text{л}} = 10^{-9}$.

3.2. Надежность канала связи

Готовность или коэффициент готовности канала связи определяется через относительное время (или через вероятность) безотказной работы канала связи:

$$A = (T - T_{\text{п}}) / T,$$

где T — требуемое время работы канала связи, $T_{\text{п}}$ — суммарное время перерывов связи.

Зная требуемый коэффициент готовности, можно определить требования к надежности аппаратуры канала связи, которую характеризуют средним временем безотказной работы T_0 .

Для аппаратуры без ремонта (восстановления) во время выполнения задания (самолетная, ракетная, спутниковая аппаратура) надежность аппаратуры в соответствии с экспоненциальным законом надежности характеризуется вероятностью безотказной работы за время T выполнения задания $P_0(T) = e^{-T/T_0}$.

Надежность аппаратуры с возможностью ее восстановления (ремонта или замены неисправного ТЭЗ-а —

типового элемента замены) характеризуется коэффициентом готовности аппаратуры

$$A_r = T_0 / (T_0 + T_B),$$

где T_0 — среднее время безотказной работы аппарата, T_B — время восстановления аппаратуры.

Задача 37. В приемную антенну стационарной станции спутниковой связи, работающей с геостационарным КА, два раза в год шумы Солнца попадают в основной лепесток диаграммы направленности на время 30 мин в день в течении 5 дней подряд в дни как весеннего так и осеннего равноденствий. При этом прием сигналов с геостационарного КА становится невозможным.

Определить готовность (относительное время работоспособности) спутниковых линий связи, ограничиваемую воздействием шумов Солнца.

Задача 38. Для самолетной аппаратуры принимаем, что за время полета самолета 5 часов вероятность безотказной работы должна быть не менее $P_0(T) = 0,999$. Определить требования, предъявляемые к надежности самолетной аппаратуры (требуемое среднее время безотказной работы).

Задача 39. Судовая станция морской спутниковой связи должна создаваться без резервирования аппаратуры. Время восстановления отказавшей аппаратуры по международным требованиям составляет не более четырех суток (время движения судна до ближайшего порта, куда могут быть доставлены ТЭЗ-ы для замены неисправных блоков). Для коэффициента готовности $A_r = 0,99$ определить требования к надежности (T_0) разрабатываемой аппаратуры станции спутниковой связи.

Задача 40. Наземная станция спутниковой связи должна иметь коэффициент готовности аппаратуры

$A_r = 0,999$. Время восстановления аппаратуры принять равным одним суткам (время доставки ТЭЗ-а самолетом).

Определить требуемое среднее время безотказной работы, предъявляемое к разрабатываемой аппаратуре станции спутниковой связи.

3.3. Телекоммуникационный трафик

Рассмотрим телекоммуникационную сеть с представлением каналов по требованию типа «звезда» с базовой станцией (или коммутатором АТС) с числом каналов n . В качестве базовой станции можно рассматривать и ретранслятор системы спутниковой связи с числом каналов n в стволе ретранслятора. Обозначим число абонентов сети через N .

Принимаем, что статистические характеристики всех источников сообщений (абонентов) одинаковы.

Обозначим через λ среднее число вызовов на связь от одного абонента в единицу времени, β — среднюю продолжительность сеанса связи одного абонента. Тогда $\lambda\beta T$ есть чистое время работы абонента за время T .

Относительное время работы одного абонента за время T , равное $\lambda\beta T/T = \lambda\beta = \alpha$, называется активностью абонента или нагрузкой на сеть от одного абонента. Величину α (безразмерную) принято измерять в Эрлантах ($0 \leq \alpha \leq 1$).

Для мобильного абонента, работающего в сотовой сети связи или спутниковой сети связи, принимают нагрузку $\alpha = 0,01$ Эрл, для стационарного телефонного абонента $\alpha = 0,1$ Эрл в час наибольшей нагрузки (ЧНН).

Нагрузка от N абонентов сети есть $N\alpha$ Эрл. При большом числе абонентов $N \gg 1$ суммарный поток вызовов от всех абонентов в теории массового обслуживания называется простейшим без последствия и описывается распределением Пуассона. Тогда вероятность того, что в системе из n каналов будут заняты k каналов дается

формулой Эрланга

$$P_k = \frac{(N\alpha)^k / k!}{\sum_{m=0}^n (N\alpha)^m / m!}.$$

Вероятность того, что все n каналов будут заняты, так что будет дан отказ в связи любым другим абонентам (система массового обслуживания без постановки вызовов в очередь), равна

$$P_{\text{отк}} = \frac{(N\alpha)^n / n!}{\sum_{m=0}^n (N\alpha)^m / m!}.$$

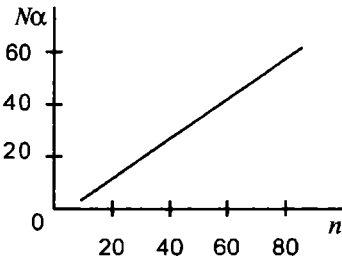


Рис. 8. Допустимая нагрузка системы из n каналов при $P_{\text{отк}} = 0,01$

В соответствии с этим выражением допустимая нагрузка $N\alpha$ системы из n каналов для $P_{\text{отк}} = 0,01$ показана на рис. 8.

Эффективность использования телекоммуникационных каналов (как бы коэффициент полезного

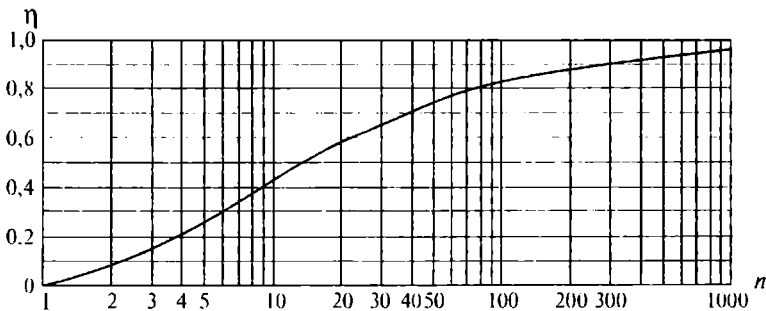


Рис. 9. Эффективность использования телекоммуникационных каналов при $P_{\text{отк}} = 0,01$

действия — КПД телекоммуникационной системы) есть

$$\eta = \frac{(1 - P_{\text{отк}}) N \alpha}{n},$$

где $(1 - P_{\text{отк}}) N \alpha$ — обслуженная нагрузка. График величины η представлен на рис. 9 для $P_{\text{отк}} = 0,01$.

Задача 41. 1. Определить эффективность (КПД) телекоммуникационной системы с закрепленными каналами ($N = n$) для мобильной связи с $\alpha = 0,01$ Эрл и фиксированной связи с $\alpha = 0,1$ Эрл.

2. При числе каналов связи базовой станции 16 определить допустимое число мобильных терминалов сотовой сети связи, которое может обслужить базовая станция при $P_{\text{отк}} = 0,01$ в системе с предоставлением каналов по требованию.

Задача 42. Оператор (владелец) космического сегмента спутниковой системы мобильной связи с предоставлением каналов связи по требованию имеет на геостационарном космическом аппарате ретранслятор емкостью 100 телефонных каналов.

Тариф за предоставление телефонного канала связи составляет 5 долларов за одну минуту. Затраты на запуск одного космического аппарата составляют 200 млн. долларов. Из каждых 5 долларов, получаемых от абонентов спутниковой системы связи, половина отчисляется оператору космического сегмента, половина операторам наземных базовых станций и владельцам наземной сети связи. Определить при $P_{\text{отк}} = 0,01$, за сколько времени доход оператора космического сегмента покроет первоначальные его затраты в сумме 200 млн. долларов.

Задача 43. Для телефонизации удаленного поселка и организации междугородной связи оператор приобрел за 50 тыс. долларов станцию фиксированной спутнико-

вой связи VSAT с пропускной способностью 128 кбит/с для организации 12 телефонных каналов. Тариф за предоставление одного исходящего телефонного канала междугородной связи составляет 0,5 долл./мин. В сутки станция спутниковой связи эффективно работает 2,4 часа. Аренда всего ствола спутникового ретранслятора емкостью 200 каналов по 128 кбит/с составляет 2 млн. долл. в год.

Принимая $P_{\text{отк}} = 0,01$ и режим предоставления каналов по требованию, определить доход за год оператора наземной станции спутниковой связи и оценить сроки окупаемости приобретенной аппаратуры с учетом необходимого сценария эксплуатационных расходов.

Задача 44. Определить при $P_{\text{отк}} = 0,01$ и $\alpha = 0,1$ суммарную обслуживаемую нагрузку в Эрлангах для:

- десяти 10-канальных коммутаторов;
- одного 100-канального коммутатора.

Определить какой вариант выгоднее и во сколько раз по величине обслуживаемой нагрузки.

3.4. Электромагнитная совместимость спутниковых телекоммуникационных систем

Спутниковые системы фиксированной связи и спутникового вещательного телевидения с использованием КА на геостационарной орбите могут использовать одни и те же полосы рабочих частот независимо от местоположения наземных станций.

Это оказывается возможным, если спутниковые телекоммуникационные системы используют КА в разных точках стояния на геостационарной орбите, с тем, чтобы сигналы от всех КА других спутниковых телекоммуникационных систем воздействовали на наземную станцию спутниковой связи по боковым лепесткам диаграммы направленности ее приемной антенны, а передающая антенна спутниковой наземной станции облучала все

другие КА только боковыми лепестками своей диаграммы направленности. Диаметр апертуры антенны наземной станции определяется шириной диаграммы направленности основного лепестка антенны, которая, в свою очередь определяется величиной углового разноса соседних КА на геостационарной орбите.

На сегодня минимальный диаметр антенны наземной станции спутниковой связи ограничивается не энергетическими характеристиками ретранслятора КА, а техническими требованиями по обеспечению электромагнитной совместимости спутниковых телекоммуникационных систем, работающих в одних и тех же полосах рабочих частот.

Для спутниковых систем фиксированной связи должны выполняться два критерия:

1. Уровень помех, создаваемой одной системой спутниковой связи, не должен увеличивать спектральную плотность шума N_0 на выходе приемной антенны наземной станции другой системы спутниковой связи более чем на 4%. При этом мешающие сигналы от системы спутниковой связи рассматриваются как шумовые с равномерной спектральной плотностью в полосе излучаемых сигналов.
2. Огибающая боковых лепестков передающей и приемной антенн наземной станции спутниковой связи относительно изотропного излучателя не должна превышать следующих величин в дБ при $d/\lambda \leq 100$:

$$G(\theta) \leq \begin{cases} 2 + 15 \lg(d/\lambda) & \theta_m < \theta < 100\lambda/d \\ 49 - 10 \lg(d/\lambda) - 25 \lg \theta & 100\lambda/d \leq \theta \leq 48^\circ \\ 10 - 10 \lg(d/\lambda) & 48^\circ \leq \theta \leq 180^\circ \end{cases} \quad (2)$$

где θ_m — граница основного лепестка диаграммы направленности, град. ($\theta_m \approx 70\lambda/d$), θ есть угол в градусах, отчитываемый от направления максимума диаграммы направленности антенны, d — диаметр апертуры антенны, λ — длина волны.

Рассмотрим первый критерий. Обозначим спектральную плотность помехи от другой системы спутниковой связи на выходе приемной антенны как $N_{\text{оп}}$ и мощность помехи в полосе сигнала Δf как $P_{\text{п}} = N_{\text{оп}}\Delta f$.

Отношение мощности принимаемого полезного сигнала $P_{\text{с}}$ к мощности собственного шума и помехи в полосе принимаемого сигнала на выходе приемной антенны должно удовлетворять соотношению

$$\frac{P_{\text{с}}}{N_0\Delta f + N_{\text{оп}}\Delta f} = h_{\text{пор}}^2,$$

где $h_{\text{пор}}^2$ — требуемое пороговое отношение сигнал-шум для обеспечения заданной вероятности ошибки на бит.

Имеем следующие равенства:

$$\frac{P_{\text{с}}}{P_{\text{п}}(1 + N_0/N_{\text{оп}})} = h_{\text{пор}}^2;$$

$$\frac{P_{\text{с}}}{P_{\text{п}}} = 26h_{\text{пор}}^2;$$

$$\frac{P_{\text{с}}}{P_{\text{п}}} = 14 + h_{\text{пор}}^2, \text{ дБ},$$

где $N_{\text{оп}}/N_0 = 0,04$.

Отсюда, принимая для вероятности ошибки на бит $p = 10^{-6}$ и кодирования без избыточности $h_{\text{пор}}^2 = 12$ дБ, получим требование для расчета защитного отношения сигнал-помеха $P_{\text{с}}/P_{\text{п}} \geq 26$ дБ.

Для помехоустойчивого кодирования сообщений с $h_{\text{пор}}^2 = 6$ дБ получим требование $P_{\text{с}}/P_{\text{п}} \geq 20$ дБ.

Задача 45. Рассматривается приемник наземной станции приема спутниковых телевизионных сигналов на частоте 12 ГГц. КА систем непосредственного телевизионного вещания располагаются на геостационарной орбите с угловым разнесом 6° .

Определить диаметры антенн наземного приемника с круглой апертурой, при которых все КА непосредст-

венного ТВ вещания будут попадать в нули диаграммы направленности антенны приемника.

Задача 46. Для однородных спутниковых систем фиксированной связи с идентичными наземными станциями спутниковой связи вывести выражение для защитного отношения сигнал–помеха в зависимости от коэффициента усиления приемных и передающих антенн наземных станций спутниковой связи при следующих условиях:

- дальности связи от всех наземных станций до КА одинаковы;
- среда распространения сигналов без потерь;
- все КА разных систем спутниковой связи одинаковы и имеют угловой разнос на геостационарной орбите $\Delta\varphi$.

Определить минимальный диаметр антенны наземной станции с круглой апертурой при следующих условиях:

- диапазон частот 11/14 ГГц;
- $\Delta\varphi = 2,5^\circ$;
- требуемое защитное отношение сигнал–помеха $P_c/P_n \geq 20$ дБ;
- уровни боковых лепестков диаграммы направленности антенны соответствуют выражению (2).

При таких же условиях определить минимальный диаметр антенны наземной станции, работающей в диапазоне частот 20/30 ГГц.

ГЛАВА 4

РАДИОТЕХНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫХ РАДИОКАНАЛОВ

4.1. Частота и длина волны электромагнитного колебания

Задача 47. Нарисуйте гармоническое колебание как функцию расстояния. Укажите длину волны колебания λ . Нарисуйте гармоническое колебание как функцию времени. Укажите период колебания T . Установите связь между T и λ , а также между λ и частотой гармонического колебания f .

Выразите длину волны в сантиметрах через частоту гармонического колебания в ГГц. Заполните таблицу.

f , ГГц	1	3	6	12	20	30	44
λ , см							

4.2. Доплеровское смещение частоты радиосигналов

Задача 48. Выразите доплеровское смещение частоты Δf_d в зависимости от значения радиальной скорости V движения передатчика или приемника двумя способами:

- через частоту радиосигнала и отношение V к скорости света;
- через отношение V/λ , где λ — длина волны.

Задача 49. Определить максимальный доплеровский сдвиг радиосигнала при авиационной радиосвязи на частоте 300 МГц и скорости самолета 800 км/ч.

Задача 50. За счет малого перемещения геостационарного КА в направлении север–юг дальность связи до наземной станции меняется по синусоидальному закону с периодом 24 часа и амплитудой 100 км.

Определить максимальный доплеровский сдвиг и уравнение для доплеровского смещения частоты как функции времени. Определить доплеровский сдвиг на частоте радиосигнала 11 ГГц.

Задача 51. Нарисуйте примерный ход во времени относительного доплеровского смещения частоты для низколетящего КА при его прохождении в плоскости, проходящей через наземную космическую станцию при следующих исходных данных:

- высота круговой орбиты КА 700 км;
- скорость движения КА 8 км/с.
- частота радиосигнала равна 2 ГГц

Задача 52. Определить максимальное доплеровское смещение частоты в тропосферной линии связи из-за перемещения отражающих неоднородностей тропосферы вдоль трассы распространения радиосигналов и поперек трассы при условиях:

- частота радиосигнала 4,5 ГГц;
- угловой размер отражающей области тропосферы 1 градус;
- скорость перемещения неоднородностей тропосферы принять равной 100 м/с.

4.3. Нестабильность частоты генераторов

Все частоты в передающих и приемных устройствах получают из частоты одного опорного высокостабильного кварцевого генератора, так что номинал любой частоты радиостанции равен частоте кварцевого генератора, умноженной на некоторое целое или дробное число. Частота опорного кварцевого генератора может уходить

от номинального значения, установленного на заводе-изготовителе, по трем основным причинам:

1. За счет процессов старения кварца, которые определяют долговременную нестабильность частоты кварцевого генератора (время старения кварца исчисляется годами).
2. За счет температурных изменений окружающего кварц пространства. Стандартный кварцевый резонатор имеет относительный уход частоты 10^{-6} на градус Цельсия.
3. За счет так называемых фазовых и, следовательно, частотных шумов кварцевого генератора. Эти шумы определяют кратковременную (за доли секунды) нестабильность частоты и фазы кварцевого генератора.

В паспорте опорного кварцевого генератора записывается гарантированная погрешность (нестабильность) кварцевого генератора за счет долговременных факторов (старение и температурные уходы частоты) и дается шаблон фазовых шумов генератора.

Задача 53. В аппаратуре заменили неисправный кварцевый резонатор на исправный, взятый из ЗИПа. На какую величину может отличаться частота кварцевого генератора с новым кварцем по сравнению с частотой кварцевого генератора с прежним (до замены) исправным кварцевым резонатором?

Задача 54. Бортовая самолетная аппаратура работает в интервале температур от $-50\text{ }^{\circ}\text{C}$ до $+50\text{ }^{\circ}\text{C}$. В аппаратуре используется кварцевый генератор без термостата. Какова его относительная нестабильность частоты в этих условиях?

Задача 55. В демодуляторе приемника двоичных сигналов используется генератор тактовой частоты следования двоичных символов, который подстраивается под тактовую частоту принимаемых символов. При

нарушении работы схемы слежения генератора тактовой частоты приемника, например, при передаче длинной последовательностей символов «ноль», генератор тактовой частоты приемника начинает работать в несинхронизированном режиме, так что его частота отличается от тактовой частоты передаваемых символов на величину, равную 10^{-4} от значения тактовой частоты.

Считая, что неправильная демодуляция символов происходит тогда, когда уход тактового импульса генератора тактовых импульсов приемника от середины принимаемого символа составляет более $\tau/2$, где τ — длительность передаваемых символов, определить для скорости передачи информации 1 Мбит/с время, через которое начинается неправильная демодуляция символов.

Задача 56. За счет фазовых шумов происходит случайный фазовый сдвиг синусоидального колебания (пунктир на рис. 10), который можно определить по отклонению точки пересечения оси времени t пунктирной кривой относительно сплошной кривой, которая представляет синусоидальное колебание в отсутствие фазовых шумов.

Случайному сдвигу Δt соответствует сдвиг фазы $\Delta \varphi = \omega \Delta t$ и среднеквадратическому значению временно-го сдвига точки пересечения оси t $\Delta t_{\text{эф}}$ соответствует среднеквадратическое значение случайного изменения

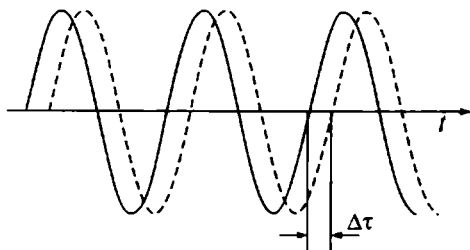


Рис. 10. Смещение фазы синусоидального колебания при воздействии фазовых шумов

фазы $\Delta\varphi_{\text{эф}} = \omega\Delta\tau_{\text{эф}}$. где ω — круговая частота радиосигнала.

Определить, во сколько раз возрастает мощность фазовых флюктуаций $(\Delta\varphi_{\text{эф}})^2$ (фазовых шумов) при:

- удвоении частоты генератора
- при умножении в n раз частоты генератора.

4.4. Децибелы

Очень большие и очень малые величины в радиотехнике принято выражать в децибелах. В децибелах отношение двух величин $N = N_1/N_2$, где N_1 и N_2 имеют одинаковую размерность, выражают следующим образом: $N [\text{дБ}] = 10 \lg N$.

Например, отношение мощностей сигнал-шум $h^2 = P_c/P_{\text{ш}}$ в децибелах есть $h^2 [\text{дБ}] = 10 \lg(P_c/P_{\text{ш}})$. Для видеосигналов и шумов в видеотракте можно записать $P_c/P_{\text{ш}} = U_c^2/U_{\text{ш}}^2$, где $P_c = U_c^2$ на единичном сопротивлении, $U_{\text{ш}}$ — эффективное напряжение шума. Тогда

$$h^2 [\text{дБ}] = 10 \lg \frac{P_c}{P_{\text{ш}}} = 10 \lg \left(\frac{U_c}{U_{\text{ш}}} \right)^2 = 20 \lg \frac{U_c}{U_{\text{ш}}}.$$

Во многих случаях удобно положить в отношении двух величин N_1/N_2 величину $N_2 = 1$ (1 Вт, 1 градус и т.д.) Тогда, соответственно $N [\text{дБ}]$ имеет размерность дБВт, дБград. и т.д. Если N_2 положить равной, например, одному милливатту, то размерность $N [\text{дБ}]$ записывается как дБм (децибел милливатт).

Задача 57. Вычислить с помощью калькулятора значения в дБ чисел $N = 1, 2, 3, 10$, округлить эти значения до целых чисел и записать в таблицу:

Таблица 1

N	1	2	3	10
Точное значение N [дБ]				
Округленное до целого значения N [дБ]				

Используя представление N в виде произведения или частного от деления нескольких чисел, найти с помощью табл. 1 округленные значения N в дБ

N	4	5	6	8	12	$1,25=6/5$	$1,5=3/2$
N , дБ							

Задача 58. 1. Выразить мощность излучаемого сигнала в дБВт и дБм для заданной излучаемой мощности P , Вт, указанной в таблице.

P , Вт	1	25	30	50	100	1000	0,5
P , дБВт							

P , Вт	1	0,5	0,1	0,01	0,001
P , дБм					

2. Выразить постоянную Больцмана

$$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Вт}}{\text{Гц} \cdot \text{град}}$$

в децибелах.

3. Пик-фактор телефонного сигнала $\gamma = 6$ (отношение максимального значения амплитуды телефонного сигнала к среднеквадратичному значению амплитуды). Найти значение пик-фактора γ в дБ.

ГЛАВА 5

ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ РАДИОКАНАЛОВ СВЯЗИ С ГАУССОВСКИМИ ШУМАМИ И МНОГОЛУЧЕВЫМ РАСПРОСТРАНЕНИЕМ СИГНАЛОВ

5.1. Помехоустойчивость передачи двоичных сигналов по каналу с гауссовским шумом

Пусть по видеоканалу связи передаются импульсы прямоугольной формы с амплитудой U_c и длительностью τ . При передаче символа «1» передается импульс положительной полярности, при передаче символа «0» — импульс отрицательной полярности. В канале связи действует белый гауссовский шум со спектральной плотностью N_0 . Примем, что на вход приемника сигналы и шумы приходят без искажений. Приемник состоит из согласованного фильтра и решающего устройства. Решающее устройство в момент времени, соответствующему максимуму сигнала на выходе согласованного фильтра, принимает решение: если мгновенное напряжение сигнал плюс шум имеет положительную полярность, то формируется символ «1», если мгновенное напряжение сигнал плюс шум имеет отрицательную полярность, то приемник формирует символ «0». Ошибка при приеме возникает, когда передавался символ «1», а мгновенное напряжение сигнал плюс шум имеет отрицательную полярность или если передавался символ «0», а мгновенное напряжение сигнал плюс шум на входе решающего устройства имеет положительную полярность.

Спектр прямоугольного импульса амплитудой U_c и длительностью τ имеет вид: $U(F) = U_c \tau \frac{\sin(\pi F \tau)}{\pi F \tau}$ или для положительных частот $U(F) = 2U_c \tau \frac{\sin(\pi F \tau)}{\pi F \tau}$.

Согласованный фильтр имеет амплитудно-частотную характеристику, повторяющую форму спектра импульса сигнала $|K(jF)| = \frac{\sin(\pi F\tau)}{\pi F\tau}$.

Напряжение сигнала на выходе согласованного фильтра в момент окончания импульса сигнала равно

$$\begin{aligned} U_c(t_0) &= \int_0^{\infty} 2U_c\tau \frac{\sin(\pi F\tau)}{\pi F\tau} |K(jF)| dF = \\ &= 2U_c\tau \int_0^{\infty} \left[\frac{\sin(\pi F\tau)}{\pi F\tau} \right]^2 dF = U_c \end{aligned}$$

и мощность на единичном сопротивлении $P_c = U_c^2$. Мощность белого шума, прошедшего согласованный фильтр, есть

$$\sigma^2 = N_0 \int_0^{\infty} |K(jF)|^2 dF = N_0/2\tau = N_0\Delta F,$$

где $1/2\tau = \Delta F$ есть ширина полосы согласованного фильтра.

Отношение мощностей сигнал—шум на выходе согласованного фильтра есть

$$\frac{P_c}{\sigma^2} = \frac{2P_c\tau}{N_0} = \frac{2E_6}{N_0} = 2h^2,$$

где энергия импульса $E_6 = P_c\tau$ и $h^2 = E_6/N_0$ есть отношение энергии бита к спектральной плотности шумов на входе приемника (согласованного фильтра).

Реальный канал связи характеризуется помехоустойчивостью, которая определяется величиной ошибки на бит p в функции величины h^2 , и пропускной способностью канала связи. Максимально-достижимая скорость передачи информации без ошибок при белом гауссовском шуме при некотором идеальном помехоустойчивом кодировании передаваемых сообщений определяется выражением Шеннона, $R = \Delta F \log_2(1 + P_c/P_{ш})$, где ΔF —

полоса канала связи, $P_{ш}$ — мощность шума в полосе частот ΔF .

Для безызбыточного кодирования, когда по двоичному каналу связи передаются прямоугольные импульсы сигнала длительностью τ , при большом отношении сигнал-шум, когда вероятностью ошибки на бит можно пренебречь, скорость передачи информации $R = 1/\tau = 2\Delta F$, что существенно отличается от выражения Шеннона для пропускной способности канала связи при идеальных методах кодирования сигналов.

Задача 59. На входе приемника в видеополосе действует сигнал в виде прямоугольных импульсов с амплитудой U_c и длительностью τ и белый гауссовский шум со спектральной плотностью N_0 .

При передаче символа «1» на входе приемника присутствует импульс сигнала положительной полярности, при передаче символа «0» — импульс отрицательной полярности. Априорные вероятности передачи символов «1» и «0» одинаковы и равны $P(1) = P(0) = 0,5$. Приемник состоит из согласованного фильтра и решающего устройства.

Требуется:

1. Написать выражение для плотности вероятности $W(x)$ напряжения x , состоящего из суммы сигнала (максимальная амплитуда) и шума на входе решающего устройства при передаче символа «1» и при передаче символа «0».
2. Изобразить эти две плотности вероятности $W(x)$ на общем рисунке, где по оси абсцисс откладывается величина x , а по оси ординат плотности вероятности $W(x)$.
3. Определить вероятность ошибки на бит p в зависимости от величины $h^2 = U_c^2 \tau / N_0$.
4. Пользуясь таблицами интеграла вероятности $\Phi(y) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^y e^{-x^2/2} dx$, а также представлением интеграла

вероятности в виде асимптотического ряда при больших y

$$\Phi(y) \approx 1 - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{e^{-y^2/2}}{y} \left[1 - \frac{1}{y^2} + \frac{1 \cdot 3}{y^4} - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{y^6} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{y^8} - \dots \right]$$

с точностью до первого отброшенного члена, построить кривую вероятности ошибки на бит в логарифмическом масштабе для p от $p=10^{-1}$ до $p=10^{-6}$. Величину h^2 откладывать по оси абсцисс в дБ.

5. Определить величину h^2 в дБ, требуемую для получения вероятности ошибки $p=10^{-6}$.

Задача 60. Если сигнал передается по каналу связи с шумами, то возможна ли передача сообщений по этому каналу связи без ошибок? Если да, то какие параметры передачи ограничивают шумы канала связи.

Задача 61. Пользуясь выражением Шеннона для пропускной способности канала связи $R = \Delta F \log_2(1 + P_c/P_{\text{ш}})$ выразите отношение $P_c/P_{\text{ш}}$ через отношение $h^2 = E_G/N_0$ и найдите выражение для h^2 как функцию отношения $R/\Delta F$.

Найдите минимально-возможное достижимое значение величины h^2 для канала связи. Выразите эту величину h^2 в дБ и сравните ее с величиной $h^2 = 10,5$ дБ, требуемой для получения вероятности ошибки на бит $p=10^{-6}$ при передаче информации противоположными сигналами без избыточности. Какие заключения можно сделать в результате этого сравнения о возможностях помехоустойчивого кодирования в каналах связи?

5.2. Надежность связи при замираниях сигнала

Мощность принимаемого сигнала в отсутствие замираний сигнала обозначим через P_c . Пусть теперь сигнал замирает, так что плотность распределения вероятностей принимаемого радиосигнала является гауссовской

с дисперсией σ_c^2 , где σ_c^2 есть мощность принимаемого сигнала. Для сравнения надежности связи при замирающем сигнале по отношению к незамирающему сигналу положим $\sigma_c^2 = P_c$. Огибающая замирающего сигнала описывается релеевской плотностью распределения вероятностей $W(x) = \frac{x}{\sigma_c^2} e^{-x^2/2\sigma_c^2}$ с медианным значением $x_M = \sigma_c \sqrt{2 \ln 2} \approx 1,18\sigma_c$.

Вероятность того, что огибающая сигнала x будет больше некоторой пороговой величины x_{Π} ($x > x_{\Pi}$), т.е. глубина замирания огибающей сигнала не превысит величины x_{Π} равна

$$P(x > x_{\Pi}) = \int_{x_{\Pi}}^{\infty} W(x) dx.$$

Интегральное распределение вероятностей определяется как $F(x_{\Pi}) = \int_0^{x_{\Pi}} W(x) dx$. Тогда $P(x > x_{\Pi}) = 1 - F(x_{\Pi})$.

Кривые надежности связи строятся следующим образом. По оси ординат откладывается глубина замираний радиосигнала, которая не более величины x_{Π} , и которая вычисляется относительно величины σ_c (или медианного значения x_M) в децибелах. Примем величину, откладываемую по оси ординат равную $20 \lg(x_{\Pi}/\sigma_c)$.

По оси абсцисс принято откладывать процент времени P_T в течение которого глубина замираний $20 \lg(x_{\Pi}/\sigma_c)$ меньше величины, отложенной по оси ординат. Величина P_T откладывается в специальном логарифмическом масштабе.

Величина $20 \lg(x_{\Pi}/\sigma_c)$ с обратным знаком показывает, на сколько дБ нужно увеличить энергетический потенциал радиолинии при наличии замираний сигнала по отношению к радиолинии с незамирающим сигналом при заданной надежности связи P_T .

Разметка оси абсцисс, на которой откладывается величина P_T , производится следующим образом. Вначале по оси абсцисс откладывается вероятность $F(x_{\Pi})$ в ло-

гарифмическом масштабе. Далее на оси абсцисс наносится разметка $1 - F(x_n)$ и, окончательно, разметка P_T как это показано на рисунке:



Задача 62. Для огибающей замирающего сигнала, описываемой релейской плотностью вероятности, вычислить и построить график процента времени, в течение которого глубина замираний сигнала в дБ меньше отложенной по оси ординат величины. Процент времени задается в пределах от 50% до 99,99%. Правильность расчетов проверить для медианного значения сигнала ($P_T = 50\%$).

Определить требуемый запас по энергетике радиолинии на замирания сигнала для надежности связи 99% (мобильная связь) и 99,99% (фиксированная связь). Оценить выигрыш в энергетике радиолинии при использовании двоякого пространственного разнесенного приема сигналов для мобильной и фиксированной связи.

5.3. Многолучевые каналы связи и характеристики замираний сигнала

Многолучевой сигнал, приходящий в точку приема, характеризуется функциями рассеяния по задержке, доплеровским частотам и углам прихода, которые представляют собой спектры мощности по соответствующим

координатам. Преобразование Фурье этих спектров мощности дает корреляционную функцию, аргумент которой имеет размерность обратно пропорциональную размерности аргумента функции рассеяния (свойство преобразования Фурье).

Ширина корреляционной функции определяет необходимый интервал разнесения сигналов соответственно по частоте, времени и пространству для организации разнесенного приема с целью существенного уменьшения влияния замираний сигнала на помехоустойчивость приема сигналов.

Теория устанавливает следующие интервалы корреляции:

- если Δt есть интервал разброса задержек многолучевого сигнала, то интервал корреляции многолучевого сигнала по частоте есть $\Delta F_{\text{КОРР}} = 1/\Delta t$. Спектральные компоненты сигнала, отстающие друг от друга на величину $1/\Delta t$ замирают независимо;
- если $\Delta F_{\text{д}}$ есть доплеровское рассеяние принимаемого сигнала ($\pm \Delta F_{\text{д}}/2$) то, временной интервал корреляции сигнала есть $\tau_{\text{КОРР}} = 1/\Delta F_{\text{д}}$. Значения огибающей сигнала, отстающие по времени друг от друга на величину $1/\Delta F_{\text{д}}$ замирают независимо;
- если $\theta_{\text{РАСС}}$ есть сектор углов, под которыми в точку приема приходят отраженные сигналы, то интервал пространственной корреляции сигнала (необходимый пространственный разнос разнесенных антенн) равен $d_{\text{КОРР}} = \frac{\lambda}{2 \sin(\theta_{\text{РАСС}}/2)}$ и при $\theta_{\text{РАСС}}/2 \ll 1$

$$d_{\text{КОРР}} = \lambda / \theta_{\text{РАСС}}.$$

В инженерной практике также часто используется двухлучевая модель многолучевого канала связи, анализ характеристик которого имеет ясный физический смысл. Принимаемый сигнал с некоторой шириной спектра Δf , состоящий из двух одинаковых по амплитуде лучей с задержкой τ одного луча относительно другого, можно

записать следующим образом:

$$\begin{aligned} U \sin(2\pi f_0 t) + U \sin[2\pi f_0(t + \tau)] &= \\ &= U \sin(2\pi f_0 t) + U \sin(2\pi f_0 t + \varphi) = \\ &= 2U \cos \frac{\varphi}{2} \cdot \sin(2\pi f_0 t + \varphi/2), \end{aligned}$$

где $\varphi = 2\pi f_0 \tau$.

Последнее равенство следует из векторной диаграммы сложения двух лучей, показанной на рис. 11.

Для этих же двух лучей на частоте спектра сигнала $f = f_0 + \Delta F$, где $\Delta F \leq \Delta F/2$, и ΔF есть ширина спектра радиосигнала, аналогично запишем

$$\begin{aligned} U \sin(2\pi f t) + U \sin[2\pi f(t + \tau)] &= \\ &= U \sin(2\pi f t) + U \sin(2\pi f t + 2\pi f_0 \tau + 2\pi \Delta F \tau) = \\ &= 2U \cos \left(\frac{\varphi + \Delta\varphi}{2} \right) \sin \left(2\pi f t + \frac{\varphi + \Delta\varphi}{2} \right), \end{aligned}$$

где $\varphi = 2\pi f_0 \tau$, $\Delta\varphi = 2\pi \Delta F \tau$.

Для удобства без потери общности положим $\varphi = 0$. Тогда принимаемый сигнал есть

$$U \sin(2\pi f t) + U \sin(2\pi f t + \Delta\varphi) = U_0 \cos \frac{\Delta\varphi}{2} \sin(2\pi f t + \Delta\varphi/2),$$

где $U_0 = 2U$.

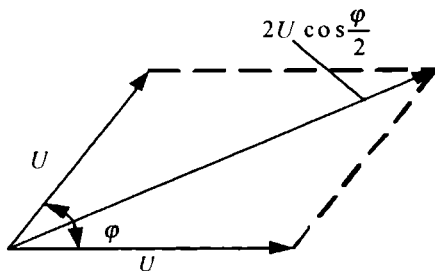


Рис. 11. Векторное сложение двух лучей

Таким образом поведение огибающей двух лучей одинаковой амплитуды описывается простым выражением $U_0 \cos(\Delta\varphi/2)$, где $\Delta\varphi = 2\pi\Delta F\tau$. Область корреляции огибающей $U_0 \cos(\Delta\varphi/2)$ по частотной координате ΔF можно определить как те значения $\pm\Delta F$, которые лежат в пределах изменения $\Delta\varphi$ от $-\pi$ до π .

Таким образом $\pm\Delta F = 1/2\tau$ или $\Delta F_{\text{корр}} = 2\Delta F = 1/\tau$.

Задача 63. Для двухлучевой модели канала связи для времени запаздывания одного луча по отношению к другому $\tau_{\text{зап}}$ определить необходимый разнос частот между n несущими частотами, передаваемых одновременно для получения n -кратного разнесенного по частоте приема.

Задача 64. Для двухлучевой модели канала связи, когда в точку приема приходят два луча, отличающиеся по частоте за счет разного доплеровского сдвига на величину $\Delta F_{\text{д}}$, изобразить графически поведение огибающей принимаемого двухлучевого сигнала во времени (кривая биений) и по кривой огибающей биений определить необходимый интервал разноса по времени повторения передаваемых символов сообщения для организации разнесенного по времени приема сигналов.

При длительности передаваемого информационного двоичного символа τ и интервалу временной корреляции замираний 4τ нарисовать структуру кодовых слов для организации сдвоенного временного разнесения принимаемых сигналов за счет повторения символов кодового слова и их перемежения.

Задача 65. В городской сотовой сети мобильной связи интервал рассеяния по задержке принимаемого многолучевого сигнала равен 3 мкс. Для борьбы с замираниями сигнала каждый символ кодового слова с исправлением ошибок последовательно передается на своей отдельной частоте так, чтобы символы кодового

слова замирали независимо. Определить минимальный необходимый разнос между частотами.

Задача 66. В тропосферных линиях связи интервал рассеивания по задержке принимаемого сигнала составляет 0,25 мкс.

Оценить полосу частот, внутри которой необходимо передавать сигналы для организации в приемнике 4-кратного частотно-разнесенного приема сигналов.

Задача 67. В городской сотовой сети мобильной связи, работающей в диапазоне частот $f = 2$ ГГц (длина волны $\lambda = 15$ см) мобильный терминал принимает отраженные от окружающих предметов сигналы базовой станции в угловом секторе по азимуту 180° .

Определить:

- 1) пространственный разнос между двумя антеннами мобильного терминала в горизонтальной плоскости для обеспечения двукратного пространственно-разнесенного приема;
- 2) какой путь должен пройти мобильный терминал, чтобы принимаемый сигнал изменился от некоторой максимальной амплитуды до минимальной;
- 3) при скорости движения мобильного терминала $V = 60$ км/ч определить интервал временной когерентности принимаемого сигнала как интервал времени, в котором огибающая сигнала сохраняет свою полярность относительно среднего значения замирающего сигнала;
- 4) для сравнения определить интервал временной когерентности сигнала через интервал доплеровского рассеяния сигнала за счет движения мобильного терминала со скоростью $V = 60$ км/ч.

Задача 68. В тропосферной линии связи угловой размер эффективно отражающего объема тропосферы равен 1° . Для радиолинии, работающей в диапазоне

5,5 ГГц, определить расстояние между двумя антеннами приемной тропосферной станции для организации двухкратного пространственно-разнесенного приема.

5.4. Межсимвольные помехи в радиоканале связи с многолучевым распространением радиосигналов

Межсимвольные помехи резко ограничивают скорость передачи информации в канале связи. Для повышения скорости передачи информации приходится организовывать передачу информации по нескольким или даже многим параллельным каналам связи.

На рис. 12 показано взаимное положение сигналов нескольких лучей примерно равной мощности (прямой луч отсутствует) на входе приемника при поочередной передаче символов «1» и «0». Рассеяние лучей по задержке равно $\Delta\tau$.

Наиболее физически наглядно понять вредное воздействие межсимвольной помехи можно при передаче двоичных символов методом частотной манипуляции. Пусть при передаче символа «0» на частоте f_0 на выходе частотного детектора приемника создается напряжение положительной полярности, а при передаче символа «1»

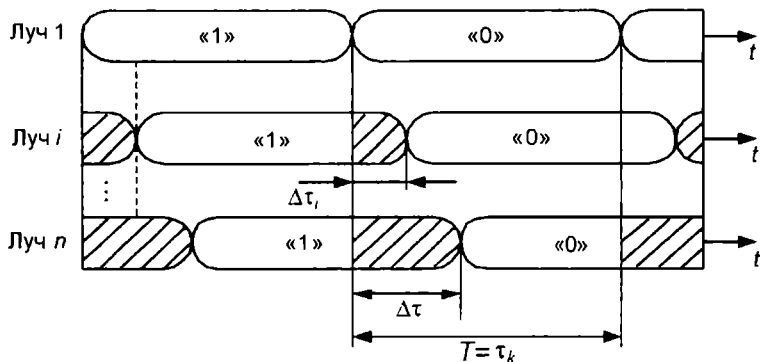


Рис. 12. Взаимное положение запаздывающих лучей

на частоте f_1 — напряжение отрицательной полярности. На интервале времени $T = \tau_k$ (рис. 12) при передаче символа «0» заштрихованные части лучей будут создавать отрицательное напряжение на выходе частотного детектора (межсимвольную помеху). Например, при наличии всего двух лучей равной интенсивности и $\Delta\tau \rightarrow \tau_k$ наглядно видно, что прием сообщений становится невозможным.

Рассмотрим передачу сигналов с фазовой манипуляцией на 180° с длительностью канальных символов τ_k . На интервале времени T заштрихованные участки сигналов каждого луча длительностью $\Delta\tau_i$ имеют фазу противоположную фазе последующего участка сигнала длительностью $T - \Delta\tau_i$. На выходе узкополосного фильтра (с полосой $\Delta f \approx 1/\tau_k$) перед демодулятором отрезки сигнала каждого луча длиной $\Delta\tau_i$ (заштрихованная часть на рис. 56) будут компенсировать сигнал на последующем интервале времени $\Delta\tau_i$, имеющего противоположную фазу радиосигнала.

В результате энергия канального импульса в луче уменьшится по сравнению со случаем $\Delta\tau_i \ll \tau_k$ на величину пропорциональную $2\Delta\tau_i$. Можно принять, что среднее значение интервала $\Delta\tau_i$ есть $\Delta\tau/2$ и энергия многолучевого сигнала за счет межсимвольной помехи уменьшится и станет равной $P_C(\tau_k - \Delta\tau)$, где P_C — мощность многолучевого сигнала.

Отношение принятой энергии символа на интервале времени T к спектральной плотности шумов N_0 будет равно

$$\frac{P_C(\tau_k - \Delta\tau)}{N_0} = \frac{P_C\tau_k(1 - \Delta\tau/\tau_k)}{N_0}.$$

Потери в энергетике радиолинии по отношению к случаю отсутствия межсимвольных помех ($\Delta\tau = 0$) составляют величину

$$L_{\text{МЕЖ}} = \frac{1}{1 - \Delta\tau/\tau_k}.$$

Задача 69. Для многолучевого сигнала с рассеянием по задержке $\Delta\tau$ и длительностью канального символа τ_k :

1. Построить кривую потерь в энергетике радиолинии за счет межсимвольной помехи $L_{\text{МЕЖ}}$ в дБ в зависимости от отношения $\Delta\tau/\tau_k$.
2. Оценить влияние межсимвольной помехи и найти $L_{\text{МЕЖ}}$ для случая, когда на передаче длительность излучения канального символа уменьшается на величину $\Delta\tau$, т.е. передатчик выключается на время $\Delta\tau$ перед излучением каждого следующего канального символа. Сравнить с ситуацией по п. 1 задачи с учетом статистики передаваемых последовательностей символов «1» и «0».
3. С учетом поведения кривой потерь $L_{\text{МЕЖ}}$ по п. 1 задачи определить максимально-возможную скорость передачи канальных символов $R_k = 1/\tau_k$ и скорость передачи информации R бит/с в одном канале для случаев:
 - ФМ-2 ($R = R_k$); • ФМ-8;
 - ФМ-4; • КАМ-16,
 если рассматривается сотовая сеть мобильной связи в городе с величиной рассеяния по задержке $\Delta\tau = 3$ мкс и допустимая величина $L_{\text{МЕЖ}} = 1$ дБ.
4. Укажите возможные методы передачи сигналов, позволяющих на порядок и более увеличить скорость передачи информации в многолучевом канале с межсимвольными помехами.

5.5. Влияние эффекта Доплера на помехоустойчивость приема сигналов с ортогональным частотным разделением каналов (ОЧРК)

Для устранения влияния межсимвольных помех в условиях многолучевого распространения сигнала используется синхронная параллельная передача информации по многим частотным каналам с уменьшением скорости

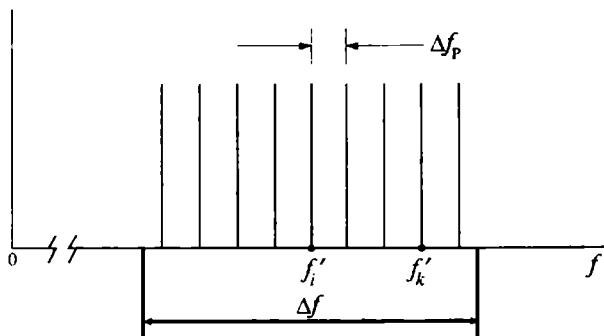


Рис. 13. Центральные частоты частотных каналов при ОЧРК на передаче (Δf_p есть частотный разнос соседних частотных каналов; Δf — полоса частот, занимаемая сигналом с ОЧРК в радиоканале)

передачи информации в каждом частотном канале, так чтобы длительность канального символа в одном частотном канале была значительно больше интервала рассеяния сигнала по задержке.

На рис. 13 показаны центральные частоты парциальных каналов при ОЧРК при разноразности соседних частот ΔF_p в радиоканале.

Величина ΔF_p выбирается равной величине обратно пропорциональной длительности канального символа τ_k в парциальном канале, т. е. $\Delta F_p = 1/\tau_k$.

В этом случае сигналы в отдельных частотных каналах выделяются в приемнике без взаимных помех.

Однако, при использовании метода ОЧРК в мобильных сетях связи за счет доплеровского смещения частоты, разного для разных каналов, ортогональность принимаемых сигналов нарушается и возникают взаимные помехи между каналами, величину которых необходимо оценить.

Уровень междуканальных помех целесообразно определить для идеального приемного устройства, состоящего из n параллельных синхронных демодуляторов, где

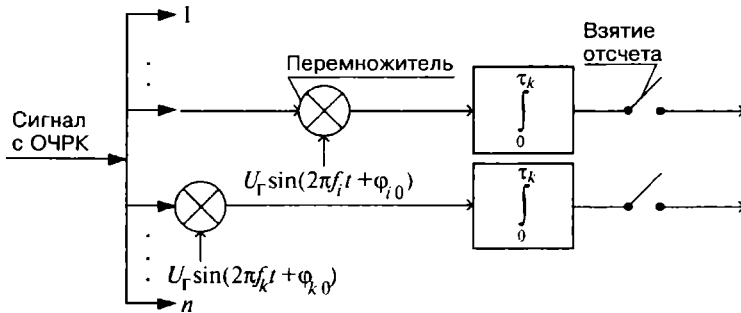


Рис. 14. n -канальный синхронный демодулятор

n — число частотных каналов при ОЧРК, на выходе каждого из которых стоит интегратор с синхронным разрядом — согласованный фильтр для прямоугольных видеопульсов на выходе синхронного демодулятора.

Функциональная схема приемного устройства показана на рис. 14.

Рассмотрим выделение и демодуляцию сигнала в одном частотном канале без учета влияния остальных каналов.

Принимаем, что в каждом частотном канале используется фазовая манипуляция радиосигнала на 180° (ФМ-2). На входе многоканального синхронного демодулятора действует сигнал

$$U_{\text{вх}}(t) = \sum_{k=1}^n U_c \sin(2\pi f_k t + \varphi_k),$$

где $f_k = f'_k + \Delta F_{\text{дк}}$, где $\Delta F_{\text{дк}}$ есть доплеровский сдвиг передаваемой частоты f'_k , $\varphi_k = \varphi_k(t) + \varphi_{k0}$, где $\varphi_k(t)$ принимает значение 0 или π при манипуляции радиосигнала, φ_{k0} — некоторая начальная фаза радиосигнала в k -ом частотном канале.

Напряжения опорных когерентных генераторов в приемнике $U_r \sin(2\pi f_k t + \varphi_{k0})$ подстраиваются по частоте и фазе по приходящему в приемник радиосигналу. Ана-

логично генераторы тактовой частоты следования символов $F_{\tau} = 1/\tau_k$ в каждом канале подстраиваются по частоте и фазе по принимаемому сигналу.

Интегратор с синхронным разрядом производит интегрирование входного колебания с шумами за интервал времени τ_k . В момент окончания символа с помощью узкого тактового импульса схемы тактовой синхронизации производится взятие отсчета для дальнейшей обработки принимаемых символов и их декодирования, и разряд выходного напряжения интегратора до нуля.

Интегратор с синхронным разрядом является согласованным фильтром для прямоугольного импульса сигнала. Прямоугольный видеоимпульс сигнала с амплитудой U_c и длительностью τ имеет спектр

$$U(F) = U_c \tau \frac{\sin(\pi F \tau)}{\pi F \tau}.$$

Покажем, что амплитудно-частотная характеристика интегратора с синхронным разрядом также имеет форму типа $U(F)$, т.е. является согласованным фильтром. Подадим на вход интегратора δ -импульс т.е. импульс бесконечно-короткий по длительности с площадью равной единице, так что интеграл от δ -импульса за бесконечно-короткий промежуток времени равен единице. Входной и выходной сигнал интегратора с синхронным разрядом показан на рис. 15.

Так как спектр δ -импульса равномерен в бесконечно-широкой полосе частот, то спектр отклика интегратора с синхронным разрядом повторяет форму его АЧХ. Спектр выходного импульса единичной амплитуды длительностью τ_k (АЧХ интегратора с синхронным разрядом) есть

$$U(F) = |K(jF)| = 1 \cdot \tau_k \frac{\sin(\pi F \tau_k)}{\pi F \tau_k}.$$

Для анализа прохождения шумов через интегратор с синхронным разрядом удобно использовать нормированную форму его АЧХ.

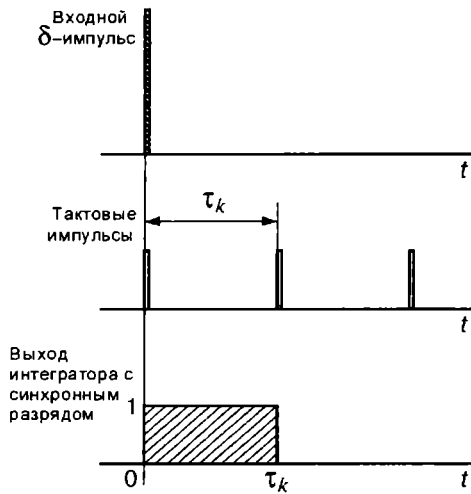


Рис. 15. Напряжения на входе и выходе интегратора с синхронным разрядом

Положим $|K(jF)| = \frac{\sin(\pi F \tau_k)}{\pi F \tau_k}$. Тогда во временной области выходной сигнал интегратора с синхронным разрядом определяется как $U_{\text{вых}}(t) = \frac{1}{\tau_k} \int_0^{\tau_k} U_{\text{вх}}(t) dt$.

Теперь можно определить, например, сигнал частотного канала f_i в точках схемы рис. 14 на входе и выходе интегратора с синхронным разрядом.

Для компоненты входного сигнала с ОЧРК на частоте f_i получим

$$\begin{aligned} U_{\text{ВЫХ ПЕРЕМН}} &= U_c \sin[2\pi f_i t + \varphi(t) + \varphi_{i0}] U_r \sin(2\pi f_i t + \varphi_{i0}) = \\ &= \frac{U_r}{2} U_c \{ \cos[\varphi(t)] - \cos[4\pi f_i t + \varphi(t) + 2\varphi_{i0}] \}. \end{aligned}$$

Поскольку $f_i \gg \Delta f$, то второй член, содержащий колебание удвоенной частоты, будет отфильтрован (подав-

лен) интегратором с синхронным разрядом и мы его опустим для дальнейшего анализа. Также для удобства положим $U_r/2 = 1$. Тогда с учетом сказанного для дальнейшего анализа запишем

$$U_{\text{ВЫХ.ПЕРЕМН}} = U_c \cos[\varphi(t)],$$

где

$$\varphi(t) = \begin{cases} 0 & \text{при передаче «1»} \\ \pi & \text{при передаче «0»} \end{cases}$$

и

$$\cos[\varphi(t)] = \begin{cases} 1 & \text{при передаче символа «1»} \\ -1 & \text{при передаче символа «0»} \end{cases}$$

На выходе интегратора с синхронным разрядом будем иметь:

$$U_{\text{ВЫХ}} = \frac{1}{\tau_k} \int_0^{\tau_k} U_c \cos[\varphi(t)] dt = \begin{cases} U_c & \text{при } \varphi(t) = 0 \\ -U_c & \text{при } \varphi(t) = \pi \end{cases}$$

Задача 70. На входе схемы рис. 14 в полосе частот Δf действует шум с равномерной спектральной плотностью N_0 .

1. Покажите, что на входе интегратора с синхронным разрядом (например, для канала частоты f_i) при $U_r/2 = 1$ спектральная плотность шумов в видеополосе будет равна $2 N_0$. Нарисуйте график спектральной плотности шума на входе интегратора с синхронным разрядом.
2. Определите полосу пропускания интегратора с синхронным разрядом для длительности канальных импульсов τ_k и найдите отношение мощностей сигнал—шум на выходе интегратора с синхронным разрядом через отношение энергии входного бита $P_c \tau_k$, ($P_c = U_c^2/2$, U_c — амплитуда входного для схемы рис. 14 радиосигнала на частоте f_i), к спектральной плотности шумов N_0 на входе схемы рис. 14.

Задача 71. При наличии эффекта Доплера при отсутствии нестабильности частот поднесущих ОЧРК определить эффективное значение и мощность перекрестных помех на выходе интегратора с синхронным разрядом частотного канала с центральной частотой f_i от всех остальных $(n - 1)$ каналов при следующих исходных данных:

1. Число частотных каналов n :
 - 256 для системы WiMax;
 - 4096 для системы цифрового телевидения.
2. Скорости движения мобильных терминалов:
 - $V = 120$ км/ч для автомобиля;
 - $V = 300$ км/ч для поезда;
 - $V = 300$ м/с для самолета.

При расчете принять, что $\xi = \cos(\varphi_k - \varphi_i)$ имеет по ансамблю случайную фазу $\varphi_k - \varphi_i$ равновероятную в интервале $0 - 2\pi$, так что дисперсия случайной величины ξ есть 0,5, а среднеквадратическое значение величины ξ есть $1/\sqrt{2}$, аналогично тому как вычисляется мощность и эффективное значение косинусоидального колебания как средние значения за период гармонического колебания.

В результате решения задачи сделать заключение о возможности или невозможности использования метода модуляции ОЧРК в мобильных сетях связи.

ГЛАВА 6

СИНХРОНИЗАЦИЯ СИГНАЛОВ В РАДИОЛИНИЯХ

Перед началом приема информации все необходимые устройства приемника: демодулятор, декодер, устройство разуплотнения сигналов, устройства свертки широкополосного сигнала, шифратор и др. должны быть синхронизированы по частоте, времени, фазе с приходящим радиосигналом. Также приемная антенна станции должна быть нацелена на передатчик корреспондирующего абонента. Первоначальная необходимая синхронизация приемного устройства осуществляется при приеме так называемой преамбулы, которая передается перед началом передачи пакета из информационных сообщений и затем поддерживается при приеме сообщений.

Если радиостанция работает в сети связи (спутниковой, наземной сотовой), то часть синхронизирующих функций приемника может быть реализована заранее (наведение антенны по сигналу маяка или сигналам общего канала управления трафиком сети, синхронизация по частоте, широкополосному сигналу и др.).

Главное требование ко всем каналам синхронизации — это обеспечить прием всех сигналов синхронизации с помехоустойчивостью, существенно более высокой, чем помехоустойчивость приема информационных сигналов с учетом помехоустойчивого кодирования в информационном канале, поскольку потеря сигналов синхронизации приводит к потерям больших массивов информации. С другой стороны, энергетические и временные затраты на передачу сигналов синхронизации должны быть минимальными.

Устройства обнаружения и захвата сигналов синхронизации различны для каждого сигнала синхронизации, а все системы слежения (автосопровождения синхросигналов) строятся по единой концептуальной схеме следящих систем.

В качестве математического аппарата анализа следящих систем используется преобразование Лапласа для непрерывных сигналов синхронизации и аппарат z -преобразований для импульсных следящих систем.

6.1. Синхронизация по несущей частоте принимаемого сигнала

В подавляющем числе современных радиоприемных устройств используется когерентный прием радиосигналов с фазовой манипуляцией, при котором обеспечивается наибольшая помехоустойчивость приема сигналов. При использовании помехоустойчивых кодов когерентный прием ФМ сигналов обеспечивает выигрыш по энергетике радиоприема около 3 дБ по сравнению с некогерентным приемом тех же ФМ сигналов с таким же помехоустойчивым кодированием.

Функциональная схема формирования когерентной опорной несущей в приемнике с помощью системы фазовой автоподстройки частоты (ФАП) показана на рис. 16. При приеме отрезка чистой несущей частоты в начале преамбулы схема снятия фазовой манипуляции не нужна и для анализа системы ФАП можно считать, что немодулированная несущая поступает на ограничитель с полосовым фильтром на его выходе (фильтр не показан на рис. 16). При приеме информационных фазоманипулированных сигналов схема снятия манипуляции, например, при ФМ-2 состоит из удвоителя частоты, на выходе которого появляется немодулированная несущая, полосового фильтра и делителя частоты на два. В итоге, на выходе схемы снятия фазовой манипуляции появляется чистая несущая $U_c \sin(\omega_c t + \varphi_0)$.

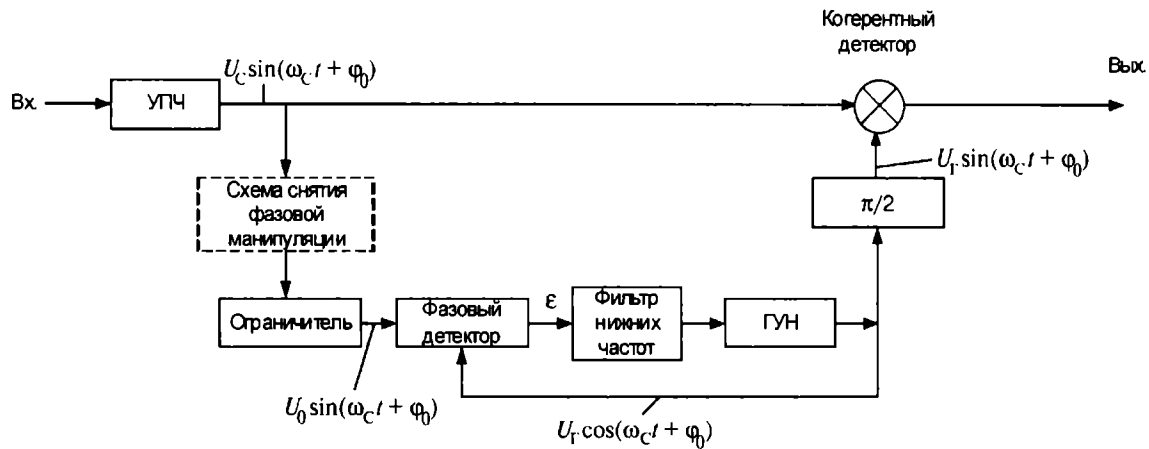


Рис. 16. Функциональная схема системы ФАП

Фазовый детектор или фазовый дискриминатор является перемножителем двух входных колебаний: входного сигнала и напряжения ГУН-а. ГУН — генератор синусоидального сигнала, частота которого изменяется пропорционально управляющему напряжению (ГУН — генератор, управляемый напряжением). На выходе фазового детектора возникает сигнал рассогласования (управления), который, проходя фильтр нижних частот, управляет частотой и фазой ГУН-а таким образом, чтобы сигнал рассогласования стремился к нулю. В этом состоянии частота ГУН-а будет равна частоте входного сигнала, а фаза колебания ГУН-а будет отличаться от фазы входного сигнала на $\pi/2$.

Определим передаточные функции элементов системы ФАП. Напряжение немодулированного сигнала запишем как $U_0 \sin(\omega_c t + \varphi_0) = U_0 \sin \varphi_c$, напряжение ГУН-а при разорванной цепи обратной связи — как $U_r \cos(\omega_r t + \varphi_{0r}) = U_r \cos \varphi_r$. На выходе фазового детектора напряжение сигнала ошибки (рассогласования)

$$\varepsilon = U_0 \sin \varphi_c U_r \cos \varphi_r = \frac{1}{2} U_0 U_r \sin \varphi = k_d \sin \varphi,$$

где $\varphi = \varphi_c - \varphi_r$, $k_d = \frac{1}{2} U_0 U_r$. В выражении для ε опущена гармоническая составляющая на частоте $\omega_c + \omega_r$, которая подавляется фильтром нижних частот.

Дискриминационная характеристика фазового детектора $\varepsilon = k_d \sin \varphi$ показана на рис. 17.

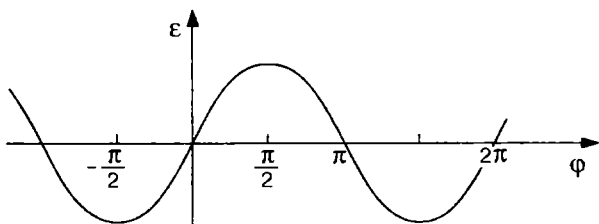


Рис. 17. Дискриминационная характеристика фазового детектора

Она является периодической с рабочей областью $-\pi/2 < \varphi < \pi/2$. При разности фаз φ , попадающей в нерабочую область, отрицательная обратная связь в системе ФАП превращается в положительную и система ФАП переходит в режим биений (автогенерации) и становится неработоспособной.

В режиме слежения сигнал ошибки ε мал, так что $\sin \varphi \approx \varphi$ и $\varepsilon = k_D \varphi$. В этом случае систему ФАП можно описать линейной следящей системой со структурной схемой, показанной на рис. 18.

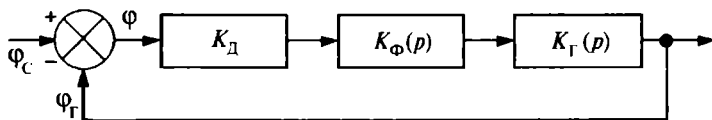


Рис. 18. Структурная схема линейризованной системы ФАП

Параметры φ_c , φ_r , φ , являющиеся функциями времени, в структурной схеме рис. 18 являются функциями оператора комплексной переменной $p = j\omega$, т.е. $\varphi_c = \varphi_c(p)$, $\varphi_r = \varphi_r(p)$, $\varphi = \varphi(p)$.

Частота ГУН-а $\omega_r = k_\Gamma U_{\text{вх}}$. Частота и фаза ГУН-а связаны соотношениями $\omega_r(t) = d\varphi_r(t)/dt$ или $\varphi_r(t) = \int \omega_r(t) dt$.

В операторной форме $\varphi_r(p) = \omega_r(p)/p = k_\Gamma U_{\text{вх}}(p)/p$. Передаточная функция ГУН-а равна

$$K_\Gamma(p) = \frac{\varphi_r(p)}{U_{\text{вх}}(p)} = \frac{k_\Gamma}{p}.$$

Обозначим $k_D k_\Gamma = k_0$, $K(p) = \frac{k_0 K_\Phi(p)}{p}$. Тогда структурная схема системы ФАП примет вид (рис. 19).

Из рис. 19 следует уравнение

$$[\varphi_c(p) - \varphi_r(p)] K(p) = \varphi_r(p).$$

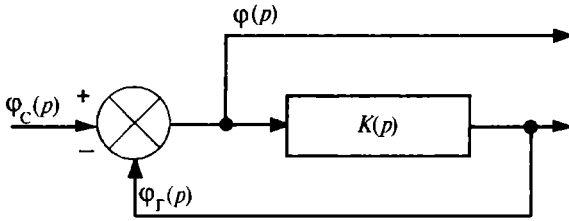


Рис. 19. Структурная схема системы ФАП

Отсюда передаточная функция следящей системы

$$H(p) = \frac{\varphi_r(p)}{\varphi_c(p)} = \frac{K(p)}{1 + K(p)}.$$

Аналогично передаточная функция для частоты ГУН-а есть

$$\frac{\omega_r^-(p)}{\omega_c(p)} = \frac{p\varphi_r(p)}{p\varphi_c(p)} = \frac{K(p)}{1 + K(p)} = H(p).$$

Для вычисления сигнала ошибки $\varphi(p)$ (рис. 19) используем уравнение $\varphi_c(p) - \varphi(p)K(p) = \varphi(p)$, откуда передаточная функция системы ФАП по ошибке равна

$$Y(p) = \frac{\varphi(p)}{\varphi_c(p)} = \frac{1}{1 + K(p)}.$$

Итак, изображение (преобразование Лапласа) частоты ГУН-а при изменении частоты сигнала есть:

$$\omega_r(p) = \omega_c(p)H(p) = \omega_c(p) \frac{k_0 K_\Phi(p)}{p + k_0 K_\Phi(p)},$$

а изображение сигнала ошибки при изменении частоты сигнала запишем следующим образом:

$$\varphi(p) = \varphi_c(p)Y(p) = \frac{\omega_c(p)}{p} Y(p) = \frac{\omega_c(p)}{p + k_0 K_\Phi(p)}.$$

Для получения выражений для частоты ГУН-а и сигнала ошибки как функций времени $\omega_r(t)$ и $\varphi(t)$ необходимо перейти от изображений функций к обратному преобразованию Лапласа.

Ниже в таблице приведены некоторые формулы преобразования Лапласа $F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} F(t) dt$.

$F(p)$	$F(t)$
$\lim_{p \rightarrow 0} pF(p)$	$\lim_{t \rightarrow \infty} F(t)$
$\frac{1}{p}$	1
$\frac{1}{p+\alpha}$	$e^{-\alpha t}$
$\frac{1}{p(p+\alpha)}$	$\frac{1}{\alpha}(1-e^{-\alpha t})$
$\frac{1}{(p+\alpha)^2}$	$t e^{-\alpha t}$
$\frac{1}{(p+b)^2 + \alpha^2}$	$\frac{1}{\alpha} e^{-bt} \sin \alpha t$
$\frac{1}{p[(p+b)^2 + \alpha^2]}$	$\frac{1}{\alpha^2 + b^2} \left[1 - e^{-bt} \left(\cos \alpha t + \frac{b}{\alpha} \sin \alpha t \right) \right]$

Следящие системы исследуются на воздействия двух типов: единичного скачка и флюктуационного воздействия в виде гауссовского шума.

Рассмотрим в качестве примера систему ФАП без фильтра нижних частот, т.е. положим $K_{\Phi}(p) = 1$. Пусть для моментов времени $t < 0$ разность частот входного сигнала и ГУН-а равна нулю, а для момента времени $t \geq 0$ частота входного сигнала изменилась скачком на величину $\Delta\omega$. Рассмотрим как частота ГУН-а будет отслежи-

вать это изменение частоты входного сигнала. Положим $\omega_c(t) = \Delta\omega$ для $t \geq 0$. Тогда $\omega_c(p) = \Delta\omega/p$ и $\omega_r(p) = \frac{\Delta\omega k_0}{p(p+k_0)}$.

По таблицам обратного преобразования Лапласа найдем $\omega_r(t) = \Delta\omega(1 - e^{-k_0 t})$, где величина k_0 — коэффициент усиления в петле обратной связи определяет быстродействие следящей системы.

Для сигнала ошибки при воздействии скачка частоты получим

$$\varphi(p) = \frac{\Delta\omega}{p(p+k_0)}, \quad \varphi(t) = \frac{\Delta\omega}{k_0}(1 - e^{-k_0 t}).$$

Система ФАП будет отслеживать изменения частоты и фазы входного сигнала, если сигнал ошибки $\varphi(t)$ не будет выходить за пределы апертуры фазового детектора $\pm\pi/2$.

При $\Delta\omega/k_0 > \pi/2$ происходит срыв слежения. Величина $\Delta\omega = \Delta\omega_{\text{ЗАХВ}}$, при которой выполняется условие $\Delta\omega/k_0 \leq \pi/2$, называется полосой захвата системы ФАП.

$$\Delta\omega_{\text{ЗАХВ}} = \frac{\pi k_0}{2} \quad \text{или} \quad \Delta F_{\text{ЗАХВ}} = \frac{\Delta\omega_{\text{ЗАХВ}}}{2\pi} = \frac{k_0}{4}.$$

Тогда для сигнала ошибки (разность фаз между фазой входного сигнала и фазой ГУН-а) можно записать

$$\varphi(t) = \frac{\pi}{2} \frac{\Delta\omega}{\Delta\omega_{\text{ЗАХВ}}}(1 - e^{-\Delta F_{\text{ЗАХВ}} t}).$$

Отсюда для задаваемой максимальной допустимой разности фаз $\varphi(t)$ и величины $\Delta\omega_{\text{ЗАХВ}}$ можно определить допустимую расстройку $\Delta\omega$ частоты входного сигнала от номинальной частоты ГУН-а.

Линейную следящую систему как всякую линейную систему всегда можно представить в виде фильтра с некоторой полосой пропускания, называемой шумовой полосой следящей системы. Система ФАП есть узкополос-

ный полосовой следящий фильтр с центральной частотой равной частоте входного сигнала.

Увеличение коэффициента передачи k_0 петли обратной связи следящей системы увеличивает полосу захвата системы и ее быстродействие. При этом шумовая полоса частот следящей системы также растет, приводя к возрастанию шумовой ошибки следящей системы, которая может стать причиной срыва слежения. Без учета шумовых ошибок следящей системы выбор ее параметров бессмыслен.

Шумовая полоса системы ФАП, как и другой системы синхронизации приемного устройства, определяется скоростью передачи информации в радиоканале и характеристиками помехоустойчивого кодирования.

Помехоустойчивость системы ФАП и других систем синхронизации должна быть существенно выше чем помехоустойчивость информационных каналов. С учетом использования помехоустойчивого кодирования в радиолинии шумовая полоса системы ФАП должна быть в 20–50 раз меньше скорости передачи информации по радиолинии.

Для системы ФАП необходимо найти флюктуационную ошибку ГУН-а. Эта ошибка влияет на качество когерентного детектирования радиосигнала (см. рис. 16) и определяет флюктуационную разность фаз входного полезного сигнала и ГУН-а, которая не должна приводить к срыву слежения.

Если на выходе УПЧ схемы рис. 16 действует гармонический сигнал мощностью P_c и шум со спектральной плотностью N_0 , то на входе фазового детектора линеаризованной схемы ФАП действует аддитивная смесь полезного сигнала $\varphi_c(t)$ и шум с эквивалентной спектральной плотностью $N_{0Э} = N_0/P_c$. Тогда дисперсия флюктуационной ошибки фазы ГУН-а есть $\sigma_\varphi^2 = N_{0Э} \Delta F_{ш}$ радиан², где $\Delta F_{ш}$ — шумовая полоса следящей системы (видеополоса). Передаточная функция для фазы ГУН-а при воздействии фазы входного сигнала системы ФАП

есть $H(p)$. Квадрат амплитудно-частотной характеристики следящей системы есть $|H(j\omega)|^2$ и шумовая полоса системы ФАП равна $\Delta F_{\text{ш}} = \frac{\Delta\omega_{\text{ш}}}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} |H(j\omega)|^2 d\omega$.

Для системы ФАП без фильтра нижних частот получим $|H(j\omega)|^2 = \frac{k_0^2}{\omega^2 + k_0^2}$ и $\Delta F_{\text{ш}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{k_0^2 d\omega}{\omega^2 + k_0^2} = \frac{k_0}{4}$.

Таким образом, шумовая полоса системы ФАП без фильтра нижних частот, называемой системой ФАП первого порядка (описывается дифференциальным уравнением первого порядка) или системой ФАП с первым порядком астатизма (с одним интегратором) равна полосе захвата $\Delta F_{\text{ш}} = \Delta F_{\text{захв}}$.

Более высокие характеристики системы ФАП можно получить для систем ФАП второго порядка, оптимизируя характеристики фильтра нижних частот схемы рис. 16.

Задача 72. На схеме, изображенной на рис. 16, для установившегося режима частота ГУН-а равна частоте входного сигнала, а фаза колебания ГУН-а повернута на 90° по отношению к фазе входного сигнала. Объясните, по принципу действия ФАП как следящей системы, что это действительно так и должно быть.

Задача 73. Система ФАП без фильтра нижних частот в исходном состоянии находилась в установившемся режиме слежения за частотой и фазой радиосигнала. В момент времени $t = 0$ фаза входного сигнала изменилась скачком на величину $\varphi(t) = \Delta\varphi_0 = \text{const}$. Найти выражения для фазы ГУН-а $\varphi_r(t)$ и сигнала ошибки $\varphi(t)$ как функций времени.

Задача 74. В схеме, показанной на рис. 16, найти напряжение на выходе когерентного детектора, на один

вход которого поступает фазоманипулированный сигнал $U_C \sin[\omega_c t + \varphi_0 + \varphi(t)]$, где $\varphi(t) = 0$ при передаче символа «1» и $\varphi(t) = \pi$ при передаче символа «0», а на другой вход когерентного детектора поступает опорное напряжение от ГУН-а $U_r \sin(\omega_c t + \varphi_0)$.

Задача 75. В системе ФАП первого порядка изображение частоты ГУН-а $\omega_r(p)$ и сигнала ошибки $\varphi(p)$ имеют вид при воздействии скачка частоты $\Delta\omega$ на входе системы ФАП:

$$\omega_r(p) = \frac{\Delta\omega k_0}{p(p+k_0)}; \quad \varphi(p) = \frac{\Delta\omega}{p(p+k_0)}.$$

Найти установившиеся значения при $t \rightarrow \infty$ величин $\lim_{t \rightarrow \infty} \omega_r(t)$ и $\lim_{t \rightarrow \infty} \varphi(t)$.

Задача 76. Для системы ФАП с RC-фильтром нижних частот, показанного на рис. 20 найти передаточную функцию фильтра нижних частот $K_\Phi(p)$ и изображение сигнала ошибки $\varphi(p)$ системы ФАП, для скачка частоты входного сигнала $\Delta\omega$. Найти установившееся значение $\lim_{t \rightarrow \infty} \varphi(t)$.

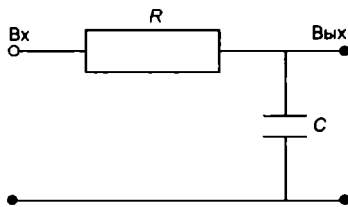


Рис. 20. RC-фильтр нижних частот

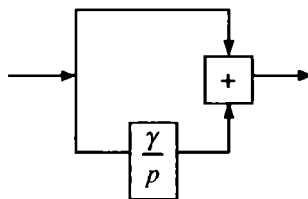


Рис. 21. Структурная схема фильтра нижних частот с интегратором

Задача 77. Для системы ФАП с интегрирующим фильтром нижних частот, показанного на рис. 21, написать выражение для передаточной характеристики фильтра нижних частот

$K_\phi(p)$ и определить для скачка частоты входного сигнала $\Delta\omega$ изображение сигнала ошибки $\phi(p)$. Найти установившееся значение $\lim_{t \rightarrow \infty} \phi(t)$. Дать физическое толкование полученному установившемуся значению $\phi(t)$.

Задача 78. Для системы ФАП с интегрирующим фильтром нижних частот (рис. 21) для скачка частоты входного сигнала $\Delta\omega$ найти изображение сигнала ошибки $\phi(p)$. Привести это изображение к типовой форме вида, $\frac{1}{(p+b)^2 + \alpha^2}$ для которой имеются таблицы обратного преобразования Лапласа. Найти выражение для $\phi(t)$ при $4\gamma/k_0 = 1$ (критический режим) и при $4\gamma/k_0 > 1$ (колебательный режим). Построить кривые $\phi(t)$ для этих режимов в функции аргумента $\frac{k_0}{2}t$.

Для критического режима определить полосу захвата системы ФАП $\Delta\omega_{\text{захв}}$ из условия, что максимум функции $\phi(t)$ должен быть меньше или равен $\pi/2$.

Задача 79. При когерентном детектировании радиосигнала (см. рис. 16) отклонение фазы ГУН-а от фазы принимаемого радиосигнала на некоторую величину $\Delta\phi$ уменьшает величину полезного сигнала на выходе когерентного детектора.

Для задаваемых допустимых потерь сигнала 0,3 дБ определить допустимую величину $\Delta\phi$ в градусах и радианах.

Задача 80. Для системы ФАП первого порядка для допустимой ошибки слежения по фазе не более 0,2 рад определить допустимую расстройку частоты радиосигнала $\Delta\omega$ относительно полосы захвата системы ФАП $\Delta\omega_{\text{захв}}$.

Задача 81. Принимая, что процесс установления синхронизации ГУН-а по частоте и фазе практически

завершен, когда значение ошибки $\varphi(t)$ достигает величины 0,95 от установившегося значения, определить для системы ФАП первого порядка время (относительно величины $1/\Delta F_{ш}$) окончания процесса синхронизации.

Задача 82. Для системы ФАП с двумя интеграторами (с интегрирующим фильтром нижних частот, показанном на рис. 21) для критического режима вычислить для входного скачка частоты радиосигнала $\Delta\omega = \Delta\omega_{захв}$ изображение ошибки слежения $\varphi(p)$ и его обратного преобразования Лапласа $\varphi(t)$. Определить время синхронизации системы ФАП, считая, что синхронизация практически закончена, когда ошибка слежения становится равной или менее 0,2 рад.

6.2. Система тактовой синхронизации

При приеме цифровых сигналов необходимо знать начало и конец каждого символа информации, что обеспечивается системой тактовой синхронизации. В приемном устройстве имеется генератор тактовой частоты (ГУН), который подстраивается по частоте и фазе по приходящему сигналу. При пакетной передаче сообщений в составе преамбулы после отрезка немодулированной несущей передается отрезок несущей, манипулированный меандром тактовой частоты для первоначальной синхронизации системы тактовой синхронизации приемника.

Функциональная схема автоподстройки частоты и фазы генератора тактовой частоты приемника по принимаемому сигналу не отличается от типовой схемы ФАП, рассмотренной ранее. Система тактовой синхронизации, выполняемая цифровыми устройствами или программным способом за счет высокой частоты дискретизации входного сигнала и многоуровневого АЦП сводится к непрерывному аналогу и рассчитывается как классическая система ФАП.

Ошибки системы тактовой синхронизации приводят к уменьшению помехоустойчивости приема сигналов. Если на вход интегратора с синхронным разрядом поступают прямоугольные импульсы сигнала и система тактовой синхронизации выдает тактовые импульсы для разряда интегратора с ошибкой $\Delta\tau$ по отношению к действительному положению фронтов импульса сигнала, то наличие ошибки $\Delta\tau$ приводит к уменьшению амплитуды символа на выходе интегратора на величину $2U_c \Delta\tau$, если перед (после) данным символом принимался символ другого знака.

При этом отношение мощностей сигнал—шум на выходе интегратора с синхронным разрядом уменьшает-

$$\text{ся в } \left(\frac{\tau}{\tau - 2\Delta\tau} \right)^2 = \left(\frac{1}{1 - 2\Delta\tau/\tau} \right)^2 \text{ раз.}$$

Задача 83. Система тактовой синхронизации не должна ухудшать отношение сигнал—шум на выходе интегратора с синхронным разрядом более чем на 0,3 дБ. Определить максимальную допустимую погрешность системы тактовой синхронизации $\Delta\tau$ в процентах по отношению к длительности символа τ .

Задача 84. Задана нестабильность частоты генератора тактовой частоты приемника, равная 10^{-4} относительно тактовой частоты принимаемых символов сигнала. После первоначального фазирования в приемнике тактовых импульсов с началом и концом принимаемых символов сигнала по преамбуле генератор тактовой частоты в приемнике не подстраивается по принимаемым информационным сигналам.

Определить через какое число принимаемых символов сигнала смещение тактовых импульсов системы синхронизации тактовой частоты относительно фронтов принимаемых символов достигнет допустимой величины в 1%.

6.3. Прием стартового слова

Наименьшую длину стартового слова обеспечивают корреляционные методы приема стартового слова или прием стартового слова на согласованный фильтр. В качестве стартового слова целесообразно выбрать m -последовательность, имеющей малые боковые лепестки автокорреляционной функции.

При приеме стартового слова возможны две ситуации: 1) часть меандра тактовой синхронизации преамбулы и часть стартового слова формируют сигнал синхронизации так, что происходит преждевременная ложная фиксация сигнала стартового слова. Также часть стартового слова и последующие символы информации или просто символы информации могут привести к ложной фиксации стартового слова. Вероятность ложного приема стартового слова обозначим через $P_{л}$; 2) правильный прием стартового слова или неприем стартового слова. Вероятность правильного приема стартового слова обозначим через $P_{пр}$, тогда вероятность неприема стартового слова есть $1 - P_{пр}$. Примем, что стартовое слово имеет длину из n канальных символов длительностью τ . В канале передачи информации используется помехоустойчивое кодирование. При приеме каждого символа стартового слова в приемнике после когерентного детектора формируются символы с амплитудой $+1$ или -1 в зависимости от фазы 0 или π символов стартового слова. В отсутствие ошибок при приеме символов стартового слова на выходе согласованного фильтра в момент окончания стартового слова появится напряжение, равное $+n$.

На рис. 22 показана схема согласованного фильтра для m -последовательности длиной $n = 7$, состоящая из устройства задержки с отводами, фазовращателей и сумматора. Значок « $-$ » фазовращателя означает изменение полярности сигнала, значок « $+$ » означает, что полярность сигнала не меняется. На рис. 23 показаны эпюры сигналов на входе и выходе согласованного фильтра

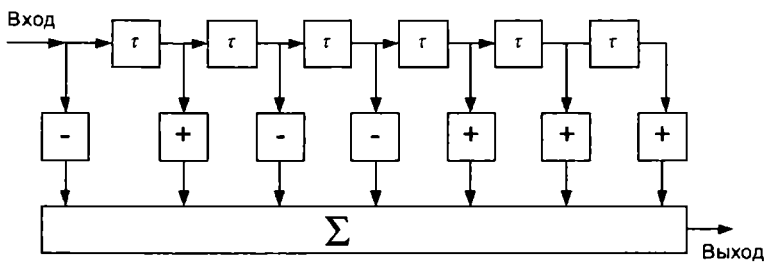


Рис. 22. Согласованный фильтр для m -последовательности

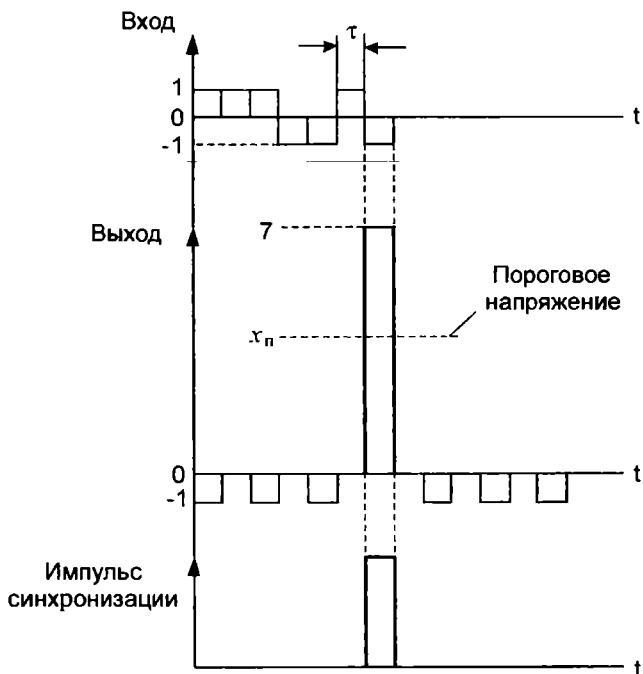


Рис. 23. Сигнал на входе и выходе согласованного фильтра и импульс синхронизации на выходе порогового устройства

и результирующий импульс синхронизации на выходе порогового устройства.

При наличии ошибок при приеме символов стартового слова распределение вероятностей напряжения на выходе согласованного фильтра (или коррелятора) в момент окончания стартового слова описывается биномиальным законом.

Вероятность того, что в блоке из n символов искажится ровно i символов, равна $P(n, i) = C_n^i p^i (1-p)^{n-i}$, где p — вероятность искажения одного символа. Среднее значение биномиального распределения вероятностей есть np , а дисперсия равна $np(1-p)$. При единичной амплитуде символов стартового слова искажение одного символа приводит к уменьшению максимальной амплитуды сигнала на выходе согласованного фильтра на величину, равную 2.

Тогда среднее значение сигнала на выходе согласованного фильтра равно $\alpha = n - 2np = n(1 - 2p)$, а дисперсия будет равна $\sigma^2 = 4np(1-p)$, так как искажение одного символа дает амплитуду ошибки, равную 2.

Будем считать, что при формировании ложного сигнала стартового слова на входе согласованного фильтра присутствует случайная двоичная последовательность с вероятностью ошибки символа $p = 1/2$. Тогда среднее значение напряжения на выходе согласованного фильтра есть $\alpha = n(1 - 2p) = 0$, а дисперсия $\sigma_0^2 = 4np(1-p) = n$.

При больших значениях n ($n > 20$) в соответствии с формулой Муавра—Лапласа теории вероятности биномиальное распределение вероятностей сходится к гауссовской плотности распределения вероятностей со средним значением α и дисперсией σ_0^2 . Тогда вероятность ложного появления стартового слова равна

$$P_{\text{л}} = \int_{x_{\text{п}}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_0} e^{-x^2/2\sigma_0^2} dx = \int_{x_{\text{п}}/\sigma_0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-y^2/2} dy = \frac{1}{2} \left[1 - \Phi\left(\frac{x_{\text{п}}}{\sigma_0}\right) \right],$$

где $x_{\text{п}}$ есть некоторое пороговое напряжение, которое выбирается исходя из заданной величины $P_{\text{л}}$.

В области малых значений $P_{\text{л}}$ (от 10^{-3} до 10^{-7}) справедливо соотношение $\frac{1}{2}[1 - \Phi(x)] \approx 0,1e^{-x^2/2}$.

$$\text{Тогда } P_{\text{л}} \approx 0,1e^{-(x_{\text{п}}/\sigma_0)^2/2} \text{ и } x_{\text{п}} = \sqrt{2n \ln\left(\frac{1}{10P_{\text{л}}}\right)}.$$

Вероятность неприема стартового слова есть

$$\begin{aligned} 1 - P_{\text{пр}} &= \int_{-\infty}^{x_{\text{п}}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\alpha)^2}{2\sigma^2}} dx = \\ &= \frac{1}{2} \left[1 - \Phi\left(\frac{\alpha - x_{\text{п}}}{\sigma}\right) \right] \approx 0,1e^{-\frac{(\alpha - x_{\text{п}})^2}{2\sigma^2}}, \end{aligned}$$

$$\text{где } \alpha = n(1-2p), \sigma^2 = 4np(1-p), x_{\text{п}} = \sqrt{2n \ln\left(\frac{1}{10P_{\text{л}}}\right)}.$$

Помехоустойчивость приема стартового слова должна быть существенно выше помехоустойчивости приема информационных сообщений. Положим, что надежный прием стартового слова должен обеспечиваться при отношении сигнал—шум для одного канального символа равному единице (в канале передачи информационных сообщений используются мощные помехоустойчивые коды). В этом случае следует положить $p = 10^{-1}$.

Задача 85. Построить зависимость вероятности неприема стартового слова $1 - P_{\text{пр}}$ от величины n (длина стартового слова) при вероятности ложного формирования стартового слова $P_{\text{л}} = 10^{-6}$ для двух значений вероятности ошибки на символ стартового слова $p = 10^{-1}$ и $p = 10^{-2}$. Для $1 - P_{\text{пр}} = 10^{-6}$ определить необходимую длину стартового слова n при $p = 10^{-1}$ и $p = 10^{-2}$.

ГЛАВА 7

КОДИРОВАНИЕ ИСТОЧНИКОВ СООБЩЕНИЙ

Между кодером цифрового канала связи и источником сообщений включается кодер источника сообщений. Источник сообщения может быть цифровым (компьютер, магнитный или оптический диск) или аналоговым (телефонный, телевизионный, телеметрический сигналы). Задача кодера источника сообщения — представить передаваемое сообщение в цифровой форме для канала связи в наиболее экономном виде. Кодер источника сообщения также называют устройством сжатия сообщений. Если источник цифрового сообщения создает поток двоичных символов со скоростью $R_{и}$, то на выходе кодера сообщения появляется поток информационных бит со скоростью $R < R_{и}$. Отношение $K_{сж} = R_{и}/R$ называется коэффициентом сжатия. Так для модема V.34 канала тональной частоты разработано устройство сжатия текстовой информации с коэффициентом сжатия $K_{сж} = 4$. На выходе модема V.34 $R = 32$ кбит/с при $R_{и} = 128$ кбит/с.

При передаче телефонного сигнала следует положить $R_{и} = 64$ кбит/с. При этой скорости передачи преобразование аналогового телефонного сигнала в цифровую форму с использованием компандирования происходит без потери качества телефонного сигнала. Прослушивание бригадой экспертов телефонного сигнала после обратного преобразования цифрового телефонного сигнала в аналоговую форму показывает, что качество восстановленного сигнала не отличается от исходного. На

сегодняшний день кодеры телефонного сигнала, называемые речепреобразующими устройствами, позволяют передавать телефонный сигнал с хорошим качеством на скорости до 2,4 кбит/с, т.е. обеспечивается получение коэффициента сжатия $K_{сж} = 27$.

Для цветного телевизионного сигнала при цифровом его представлении без потери качества $R_{и} \approx 256$ Мбит/с. Коэффициент сжатия телевизионного сигнала при коммерческом качестве телевизионного сигнала (качество принимаемого аналогового телевизионного сигнала стандарта «Секам») достигает величины $K_{сж} = 50 \div 100$.

При обработке телеметрической информации от ракет и космических аппаратов достигается коэффициент сжатия порядка 100.

7.1. Кодеры стационарных цифровых источников информации

Пусть источник информации имеет алфавит из n символов (букв) x_1, x_2, \dots, x_n с априорной вероятностью появления буквы x_i равной $P(x_i)$. Количество информации, получаемое при появлении буквы x_i , есть логарифмическая мера отношения апостериорной вероятности появления x_i (которая равна 1 при появлении x_i) к априорной вероятности $P(x_i)$:

$$I(x_i) = \log \frac{1}{P(x_i)} = -\log P(x_i).$$

Средняя информация источника цифровых сообщений на символ (букву) называется энтропией источника:

$$H(x) = \sum_{i=1}^n P(x_i) I(x_i) = -\sum_{i=1}^n P(x_i) \log P(x_i).$$

Если источник информации генерирует независимые буквы с некоторой электрической скоростью $R_{и}$ букв за секунду, то скорость создания информации источником

есть $R = H(x)R_{\text{и}}$ и предельно-достижимый коэффициент сжатия равен $K_{\text{сж}} = 1/H(x)$.

Рассмотрим источник двоичной информации, который выдает последовательность независимых символов «0» с вероятностью q и символов «1» с вероятностью $1 - q$.

Энтропия такого источника на бит

$$H(x) = -q \log_2 q - (1 - q) \log_2 (1 - q).$$

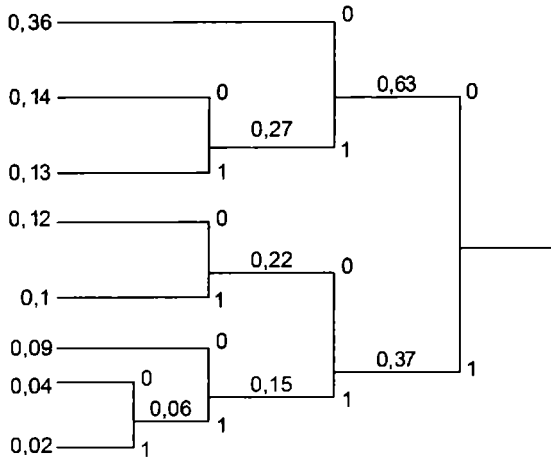
Задача 86. Определить максимально-достижимый коэффициент сжатия двоичных сообщений от источника независимых двоичных символов с вероятностью появления символов «0» $P(0) = 0,9$ и символов «1» $P(1) = 0,1$.

Алгоритм кодирования Хаффмена

Алгоритм Хаффмена есть алгоритм кодирования с помощью кодовых слов переменной длины, в котором более вероятные буквы представляются более короткими кодовыми словами. При этом кодовые слова при приеме декодируются однозначно без каких-либо символов начала или конца кодового слова.

По методу Хаффмена буквы записываются в столбец сверху вниз по мере убывания их априорной вероятности $P(x_i)$ и строится кодовое дерево, как это иллюстрируется на рис. 24.

Процесс кодирования и построение кодового дерева начинаем с двух наименее вероятных символов (букв) x_8 и x_7 . Эти два символа объединяем, как показано на рис. 24, причем верхнему ветвлению присваиваем символ «0», а нижнему «1». Вероятности этих двух ветвей складываются и общему узлу присваивается суммарная вероятность, как это показано на рис. 24. Далее опять объединяются ветви с наименьшими вероятностями и т.д. Кодовые слова получаются при движении от самого



Буква	$P(x)$	Код	Буква	$P(x)$	Код
x_1	0,36	00	x_5	0,1	101
x_2	0,14	010	x_6	0,09	110
x_3	0,13	011	x_7	0,04	1110
x_4	0,12	100	x_8	0,02	1111

Рис. 24. Кодирование кодовыми словами переменной длины

правого узла дерева до крайнего левого узла. При движении вверх по дереву формируется символ «0», при движении вниз — символ «1», как это показано в таблице на рис. 24.

Задача 87

1. Определить максимально-достижимый коэффициент сжатия сообщений от источника независимых символов $x_1 \dots x_8$ с априорными вероятностями, представленными в таблице рис. 24, если каждый символ $x_1 \dots x_8$ от источника информации представлен трехразрядным двоичным кодовым словом.

2. Определить среднюю длину кодового слова в битах на букву $\bar{n} = \sum_{i=1}^8 P(x_i) n_i$, где n_i — длина кодового слова x_i в таблице рис. 24. Определить эффективность (КПД) кодирования по методу Хаффмена, вычислив отношение $\bar{n}/H(x)$.

7.2. Кодирование аналоговых источников сообщений

Количество информации, содержащееся в стационарном аналоговом сигнале в некотором интервале времени, дает теория информации, как и в случае цифровых источников информации.

Теоретически это количество информации равно бесконечности, если необходимо различать бесконечное число амплитудных уровней сигнала. Поэтому количество информации в аналоговом сигнале вычисляется при заданной допустимой величине искажения аналогового сигнала. Это количество информации и определяет величину, до которой потенциально можно сжать стационарный аналоговый сигнал.

Количество информации, содержащееся в стационарном аналоговом гауссовском сигнале дается теорией ϵ -энтропии А.Н. Колмогорова. Энтропия аналогового сигнала за время $T \rightarrow \infty$ равна, бит

$$H(\epsilon) = T \int_0^{F_0} \log \frac{S(F)}{C_0} dF,$$

где $S(F)$ — спектр мощности аналогового сигнала, C_0 — спектральная плотность мощности ошибки воспроизведения аналогового сигнала, равномерная в полосе частот от нуля до F_0 , где интервал частот от нуля до F_0 есть интервал частот, где $S(F) \geq C_0$, так как те частотные компоненты сигнала, для которой $S(F) < C_0$, воспроизводиться не должны, так как их воспроизведение с ошибкой со спектральной плотностью C_0 даст большую

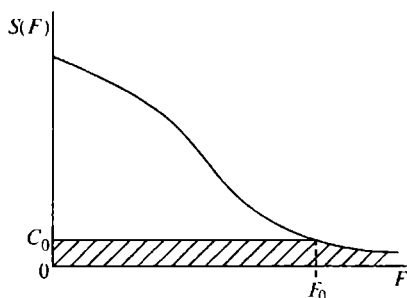


Рис. 25. Дисперсия ошибки σ^2 (заштрихованная площадь), дающая минимум ϵ -энтропии

ошибку воспроизведения аналогового сигнала. Сказанное выше иллюстрируется рис. 25.

Минимально необходимая скорость передачи информации в бит/с от аналогового источника сообщений при максимальном сжатии сообщения будет равна

$$R = \frac{H(\epsilon)}{T} = \int_0^{F_0} \log \frac{S(F)}{C_0} dF, \text{ где } F_0 \text{ определяется для заданной}$$

нормированной дисперсии ошибки воспроизведения аналогового сигнала из выражения (см. рис. 25)

$$\epsilon^2 = \frac{\sigma^2}{P_c} = \frac{C_0 F_0 + \int_{F_0}^{\infty} S(F) dF}{\int_0^{\infty} S(F) dF}.$$

Для аналогового сигнала с равномерным спектром от нуля до некоторой максимальной частоты F_0 имеем

$$S(F) = \begin{cases} 1 & \text{при } F \leq F_0 \\ 0 & \text{при } F > F_0 \end{cases}$$

и получим

$$\epsilon^2 = C_0; \quad R = F_0 \log \left(\frac{1}{\epsilon^2} \right) = F_0 \log \left(\frac{P_c}{\sigma^2} \right).$$

Из вышесказанного и рис. 25 следует метод сжатия аналоговых сигналов, называемых методом ортогональных преобразований, который является наиболее эффективным.

Спектр аналогового сигнала на интервале стационарности T на основании обратной теоремы Котельникова представляется независимыми отсчетами, отстоящими по частоте на интервал $1/T$. Каждый отсчет характеризуется двумя координатами: амплитудой отсчета и его фазой или синусной и косинусной координатами. Для некоторых аналоговых сигналов, например, телефонного сигнала, необходимо знание только амплитуды сигнала, фаза частотного отсчета передаваться не должна, поскольку ухо человека не чувствительно к фазе гармонических составляющих спектра телефонного сигнала.

Для заданной спектральной плотности ошибки C_0 (см. рис. 25) все частотные отсчеты спектра аналогового сигнала, лежащие правее частоты F_0 , отбрасываются. Оставшиеся отсчеты спектра оцифровываются, исходя из заданной дисперсии ошибки $C/S(F_i)$ и передаются по каналу связи.

Для нестационарного процесса, у которого изменяется ширина спектра аналогового сигнала, при уменьшении ширины спектра сигнала на интервале стационарности T автоматически уменьшается величина F_0 и число отсчетов спектра сигнала, которое необходимо передавать по каналу связи, что и предопределяет возможность эффективного сжатия аналогового сигнала.

7.3. Сжатие аналоговых сигналов с помощью предсказателей

Рассмотрим аналоговые сигналы со спектрами мощности вида

$$S(F) = \frac{1}{1 + (F/\Delta F)^{2m}},$$

где ΔF есть ширина спектра сигнала по уровню половинной мощности, $m = 1, 2, \dots$

При малых m частота дискретизации сигнала по времени F_d много больше ширины спектра сигнала ΔF , так что на интервале корреляции сигнала $1/\Delta F$ укладывается большое число выборок сигнала. Это говорит о том, что соседние выборки сигнала сильно коррелированы и целесообразно по каналу связи передавать только разность между амплитудой текущей выборки сигнала и ее предсказанного значения.

Для спектра сигнала $S(F)$ при $m = 1$ случайный аналоговый сигнал представляет собой марковский случайный процесс, у которого текущая выборка сигнала зависит только от одной предыдущей выборки сигнала.

Рассмотрим сжатие стационарного аналогового марковского случайного процесса при использовании предсказания амплитуды текущей выборки сигнала по значению предыдущей выборки. Обозначим текущее значение выборки сигнала через $x(t)$, предыдущей выборки — через $x(t-\tau)$, мощность стационарного случайного сигнала — через σ_c^2 . Среднее значение квадрата разности между текущей и предыдущей выборками есть

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{ПРЕДСК}}^2(\tau) &= \overline{[x(t) - x(t-\tau)]^2} = \\ &= \overline{x^2(t)} + \overline{x^2(t-\tau)} - 2\overline{x(t)x(t-\tau)} = 2\sigma_c^2 [1 - R(\tau)],\end{aligned}$$

где горизонтальная черта означает операцию усреднения; $\overline{x^2(t)} = \overline{x^2(t-\tau)} = \sigma_c^2$ есть мощность сигнала; $R(\tau)$ — коэффициент корреляции случайного процесса.

Обозначим квадрат нормированной ошибки предсказания как $\epsilon_{\text{ПРЕДСК}}^2(\tau) = \sigma_{\text{ПРЕДСК}}^2(\tau) / \sigma_c^2 = 2[1 - R(\tau)]$.

При расстоянии между соседними выборками сигнала $T_{\text{ОПР}} = 1/F_d$, где $T_{\text{ОПР}}$ — интервал опроса, F_d — частота дискретизации аналогового сигнала по времени, и $\tau = T_{\text{ОПР}}$ получим $\epsilon_{\text{ПРЕДСК}}^2 = 2[1 - R(T_{\text{ОПР}})]$.

Если при эффективном значении аналогового сигнала σ_c для квантования выборок по амплитуде используется равномерное квантование на L уровней, то для квантования предсказанного разностного сигнала требуется $\frac{\sigma_{\text{ПРЕДСК}}}{\sigma_c} L = \epsilon_{\text{ПРЕДСК}} L$ уровней квантования и тре-

буемая скорость передачи аналогового сигнала методом предсказания составит величину $R = F_d \log(\epsilon_{\text{ПРЕДСК}} L)$.

Выразим величины F_d и $\epsilon_{\text{ПРЕДСК}}$ через ϵ -результующую среднеквадратичную погрешность передаваемого аналогового сигнала. Квадрат (дисперсия) результирующей погрешности передачи аналогового сигнала $\epsilon^2 = \epsilon_d^2 + \epsilon_{\text{КВ}}^2$, где ϵ_d^2 - дисперсия ошибки дискретизации сигнала по времени при его восстановлении в приемнике, $\epsilon_{\text{КВ}}^2$ - дисперсия шумов амплитудного квантования (оцифровки) выборок сигнала, нормированная относительно мощности сигнала σ_c^2 .

Для восстановления значений марковского сигнала между соседними выборками сигнала можно использовать ступенчатую экстраполяцию или линейную интерполяцию между двумя соседними выборками.

Мы рассмотрим ступенчатую экстраполяцию в интервале времени $T_{\text{ОПР}}/2$ вперед и назад по принимаемой выборке сигнала, как это показано на рис. 26.

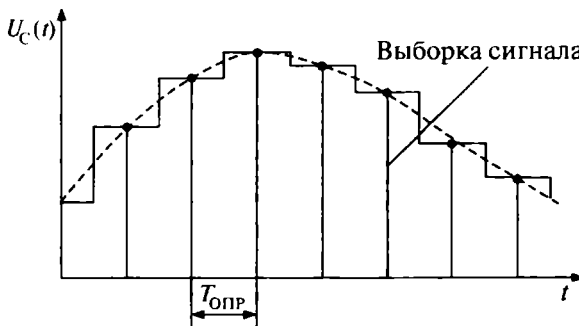


Рис. 26. Ступенчатая экстраполяция сигнала по его выборкам

Для дисперсии ошибки дискретизации сигнала по времени при восстановлении его в приемнике с помощью ступенчатой экстраполяции можно записать

$$\varepsilon_{\text{д}}^2 = \frac{1}{T_{\text{ОПР}}} \int_{-T_{\text{ОПР}}/2}^{T_{\text{ОПР}}/2} 2[1 - R(\tau)] d\tau = 2 - \frac{4}{T_{\text{ОПР}}} \int_0^{T_{\text{ОПР}}/2} R(\tau) d\tau.$$

Для спектра мощности сигнала $S(F) = \frac{1}{1 + (F/\Delta F)^2}$

корреляционная функция $K(\tau) = \int_0^{\infty} S(F) \cos(2\pi F\tau) dF$ есть косинус-преобразование Фурье от спектра мощности.

Используя формулу $\int_0^{\infty} \frac{\cos(ax) dx}{1+x^2} = \frac{\pi}{2} e^{-a}$, получим $K(\tau) = \frac{\pi\Delta F}{2} e^{-2\pi\Delta F|\tau|}$ и коэффициент корреляции $R(\tau) = e^{-2\pi\Delta F|\tau|}$. Тогда $\varepsilon_{\text{д}}^2 = 2 - \frac{2}{\pi\Delta F} (1 - e^{-\pi\Delta F T_{\text{ОПР}}})$.

Для $\Delta F T_{\text{ОПР}} = \Delta F / F_{\text{д}} \ll 1$ $e^{-x} \approx 1 - x + \frac{x^2}{2}$, и получим $\varepsilon_{\text{д}}^2 = \frac{\pi\Delta F}{F_{\text{д}}}$. Отсюда $F_{\text{д}} = \frac{\pi\Delta F}{\varepsilon_{\text{д}}^2}$.

Для аналогового сигнала с равновероятными значениями амплитуды ошибка квантования выборки по амплитуде равна $\varepsilon_{\text{кв}}^2 = 1/L$. Тогда полагая $\varepsilon_{\text{д}}^2 = \varepsilon_{\text{кв}}^2 = \varepsilon^2/2$,

$$R = F_{\text{д}} \log(\varepsilon_{\text{ПРЕДСК}} L),$$

где $F_{\text{д}} = \frac{\pi\Delta F}{\varepsilon_{\text{д}}^2} = \frac{2\pi\Delta F}{\varepsilon^2}$, $\varepsilon_{\text{ПРЕДСК}} = 2\varepsilon_{\text{д}}$, $\log\left(2 \frac{\varepsilon_{\text{д}}}{\varepsilon_{\text{кв}}}\right) = 1$, окончательно получим $R = 2\pi\Delta F / \varepsilon^2$ бит/с.

Задача 88. Для аналогового сигнала со спектром мощности $S(F) = \frac{1}{1 + (F/\Delta F)^2}$ вычислить минимальную

скорость передачи информации, даваемую теорией эpsilon-

энтропии $R = \int_0^{F_d} \log \left[\frac{S(F)}{S(F_0)} \right] dF$ при задаваемой нор-

мированной дисперсии ошибки воспроизведения ана-

логового сигнала ϵ^2 , которая связана с величиной F_0

$$\text{соотношением } \epsilon^2 = \frac{F_0 S(F_0) + \int_{F_0}^{\infty} S(F) dF}{\int_0^{\infty} S(F) dF}.$$

Сравнить полученное выражение для R с аналогичным выражением для метода предсказания. При вычислении R использовать значение неопределенного интеграла $\int \ln(a^2 + x^2) dx = x \ln(a^2 + x^2) - 2x + 2a \operatorname{arctg} \frac{x}{a}$ из справочника Градштейн И.С. и Рыжик И.М. «Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений» («Физматгиз», 1962) и полагая $\Delta F/F_0 \ll 1$.

Задача 89. Оценить скорость передачи телефонного сигнала, даваемого теорией эpsilon-энтропии, $R = 3,7 \Delta F / \epsilon^2$, где $\Delta F \approx 700$ Гц ширина спектра мощности телефонного сигнала по уровню половинной мощности согласно рис. 27, и приняв, что высокое качество речи обеспечивается при отношении средней мощности сигнала к мощности шума, равного 8 дБ.

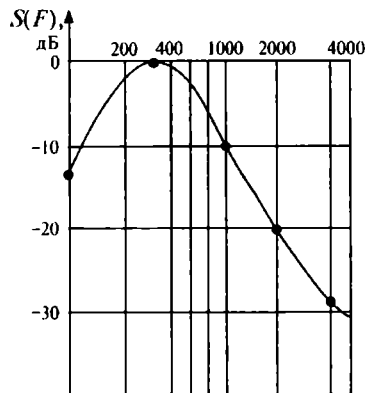


Рис. 27. Спектр мощности слитного речевого сигнала

Задача 90. Оценить скорость передачи телефонного сигнала при методе его передачи с предсказанием,

приняв, что стационарный телефонный сигнал может быть аппроксимирован марковским случайным процессом со спектром мощности $S(F) = \frac{1}{1 + (F/\Delta F)^2}$, где

$\Delta F = 700$ Гц и высокое качество телефонного сигнала обеспечивается при отношении средней мощности сигнала к мощности шумов дискретизации сигнала по времени и шумов квантования по амплитуде, равному 8 дБ.

Задача 91. Определить минимально достижимую скорость передачи телефонного сигнала по критерию разборчивости речи (узнаваемость голоса, тембр речи и др. не имеет значения) в следующей гипотетической линии связи. На передающей стороне канала связи стоит некий суперпроцессор, называемый в литературе перцептроном, который превращает речь в телеграфный текст, который и передается по каналу связи. На приемной стороне перцептрон превращает телеграфный текст в речевой сигнал, так что передача речи производится в реальном масштабе времени.

Принять, что телеграфный текст передается пятиразрядным кодовым словом для каждого телеграфного знака (буквы)

7.4. Сжатие нестационарных случайных процессов

Все реальные аналоговые сообщения, такие как телефонный, телевизионный сигналы и телеметрические сообщения, являются нестационарными. Вычисление требуемой скорости передачи аналогового сообщения методами эpsilon-энтропии и предсказания необходимо производить для каждого интервала стационарности сообщения или стационарного фрагмента передаваемого изображения. Для речи в качестве интервала стационарности может быть взята длительность звука, равная 25–30 мс.

Нестационарными также являются средние уровни сигнала на интервале (фрагменте) стационарности. Наличие пауз речи во время разговора, также является признаком нестационарности.

Различают сжатие аналогового сигнала без потери качества исходного несжатого сигнала (например метод предсказания) и сжатие аналогового сигнала с ухудшением качества, например, до уровня коммерческого качества для телефонного и телевизионного сигналов. Уровни коммерческого качества определяются экспертным методом, например, по пятибалльной шкале для телефонного сигнала. Наибольший вклад в коэффициент сжатия аналогового сигнала вносит учет изменения ширины спектра аналогового сигнала при его передаче, поскольку требуемая скорость передачи информации прямо пропорциональна ширине спектра сигнала. Сжатие динамического диапазона по амплитуде передаваемого сигнала уменьшает скорость передачи информации только пропорционально логарифму уменьшения числа уровней квантования передаваемых сигналов.

Задача 92. Определить скорость передачи телефонного сигнала при сжатии телефонного сигнала без потери качества для каждого из следующих трех условий:

1. Средний уровень телефонного сигнала стабилизирован за счет схемы автоматической регулировки среднего уровня сигнала (схемы АРУ), так что необходимо передавать сигнал с его естественным пик-фактором в 15 дБ. Принять что отношение средней мощности телефонного сигнала к мощности шумов квантования по амплитуде должно быть не менее 8 дБ. Частота дискретизации телефонного сигнала равна 8 кГц.
2. Дополнительно к условию 1 используется метод предсказания амплитуды выборки по значению предающей выборки, что дает сжатие скорости передачи информации в 2 раза.

3. Дополнительно к условиям 1 и 2 в многоканальной системе в паузах речи одного канала передаются выборки телефонных сигналов других каналов, так что в многоканальном сигнале паузы отсутствуют.

Задача 93. При передаче телевизионного сигнала в существующей системе используется оцифровка сигнала яркости с помощью 8 бит, что учитывает динамический диапазон изменения среднего значения яркости на интервалах стационарности и число градаций яркости, различаемых человеком.

В предлагаемой в задаче системе сжатия телевизионных сигналов вычисляется средний уровень яркости сцены (кадра), который передается по отдельному низкоскоростному каналу (его учитывать в данной задаче не требуется).

— Определить коэффициент сжатия канала яркости телевизионного сигнала, если принять, что человек различает не более 8–10 градаций яркости. —

ГЛАВА 8

ПОМЕХОУСТОЙЧИВОЕ КОДИРОВАНИЕ СООБЩЕНИЙ В КАНАЛАХ СВЯЗИ

Помехоустойчивое кодирование сообщений в каналах связи используется в следующих целях:

- для получения энергетического выигрыша в радиолиниях;
- для передачи сообщений в более узкой полосе частот с целью экономии занимаемой полосы частот и увеличения тем самым возможного числа каналов в телекоммуникационной системе;
- для получения квазибезошибочной передачи сообщений с вероятностью ошибки на бит $p \leq 10^{-12}$ при существующей ошибке на бит в канале связи $10^{-4} \div 10^{-6}$;
- для контроля достоверности принимаемых сообщений путем обнаружения ошибок в канале связи и стирания ошибочно принятых сообщений.

Получение энергетического выигрыша в радиолиниях за счет помехоустойчивого кодирования важно для спутниковых мобильных систем связи и авиационных высокоскоростных радиолиний. Энергетический выигрыш в радиолиниях позволяет существенно снизить мощности передатчиков или уменьшить габариты антенных систем приемо-передающих мобильных радиостанций и мощность передатчиков спутниковых ретрансляторов.

В наземных сотовых мультимедийных системах мобильной связи с кодовым многостанционным доступом повышение помехоустойчивости приема сигналов за счет кодирования позволяет уменьшить влияние внутрисис-

темных помех и за счет этого существенно увеличить число каналов связи в системе.

В наземных радиолиниях фиксированной связи, когда расстояния между передатчиком и приемником относительно невелики (десятки км) и мощности передатчиков имеют величины единицы милливатт (радиорелейные линии связи) получение энергетического выигрыша за счет кодирования не актуально и в таких радиолиниях помехоустойчивое кодирование, как правило, не используется.

Использование кодирования в канале связи с целью сокращения занимаемой полосы частот используется при создании высокоскоростных линий связи, в которых обеспечение необходимой энергетики каналов связи не вызывает затруднений. Такими каналами являются наземные каналы передачи вещательного цифрового телевидения, высокоскоростные радиосистемы типа WiMax, кабельные каналы связи «последней мили» и др. Экономия полосы канала связи (или возможность организации более высокоскоростных каналов связи) обеспечивается путем перехода от двоичного кодирования к кодированию с большим основанием кода, начиная с троичного кода и до квадратурно-амплитудной модуляции сигнала (КАМ-16, КАМ-64 и др.).

Достижение квазибезошибочного приема сообщений обеспечивается посредством обнаружения ошибок в принимаемом сообщении, стирании этого сообщения и повторной передачи стертых сообщений по каналу связи. Этот метод передачи называется методом передачи сообщений с переспросом и повторением и широко используется в кабельных каналах связи и спутниковых низкоскоростных каналах связи (передача сигналов электронной почты со скоростью 300 бит/с в системе INMARSAT).

Все командные радиолинии, авиационные и космические, также используют метод переспроса и повторения командных сообщений.

Помехоустойчивые коды обеспечивают энергетический выигрыш 5–7 дБ и более в радиоканалах без замираний сигнала и десятки дБ в каналах с замираниями сигнала, если обеспечить независимость замираний символов кодового слова, например, разнесением символов во времени (метод перемежения символов) или передачи отдельных символов слова на разных частотах (частотное разнесение) на такой интервал частотного разнесения при котором символы замирают независимо. При этом обеспечивается энергетический выигрыш, аналогичный выигрышу от d_x — кратного разнесенного приема символов, где d_x — минимальное Хэммингово расстояние ансамбля кодовых слов.

При помехоустойчивом кодировании к информационным символам добавляются избыточные символы. Пусть длительность одного двоичного символа на входе кодера равна τ_0 . Блок из k информационных бит будет передан за время $T = k\tau_0$. Если к k информационным битам добавляются r избыточных бит, так что кодовое слово содержит $n = k + r$ бит, то эти n бит должны быть переданы за время T ; при этом длительность канального бита τ окажется равной $\tau = \frac{k}{n}\tau_0$ и полоса частот, занимаемая кодированным сигналом, увеличивается. Величина k/n называется скоростью кодирования $r_k = k/n \leq 1$.

Вторым основным параметром двоичного кода является минимальное Хэммингово расстояние d_x , которое равно минимальному числу символов, на которое отличаются любая пара кодовых слов.

8.1. Геометрические представления оптимальных кодов и энергетический выигрыш помехоустойчивого кода

Один кодовый символ (двоичный или АИМ) в виде прямоугольного видеоимпульса с амплитудой U_{ci} будем характеризовать одной координатой с амплитудой U_{ci}

в Евклидовом пространстве. Кодовое слово из n символов длительностью T представляется в Евклидовом n -мерном пространстве вектором с длиной

$$\|U_c\| = \sqrt{\sum_{i=1}^n U_{ci}^2} = \sqrt{nP_c},$$

где P_c — средняя мощность сигнала длительностью T .

Аналогично, если мощность шума по одной координате есть σ^2 , то эффективная длина вектора шума в n -мерном пространстве есть $\|U_{ш}\| = \sqrt{n\sigma^2}$. Так как все направления вектора шума в пространстве сигналов (Евклидовом пространстве) равновероятны, то шум в пространстве сигналов образует некоторое облако неопределенности сферической формы вокруг конца вектора принятого сигнала. Некоторый объем пространства сигналов можно разбить на M непересекающихся объемов (M — число кодовых слов ансамбля сигналов), расположенных около концов векторов сигнала. Этот объем называется зоной сигнала и определяет вероятность правильного приема этого сигнала, поскольку если вектор принятого сигнала плюс шум попадают в зону передаваемого сигнала, то сигнал считается принятым правильно.

Из-за сферической формы облака неопределенности шума при одном и том же объеме зоны сигнала наибольшая вероятность правильного приема сигнала будет соответствовать зоне сигнала, наиболее приближающейся к сфере. Концы векторов сигналов оптимального кода должны лежать в центрах гипersфер при их плотнейшей укладке в объеме пространства сигналов, поэтому оптимальные коды называются кодами плотнейшей сферической укладки.

В двумерном пространстве задача плотнейшей сферической укладки сводится к задаче плотнейшей укладки кругов на плоскости и оптимальной формой зоны сигналов является правильный шестиугольник, как это показано на рис. 28.

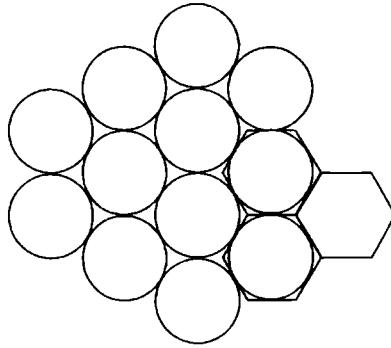


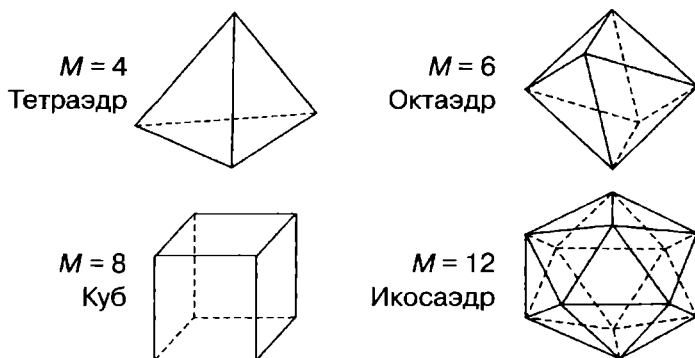
Рис. 28. Форма зоны сигнала плотнейшей укладки на плоскости

Если все кодовые слова имеют одинаковую среднюю мощность (одинаковую энергию), то концы векторов сигналов лежат на поверхности сферы одного и того же радиуса. Сигнальные точки оптимальных кодов в этом случае будут совпадать с центрами кругов плотнейшей укладки на поверхности гипертсферы. Такие оптимальные коды называются кодами поверхностно-сферической укладки.

Среди кодов с одинаковыми расстояниями между ближайшими сигналами коды плотнейшей укладки имеют максимальное количество кодовых слов, а среди кодов с одинаковым количеством кодовых слов коды плотнейшей укладки имеют наибольшее расстояние между ближайшими сигналами.

Максимальная средняя вероятность правильного приема кодовых слов ансамбля сигналов достигается, когда все области правильного приема сигналов или зоны сигналов одинаковы. Такие коды называются регулярными. Теория кодирования занимается построением регулярных кодов.

В трехмерном пространстве сигнальные точки регулярных кодов с равной энергией лежат на поверхности сферы и совпадают с вершинами правильных многогранников, которые показаны на рис. 29 с числом сигнальных точек M .



Геометрическая фигура	Тетраэдр	Октаэдр	Куб	Икосаэдр
Наименование кода	Симплексный	Биортогональный	Двоичный безызбыточный	—
Число сигнальных точек кода M	4	6	8	12
$M(d/r)^2$	10,67	12	10,67	12

Рис. 29. Правильные многогранники в трехмерном пространстве

Если радиус сферы, на которой лежат сигнальные точки кодовых слов есть r , то площадь поверхности сферы зоны одного сигнала есть $S_1 = 4\pi r^2/M$. Помехоустойчивость приема сигналов будет наибольшей для таких сигналов, для которых при одинаковой величине S_1 расстояние между соседними сигналами d будет наибольшим или для таких сигналов, для которых безразмерная величина d^2/S_1 будет наибольшей.

$$\text{Запишем: } \frac{d^2}{S_1} = \frac{Md^2}{4\pi r^2} = \frac{M}{4\pi} \left(\frac{d}{r} \right)^2.$$

Величина d/r есть Евклидово расстояние между соседними сигналами на сфере единичного радиуса.

Итак, оптимальный код есть код, который обеспечивает максимум величины $M(d/r)^2$. В таблице представлены значения величин $M(d/r)^2$ для сигнальных конструкций, представленных на рис. 29.

Из таблицы следует, что кодам плотнейшей поверхностно-сферической укладки соответствуют положения сигнальных точек в вершинах октаэдра и икосаэдра. Эти коды в трехмерном пространстве не являются двоичными. Для икосаэдра можно построить троичный код со значениями символов $+1$, -1 и нуль.

Рассмотрим два сигнала в n -мерном пространстве. Расстояние между концами векторов сигнала есть d . Совместим отрезок d с одной из осей координат пространства сигналов (рис. 30). По координате x_1 действует гауссовский шум с дисперсией σ^2 . Ошибка при приеме кодового слова № 1 или № 2 произойдет, если мгновенное напряжение шума по координате x_1 превысит величину $d/2$. Вероятность этого события равна:

$$P_{\text{оши}} = \int_{d/2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-x_1^2/2\sigma^2} dx_1 = \frac{1}{2} \left[1 - \Phi\left(\frac{d}{2\sigma}\right) \right].$$

Найдем величину $(d/2\sigma)^2 = \frac{d^2\tau}{2N_0}$, где $\sigma^2 = N_0 \frac{1}{2\tau}$, где τ — длительность одного символа передаваемого n -значного кодового слова.

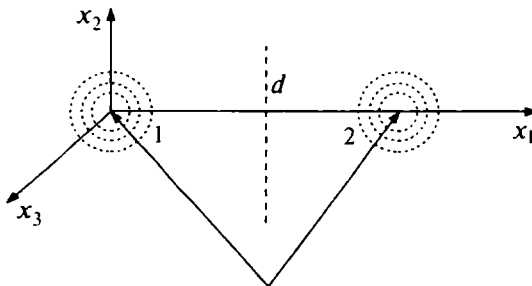


Рис. 30. Два сигнала в пространстве сигналов

Вокруг каждого кодового слова находится $M_{\text{бл}}$ ближайших кодовых слов. Принимая при малой вероятности ошибки, что принимаемое кодовое слово с наибольшей вероятностью перейдет в ближайшее кодовое слово, получим аддитивную границу (оценку сверху) вероятности ошибочного приема кодового слова $P_{\text{ош}} \leq M_{\text{бл}} P_{\text{ош1}}$.

Рассмотрим двоичные помехоустойчивые коды с одинаковыми энергиями кодовых слов и минимальным расстоянием Хэмминга d_x между словами. Хэммингово и Евклидово расстояния связаны соотношением $d = 2\sqrt{d_x P_c}$. Тогда

$$\left(\frac{d}{2\sigma}\right)^2 = 2 \frac{P_c \tau_0}{N_0} d_x \frac{\tau}{\tau_0} = 2 \frac{E_b}{N_0} d_x \frac{k}{n}$$

и

$$P_{\text{ош1}} = \frac{1}{2} \left[1 - \Phi \left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0} d_x \frac{k}{n}} \right) \right].$$

При ошибочном приеме кодового слова с наибольшей вероятностью будет ошибочно восстановлено ближайшее кодовое слово, и число ошибочно принятых двоичных символов будет равно d_x . Доля ошибочных информационных бит равна $d_x \frac{k}{n}$, а условная вероятность искажения одного информационного бита есть

$$p = \frac{d_x}{n} P_{\text{ош1}}.$$

$$\text{Окончательно } p \leq \frac{d_x M_{\text{бл}}}{n} \left[1 - \Phi \left(\sqrt{2 \frac{E_b}{N_0} d_x \frac{k}{n}} \right) \right].$$

По отношению к безызбыточному коду ($d_x = 1$) при использовании помехоустойчивых кодов Евклидово расстояние между сигналами возрастает в $\sqrt{d_x \frac{k}{n}}$ раз, а потенциальный энергетический выигрыш помехоустойчивого кода равен $d_x \frac{k}{n}$ раз.

В таблице для $p = 10^{-6}$ и оптимального корреляционного декодера приведены некоторые характеристики помехоустойчивых кодов для $n \leq 128$, когда аддитивная граница является еще достаточно точной; η_k — есть энергетический выигрыш кода по отношению к избыточному коду. Код БЧХ — код Боуза–Чоудхури–Хоквингема.

№	Наименование кода	d_x	$d_x k/n$	$M_{\text{кл}}$	E_b/N_0 , дБ	η_k , дБ
1	Код без избыточности	1	1	—	10,5	0
2	Совершенный код Хэмминга (7,4)	3	1,72	7	8,57	1,95
3	Симплексный (15,4)	8	2,13	15	8,0	2,5
4	БЧХ (15,7)	5	2,34	18	7,5	3,0
5	Голя (23,12)	7	3,66	253	6,3	4,2
6	БЧХ (31,15)	8	3,87	465	6,2	4,3
7	БЧХ (64,30)	14	6,56	8064	4,55	6,0
8	БЧХ (128,64)	22	11	243840	3,0	7,5

Общая закономерность — энергетический выигрыш кода растет с увеличением длины кодового слова n (размерности пространства сигналов).

Будем рассматривать кодовые слова с одинаковой энергией. Коэффициент корреляции между принятым сигналом $u(t)$ и вектором сигнала $u_1(t)$ есть

$$\rho = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} u_1(t) u(t) dt}{\sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} u_1^2(t) dt} \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} u^2(t) dt}} = \cos \alpha_1,$$

где α_1 есть угол между вектором принятого сигнала $u(t)$ и вектором сигнала $u_1(t)$ (см. рис. 31).

Если передавался сигнал $u_1(t)$, то он будет принят правильно, если проекция принятого сигнала $u(t)$ на вектор $u_1(t)$ будет больше проекции сигнала $u(t)$ на

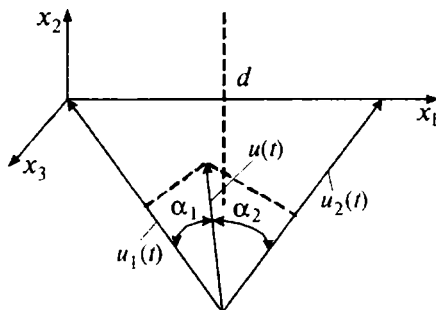


Рис. 31. Проекции принятого сигнала $u(t)$ на сигналы $u_1(t)$ и $u_2(t)$

вектор $u_2(t)$ (см. рис. 31): $u(t) \cos \alpha_1 > u(t) \cos \alpha_2$, или $\cos \alpha_1 > \cos \alpha_2$.

Вычислитель величин $\cos \alpha_1$, $\cos \alpha_2$ и т.д. есть вычислитель коэффициентов корреляции ρ принятого сигнала с опорными сигналами $u_1(t)$, $u_2(t)$ и т.д. и называется корреляционным декодером. Функциональная схема корреляционного декодера показана на рис. 32.

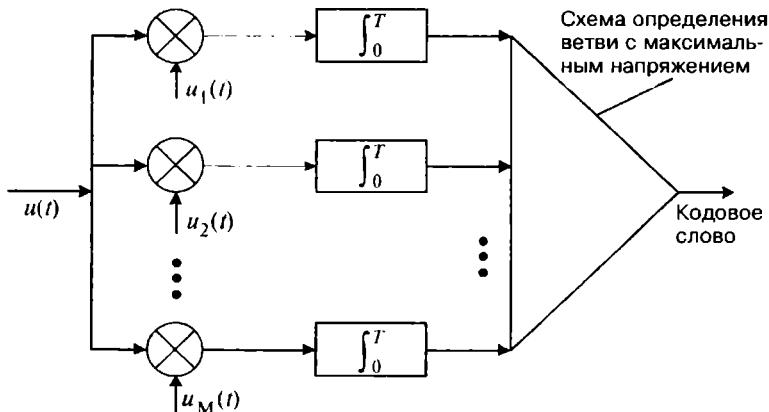


Рис. 32. Функциональная схема корреляционного декодера (T — длительность кодового слова)

Задача 94. Для симплексного кода с $M = 3$ в двумерном пространстве, показанного на рис. 33, изобразить три кодовых слова как функцию времени в виде прямоугольных видеоимпульсов длительностью τ_0 по каждой координате. Длину вектора для каждого кодового слова принять равной единице.

Для схемы корреляционного декодера (рис. 32), полагая, что входной сигнал $u(t) = u_2(t)$ изобразить напряжения на выходах корреляторов (интеграторов со временем интегрирования $T = 2\tau_0$).

Полученные значения напряжений в конце интервала интегрирования сравнить с величиной коэффициента корреляции $\rho = \cos \alpha$, получаемого из геометрии сигналов на рис. 33.

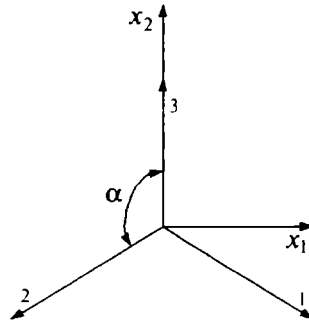


Рис. 33. Симплексный код в двумерном пространстве

Задача 95. В трехмерном пространстве симплексный код с $M = 4$ (вершины тетраэдра) может быть двоичным. Из сигнальных точек куба с $M = 8$ отберите сигнальные точки, которые соответствуют симплексным сигналам. Запишите четыре симплексных сигнала в виде последовательностей из «единиц» и «нулей».

Добавьте к каждому двоичному кодовому слову слева или справа по одинаковому двоичному символу. Полученный ансамбль кодовых слов с $M = 4$ является ансамблем двоичных ортогональных кодовых слов.

Докажите это утверждение путем вычисления коэффициентов корреляции ρ каждой пары кодовых слов, которые должны быть равны нулю. Определите Хеммингово расстояние между словами двоичного ортогонального кода.

Задача 96. Для трехмерного пространства сигналов рассмотреть троичный код, у которого на двух временных позициях могут находиться символы «1» или «-1», а на одной временной позиции — нулевой сигнал (рис. 34).

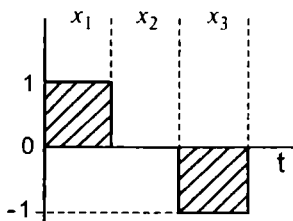


Рис. 34. Троичный код для трехмерного пространства сигналов

Найти число кодовых слов M ансамбля сигналов. Определить расстояние между ближайшими сигналами на сфере единичного радиуса d/r и найти коэффициент плотности укладки кодовых слов $M(d/r)^2$. Сравнить полученные характеристики кода с ансамблем сигнальных точек икосаэдра.

Задача 97. Для кодовых слов, состоящих из 5 символов ($n = 5$) рассмотреть три варианта построения троичного кода:

1. На одной временной позиции располагается нулевой сигнал, на остальных временных позициях располагаются символы «+1» и «-1».

2. На двух временных позициях располагаются нулевые сигналы, на остальных — символы «+1» и «-1».

3. На трех временных позициях находится нулевой сигнал, на остальных — символы «+1» и «-1».

Определить для каждого варианта кодов число сигнальных точек M кодового ансамбля и коэффициенты плотности укладки кодовых слов $M = (d/r)^2$. Определить наилучший вариант кода.

8.2. Стоимостной критерий оптимальности кода

8.2. Стоимостной критерий оптимальности кода

Предлагается стоимостной критерий оптимальности кода по соотношению «эффективность—стоимость» телекоммуникационной системы.

Для систем фиксированной спутниковой службы введем величину

$$C = \frac{\text{Доход системы}}{\text{Затраты на создание и эксплуатацию системы}}$$

Доход системы D пропорционален числу каналов ретранслятора КА и при помехоустойчивом двоичном кодировании $D \sim \frac{k}{n} T$, где T — время эксплуатации КА в годах.

Затраты на создание космического сегмента определяются массой КА, которая в свою очередь определяется массой полезной нагрузки (ретранслятора). Обычно масса полезной нагрузки составляет 25% от массы КА. В свою очередь, масса связного ретранслятора пропорциональна мощности потребления электроэнергии от бортовой сети электропитания КА. Таким образом, можно записать, что масса КА и затраты на космический сегмент обратно пропорциональны энергетическому выигрышу кода η_k .

Пренебрегая затратами на эксплуатацию космического сегмента ($\sim 1\%$ в год от затрат на создание КА), получим, что удельный стоимостный доход системы ($T = 1$)

$C \sim \frac{k}{n} \eta_k$. Итак, принимаем, что оптимальный код — это код, который обеспечивает максимум стоимостной функции $C \sim \frac{k}{n} \eta_k$.

Для сотовой мобильной сети связи с кодовым разделением каналов число каналов связи сети пропорционально η_k (влияние внутрисистемных помех уменьшается при увеличении η_k и пропорционально возрастает емкость сотовой сети связи) и также пропорционально скорости кодирования k/n , так что в итоге можно записать, что доходы от эксплуатации сети связи есть величина пропорциональная $\frac{k}{n} \eta_k$.

Так как η_k есть некоторая непрерывная возрастающая функция величины $d_x \frac{k}{n}$, то $\eta_k \sim d_x \frac{k}{n}$ и более

удобно принять за критерий оптимальности кода — получение максимума стоимостной функции $C = d_x \left(\frac{k}{n} \right)^2$.

Задача 98. На рис. 35 представлены кривые вероятности ошибки на бит для кодов, широко используемых в системах спутниковой связи фиксированной службы: сверточных с декодированием по методу Витерби и каскадных кодов со сверточным декодированием внутреннего кода и внешним кодом Рида—Соломона (РС) (256, 239).

Для вероятности ошибки на бит $p = 10^{-6}$ из кривых рис. 35 найти энергетический выигрыш кода η_k (в раз) по отношению к безызбыточному коду ($E_b/N_0 =$

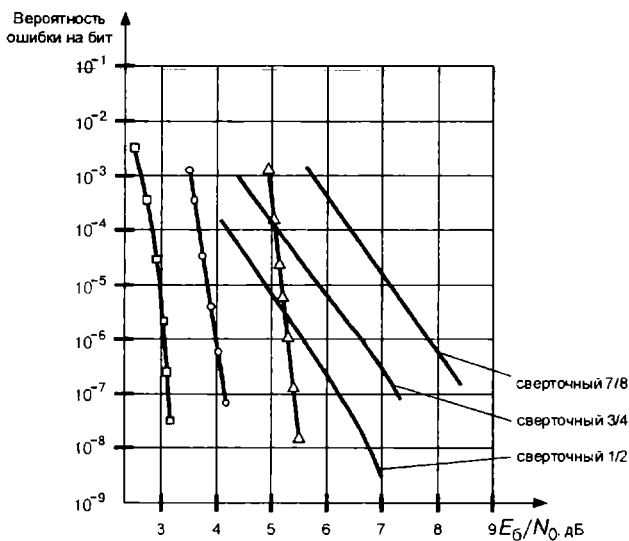


Рис. 35. Вероятность ошибки на бит:

- сверточный $1/2$ плюс РС (256, 239)
- сверточный $3/4$ плюс РС (256, 239)
- △— сверточный $7/8$ плюс РС (256, 239)

= 10,5 дБ) и величину $C = \frac{k}{n} \eta_k$ для всех кривых рис. 35. По критерию максимума величины C определить оптимальный сверточный код и оптимальный каскадный код.

Задача 99. Из таблицы параметров кода БЧХ длиной $n = 64$, приведенной ниже, определить оптимальный код по критерию максимума стоимостной функции $C = d_x \left(\frac{k}{n} \right)^2$.

k	7	10	16	18	24	30	36	39	45	51	57
d_x	32	28	24	22	16	14	12	10	8	6	4

ГЛАВА 9

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ПОТЕНЦИАЛЫ РАДИОЛИНИЙ

9.1. Основные параметры радиолиний, определяющие энергетические потенциалы

Энергетический потенциал радиолинии определяется величиной отношения энергии бита E_6 к спектральной плотности шумов N_0 ($h^2 = E_6/N_0$) на выходе приемной антенны радиостанции в зависимости от параметров радиолинии: мощности излучения передающей станции, коэффициентов усиления передающей и приемной антенн, дальности радиосвязи, условий распространения радиосигнала, уровня шумов приемной системы, методов модуляции и кодирования.

Если передающее устройство с изотропной антенной излучает в свободное пространство мощность P_n , то в точке приема, находящейся на расстоянии r от передатчика, плотность потока мощности, проходящую через единичную площадку (вектор Умова—Пойнтинга) есть $\rho_0 = P_n/4\pi r^2$. Если антенна передающей станции имеет коэффициент усиления G_n и максимум диаграммы направленности передающей антенны направлен на приемник, то $\rho_0 = P_n G_n / 4\pi r^2$, где $P_n G_n$ называется эквивалентной изотропно излучаемой мощностью (ЭИИМ).

Мощность, перехватываемая приемной антенной, есть $P_c = \rho_0 S_{пр}$, где $S_{пр}$ — эффективная площадь приемной антенны, P_c — мощность на выходе приемной антенны. Например, для параболической круглой приемной антенны с диаметром апертуры d эффективная площадь антенны есть $S_{пр} = k_{ип} \pi d^2 / 4$, где $k_{ип}$ — коэффициент использования поверхности (КИП) антенны

($k_{\text{ип}} = 0,55 \div 0,7$). В общем случае $S_{\text{пр}} = (\lambda^2/4\pi) G_{\text{пр}}$, где λ — длина волны, $G_{\text{пр}}$ — коэффициент усиления приемной антенны.

Обозначим через L — коэффициент, характеризующий все потери в мощности сигнала на трассе распространения радиосигнала от антенны передатчика до выхода приемной антенны за счет поглощения радиосигнала в атмосфере Земли, рассогласования поляризационных характеристик передающей и приемной антенн, погрешностей наведения приемной и передающей антенн друг на друга, потерь при ослаблении сигнала при его замираниях и др. Тогда

$$P_c = \frac{P_n G_n S_{\text{пр}}}{4\pi r^2 L} = \frac{P_n G_n G_{\text{пр}} \lambda^2}{(4\pi r)^2 L}. \quad (3)$$

Спектральную плотность шумов, приведенную к выходу приемной антенны, обозначим через N_0 , где $N_0 = kT$, где k — постоянная Больцмана, T — шумовая температура приемной системы. Тогда $\frac{P_c}{N_0} = \frac{P_n G_n G_{\text{пр}} \lambda^2}{(4\pi r)^2 kTL}$.

Умножим левую и правую часть равенства на τ_0 — длительность информационного бита, $\tau_0 = 1/R$, где R — скорость передачи информации.

$$\frac{P_c \tau_0}{N_0} = \frac{E_b}{N_0} = h^2 = \frac{P_n G_n G_{\text{пр}} \lambda^2}{(4\pi r)^2 kTRL}$$

Соотношения между параметрами вышеполученного уравнения принято записывать в децибелах следующим образом

$$P_n G_n = \left(\frac{4\pi r}{\lambda} \right)^2 - 228,6 - \frac{G_{\text{пр}}}{T} + h^2 + R + L, \text{ дБ},$$

где $(4\pi r/\lambda)^2$ называется ослаблением сигнала в свободном пространстве для изотропных передающей и приемной антенн. Постоянная Больцмана $10 \lg k = -228,6$.

Параметр $G_{\text{пр}}/T$ называется добротностью приемной системы.

Шумовая температура приемной системы, приведенная к выходу приемной антенны, равна

$$T = T_A + \frac{(1 - \eta_{\Phi})T_0}{\eta_{\Phi}} + \frac{T_{\text{пр}}}{\eta_{\Phi}},$$

где T_A — шумовая температура приемной антенны, η_{Φ} — коэффициент передачи фидера, T_0 — температура окружающей фидер среды, $T_{\text{пр}}$ — шумовая температура приемника, которая фактически определяется шумами входного малошумящего усилителя (МШУ).

Величина $(1 - \eta_{\Phi})T_0 = T_{\Phi}$ есть шумовая температура фидера, т.е. фидер на своем выходе создает мощность шумов в некоторой полосе частот Δf , равную $kT_{\Phi}\Delta f$. Потери мощности в фидере есть $L_{\Phi} = 1/\eta_{\Phi}$ и $T_{\Phi} = (1 - 1/L_{\Phi})T_0$.

Шумы приемной антенны есть шумы принимаемых излучений внешних источников, таких как космические шумы (шумы звезд, планет и др.), шумы атмосферы и Земли. Внешние шумы характеризуют своей яркостной температурой $T_{\text{я}}$, определяемой термодинамической температурой эквивалентного абсолютно черного тела.

Шумовая температура в главном лепестке диаграммы направленности направленной приемной антенны есть $T_A = \eta_A T_{\text{я}}$, где η_A ($\eta_A = 0,7 \div 0,8$) — доля мощности, излучаемой антенной в главном лепестке диаграммы направленности, как если бы приемная антенна использовалась в качестве передающей, $T_{\text{я}}$ — яркостная температура внешних излучений, принимаемых в главном лепестке диаграммы направленности антенны.

Шумы атмосферы — это шумы трассы распространения радиосигнала, рассматриваемой как фидер. Тогда яркостная температура атмосферы есть $T_A = (1 - 1/L_A) T_m$, где $T_m = 275$ К, L_A — потери сигнала в атмосфере за счет поглощения радиосигнала.

**Потери радиосигнала в средах с поглощением
или рассеянием сигнала**

Рассмотрим распространение радиосигнала в однородной среде вдоль пространственной координаты x . Обозначим плотность потока мощности при $x = 0$ как P_{C0} , а в точке x как P_C . Уменьшение мощности сигнала вдоль оси x за счет его поглощения или рассеяния на малом отрезке пути dx есть $-dP_C/dx$. Тогда для однородной среды можно записать уравнение

$$-\frac{dP_C}{dx} = \mu P_C, \quad (4)$$

где μ есть сечение процесса поглощения или рассеяния радиосигнала или удельный (погонный) коэффициент поглощения ($\mu = \mu_n$) или рассеяния ($\mu = \mu_p$), показывающей долю поглощенного или рассеянного сигнала.

Далее для простоты будем рассматривать только процесс поглощения радиосигнала. Величина $1/\mu$ (как будет видно при решении задачи) имеет размерность длины и называется длиной свободного пробега излучения в среде $\Lambda = 1/\mu$.

Задача 100

1. Разделить в уравнении (4) переменные и проинтегрировать обе части уравнения. Решить уравнение и найти выражение для P_C как функцию от P_{C0} , μ и x .
2. Определить в дБ ослабление радиосигнала L_n

$$L_n = 10 \lg(P_{C0}/P_C) = \gamma_n x, \text{ дБ}$$

и найти выражение для γ_n — удельного поглощения в дБ/км — (для x , выраженного в км) через ранее определенную величину μ .

Задача 101. Для изотропной передающей антенны, излучающей мощность P_n и свободного пространства без потерь выведите формулу для плотности потока

мощности через единичную площадку на расстоянии r от передающей антенны.

Задача 102. Определить коэффициент усиления круглой зеркальной антенны на частоте 6 ГГц при КИП $k_{\text{ип}} = 0,6$ для диаметров апертуры, указанных в таблице.

d , м	1,5	2,4	4,8	7	12
G , дБ					

Задача 103. Ширина диаграммы направленности по уровню половинной мощности в одной плоскости определяется выражением $\theta_0 = 70\lambda/d$ град, где λ — длина волны, d — размер апертуры в данной плоскости.

Коэффициент усиления антенны, создающий эллиптический луч с шириной θ_{01} и θ_{02} по главным осям эллипса, определяется согласно рекомендациям МСЭ выражением:

$$G = 44,44 - 10 \lg \theta_{01} - 10 \lg \theta_{02}.$$

Требуется определить:

1. Коэффициент усиления антенны ретранслятора КА: а) с глобальным лучом $\theta_0 = 17^\circ$; б) с эллиптическим лучом $5^\circ \times 11^\circ$, покрывающим территорию России.
2. Коэффициент усиления антенны с прямоугольной апертурой $10 \text{ см} \times 20 \text{ см}$ на частоте 10 ГГц.

Задача 104. В справочниках приводятся таблицы и кривые ослабления (потерь) радиосигнала в атмосфере Земли для разных диапазонов частот при его распространении в зенит, L_{Az} , дБ. Определить яркостную температуру атмосферы на частоте 11 ГГц с $L_{Az} = 0,06$ дБ для угла места спутниковой приемной антенны 5° и 10° .

Задача 105. Определить яркостную температуру трассы распространения радиосигнала в дожде, если

ослабление радиосигнала в дожде составляет: а) 10 дБ; б) 30 дБ.

Задача 106. В существующей системе спутниковой связи используются наземные станции с зеркальной антенной с добротностью $G_{\text{пр}}/T$. При модернизации наземной станции удалось уменьшить шумовую температуру приемной системы в два раза.

Можно ли теперь выпускать модернизированные станции с меньшим диаметром апертуры антенны? Если да, то во сколько раз можно уменьшить диаметр апертуры антенны? Во сколько раз в этом случае нужно увеличить мощность передатчика наземной станции?

Задача 107. Провести расчет энергетических потенциалов радиолиний «Ретранслятор КА—наземная станция» системы спутниковой связи с геостационарным КА и определить необходимый диаметр зеркальной приемной антенны стационарной наземной станции спутниковой связи при следующих условиях:

- диапазон частот 4/6 ГГц;
- угловая зона обслуживания КА $5^\circ \times 10^\circ$;
- станция спутниковой связи находится на краю зоны обслуживания и работает при угле места 5° ;
- мощность ствола ретранслятора в квазилинейном режиме равна 8 Вт. Ствол предназначен для организации 800 каналов с МДЧР со скоростью 64 кбит/с в каждом канале. Изучаемая мощность для станций, находящихся на краю зоны обслуживания увеличивается по сравнению со станциями в середине зоны обслуживания. Принять, что для рассматриваемой наземной станции выделяется мощность ретранслятора 0,02 Вт;
- наземная станция одноканальная и работает на прием (и передачу) со скоростью 64 кбит/с. Вид модуляции радиосигнала — четырехфазная относительная

фазовая манипуляция. Используется кодирование сигнала без избыточности. Требуемая вероятность ошибки на бит — не более 10^{-6} . Метод приема сигнала — когерентный.

Остальные необходимые параметры радиолинии рассчитать или задать при выполнении расчета энергетического потенциала радиолинии.

Задача 108. Для систем наземной радиосвязи с мобильными терминалами, которые характеризуются все-направленными передающими и приемными антеннами базовой станции и терминалов (в азимутальной плоскости или во всей сфере), используя выражение (3) для мощности полезного сигнала на выходе приемной антенны, определить как при одинаковых $P_{\text{п}}$, r и L будет изменяться принимаемая мощность сигнала при изменении диапазона частот радиолинии.

Какие диапазоны частот: метровый, дециметровый, сантиметровый, миллиметровый или оптический являются наиболее выгодными при создании таких систем радиосвязи?

Задача 109. Для систем радиосвязи «Точка—точка» (радиорелейные линии связи, межспутниковая связь) фиксируются диаметры апертур передающих и приемных антенн исходя из-за массогабаритных ограничений.

Используя выражение (3) для мощности полезного сигнала на выходе приемной антенны, определить при одинаковых $P_{\text{п}}$, r и L как будет изменяться мощность принимаемого сигнала $P_{\text{с}}$ при переходе от метрового диапазона длин волн к дециметровому, сантиметровому, миллиметровому и оптическому диапазонам волн.

Как изменятся результаты сравнения при учете быстрого увеличения потерь сигнала L в дожде на частотах выше 10 ГГц?

9.2. Учет особенностей распространения радиоволн при расчетах энергетических потенциалов радиолиний

Трассы распространения радиосигнала от передатчика к приемнику можно разделить на следующие основные классы.

1. Распространение радиосигнала по прямому лучу. Отраженные сигналы отсутствуют, так как подавляются приемной антенной с высокой направленностью. Такой вид распространения радиосигнала характерен для систем спутниковой связи со стационарными наземными станциями с направленными антеннами, когда отраженные от Земли сигналы воздействуют только по боковым лепесткам приемной антенны, уровень которых весьма мал. В каналах межспутниковой связи распространение радиосигнала происходит также только по прямому лучу.
2. На выходе приемной антенны в основном лепестке диаграммы направленности антенны наблюдается сигнал как прямого луча, так и отраженные лучи от поверхности Земли или тропосферных неоднородностей атмосферы. Такие трассы распространения радиосигнала характерны при радиорелейной связи, в авиационных радиолиниях, при связи морских судов между собой и с береговыми станциями, для спутниковых авиационных и морских радиолиний связи. Дальность прямой геометрической видимости между передающей антенной с высотой h_n и приемной антенной с высотой h_{np} относительно поверхности Земли в наземных, авиационных и морских линиях связи определяется выражением $r = 3,57(\sqrt{h_n} + \sqrt{h_{np}})$, км, где h_n и h_{np} выражены в метрах.
3. В спутниковых системах связи с сухопутными мобильными терминалами при углах места мобильного

терминала менее $30^\circ - 40^\circ$ на выходе приемной слабо-направленной антенны терминала присутствует сигнал прямого луча и отраженные от Земли лучи. При этом прямой и отраженные лучи в отдельные моменты времени могут экранироваться деревьями, холмами и другими местными предметами, в результате чего связь прерывается. Таким образом, возникает прерывистый канал радиосвязи с замираниями сигнала.

4. Прямой луч отсутствует все время или в большей части времени, так что следует считать, что связь осуществляется за счет отраженных сигналов. К таким каналам связи относятся радиолонии тропосферной связи и каналы сотовой мобильной радиосвязи в городе, когда большую часть времени прямой луч экранируется зданиями.

Во всех каналах связи, где присутствует прямой луч, вначале определяется энергетический потенциал радиолоний для заданной дальности связи в условиях распространения радиосигнала в свободном пространстве. Для тропосферной радиолонии и радиоканалов сотовой мобильной связи в городе, когда прямой луч отсутствует, определяется для заданной дальности связи медианное значение сигнала по формулам и кривым, построенным на основе экспериментальных данных. Для тропосферной радиолонии вычисляется медианное значение сигнала для наилучшего месяца (зимы).

Далее для всех радиолоний, работающих на частотах выше $8-10$ ГГц определяется поглощение радиосигнала в дожде (радиорелейные линии связи, спутниковые радиолонии, высокоскоростные авиационные радиолонии) и производится увеличение ранее рассчитанного энергетического потенциала радиолонии на величину поглощения радиосигнала в дожде.

Для каналов связи, в которых присутствует прямой и отраженные лучи, определяются характеристики отра-

женных лучей для наиболее тяжелых условий связи, обычно на максимальной дальности связи. При этом углы скольжения отраженных лучей являются весьма малыми и во многих случаях выполняются условия их зеркального отражения от поверхности Земли. При этом возможно использовать для расчетов двухлучевую модель распространения радиосигнала (прямой луч и один зеркальный отраженный луч).

Для радиорелейной связи необходимо вычислить сумму прямого и отраженного от поверхности Земли луча с учетом фазы и коэффициента отражения зеркального луча. Эта сумма определяет мощность принимаемого сигнала, которая оказывается много меньше мощности прямого луча. Эти потери сигнала называются интерференционными и энергетический потенциал радиорелейной линии должен быть увеличен на величину этих потерь. Кроме этого в радиорелейной линии связи присутствуют отраженные от тропосферы лучи, которые вызывают быстрые замирания сигнала. Отраженные от тропосферы лучи образуют сигнал с гауссовским распределением вероятности и с огибающей, распределенной по закону Релея. Для компенсации уменьшения уровня сигнала при быстрых замираниях сигнала необходимо предусмотреть дополнительный запас по энергетике радиорелейной линии связи.

Для авиационных радиолиний и спутниковых радиолиний связи с мобильными терминалами отраженные лучи будут иметь доплеровское смещение частоты, отличающееся от доплеровского смещения частоты прямого луча, так что вектор отраженного зеркального луча будет непрерывно вращаться относительно конца вектора прямого луча и среднее значение мощности сигнала будет равно мощности прямого луча. Для наихудшего случая, когда разность фаз прямого и отраженного сигнала равна 180° , необходимо вычислить разность амплитуд прямого и отраженного луча с учетом коэффициента отражения

луча от поверхности Земли и характеристик направленности приемных антенн (для спутниковой связи с самолетами). Энергетический потенциал радиолиний должен быть увеличен на величину интерференционных потерь сигнала.

В радиолиниях, работающих на отраженных лучах, необходимо учесть медленные и быстрые замирания радиосигнала. Быстрые замирания сигнала создаются множеством отраженных лучей в приемной антенне, огибающая которых подчиняется релеевскому закону. Медленные замирания сигнала в тропосферных линиях связи возникают при медленной смене перемещающихся неоднородностей тропосферы в луче направленной антенны.

В сотовой мобильной системе связи медленные изменения уровня сигнала возникают при перемещении мобильного терминала из одной локальной зоны диаметром 50–60 м в другую, приводящего к смене отражателей.

Медленные замирания сигналов в тропосферных линиях связи и городской сотовой сети мобильной связи описываются логарифмически-нормальным законом распределения вероятностей. Для компенсации уменьшения уровня принимаемого сигнала за счет медленных и быстрых замираний радиосигнала энергетический потенциал радиолиний должен соответственно быть увеличен.

Методика расчета ослабления радиосигнала в дожде состоит в следующем. Из допустимого процента времени кратковременных прерываний сигнала в радиолинии определяется допустимый процент времени кратковременных прерываний связи в течение года из-за дождя и интенсивность дождя, которая не превышает в этом проценте времени любого года. Для климатических зон России указанные выше проценты времени и интенсивность дождя, при которой необходимо обеспечить работу радиолиний, представлены в таблице.

Тип телекоммуникационной системы	Мобильная связь	Спутниковая фиксированная связь	Один пролет радиорелейной линии связи
Допустимый процент времени года кратковременных прерываний связи из-за дождя	1%	0,1%	0,01%
Интенсивность дождя I мм/ч, которая не превышает в допустимом проценте времени года на территории России	2	6–8	30

Поглощение радиосигнала в дожде в дБ вычисляется согласно выражению $L_d = \gamma_d l_3$, где γ_d — погонное ослабление сигнала в дожде в дБ/км, l_3 — эквивалентная длина трассы распространения радиосигнала в дожде.

Погонное ослабление радиосигнала есть $\gamma_d = aI^b$, где I — интенсивность дождя, мм/ч, коэффициенты a и b определяют зависимость погонного поглощения радиосигнала от частоты и для вертикальной поляризации приведены в таблице.

Частота радиосигнала, ГГц	7	8	10	12	20	30	40	45
a	0,0026	0,004	0,009	0,017	0,07	0,17	0,31	0,39
b	1,31	1,31	1,26	1,20	1,07	1,00	0,93	0,90

Эквивалентная длина трассы сигнала в дожде l_3 всегда меньше физической длины трассы распространения сигнала в дожде r ввиду неравномерности дождя по трассе. Ливневая составляющая дождя имеет протяженность 2–3 км, остальную часть трассы занимает более слабый фоновый дождь.

Для трассы распространения сигнала, пролегающей ниже высоты нулевой изотермы 4 км $l_3 = \frac{r}{1+r/35e^{-0,015r}}$.

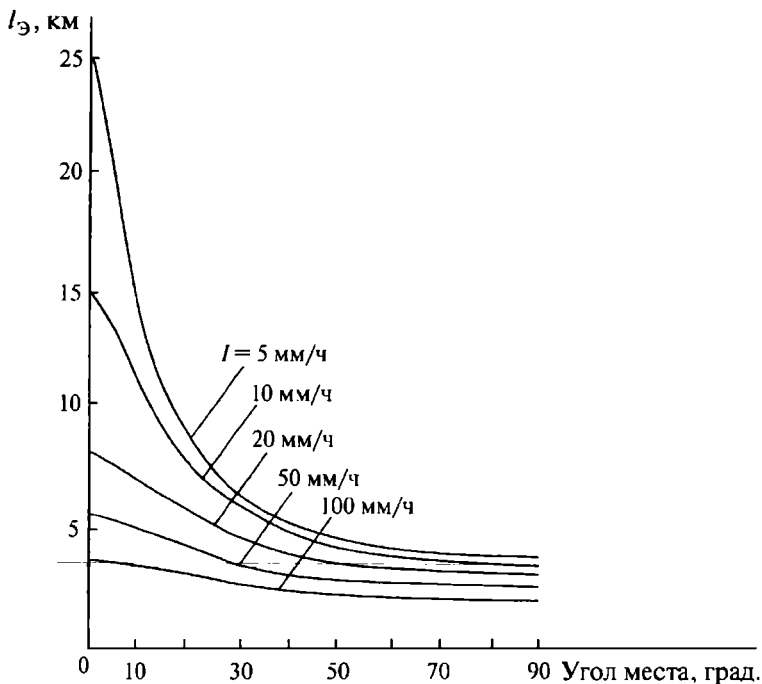


Рис. 36. Эквивалентная длина трассы в дожде

Для спутниковых радиолиний и авиационных радиолиний при высоте полета самолета (вертолета) выше 4 км величина $l_{\text{э}}$ может определяться по экспериментальным кривым $l_{\text{э}}$ МСЭ для климатических зон умеренного климата. Эти кривые $l_{\text{э}}$ приведены на рис. 36.

Задача 110. На рис. 37 изображена схема радиорелейной связи с параметрами: $h = 10$ м, дальность связи $r = 20$ км, длина волны радиолинии $\lambda = 3$ см (частота радиолинии 10 ГГц).

Определить разность хода Δr между отраженным и прямым лучом и разность фаз между отраженным и прямым лучом $\varphi = 2\pi\Delta r/\lambda + \pi$, считая, что при отражении

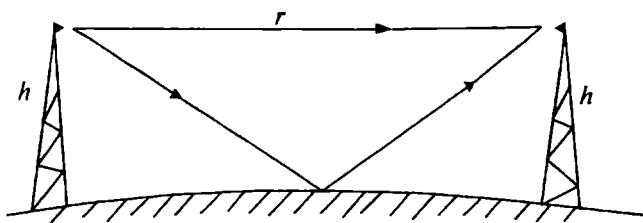


Рис. 37. Радиорелейная линия связи

сигнала от поверхности гладкой Земли фаза отраженного сигнала меняется на 180° .

Принимая, что амплитуда отраженного сигнала равна амплитуде сигнала прямого луча, определить амплитуду суммарного прямого и отраженного сигналов и найти потери в мощности сигнала в дБ по сравнению со случаем отсутствия отраженного сигнала.

Задача 111. При самолетной радиосвязи сигнал, принимаемый от самолета, состоит из прямого луча и отраженного от Земли луча. Принимая, что амплитуда отраженного сигнала составляет 70% от амплитуды прямого луча, определить максимальные потери в энергетике радиолинии за счет мешающего отраженного луча.

Задача 112. Определить максимальную дальность связи с самолетами при высоте аэродромной антенны 15 м для высот полета самолета от 50 м до 10 км. Построить график дальности связи в зависимости от высоты полета самолета.

Задача 113. Определить необходимые высоты подъема антенн радиорелейной линии связи диапазона частот 6 ГГц для работы на дальности $r = 50$ км в условиях гладкой поверхности Земли с обеспечением просвета, равного радиусу первой зоны Френеля в середине трассы $F_1 = \sqrt{\lambda r}/2$, где λ — длина волны радиолинии.

Задача 114. Для радиорелейной линии связи на частоте 19,7 ГГц построить кривую поглощения радиосигнала в дожде с интенсивностью $I = 30$ мм/ч в зависимости от расстояния между радиорелейными станциями. Полагая, что допустимое поглощение радиосигнала в дожде не должно превышать 30 дБ, определить максимальную длину интервала между радиорелейными станциями.

Задача 115. Для спутниковой радиолинии связи «Космос—Земля», работающей в диапазоне 20 ГГц, построить зависимость поглощения радиосигнала в дожде от угла места наземной станции для интенсивности дождя $I = 6$ мм/ч

Задача 116. Для авиационной телекоммуникационной радиолинии диапазона 10 ГГц определить поглощение радиосигнала в дожде с интенсивностью $I = 6$ мм/ч на максимальной дальности связи для высоты полета самолета 10 км.

ГЛАВА 10

ЗАЩИТА ИНФОРМАЦИИ И КАНАЛОВ СВЯЗИ ПРИ ПЕРЕДАЧЕ СООБЩЕНИЙ В УСЛОВИЯХ РАДИОЭЛЕКТРОННОЙ БОРЬБЫ (РЭБ)

Сценарий РЭБ определяет следующие четыре основных требования к радиотелекоммуникационной системе:

1. Безопасность передачи сообщений с целью обеспечения невозможности раскрытия противником содержания передаваемой информации (обеспечение конфиденциальности или криптозащиты передаваемых сообщений).
2. Защита каналов связи от доступа к ним противника, который может навязывать нам ложные сообщения для дезорганизации работы телекоммуникационной системы или перехвата управления нашей технической системой. Защита каналов связи от поддельных сообщений называется имитозащитой каналов связи. В гражданских телекоммуникационных системах к этой задаче также относятся защита подписей на документах от подделок, защита электронных паролей доступа в систему, защита кредитных карточек, охраняемых сигнализаций и др.
3. Обеспечение энергетической скрытности излучаемых радиосигналов с целью предотвратить обнаружение противником факта работы радиолинии и возможность пеленгации наших радиоизлучающих средств с целью их огневого уничтожения.
4. Защита радиолиний от радиоэлектронного подавления помехами от станций помех противника.

10.1. Конфиденциальность (криптозащита) передаваемых сообщений

В Российской Федерации установлен единый стандарт криптографического преобразования данных по ГОСТ 28147—89 при передаче информации для всех государственных органов, организаций и предприятий. Согласно этому ГОСТ режим шифрования, называемый режимом гаммирования, состоит в поразрядном сложении по модулю два передаваемых двоичных сообщений с двоичной шифрпоследовательностью (гаммой), которая вырабатывается шифратором. Тактовые частоты передаваемых сообщений и шифрпоследовательности одинаковы и синхронны.

Шифратор представляет собой некоторый цифровой автомат, имеющий 2^m возможных состояний. Выбор конкретного состояния шифратора производится выбором ключа. Общее число возможных ключей равно 2^m , где m называется длиной ключа. Для выбранного ключа шифратор преобразует входную открытую синхропоследовательность S в шифрпоследовательность Γ («бегущий шифр») со свойствами абсолютно случайной двоичной последовательности.

Предполагаем, что противник знает о нашем шифраторе все и даже физически имеет его. Единственно, что он не знает — это конкретно выбранного ключа, который оперативно должен меняться в системе. Шифратор должен быть так разработан, чтобы противнику для раскрытия сообщений пришлось бы угадывать ключ методом перебора всех ключей, на что потребуется несколько лет работы перспективной вычислительной техники.

Функциональная схема передачи сообщений с криптозащитой по линии связи представлена на рис. 38. Особенностью этой схемы является выбор синхропоследовательности S с большим периодом повторения (год и более), способ уплотнения ее с информационной последовательностью и способ формирования синхропоследо-

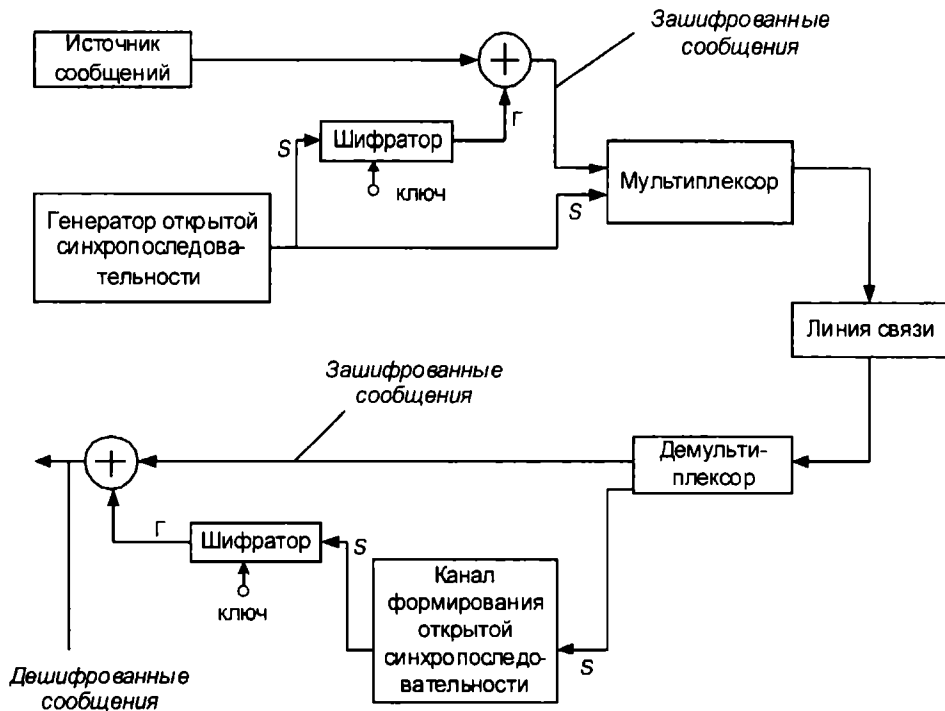


Рис. 38. Функциональная схема передачи сообщений с криптозащитой по линии связи

вательности S в приемнике для различных условий передачи: непрерывная передача, пакетная передача, учет помехоустойчивого кодирования информационной последовательности и др.

Инженерная задача заключается в организации канала передачи синхропоследовательности шифратора с помехоустойчивостью существенно выше помехоустойчивости канала информационного сообщения.

10.2. Имитозащита передаваемых сообщений

Имитозащита передаваемых сообщений осуществляется криптографическим способом. Для этого к передаваемому сообщению добавляются избыточные биты для обнаружения ошибок в приемном устройстве. Каждый избыточный бит должен зависеть от значений всех информационных бит. На информационные и избыточные биты накладывается шифрпоследовательность. В этом случае для создания ложного сообщения противник должен передать некие k информационных биты и правильно угадать необходимые для этих k бит значения r избыточных бит. Вероятность этого события есть $P_{\perp} = (1/2)^r$.

10.3. Помехозащита радиолиний

Способность радиолинии работать в условиях воздействия естественных помех называется помехоустойчивостью. Способность радиолинии работать в условиях воздействия организованных помех называется помехозащищенностью.

Помехозащита разделяется на два класса: 1) пространственная помехозащита (за счет низкого уровня боковых лепестков приемной антенны, по которым действует помеха, формирование «нулей» диаграммы направленности приемной антенны в направлении на источник помех); 2) сигнальная помехозащита за счет широкополосных методов модуляции.

При сигнальной помехозащите спектр излучаемого сигнала искусственно расширяется за счет применения фазоманипулированных псевдошумовых сигналов (ПШС) или псевдослучайной перестройки рабочей частоты (ППРЧ), либо за счет комбинированного метода модуляции ПШС-ППРЧ.

Если противник ставит заградительную шумовую помеху во всей полосе частот нашего сигнала, так что на входе приемной антенны нашей радиостанции спектральная плотность шумовой заградительной помехи есть $N_{\text{оп}}$, то вероятность ошибки на бит в нашем приемнике будет определяться величиной

$$h^2 = \frac{E_6}{N_0 + N_{\text{оп}}},$$

где E_6 — энергия бита полезного принимаемого сигнала на выходе приемной антенны, N_0 — спектральная плотность аддитивных шумов приемной системы.

Из теории потенциальной помехоустойчивости следует, что вероятность ошибки на бит определяется только энергией бита и не зависит от формы сигнала (с широкополосной модуляцией, узкополосной модуляцией и др.)

$$N_{\text{оп}} = P_{\text{п}} / \Delta f,$$

где $P_{\text{п}}$ — мощность помехи на выходе приемной антенны, Δf — полоса частот широкополосного сигнала.

При $N_{\text{оп}} \gg N_0$ для порогового значения $h^2 = h_{\text{пор}}^2$ получим

$$h_{\text{пор}}^2 = \frac{E_6}{N_{\text{оп}}} = \frac{P_c \tau_0}{P_{\text{п}} / \Delta f} = \frac{P_c \Delta f}{P_{\text{п}} R},$$

где $\tau_0 = 1/R$ — длительность информационного бита, R — скорость передачи информации.

Обозначим через базу широкополосного сигнала B отношение $B = \Delta f / R = \Delta f \tau_0 \gg 1$. Тогда сигнальная помехозащита, определяемая как такое отношение помеха—сигнал ($P_{\text{п}}/P_c$), при котором обеспечивается работа

радиолинии с заданным качеством (обеспечивается требуемое отношение $h_{\text{ПОР}}^2$), равна $P_{\text{п}}/P_{\text{с}} = B/h_{\text{ПОР}}^2$.

Отсюда следует, что помехозащита радиолинии повышается при уменьшении скорости передачи информации R , расширении полосы частот широкополосного сигнала Δf и уменьшении величины $h_{\text{ПОР}}^2$. В помехозащищенных радиолиниях критерий оптимальности помехоустойчивого кода — максимальный энергетический выигрыш кода.

Уравнение помехозащиты

Радиолиния должна быть работоспособной при ЭИИМ станции помех $P_{\text{пх}}G_{\text{пх}}$, где $P_{\text{пх}}$ — мощность помехового сигнала на входе передающей антенны станции помех, $G_{\text{пх}}$ — коэффициент усиления передающей антенны станции помех. Величина $P_{\text{пх}}G_{\text{пх}}$ задается моделью РЭБ. Тогда ЭИИМ нашей станции $P_{\text{с}}G_{\text{с}}$ в радиолиниях без замираний сигнала определяется из уравнения помехозащиты

$$P_{\text{с}}G_{\text{с}} = P_{\text{пх}}G_{\text{пх}} + h_{\text{ПОР}}^2 - B - G_{\text{бок}} + \left(\frac{r_{\text{с}}}{r_{\text{п}}}\right)^2, \text{ дБВт},$$

где $G_{\text{бок}}$ — относительный уровень бокового лепестка (или «нуля» диаграммы направленности приемной антенны) в направлении на помеху, $r_{\text{с}}$ — дальность связи, $r_{\text{п}}$ — расстояние от станции помех до приемника нашей радиостанции.

На рис. 39 представлена функциональная схема помехозащищенной радиолинии. Смена рабочей частоты при ППРЧ или формы ПШС в радиолинии должна происходить по закону, неизвестному противнику, т. е. этот закон должен определяться устройством криптозащиты (шифратором). На рис. 40 показан вид радиосигнала с ППРЧ.

Противнику выгодно ставить не заградительную шумовую помеху, а более энергетически выгодные помехи, к которым относятся:

- 1) узкополосные помехи;
- 2) ретранслированные помехи;

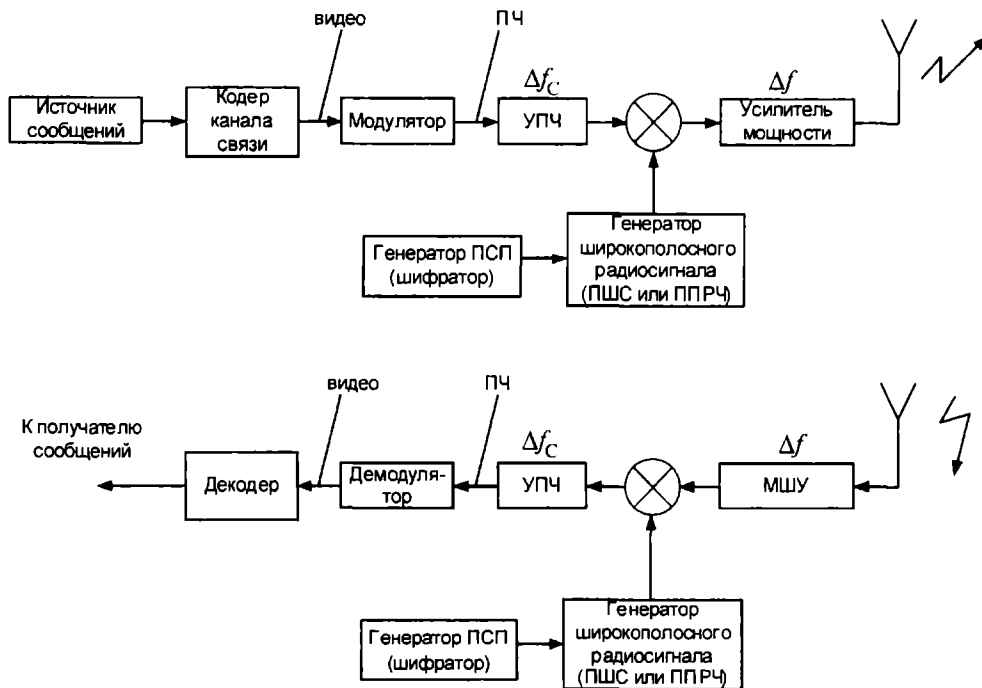


Рис. 39. Функциональная схема помехозащищенной радиолинии (ПСП — псевдослучайная двоичная последовательность)

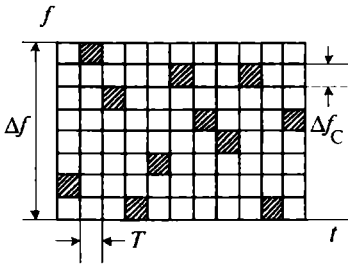


Рис. 40. Частотно-временная диаграмма сигнала с ППРЧ (T — время работы радиолинии на одной частоте)

- 3) несущая, модулированная по частоте шумовым сигналом в части или во всей полосе сигнала Δf ;
- 4) хаотическая, импульсная шумовая помеха с большой скважностью.

В разрабатываемой радиолинии должны быть предусмотрены меры, парирующие вышеуказанные помехи, чтобы вынудить противника ставить наименее энергетически выгодную для него заградительную шумовую помеху во всей полосе частот широкополосного сигнала. При этом противник создает помехи и своим собственным радиосредствам в максимально широкой полосе частот.

Узкополосные помехи должны быть подавлены в приемнике режекторными фильтрами. Ретранслированные помехи могут быть полностью подавлены при быстрой ППРЧ. Хаотические импульсные помехи могут быть сделаны малоэффективными при перемежении символов и использовании мощного кода с исправлением ошибок.

Задача 117. В качестве генератора синхропоследовательности шифратора в схеме рис. 38 можно использовать генератор m -последовательности на регистре сдвига с обратными связями. Определить период m -последовательности, если длина регистра сдвига $m = 64$, а частота следования символов m -последовательности равна 2,048 Мбит/с.

Задача 118. При передаче команд управления полетом летательного аппарата требуется обеспечить имитозащиту передаваемых команд с вероятностью ложного формирования команды не более 10^{-9} .

При криптографическом способе обеспечения имитозащиты определить число избыточных бит кода с обнаружением ошибок, которое нужно передавать с каждой командой.

Какие дополнительные кодовые методы защиты передаваемых команд можно предложить для стирания наших команд, принятых противником и ретранслированных им через некоторое время для дезорганизации работы командной радиолинии?

Задача 119. При передаче засекреченного телефонного сигнала нужно ли обеспечивать имитозащиту передаваемых сигналов. Если нет, объяснить почему.

Задача 120. Станция помех находится на расстоянии 30 км от нашей станции спутниковой связи, работающей в режиме ППРЧ. Каково допустимое максимальное время передачи сообщений на одной частоте, чтобы исключить воздействие ретранслированных помех на радиолинию?

Задача 121. Перевозимая станция помех системе спутниковой связи в диапазоне частот 8 ГГц для постановки помех спутниковому ретранслятору имеет антенну диаметром 5 м и мощность излучения 10 кВт. Определите ЭИИМ станции помех.

Задача 122. Станция помех спутниковому ретранслятору в диапазоне частот 8 ГГц имеет ЭИИМ 90 дБВт. Используя уравнение помехозащиты радиолиний, определить требуемую ЭИИМ нашей станции спутниковой связи при следующих условиях:

- скорость передачи информации $R = 2,4$ кбит/с;

- полоса частот используемого псевдошумового сигнала в радиолинии 36 МГц (полоса частот одного ствола спутникового ретранслятора);
- $r_c = r_n$;
- пространственная помехозащита спутникового ретранслятора не используется;
- требуемая величина E_6/N_0 на выходе приемной антенны ретранслятора составляет величину 8 дБ.

При излучаемой станцией спутниковой связи мощности радиосигнала 50 Вт определить необходимый диаметр передающей антенны станции спутниковой связи, при котором обеспечивается помехозащита радиолинии.

Задача 123. Для дополнительной защиты радиолинии от узкополосных помех при использовании ПШС предложите свои варианты построения устройства, вырезающего узкополосные помехи из спектра псевдошумового сигнала.

10.4. Отбор мощности спутникового ретранслятора помехой

Если на входе приемника ствола спутникового ретранслятора с прямой ретрансляцией сигналов возникла преднамеренная помеха, то она будет переизлучаться ретранслятором, затрачивая некоторую мощность ретранслятора на ее переизлучение. Этот эффект называется отбором мощности ретранслятора помехой. Воздействие преднамеренной помехи наиболее разрушительно, когда напряжение сигнала плюс помеха переводят усилитель мощности в режим насыщения. Чтобы не допустить работу усилителя мощности в режиме насыщения, а обеспечить его работу в линейном режиме, в состав усилительных трактов вводят АРУ.

Задача 124. Пусть на входе приемника ствола ретранслятора с прямой ретрансляцией сигналов действует

многоканальный сигнал с результирующей мощностью P_c и помеха мощностью P_n . Ретранслятор имеет коэффициент усиления k , который меняется таким образом, чтобы выполнялось условие $k^2(P_c + P_n) = P_0 = \text{const}$, где P_0 — номинальная выходная мощность усилителя мощности в линейном режиме.

Требуется определить мощность полезного сигнала $k^2 P_c$ на выходе усилителя мощности и поведение коэффициента усиления ствола ретранслятора k в зависимости от входного отношения мощностей помеха—сигнал.

10.5. Скрытность работы радиолиний. Стего-системы

Скрытная передача сообщений подразумевает, что противник в условиях РЭБ не может в течение сеанса связи обнаружить факт передачи сообщений. Скрытная передача сообщений возможна двумя путями:

- 1) передачей сигналов таким образом, что противник не может обнаружить излучения радиопередающих средств радиолинии. Такая скрытность называется энергетической;
- 2) передача полезных сигналов производится на фоне мощных маскирующих сигналов. Такой способ передачи сигналов называют стеганографическим, а системы связи — стего-системами.

Энергетическая скрытность радиолиний

Энергетическая скрытность работы радиолиний является наиболее важным параметром радиолиний в условиях РЭБ. После обнаружения факта работы радиолинии следует пеленгация радиоизлучающих средств, определение их координат и, как правило, их огневое уничтожение, если радиоизлучающие средства находятся в пределах досягаемости артиллерии или авиации.

Теоретически за достаточно длительный промежуток времени всегда возможно обнаружить излучение радио-

передающих средств. Поэтому скрытную работу радиолинии будем определять временем скрытной работы $T_{\text{Обн}}$, т.е. временем, которое необходимо разведывательному приемнику для обнаружения факта работы радиолинии. При этом следует принять, что разведывательный приемник использует самые быстрые методы поиска и обнаружения сигнала, включая параллельные поиск сигнала по частоте (параллельный спектроанализатор) и параллельный поиск по пространству (многолучевая приемная антенна).

Также примем, что в нашей радиолинии используются широкополосные сигналы типа ПШС или ППРЧ, параметры которых меняются по закону, неизвестному противнику, так что разведывательный приемник вынужден использовать некогерентную обработку широкополосного радиосигнала, т.е. для обнаружения сигнала должен измерять мощность принимаемого сигнала. Такой приемник называется энергетическим и проектируется как радиометр. Типовая схема радиометра представлена на рис. 41.

Схема работает следующим образом. Ключ K_A периодически с некоторой тактовой частотой F_T подключает к малошумящему усилителю (МШУ) либо антенну, либо шумящее сопротивление $R_{\text{ш}}$ с шумовой температурой, равной шумовой температуре антенны, которые складываются из космических шумов, шумов атмосферы и Земли. В отсутствие излучения передатчика радиолинии мощности шумов от антенны и шумящего сопротивления одинаковы.

На выходе усилительно-преобразовательных каскадов на некоторой промежуточной частоте включены анализирующие фильтры (с полосой каждого фильтра Δf_{Φ}) параллельного спектроанализатора. Напряжения с выходов анализирующих фильтров поступают на квадратичные детекторы и последующие фильтры нижних частот для выделения сигнала в области видеочастот. Напряжения с выходов фильтров нижних частот поступают на ключи

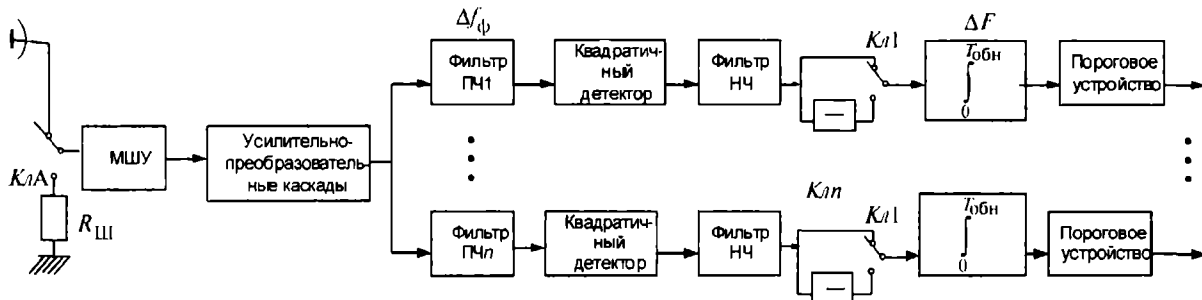


Рис. 41. Функциональная схема радиометра

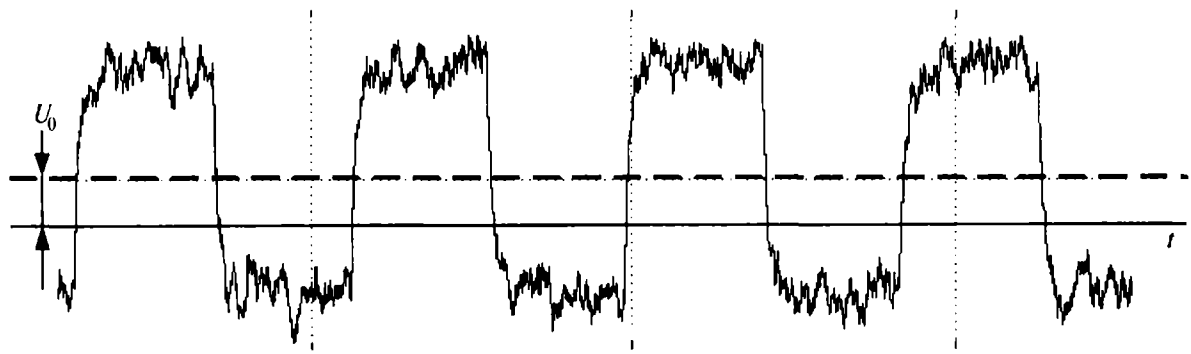


Рис. 42. Входное напряжение интегратора

$Kл1... Kлn$, которые работают синхронно с ключом $KлA$, в результате на входе интегратора возникает биполярный сигнал вида, показанного на рис. 42.

Напряжение положительной полярности соответствует сигналу, принятому антенной (обнаруживаемый сигнал плюс шумы антенны), напряжение отрицательной полярности соответствует напряжению шумов шумящего сопротивления $R_{ш}$. Величина U_0 соответствует мощности обнаруживаемого сигнала, которая должна быть измерена путем дальнейшей фильтрации шумов интегратором со сбросом в конце интервала интегрирования (видеофильтром) с узкой полосой ΔF (что соответствует времени интегрирования сигнала $T_{обн} = 1/2\Delta F$) и последующего сравнения с порогом $U_{п}$ для принятия решения о наличии или отсутствии излучения передатчика в полосе измерительного фильтра.

Скрытность работы радиолинии как и помехозащищенность радиолинии можно разбить на две составляющие: 1) сигнальную скрытность, обусловленную применением широкополосной модуляции (ПШС, ППРЧ и их комбинации) и 2) пространственную скрытность, обусловленную низким уровнем боковых лепестков передающей антенны радиолинии. Мы вначале рассмотрим сигнальную скрытность для некоторого эталонного сравнительного сценария геометрического расположения радиосредств радиолинии и разведывательного приемника на поверхности Земли, показанного на рис. 43.

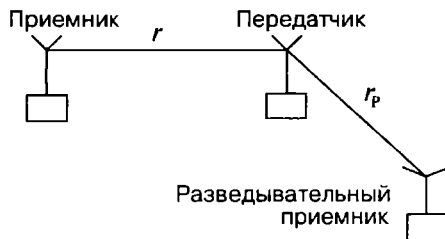


Рис. 43. Эталонная конфигурация радиосредств

Расстояние между передатчиком и приемником радиолинии r положим равным расстоянию между передатчиком и разведывательным приемником r_p , т.е. $r = r_p$. Все антенны передатчика и приемников положим все-направленными. Определим время скрытной работы радиолинии T_0 для сигнальной скрытности и разведывательного приемника типа радиометра, представленного на рис. 41.

Принимаем, что выбранный нами широкополосный сигнал с полосой сигнала Δf_c , появляющийся на выходе измерительного фильтра в полосе $\Delta f_\Phi \ll \Delta f_c$, будет представлять собой гауссовский процесс со спектральной плотностью $N_{oc} = P_c / \Delta f_c$, где P_c — мощность сигнала на выходе приемной антенны радиометра. Спектральная плотность аддитивного шума на выходе антенны радиометра (и на выходе ключа *КлА*) есть N_0 . Полагаем, что для обеспечения скрытности радиолинии обеспечивается $N_{oc} \ll N_0$ за счет широкополосной модуляции.

На выходе приемной антенны телекоммуникационной радиолинии мощность принимаемого сигнала также равна P_c , а спектральная плотность аддитивного шума есть N_0 .

Найдем отношение мощностей сигнал-шум на выходе квадратичного детектора одного частотного канала радиометра, считая для удобства, что на его входе действует шум со спектральной плотностью $N_0 + N_{oc}$, либо N_0 . Спектр шумов на выходе квадратичного детектора в видеополосе при воздействии на его входе гауссовского шума определен в решении задачи № 12 и представлен на рис. 44 для обозначений рис. 41 для случая, когда к МШУ постоянно подключена антенна.

Для положения *КлА*, когда к МШУ постоянно подключено шумящее сопротивление, на рис. 44 необходимо положить $N_{oc} = 0$. Мощность постоянной составляющей на выходе квадратичного детектора равна $(N_0 + N_{oc})^2 \Delta f_\Phi^2$, а амплитуда постоянной составляющей есть $(N_0 + N_{oc}) \Delta f_\Phi$ при подключенной к МШУ антенне.

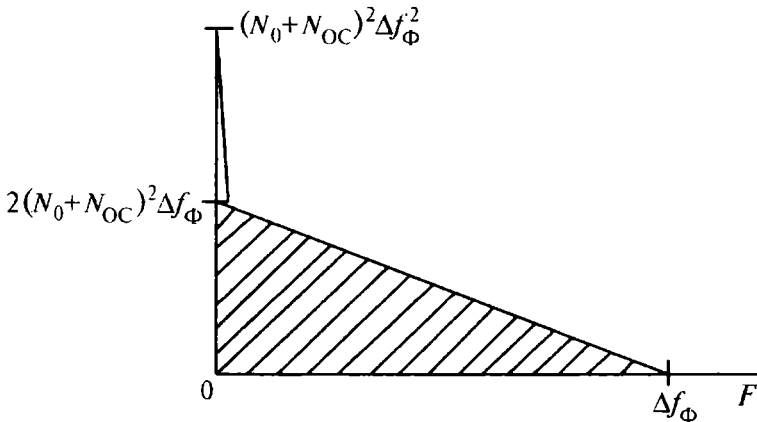


Рис. 44. Спектр мощности шумов на выходе квадратичного детектора в видеополосе при воздействии на его входе шума с мощностью $(N_0 + N_{OC})\Delta f_{\Phi}$

Разность между амплитудами постоянных составляющих сигнала плюс аддитивный шум и аддитивного шума есть $U_{C \text{ вых}} = (N_0 + N_{OC})\Delta f_{\Phi} - N_0\Delta f_{\Phi} = N_{OC}\Delta f_{\Phi}$. Мощность этой разницы постоянных составляющих на входе интегратора с учетом ее скважности, равной 0,5, равна $P_{C \text{ вых}} = \frac{1}{2}N_{OC}^2\Delta f_{\Phi}^2$. Мощность шума в полосе ΔF фильтра-интегратора с учетом скважности 0,5 шумовых составляющих равна

$$\sigma^2 = \frac{1}{2} \left[2(N_0 + N_{OC})^2 \Delta f_{\Phi} \Delta F + 2N_0^2 \Delta f_{\Phi} \Delta F \right] \approx 2N_0^2 \Delta f_{\Phi} \Delta F,$$

где было принято, что $N_{OC} \ll N_0$.

Отношение мощностей сигнал—шум на входе порогового устройства равно:

$$\frac{P_{C \text{ вых}}}{\sigma^2} = \frac{1}{4} \left(\frac{N_{OC}}{N_0} \right)^2 \frac{\Delta f_{\Phi}}{\Delta F}. \quad (5)$$

На выходе антенны разведывательного приемника

$$N_{\text{ос}} = \frac{P_c}{\Delta f_c} = \frac{P_c R}{R \Delta f_c} = \frac{P_c \tau_0 R}{\Delta f_c} = \frac{E_{\text{б}}}{B},$$

где $R=1/\tau_0$ — скорость передачи информации, τ_0 — длительность информационного бита, энергия бита $E_{\text{б}} = P_c \tau_0$.

Тогда, обозначая $h^2 = \frac{E_{\text{б}}}{N_0}$,

$$\frac{P_{\text{с вых}}}{\sigma^2} = \frac{1}{4} \left(\frac{E_{\text{б}}}{N_0} \right)^2 \frac{1}{B^2} \frac{\Delta f_{\text{Ф}}}{\Delta F} = \frac{h^4 \Delta f_{\text{Ф}} R}{4B \Delta f_c \Delta F} = \frac{h^4 \Delta f_{\text{Ф}}}{4B \Delta f_c \Delta F \tau_0}. \quad (6)$$

Найдем требуемое отношение $P_{\text{с вых}}/\sigma^2$ на входе порогового устройства. В отсутствие сигнала вероятность ложного срабатывания порогового устройства, т.е. вероятность того, что напряжение шума в конце интервала обнаружения $T_{\text{обн}}$ превысит напряжение порога $U_{\text{п}}$ равна

$$P_{\text{л}} = \int_{U_{\text{п}}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-x^2/2\sigma^2} dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{U_{\text{п}}/\sigma}^{\infty} e^{-y^2/2} dy = \frac{1}{2} \left[1 - \Phi \left(\frac{U_{\text{п}}}{\sigma} \right) \right].$$

Положим $P_{\text{л}} = 10^{-6}$. Тогда $U_{\text{п}}/\sigma = 4,75$.

Вероятность пропуска сигнала, т.е. вероятность того, что напряжение постоянной составляющей сигнала $U_{\text{с вых}}$ плюс шум окажется ниже порогового напряжения $U_{\text{п}}$, равна

$$\begin{aligned} P_{\text{проп}} &= \int_{-\infty}^{U_{\text{п}}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(x-U_{\text{с вых}})^2/2\sigma^2} dx = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{U_{\text{п}}-U_{\text{с вых}}}{\sigma}} e^{-y^2/2} dy = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{U_{\text{с вых}}-U_{\text{п}}}{\sigma}} e^{-y^2/2} dy = \\ &= \frac{1}{2} \left[1 - \Phi \left(\frac{U_{\text{с вых}}-U_{\text{п}}}{\sigma} \right) \right]. \end{aligned}$$

Положим вероятность пропуска сигнала $P_{\text{проп}} = 10^{-2}$ (требуемую вероятность обнаружения сигнала 0,99).

Тогда

$$\frac{U_{\text{с вых}} - U_{\text{п}}}{\sigma} = 2,33$$

и

$$\frac{U_{\text{с вых}}}{\sigma} = 2,33 + \frac{U_{\text{п}}}{\sigma} = 2,33 + 4,75 = 7,08.$$

Отсюда $P_{\text{с вых}}/\sigma^2 = (U_{\text{с вых}}/\sigma)^2 = 50$.

Для выражения (6) имеем равенство $\frac{h^4 \Delta f_{\Phi}}{4B \Delta f_c \Delta F \tau_0} = 50$,

откуда для требуемого времени обнаружения сигнала при сигнальной скрытности передачи сигналов получим вы-

ражение $T_0 = T_{\text{обн}} = \frac{1}{2\Delta F} = \frac{100B}{h^4} \cdot \frac{\Delta f_c}{\Delta f_{\Phi}} \tau_0$.

Если все измерительные фильтры используются для обнаружения сигнала, так что $n\Delta f_{\Phi} = \Delta f_c$ или $\Delta f_{\Phi} = \Delta f_c$, то получим окончательно для сигнальной скрытности, что время скрытной работы радиолинии равно

$$T_0 = \frac{100B}{h^4} \tau_0. \quad (7)$$

Требуемая величина h^2 должна быть обеспечена на выходе антенны приемника нашей радиолинии для получения заданной вероятности ошибки на бит. Поскольку в эталонной модели $r = r_p$ и антенны, и приемники радиолинии и радиометра идентичны это же величина h^2 будет наблюдаться и на выходе антенны радиометра. Поэтому в выражении (7) необходимо подставлять значение h^2 , получаемое в приемнике нашей радиолинии.

Проанализируем выражение (7). Увеличить время скрытной работы можно за счет:

- уменьшения величины h^2 в нашей радиолинии за счет помехоустойчивого кодирования и, следовательно, за счет уменьшения излучаемой мощности передатчика;

- увеличения базы B широкополосного сигнала. Базу можно увеличивать двумя путями: 1) увеличением полосы излучаемого сигнала без изменения скорости передачи информации. В этом случае время скрытной работы увеличивается прямо пропорционально базе сигнала; 2) уменьшением скорости передачи информации с пропорциональным увеличением длительности информационного символа τ_0 . В этом случае время скрытной работы увеличивается пропорционально B^2 .

Важно отметить, что согласно выражениям (5) и (7) время скрытной работы увеличивается пропорционально квадрату уменьшения принимаемой мощности переносимого сигнала.

Уменьшить излучаемую мощность полезного сигнала можно, например, уменьшив расстояние r между передатчиком и приемником радиолинии. Тогда без учета замираний радиосигнала (и других особенностей распространения радиосигнала) для эталонной модели рис. 43 можно получить выражение для времени скрытной работы при $r \neq r_p$ в следующем виде $T_{\text{обн}} = T_0 (r_p/r)^4$, где было принято, что принимаемая мощность сигнала меняется обратно пропорционально квадрату расстояния между передатчиком и приемником.

Рассмотрим пространственную скрытность работы радиолиний за счет направленных антенн телекоммуникационной радиолинии. Для условий свободного пространства принимаемая мощность полезного сигнала на выходе антенны приемного устройства нашей радиолинии равна

$$P_c = \frac{P_n G_n G \lambda^2}{(4\pi r)^2},$$

где P_n — мощность, подводимая к передающей антенне, G_n — коэффициент усиления передающей антенны, G — коэффициент усиления приемной антенны, λ — длина волны.

Мощность сигнала на выходе антенны радиометра соответственно равна

$$P_p = \frac{P_n G_n(\theta) G_p \lambda^2}{(4\pi r_p)^2},$$

где $G_n(\theta)$ — коэффициент усиления передающей антенны в направлении на радиометр; G_p — коэффициент усиления антенны радиометра.

Считаем, что максимум диаграммы направленности приемной антенны радиометра направлен на передатчик.

По сравнению с эталонной моделью рис. 43 мощность перехватываемого радиометром сигнала будет меньше в число раз, равное $\frac{P_c}{P_p} = \frac{G_n G}{G_n(\theta) G_p} \left(\frac{r_p}{r}\right)^2$.

Отсюда получим время скрытной работы:

$$T_{\text{обн}} = T_0 \left(\frac{r_p}{r}\right)^4 \left[\frac{G_n G}{G_n(\theta) G_p} \right]^2.$$

Будем считать, что для повышения скрытности работы радиолинии в ней используются передающая и приемная антенны с высокой направленностью, так что $G_n(\theta)$ описывает боковые лепестки диаграммы направленности передающей антенны.

Огибающая боковых лепестков диаграммы направленности антенны должна быть равна или менее величины, определяемой выражением (относительно изотропного излучателя) в дБ:

$$G(\theta) = \begin{cases} 49 - 10 \lg \frac{d}{\lambda} - 25 \lg(\theta) & 100 \frac{\lambda}{d} \leq \theta \leq 48^\circ; \\ 10 - 10 \lg \frac{d}{\lambda} & 48^\circ \leq \theta \leq 180^\circ, \end{cases} \quad (8)$$

где d — диаметр апертуры антенны.

Примем, что эффективное значение уровня боковых лепестков на 3 дБ меньше значения огибающей боковых лепестков и для типового сценария радиоперехвата $G(0) = 7 - 10 \lg(d/\lambda)$.

Коэффициент усиления антенны с круглой апертурой $G_{\Pi} = k_{\text{ип}} \pi^2 (d/\lambda)^2$. Для коэффициента использования поверхности $k_{\text{ип}} = 0,5$ получим в дБ: $G_{\Pi} = 7 + 20 \lg(d/\lambda)$.

Тогда для отношения $G_{\Pi}/G_{\Pi}(0)$ получим в дБ

$$G_{\Pi}/G_{\Pi}(\theta) = 7 + 20 \lg \frac{d_{\Pi}}{\lambda} - 7 + 10 \lg \frac{d_{\Pi}}{\lambda} = 30 \lg \frac{d_{\Pi}}{\lambda}$$

или в размах

$$G_{\Pi}/G_{\Pi}(\theta) = \left(\frac{d_{\Pi}}{\lambda} \right)^3,$$

где d_{Π} — диаметр апертуры передающей осесимметричной антенны.

Окончательно получим следующее соотношение для времени скрытной работы радиолинии

$$T_{\text{обн}} = \frac{100B}{h_{\text{пор}}^4} \left(\frac{r_p}{r} \right)^4 \left(\frac{d_{\Pi}}{\lambda} \right)^6 \left(\frac{G}{G_p} \right)^2 \tau_0,$$

где $h_{\text{пор}}^2$ — пороговое отношение энергии бита к спектральной плотности шумов на выходе приемной антенны телекоммуникационной радиолинии.

Полученное соотношение показывает, что для скрытной работы радиолиний необходимо использовать наиболее высокочастотные диапазоны частот, дающие максимум отношения d_{Π}/λ .

Задача 125. Определить время скрытной работы радиорелейной линии связи с параметрами:

- диаметр антенны 1,5 м;
- рабочая частота 6 ГГц;
- скорость передачи информации 2,048 Мбит/с;
- полоса псевдошумового сигнала 262 МГц;

- дальность связи $r = 30$ км;
- $h_{\text{ПОР}}^2 = 17$ дБ;
- расстояние от передатчика до разведывательного приемника на самолете $r_p = 100$ км;
- коэффициент усиления антенны разведывательного приемника 30 дБ.

Определить во сколько раз увеличится время скрытной работы радиолинии при использовании специальной передающей антенны с уровнем боковых лепестков на 10 дБ меньшим по отношению к уровню боковых лепестков, определенных соотношением (8).

Задача 126. Определить время скрытной работы наземной станции спутниковой связи со следующими параметрами:

- диаметр антенны 1,2 м;
- рабочая частота 8 ГГц;
- скорость передачи информации 2,4 кбит/с;
- ширина спектра широкополосного сигнала с ППРЧ 500 МГц;
- дальность связи 40 000 км;
- $h_{\text{ПОР}}^2$ на ретрансляторе равно 10 дБ;
- коэффициент усиления приемной антенны ретранслятора 30 дБ;
- расстояние от станции спутниковой связи до разведывательного приемника на самолете $r_p = 100$ км;
- коэффициент усиления антенны разведывательного приемника 30 дБ.

Определить во сколько раз увеличится время скрытной работы радиолинии при использовании специальной передающей антенны с уровнем боковых лепестков на 10 дБ меньшим по отношению к уровню боковых лепестков, определенных соотношением (8).

Задача 127. Пусть широкополосный псевдошумовой сигнал с полосой Δf представляет собой гармоническое колебание, манипулированное по фазе на 180° по

закону псевдослучайной двоичной последовательности. Для обнаружения такого сигнала используется тот факт, что после удвоителя частоты на удвоенной несущей частоте образуется немодулированное синусоидальное колебание, которое можно выделить узкополосным полосовым фильтром для последующего его обнаружения с помощью детектора и порогового устройства.

Требуется определить время скрытной работы радиолинии, в которой используется фазоманипулированный псевдошумовой сигнал с манипуляцией фазы на 180° по псевдослучайному закону. Обнаружитель сигнала состоит из полосового фильтра с полосой Δf на некоторой промежуточной частоте, умножителя частоты на два (квадратичного детектора) и узкополосного полосового фильтра с полосой Δf_y на удвоенной промежуточной частоте, после которого стоит детектор и пороговое устройство. Принять, что несущая частота фазоманипулированного сигнала и его полоса частот Δf известны на стороне разведывательного приемника. При этом считать, что псевдошумовой сигнал обнаружен, если в полосе Δf_y отношение мощностей сигнал–шум равно или более 50. Время скрытной работы принять равным $T_{\text{обн}} = 1/\Delta f_y$.

Стего-системы

Стеганография — это направление техники связи, которое решает задачи защиты документов и другой информации от несанкционированного копирования, а также подтверждения подлинности информации на основе скрытного встраивания меток («водяных знаков») в передаваемое сообщение. В более широком смысле стего-системы обеспечивают создание скрытных каналов связи на фоне мощных маскирующих сигналов, которые представляют собой изображение, звук, видео, компьютерные файлы и др. Скрытный стего-канал связи может создаваться на основе известных методов уплотнения по времени, частоте и коду и нелинейных методов уплотне-

ния с основным информационным каналом (видео, звук и др.). Также стего-канал связи должен иметь криптографическую защиту передаваемых сообщений. Например, при передаче оцифрованных выборок изображений к каждой выборке сигнала добавляется один дополнительный бит стего-канала. Поскольку человеческий глаз различает не более 8–10 градаций яркости этот дополнительный бит практически не искажает передаваемое изображение и не заметен при приеме изображения.

Задача 128. Требуется организовать скрытный стего-канал связи через существующие работающие стволы коммерческого телекоммуникационного КА-ретранслятора с прямой ретрансляцией сигналов путем использования псевдошумовых сигналов (ПШС) в станциях военной сети связи при следующих условиях:

- полоса частот ствола ретранслятора равна 36 МГц;
- излучаемый псевдошумовой сигнал создает помеху передаваемым коммерческим телекоммуникационным сигналам, которая не должна увеличивать спектральную плотность шумов приемника ретранслятора более чем на 10%.

В составной радиолинии «Терминал–КА–базовая станция», в которой базовая станция имеет диаметр антенны существенно больше, чем диаметр антенны терминала, принять превышение сигнала над шумом в ретрансляторе $h_{\text{СТ}}^2 = h^2 + \Delta$, где $\Delta = 1$ дБ, h^2 – требуемое отношение энергии бита к спектральной плотности шумов в составном стего-канале, а в радиолинии «Базовая станция–КА–терминал» $h_{\text{СТ}}^2 = h^2 + \Delta$, где $\Delta = 3$ дБ.

Требуется определить возможную скорость передачи информации в прямом и обратном стего-канале связи для одного ствола ретранслятора для величины $h^2 = 6$ дБ.

ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Глава 1

Задача 1. Вектор сигнала U_c равномерно вращается относительно вектора помехи с разностной частотой $\Delta\omega$ на векторной диаграмме сигнала плюс помеха. Через равные интервалы времени определяется положение вектора U_c на векторной диаграмме рис. 45 и находится величина огибающей суммы сигнала и помехи U (длина вектора U). На рис. 45, б через равные интервалы времени на оси ординат откладывается значение полученной огибающей U и далее отображается высокочастотное заполнение суммарного колебания.

Задача 2. См. рис. 47.

Задача 3. При наложении помехи на фазоманипулированный сигнал информация о манипуляции сигнала содержится в амплитуде (рис. 49) суммарного сигнала и в фазе φ (рис. 48, б) результирующего колебания. При ограничении результирующего колебания амплитудные изменения колебания устраняются и информация о фазоманипулированном колебании сохраняется в фазе φ результирующего колебания.

В отдельные моменты времени, фаза результирующего колебания близка к нулю ($\varphi \approx 0$), что соответствует векторной диаграмме, показанной на рис. 48, в для $U_n > U_c$. В эти моменты времени (показаны буквами «а» на рис. 49) сигнал вызывает только амплитудные изменения результирующего колебания, которые устраняются ограничителем, в результате чего полезный сигнал будет полностью подавлен. Если разность несущих частот помехи и сигнала $\omega_n - \omega_c$ мала ($\omega_n - \omega_c \approx 0$), пропадания сигнала в точках «а» суммарного колебания могут быть весьма продолжительными.

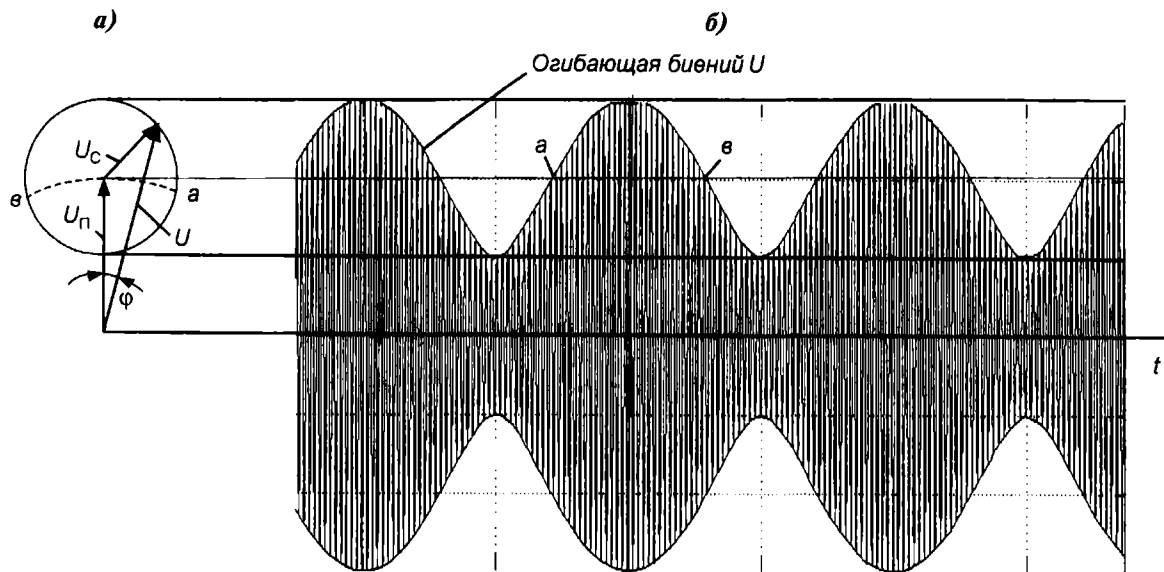


Рис. 45. а) Векторная диаграмма суммы колебаний сигнала и помех при $U_n > U_c$ (U — огибающая, φ — фаза суммарного колебания); б) суммарное колебание сигнала и помехи как функция времени

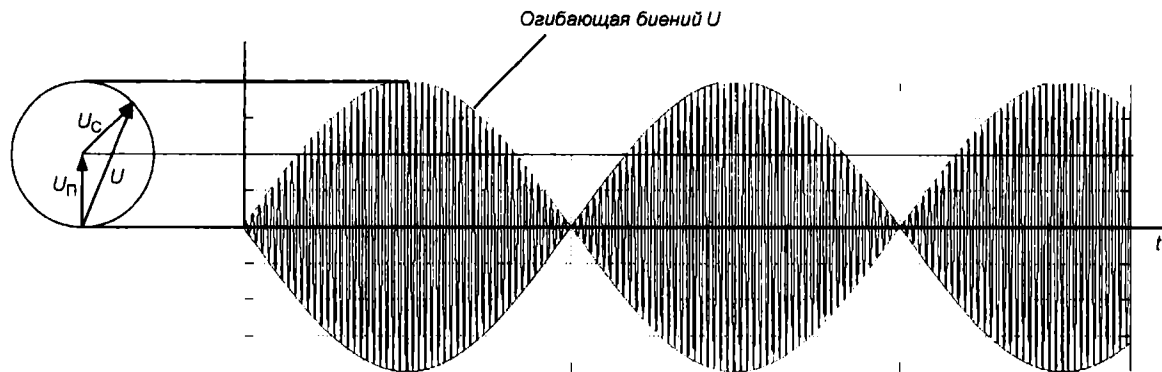


Рис. 46. Векторная диаграмма суммы колебаний сигнала и помехи при $U_C = U_n$ и суммарное колебание сигнала и помехи как функция времени

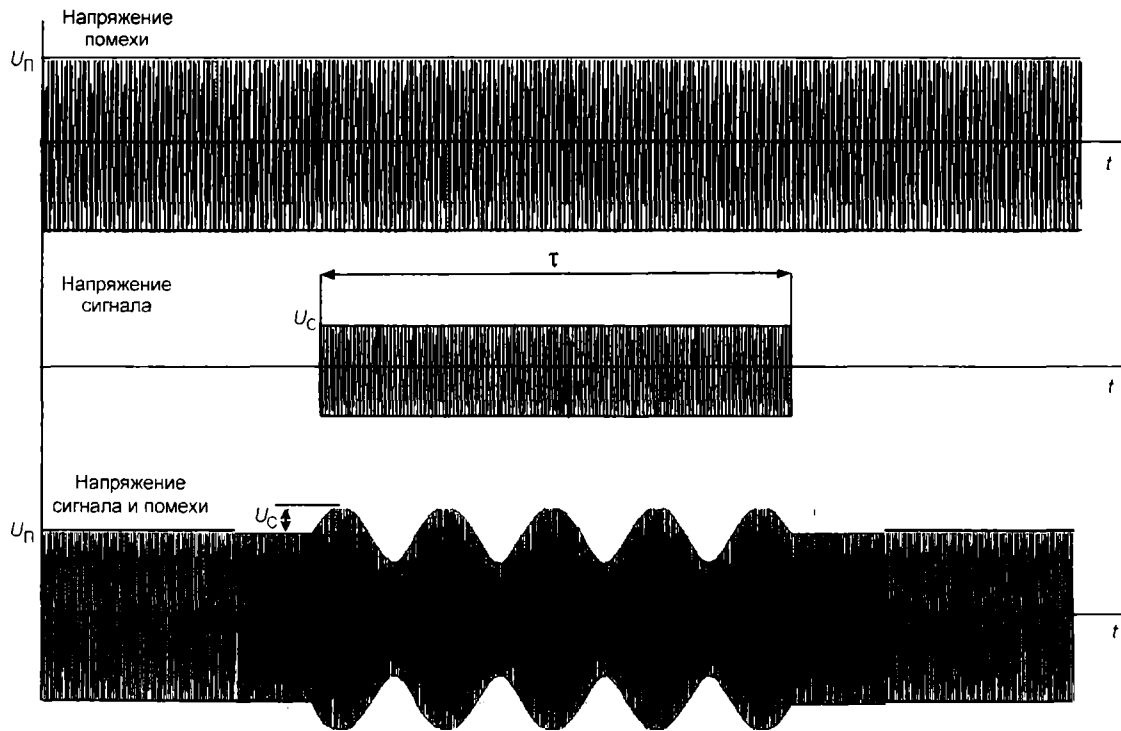


Рис. 47. Напряжения помехи, сигнала и суммы помехи и сигнала, $U_n > U_c$.

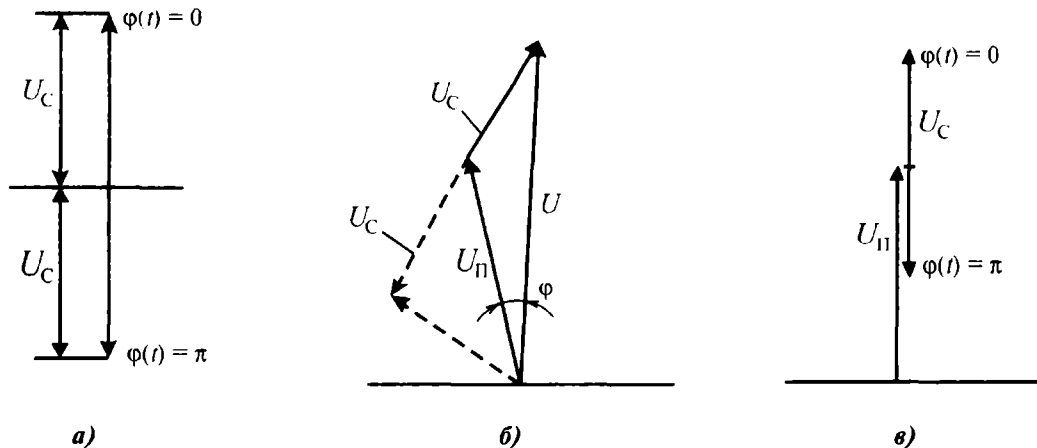


Рис. 48. Векторные диаграммы:

- а) фазоманипулированного на π радиосигнала;
- б) фазоманипулированного сигнала и помехи, $U_{\Pi} > U_C$, где U — огибающая сигнала и помехи, φ — мгновенная фаза сигнала и помехи;
- в) фазоманипулированного сигнала и помехи при $\varphi = 0$

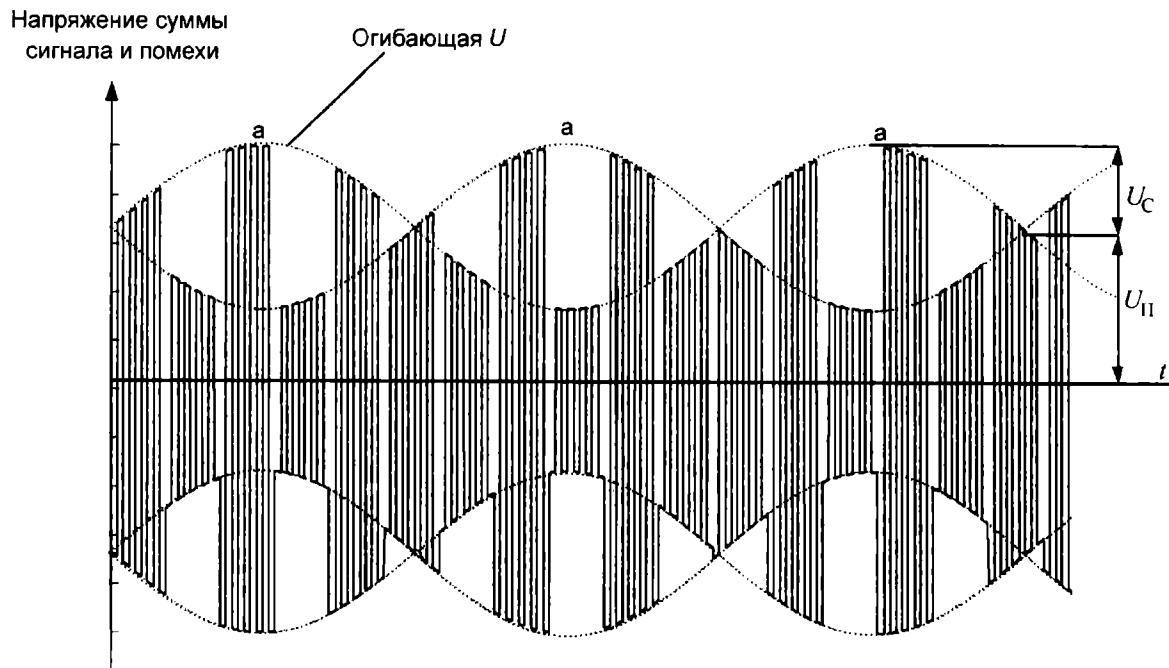


Рис. 49. Суммарное напряжение фазоманипулированного сигнала и гармонической помехи, $U_{п} > U_c$

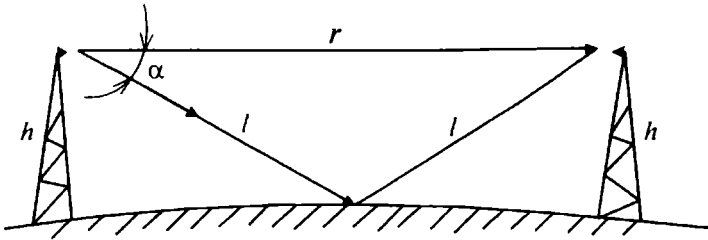


Рис. 50. Геометрия прямого и отраженного от Земли лучей

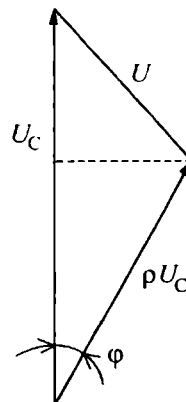
Задача 4. Рассмотрим рис. 50. Амплитуду прямого луча на входе приемной антенны обозначим через $U_C \sin \omega_c t$. Амплитуда отраженного от поверхности Земли луча есть $\rho U_C \sin(\omega_c t + \varphi)$, где $\rho \leq 1$ есть коэффициент отражения, φ — набег фазы за счет разности хода лучей Δr плюс π . Из векторной диаграммы рис. 51 амплитуда разности прямого и отраженного лучей равна

$$\begin{aligned}
 U &= \sqrt{(\rho U_C \sin \varphi)^2 + (U_C - \rho U_C \cos \varphi)^2} = \\
 &= \sqrt{(\rho U_C)^2 \sin^2 \varphi + U_C^2 + (\rho U_C)^2 \cos^2 \varphi - 2\rho U_C^2 \cos \varphi} = \\
 &= \sqrt{U_C^2 + (\rho U_C)^2 - 2\rho U_C^2 \cos \varphi} = \\
 &= U_C \sqrt{1 + \rho^2 - 2\rho \cos \varphi}.
 \end{aligned}$$

Амплитуда разностного сигнала относительно сигнала прямого луча равна $U/U_C = \sqrt{1 + \rho^2 - 2\rho \cos \varphi}$.

Величина ρ задана и равна $\rho = 0,96$. Необходимо вычислить φ и $\cos \varphi$.

Рис. 51. Векторная диаграмма разности (за счет угла π при отражении от Земли) прямого и отраженного лучей



Из рис. 50 разность хода лучей $\Delta r = 2l - r$.

В свою очередь

$$l = \frac{r}{2 \cos \alpha} = \frac{r}{2} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha},$$

где $\operatorname{tg} \alpha = 2h/r \ll 1$.

Тогда получим

$$\Delta r = r \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} - r = r \left(\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} - 1 \right) \approx r \left(1 + \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha}{2} - 1 \right) = 2 \frac{h^2}{r}.$$

Для $h = 10$ м, $r = 10$ км получим $\Delta r = 2$ см. Разность хода лучей, равная длине волны, дает набег фазы 2π , разность хода лучей Δr создает набег фазы $\theta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta r$.

В итоге $\varphi = \theta + \pi$ и $\cos \varphi = \cos(\theta + \pi) = -\cos \theta$. Окончательно для $\Delta r = 2$ см, $\lambda = 50$ см получим $\theta = 14,4^\circ$ и $\frac{U}{U_c} = -\sqrt{1 + \rho^2} - 2 \cos \varphi = 0,25$. Потери в энергетике радиолинии за счет вредного действия отраженного луча составляют $\eta = 20 \lg \frac{U_c}{U} = 12$ дБ.

Задача 5. Спектр одиночного прямоугольного импульса сигнала длительностью τ определяется интегралом Фурье $U(\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} U_c(t) e^{-j\Omega t} dt = \int_{-\tau/2}^{\tau/2} U_c e^{-j\Omega t} dt$. Используя формулу Эйлера $e^{-j\Omega t} = \cos \Omega t - j \sin \Omega t$, получим:

$$\begin{aligned} U(\Omega) &= U_c \int_{-\tau/2}^{\tau/2} \cos \Omega t dt = 2U_c \int_0^{\tau/2} \cos \Omega t dt = \\ &= \frac{2U_c}{\Omega} \sin \left(\frac{\Omega \tau}{2} \right) = U_c \tau \frac{\sin(\Omega \tau / 2)}{\Omega \tau / 2} = U_c \tau \frac{\sin(\pi F \tau)}{\pi F \tau}, \end{aligned}$$

где было использовано, что $\int_{-\tau/2}^{\tau/2} \sin \Omega t dt = 0$, $\Omega = 2\pi F$, где F — частота в Герцах.

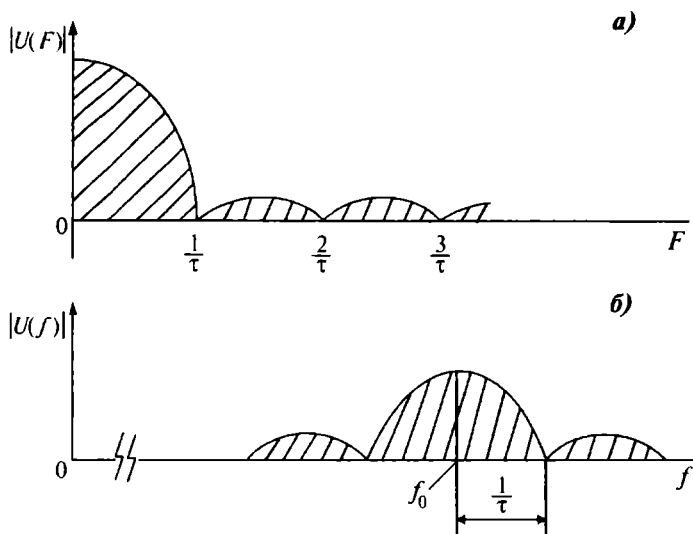


Рис. 52. а) Спектр прямоугольного видеоимпульса; б) спектр радиоимпульса с прямоугольной огибающей

Спектр прямоугольного видеоимпульса для положительных частот показан на рис. 52, а.

На рис. 53 показана схема формирования радиоимпульса длительностью τ .

На входе перемножителя действует прямоугольный видеоимпульс длительностью τ и с амплитудой U_c . На второй вход перемножителя поступает гармонический

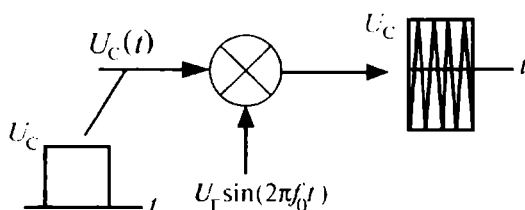


Рис. 53. Схема формирования радиоимпульса

сигнал на частоте f_0 . Выходной сигнал перемножителя равен $U_{\text{вых}}(t) = U_c(t)U_r \sin(2\pi f_0 t)$.

Представляя входной видеоимпульс $U_c(t)$ в виде суммы бесконечно-близких частот получим на выходе перемножителя суммарные и разностные частоты между спектральными составляющими $U_c(t)$ и опорным сигналом $U_r \sin(2\pi f_0 t)$. При $U_r = 2$ получим спектр радиоимпульса, показанный на рис. 52, б, как два зеркальных спектра $U_c(F)$ относительно частоты f_0 .

Задача 6. Нормированный относительно максимума спектр мощности прямоугольного видеоимпульса сигнала длительностью τ как квадрат амплитудного

спектра равен $S(F) = \left[\frac{\sin(\pi F \tau)}{\pi F \tau} \right]^2$.

Ширина нормированного спектра мощности $S(F)$ определяется как его площадь и равна

$$\Delta F = \int_0^{\infty} \left[\frac{\sin(\pi F \tau)}{\pi F \tau} \right]^2 dF = \frac{1}{\pi \tau} \int_0^{\infty} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^2 dx = \frac{1}{2\tau},$$

где табличный интеграл равен $\int_0^{\infty} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^2 dx = \frac{\pi}{2}$.

Соотношение неопределенности для видеоимпульса равно $\tau \cdot \Delta F = \frac{1}{2}$.

Для радиоимпульса длительностью τ с прямоугольной огибающей спектр сигнала повторяет форму спектра видеоимпульса слева и справа относительно несущей частоты f_0 (см. рис. 52), так что ширина спектра радиоимпульса равна $\Delta f = 2\Delta F$ и соотношение неопределенности для радиоимпульса равно $\tau \cdot \Delta f = 1$.

Полоса пропускания радиоприемного устройства как согласованного фильтра должна быть равна ширине спектра радиоимпульса сигнала $\Delta f = 1/\tau$.

Задача 7. Этот спектр является линейчатым со спектральными линиями, вписанными в огибающую спектра одиночного импульса сигнала с расстоянием между линиями $\frac{1}{T} = \frac{1}{8\tau}$.

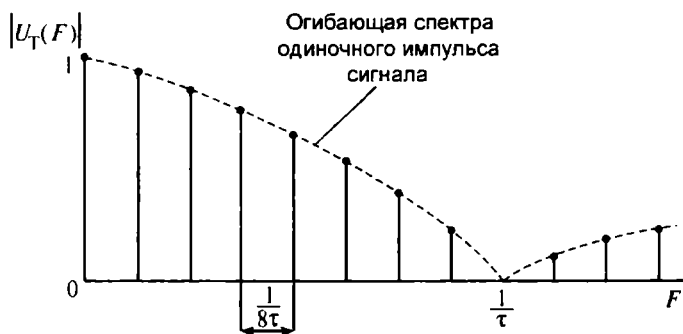


Рис. 54. Нормированный спектр периодической последовательности прямоугольных импульсов сигнала с периодом повторения $T = 8\tau$

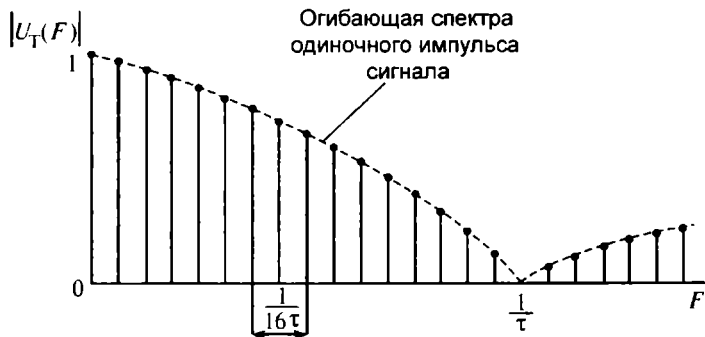


Рис. 55. Нормированный спектр периодической последовательности прямоугольных импульсов сигнала с периодом повторения $T = 16\tau$

Задача 8. Мы знаем, что импульс сигнала как функция времени и его спектр связаны друг с другом преобразованием Фурье. Прямоугольный импульс сигнал имеет преобразование Фурье (спектр импульса) вида функции $(\sin x)/x$.

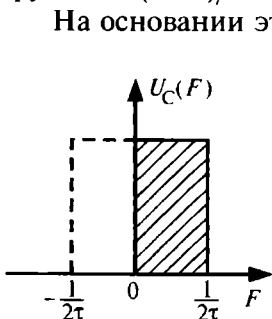


Рис. 56. Спектр импульса сигнала $U_c(t) =$

$$= U_c \frac{\sin\left(\frac{\pi}{\tau} t\right)}{\frac{\pi}{\tau} t}$$

На основании этого можно заключить, что преобразование Фурье от функции вида $(\sin x)/x$ (функция времени, показанная на рис. 3) будет иметь форму прямоугольника, показанного на рис. 56 (отрицательные частоты показаны пунктиром).

Для строгости анализа дополнительно дадим математическое вычисление спектра импульса сигнала

$$U_c(\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} U_c(t) e^{-j\Omega t} dt,$$

где $U_c(t) = U_c \frac{\sin\left(\frac{\pi}{\tau} t\right)}{\frac{\pi}{\tau} t}$.

Разлагая $e^{-j\Omega t} = \cos\Omega t - j\sin\Omega t$, получим

$$U_c(\Omega) = U_c \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{\tau} t\right)}{\frac{\pi}{\tau} t} \cos\Omega t dt - jU_c \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{\tau} t\right)}{\frac{\pi}{\tau} t} \sin\Omega t dt.$$

Второй интеграл равен нулю, так как подынтегральная функция нечетная.

Тогда

$$U_c(\Omega) = 2U_c \int_0^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{\tau} t\right)}{\frac{\pi}{\tau} t} \cos\Omega t dt = \frac{2U_c \tau}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x} \cos\left(\frac{\Omega \tau}{\pi} x\right) dx.$$

Полученный интеграл является табличным и равен

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin x \cos(\alpha x)}{x} dx = \begin{cases} \frac{\pi}{2} & \text{при } |\alpha| < 1 \\ \frac{\pi}{4} & \text{при } |\alpha| = 1 \\ 0 & \text{при } |\alpha| > 1 \end{cases}$$

В итоге получаем

$$U_c(\Omega) = \begin{cases} U_c \tau & \text{при } |\Omega| < \pi/\tau \\ \frac{U_c \tau}{2} & \text{при } |\Omega| = \pi/\tau \\ 0 & \text{при } |\Omega| > \pi/\tau \end{cases}$$

Заменяя $\Omega = 2\pi F$, где F есть частота в Герцах, получим

$$U_c(F) = \begin{cases} U_c \tau & \text{при } |F| < 1/2\tau; \\ \frac{U_c \tau}{2} & \text{при } |F| = 1/2\tau; \\ 0 & \text{при } |F| > 1/2\tau; \end{cases}$$

что и показано на рис. 56.

Задача 9. Огибающая спектра радиочастотного гармонического сигнала, манипулированного по фазе на 180° меандровым сигналом будет повторять форму спектра меандра слева и справа от частоты несущей f_0 .

На рис. 57 показан меандр, а на рис. 58 его линейчатый спектр.

Постоянная составляющая меандра равна нулю.

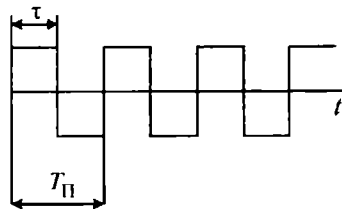


Рис. 57. Напряжение меандра. Период повторения $T_{\Pi} = 2\tau$

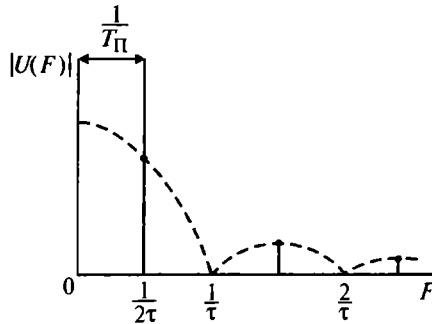


Рис. 58. Спектр меандрового сигнала

Спектр меандра линейчатый с расстоянием между спектральными составляющими $\frac{1}{T_{\Pi}} = \frac{1}{2\tau}$.

Огибающая спектральных составляющих меандра (пунктирная линия на рис. 58) описывается огибающей спектра одиночного прямоугольного импульса сигнала длительностью τ .

Отсюда получаем спектр радиосигнала, модулированного по фазе на 180° меандровым сигналом, показанный на рис. 59.

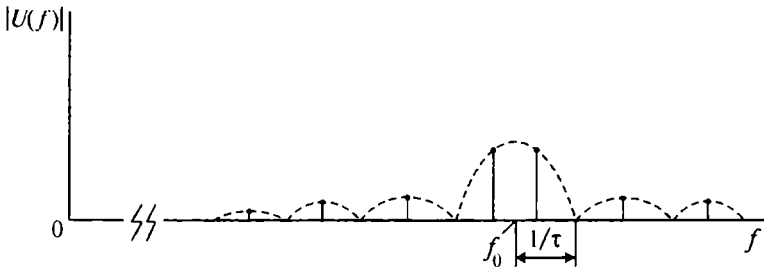


Рис. 59. Спектр несущей частоты, манипулированной по фазе на 180° меандровым сигналом

Задача 10. Приемная часть вокодера состоит из 10 генераторов тональных частот (гармонических колебаний). Частоты десяти генераторов совпадают с десятью центральными частотами полосовых фильтров анализатора спектра в передающей части вокодера. Колебание от каждого генератора поступает на управляемый коэффициентом Фурье аттенюатор и далее в сумматор.

В итоге на вход сумматора будут поступать гармонические колебания десяти частот, амплитуды которых соответствуют текущим коэффициентам Фурье, полученным в передающей части вокодера. Сумма гармонических колебаний на выходе сумматора дает речевой сигнал как функцию времени. Экспериментально установлено, что синтезированный в приемнике речевой сигнал с числом гармонических колебаний равному 10 обладает высокой разборчивостью.

Скорость передачи речевого сигнала через вокодер составляет 30 бит за время 30 мс или около 1 кбит/с, что

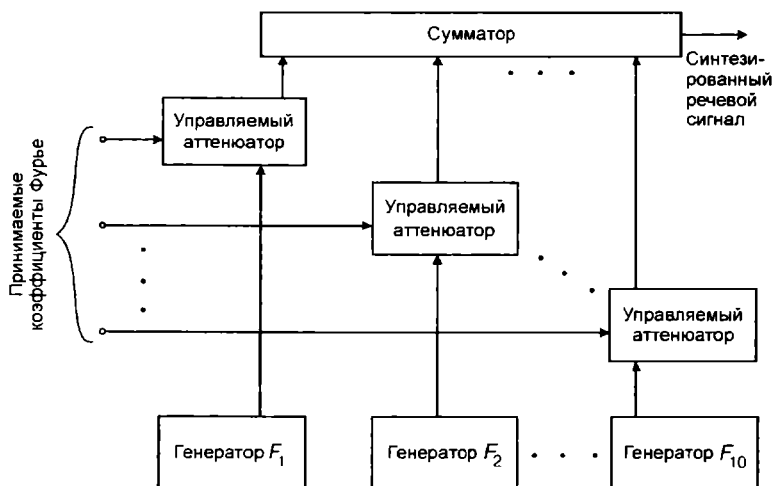


Рис. 60. Функциональная схема приемной части вокодера

по сравнению со скоростью 64 кбит/с сигнала с ИКМ означает уменьшение скорости передачи речевого сигнала в 64 раза.

Задача 11. На выходе перемножителя схемы синхронного детектора схемы рис. 5 получаем напряжение, равное

$$\begin{aligned} u(t) &= \left[U_c \sin(2\pi f_c t + \varphi_c) + \sum_i U_i \sin(2\pi f_i t + \varphi_i) \right] \times \\ &\times U_r \sin(2\pi f_c t + \varphi_c) = \\ &= \frac{1}{2} U_r U_c + \frac{1}{2} U_r \sum_i U_i \cos [2\pi(f_c - f_i)t + \varphi_c - \varphi_i], \end{aligned}$$

где использовано равенство

$$\sin x \sin y = \frac{1}{2} [\cos(x - y) - \cos(x + y)]$$

и опущены члены с суммарными частотами $2f_c$ и $f_c + f_i$, поскольку колебания с этими частотами не проходят на выход фильтра нижних частот.

Полагая $U_r/2 = 1$, получим

$$u(t) = U_c + \sum_i U_i \cos [2\pi(f_c - f_i)t + \varphi_c - \varphi_i],$$

где $U_i^2/2 = N_0$.

Колебание разностной частоты $f_c - f_i$ создают две компоненты входного спектра шума, отстоящие от частоты f_c слева и справа на величину разностной частоты. Эти компоненты шума имеют случайные фазы по отношению друг к другу и после перемножителя суммируются по мощности, давая значение спектральной плотности мощности шумов $2N_0$.

Максимальное значение разностной частоты $f_c - f_i$, как следует из рис. 6, равно $\Delta f/2$. Спектр мощности шумов на выходе перемножителя будет иметь вид, показанный на рис. 61.

На выходе фильтра нижних частот с полосой $\Delta F = \Delta f/2$ мощность шума равна $P_{\text{ш}} = 2N_0 \Delta F = N_0 \Delta f$, мощность сигнала равна $P_{\text{с вых}} = U_c^2 = 2P_c$, где $P_c = U_c^2/2$ есть мощность полезного сигнала на входе перемножителя.

Отношение мощностей сигнал-шум на выходе фильтра нижних частот равно:

$$\begin{aligned} \left(\frac{P_c}{P_{\text{ш}}} \right)_{\text{вых}} &= \frac{U_c^2}{2N_0 \Delta F} = \\ &= \frac{U_c^2}{N_0 \Delta f} = 2 \frac{P_c}{N_0 \Delta f}. \end{aligned}$$

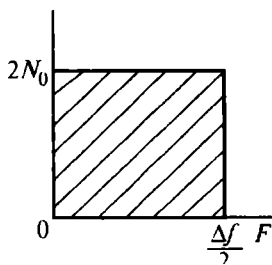


Рис. 61. Спектр мощности шумов на выходе перемножителя

Отношение мощностей сигнал-шум на входе синхронного детектора равно: $\left(\frac{P_c}{P_{\text{ш}}} \right)_{\text{вх}} = \frac{P_c}{N_0 \Delta f}$, откуда получаем $\left(\frac{P_c}{P_{\text{ш}}} \right)_{\text{вых}} = 2 \left(\frac{P_c}{P_{\text{ш}}} \right)_{\text{вх}}$

Задача 12. Шум на входе квадратичного детектора запишем как $u_{\text{вх}}(t) = \sum_{i=0}^M U_i \sin(2\pi f_i t + \phi_i)$. Положим все амплитуды частотных компонент шума одинаковыми $U_i = U$ и $U^2/2 = N_0$.

Используя соотношения: $(x + y + \dots + t + u)^2 = x^2 + y^2 + \dots + t^2 + u^2 + 2xy + \dots + 2xt + 2xu + \dots + 2yu + \dots + 2tu$ и $\sin x \times \sin y = \frac{1}{2} [\cos(x - y) - \cos(x + y)]$, найдем выходное напряжение $u_{\text{вых}}(t) = u_{\text{вх}}^2(t) = \left[\sum_{i=0}^M U \sin(2\pi f_i t + \phi_i) \right]^2$, оставляя только разностные частоты $f_j - f_i = F_k = F$, где $k = j - i$, и постоянную составляющую, полагая, что на выходе

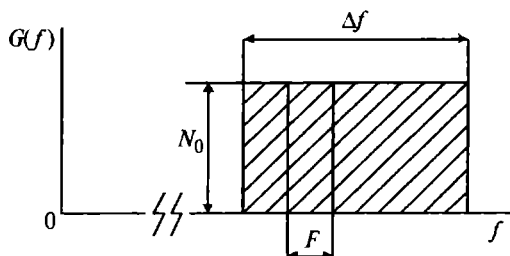


Рис. 62. Разностная частота F во входном спектре шума

квадратичного детектора стоит видеофильтр, который подавляет высокие частоты $2f_i$ и $f_i + f_j$.

Из рис. 62 следует, что разностные частоты F на выходе квадратичного детектора лежат диапазоне от $F=0$ до $F=\Delta f$, а число компонент пар частот f_i, f_j в спектре входного шума, которые создают разностную частоту F , равно $\Delta f - F$.

Запишем для постоянной составляющей и разностных частот выходное напряжение квадратичного детектора

$$\begin{aligned} u_{\text{вых}}(t) &= \sum_{i=0}^{\Delta f} \frac{U^2}{2} + 2 \sum_i \sum_j \frac{U^2}{2} \cos(2\pi Ft + \varphi_{ij}) = \\ &= N_0 \Delta f + 2 \sum_{k=0}^{\Delta f - F} \sum_{F=0}^{\Delta f} N_0 \cos(2\pi Ft + \varphi_{ij}). \end{aligned}$$

Найдем выходной спектр мощности. Мощность постоянной составляющей (первый член вышенаписанного выражения) на единичном сопротивлении есть $(N_0 \Delta f)^2$.

Мощность спектральной компоненты на частоте F под знаком двойной суммы равна $(2N_0)^2/2 = 2N_0^2$. Все компоненты спектра входного шума, находящиеся на расстоянии F друг от друга имеют случайные фазы и под знаком двойной суммы должны суммироваться по мощности. Проведя это суммирование, получим спектр

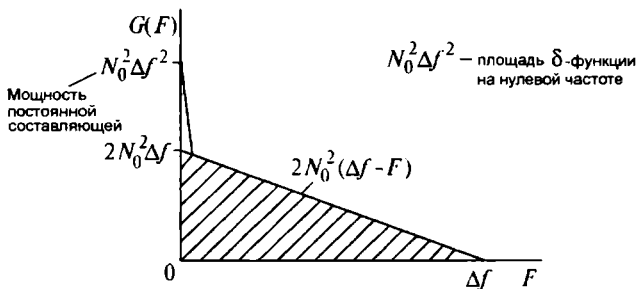


Рис. 63. Спектр мощности шумов на выходе квадратичного детектора

мощности на выходе квадратичного детектора в области видеочастот, показанный на рис. 63.

Задача 13. Эта задача является наиболее сложной в задачнике и предлагается будущим магистрам.

Рассмотрим вначале спектр суммы гармонического сигнала и шума на выходе квадратичного детектора в области видеочастот.

Входное колебание имеет вид

$$u_{\text{вх}}(t) = U_c \sin(2\pi f_c t + \varphi_c) + \sum_1 U_i \sin(2\pi f_i t + \varphi_i).$$

Опуская составляющие с высокими частотами $2f_c$, $(f_c + f_i)$ и $(f_i + f_j)$ и полагая все U_i одинаковыми и равными U , получим напряжение на выходе квадратичного детектора:

$$\begin{aligned} u_{\text{вых}}(t) &= u_{\text{вх}}^2(t) = \left[U_c \sin(2\pi f_c t + \varphi_c) + \sum_1 U \sin(2\pi f_i t + \varphi_i) \right]^2 = \\ &= \frac{U_c^2}{2} + \left[\sum_1 U \sin(2\pi f_i t + \varphi_i) \right]^2 + \\ &+ U_c U \sum_1 \cos[2\pi(f_c - f_i)t + \varphi_c - \varphi_i]. \end{aligned}$$

Первое слагаемое дает выходной полезный сигнал (постоянную составляющую). Амплитуда постоянной составляющей есть $U_c^2/2 = P_c$, где P_c — мощность полезного сигнала на входе квадратичного детектора. Мощность сигнала на выходе квадратичного детектора равна P_c^2 .

Второе слагаемое, называемое биениями шум-шум, дает треугольный спектр шума, рассмотренный в задаче № 12 и представленный на рис. 63. Третье слагаемое — биения сигнал-шум — дает равномерный спектр шума в полосе от нуля до $\Delta f/2$, рассмотренный в задаче № 11.

В третьем слагаемом мощность спектральной компоненты биений сигнал-шум на разностной частоте $f_c - f_i$ на единичном сопротивлении равна $U_c^2 U^2/2 = U_c^2 N_0 = 2P_c N_0$.

Компоненту биений сигнал-шум на частоте $F = f_c - f_i$ создают две компоненты входного шума, стоящие слева и справа от f_c на величину F , поэтому на выходе детектора спектральная плотность мощности биений сигнал-шум будет равна $4P_c N_0$.

Результирующая форма спектра мощности шума на выходе квадратичного детектора представлена на рис. 64 в виде суммы двух спектров: спектра биений сигнал-шум

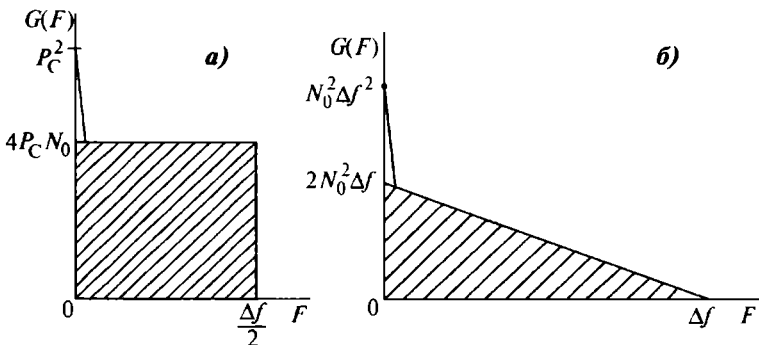


Рис. 64. Спектр мощности шумов на выходе квадратичного детектора:

а) для биений сигнал-шум; б) для биений шум-шум

(рис. 64, а) и спектра биений шум–шум (рис. 64, б). На рисунке также указаны мощности постоянной составляющей для полезного сигнала P_C и шума $N_0^2 \Delta f^2$.

Отношение мощностей сигнал–шум на входе квадратичного детектора есть

$$\left(\frac{P_C}{P_{\text{ш}}} \right)_{\text{вх}} = \frac{U_C^2/2}{N_0 \Delta f} = \frac{P_C}{N_0 \Delta f}.$$

Отношение мощностей сигнал–шум на выходе квадратичного детектора в полосе частот от нуля до $\Delta f/2$ равно

$$\begin{aligned} \left(\frac{P_C}{P_{\text{ш}}} \right)_{\text{вых}} &= \frac{P_C^2}{2P_C N_0 \Delta f + \frac{3}{4} N_0^2 \Delta f^2} = \\ &= \frac{P_C}{2N_0 \Delta f \left(1 + \frac{3}{8} \frac{N_0 \Delta f}{P_C} \right)} = \frac{(P_C/P_{\text{ш}})_{\text{вх}}}{2 \left[1 + \frac{3}{8(P_C/P_{\text{ш}})_{\text{вх}}} \right]}. \end{aligned}$$

Определим вначале спектр шумов на выходе квадратичного детектора в отсутствие сигнала в окрестности удвоенной частоты

$$\begin{aligned} u_{\text{вых}}(t) &= \left[U \sin(2\pi f_c t + \varphi_i) \right]^2 = \\ &= \sum_{i=0}^{\Delta f} N_0 \cos(4\pi f_i + 2\varphi_i) + 2 \sum_i \sum_j N_0 \cos \left[2\pi(f_i + f_j)t + \varphi_{ij} \right]. \end{aligned}$$

Рассмотрим двойную сумму и компоненту спектра шума на некоторой суммарной частоте $2f_k$ на выходе квадратичного детектора. Суммарную частоту $2f_k$ образуют все компоненты шума на частотах $f_i = f_k - F$ и $f_i = f_k + F$, где F принимает значения от нуля до $\Delta f/2 - (f_0 - f_k)$ (см. рис. 65, а), если $f_k < f_0$ и от нуля до $\Delta f/2 - (f_k - f_0)$ см. рис. 65, б), где f_0 — центральная частота входного спектра шума.

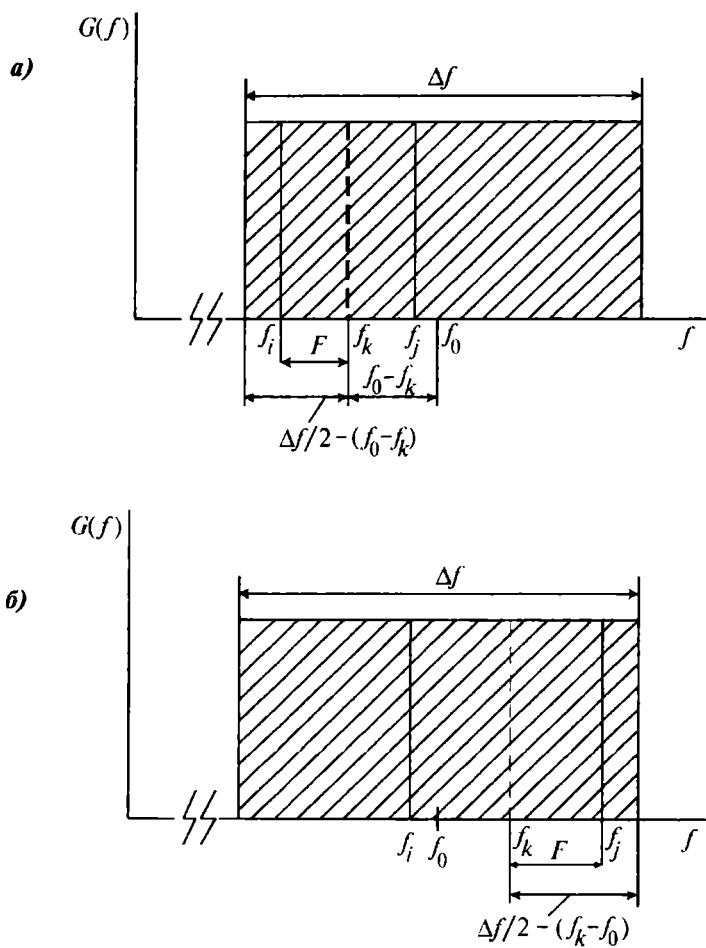


Рис. 65. Компоненты спектра входного шума $f_k \pm F$

Тогда можно записать:

$$\begin{aligned}
 u_{\text{ВЫХ}}(t) = & \sum_{i=0}^{\frac{\Delta f}{2}} N_0 \cos(4\pi f_i t + 2\varphi_i) + \\
 & + 2 \sum_{f=0}^{\frac{\Delta f}{2} - (f_0 - f_k)} \sum_{f_k=f_0 - \frac{\Delta f}{2}}^{f_0} N_0 \cos(4\pi f_k t + \varphi_k) + \\
 & + 2 \sum_{f=0}^{\frac{\Delta f}{2} - (f_k - f_0)} \sum_{f_k=f_0}^{f_0 + \frac{\Delta f}{2}} N_0 \cos(4\pi f_k t + \varphi_k).
 \end{aligned}$$

Рассмотрим спектр мощности выходного шума. Первый член дает равномерный спектр мощности со спектральной плотностью $N_0^2/2$ в полосе частот Δf . Эта спектральная плотность ничтожно мала по отношению к спектральной плотности выходного шума, создаваемой компонентами шума под знаками двойной суммы.

Максимальное значение спектральной плотности шумов образуется на частоте $2f_k = 2f_0$, которое равно $\frac{(2N_0)^2}{2} \frac{\Delta f}{2} = N_0^2 \Delta f$. Спектр мощности линейно убывает по обе стороны от частоты $2f_0$ и имеет вид, показанный на рис. 66.

Спектр сигнала и шумов на выходе квадратического детектора в области удвоенных частот определяется из

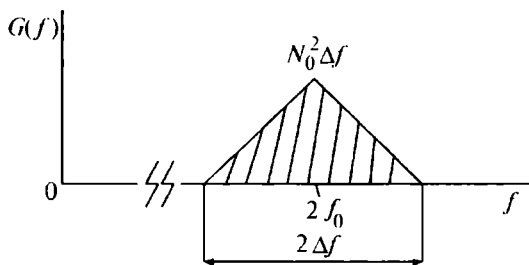


Рис. 66. Спектр мощности шумов на выходе квадратического детектора в области удвоенных частот

выражения (опуская члены, дающие постоянную составляющую и видеочастоты):

$$\begin{aligned} u_{\text{вых}}(t) &= u_{\text{вх}}^2(t) = \left[U_c \sin(2\pi f_c t + \varphi_c) + \sum_i U \sin(2\pi f_i t + \varphi_i) \right]^2 = \\ &= \frac{U_c^2}{2} \cos(4\pi f_c t + 2\varphi_c) + \left[\sum_i U \sin(2\pi f_i t + \varphi_i) \right]^2 + \\ &+ U_c U \sum_i \cos[2\pi(f_c + f_i)t + \varphi_c + \varphi_i]. \end{aligned}$$

Первое слагаемое дает полезный сигнал с амплитудой $U_c^2/2 = P_c$ и мощностью $P_c^2/2$, где P_c есть мощность полезного сигнала на входе квадратичного детектора.

Второе слагаемое (биения шум–шум) дает треугольный спектр шума, изображенный на рис. 66.

Третье слагаемое дает равномерный спектр шума в полосе Δf (биения сигнал–шум). Мощность спектральной компоненты на частоте $f_c + f_i$ есть $U_c^2 U^2/2 = U_c^2 N_0 = 2P_c N_0$. Спектр сигнала и шумов на выходе

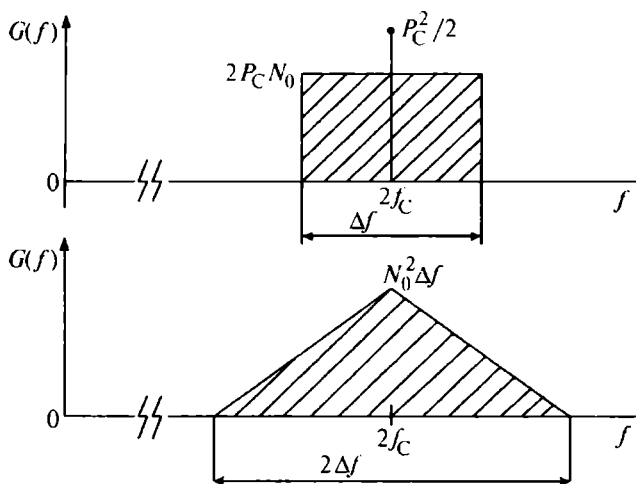


Рис. 67. Спектры сигнала и шумов на выходе квадратичного детектора в области удвоенных частот

квадратичного детектора в области удвоенных частот показан на рис. 67.

Обозначим отношение мощностей сигнал—шум на входе квадратичного детектора как $\left(\frac{P_c}{P_{ш}}\right)_{вх} = \frac{P_c}{N_0 \Delta f}$.

Отношение мощностей сигнал—шум на выходе квадратичного детектора в некоторой узкой полосе частот $\Delta f_y \ll \Delta f$ на центральной частоте $2f_c$ равно

$$\begin{aligned} \left(\frac{P_c}{P_{ш}}\right)_{вых} &= \frac{P_c^2 / 2}{2P_c N_0 \Delta f_y + N_0^2 \Delta f \Delta f_y} = \frac{P_c}{4N_0 \Delta f_y + \frac{2N_0^2 \Delta f \Delta f_y}{P_c}} = \\ &= \frac{\Delta f}{\Delta f_y} \frac{P_c}{4N_0 \Delta f \left(1 + \frac{N_0 \Delta f}{2P_c}\right)} = \frac{\Delta f}{\Delta f_y} \frac{(P_c / P_{ш})_{вх}}{4 \left[1 + \frac{1}{2(P_c / P_{ш})_{вх}}\right]}. \end{aligned}$$

Глава 2

Задача 14

Вид фазовой манипуляции	ФМ-2	ФМ-4	ФМ-8
$F_{симв}$, Гц	2400	2400	2400
R , бит/с	2400	4800	7200

Задача 15

Используем выражение $\log_2 M = \log_2(L^2) = 2\log_2 L$.

Число амплитудных уровней (L) сигнала КАМ	2	4	8	16	32	64	128
$F_{симв}$, Гц	2400	2400	2400	2400	2400	2400	2400
Число бит на один символ, $\log_2 M$	2	4	6	8	10	12	14
R , кбит/с	4,8	9,6	14,4	19,2	24	28,8	33,6

Задача 16. Теория информации устанавливает, что в канале связи с шумами возможна передача информации без ошибок. Шумы ограничивают скорость передачи информации без ошибок, которая для некоторого идеального помехоустойчивого кодирования определяется формулой Шеннона

$$R = \Delta F \log_2 \left(1 + \frac{P_C}{P_{\text{ш}}} \right),$$

где ΔF — полоса канала связи; $P_C/P_{\text{ш}}$ — отношение мощностей сигнал—шум в канале связи.

Задача 17. Пусть $W(x)$ есть плотность распределения вероятностей амплитуд x шумов квантования внутри интервала $\pm\Delta/2$. Из условия нормировки плотности вероятности $\int_{-\infty}^{\infty} W(x) dx = 1$ находим

$$\int_{-\infty}^{\infty} W(x) dx = \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} W(x) dx = W(x) \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} dx = 1.$$

Отсюда $W(x) = 1/\Delta$ внутри интервала Δ и равна нулю вне этого интервала.

$$\text{Среднее значение } \bar{x} = \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} x W(x) dx = \frac{1}{\Delta} \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} x dx = 0.$$

Тогда дисперсия шумов квантования $\sigma_{\text{КВ}}^2 = \overline{(x - \bar{x})^2} = \overline{x^2}$ или

$$\sigma_{\text{КВ}}^2 = \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} x^2 W(x) dx = \frac{1}{\Delta} \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} x^2 dx = \frac{2}{\Delta} \int_0^{\Delta/2} x^2 dx = \frac{\Delta^2}{12}.$$

Задача 18

- а) При увеличении k на один разряд отношение сигнал—шум квантования увеличится по амплитуде в 2 раза или в децибелах на $20 \lg 2 = 6$ дБ;
 б) на 12 дБ.

Задача 19. Число уровней квантования аналогового сигнала определяем из уравнения $\epsilon_{\text{кв}} = \frac{1}{\sqrt{3}L}$.

Отсюда $L = 1/\sqrt{3}\epsilon_{\text{кв}}$. При $\epsilon_{\text{кв}} = 0,5\% = 0,005$ $L = 116$. Число разрядов k АЦП определяется из соотношения $2^k \gg L$, откуда $k = 7$.

Задача 20. Из уравнения $\sqrt{3}L = U_c/\epsilon_{\text{кв}}$, где $U_c/\epsilon_{\text{кв}}$, есть отношение сигнал–шум квантования, запишем в децибелах $20 \lg(\sqrt{3}L) = 50$ дБ. Отсюда $L = 182$. Требуемое число разрядов АЦП k определяется из условия $2^k \gg L$. Отсюда $k = 8$.

Задача 21. Скорость передачи телефонного сигнала равна $R = F_d \log_2 L$ бит/с, где L — требуемое число уравнений квантования по амплитуде выборок телефонного сигнала и $L = 2^k$ при их оцифровке.

Из исходных данных следует, что при отношении средней мощности телефонного сигнала к мощности шумов квантования 23 дБ, отношение пикового значения телефонного сигнала к мощности шумов квантования должно быть равно $23 + 15 = 38$ дБ.

С учетом возможности уменьшения среднего значения телефонного сигнала на 10 дБ отношение пикового значения амплитуды телефонного сигнала к среднеквадратическому значению шумов квантования должно быть не менее 48 дБ.

Из уравнения $20(\lg \sqrt{3}L) = 48$ дБ получаем $L \geq 145$ и при двоичном представлении оцифрованных выборок $L \leq 2^k$ получаем $k = 8$ и $R = F_d \cdot 8 = 64$ кбит/с.

Задача 22

а) Число градаций яркости или уровней квантования телевизионного сигнала L в дБ составляет $30 + 10 = 40$ дБ. Отсюда L определяется из уравнения $20 \log L = 40$ или

$L = 100$. Число разрядов k при оцифровке выборки сигнала яркости ($2^k \geq L = 100$) равно 7. Отсюда скорость передачи телевизионного сигнала $R = F_d k = 105$ Мбит/с.

б) До сжатия телевизионного сигнала необходимо просуммировать требуемые скорости передачи сигнала яркости и сигналов цветности.

Для сигнала яркости число разрядов при его оцифровке ($2^k \geq L = 126$) равно 7. Аналогично получаем, что для каждого из двух сигналов цветности при оцифровке требуется 4 разряда. Итого, для оцифровки по одной выборке сигналов яркости и двух сигналов цветности требуется 15 двоичных разрядов, что дает скорость передачи несжатого телевизионного сигнала $R = 13,5$ МГц $\times 15 = 202,5$ Мбит/с.

После сжатия телевизионного сигнала в 50 раз требуемая скорость передачи информации $R \approx 4$ Мбит/с.

Задача 23. Число бит, формируемых в одном кадре цифрового фотоаппарата, равно $16 \cdot 10^6 \log_2 256 = 128 \cdot 10^6$ бит или 128 Мбит.

Требуемая скорость передачи информации равна 128 Мбит $\cdot 5 = 640$ Мбит/с.

Задача 24. Ширина полосы захвата земной поверхности равна числу пикселей в строке 12 000, умноженной на разрешающую способность на поверхности Земли и составляет:

- 12 км для разрешающей способности 1 м;
- 36 км для разрешающей способности 3 м;
- 120 км для разрешающей способности 10 м.

За одну секунду в направлении движения КА просматривается участок Земли в 8 км, что создает число пикселей в направлении движения КА:

- 8000 при разрешающей способности 1 м;
- 2667 при разрешающей способности 3 м;
- 800 при разрешающей способности 10 м.

Итого за 1 секунду на борту КА формируется число пикселей для одного участка спектра наблюдения:

- $12\,000 \cdot 8000 = 96 \cdot 10^6$ при разрешающей способности 1 м;
- $12\,000 \cdot 2667 = 32 \cdot 10^6$ при разрешающей способности 3 м;
- $12\,000 \cdot 800 = 9,6 \cdot 10^6$ при разрешающей способности 10 м.

При оцифровке амплитуды каждого пикселя 8-ю рядами для несжатого изображения при формировании изображения в трех участках оптического спектра формируются информационные потоки со скоростями:

- $96 \cdot 10^6 \cdot 3 \cdot 8 = 2,3$ Гбит/с при разрешающей способности 1 м;
- $32 \cdot 10^6 \cdot 3 \cdot 8 = 768$ Мбит/с при разрешающей способности 3 м;
- $9,6 \cdot 10^6 \cdot 3 \cdot 8 = 230$ Мбит/с при разрешающей способности 10 м.

Задача 25. $T_{\Pi} = 0,156$ с.

Задача 26

1. Длительность сверхцикла $NT_{\Pi} = 45$ мс.
2. Период появления стаффинг-бита $T_{CT} = 156$ мс. Требуемое условие $NT_{\Pi} < T_{CT}$ выполняется.

Задача 27

1. Число потерянных пакетов из-за переполнения буферного запоминающего устройства за время 1 секунда равно $v - 1$. Отношение числа потерянных пакетов к числу поступивших пакетов за 1 с есть $(v-1)/v$. Процент потерянных пакетов есть $100(v-1)/v$.
2. Процент пустых пакетов есть $100(1-v)$.

Задача 28. Пиковая мощность передатчика наземной станции спутниковой связи при МДВР должна быть

больше непрерывной мощности передатчика наземной станции при МДЧР:

- 1) в $n = 256$ раз;
- 2) в 16 раз.

Задача 29. Из уравнения $h^2 = \frac{E_6}{N_0 + (n-1)P_c/\Delta f}$ при

$N_0 \ll (n-1)P_c/\Delta f$, полагая $n-1 \approx n$ и $E_6 = P_c\tau_0$ получим

$h^2 = \frac{\tau_0\Delta f}{n} = \frac{B}{n}$. Отсюда при МДКР число каналов в соте для направления связи «Терминал–базовая станция» $n \approx B/h^2$.

- 1) при $h^2 = 13$ дБ $n = B/20$ и $n = B/10$ для телефонных каналов связи
- 2) при $h^2 = 6$ дБ $n = B/4$ и $n = B/2$ для телефонных каналов связи.

В условиях работы только одной изолированной соты асинхронный метод МДКР проигрывает по числу универсальных каналов связи методу МДЧР в 4 раза при $h^2 = 6$ дБ.

Задача 30. В телефонной сотовой сети мобильной связи число возможных телефонных каналов на одну соту при $h^2 = 6$ дБ для направления связи «Терминал–базовая станция» для асинхронного МДКР равно

$n = \frac{B \cdot 2}{4 \cdot 1,5} = \frac{B}{3}$, что превышает число каналов на одну соту $n/7 = B/7$ при МДЧР.

Глава 3

Задача 31. Кодовые слова двоичного циклического систематического (n, k) кода по определению состоят из k информационных бит, которые всегда стоят в начале кодового слова, и последующих $r = n - k$ проверочных бит. Эти k бит записываются в регистр сдвига с обратными связями, как это показано рис. 68.

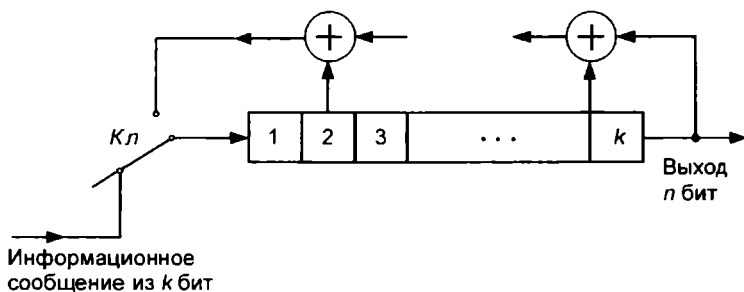


Рис. 68. Кодер циклического (n, k) кода

После этого ключ $Кл$ перекидывается в верхнее положение и на вход регистра сдвига начинают поступать с тактовой частотой проверочные биты. Одновременно с выхода регистра сдвига начинают поступать биты циклического (n, k) кода. После n тактов схема рис. 68 возвращается в исходное состояние.

По аналогичному принципу строится схема декодера (n, k) кода в режиме обнаружения ошибок, которая представлена на рис. 69.

В исходном состоянии, показанном на рис. 69, k информационных бит с выхода приемника заполняют

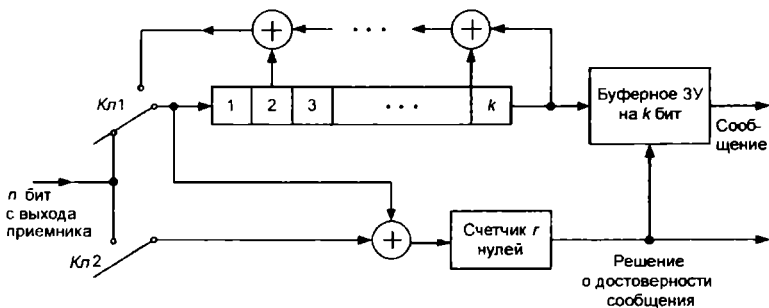


Рис. 69. Декодер циклического (n, k) кода в режиме обнаружения ошибок

регистр сдвига, содержащего k ячеек. После приема k бит ключи *Кл.1* и *Кл.2* перекидываются в верхнее положение и регистр сдвига начинает формировать проверочные биты, которые сравниваются с проверочными битами с выхода приемника в сумматоре по модулю 2. Если все информационные и проверочные биты приняты приемником правильно, на выходе счетчика нулей появится r нулей. В этом случае принимается решение о считывании с буферного запоминающего устройства k информационных бит. Если на выходе счетчика число нулей менее r , то принимаемое сообщение стирается как недостоверное.

Задача 32. Вероятность того, что в слове из n бит будут искажены не менее чем i бит равна

$$P_{\text{ош}} = \sum_{k=i}^n C_n^k p^k (1-p)^{n-k} \approx C_n^i p^i (1-p)^{n-i} \approx C_n^i p^i$$

при $p \ll 1$.

Задача 33. Вероятность того, что в кодовом слове из n бит будет более t ошибок равна

$$\begin{aligned} P_{\text{ош}} &= \sum_{i=t+1}^n C_n^i p^i (1-p)^{n-i} \approx C_n^{t+1} p^{t+1} (1-p)^{n-t-1} \approx \\ &\approx C_n^{t+1} p^{t+1} = C_n^{t+1} (10^{-9})^{t+1}. \end{aligned}$$

Величина $P_{\text{ош}}$ должна быть менее или равна 10^{-12} . $C_n^{t+1} (10^{-9})^{t+1} \leq 10^{-12}$. Отсюда получаем $t = 1$ при условии, что $C_n^2 = \frac{(n-1)n}{2} \approx \frac{n^2}{2} < 10^6$, т.е. $n < 1410$, что всегда выполняется па практике. Тогда $d_x = 2$.

Задача 34. Вероятность того, что в слове будет более t ошибок равна $P_{\text{ош}} = \sum_{i=t+1}^{64} C_{64}^i p^i (1-p)^{64-i} \approx C_{64}^{t+1} p^{t+1}$.

Необходимо решить уравнение $C_{64}^{t+1} p^{t+1} \leq 10^{-6}$ при $p = 10^{-3}$. Отсюда $t = 3$, $d_x = 6$.

При $P_{\text{Ош}} \leq 10^{-9}$ решается уравнение $C_{64}^{1+i} (10^{-3})^{1+i} \leq 10^{-9}$, откуда $t = 6$, $d_x = 12$.

Задача 35. Необходимо найти число исправляемых ошибок t из уравнения

$$P_{\text{Ош}} = \sum_{i=t+1}^{64} C_{64}^i p^i (1-p)^{64-i} \approx C_{64}^{1+i} p^{1+i} \leq 10^{-12} \text{ при } p = 10^{-4}.$$

Ответ $t = 4$, $d_x = 8$.

Задача 36. Число избыточных бит в пакете определяется из условия $(1/2)^r \leq 10^{-9}$. Отсюда $r = 30$.

Задача 37. $T_{\text{п}} = 0,5 \text{ часа} \times 10 = 5 \text{ часов}$.

Готовность (надежность) линий спутниковой связи за год работы $T = 365$ дней:

$$A = \frac{T - T_{\text{п}}}{T} = \frac{365 \cdot 24 - 5}{365 \cdot 24} = 0,999.$$

Задача 38. Из уравнения для вероятности безотказной работы аппаратуры $P_0(T) = e^{-T/T_0} = 0,999$, где $T = 5$ часов необходимо вычислить T_0 — требуемое среднее время безотказной работы.

При $P_0(T)$ близкой к единице величина $T/T_0 \ll 1$. Тогда $e^{-T/T_0} \approx 1 - T/T_0 = 0,999$. Отсюда $T_0 = 5000$ часов.

Задача 39. Из уравнения $A_r = \frac{T_0}{T_0 + T_{\text{в}}} = 0,99$, где

$T_{\text{в}} = 4 \text{ суток} = 96 \text{ часов}$ находим $T_0 = 9500$ часов (требуемое среднее время наработки на отказ).

Задача 40. Из уравнения $A_r = \frac{T_0}{T_0 + T_{\text{в}}} = 0,999$, где $T_{\text{в}} = 1 \text{ сутки} = 24 \text{ часа}$ находим, что среднее время безотказной работы аппаратуры станции спутниковой связи должно быть $T_0 \geq 24 \text{ 000 часов}$.

Задача 41

1. Из выражения для эффективности телекоммуникационной системы

$$\eta = \frac{(1 - P_{\text{отк}}) N \alpha}{n} \approx \frac{N \alpha}{n} \quad (\text{при } P_{\text{отк}} \ll 1)$$

получим для систем с закрепленными каналами $\eta = \alpha$:

- $\eta = 0,01$ для мобильной связи;
 - $\eta = 0,1$ для фиксированной связи.
2. Полагая $\alpha = 1$, допустимое число абонентов N определяется по графику рис. 8 или по графику рис. 9, полагая $N = \eta n$. Получим $N = 8$.

Задача 42. Принимаем оптимистический сценарий, при котором ретранслятор КА загружен круглосуточно. Из рис. 9 при $n = 100$ величина $\eta = 0,8$, т. е. эффективно на ретрансляторе загружено 80 каналов.

В году содержится 0,5 млн. минут. Каждый телефонный канал приносит владельцу космического сегмента доход за год, равный 1,25 млн долларов, а 80 работающих каналов принесут доход за год 100 млн долларов. Таким образом, за два года доход оператора космического сегмента будет равен его первоначальным затратам.

Задача 43. Вначале определим доход оператора станции спутниковой связи.

По графику рис. 9 находим, что при 12 каналах связи в среднем будет занято 6 каналов. Годовой доход равен $6 \cdot 2,4 \cdot 60 \cdot 365 \cdot 0,5 = 150\,000$ долл. Примем следующий примерный сценарий годовых расходов:

- Аренда емкости ретранслятора КА — 10 тыс. долл.
- Оплата наземных линий связи (20% от дохода) — 30 тыс. долл.
- Заработная плата персонала — 30 тыс. долл.
- Накладные расходы — 30 тыс. долл.
- Налоги (36% от заработной платы) — 10 тыс. долл.

Итого, 110 тыс. долл.

Принимаем, что покупка станции спутниковой связи окупится менее чем за 2 года.

Задача 44. Суммарная допустимая нагрузка для одного 10-канального коммутатора $N\alpha = \eta n = 10\eta = 4,2$ (см. рис. 9), где $N = 42$ абонента, которые могут быть подключены к коммутатору. Для десяти коммутаторов суммарная нагрузка равна 42 Эрл.

Для 100-канального коммутатора допустимая нагрузка $N\alpha = 82$ Эрл, что почти в два раза выше чем для десяти 10-канальных коммутаторов.

Задача 45. Форма диаграммы направленности антенны с круглой апертурой описывается выражением

$$F(\theta) = \frac{2J_1(\pi d\theta/\lambda)}{\pi d\theta/\lambda}$$
 и нули диаграммы направленности определяются нулями функции Бесселя первого рода первого порядка $J_1(\pi d\theta/\lambda)$. Первый нуль имеет место при $\theta = 1,22\lambda/d$. Отсюда диаметр антенны определяется из уравнения $1,22\lambda/d = 0,1$, где $0,1$ радиан равен 6° . Для частоты 12 ГГц длина волны $\lambda = 2,5$ см и $d = 30$ см. Также возможны диаметры антенн, в целое число раз превышающие апертуру 30 см, т.е. диаметры антенн 30 см, 60 см, 90 см, 120 см обеспечат подавление сигналов от других спутников телевизионного вещания.

Задача 46. Методика расчета электромагнитной совместимости спутниковых систем связи основана на расчете помехи от одной другой системы спутниковой связи с КА, имеющего ближайший угловой разнос на геостационарной орбите относительно рассматриваемого КА. Схема возникновения помехи в приемнике станции № 2 от излучений станции № 1 другой спутниковой системы связи показана на рис. 70.

Станции № 1 и № 2 двух спутниковых систем связи работают на одних и тех же рабочих частотах. Сигнал

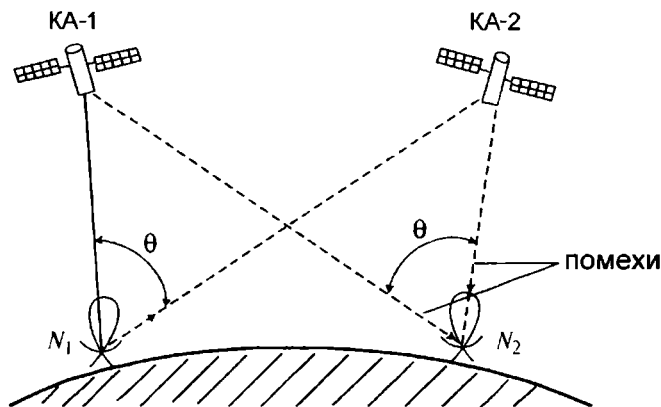


Рис. 70. Пути помех станции № 2 от станции № 1

от мешающей станции № 1 приходит в приемник станции № 2 по двум путям. Первый путь: станция № 1—КА2—станция № 2. Второй путь: станция № 1—КА1—станция № 2.

По условиям задачи для идентичных станций спутниковой связи и одинаковых дальностей от станций спутниковой связи до КА при расчетах отношений сигнал—помеха достаточно учитывать только коэффициенты усиления приемных и передающих антенн наземных станций по основному и боковым лепесткам диаграмм направленностей. Диаграмму направленности антенн КА принимаем достаточно широкой, так что ее коэффициент усиления одинаков для направлений на станцию № 1 и № 2.

Мощность полезного сигнала на выходе приемной антенны станции № 2 пропорциональна величине $G_{\text{п}}G_{\text{пр}}$, где $G_{\text{п}} = G_{\text{п}}(0)$ и $G_{\text{пр}} = G_{\text{пр}}(0)$ коэффициенты усиления передающей и приемной антенны наземной станции в основном лепестке диаграммы направленности антенн. Мощность помехи по первому пути пропорциональна $G_{\text{п}}(\theta)G_{\text{пр}}$, по второму пути — $G_{\text{п}}G_{\text{пр}}(\theta)$, где

$G_{\Pi}(\theta)$ и $G_{\Pi\Pi}(\theta)$ коэффициенты усиления передающей и приемной антенны наземных станций в направлении θ (по боковым лепесткам диаграммы направленности антенн). Тогда для защитного отношения сигнал–помеха справедливо соотношение

$$\frac{P_c}{P_{\Pi}} = \frac{G_{\Pi}G_{\Pi\Pi}}{G_{\Pi}(\theta)G_{\Pi\Pi} + G_{\Pi}G_{\Pi\Pi}(\theta)}.$$

В частности, если помеха по пути № 1 отсутствует, что соответствует случаю непосредственного спутникового телевидения, защитное отношение сигнал–помеха имеет простой вид $P_c/P_{\Pi} = G_{\Pi\Pi}/G_{\Pi\Pi}(\theta)$. Для нашего случая телекоммуникационной спутниковой системы выражение для защитного отношения сигнал–помеха целесообразно привести к аналогичному виду.

Обозначим частоту приема наземной станции через $f_{\Pi\Pi}$, частоту передачи — через f_{Π} .

Тогда $G_{\Pi\Pi}/G_{\Pi} = (f_{\Pi\Pi}/f_{\Pi})^2$ и можно записать

$$\frac{P_c}{P_{\Pi}} = \frac{G_{\Pi\Pi}/G_{\Pi\Pi}(\theta)}{1 + [G_{\Pi}(\theta)/G_{\Pi\Pi}(\theta)](f_{\Pi\Pi}/f_{\Pi})^2}.$$

Из выражения (2) для уровня боковых лепестков можно определить, что отношение $G_{\Pi}(\theta)/G_{\Pi\Pi}(\theta)$ зависит от отношения длин волн (частот) на передачу и прием при одном и том же значении θ , так что $G_{\Pi}(\theta)/G_{\Pi\Pi}(\theta) = f_{\Pi\Pi}/f_{\Pi}$ и получим

$$\frac{P_c}{P_{\Pi}} = \frac{G_{\Pi\Pi}/G_{\Pi\Pi}(\theta)}{1 + (f_{\Pi\Pi}/f_{\Pi})^3}.$$

Для диапазона частот 11/14 ГГц, где 11 ГГц есть частота приема наземной станции, 14 ГГц — частота передачи наземной станции, можно записать:

$$\frac{P_c}{P_{\Pi}} = 0,485 \frac{G_{\Pi\Pi}}{G_{\Pi\Pi}(\theta)}.$$

Для диапазона частот 20/30 ГГц:

$$\frac{P_c}{P_n} = 0,3 \frac{G_{\text{ПР}}}{G_{\text{ПР}}(\theta)}.$$

Из этих уравнений для защитного отношения $P_c/P_n = 20$ дБ необходимо определить диаметры антенн наземных станций, которые обеспечивают это заданное защитное отношение. Выразим коэффициент усиления приемной антенны с круглой апертурой через ее диаметр d . Имеем $G_{\text{ПР}} = k_{\text{ип}} \pi^2 (d/\lambda)^2$, где $k_{\text{ип}}$ — коэффициент использования поверхности антенны. Для типового значения $k_{\text{ип}} = 0,6$ получим в дБ: $G_{\text{ПР}} = 7,7 + 20 \lg(d/\lambda)$.

Для $G_{\text{ПР}}(\theta)$ имеем $G_{\text{ПР}}(\theta) = 49 - 10 \lg(d/\lambda) - 25 \lg \theta$. Тогда $G_{\text{ПР}}/G_{\text{ПР}}(\theta) = -41,3 + 30 \lg(d/\lambda) + 25 \lg \theta$.

Можно принять, что угол θ между двумя КА относительно наземной станции близок к углу $\Delta\phi$ между двумя КА относительно центра Земли, так что в вышенаписанном выражении можно записать по условиям задачи $\theta = 2,5^\circ$. Окончательно найдем

$$d = \begin{cases} 1,77 \text{ м} & \text{для диапазона частот 11/14 ГГц;} \\ 1,15 \text{ м} & \text{для диапазона частот 20/20 ГГц.} \end{cases}$$

Глава 4

Задача 47. Если скорость распространения электромагнитных колебаний (света в том числе) есть $c = 300\,000$ км/с, то за время одного периода колебания T электромагнитная волна пробегает расстояние, равное длине волны λ , т.е. $cT = \lambda$. Частота колебаний $f = 1/T$. Отсюда получаем $\lambda = c/f$. Если λ выразить в см, а частоту f в ГГц, то $\lambda_{[\text{см}]} = 30/f_{[\text{ГГц}]}$.

f , ГГц	1	3	6	12	20	30	44
λ , см	30	10	5	2,5	1,5	1,0	0,68

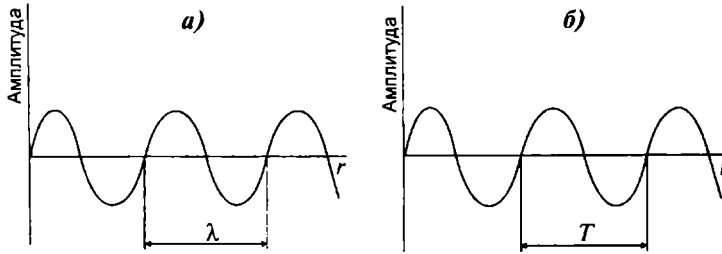


Рис. 71. Гармоническое колебание:

а) как функция расстояния; б) как функция времени

Задача 48. Доплеровское смещение частоты:

- $\Delta f_{\text{Д}} = f \frac{V}{c}$.
- Так как $\lambda = c/f$, то $\Delta f_{\text{Д}} = \frac{V}{\lambda}$.

Задача 49. Скорость самолета составляет $V = 800$ км/ч = 222,2 м/с. Частоте радиосигнала 300 МГц соответствует длина волны $\lambda = 1$ м. Отсюда доплеровское смещение частоты составляет $\Delta f_{\text{Д}} = V/\lambda = 222,2$ Гц.

Задача 50. Дальность связи $r = A \sin(2\pi ft)$, где $A = 100$ км; $f = 1/T$, где $T = 24$ часа = 86 400 с. Скорость изменения дальности $V = \frac{dr}{dt} = A \frac{2\pi}{T} \cos\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$. Максимальное значение скорости есть $V_{\text{МАКС}} = A \frac{2\pi}{T} = 7,3$ м/с.

Отсюда максимальный доплеровский сдвиг частоты есть $\Delta f_{\text{Д}} = f \frac{V_{\text{МАКС}}}{c} = 2,4 \cdot 10^{-8} f$, где f — частота радиосигнала. Относительный доплеровский сдвиг частоты равен $\frac{\Delta f_{\text{Д}}(t)}{f} = 2,4 \cdot 10^{-8} \cos\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$.

На частоте 11 ГГц максимальный доплеровский сдвиг частоты равен 264 Гц.

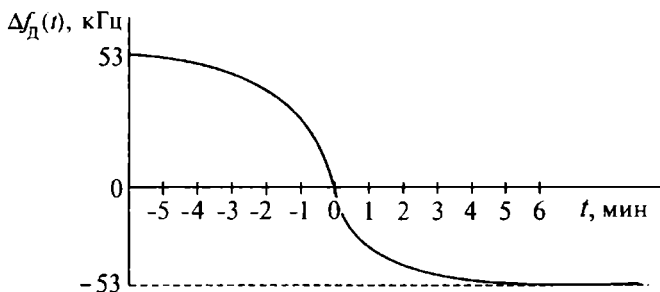


Рис. 72. Изменения доплеровского смещения частоты радиосигнала при движении КА на низкой орбите на частоте 2 ГГц

Задача 51. Максимальная радиальная скорость КА по отношению к наземной станции достигается, когда угол места КА равен нулю. В этом случае $V = 8$ км/с. При нулевом угле места КА расстояние между КА и наземной станцией равно $r = 3,57\sqrt{H}$, км, где $H = 700\,000$ м есть высота орбиты КА. Получим $r = 3000$ км. Это расстояние КА пролетает за 6 минут.

Частоте радиосигнала 2 ГГц соответствует длина волны $\lambda = 15$ см и максимальный доплеровский сдвиг частоты равен $\Delta f_{\text{д макс}} = V/\lambda \approx 53$ кГц.

Примерный ход изменения частоты Доплера во времени показан на рис. 72.

Доплеровское смещение частоты уменьшается в два раза при угле 60° , что наблюдается в моменты времени ± 1 минута.

Задача 52. Отражатели (неоднородности тропосферы) при движении вдоль трассы распространения радиосигнала при переизлучении радиосигнала не создают доплеровского смещения частоты. Доплеровское смещение частоты создают только отражатели, имеющие компоненту вектора скорости в направлении поперек трассы распространения радиосигнала.

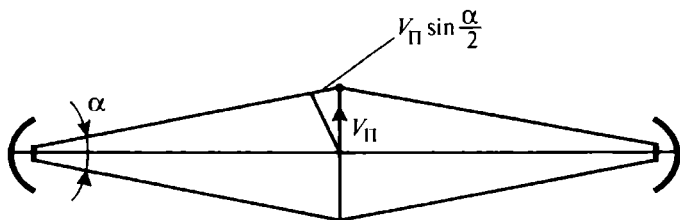


Рис. 73. Ход лучей в горизонтальной плоскости между двумя тропосферными станциями

Рассеиватель с поперечной скоростью $V_{\text{п}}$ создает доплеровское смещение частоты (см. рис. 73):

$$\Delta f_{\text{д}} = \frac{V_{\text{п}}}{\lambda} \sin \frac{\alpha}{2}.$$

Для $\alpha = 1^\circ$, $f = 4,5$ ГГц ($\lambda = 6,67$ см) и $V_{\text{п}} = 100$ м/с получаем $\Delta f_{\text{д}} = 13$ Гц.

Задача 53. При замене кварца частота кварцевого генератора может измениться на величину долговременной нестабильности частоты кварцевого резонатора.

Задача 54. При относительной нестабильности кварцевого резонатора 10^{-6} на градус Цельсия, относительная нестабильность частоты кварцевого генератора в интервале температур от -50°C до $+50^\circ\text{C}$ будет равна 10^{-4} .

Задача 55. Обозначим тактовую частоту передаваемых символов как $F_{\text{T}} = 1/\tau$, тактовую частоту генератора тактовой частоты в несинхронизированном режиме как

$$F_{\text{T}}^* = \frac{1}{\tau^*} = F_{\text{T}}(1 + 10^{-4}) = \frac{1}{\tau}(1 + 10^{-4}).$$

Тогда $\tau - \tau^* = \tau \left(1 - \frac{1}{1 + 10^{-4}} \right)$. Полагая $\frac{1}{1 + 10^{-4}} \approx 1 - 10^{-4}$, получим $\tau - \tau^* = 10^{-4}\tau$. За некоторое число N передаваем-

мых символов изменение длительности N символов будет равно $N(\tau - \tau^*) = 10^{-4} N\tau = \tau/2$. Отсюда $N = 5000$. При тактовой частоте передаваемых символов $F_T = 1$ МГц, длительность символа $\tau = 1/F_T = 1$ мкс. Время, через которое начнется неправильная демодуляция символов равно $T = N\tau = 5000$ мкс = 5 мс.

Задача 56. Для частоты радиосигнала ω среднеквадратическое значение флюктуаций фазы сигнала есть $\Delta\varphi_{\text{эф}} = \omega \Delta t_{\text{эф}}$, для удвоенной частоты $\Delta\varphi_{\text{эф}} = 2\omega \Delta t_{\text{эф}}$, а при умножении частоты в n раз $\Delta\varphi_{\text{эф}} = n\omega \Delta t_{\text{эф}}$, поскольку при умножении частоты величина Δt (моменты перехода гармонических колебаний через нуль) не изменяется. Мощность (дисперсия) фазовых флюктуаций как квадрат величины $\Delta\varphi_{\text{эф}}$ возрастает:

- в 4 раза при удвоении частоты;
- в n^2 раз при умножении частоты в n раз.

Задача 57

Число N	1	2	3	10
Точное значение N , дБ	0	3,01	4,77	10
Округленное до целого значения N , дБ	0	3	5	10

Число N	4	5	6	8	12	$1,25 = 6/5$	$1,5 = 3/2$
N , дБ	6	7	8	9	11	1	2

$$10 \lg 4 = 10 \lg(2 \cdot 2) = 10 \lg 2 + 10 \lg 2 = 6 \text{ дБ}$$

$$10 \lg 5 = 10 \lg(10/2) = 10 \lg 10 - 10 \lg 2 = 7 \text{ дБ}$$

Задача 58

1.

P , Вт	1	25	30	50	100	1000	0,5
P , дБВт	0	14	15	17	20	30	-3

P , Вт	1	0,5	0,1	0,01	0,001
P , дБм	30	27	20	10	1

2. Постоянная Больцмана $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ в децибелах равна $k = -228,6$ дБ.
3. Пик-фактор телефонного сигнала $\gamma = 6$ в децибелах равен $\gamma = 20 \lg 6 = 15,56$.

Глава 5

Задача 59. На выходе согласованного фильтра амплитуда полезного сигнала равна U_C , а мощность шума есть мощность шума в полосе $1/2\tau$, которая равна $\sigma^2 = N_0/2\tau$. Отношение мощностей сигнал–шум на выходе согласованного фильтра есть $U_C^2/\sigma^2 = 2 \frac{U_C^2 \tau}{N_0} = 2h^2$.

$$1. \text{ При передаче символа «1»: } W(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-U_C)^2}{2\sigma^2}}$$

$$\text{При передаче символа «0»: } W(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x+U_C)^2}{2\sigma^2}}$$

2. Плотности вероятности $W(x)$ показаны на рис. 74.

$$3. p = P(1) \int_{-\infty}^0 \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-U_C)^2}{2\sigma^2}} dx + P(0) \int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x+U_C)^2}{2\sigma^2}} dx.$$

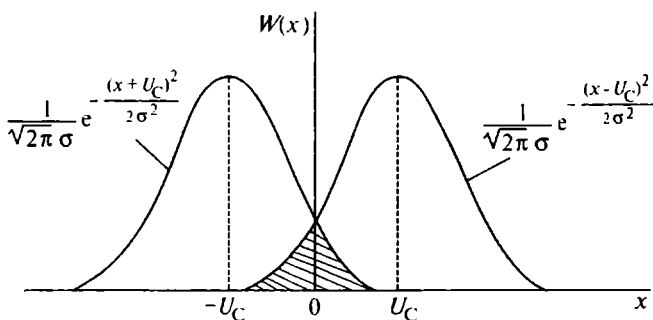


Рис. 74. Плотность вероятности $W(x)$

Величина p численно равна заштрихованной площади на вышеприведенном рис. 74:

$$p = \int_{-\infty}^0 \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-U_c)^2}{2\sigma^2}} dx.$$

Положим $\frac{x-U_c}{\sigma} = y$; $\frac{dx}{\sigma} = dy$. Тогда

$$\begin{aligned} p &= \int_{-\infty}^{-U_c/\sigma} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-y^2/2} dy = \frac{1}{2} - \int_0^{-U_c/\sigma} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-y^2/2} dy = \\ &= \frac{1}{2} - \int_0^{U_c/\sigma} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-y^2/2} dy = \frac{1}{2} \left[1 - \Phi\left(\frac{U_c}{\sigma}\right) \right] = \frac{1}{2} \left[1 - \Phi(\sqrt{2}h) \right]. \end{aligned}$$

4. Вероятность ошибки, p	10^{-1}	$3 \cdot 10^{-2}$	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}
h^2 , дБ	-1,35	2,47	4,34	6,8	8,4	9,6	10,5	11,4

Кривая вероятности ошибки p показана на рис. 75.

5. Для вероятности ошибки $p = 10^{-6}$ имеем $h^2 = 10,5$ дБ.

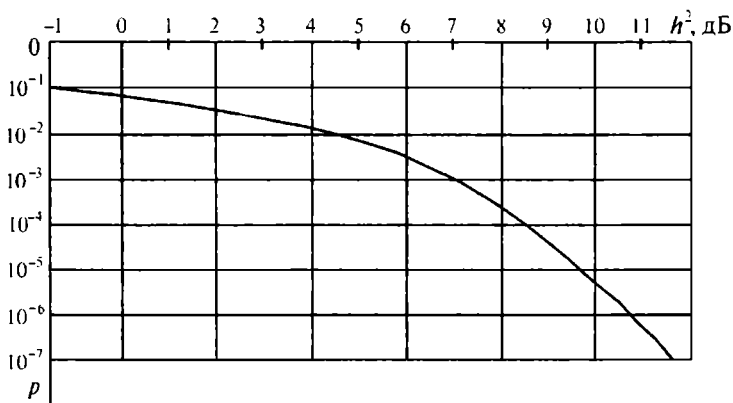


Рис. 75. Вероятность ошибки на бит для противоположных сигналов

Задача 60. Передача сигналов по каналу связи без ошибок возможна. Шумы ограничивают скорость передачи информации согласно формуле Шеннона:

$$R = \Delta F \log(1 + P_c/P_{\text{ш}}).$$

Задача 61

$$\frac{P_c}{P_{\text{ш}}} = \frac{P_c}{N_0 \Delta F} = \frac{P_c \tau_0}{N_0} \frac{1}{\tau_0 \Delta F} = \frac{E_6}{N_0} \frac{R}{\Delta F},$$

где $\tau_0 = 1/R$ — длительность информационного бита.

$$\text{Тогда } \frac{R}{\Delta F} = \log_2 \left(1 + h^2 \frac{R}{\Delta F} \right), \quad 1 + h^2 \frac{R}{\Delta F} = 2^{R/\Delta F} = e^{(\ln 2)R/\Delta F},$$

$$h^2 = \frac{\Delta F}{R} \left[e^{(\ln 2)R/\Delta F} - 1 \right].$$

Минимальное значение h^2 достигается при стремлении отношения $R/\Delta F$ к нулю:

$$\lim_{R/\Delta F \rightarrow 0} h^2 = \frac{\Delta F}{R} \left[1 + \ln 2 \frac{R}{\Delta F} - 1 \right] = \ln 2 = 0,693 = -1,6 \text{ дБ.}$$

Вывод: в канале связи за счет идеального помехоустойчивого кодирования сообщений можно снизить требуемую величину h^2 с 10,5 дБ для канала без помехоустойчивого кодирования до величины $-1,6$ дБ. Таким образом, за счет помехоустойчивого кодирования потенциально можно получить выигрыш в энергетике канала связи до $10,5 + 1,6 = 12,1$ дБ.

Задача 62. Находим вероятность того, что напряжение замирающего сигнала x будет больше величины $x_{\text{п}}$:

$$P(x > x_{\text{п}}) = P(x_{\text{п}}) = 1 - \int_0^{x_{\text{п}}} \frac{x}{\sigma_c^2} e^{-x^2/2\sigma_c^2} dx =$$

$$= 1 - \int_0^{x_{\text{п}}^2/2\sigma_c^2} e^{-y} dy = e^{-x_{\text{п}}^2/2\sigma_c^2}.$$

Отсюда величина $x_{\text{п}}/\sigma_c = \sqrt{-2 \ln P(x_{\text{п}})}$. Полагая, $P(x_{\text{п}}) = 0,5$ получаем $x_{\text{п}}/\sigma_c = 1,18$, которое равно меди-

анному значению. По оси ординат будем откладывать глубину замираний в дБ относительно медианного значения напряжения, т. е. величину

$$20 \lg \left(\frac{x_{\Pi}}{\sigma_c} \right) - 20 \lg 1,18 = 20 \lg \left(\frac{x_{\Pi}}{\sigma_c} \right) - 1,44.$$

Заполняем таблицу:

$P(x_{\Pi})$	0,3	0,5	0,9	0,99	0,999	0,9999
$P_T, \%$	30	50	90	99	99,9	99,99
x_{Π}/σ_c	1,55	1,18	0,46	0,14	0,045	0,014
$20 \lg \left(\frac{x_{\Pi}}{\sigma_c} \right) - 1,44, \text{ дБ}$	2,4	0	-8,2	-18,5	-28,4	-38,3

По данным таблицы строим график (рис. 76) глубины замираний сигнала относительно медианного значения в дБ в зависимости от процента времени P_T , в течение которого глубина замираний меньше величины, отложенной по оси ординат.

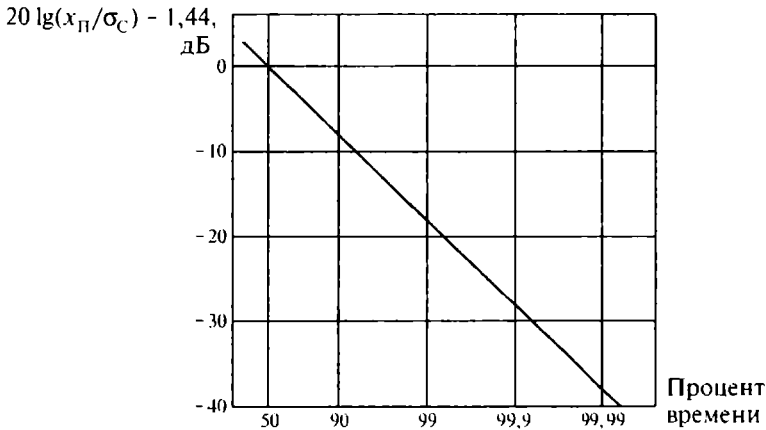


Рис. 76. Процент времени, в течение которого уровень сигнала превышает величину, указанную на оси ординат

Из таблицы и приведенного графика определяем запас на замирания:

- для мобильной связи (надежность связи 99%) — 18,5 дБ;
- для фиксированной связи (надежность связи 99,99%) — 38,3 дБ.

При разнесенном приеме вероятность того, что одновременно в двух приемниках напряжение будет меньше величины x_n равна $[1 - P(x_n)]^2$. Вероятность того, что напряжение в одном или двух приемниках будет больше x_n равна $1 - [1 - P(x_n)]^2$. Для мобильной связи должно обеспечиваться $1 - [1 - P(x_n)]^2 = 0,99$ откуда требуемая величина $P(x_n) = 1 - \sqrt{1 - 0,99} = 0,9$ и требуемый запас на замирания составит 8,2 дБ. Таким образом, разнесенный прием дает энергетический выигрыш по отношению к одиночному приему $18,5 - 8,2 = 10,3$ дБ.

Для фиксированной связи аналогично имеем $1 - [1 - P(x_n)]^2 = 0,9999$, откуда $P(x_n) = 0,99$ и энергетический выигрыш от разнесенного приема равен 19,8 дБ.

Задача 63. Необходимый разнос частот между n несущими частотами для получения n -кратного частотно разнесенного приема равен $\Delta f = 1/\tau_{\text{зап}}$.

Задача 64. На рис. 77 слева представлена векторная диаграмма двух лучей, отличающихся по частоте на ΔF_d , а справа с помощью векторной диаграммы показана огибающая (кривая биений) двух лучей.

На рисунке интервал корреляции по времени $\tau_{\text{кор}}$ определен как интервал времени, внутри которого значения огибающей биений еще близки друг к другу ($\tau_{\text{кор}}$ в правой части рисунка кривой биений). Одновременно $\tau_{\text{кор}}$ определяет интервал времени, в течение которого огибающая изменяется от максимума до минимума.

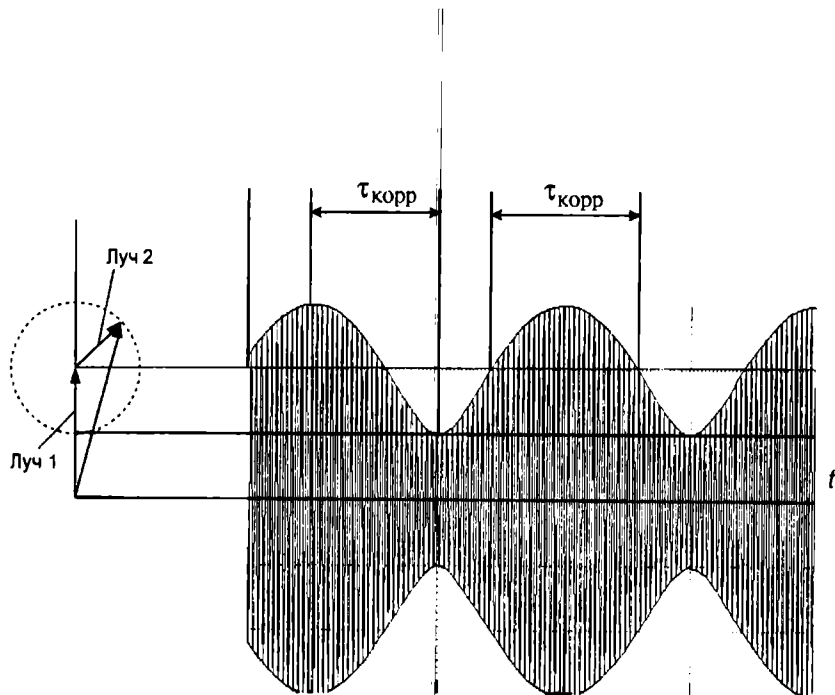


Рис. 77. Кривая биений гармонических колебаний двух лучей

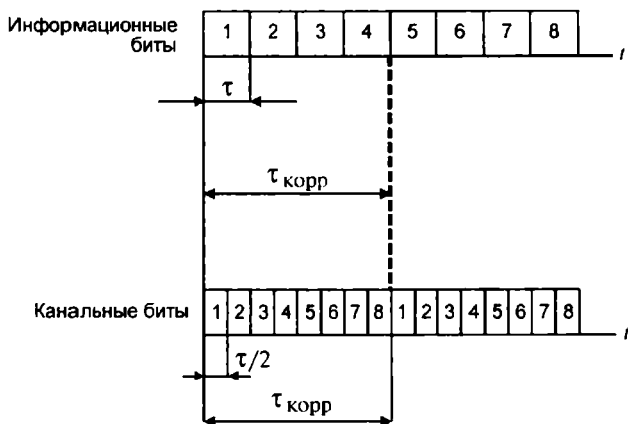


Рис. 78. Нумерация информационных и канальных бит для двукратного разнесенного приема по времени

Период биений T равен $T = 1/\Delta F_{\text{д}}$, а $\tau_{\text{КОР}} = T/2 = 1/2 \Delta F_{\text{д}}$. Для обеспечения разнесенного приема по времени символы сообщения должны быть разнесены на интервал корреляции $\tau_{\text{КОР}}$. Тогда если один символ попал в минимум кривой биений, то второй символ окажется в максимуме.

Отметим, что если число лучей велико с доплеровским рассеянием $\pm \Delta F_{\text{д}}$, то обозначая интервал доплеровского рассеяния как $\Delta F_{\text{РАСС}} = 2\Delta F_{\text{д}}$, получим известный теоретический результат $\tau_{\text{КОР}} = 1/2\Delta F_{\text{д}} = 1/\Delta F_{\text{РАСС}}$.

Для обеспечения сдвоенного разнесенного приема каждый информационной бит разбивается на два канальных символа длительностью $\tau/2$ и формируется два повторяющихся кодовых слова на интервале времени $2\tau_{\text{КОР}}$, как это показано на рис. 78.

Задача 65. Минимальный разнос частот для частотно-разнесенного приема сигналов равен $\Delta f_{\text{р}} = 1/\Delta t$, где Δt — интервал рассеяния сигнала по задержке. При $\Delta t = 3$ мкс получаем $\Delta f_{\text{р}} \geq 333$ кГц.

Задача 66. Интервал корреляции тропосферного сигнала по частоте равен $\Delta F_{\text{КОРР}} = 1/\Delta\tau = 1/0,25 \text{ мкс} = 4 \text{ МГц}$. Для 4-кратного разнесенного приема необходимо полосу передаваемого тропосферного сигнала расширить (например, за счет псевдошумовой фазовой модуляции) до величины $4\Delta F_{\text{КОРР}} = 16 \text{ МГц}$.

Задача 67

1. Пространственный разнос d между двумя антеннами мобильного терминала для пространственно-разнесенного приема сигналов определяется выражением:

$$d = \frac{1}{2\sin(\theta_{\text{РАСС}}/2)}.$$

При $\theta_{\text{РАСС}} = 180^\circ$ $d = \lambda/2$.

2. Принимаемый сигнал изменяется от максимума до минимума при прохождении мобильным терминалом расстояния, равному интервалу пространственной корреляции сигнала $d = \lambda/2 = 7,5 \text{ см}$.
3. При скорости движения мобильного терминала относительно базовой станции $V = 6\theta \text{ км/ч} = 17 \text{ м/с}$ интервал временной когерентности сигнала есть $\tau_{\text{КОРР}} = d/V = \lambda/2V = 4,4 \text{ мс}$.
4. При скорости движения мобильного терминала V относительно базовой станции доплеровское рассеяние отраженных лучей лежит в пределах от нуля до $\Delta F_{\text{д}} = V/\lambda$. Согласно решению, полученному в задаче № 64, интервал корреляции по времени замирающего сигнала есть $\tau_{\text{КОРР}} = 1/2\Delta F_{\text{д}} = \lambda/2V = 4,4 \text{ мс}$.

Задача 68. Пространственный разнос между двумя приемными антеннами тропосферных станций в направлении перпендикулярном линии «Передатчик—приемник» для получения пространственно-разнесенного приема должен быть

$$d \geq \frac{\lambda}{2\sin(\theta_{\text{РАСС}}/2)} \approx \frac{\lambda}{\theta_{\text{РАСС}}}$$

и для $\theta_{\text{РАСС}} = 1^\circ = 0,0175$ рад, $f = 5,5$ ГГц ($\lambda = 5,45$ см) получим $d \geq 3$ м (между фазовыми центрами антенн).

Задача 69

1. Потери в энергетике радиолинии за счет межсимвольной помехи в дБ:

$$L_{\text{МЕЖ}} = 10 \lg \left(\frac{1}{1 - \Delta\tau/\tau_k} \right).$$

Кривая энергетических потерь $L_{\text{МЕЖ}}$ показана на рис. 79.

2. Если на передаче длительность канального символа τ_k уменьшается на величину $\Delta\tau$, то относительные потери в энергии символа составляют

$$L_{\text{МЕЖ}} = \frac{\tau_k}{\tau_k - \Delta\tau} = \frac{1}{1 - \Delta\tau/\tau_k}.$$

Эти потери равны потерям, рассмотренным в п. 1.

3. Из графика рис. 79 допустимым потерям в 1дБ соответствует величина $\Delta\tau/\tau_k = 0,2$, т.е. длительность канального символа $\tau_k = 5\Delta\tau = 15$ мкс. Отсюда скорость

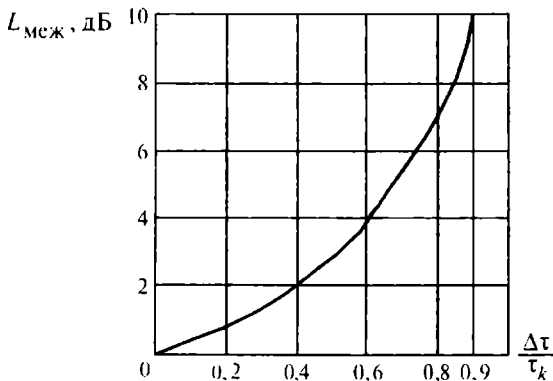


Рис. 79. Потери сигнала при межсимвольных помехах

передачи информации R при $\tau_k = 15$ мкс ($R_k = 1/\tau_k = 67$ кбит/с):

- при ФМ-2 $R \leq R_k = 67$ кбит/с;
- при ФМ-4 $R \leq R_k = 134$ кбит/с;
- при ФМ-8 $R \leq 3R_k = 200$ кбит/с;
- при КАМ-16 $R \leq 4R_k = 268$ кбит/с.

4. Организация n параллельных каналов с разделением каналов по частоте или коду при допустимой канальной скорости R_k в одном канале.

Задача 70

1. Представим напряжение шумов со спектральной плотностью N_0 в полосе частот Δf на входе схемы рис. 14 в виде $U_{ш}(t) = \sum_j U_j \sin(2\pi f_j t + \varphi_j)$, где все U_j одинаковы и $U_j^2/2 = N_0$ (см. рис. 80).

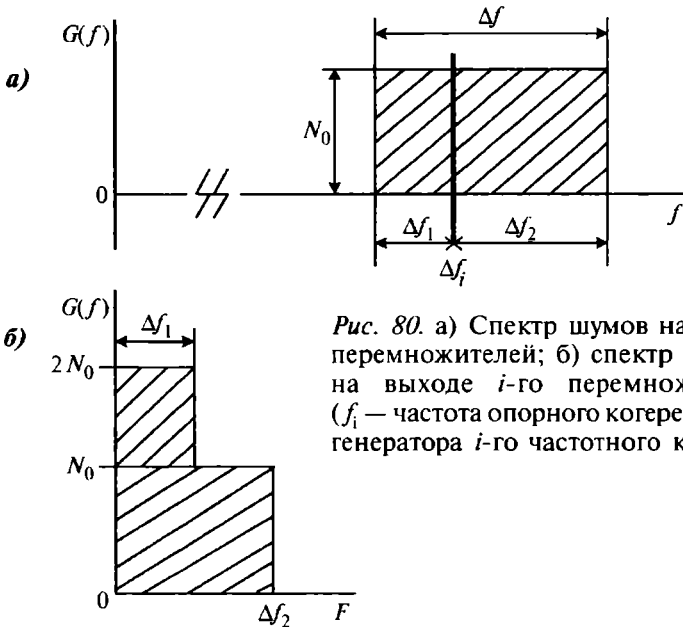


Рис. 80. а) Спектр шумов на входе перемножителей; б) спектр шумов на выходе i -го перемножителя (f_i — частота опорного когерентного генератора i -го частотного канала)

На выходе i -го перемножителя напряжение шумов определяется выражением

$$\begin{aligned} u_{\text{вых}}(t) &= U_{\Gamma} \sin(2\pi f_i t + \varphi_{i0}) \sum_j U \sin(2\pi f_j t + \varphi_j) = \\ &= \frac{1}{2} U_{\Gamma} U \sum_j \cos[2\pi(f_i - f_j)t + \varphi_{i0} - \varphi_j] = \\ &= U \sum_j \cos[2\pi(f_i - f_j)t + \varphi_{i0} - \varphi_j], \end{aligned}$$

где опущены члены с суммарными частотами $f_i + f_j$, поскольку они отфильтровываются интегратором с синхронным разрядом и где было положено $U_{\Gamma}/2 = 1$. Спектр шумов на выходе перемножителя в области видеочастот показан на рис. 80, б.

2. Интегратор с синхронным разрядом имеет амплитудно-частотную характеристику $|K(jF)| = \frac{\sin(\pi F \tau_k)}{\pi F \tau_k}$.

Мощность шума на выходе интегратора с синхронным разрядом равна

$$P_{\text{ш}} = 2N_0 \int_0^{\infty} |K(jF)|^2 dF = 2N_0 \Delta F_{\text{ш}},$$

где шумовая полоса интегратора с синхронным разрядом есть

$$\begin{aligned} \Delta F_{\text{ш}} &= \int_0^{\infty} |K(jF)|^2 dF = \int_0^{\infty} \left[\frac{\sin(\pi F \tau_k)}{\pi F \tau_k} \right]^2 dF = \\ &= \frac{1}{\pi \tau_k} \int_0^{\infty} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^2 dx = \frac{1}{2\tau_k}. \end{aligned}$$

Амплитуда полезного сигнала на выходе перемножителя (когерентного детектора) равна

$$\begin{aligned} u_{\text{вых}}(t) &= U_C \sin(2\pi f_i t + \varphi_{i0}) U_{\Gamma} \sin(2\pi f_i t + \varphi_{i0}) = \\ &= \frac{1}{2} U_{\Gamma} U_C = U_C, \end{aligned}$$

где опущен член на частоте $2f_c$ и $U_{\Gamma}/2 = 1$.

Амплитуда сигнала на выходе интегратора с синхронным разрядом в конце интервала интегрирования

$$\text{равна: } U_{C \text{ ВЫХ}} = \frac{1}{\tau_k} \int_0^{\tau_k} U_C dt = U_C.$$

Мощность сигнала на выходе интегратора с синхронным разрядом есть $U_C^2 = 2P_C$, где $P_C = U_C^2/2$ — мощность радиосигнала на выходе перемножителя и отношение мощностей сигнал—шум равно

$$\left(\frac{P_C}{P_{\text{Ш}}} \right)_{\text{ВЫХ}} = \frac{2P_C}{N_0/\tau_k} = 2 \frac{P_C \tau_k}{N_0} = 2 \frac{E_C}{N_0},$$

где $E_C = P_C \tau_k$ есть энергия импульса сигнала длительностью τ_k на входе перемножителя.

Задача 71. Найдем напряжение помехи на выходе перемножителя k -го частотного канала, когда на его вход действует сигнал, передаваемый по i -му каналу.

$$\begin{aligned} u_{\text{ВЫХ ПЕРЕМН}} &= U_C \sin(2\pi f_i t + \varphi_i) U_{\Gamma} \sin(2\pi f_k t + \varphi_k) = \\ &= \frac{1}{2} U_{\Gamma} U_C \cos[2\pi(f_k - f_i)t + \varphi_{ki}] = \\ &= U_C \cos[2\pi(f_k - f_i)t + \varphi_{ki}]; \\ \varphi_{ki} &= \varphi_k - \varphi_i, \end{aligned}$$

где было положено $U_{\Gamma}/2=1$ и опущен член с высокой частотой $f_k + f_i$, который отфильтровывается интегратором с синхронным разрядом.

На выходе интегратора с синхронным разрядом будем иметь напряжение помехи от одного сигнала

$$\begin{aligned} u_{\text{П1}} &= \frac{1}{\tau_k} \int_0^{\tau_k} U_C \cos[2\pi(f_k - f_i)t + \varphi_{ki}] dt = \\ &= \frac{U_C}{\tau_k 2\pi(f_k - f_i)} \left\{ \sin[2\pi(f_k - f_i)\tau_k + \varphi_{ki}] - \sin \varphi_{ki} \right\}. \end{aligned}$$

Введем обозначения:

$$f_k = f'_k + \Delta F_{\text{дк}} = f'_k + k\Delta f_p + \Delta F_{\text{дк}},$$

где Δf_p — есть разнос соседних частот в радиоканале;
 $\Delta F_{\text{дк}}$ — доплеровское смещение частоты f'_k ;

$$\Delta F_{\text{дк}} = (f'_k + k\Delta f_p) \frac{V}{c},$$

где V — скорость движения мобильного терминала; c — скорость света.

$$\text{Тогда } f_k - f_i = (k-i)\Delta f_p + (k-i)\Delta f_p \frac{V}{c},$$

$$\begin{aligned} \sin[2\pi(f_k - f_i)\tau_k + \varphi_{ki}] &= \\ &= \sin\left[2\pi(k-i)\Delta f_p\tau_k + 2\pi(k-i)\Delta f_p\tau_k \frac{V}{c} + \varphi_{ki}\right] = \\ &= \sin\left[2\pi(k-i)\frac{V}{c} + \varphi_{ki}\right], \end{aligned}$$

где было принято, что $\Delta f_p\tau_k = 1$.

Полагая, что величина $2\pi(k-i)\frac{V}{c} \ll 1$,

$$\sin\left[2\pi(k-i)\frac{V}{c}\right] \approx 2\pi(k-i)\frac{V}{c}, \quad \cos\left[2\pi(k-i)\frac{V}{c}\right] \approx 1,$$

получим

$$\sin\left[2\pi(k-i)\frac{V}{c} + \varphi_{ki}\right] = 2\pi(k-i)\frac{V}{c} \cos\varphi_{ki} + \sin\varphi_{ki}.$$

Напряжение помехи на выходе интегратора можно записать в виде

$$\begin{aligned} u_{\text{пн}} &= \frac{U_c 2\pi(k-i)\frac{V}{c} \cos\varphi_{ki}}{2\pi(f_k - f_i)\tau_k} = \\ &= \frac{U_c (k-i)\frac{V}{c} \cos\varphi_{ki}}{(k-i)(1+V/c)} \approx U_c \frac{V}{c} \cos\varphi_{ki}. \end{aligned}$$

Напряжение помехи от всех $n-1 \approx n$ соседних каналов равно $u_n = U_c \frac{V}{c} \sum_{ki=1}^n \cos \varphi_{ki}$.

Поскольку разность начальных фаз φ_{ki} есть случайная величина, то случайные независимые величины $\cos \varphi_{ki}$ суммируются по мощности (мощность случайной величины $\cos \varphi_{ki}$ равна $1/2$). Тогда мощность результирующей помехи на выходе интегратора с синхронным разрядом k -го канала будет равна

$$P_n = u_n^2 = \left(U_c \frac{V}{c} \right)^2 \frac{n}{2} = n P_c \left(\frac{V}{c} \right)^2,$$

где $P_c = U_c^2/2$ — мощность одного канального радиосигнала.

Так как амплитуда полезного сигнала на выходе интегратора с синхронным разрядом есть U_c , а мощность есть $U_c^2 = 2P_c$, то отношение мощностей сигнала к помехе будет равно $\left(\frac{P_c}{P_n} \right)_{\text{вых}} = \frac{2P_c}{nP_c (V/c)^2} = \frac{2}{n(V/c)^2}$.

Для наихудшего случая при $n = 4096$ каналов ОЧРК и $V = 300$ м/с получаем $V/c = 10^{-6}$ и $(P_c/P_n)_{\text{вых}} = 5 \cdot 10^8 = 87$ дБ. Отсюда следует вывод о возможности использования метода модуляции ОЧРК в мобильных сетях связи.

Глава 6

Задача 72. Следящая система по принципу работы есть система с отрицательной обратной связью, которая автоматически так подстраивает опорный управляемый сигнал (частоту и фазу ГУН на рис. 16), чтобы сигнал рассогласования (сигнал ошибки ϵ на рис. 16) на выходе фазового детектора (перемножителя) стремился к нулю.

В установившемся состоянии при входном сигнале $U_0 \sin(\omega_c t + \tau_c)$ напряжение ГУНа должно равняться $U_T \cos(\omega_c t + \tau_c)$.

Это следует из тригонометрического равенства

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x-y) + \sin(x+y)] \text{ при } x = y,$$

когда напряжение разностной частоты на входе перемножителя равно нулю, а член с удвоенной частотой подавляется фильтром нижних частот или самой схемой ФАП.

Задача 73. Изображение фазы ГУНа для системы ФАП без фильтра нижних частот есть

$$\varphi_{\Gamma}(p) = \varphi_c(p) H(p) = \varphi_c(p) \frac{k_0}{p+k_0}.$$

Для входного скачка фазы величиной $\Delta\varphi_0$, его изображение есть $\varphi_c(p) = \Delta\varphi_0/p$. Отсюда $\varphi_{\Gamma}(p) = \frac{\Delta\varphi_0 k_0}{p(p+k_0)}$.

По таблицам обратного преобразования Лапласа находим $\varphi_{\Gamma}(t) = \Delta\varphi_0 (1 - e^{-k_0 t})$.

Изображение сигнала ошибки $\varphi(p) = \varphi_c(p) Y(p)$.

Для $\varphi_c(p) = \Delta\varphi_0/p$ и $Y(p) = \frac{1}{p+k_0}$ получаем $\varphi(p) = \frac{\Delta\varphi_0}{p(p+k_0)}$. Отсюда по таблицам обратного преобразования Лапласа находим, что сигнал ошибки как функция времени есть $\varphi(t) = \frac{\Delta\varphi_0}{k_0} (1 - e^{-k_0 t})$.

Задача 74. Выходное напряжение на выходе коррентного детектора, являющегося перемножителем, равно

$$\begin{aligned} u_{\text{вых}}(t) &= U_c \sin[\omega_c t + \varphi_0 + \varphi(t)] U_{\Gamma} \sin(\omega_c t + \varphi_0) = \\ &= \frac{1}{2} U_{\Gamma} U_c \cos[\varphi(t)], \end{aligned}$$

где опущен член с удвоенной частотой, который отфильтровывается фильтром нижних частот.

Окончательно

$$u_{\text{вых}}(t) = \begin{cases} \frac{1}{2} U_r U_c \text{ при } \varphi(t) = 0; \\ -\frac{1}{2} U_r U_c \text{ при } \varphi(t) = \pi. \end{cases}$$

Задача 75. Используя из таблицы свойства прямого и обратного преобразования Лапласа $\lim_{t \rightarrow 0} F(t) = \lim_{p \rightarrow 0} pF(p)$ получаем

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \omega_r(t) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{\Delta \omega k_0}{p + k_0} = \Delta \omega;$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varphi(t) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{\Delta \omega}{p + k_0} = \frac{\Delta \omega}{k_0}.$$

Задача 76. Значение тока, проходящего через конденсатор равно $I = \frac{U_{\text{вх}}}{R + 1/j\omega C}$.

Напряжение на обкладках конденсатора есть

$$U_{\text{вых}} = I \frac{1}{j\omega C} = \frac{U_{\text{вх}}}{j\omega C \left(R + \frac{1}{j\omega C} \right)} = \frac{U_{\text{вх}}}{1 + j\omega RC}.$$

Передающая функция фильтра нижних частот $K_\Phi(j\omega) = \frac{U_{\text{вых}}}{U_{\text{вх}}} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$ или в операторной форме, заменяя $p = j\omega$

$$K_\Phi(p) = \frac{1}{1 + pRC} = \frac{1}{1 + pT},$$

где $T = RC$.

Изображение сигнала ошибки системы ФАП дается общим выражением для входного воздействия в виде изменения частоты сигнала $\omega_c(p)$:

$$\omega_c(p) = \frac{\omega_c(p)}{p + k_0} K_\Phi(p).$$

Для скачка частоты $\Delta\omega$ и RC-фильтра нижних частот имеем $\omega_c(p) = \Delta\omega/p$, $K_\Phi(p) = 1/(1+pT)$.

Тогда

$$\varphi(p) = \frac{\Delta\omega}{p \left(p + \frac{k_0}{1+pT} \right)};$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varphi(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p\varphi(p) = \frac{\Delta\omega}{k_0}.$$

Задача 77. $K_\Phi(p) = 1 + \gamma/p$. Изображение сигнала ошибки при входном воздействии частоты сигнала есть

$$\varphi(p) = \frac{\omega_c(p)}{p + k_0 K_\Phi(p)}.$$

Для скачка частоты

$$\omega_c(p) = \Delta\omega/p \text{ и } \varphi(p) = \frac{\Delta\omega}{p [p + k_0(1 + \gamma/p)]};$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varphi(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p\varphi(p) = \frac{p}{\gamma} \rightarrow 0.$$

В установившемся состоянии сигнал ошибки в системе ФАП с интегрирующим фильтром нижних частот равен нулю (в отличие от системы ФАП без фильтра нижних частот и системы ФАП с RC-фильтром нижних частот). При выключении входного сигнала частота и фаза ГУНа сохраняются, поскольку необходимое напряжение для управления частотой ГУНа запомнены интегратором фильтра нижних частот.

Задача 78. Изображение сигнала ошибки системы ФАП для фильтра нижних частот с интегратором при скачке частоты $\Delta\omega$ найдено в задаче № 77

$$\varphi(p) = \frac{\Delta\omega}{p [p + k_0(1 + \gamma/p)]}.$$

Знаменатель этого выражения преобразуем следующим образом:

$$\begin{aligned} p^2 + k_0 p + k_0 \gamma &= p^2 + k_0 p + \left(\frac{k_0}{2}\right)^2 + k_0 \gamma - \frac{k_0^2}{4} = \\ &= \left(p + \frac{k_0}{2}\right)^2 + \frac{k_0^2}{4} \left(\frac{4\gamma}{k_0} - 1\right). \end{aligned}$$

$$\text{Тогда } \varphi(p) = \frac{\Delta\omega}{\left(p + \frac{k_0}{2}\right)^2 + \left(\frac{k_0}{2} \sqrt{\frac{4\gamma}{k_0} - 1}\right)^2}.$$

При $\frac{4\gamma}{k_0} - 1 = 0$ (критический режим)

$$\varphi(p) = \frac{\Delta\omega}{(p + k_0/2)^2}.$$

По таблицам обратного преобразования Лапласа находим:

1) для критического режима $\varphi(t) = \Delta\omega t e^{-(k_0/2)t}$;

2) для колебательного режима $\frac{4\gamma}{k_0} > 1$

$$\varphi(t) = \frac{2\Delta\omega}{k_0 \sqrt{\frac{4\gamma}{k_0} - 1}} e^{-(k_0/2)t} \sin\left(\frac{k_0}{2} \sqrt{\frac{4\gamma}{k_0} - 1} t\right).$$

Кривые $\varphi(t)$ показаны на рис. 81.

Для определения полосы захвата системы ФАП найдем максимум функции $\varphi(t)$ для критического режима из уравнения

$$\frac{d\varphi(t)}{dt} = \Delta\omega \left[e^{-(k_0/2)t} - t e^{-(k_0/2)t} \frac{k_0}{2} \right] = 0$$

Отсюда $\frac{k_0}{2} t_0 = 1$, где t_0 — момент времени, соответствующий максимуму функции $\varphi(t)$. Максимальное значение функции $\varphi(t)$ равно $\varphi(t_0) = \frac{2\Delta\omega}{k_0 e}$.

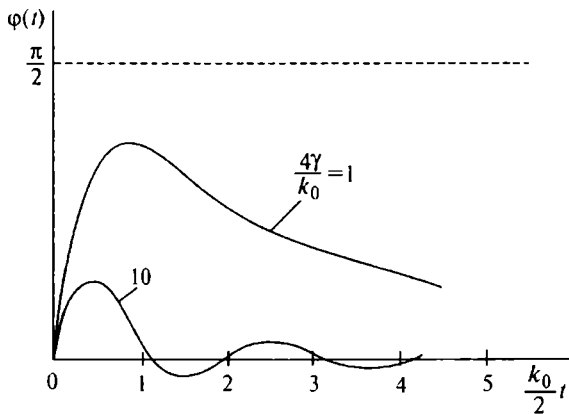


Рис. 81. Сигнал ошибки $\varphi(t)$ в системе ФАП для фильтра нижних частот с интегратором

Полоса захвата $\Delta\omega = \Delta\omega_{\text{ЗАХВ}}$ определяется из уравнения $\frac{2\Delta\omega_{\text{ЗАХВ}}}{k_0 e} = \frac{\pi}{2}$.

Окончательно получаем:

$$\Delta\omega_{\text{ЗАХВ}} = \frac{\pi}{4} k_0 e.$$

Задача 79. На входах когерентного детектора действует полезный сигнал $U_C \sin(\omega_C t + \varphi_0)$ и колебание когерентного генератора $U_T \sin(\omega_C t + \varphi_0 + \Delta\varphi)$.

На выходе перемножителя получим колебание:

$$\begin{aligned} u_{\text{ВЫХ}} &= U_C \sin(\omega_C t + \varphi_0) U_T \sin(\omega_C t + \varphi_0 + \Delta\varphi) = \\ &= \frac{1}{2} U_T U_C \cos \Delta\varphi, \end{aligned}$$

где член с удвоенной частотой опущен, поскольку он отфильтровывается последующим фильтром нижних частот.

Потери в амплитуде выходного сигнала по отношению к случаю $\Delta\varphi = 0$ равны $1/\cos \Delta\varphi$. Отсюда для допус-

тимых потерь 0,3 дБ получаем уравнение

$$20 \lg\left(\frac{1}{\cos \Delta\varphi}\right) = -20 \lg(\cos \Delta\varphi) = 0,3,$$

откуда $\cos \Delta\varphi = 0,966$ и $\Delta\varphi = 15^\circ$ или $\Delta\varphi = 0,26$ радиан.

Задача 80. В теоретической части разд. 6.1 было получено выражение для сигнала ошибки слежения по фазе в системе ФАП без фильтра нижних частот

$$\varphi(t) = \frac{\pi}{2} \frac{\Delta\omega}{\Delta\omega_{\text{ЗАХВ}}} (1 - e^{-4\Delta F_{\text{ЗАХВ}} t}).$$

В установившемся режиме величина фазовой ошибки равна $\lim_{t \rightarrow \infty} \varphi(t) = \frac{\pi}{2} \frac{\Delta\omega}{\Delta\omega_{\text{ЗАХВ}}}$.

При допустимой ошибке слежения $\lim_{t \rightarrow \infty} \varphi(t) = 0,2$ рад получаем уравнение $\frac{\pi}{2} \frac{\Delta\omega}{\Delta\omega_{\text{ЗАХВ}}} = 0,2$, откуда величина $\frac{\Delta\omega}{\Delta\omega_{\text{ЗАХВ}}} = 0,13$, т.е. допустимая расстройка частоты радиосигнала составляет 13% от полосы захвата.

Задача 81. Время T завершения процесса синхронизации в системе ФАП первого порядка определяется из уравнения $1 - e^{-4\Delta F_{\text{ЗАХВ}} T} = 0,95$.

Отсюда $4\Delta F_{\text{ЗАХВ}} T = 3$, $T = 0,75/\Delta F_{\text{ЗАХВ}}$.

Задача 82. Изображение сигнала ошибки есть $\varphi(p) = \frac{\omega_c(p)}{p + k_0 K_\Phi(p)}$. Для скачка частоты $\Delta\omega$ получим $\omega_c(p) = \Delta\omega/p$. При $K_\Phi(p) = 1 + \gamma/p$ имеем

$$\begin{aligned} \varphi(p) &= \frac{\Delta\omega}{p[p + k_0(1 + \gamma/p)]} = \frac{\Delta\omega}{p^2 + k_0 p + k_0 \gamma} = \\ &= \frac{\Delta\omega}{(p + k_0/2)^2 + \frac{k_0^2}{4}(4\gamma/k_0 - 1)}. \end{aligned}$$

Для критического режима

$$4\gamma/k_0 = 1 \text{ и } \varphi(p) = \frac{\Delta\omega}{(p + k_0/2)^2}.$$

По таблицам обратного преобразования Лапласа находим: $\varphi(t) = \Delta\omega t e^{-(k_0/2)t}$.

Величина $\Delta\omega_{\text{ЗАХВ}}$ определена при решении задачи № 78 $\Delta\omega_{\text{ЗАХВ}} = \frac{\pi}{4} k_0 e$. Тогда $\varphi(t) = \frac{\pi e}{2} \left(\frac{k_0 t}{2} \right) e^{-k_0 t/2}$.

Время T завершения процесса синхронизации, нормированное относительно величины $2/k_0$, обозначим через $x = k_0 T/2$. Оно определяется из уравнения $0,2 = \frac{\pi e}{2} x e^{-x}$ или $x e^{-x} = 0,047$. Последнее уравнение решается графически: $x = 4,57$. Отсюда $T = 9,14/k_0$.

Используя уравнение $\Delta\omega_{\text{ЗАХВ}} = 2\pi\Delta F_{\text{ЗАХВ}} = \frac{\pi}{4} k_0 e$, $k_0 = 8\Delta F_{\text{ЗАХВ}}/e$, получим $T = 3,1/\Delta F_{\text{ЗАХВ}}$.

Задача 83. Допустимая погрешность системы тактовой синхронизации $\Delta\tau/\tau$ определяется из уравнения

$$10 \lg \left(\frac{1}{1 - 2\Delta\tau/\tau} \right)^2 = 0,3.$$

Отсюда $\Delta\tau/\tau \leq 0,017 = 1,7\%$.

Задача 84. Обозначим тактовую частоту передаваемых символов сигнала через $F_T = 1/\tau$, где τ — длительность передаваемых символов сигнала. Аналогично обозначим тактовую частоту генератора тактовых импульсов в приемнике через $F_T^* = \frac{1}{\tau^*} = \frac{1}{\tau}(1 + 10^{-4})$. Тогда $\tau - \tau^* = \tau \left(1 - \frac{1}{1 + 10^{-4}} \right) \approx 10^{-4} \tau$. За некоторое число N передаваемых символов расхождение передаваемых символов относительно символов генератора тактовой частоты станет равным $N(\tau - \tau^*) = 10^{-4} N\tau = 0,01\tau$. Отсюда $N = 100$.

Задача 85. Для заданных исходных данных имеем

$$x_n = \sqrt{2n \ln\left(\frac{1}{10P_\lambda}\right)} = 4,8\sqrt{n}.$$

Получим для $p = 0,1$: $a = n(1 - 2p) = 0,8n$;
 $\sigma^2 = 4np(1 - p) = 0,36n$,

для $p = 0,01$: $a = 0,98n$;
 $\sigma^2 = 0,04n$.

Получим для $p = 0,1$: $1 - P_{\text{пр}} = 0,1e^{-\frac{(0,8n - 4,8\sqrt{n})^2}{0,72n}}$,

для $p = 0,01$: $1 - P_{\text{пр}} = 0,1e^{-\frac{(0,98n - 4,8\sqrt{n})^2}{0,08n}}$.

Кривые $(1 - P_{\text{пр}})$ представлены на рис. 82.

Из рис. 78 следует, что при $1 - P_{\text{пр}} = 10^{-6}$ и вероятности ошибки на бит $p = 10^{-2}$ длина стартового слова $n \geq 35$, при $p = 10^{-1}$ длина стартового слова должна быть $n \geq 93$.

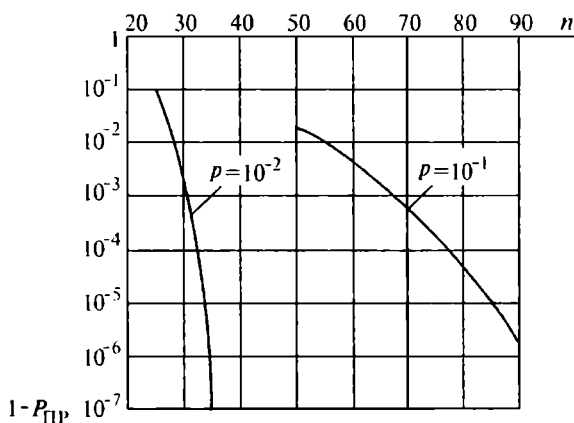


Рис. 82. Вероятность неприема (пропуска) стартового слова

Глава 7

Задача 86. Энтропия источника равна

$$H = -0,9 \log_2 0,9 - 0,1 \log_2 0,1.$$

Используя преобразование логарифмов $\log_2 x = \lg x / \lg 2$, получаем $H = 0,47$ и $K_{сж} = 1/H = 2,13$.

Задача 87. Из таблицы рис. 24 имеем

$$H(x) = \sum_{i=1}^8 P(x_i) \log_2 P(x_i) = 2,62.$$

Также $\bar{n} = \sum_{i=1}^8 P(x_i) n_i = 2,7$. Эффективность кода Хаффмена $\bar{n}/H(x) = 0,97$.

Задача 88. Выразим вначале величину $F_0 \gg \Delta F$ через дисперсию ошибки ϵ^2 :

$$\epsilon^2 = \frac{\frac{F_0}{1 + (F_0/\Delta F)^2} + \int_{F_0}^{\infty} \frac{dF}{1 + (F/\Delta F)^2}}{\int_0^{\infty} \frac{dF}{1 + (F/\Delta F)^2}} = \frac{\frac{\Delta F^2}{F_0} + \Delta F^2 \int_{F_0}^{\infty} \frac{dF}{F^2}}{\Delta F \int_0^{\infty} \frac{dx}{1 + x^2}}.$$

$$\text{Имеем } \int_{F_0}^{\infty} \frac{dF}{F^2} = \frac{1}{F_0}; \quad \int_0^{\infty} \frac{dx}{1 + x^2} = \frac{\pi}{2}.$$

$$\text{Тогда } \epsilon^2 = \frac{4}{\pi} \frac{\Delta F}{F_0} \quad \text{или} \quad F_0 = \frac{4}{\pi} \frac{\Delta F}{\epsilon^2}.$$

Скорость передачи информации

$$\begin{aligned} R &= \int_0^{F_0} \log \left[\frac{S(F)}{S(F_0)} \right] dF = \frac{1}{\ln 2} \int_0^{F_0} \ln \left[\frac{S(F)}{S(F_0)} \right] dF = \\ &= \frac{1}{\ln 2} \left\{ \ln \left[1 + \left(\frac{F_0}{\Delta F} \right)^2 \right] \int_0^{F_0} dF - \Delta F \int_0^{F_0/\Delta F} \ln(1 + x^2) dx \right\} = \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{\ln 2} \left\{ F_0 \ln \left[1 + \left(\frac{F_0}{\Delta F} \right)^2 \right] - \Delta F \left(\frac{F_0}{\Delta F} \ln \left[1 + \left(\frac{F_0}{\Delta F} \right)^2 \right] + 2 \frac{F_0}{\Delta F} - 2 \operatorname{arctg} \frac{F_0}{\Delta F} \right) \right\} \approx \frac{2F_0}{\ln 2},$$

где было использовано выражение

$$\int \ln(1+x^2) dx = x \ln(1+x^2) - 2x + 2 \operatorname{arctg} x.$$

Подставляя в полученное выражение значение F_0 , выраженное через ϵ^2 , получим $R = \frac{8}{\pi \ln 2} \frac{\Delta F}{\epsilon^2} \approx 3,67 \frac{\Delta F}{\epsilon^2}$.

Для сравнения: требуемая скорость передачи информации с использованием метода предсказания $R = \frac{2\pi\Delta F}{\epsilon^2}$, что выше по сравнению со скоростью, даваемой теорией энтальпии-энтропии.

Задача 89. При $P_c/P_{\text{ш}} = 8$ дБ (или 6,3 раза) $\epsilon^2 = \frac{1}{P_c/P_{\text{ш}}} = \frac{1}{6,3}$. Тогда

$$R = 3,7\Delta F/\epsilon^2 = 3,7 \cdot 700 \cdot 6,3 = 16,3 \text{ кбит/с} \approx 16 \text{ кбит/с}.$$

Задача 90. Для метода предсказания марковского процесса скорость передачи информации равна

$$R = 2\pi\Delta F/\epsilon^2 = 2\pi \cdot 700 \cdot 6,3 = 28 \text{ кбит/с}.$$

Задача 91. Человек произносит в секунду 2–3 слова с общим числом букв в этих словах 10–15. Отсюда при слитной речи телефонный сигнал может быть передан по телеграфному каналу со скоростью 50–75 бит/с.

Задача 92

- Общий диапазон уровней квантования должен составлять $15 + 8 = 23$ дБ как для положительной полярности сигнала так и для отрицательных значений те-

- лефонного сигнала. Для этого потребуется число рядов двоичного кода $k = (23 + 3)/6 \approx 4$. Отсюда скорость передачи информации $R = 8 \text{ кГц} \cdot 4 = 32 \text{ кбит/с}$.
- Используя метод предсказания, можно иметь скорость передачи телефонного сигнала $R = 16 \text{ кбит/с}$.
 - Считая, что пауза речи занимают 50% времени, телефонный сигнал можно передавать на скорости $R = 8 \text{ кбит/с}$.

Задача 93. Для передачи 8–10 градаций яркости требуется оцифровка выборки телевизионного сигнала тремя-четырьмя битами. Коэффициент сжатия в этом случае будет равен 2–2,7 раза.

Глава 8

Задача 94. Напряжения на выходе интегратора подчитывалось как

$$u_{\text{вых}}(t) = \frac{1}{\tau_0} \int_0^{\tau_0} u_2(t) u_1(t) dt + \frac{1}{\tau_0} \int_{\tau_0}^{2\tau_0} u_2(t) u_1(t) dt,$$

где $i = 1, 2, 3$. Из рис. 33 следует, что коэффициент корреляции между двумя разными сигналами равен $\cos 120^\circ =$

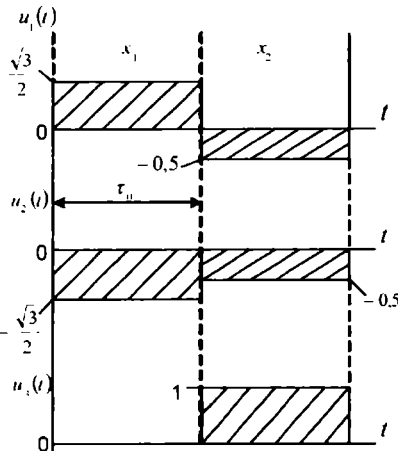


Рис. 83. Симплексные сигналы двумерного пространства сигналов как функции времени

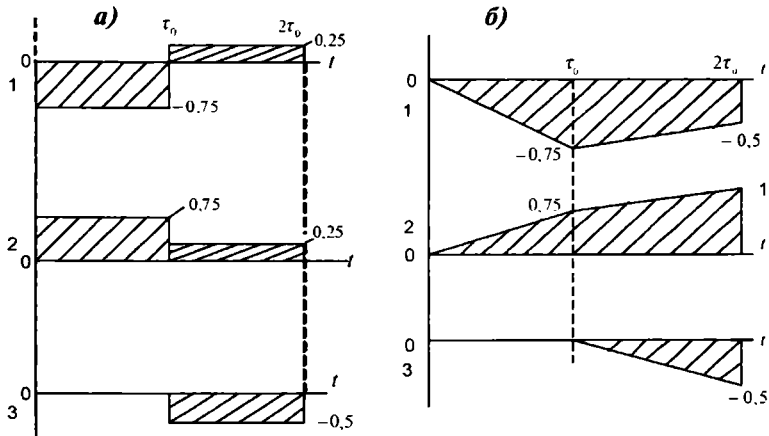


Рис. 84. Эпюры напряжения:

- а) на выходе умножителей корреляторов № 1, 2, 3;
 б) на выходе интеграторов

$= -0,5$, что совпадает со значением напряжений на выходе корреляторов, показанных на рис. 84, б.

Задача 95. Согласно рис. 85 четыре симплексных сигнала записываются следующим образом:

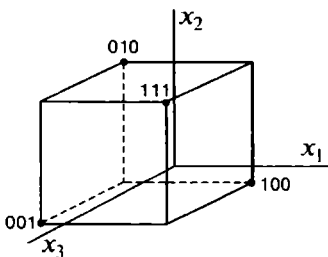


Рис. 85. Сигнальные точки симплексного кода в трехмерном пространстве

010

111

100

001

Добавим каждому кодовому слову справа по символу 1.

Получим следующий ансамбль двоичных ортогональных кодовых слов:

0101

1111

1001

0011

Каждая пара кодовых слов имеет ровно половину совпадающих символов и половину не совпадающих символов, что при перемножении напряжений двух кодовых слов и интегрирования (суммирования) полученного напряжения даст нуль (коэффициент корреляции $\rho = 0$).

Хэммингово расстояние между любой парой ортогональных кодовых слов, полученных выше, равно двум.

Задача 96. Число кодовых слов троичного кода при фиксированном временном положении нулевого символа (рис. 86) равно $2^2 = 4$. Число возможных положений нулевого символа есть число сочетаний из трех по одному $C_3^1 = 3$. Итого, число кодовых слов ансамбля равно $M = 2^2 C_3^1 = 12$.

На рис. 86, а показаны два ближайших кодовых слова. Радиус сферы, на поверхности которой лежат концы

кодовых слов троичного кода, есть $r = \sqrt{\sum_{i=1}^3 U_i^2} = \sqrt{2} U_c$.

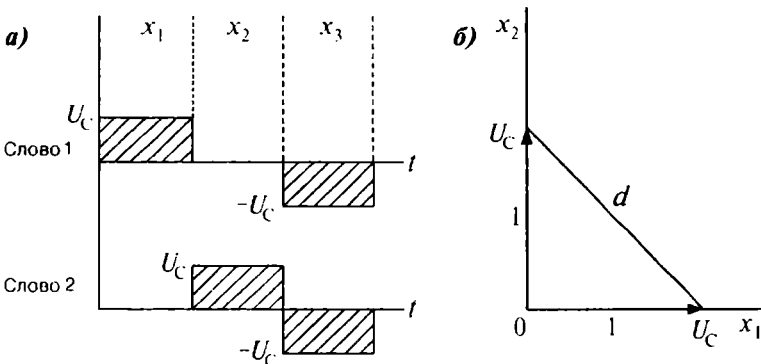


Рис. 86. Два ближайших кодовых слова троичного кода для трехмерного пространства:

а) как функции времени; б) в отличающихся координатах x_1, x_2 для вычисления расстояния d между кодовыми словами

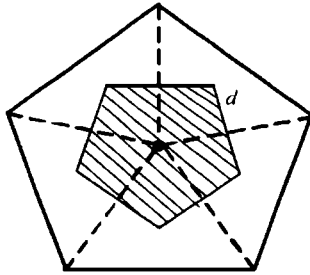


Рис. 87. Зона сигнала для сигнальных точек икосаэдра

Из рис. 86, б расстояние между ближайшими сигналами $d = \sqrt{2}U_c$ и отношение $d/r = 1$. Коэффициент плотности укладки кодовых слов $M(d/r)^2 = 12$.

Найдем величину d/r икосаэдра и сравним эту величину найденную для троичного кода.

На рис. 87 показана зона сигнала для одной сигнальной точки икосаэдра. Заштрихованная площадь зоны сигнала равна $S = 4\pi r^2/12$, где r — радиус сферы, на поверхности которой лежат сигнальные точки (вершины) икосаэдра.

Расстояние d между сигнальными точками найдем, заменив сферический пятиугольник плоским.

Получим

$$d \approx 2r \sqrt{\frac{\pi}{15} \operatorname{tg} 54^\circ} \approx 1,074r$$

и $d/r = 1,074 \approx 1$, что совпадает с параметрами троичного кода.

На основании полученных результатов можно сделать заключение, что рассмотренный выше троичный код является оптимальным кодом поверхностно-сферической укладки трехмерного пространства.

Задача 97

1. Троичный код с одним нулевым символом имеет число кодовых слов при $n = 5$ $M = 2^4 \cdot C_5^1 = 80$.

Два возможных ближайших кодовых слова показаны на рис. 88, а.

Аналогично показаны возможные ближайшие кодовые слова для троичного кода с двумя нулевыми символами (рис. 88, б) и тремя нулевыми символами (рис. 88, в). Для всех троичных кодов рис. 88 расстояние между ближайшими сигналами, как видно из рис. 88, равно $d = \sqrt{2}U_c$.

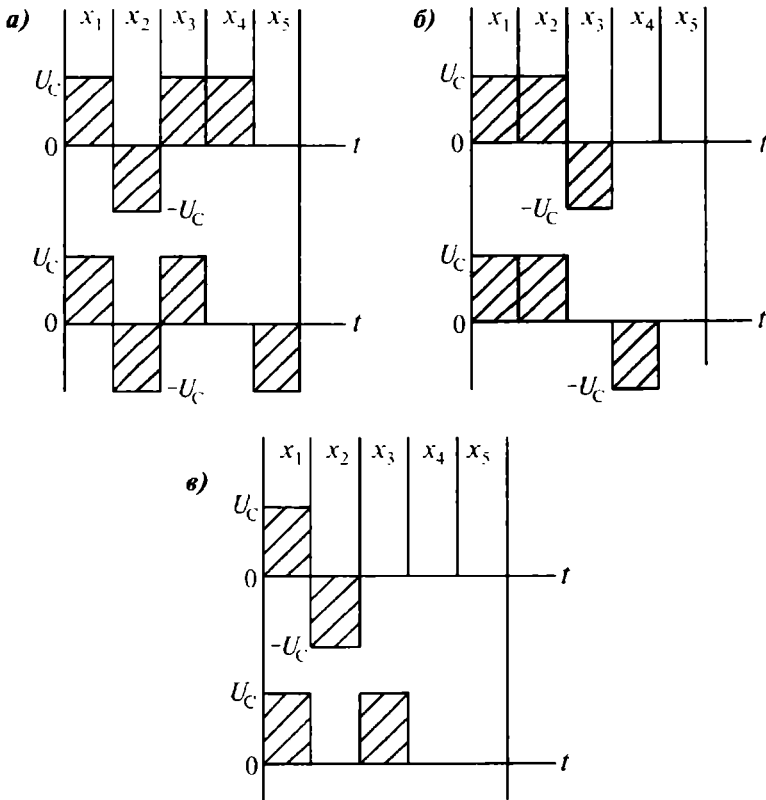


Рис. 88. Примеры двух ближайших сигналов троичного кода: а) для одного нулевого символа; б) для двух нулевых символов; в) для трех нулевых символов

Для троичного кода с одним нулевым символом радиус сферы на поверхности которой лежат сигнальные точки кодовых слов, равен $r = \sqrt[4]{\sum_{i=1}^4 U_c^2} = 2U_c$. Тогда отношение $d/r = 1/\sqrt{2}$ и величина $M(d/r)^2 = 40$.

2. Для троичного кода с двумя нулевыми символами получим:

$$M = 2^3 C_3^2 = 80, \quad r = \sqrt{3}U_c, \quad d = \sqrt{2}U_c \quad \text{и} \quad M(d/r)^2 = 53,3.$$

3. Для троичного кода с тремя нулевыми символами получим:

$$M = 2^2 C_3^3 = 40, \quad r = \sqrt{2}U_c, \quad d = \sqrt{2}U_c, \quad M(d/r)^2 = 40.$$

4. Для полноты картины для троичного кода с четырьмя нулевыми символами получим:

$$M = 2 \cdot C_3^1 = 10, \quad r = U_c, \quad M(d/r)^2 = 20.$$

Из рассмотренных троичных кодов при $n = 5$ с одним, двумя и тремя нулевыми символами при одном и том же расстоянии между ближайшими кодовыми словами наибольшее число возможных кодовых слов имеет троичный код с двумя нулевыми символами, который и следует считать оптимальным.

Задача 98

Наименование кода	Сверточный					
	$r_k = 7/8$	$r_k = 3/4$	$r_k = 1/2$	$r_k = 7/8$ плюс РС	$r_k = 3/4$ плюс РС	$r_k = 1/2$ плюс РС
E_6/N_0 , дБ	7,86	6,64	5,64	5,3	4,0	3,07
η_k в раз	1,84	2,43	3,06	3,3	4,47	5,53
k/n	0,875	0,75	0,5	0,82	0,7	0,47
$C = \eta_k k/n$	1,61	1,82	1,53	2,7	3,1	2,6

Оптимальный сверточный код имеет скорость кодирования $r_k = 3/4$. Оптимальный каскадный код должен использовать внутренний сверточный код со скоростью кодирования $3/4$.

Задача 99. Оптимальный код БЧХ есть (64, 45).

Глава 9

Задача 100. В уравнении $-\frac{dP_C}{dx} = \mu P_C$ разделяем переменные $\frac{dP_C}{P_C} = -\mu dx$ и интегрируем обе части равенства

$$\int_{P_{C0}}^{P_C} \frac{dP_C}{P_C} = -\mu \int_0^x dx. \text{ Отсюда получаем } \ln P_C - \ln P_{C0} = -\mu x,$$

$$\ln \frac{P_C}{P_{C0}} = -\mu x, \frac{P_C}{P_{C0}} = e^{-\mu x} \text{ и окончательно } P_C = P_{C0} e^{-\mu x}.$$

Перейдем к децибелам:

$$10 \lg \left(\frac{P_{C0}}{P_C} \right) = \mu x \lg e = 0,434 \mu x = \gamma_{\Pi} x,$$

где погонное поглощение сигнала $\gamma_{\Pi} = 0,434 \mu$ дБ/м.

Если x измеряется в км, то $\gamma_{\Pi} = 434 \mu$ дБ/км.

Задача 101. Образует сферу с центром в точке расположения передающей антенны и радиусом r . Из закона сохранения энергии можно утверждать, что для свободного пространства без потерь мощность, проходящая через поверхность сферы площадью $4\pi r^2$ равна излучаемой мощности P_{Π} . Тогда плотность потока мощности, проходящая через площадку площадью 1 м^2 на расстоянии r от передающей антенны равна $p = \frac{P_{\Pi}}{4\pi r^2}$.

Задача 102

$d, \text{ м}$	1,5	2,4	4,8	7	12
$G, \text{ дБ}$	37,3	41,3	47,4	50,6	55,3

Задача 103

1. Коэффициент усиления антенны ретранслятора КА с глобальным лучом $17^\circ \times 17^\circ$ равен 19,8 дБ.
2. Коэффициент антенны ретранслятора с шириной диаграммы направленности $5^\circ \times 11^\circ$ равен 27 дБ.

3. Прямоугольная апертура $10 \text{ см} \times 20 \text{ см}$ на частоте 10 ГГц ($\lambda = 3 \text{ см}$) создает диаграмму направленности $21^\circ \times 10,5^\circ$ и имеет коэффициент усиления 21 дБ .

Задача 104. Пусть на длине трассы l_z при распространении сигнала в зенит ослабление сигнала составило $L_{AZ} \text{ дБ}$. Длина наклонной трассы распространения сигнала при угле места α будет равна $l_z/\sin\alpha$ и ослабление сигнала на наклонной трассе будет равно $L_A = L_{AZ}/\sin\alpha$, дБ.

Температура шумов атмосферы определяется выражением $T_A = 275(1 - 1/L_A)$, где L_A дается в разгах.

Для исходных данных задачи получим

$$L_A = \frac{0,06}{\sin\alpha} = \begin{cases} 0,69 \text{ дБ}, & \alpha = 5^\circ \\ 0,345 \text{ дБ}, & \alpha = 10^\circ \end{cases}$$

$$T_A = \begin{cases} 40,4 \text{ К}, & \alpha = 5^\circ \\ 21 \text{ К}, & \alpha = 10^\circ \end{cases}$$

Задача 105. Ответ: а) $T_d = 247,5 \text{ К}$; б) $T_d = 274,7 \text{ К}$.

Задача 106. Ответ: да, можно уменьшить диаметр апертуры антенны в $\sqrt{2}$ раз. Но при этом необходимо увеличить мощность передатчика наземной станции в 2 раза для сохранения той же самой ЭИИМ станции.

Задача 107. Для расчета энергетического потенциала радиолинии «Космос–Земля» и требуемых параметров наземной станции используем выражение

$$P_n G_n = \left(\frac{4\pi r}{\lambda} \right)^2 - 228,6 - \frac{G_{np}}{T} + h^2 + R + L, \text{ дБ.}$$

Из этого выражения необходимо определить требуемый коэффициент усиления приемной антенны и затем диаметр антенны.

Определим численные значения параметров, входящих в уравнение:

- $$G_{\Pi} = 44,44 - 10 \lg \theta_{01} - 10 \lg \theta_{02} =$$

$$= 44,44 - 10 \lg 5^{\circ} - 10 \lg 10^{\circ} = 27,4 \text{ дБ.}$$

Это — коэффициент усиления антенны в максимуме в центре зоны обслуживания. Наша наземная станция находится на краю зоны обслуживания, где принимаем, что коэффициент усиления антенны КА на 3 дБ меньше и равен 24,4 дБ. Для одной станции на ее рабочей частоте выделяется излучаемая мощность 0,02 Вт = -17 дБВт. Тогда ЭИИМ

$$P_{\Pi} G_{\Pi} = 24,4 - 17 = 7,4 \text{ дБВт};$$

- для угла места наземной станции 5° получаем дальность связи $r = 40\,000$ км и для частоты радиолинии вниз 4 ГГц ($\lambda = 7,5$ см) получаем $\left(\frac{4\pi r}{\lambda}\right)^2 = 196,5$ дБ;
- шумовая температура приемной системы

$$T = T_{\Lambda} + \frac{(1 - \eta_{\Phi}) T_0}{\eta_{\Phi}} + \frac{T_{\text{ПР}}}{\eta_{\Phi}}.$$

T_{Λ} — шумовая температура антенны, $T_{\Lambda} = \eta_{\Lambda} T_{\text{я}}$, где принимаем, что $\eta_{\Lambda} = 0,75$, $T_{\text{я}} \approx T_{\Lambda}$, где шумы атмосферы T_{Λ} при угле места 5° равны 30 К, космическими шумами можно пренебречь. Шумами Земли, принимаемыми боковыми лепестками диаграммы направленности, пренебрежем, считая уровень боковых лепестков малым. Тогда $T_{\Lambda} \approx 23$ К.

Потери в фидере положим равными 0,3 дБ, что дает значение $\eta_{\Phi} = 0,93$. Положим $T_0 = 290$ К, $T_{\text{ПР}} = T_{\text{МШУ}} = 40$ К. Тогда

$$T = 23 + \frac{1 - 0,93}{0,93} \cdot 290 + \frac{40}{0,93} = 90 \text{ К} \approx 100 \text{ К} = 20 \text{ дБК};$$

- для вероятности ошибки на бит 10^{-6} и кода без избыточности $h^2 = 10,5$ дБ + $L_{\text{ДЕМ}}$, где $L_{\text{ДЕМ}}$ — потери сиг-

нала в демодуляторе приемника за счет шумов, вносимых системой синхронизации по несущей и фазовых шумов. Принимаем $h^2 = 11$ дБ;

- $R = 64$ кбит/с = 48 дБ;
- потери L в радиолинии складываются за счет переизлучения шумов радиолинии вверх (~ 1 дБ), перекрестных помех в ретрансляторе ($\sim 0,3$ дБ для выбранного квазилинейного режима усилителя мощности ретранслятора), рассогласования поляризационных характеристик антенны ретранслятора и наземной станции ($\sim 0,25$ дБ), неточности наведения антенны наземной станции на КА ($\sim 0,25$ дБ). Итого, положим $L = 1,8$ дБ.

Результат расчета:

$$G_{\text{ПР}} = -P_{\text{П}}G_{\text{П}} + \left(\frac{4\pi r}{\lambda}\right)^2 + T + h^2 + R + L =$$

$$= -7,4 + 196,5 - 228,6 + 20 + 11 + 48 + 1,8 = 41,3 \text{ дБ.}$$

Имеем $G_{\text{ПР}} = k_{\text{ИП}}\pi^2\left(\frac{d}{\lambda}\right)^2$. Отсюда $d = \frac{\lambda}{\pi}\sqrt{\frac{G_{\text{ПР}}}{k_{\text{ИП}}}}$. Для $G_{\text{ПР}} = 41,3$ дБ = $1,35 \cdot 10^4$, $k_{\text{ИП}} = 0,6$ получим $d = 3,6$ м.

Задача 108. При всенаправленных передающих и приемных антеннах $G_{\text{П}} = \text{const}$ и $G_{\text{ПР}} = \text{const}$.

Тогда $P_{\text{С}} = \text{const} \cdot \lambda^2$ и более выгодными энергетически будут более низкочастотные диапазоны частот, в частности метровый диапазон волн из числа перечисленных.

Задача 109. В выражении (3) следует положить $S_{\text{ПР}} = \text{const}$. Тогда $P_{\text{С}} = \text{const} \cdot G_{\text{П}}$, где коэффициент усиления передающей антенны при фиксированной апертуре растет с увеличением частоты как f^2 , т.е. $P_{\text{С}} = \text{const} \cdot f^2$, т.е. наиболее выгодными энергетически оказывается наиболее высокочастотные диапазоны частот, т.е. оптический. Однако на частотах более 10 ГГц растет ослабле-

ние радиосигнала в дожде. Это ослабление растет быстрее чем f^2 , так что наиболее выгодными энергетически оказываются диапазоны частот 11–15 ГГц.

Задача 110. Из решения задачи № 4 разность хода лучей определяется выражением $\Delta r = 2h^2/r$. Для $h = 10$ м, $r = 20$ км, $\Delta r = 1$ см. Тогда $\varphi = \frac{2\pi\Delta r}{\lambda} + \pi = \frac{2\pi}{3} + \pi$ или 300° . Амплитуда суммарного прямого и отраженного сигналов есть $U = 2U_c \sin 15^\circ = 0,26U_c$, что дает потери в принимаемой мощности сигнала $L = 20 \lg \frac{U_c}{U} = 11,7$ дБ.

Задача 111. При связи с мобильным терминалом вектор отраженного сигнала все время вращается относительно вектора прямого луча. В наихудшем случае фаза отраженного сигнала сдвинута на 180° относительно фазы прямого луча. В этом случае амплитуда суммарного сигнала составляет 30% от амплитуды прямого луча, что дает максимальные потери в мощности принимаемого сигнала $20 \lg \left(\frac{100}{30} \right) = 10,5$ дБ.

Задача 112. Дальность связи для гладкой сферической Земли определяется выражением $r = 3,57(\sqrt{H} + \sqrt{h})$, км, где высота подъема аэродромной антенны h и высота

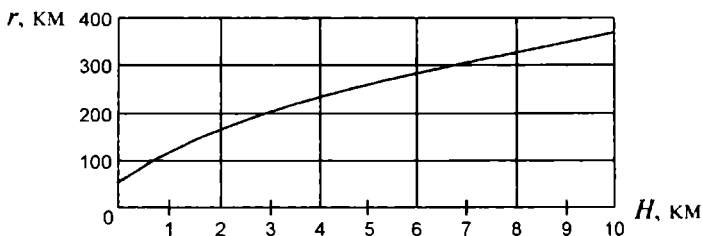


Рис. 89. Дальность связи с самолетом в зависимости от высоты полета самолета

полета самолета H даны в метрах. Для $h = 15$ м график зависимости дальности связи с самолетом в зависимости от высоты его полета представлен на рис. 89.

Задача 113. Вначале определяем высоту подъема антенн $h_1 = h_2 = h_0$ для нулевого просвета трассы из уравнения $r = 3,57(\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}) = 7,14\sqrt{h_0}$.

Для $r = 50$ км получаем $h_0 = 49$ м ≈ 50 м.

Радиус первой зоны Френеля $F_1 = 25$ м.

Окончательно высоты подъема антенн должны быть $h = h_0 + F_1 = 75$ м.

Задача 114. Ослабление сигнала в дожде определяется выражением $L_{\text{д}} = \gamma_{\text{д}} l_{\text{э}}$. Определим $\gamma_{\text{д}} = 0,07I^{1,07}$, где $I = 30$ мм/ч. Получим $\gamma_{\text{д}} = 2,66$ дБ/км.

$$l_{\text{э}} = \frac{r}{1+r/35e^{-0,015r}} = \frac{r}{1+0,045r}, \quad L_{\text{д}} = \frac{2,66r}{1+0,045r}, \text{ дБ.}$$

График величины $L_{\text{д}}$ представлен на рис. 90.

Из рис. 90 следует, что длина интервала между радиорелейными станциями не должна превышать 23 км.

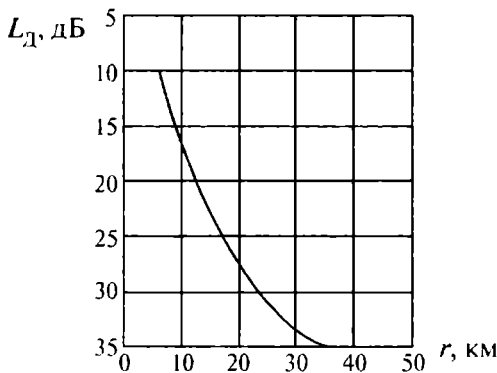


Рис. 90. Ослабление сигнала в дожде на частоте 19,7 ГГц

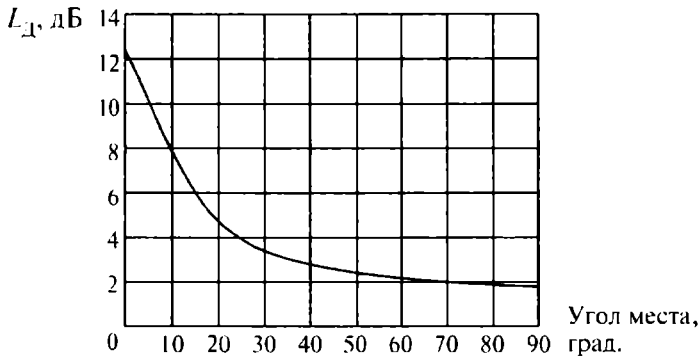


Рис. 91. Поглощение радиосигнала в дожде $I = 6$ мм/ч в спутниковой радиолинии на частоте 20 ГГц

Задача 115. Находим удельное поглощение радиосигнала в дожде по формуле $\gamma_d = aI^b$, где для частоты 20 ГГц, $a = 0,07$, $b = 1,07$. Получим $\gamma_d \approx 0,476$ дБ/км.

Воспользуемся кривой эквивалентной длины трассы из рис. 36, полагая $I = 6$ мм/ч ≈ 5 мм/ч. Тогда получим требуемую зависимость поглощения радиосигнала от угла места наземной станции, показанную на рис. 91.

Задача 116. На максимальной дальности полета самолета следует принять угол места наземной станции равным нулю и воспользоваться кривыми эквивалентной длины трассы в дожде для спутниковых радиолиний (рис. 36). Из решения задачи № 115 берем значение $\gamma_d = 0,5$ дБ/км и для $l_{\text{э}} = 25$ км получаем $L_d = 12,5$ дБ.

Глава 10

Задача 117. Число бит на периоде m -последовательности равно $N = 2^m - 1 \approx 2^m$.

Длительность одного бита m -последовательности $\tau = 1/2,048 \cdot 10^6 \approx 0,5$ мкс.

Тогда период m -последовательности будет равен

$$T_{\Pi} = N\tau = 2^{64} \cdot 5 \cdot 10^{-7} \text{ с} \approx 5 \cdot 10^{12} \text{ с} \approx 1,6 \cdot 10^5 \text{ лет},$$

где было использовано соотношение $2^m = 10^{\text{mlg}2} = 10^{0,3m}$.

Задача 118. Число избыточных бит r для каждой команды (или группы команд) определяется из уравнения $(1/2)^r \leq 10^{-9}$ или $10^{-0,3r} = 10^{-9}$. Отсюда $r = 30$.

Для защиты командного приемника от приема ранее переданных команд, ретранслируемых противником, можно предложить нумерацию каждой команды со стиранием принятых команд с предыдущими номерами или с каждой командой передавать текущее время, если в радиолинии используется система единого времени.

Задача 119. Обеспечивать имитозащиту засекреченного телефонного сигнала не требуется, поскольку вероятность того, что случайная последовательность бит, сформированная противником, превратится в осмысленную речь ничтожно мала.

Задача 120. Время запаздывания ретранслированного сигнала составляет $\tau_3 = \Delta r/c$, где $\Delta r = 30$ км, c — скорость света. Тогда $\tau_3 = 100$ мкс и время передачи сигнала на одной частоте в режиме ППРЧ не должно превышать $\tau_3 = 100$ мкс.

Задача 121. Коэффициент усиления антенны равен $G_{\text{пх}} = k_{\text{ип}} \pi^2 (d/\lambda)^2$. Для коэффициента использования поверхности антенны $k_{\text{ип}} = 0,6$ получим $G_{\text{пх}} = 50$ дБ. ЭИИМ станции помех $P_{\text{пх}} G_{\text{пх}} = 90$ дБВт.

Задача 122. Для условий задачи уравнение помехозащиты запишется как $P_{\text{с}} G_{\text{с}} = P_{\text{пх}} G_{\text{пх}} + h^2 - B$, дБ, где база псевдощумового сигнала

$$B = \frac{\Delta f}{R} = \frac{36 \text{ МГц}}{2,4 \text{ кбит/с}} = 41,8 \text{ дБ}.$$

Тогда $P_C G_C = 90 + 8 - 41,8 = 56,2$. Для излучаемой мощности сигнала $P_C = 50$ Вт = 17 дБВт получим требуемый коэффициент усиления антенны $G_C = 39,2$ дБ.

Из выражения для коэффициента усиления антенны

$$G_C = k_{\text{ин}} \pi^2 (d/\lambda)^2 \text{ получим } d = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{G_C}{k_{\text{ин}}}}, \text{ где } G_C \text{ берется}$$

в разгах. Для $k_{\text{ин}} = 0,6$, $\lambda = 3,75$ см получим $d = 1,4$ м.

Задача 123. При приеме ПШС совместно с мощными узкополосными помехами можно полосу приемника на промежуточной частоте разделить на 8–16 отдельных полос полосовыми фильтрами с большой прямоугольностью (резким спадом АЧХ вне полосы фильтра по уровню — 3 дБ) и выключать те фильтры, где находится мощная узкополосная помеха. Для этого должен быть предусмотрен измеритель среднего по всем фильтрам уровня напряжения, которое сравнивается с напряжением на выходе каждого фильтра.

Если на выходе фильтра напряжение превышает на заданную величину среднее по всем фильтрам напряжение, этот фильтр выключается.

Задача 124. Из уравнения $k^2(P_C + P_n) = P_0$ при отсутствии помехи коэффициент усиления ствола ретранслятора по мощности есть $k_0^2 = P_0/P_C$. При наличии помехи можно записать

$$k^2 P_C (1 + P_n/P_C) = P_0.$$

$$k^2 P_C = \frac{P_0}{1 + P_n/P_C} \approx \frac{P_0}{P_n/P_C}, \text{ при } P_n \gg P_C.$$

Для коэффициента усиления ретранслятора получим выражение

$$k^2 = \frac{P_0/P_C}{1 + P_n/P_C} = \frac{k_0^2}{1 + P_n/P_C} \approx \frac{k_0^2}{P_n/P_C}; \quad k = \frac{k_0}{\sqrt{P_n/P_C}}.$$

Задача 125. Используем выражение для времени скрытной работы

$$T_{\text{обн}} = \frac{100B}{h_{\text{пор}}^4} \left(\frac{r_p}{r} \right)^4 \left(\frac{d_{\text{п}}}{\lambda} \right)^6 \left(\frac{G}{G_p} \right)^2 \tau_0.$$

На основании исходных данных имеем:

- $B = \frac{262 \cdot 10^6}{2,048 \cdot 10^6} = 128;$
- $h_{\text{пор}}^2 = 50$ (код без избыточности, запас на замириания сигнала) $h_{\text{пор}}^2 = 2500;$
- $\left(\frac{r_p}{r} \right)^4 = \left(\frac{100}{30} \right)^4 = 123;$
- $\left(\frac{d_{\text{п}}}{\lambda} \right)^6 = \left(\frac{150}{5} \right)^6 = 7,3 \cdot 10^8;$
- $G = k_{\text{ип}} \pi^2 \left(\frac{d}{\lambda} \right)^2 = 37 \text{ дБ}$ при $k_{\text{ип}} = 0,6.$
 $G - G_p = 7 \text{ дБ} = 5 \text{ раз}, \left(\frac{G}{G_p} \right)^2 = 25;$
- $\tau_0 \approx 5 \cdot 10^{-7} \text{ с}.$

Результат расчета: $T_{\text{обн}} = 5,7 \cdot 10^6 \text{ с} \approx 2 \text{ месяца}.$

При дополнительном уменьшении уровня боковых лепестков передающей антенны на 10 дБ в соответствии с выражением (5) и (6) время скрытной работы увеличивается в 100 раз.

Задача 126. Время скрытной работы радиолинии определяется выражением:

$$T_{\text{обн}} = \frac{100B}{h_{\text{пор}}^4} \left(\frac{r_p}{r} \right)^4 \left(\frac{d_{\text{п}}}{\lambda} \right)^6 \left(\frac{G}{G_p} \right)^2 \tau_0.$$

На основании исходных данных имеем:

- $B = \frac{500 \cdot 10^6}{2,4 \cdot 10^3} = 2,1 \cdot 10^5;$
- $h_{\text{пор}}^2 = 100;$
- $\left(\frac{r_p}{r}\right)^4 = \left(\frac{100}{40000}\right)^4 = 3,9 \cdot 10^{-11};$
- $\left(\frac{d}{\lambda}\right)^6 = \left(\frac{120}{3,75}\right)^6 = 10^9;$
- $\tau_0 = \frac{1}{2,4 \cdot 10^3} = 4,2 \cdot 10^{-4} \text{ с.}$

Результат расчета: $T_{\text{обн}} = 3,4 \text{ с.}$

При дополнительном уменьшении уровня бокового излучения передающей антенны наземного терминала на 10 дБ согласно выражениям (5) и (6) время скрытой работы радиолинии увеличивается в 100 раз и $T_{\text{обн}} \approx 5,7 \text{ мин.}$

Задача 127. Рассмотрим спектр сигнала и шумов на выходе квадратичного детектора, показанный в решении задачи № 13 на рис. 67 в области удвоенной частоты. Из рис. 67 следует, что отношение мощностей сигнал—шум на выходе полосового фильтра с полосой Δf_y в области удвоенной частоты сигнала равно

$$\begin{aligned} \left(\frac{P_c}{P_{\text{ш}}}\right)_{\text{вых}} &= \frac{P_c^2/2}{2P_c N_0 \Delta f_y + N_0^2 \Delta f \Delta f_y} = \\ &= \frac{P_c^2}{2N_0^2 \Delta f \Delta f_y \left(1 + 4 \frac{P_c}{N_0 \Delta f}\right)} \approx \frac{P_c^2}{2N_0^2 \Delta f \Delta f_y}, \end{aligned}$$

где $P_c/N_0 \Delta f \ll 1$.

Из условия $(P_C/P_{\text{ш}})_{\text{вых}} = 50$ находим:

$$\begin{aligned} T_{\text{обн}} &= \frac{1}{\Delta f_y} = \frac{100 N_0^2 \Delta f}{P_C^2} = \frac{100 N_0^2 \Delta f}{P_C^2} \frac{\tau_0^2}{\tau_0^2} = \\ &= 100 \frac{\Delta f \tau_0^2}{h^4} = \frac{100 B}{h^4} \tau_0, \end{aligned}$$

где было положено $P_C \tau_0^2 / N_0^2 = h^4$, где h^2 есть отношение энергии бита к спектральной плотности аддитивных шумов на входе приемника нашей радиолинии (и на входе разведывательного приемника); $\tau_0 = 1/R$, где R — скорость передачи информации.

Также $\Delta f \tau_0 = B$ есть база псевдошумового сигнала.

Задача 128. Согласно исходным данным требуется обеспечить отношение спектральной плотности широкополосного стего-сигнала $N_{0\text{CT}}$ к спектральной плотности аддитивных шумов приемника спутникового ретранслятора N_0 , равное $N_{0\text{CT}}/N_0 = 0,1$.

Запишем: $N_{0\text{CT}} = P_{\text{CT}}/\Delta f$, где P_{CT} — мощность стего-сигнала на выходе приемной антенны ретранслятора. Тогда

$$\frac{N_{0\text{CT}}}{N_0} = \frac{P_{\text{CT}}}{N_0 \Delta f} = \frac{P_{\text{CT}}}{N_0 \Delta f} \cdot \frac{R_{\text{CT}}}{R_{\text{CT}}} = \frac{P_{\text{CT}} \tau_{\text{CT}}}{N_0} \cdot \frac{R_{\text{CT}}}{\Delta f} = 0,1,$$

где $R_{\text{CT}} = 1/\tau_{\text{CT}}$ есть скорость передачи информации по стего-каналу.

Обозначим $h_{\text{CT}}^2 = \frac{P_{\text{CT}} \tau_{\text{CT}}}{N_0}$ отношение энергии бита к спектральной плотности аддитивных шумов в стего-канале.

Положим, что для вероятности ошибки на бит 10^{-6} в приемнике наземной станции требуется отношение энергии бита к спектральной плотности шумов 6 дБ (сверточное помехоустойчивое кодирование).

Тогда $h_{СТ}^2 + \Delta = 7$ дБ в радиолинии «Терминал–КА» и $h_{СТ}^2 + \Delta = 9$ дБ в радиолинии «Базовая станция–терминал».

Итак, имеем общее выражение для достижимой скорости передачи информации в спутниковой стего-радиолинии:

$$R_{СТ} = 0,1 \frac{\Delta f}{h_{СТ}^2},$$

где $h_{СТ}^2$ берется в разгах.

При $\Delta f = 36$ МГц получаем

$$R_{СТ} = \begin{cases} 720 \text{ кбит/с в направлении «Терминал–КА»;} \\ 450 \text{ кбит/с в направлении «Базовая станция–КА»}. \end{cases}$$

ИЗДАТЕЛЬСТВО «РАДИОСОФТ»

<http://www.radiosoft.ru>

Отдел реализации

тел./факс: (495) 177-4720 e-mail: real@radiosoft.ru

Адрес и телефон для заявок на книги по почте:

109125 Москва, Саратовская ул., д. 6/2,

издательство «РадиоСофт»

тел: (495) 972-3639 e-mail: post@radiosoft.ru

**Издательство «РадиоСофт» выпускает
«КАТАЛОГ ТЕХНИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
ПО ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ, РАДИОЭЛЕКТРОНИКЕ,
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКЕ
И ПРОГРАММИРОВАНИЮ»,**

**в котором представлена профессиональная
и любительская литература
ведущих российских издательств**

Каталог выходит два раза в год — весной и осенью

**Вы можете получить каталог
в бумажном или электронном виде,
заказав его по указанному выше адресу**

б е с п л а т н о !

ТЕПЛЯКОВ Игорь Михайлович

ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ

СБОРНИК ЗАДАЧ

Учебное пособие

Ответственный за выпуск *А. А. Халоян*

Редактор *М. В. Толмачева*

Дизайн обложки *Л. К. Абдраштова*

Компьютерная верстка *О. В. Лукьянова*

Подписано в печать 11.09.2011

Формат 84 × 108/32. Гарнитура NewtonС. Бумага офсетная. Печать офсетная
Печ. л. 7,5. Тираж 500 экз.

Издательское предприятие РадиоСофт
109125, Москва, Саратовская ул., д. 6/2