

51.  
033

514.762.54(071)

И. РАҲМОНОВ

# ЧИЗМА ГЕОМЕТРИЯДАН ГРАФИК ИШЛАР

*Ўзбекистон Халқ таълими вазирлиги  
педагогика институтларининг талабалари  
учун ўқув қўлланма сифатида тавсия  
этилган*

2032811

ЧИТАЛЬНЫЙ ЗАЛ

TEAI KUTUBXONASI  
№ 359.535

Қўлланма педагогика институтларининг бадий-графика ва индустриал педагогика факультетларининг талабалари учун мўлжалланган. Унда чизма геометрия курси бўйича талабалар томонидан мустақил чизиладиган график ишларнинг мазмуни, ҳажми ва уларни чизиш тартиби тўла баён қилинган. Ҳар бир график ишни чизиш учун қисқача назарий билим ва амалий машғулотлар ҳамда такрорлаш учун савол ва машқлар берилган. Сиртдан ўқийдиган талабалар ҳам ҳисобга олинган ҳолда, ҳар бир график ишни чизишлари учун индивидуал вариантлар берилган.

Ушбу қўлланмадан чизма геометрия ва чизмачилик фанлари ўқитиладиган барча олий ва ўрта махсус техника билим юртлари талабалари ҳам фойдаланишлари мумкин.

ЧИЗИШ

2004020000 — 182  
353(04)—96

Р 2004020000 — 182  
353(04)—96 135—95

© «Ўқитувчи» нашриёти, 1996.

ISBN 5-645-02402-8

## СУЗ БОШИ

Ўқув-график ишларни мустақил чизиш педагогиканинг муҳим талабларидан бири — ўқувчиларга индивидуал ёндашишни амалга оширишдир. Маълумки, ўқувчилар билан индивидуал иш олиб борилганда уларнинг фанга бўлган муносабатига катта таъсир кўрсатиш мумкин. Ўзлаштириши қийинроқ бўлган айрим талабалар билан қўшимча машғулотлар ўтказиш, фанни чуқурроқ ўрганишни хоҳлайдиган талабаларга эса ўзига хос илмийлик томонидан ёндашиш мумкин. Шундай қилиб, индивидуал ёндашишни ўқув-график ишлари орқали амалга ошириб, талабаларнинг берилаётган билимларни ўзлаштиришидаги нуқсонларга чек қўйиш мумкин бўлади.

Ушбу қўлланма талабалар томонидан бажариладиган ўқув-график ишларни тартибга солиш мақсадида ёзилди. Унда ҳар бир график иш учун ўнта индивидуал вариант мисол тариқасида берилди. Бу вариантлардан сиртқи бўлимда ўқийдиган талабалар фойдаланишлари мумкин. Қундузги ва кечки бўлимларда ўқиётганлар учун эса ҳар бир ўқув кафедраларида етарли даражада индивидуал топшириқ вариантлари мавжудлиги ҳам ҳисобга олинди.

Қўлланмада ҳар бир график ишни бажариш тартиби тушунтирилгандан кейин, такрорлаш учун саволлар ва мустақил ечиш учун машқлар берилган.

Мазкур қўлланмада баён қилинган ўқув-график ишлар Низомий номидаги Тошкент Давлат педагогика институтининг Чизма геометрия ва чизмачилик кафедрасида кўп йиллардан бери ўқитиш жараёнида муайян тизимга келтирилган. Қўлланмани ёзишда билдирган қимматли фикрлари учун қўлланма муаллифи мазкур кафедра ўқитувчиларига, шунингдек, Тошкент тўқимачилик ва енгил саноат институтининг доценти Э. Собитовга, Тошкент қишлоқ хўжалигини ирригациялаш ва механизациялаш инженерлари институтининг профессори Ш. Муродовга, республика Таълим марказининг чизмачилик фани бош методисти А. Умронхўжаевга миннатдорчилик билдиради.

## УМУМИЙ МАЪЛУМОТ

Чизмачиликка оид дарсликнинг услубий тузилиши ўқув материалларини ўзлаштиришга, идрок қилиш активлигини оширишга, мустақил билим олишга, хотирани ўстиришга, қизиқувчанликни тарбиялашга қаратилган бўлади. Лекин ўқув-график ишлар системасини белгилаш дарсликнинг вазифасига кирмайди. График ишлар ўқув программасида белгиланган бўлиб, ҳар бир ўқув жойидаги тегишли кафедра илмий-методик кенгаши уларнинг ҳажми ва мазмунини аниқлаб, системага солади. Ҳар бир график ишни чизишга сарф қилинадиган вақт ва топшириш муддатини белгилайди.

График иш нима? Графика сўзининг маъноси бажарилган расм, чизма демакдир. Чизма геометрия ва чизмачиликда чизиладиган барча ишлар *график ишлар* дейилади. График ишларга дарс жараёнида мавзуну тушунтиришдаги чизмалар, масалани ечишдаги чизмалар, савол-жавоб давридаги чизмалар, чизманинг графикавий шартини кўчириб чизиш, талабанинг узи мустақил бажарадиган чизмалар киради.

График ишларни индивидуал бажариш талабаларда чизиш маҳоратини ўстиради, дарсларда олган билимларини такомиллаштиради. Чизмаларни чизиш пайтида чизиш асбоблари соз бўлишини таъминлаш билан бирга, улардан унумли фойдаланиш, ҳар бир геометрик ясашларни ўзлаштирилган билимларни татбиқ қилган ҳолда кунт билан чиза билиш талаб қилинади. Демак, график иш талабада қўл маҳоратини ўстиради, чизиш асбобларидан оқилана фойдаланишни ўргатади, фикрлаш, сезгирликни ривожлантириш билан бир қаторда фазовий тасаввур қилиш қобилиятини тарбиялайди.

Чизмаларни чизишда улар ифлосланиб кетмаслиги учун озодалик ва эҳтиёткорликка риоя қилиниши лозим. Чизмаларни аниқ чизиш талаб қилинади. Чизик турлари, ўлчамлар ва бошқа стандарт талабларни тўғри қўллаш муҳим ҳисобланади. Шу йўсинда озодаликка риоя қилиш, сезгирлик, аниқ ва кунт билан ишлаш каби хислатлар тарбияланади.

Чизма чизиш мураккаб жараён ҳисобланиб, чизувчидан сабр-тоқат ва кунт билан ишлашни талаб қилади. Чизманинг сифати чизувчининг қўл сезгисига боғлиқ бўлади. Чизмаларни тоза ва чиройли қилиб чизишда, асосан, қўл сезгиси катта аҳамиятга эга. Чизиладиган бир хил турдаги чизиклар бир хил йўғонликда, бир текис қилиб чизилиши керак. Инсонда қўл сезгиси яхши ривожланган бўлса, қўлига олган қаламинни қоғоз

устида маҳорат билан юргиза олади. Инсоннинг қўл сезгисини текшириш учун қалам учи ингичка қилиб чиқарилади ва чизгич ёрдамида бир нечта чизик чизиш сўралади. Шунда чизилган чизикларнинг кўпчилиги бир хилда чиқса, унинг қўл сезгиси яхши ривожланган бўлади.

Баъзи одамларнинг қўл сезгиси нисбатан ривожланмаган бўлади. Улар қаламнинг учи ингичка ёки йўғонроқ қилиб очилганидан қатъи назар, қаламни бир хилда босиб чизишади. Шунда ингичка қилиб очилган қаламнинг учи синиб кетади. Бу ерда ингичка қаламни оҳиста босиб чизиш кераклигига аҳамият берилмайди. Мунтазам равишда ингичка учли қалам билан чизишни машқ қилиб туриш орқали қўл сезгисини ошириш мумкин.

Турли жисмоний меҳнат жараёнидан кейин қўл сезгиси пайсаиб кетади, бунда чизмаларни чизиш бирмунча қийинлашини ҳам ҳисобга олиш тавсия этилади.

Талабаларда график билимларни шакллантириш ўқув жараёни билан чамбарчас боғлиқ бўлади. Ўқув жараёнида талабаларнинг ўзига хос хусусиятларини ҳисобга олиб дарс ўтиш имконияти ўқув-график ишларни бажаришга индивидуал ёндашишдагидан юқори бўлмайди. Шунинг учун ўқитувчи талабалар билан дарс жараёнида фойдаланолмаган имкониятларини график иш даврида амалга ошириши мумкин. Лекин, кўпчилик кузатишларга асосланиб шуни таъкидлаш мумкинки, талабалар асосий билим ва кўникмаларни ўқув-график ишларни бажариш орқали эгаллайдилар. Шунингдек, талабалар кўшимча билим ва кўникмаларни фақат график ишларни мустакил чизиш орқали эгаллашади деб дарс жараёнини унутиб қўймаслик ҳам керак. Талабалар назарий билим асосларини дарсларда ўзлаштиришлари лозим. Чунки ҳар бир мавзунинг ўзига хос нозик томонлари график ишларни чизишда талабалар томонидан бир хилда идрок қилинавермайди. Бунинг асосий сабаблари сифатида кўпчилик ўқитувчилар дарсни график ишларни қандай бажариш кераклиги тўғрисидаги тушунча бериш билан бошлаши, сўнгра қолган вақтни фақат график ишларни текшириш билан ўтказишини, битта индивидуал график иш ўтилган мавзудаги барча маълумотларни ўз ичига ололмаслиги ҳамда билим асосларини ҳар бир дарсда мукамал бериб боришдек одатдаги тамойил бузилганлигини кўрсатиш мумкин.

Дарслар талабаларга фан асосларини бериш, уларда билим ва кўникмаларни идрок қилишга одатлантиришдан иборат бўлиши, график ишларни эса дарсдан ташқари вақтда текшириш ва маслаҳатлар бериш лозим. Шундай қилинганда талабалар асосий билимларни дарс жараёнида эгаллаб, уларни мустаҳкамлаш учун индивидуал график ишларни қийналмай бажаришади.

Энди ўқув-график ишларни текширишни ташкил қилиш тўғрисида фикр юритамиз. График ишларни текширишни боскич-

ма-босқич амалга ошириш яхши натижа беради. Талабалар график иш ҳажмини ингичка чизиқларда (хомаки) бажариб келганларидан кейин биринчи текширишни ўтказиш мумкин. Бунда талаба чизмани қоғозга қандай жойлаштирганлиги, формат чизиғи, асосий бурчак ва ундаги ёзувлар, сўнгра чизма текширилади. Барча стандарт талабларига риоя қилинган бўлса, қаламда имзо қўйиб, текширилган сана белгиланади ва чизмага «тахт қилишга рухсат» деб ёзиб қўйилади. Агар стандарт талаблари бузилган ва чизмада хатоликлар бўлса, талабага иложи борича тўлиқ тушунча бериш лозим. Талабаларнинг ўзлаштиролмаган билимларини қўшимча машғулот ёки консультация йўли билан ўргатишни ҳар бир ўқитувчи ўзининг бурчи деб тушунмоғи лозим. Хато чизилган чизмага «тузатилсин» деб ёзиб, текширилган сана белгиланади. Мазкур чизма яна бир марта кўздан кечирилиши керак. Шу тартибда талабанинг чизмаси хатодан холи бўлгунча қайта-қайта текшириш, унга хатосини қандай тузатиш мумкинлигини тушунтиришдан эринмаслик керак. Навбатдаги текширишдан кейин имзо қўйиб, текширилган санани белгилаб боришни ҳар бир ўқитувчи ўзига одат қилиб олса, талабалар билан индивидуал иш олиб боришда қайси талабага қандай муносабатда бўлиш, қайси бирига қандай мураккабликдаги график иш вариантини тавсия қилиш, мавзунини умумлаштириб ёки майдалаб тушунтириш имкони яратилади.

Талабаларнинг чизмалари тахт қилингандан кейин иккинчи текширишни ўтказиш мумкин. Бунда стандарт талабларнинг тўлиқ амалга оширилганлиги асосий мақсад қилиб олинади. График иш текширилганда бутун чизма бўйича чизиқ турларига, масалан, контур чизиқларнинг йўғонлиги ва тўқлиги бир хил бўлишига аҳамият берилади. Марказ ва ўқ чизиқларни кўпчилик талабалар стандарт талаби бўйича чизишмайди. Уларни деталь контуридан истаганча узунликда чизиб қўйишади, яъни 3—5 мм дан ортқчасини ўчиришмайди. Ўлчам ва чиқариш чизиқларини ҳам кўпинча стандарт талабида чизишмайди. Шу тартибда чизма диққат билан текширилади ва охирида асосий бурчак ёзуви қандай тўлатилганлиги текширилиб, график ишга баҳо қўйилади.

Чизмаларнинг хатоларини текширишда ва уларни тузатишга ёрдам беришда қаламдан фойдаланилгани маъқул. Чунки талабалар баъзи ўқитувчиларнинг қўлида сиёҳли қаламни кўриб, чизманинг бўялиб кетишидан хавотирда бўлишади. Хато чизилган график ишларга «қайта чизилсин» деб эмас, «тузатиб келинсин» деб ёзиб, имзо ва текширилган санани белгилаб қўйиш мақсадга мувофиқ бўлади.

График ишларни баҳолаш пайтида чизманинг ўз вақтида, яъни белгиланган муддатда топширилганлиги, унинг сифати эътиборга олинади. Хато чизмалар тузатилгандан кейингина баҳоланиши мумкин. Хатолари бор чизмаларни баҳолаш учун қабул қилмаслик тавсия этилади.

Барча ўқув-график ишлар баҳолангандан кейин, альбом кўринишида тикилади ва ўқитувчи томонидан яна бир марта кўздан кечирилади. Шундан кейингина талабалар чизма геометрия ёки чизмачиликдан бўладиган имтиҳонга қўйилади. Бунда ўқитувчи альбомнинг биринчи бетига «имтиҳонга рухсат» деб ёзиб, имзо ва текширилган санани белгилаб қўйишни унутмаслиги керак.

Ҳозирги вақтда имтиҳонлар сонини фанни тўлиқ ўтиб бўлгандан кейин ўтказиш ҳисобига камайтириш талаб қилинмоқда. Шундай бўлса-да, талабалар ўқув-график ишларини ўз вақтида чизиб топширишлари лозим.

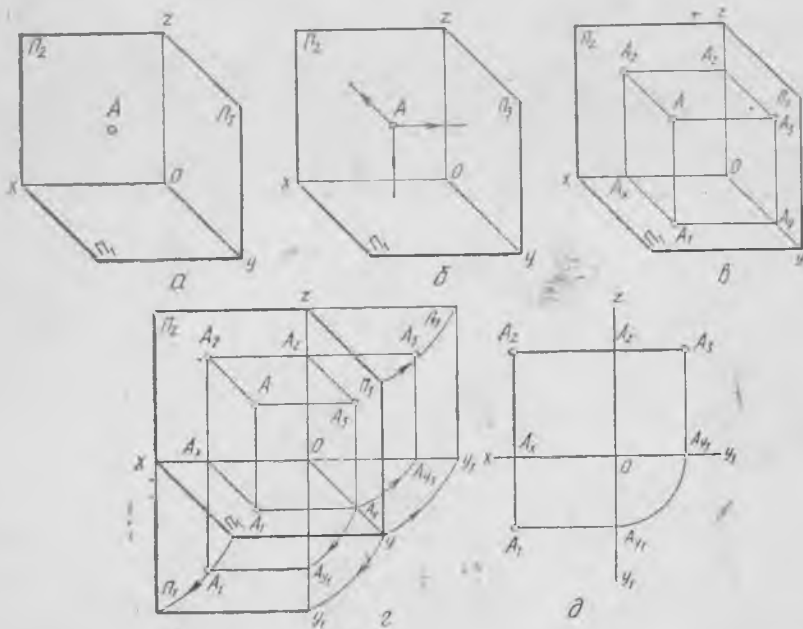
Чунки талаба график ишларни ўқув йили давомида тўлиқ чизмаган бўлса, имтиҳонга киритилмайди. Шунинг учун ҳар бир нарсани ўз вақтида бажаришга одатланиш керак.

# ЧИЗМА ГЕОМЕТРИЯДАН ГРАФИК ИШЛАРНИ ЧИЗИШГА ОИД МЕТОДИК КЎРСАТМАЛАР

## 1. НУҚТАНИНГ ПРОЕКЦИЯЛАРИ

Маълумки, ҳар қандай жисм сиртлардан, сиртлар ўз навбатида тўғри чизиқлардан, тўғри чизиқлар эса, нуқталардан ҳосил бўлади. Шунинг учун биринчи график ишни чизишни бошлашдан олдин нуқталарнинг проекцияларини тасвирлашни кўриб чиқамиз.

Фазода ўзаро перпендикуляр жойлашган учта проекциялар текисликлари: горизонтал —  $\Pi_1$ , фронтал —  $\Pi_2$ , профил —  $\Pi_3$  текисликлардан ташкил топган системада (1-шакл) бирор нуқта берилган бўлса, унинг проекцияларини аниқлаш учун шу нуқтадан проекциялар текисликларига перпендикулярлар ўтказилади. Шу перпендикулярларнинг  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$  ва  $\Pi_3$  текисликлари билан кесишган нуқталари фазодаги нуқтанинг проекциялари ҳисобланади. Масалан,  $A$  нуқта  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$  ва  $\Pi_3$  системада берилган бўлса (1-шакл, а),  $A$  дан  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$  ва  $\Pi_3$  ларга перпендикуляр чизиқлар ўтказилади (1-шакл, б).



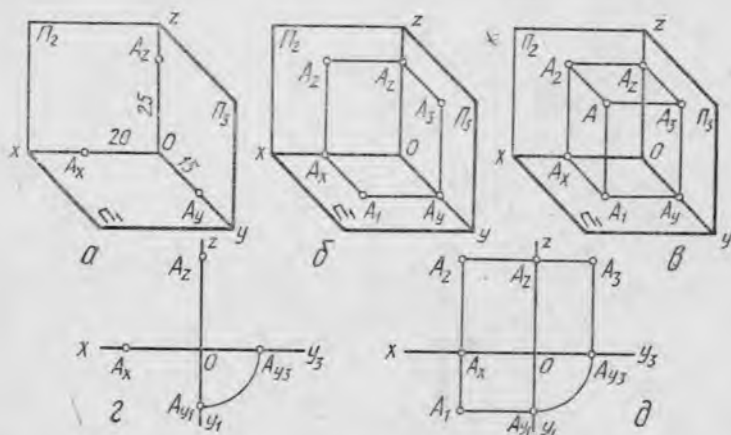
1-шакл.



А дан  $\Pi_1$  га туширилган перпендикуляр  $\Pi_1$  билан  $A_1$  нуқтада кесишмоқда деб белгилаб олинади.  $A_1$  дан  $x$  ва  $y$  ўқларга перпендикуляр чизиқлар ўтказиб, мазкур ўқлар билан кесишадиган нуқталарни  $A_x$  ва  $A_y$  деб белгиланади (1-шакл, в). Энди  $A_x$  ва  $A_y$  лардан  $\Pi_2$  ва  $\Pi_3$  текисликларда  $z$  ўқига параллеллар чизиб,  $A$  дан  $\Pi_2$  ва  $\Pi_3$  ларга ўтказилган перпендикулярларда  $A_2$  ва  $A_3$  проекциялар аниқланади (1-шакл, з). Бу ерда  $A_1$  — нуқтанинг горизонтал,  $A_2$  — фронтал ва  $A_3$  — профил проекцияси.

$\Pi_1$ ,  $\Pi_2$  ва  $\Pi_3$  текисликлар системасининг фазовий кўринишини текис чизма, яъни эпюрга ўтказиш учун  $\Pi_2$  текислик ўз ўрнида қўзғалмас деб қабул қилинади ва  $\Pi_1$  ни  $x$  ўқ атрофида юқоридан пастга,  $\Pi_3$  ни  $z$  ўқ атрофида чапдан ўнгга  $90^\circ$  бурчакка  $\Pi_2$  билан битта текислик ҳосил қилгунча айлантирилади (1-шакл, д). Шунда  $A_2$  нинг остида  $A_1$ , унинг ўнг томонида  $A_3$  ётади. Одатда, эпюрда проекциялар текисликларининг чегаралари тасвирланмайди, проекциялар текисликларини координата ўқлари ажратиб туради. Бунда  $y$  ўқи шартли равишда иккига бўлиниб, улардан бири  $\Pi_1$  билан, иккинчиси  $\Pi_3$  билан бирга айланади. Шунинг учун ҳам  $\Pi_1$  билан қолгани  $y_1$ ,  $\Pi_3$  билан ўтиб кетгани эса  $y_3$  деб белгиланмоқда.

$\Pi_1$ ,  $\Pi_2$  ва  $\Pi_3$  системада нуқта координата ўқларининг қийматлари орқали берилиши мумкин. Масалан,  $A$  нуқтанинг координата ўқлари бўйича қийматлари ( $x=20$ ,  $y=15$ ,  $z=25$ ) берилган бўлса, бу сонларни мм ларда координаталар боши  $O$  дан тегишлича  $x$ ,  $y$  ва  $z$  ўқларга ўлчаб қўйилади ва ҳосил бўлган нуқталар  $A_x$ ,  $A_y$ ,  $A$  деб белгиланади. Ушбу ( $A_x$ ,  $A_y$  ва  $A$ ) нуқталар нуқтанинг иккиламчи проекциялари дейилади (2-шакл, з). Энди  $A$  дан  $z$  га,  $A_x$  дан  $x$  га параллел чизиқлар ўтказамиз, бунда  $A$  нинг горизонтал  $A_1$  проекцияси ҳосил бўлади.  $A_x$  дан  $z$  га,  $A_y$  дан  $x$  га параллел чизиқлар чизилса,  $A$  нуқтанинг фронтал  $A_2$  проекцияси,  $A_y$  дан  $z$  га ва  $A_z$  дан  $y$  га парал-

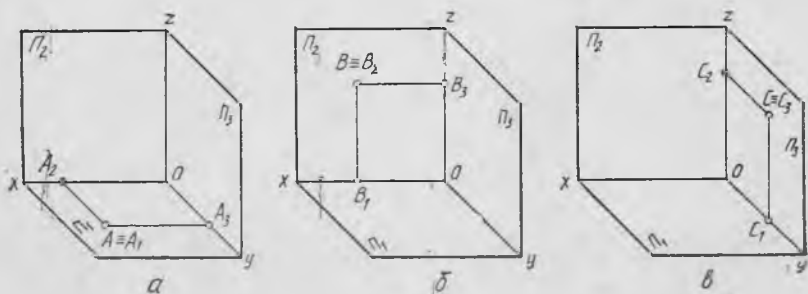


2-шакл.

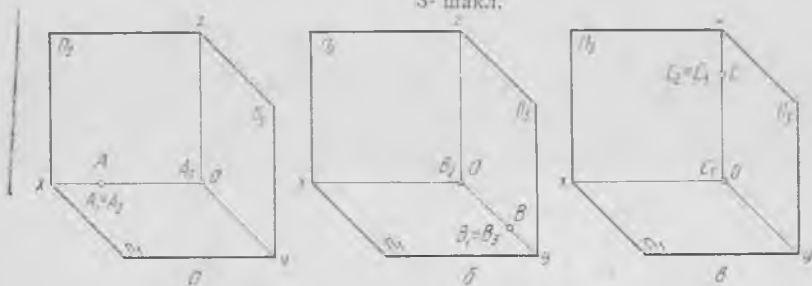
леллар ўтказилса, нуқтанинг профил проекцияси  $A_3$  аниқланади. (2- шакл, б).  $A_1, A_2$  ва  $A_3$  лардан ўз текисликларига нисбатан перпендикуляр чизиқлар чиқарилса, улар битта нуқтада кесишиб, нуқтанинг фазодаги вазияти  $A$  ҳосил бўлади (2- шакл, в).

$A$  нуқтанинг проекцияларини эпюлда аниқлаш учун  $O$  дан  $x, y_1, y_3$  ва  $z$  ларга берилган қийматлар ўлчаб қўйилади (2- шакл, г).  $A_x$  дан  $x$  га,  $A_y$  дан  $z$  га перпендикуляр ингичка чизиқлар,  $A_{y_1}$  ва  $A_{y_3}$  лардан ҳам  $y_1, y_3$  ларга перпендикуляр чизиқлар, проекцияларни боғлайдиган чизиқлар ҳосил қилинади. Бу чизиқлар ўзаро кесишиб, нуқтанинг горизонтал ( $A_1$ ), фронтал  $A_2$ , профил  $A_3$  проекцияларини ҳосил қилади (2- шакл, д).

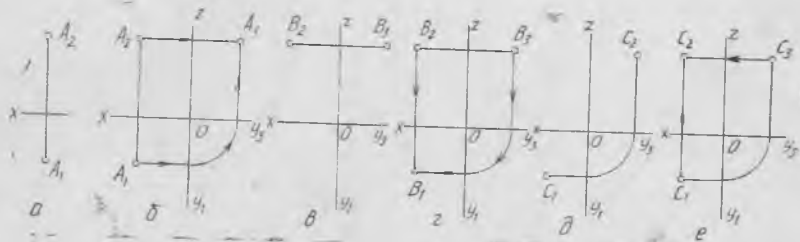
Агар нуқта проекциялар текисликларидан бирида ётса, унинг ўша текисликдаги проекцияси нуқтанинг ўзи билан биргаликда



3- шакл.



4- шакл.



5- шакл.

тасвирланади ва қолган проекциялари тегишли координата ўқларига проекцияланади (3- шакл, а-в).

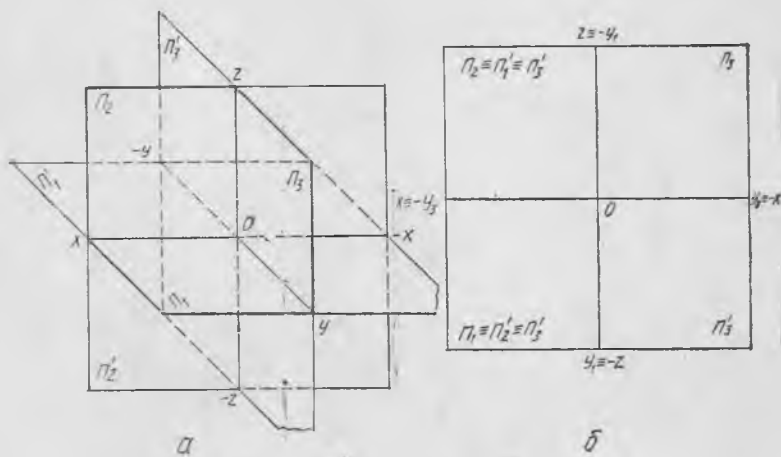
Агар нуқта координата ўқларидан бирида жойлашган бўлса, унинг иккита проекцияси шу нуқтанинг ўзи билан қўшиб тасвирланади ва учинчи проекцияси эса координата боши  $O$  нуқтага проекцияланади (4- шакл, а-в).

Эпюрда нуқтанинг иккита проекцияси берилган бўлса (5- шакл, а), унинг учинчи проекциясини аниқлаш учун олдин координата ўқлари  $y_1$ ,  $y_3$  ва  $z$  лар ўтказиб олинади.  $A_1$  дан  $y_1$  га ча проекцияларни боғловчи чизиқ ўтказилади ва бу чизиқ  $y_3$  га олиб ўтилади ҳамда  $z$  ўққа параллел чизилади. Шунда бу чизиқ  $A_2$  дан  $z$  га перпендикуляр чизилган чизиқ проекцияларни боғловчи чизиқ билан кесишиб изланаётган  $A_3$  проекцияни ҳосил қилади (5- шакл, б). 5-шакл, в, г ларда  $B_2$  ва  $B_3$  берилган, 5-шакл, д, е ларда  $C_1$  ва  $C_3$  лар берилган бўлиб,  $B_1$  ва  $C_2$  лар қандай топилиши кўрсатилган.

### 1.1. Октантлар

$\Pi_1$ ,  $\Pi_2$  ва  $\Pi_3$  системадаги текисликларни 6- шакл, а да тасвирлангандек давом эттирилса, фазо 8 қисмга бўлинади. Бунда ҳар бир қисм *октант* дейилади.  $x$  ўқ горизонтал ва фронтал проекциялар текисликларини ярим текисликларга,  $y$  ўқ профил проекциялар текислигини юқори ва пастки ярим текисликларга ажратади,  $z$  ўқ эса профил проекциялар текислигини олд ва орқа ярим текисликларга ажратади. Орқа ярим текисликлар  $\Pi_1'$ ,  $\Pi_2'$ ,  $\Pi_3'$  каби белгиланади.

Биринчи октант  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$  ва  $\Pi_3$  текисликлардан ҳосил бўлади. Бунда  $x$ ,  $y$ ,  $z$  ўқларнинг ишоралари мусбат. Иккинчи октантда  $\Pi_1'$ ,  $\Pi_2$  ва  $\Pi_3'$  лар қатнашади. Бунда  $x$  ва  $z$  ўқларнинг ишора-



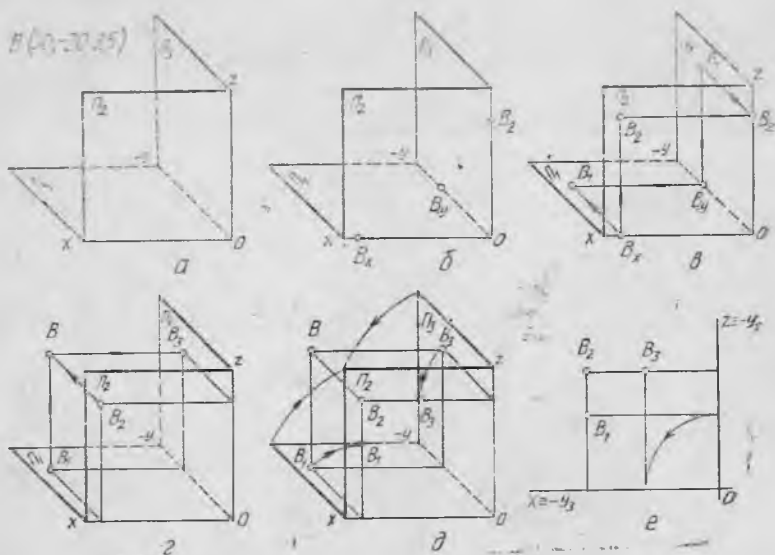
6- шакл.

си мусбат,  $y$  ники эса манфий бўлади. Учинчи октант  $\Pi_1'$ ,  $\Pi_2'$  ва  $\Pi_3$  текисликлардан ҳосил бўлиб,  $z$ ,  $y$  лар манфий,  $x$  ўқ эса мусбат бўлади. Тўртинчи октант  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2'$  ва  $\Pi_3$  текисликлардан иборат бўлиб,  $z$  ўқ манфий ва  $x$ ,  $y$  лар мусбат бўлади.

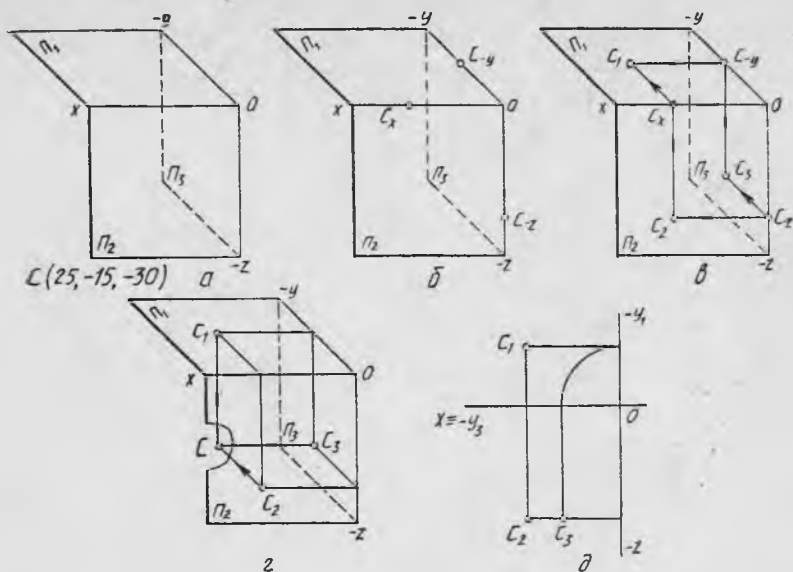
Одатдагидек,  $\Pi_2$  ни ўз ўрнида қолдириб,  $\Pi_1$  ни  $x$  ўқ атрофида пастга,  $\Pi_3$  ни эса  $z$  ўқ атрофида ўнгга айлантирсак,  $\Pi_2$  билан қўшилган битта яхлит текислик ҳосил қилади (6-шакл, б). Шунда орқа ва олдинги ярим текисликлар устма-уст тушади.

Энди иккинчи, учинчи ва тўртинчи октантларни алоҳида-алоҳида ўрганиб чиқамиз. 5—8-октантлар 1—4-октантларнинг ўзгинаси, фақат бунда  $x$  ўқнинг ишораси манфий олинади.

Иккинчи октант (7-шакл, а) биринчи октантнинг орқа томонида жойлашган бўлиб, уларни  $\Pi_2$  текислиги ажратиб туради. Иккинчи октантдаги, масалан,  $B$  нуқта қуйидагича  $B$  ( $x=30$ ,  $y=-20$ ,  $z=25$ ) белгиланади. Мазкур нуқтанинг берилган координата қийматларини тегишли ўқларга қўйиб чиқсак, унинг иккиламчи ( $B_x, B_y, B_z$ ) проекциялари ҳосил бўлади (7-шакл, б). Бу нуқталардан координата ўқларига параллел чизиқлар чизиб, уларни ўзаро кесиштирсак,  $B$  нуқтанинг  $B_1$  горизонтал,  $B_2$  фронтал  $B_3$  профил проекциялари топилади (7-шакл, в).  $B_1, B_2$  ва  $B_3$  лардан ўз текисликларига перпендикулярлар чиқарилса, улар  $B$  нуқтада ўзаро кесишади (7-шакл, г). Бу ерда ҳам эюр ҳосил қилиш учун  $\Pi_2$  ни ўз ўрнида қолдириб,  $\Pi_1$  ни  $x$  ўқ атрофида,  $\Pi_3$  ни эса  $z$  ўқ атрофида айлантирсак, учала текислик битта яхлит текислик ҳолига келади (7-шакл, д, е). Бунда  $\Pi_1$



7-шакл.



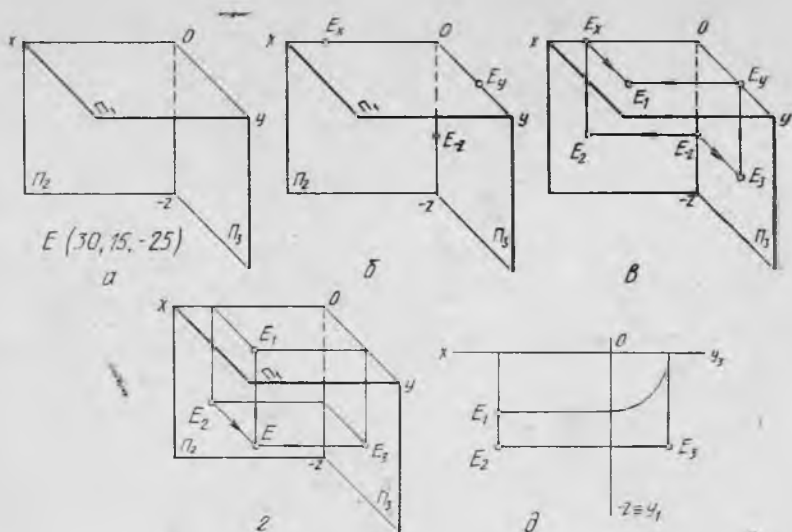
8-шакл.

олдинги ярим текисликни одатдагидек, пастга айлантирганимиз учун  $\Pi_1'$  орқа ярим текислик юқорига кўтарилди.  $\Pi_3$  олдинги ярим текислик  $z$  ўқ атрофида ўнгга бурилгани учун  $\Pi_3'$  орқа ярим текислик чапга айланди. Шунинг учун ҳам иккинчи октантда учала проекция текисликлари битта бўлиб жипслашади. Бу октантда  $x$  ва  $-y_3$  ҳамда  $z$  ва  $-y_1$  координата ўқлари қўшиб тасвирланади.

Учинчи октант (8-шакл, а) иккинчи октантнинг остида жойлашган бўлиб, ундаги  $C$  нуқта қуйидагича  $C(x=25, y=-15, z=-30)$  белгиланади.  $C$  нуқтанинг қийматларини тегишли координата ўқларига қўйиб чиқсак, нуқтанинг иккиламчи проекциялари ( $C_x, C_y, C_z$ ) ҳосил бўлади (8-шакл, б). Нуқтанинг иккиламчи проекцияларидан координата ўқларига параллел чизиқлар ўтказилса, улар ўзаро кесишиб, нуқтанинг горизонтал  $C_1$ , фронтал  $C_2$  ва профил  $C_3$  проекциялари ҳосил бўлади (8-шакл, в).  $C_1, C_2$  ва  $C_3$  лардан ўз текисликларига нисбатан перпендикулярлар чиқарилса, улар  $C$  нуқтада ўзаро кесишади (8-шакл, г).

Эпюр ҳосил қилиш учун  $\Pi_2$  текисликни ўз ўрнида қолдириб,  $\Pi_1$  ни  $x$  ўқ атрофида пастга,  $\Pi_3$  ни ўнгга  $z$  ўқ атрофида айлантирсак, орқа ярим текисликлардан  $\Pi_1'$   $x$  ўқдан юқорида,  $\Pi_3'$  эса  $\Pi_2$  билан жипслашиб қолади (8-шакл, д). Эпюрда учинчи октантда  $-y_3$  ўқ  $x$  билан қўшилади,  $-y_1$  эса  $-z$  нинг давомида ётади.

Тўртинчи октант (9-шакл, а) биринчи октантнинг остида жойлашган. Агар унда бирор  $E$  нуқта берилган бўлса, у қуйи-



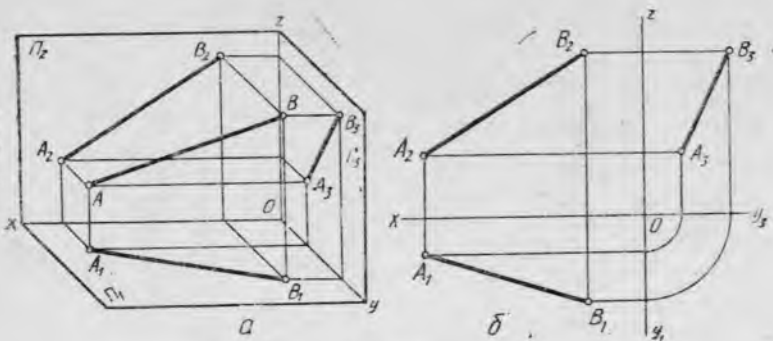
9- шакл.

дагича  $E(x=30, y=15, z=-20)$  белгиланади.  $E$  нуқтанинг қий-  
 матлари тегишли координата ўқларига қўйиб чиқилса, нуқ-  
 танинг иккиламчи проекциялари ҳосил бўлади (9- шакл, б).  $E_x$   
 $\perp z$  у нуқталардан  $x, y, z$  ларга параллел чизиқлар ўтказилса,  
 улар ўзаро кесишиб,  $E$  нуқтанинг горизонтал  $E_1$ , фронтал  $E_2$   
 ва профил  $E_3$  проекцияларини аниқлайди (9- шакл, в). Энди,  $E_1$ ,  
 $E_2$  ва  $E_3$  лардан ўз текисликларига нисбатан перпендикуляр чи-  
 зиқлар чиқарилса, улар  $E$  нуқтада ўзаро кесишади (9-шакл, г).  
 Бу октантда ҳам  $\Pi_2$  текисликини қўзғатмасдан  $\Pi_1$  ни  $x$  ўқ  
 атрофида пасга бурсак,  $y$   $\Pi_2$  билан бирлашиб қолади.  $\Pi_3$  ни  
 $z$  ўқ атрофида ўнгга айлантирсак, тўртинчи октантнинг эпюри  
 ҳосил бўлади (9- шакл, д).

Барча октантларда ҳам нуқтанинг проекциялари ўзаро бир  
 хил боғланади. Нуқтанинг горизонтал ва фронтал проекцияла-  
 ри  $x$  ўққа перпендикуляр, фронтал ва профил проекциялари  $z$   
 га перпендикуляр, горизонтал ва профил проекциялари  $y_1$  ва  
 $y_2$  лар билан узвий боғланган ҳолда бўлади.

## 2. Тўғри чизиқнинг проекциялари

Иккита нуқта орқали битта тўғри чизиқ ўтказиш мумкин  
 бўлганлиги учун, олдин тўғри чизиқдаги иккита нуқтанинг  $\Pi_1$   
 $\Pi_2$  ва  $\Pi_3$  текисликлардаги проекциялари аниқлаб олинади.  
 Кейин мазкур икки нуқтанинг бир номли проекциялари ўзаро



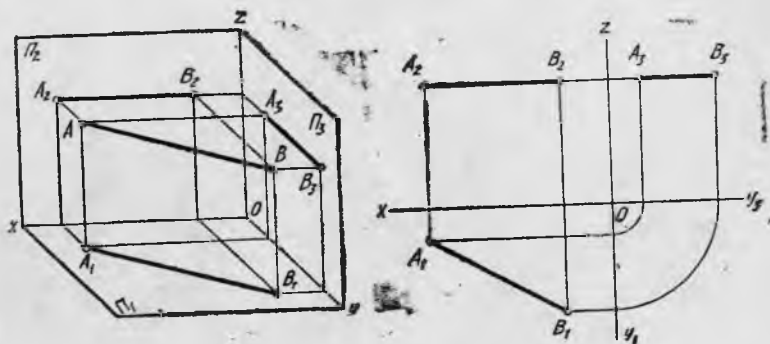
10- шакл.

туташтирилади. Бир номли проекцияларга  $A_1B_1$ ,  $A_2B_2$  ва  $A_3B_3$  лар кирази.

Тўғри чизик проекция текисликларига нисбатан параллел ёки перпендикуляр бўлмаса, яъни барча проекциялар текисликларига нисбатан оғма вазиятда жойлашган бўлса, *умумий вазиятдаги тўғри чизик* дейилади. Бундай тўғри чизикларнинг проекциялари уларнинг ҳақиқий узунликларига нисбатан қисқароқ бўлади (10- шакл).

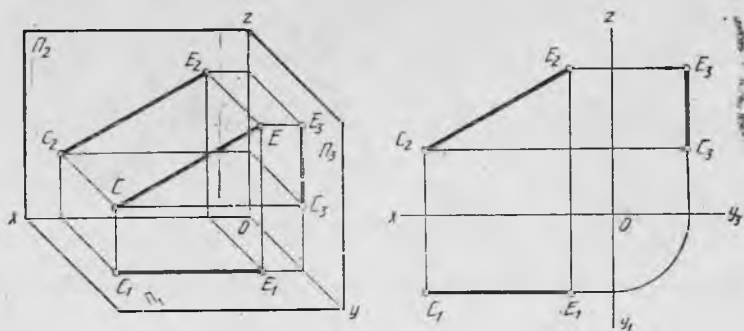
Тўғри чизик проекциялар текисликларидан бирига параллел ёки перпендикуляр жойлашган бўлса, бундай тўғри чизик *махсус тўғри чизик* дейилади. Проекциялар текисликларидан бирига параллел бўлган тўғри чизик, шу текисликка ўзининг ҳақиқий узунлигида проекцияланиб, ўша текислик номи билан аталади.

11- шаклда тўғри чизик  $AB$  кесмаси горизонтал проекциялар текислиги  $\Pi_1$  га параллел вазиятда тасвирланган. Шунинг учун ҳам  $A_1B_1=AB$ . Қолган проекциялари эса қисқа бўлади. Бундай чизик *горизонтал чизик* деб аталади.



11- шакл.

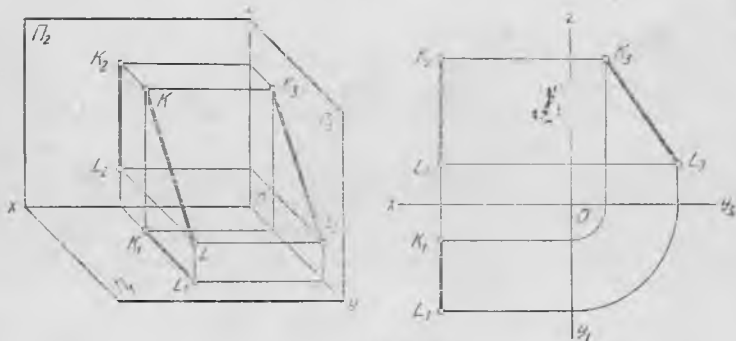
12-шаклда  $CE$  кесма  $\Pi_2$  га параллел. Шунга кўра,  $C_2E_2 = CE$ . Бошқа проекциялари қисқа бўлади. Бу тўғри чизиқ фронтал тўғри чизиқ деб аталади.



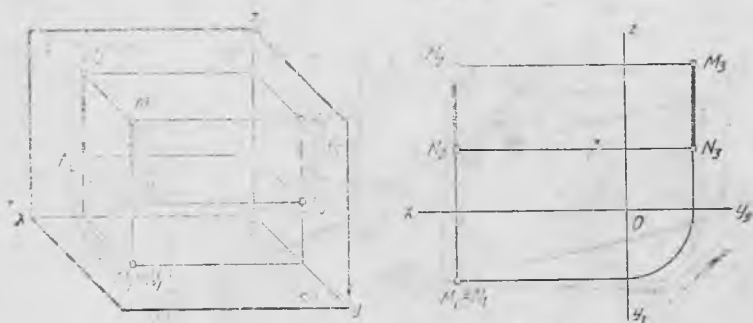
12-шакл.

13-шаклда  $KL \parallel \Pi_3$  бўлгани учун бу тўғри чизиқ *профил тўғри чизиқ* деб аталади. Унинг *профил проекцияси*  $K_3L_3 = KL$  бўлади. Қолган проекциялари ўзидан қисқа бўлади.

Агар тўғри чизиқ проекциялар текисликларидан бирига перпендикуляр вазиятда бўлса, қолганларига параллел бўлади.

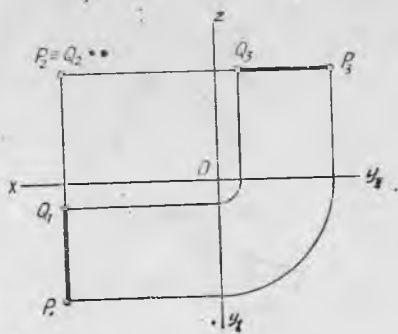
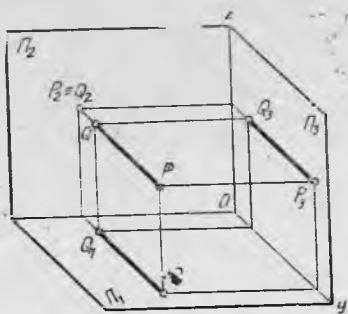


13-шакл.

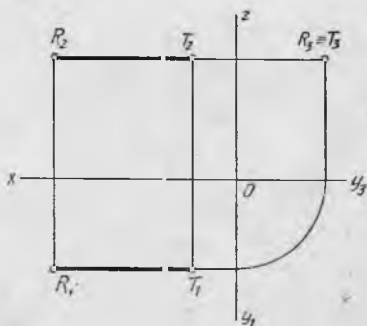
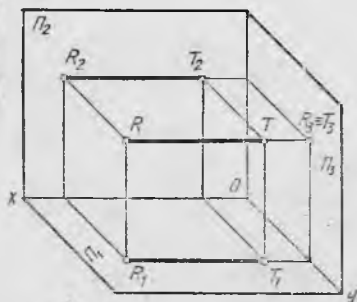


14-шакл.





15-шакл.

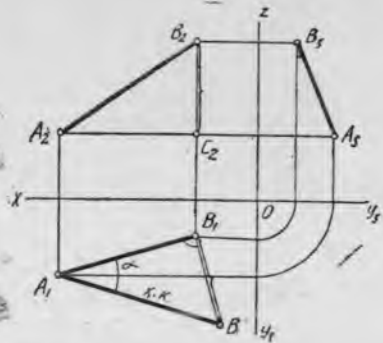
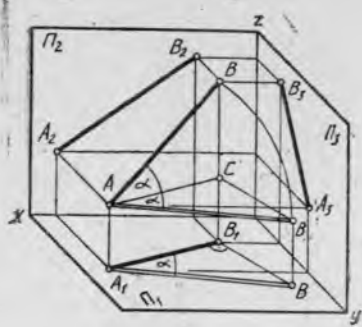


16-шакл.

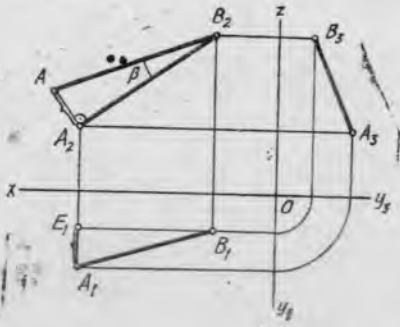
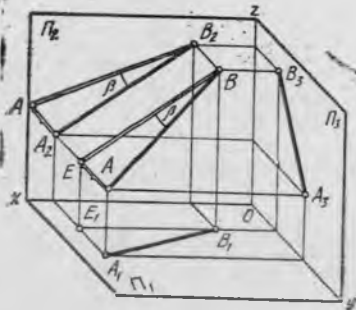
Уша перпендикуляр бўлган текисликка нуқта кўринишида, бошқаларига эса кесманинг ўзига тенг узунликда проекцияланади. Бундай тўғри чизиқлар, масалан,  $MN \perp \Pi_1$  бўлганда горизонтал проекцияловчи (14-шакл),  $PQ \perp \Pi_2$  бўлганда фронтал проекцияловчи (15-шакл),  $RT \perp \Pi_3$  бўлганда эса (16-шакл) профил проекцияловчи тўғри чизиқлар дейилади.

## 2.1. Умумий вазиятдаги тўғри чизиқ кесмасини таҳлил қилиш

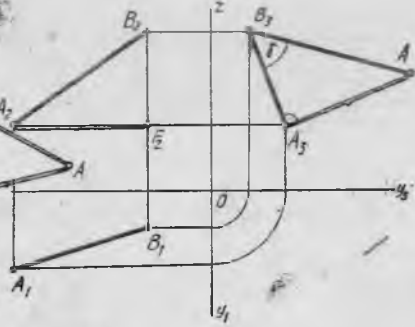
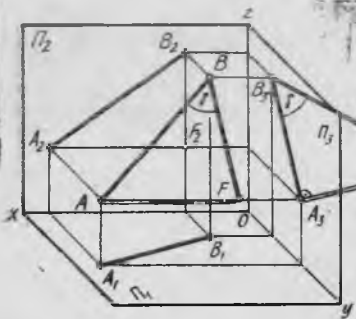
Умумий вазиятдаги тўғри чизиқнинг проекциялари орқали унинг ҳақиқий узунлиги ва проекциялар текисликларига нисбатан ҳосил қилган ўткир бурчакларини аниқлаш кесмани таҳлил қилиш дейилади. Масалан,  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$  ва  $\Pi_3$  текисликлар системасидаги  $AB$  кесма ва унинг проекциялари берилган бўлсин. Унинг ҳақиқий узунлиги ва проекциялар текисликлари билан ҳосил қилган бурчакларини ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ) аниқлашда тўғри бурчакли учбурчак усулидан фойдаланилади. Бунинг учун кесманинг бирор учидан, масалан,  $A$  учидан ўзининг  $A_1B_1$  проекциясига параллел чизилади (17-шакл, а). Шунда  $ACB$  тўғри бурчакли учбурчак ҳосил бўлади. Эпюрда  $AC$  чизиқ  $x$  ўқига параллел қилиб  $A_2$  орқали ўтказилади, яъни  $A_2C_2 \parallel x$  (17-расм, б).  $AC$  ни ўқ сифатида танлаб, унинг атрофида  $AB$  кесма  $\Pi_1$  га парал-



17-шакл.

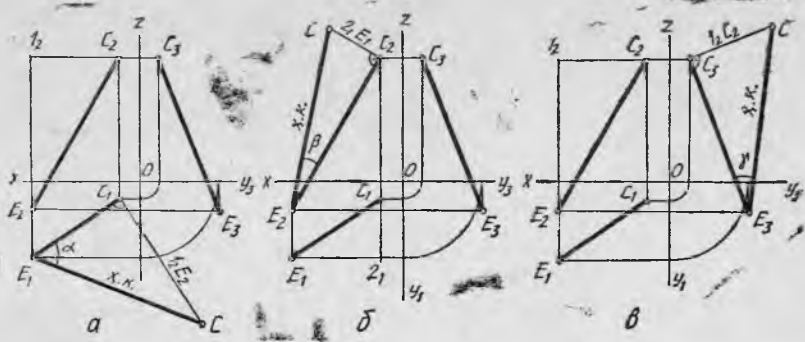


18-шакл.



19-шакл.

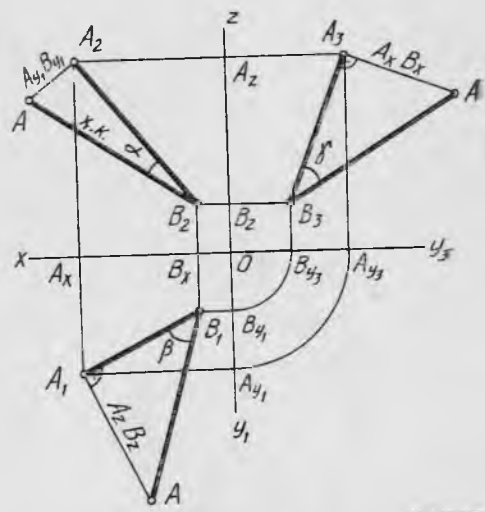
лель бўлгунча айлантирилади. Шунда  $AB$  кесма  $\Pi_1$  га ўзининг ҳақиқий узунлигида проекцияланади (17-шакл, а).  $ACB \parallel \Pi_1$  ва зиятти эпюрга аниқлаш учун  $B_1$  дан  $A_1B_1$  га перпендикуляр чизиб,  $C_2B_2$  масофани ўлчаб қўйиб,  $A_1$  билан  $B$  ни туғаштирамиз (17-шакл, б). Шунда кесманинг ҳақиқий узунлиги  $A_1B$  ва унинг  $\Pi_1$  га нисбатан оғиш бурчаги  $\alpha$  ҳосил бўлади. Тўғри чизик кесмасини  $\Pi_2$  ва  $\Pi_3$  текисликларга нисбатан таҳлил қилиш ҳам шу тартибда амалга оширилади. (18, 19-шакллар, а, б).



20- шакл.

Тўғри чизиқ кесмасининг учлари ҳар хил октантларда жойлашганда ҳам уларни таҳлил қилишда тўғри бурчакли учбурчак усулидан фойдаланилади.  $CE$  кесмани эпюрда таҳлил қилиш учун (20-шакл, а)  $C_1E_1$  ни учбурчакнинг битта катети деб, шу катетга унинг  $C_1$  учидан перпендикуляр чизиб,  $\Pi_2$  даги  $C_2I_2E_2$  учбурчакнинг  $I_2E_2$  вертикал катетини ўлчаб қўйсақ, учбурчакнинг иккинчи катети ҳосил бўлади.  $E_1$  ни  $C$  билан туташтирсак, кесманинг ҳақиқий узунлиги ва  $\Pi_1$  га нисбатан оғиш бурчаги  $\alpha$  аниқланади. Сунгра  $C_2E_2$  ни катет қилиб,  $C_2$  дан унга перпендикуляр чиқарган ҳолда  $C_1I_2E_1$  учбурчакнинг  $I_2C_1$  катетини шу перпендикулярга ўлчаб қўйиб, ҳосил бўлган  $C$  ни  $E_2$  билан туташтирилади. Шунда кесманинг ҳақиқий узунлиги ва унинг  $\Pi_2$  га нисбатан оғиш бурчаги  $\beta$  аниқланади (20-шакл, б).

Кесмани  $\Pi_3$  га нисбатан таҳлил қилишда  $C_3E_3$  ни учбурчакнинг битта катети сифатида олиб, унга  $C_3$  дан перпендикуляр чизилади.  $C_2I_2E_2$  учбурчакнинг горизонтал катети  $C_2I_2$  ни  $C_3$  дан чизилган перпендикулярга  $C_3$  дан бошлаб ўлчаб қўйилади ва  $C$  билан  $E_3$  ўзаро туташтирилади. Ҳосил бўлган  $CE_3$  берилган кесманинг ҳақиқий узунлиги ва  $\gamma$  бурчак мазкур кесманинг  $\Pi_3$  га нисбатан оғиш бурчаги ҳисобланади (20-шакл, в).



21- шакл.

Кесмани  $\Pi_3$  га нисбатан таҳлил қилишда  $C_3E_3$  ни учбурчакнинг битта катети сифатида олиб, унга  $C_3$  дан перпендикуляр чизилади.  $C_2I_2E_2$  учбурчакнинг горизонтал катети  $C_2I_2$  ни  $C_3$  дан чизилган перпендикулярга  $C_3$  дан бошлаб ўлчаб қўйилади ва  $C$  билан  $E_3$  ўзаро туташтирилади. Ҳосил бўлган  $CE_3$  берилган кесманинг ҳақиқий узунлиги ва  $\gamma$  бурчак мазкур кесманинг  $\Pi_3$  га нисбатан оғиш бурчаги ҳисобланади (20-шакл, в).

Юқорида баён қилинган усулларга асосланиб, тўғри бурчакли учбурчакнинг битта асосий катети сифатида кесманинг проекцияси олинса, иккинчи чизиладиган катет учун ўлчамлари:  $\Pi_1$  учун  $z$  ўқидаги  $A_z, B_z$ ,  $\Pi_2$  учун  $y_1$  ( $y_3$ ) даги  $A_{y_1}, B_{y_1}$  ёки  $A_{y_3}, B_{y_3}$ ,  $\Pi_3$  учун эса  $x$  ўқидаги  $A_x, B_x$  сифатида олиш мумкин (21- шакл).

### Савол ва машқлар

1. Тўғри чизиқ проекциялар текисликларига нисбатан қандай вазиятларда жойлашиши мумкин?

2. Тўғри чизиқ кесмасини таҳлил қилиш деганда нимани тушунасиз?

3. Кесманинг ҳақиқий узунлиги қандай усулда аниқланади? Унинг проекциялар текисликлари билан ҳосил қилган бурчаклари-чи?

4.  $AB$  ва  $CE$  тўғри чизиқ кесмаларининг координата ўқлари бўйича қийматлари 1-жадвалда берилган. Мазкур кесмаларнинг фазовий тасвири ва эпюри чизилсин. Кесма эпюлда таҳлил қилинсин.

1-жадвал

	Вариантлар, координата ўқлари														
	0			1			2			3			4		
Нуқта	$x$	$y$	$z$	$x$	$y$	$z$	$x$	$y$	$z$	$x$	$y$	$z$	$x$	$y$	$z$
$A$	10	20	30	5	0	30	10	10	30	5	30	30	45	15	15
$B$	30	5	10	40	25	5	35	35	0	30	10	20	15	30	30
$C$	40	20	10	10	35	20	40	10	-30	5	-20	-35	40	10	-40
$E$	10	-20	30	40	-10	-10	10	10	15	40	10	5	10	30	30

	Вариантлар, координата ўқлари														
	5			6			7			8			9		
Нуқта	$x$	$y$	$z$	$x$	$y$	$z$	$x$	$y$	$z$	$x$	$y$	$z$	$x$	$y$	$z$
$A$	5	10	30	10	35	10	0	15	30	15	20	30	0	25	35
$B$	35	25	5	40	5	40	35	0	5	40	10	0	30	10	5
$C$	10	15	25	10	15	25	10	0	30	0	25	30	40	-40	0
$E$	40	-20	40	40	0	-15	40	20	-10	40	-20	30	10	10	35

5.  $MN$  ва  $PQ$  кесмаларнинг иккитадан проекциялари берилган. Мазкур кесмалар учала проекцияларда тасвирлансин ва

таҳлил қилинсин. Шу кесмаларнинг фазовий тасвири чизилсин (22- шакл,  $\theta-9$ ).

1- г р а ф и к и ш. Мазкур график иш тўртта вазифадан иборат. Вазифаларни чизиш учун танлаб олинган форматнинг учала томонидан 5 мм, чап томонидан 20 мм қолдириб, (альбом қилиб тикиш учун), рамка чизиғи чизиб чиқилади. Формат шартли равишда иккига бўлиб олинади ва унинг бир томонига тўғри чизиқ кесмасининг фазовий вазиятини кўрсатувчи тасвир, иккинчи томонига шу тўғри чизиқ кесмасининг эпюри чизилади. Шакл учун берилган координаталар қийматларини ўлчаб қўйиш учун чизиқли масштаб танлаб олинади. Чизиқли масштаб шундай танлаб олиниши керакки, чизма формат ичида ўртача катталиқда жойлашсин.

1.  $x, y, z$  координата ўқлари яққол тасвирда ва эпюлда чизиб чиқилади (23- шакл,  $a$ ).

2.  $A$  ва  $B$  нуқталарнинг берилган қийматлари чизиқли масштабга биноан координата ўқларига ўлчаб қўйилади ва 2- шакл,  $a-d$  даги каби нуқталарнинг геометрик ўринлари аниқланади (23- шакл,  $b$ ).

3. Нуқталарнинг бир номли проекциялари, яъни  $A_1B_1, A_2B_2, A_3B_3$  ва  $AB$  лар ўзаро туташтирилади (23-шакл,  $e$ ). Шунда  $AB$  кесманинг фазовий тасвири ва эпюлдаги проекциялари ҳосил бўлади.

4. Тўғри чизиқ кесмаси эпюлда таҳлил қилинади, яъни кесманинг ҳақиқий узунлиги ва проекциялар текисликлари билан ҳосил қилган бурчаклари топилади ва яққол тасвирда  $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3$  текисликларнинг чегаралари чизиб чиқилади (23- шакл,  $z$ ). Форматни шартли иккига бўлувчи чизиқ учурилади ва чизманинг бўш жойига нуқтанинг координата қийматлари ёзиб қўйилади.

5. Чизма тахт қилинади. Бунда барча ортиқча ёрдамчи чизиқлар ўчирилади ва чизма устидан тушь ёки рангли қаламда чизиб чиқилади.

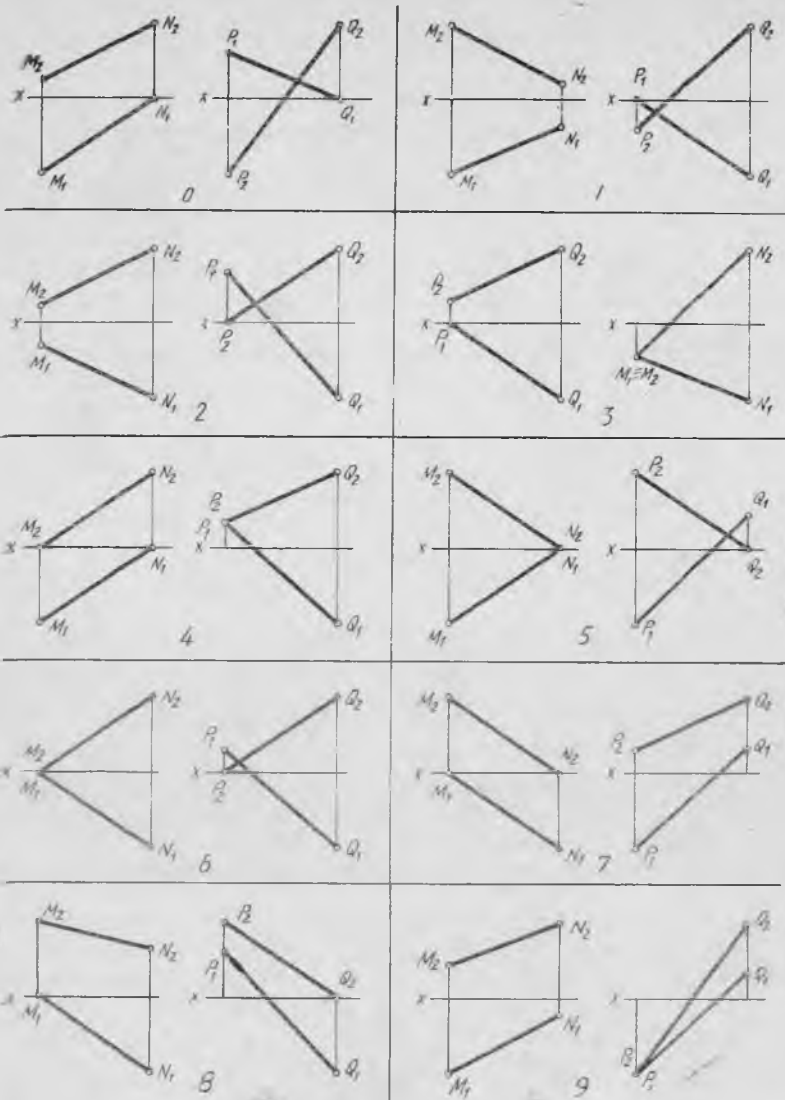
Биринчи график ишнинг қолган вазифалари ҳам шу тартибда чизилади. Лекин 2- ва 4- вазифада тўғри чизиқ кесмасининг учлари турли октантларда жойлашганлиги учун унинг биринчи октантга нисбатан кўринадиган ва кўринмайдиган қисмлари аниқланиши лозим.

1. Координата ўқлари  $x, y, z$  чизиб олинади (24-шакл,  $a$ ).

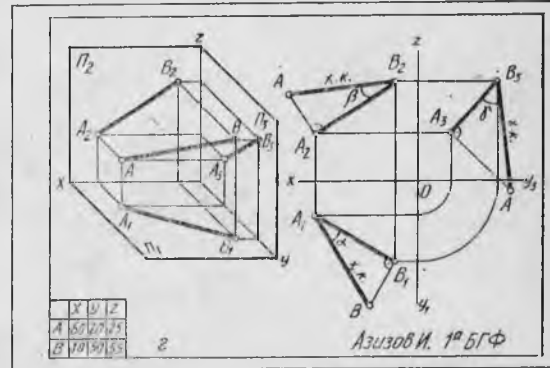
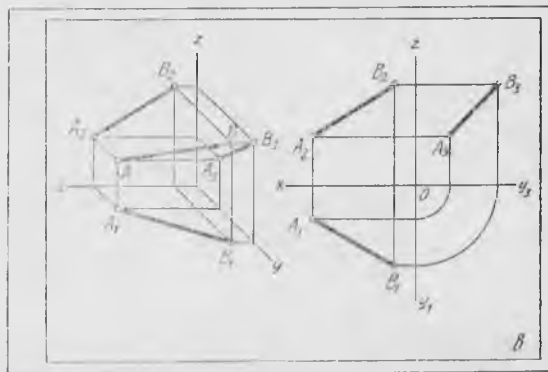
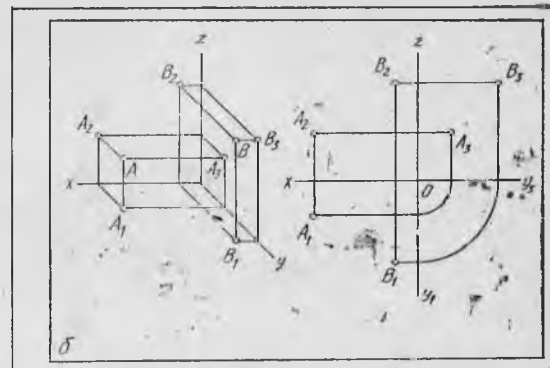
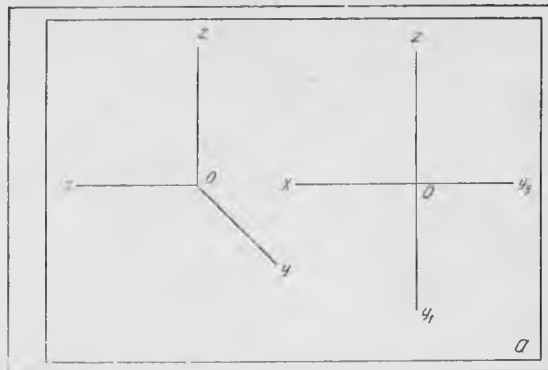
2.  $P$  ва  $Q$  нуқталар орқали ифода қилинган тўғри чизиқ кесмасининг горизонтал ва фронтал проекцияларини эпюр ва яққол тасвирда чизиб чиқилади (24- шакл,  $b$ ).

3.  $P$  ва  $Q$  нуқталар қайси октантларга тааллуқлилиги аниқланиб, уларнинг профил проекциялари топилади (24- шакл,  $e$ ).

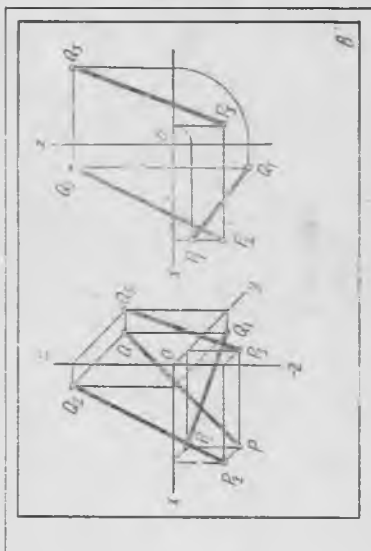
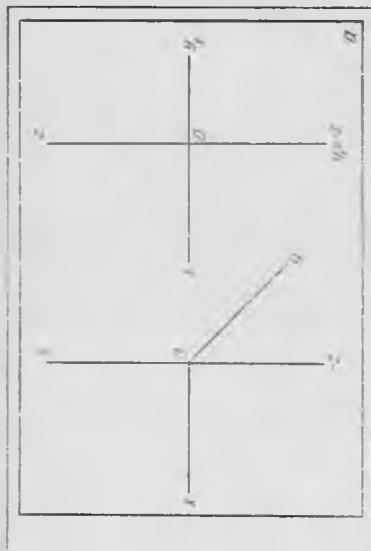
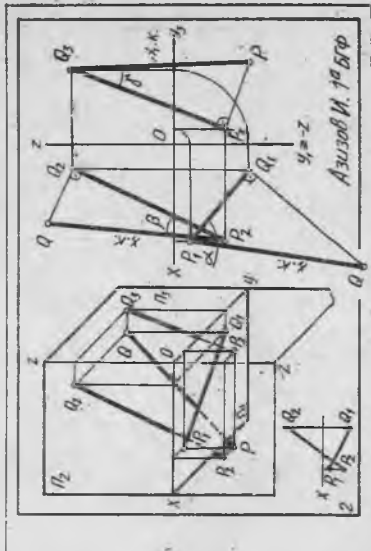
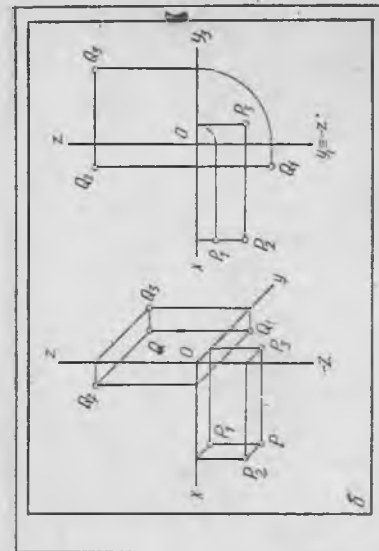
4. Нуқталарнинг бир номли проекциялари ўзаро туташтирилади. Яққол тасвирда ҳам  $P$  ва  $Q$  лар ўзаро туташтирилади. Кесманинг фазовий вазиятидаги чизмада кесма ва унинг проекцияларининг кўринадиган ва кўринмайдиган қисмлари аниқланади (24- шакл,  $z$ ).



22- шакл.



23- шакл,



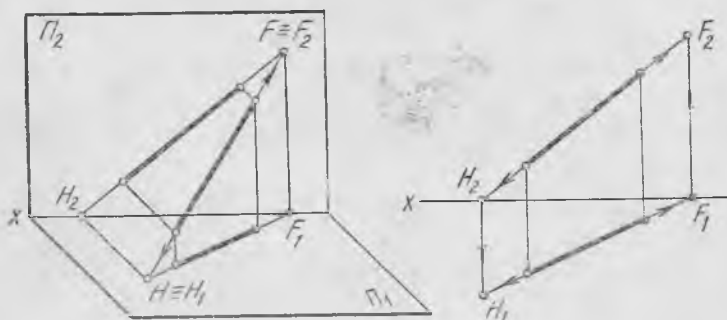
24- шакл.



5. Кесма эпюрда анализ қилинади (24- шакл,  $\partial$ ) ва чизма тахт қилинади, яъни чизма тушъ ёки рангли қаламларда чизиб чиқилади. Чизманинг буш жойига кесманинг берилган дастлабки иккита проекцияси чизиб қўйилади.

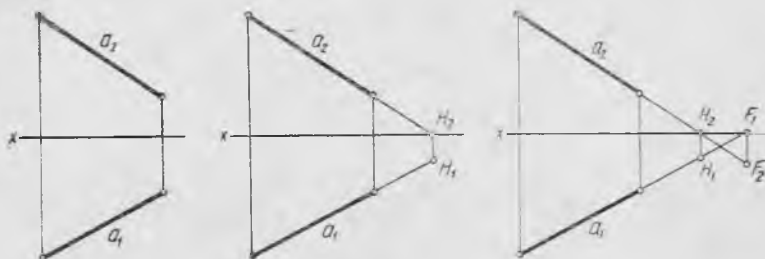
## 2.2. Тўғри чизиқнинг излари

Тўғри чизиқнинг бирор текислик билан кесишиш жойи унинг мазкур текисликдаги изи ҳисобланади. Масалан, тўғри чизиқ  $\Pi_1$  текислиги билан кесишганда, горизонтал из ҳосил қилади ва бу из *горизонтал из* дейилиб,  $H$  ( $H_1, H_2$ ) тарзда белгиланади. Тўғри чизиқ  $\Pi_2$  текислик билан кесишганда ҳосил бўлган нуқта *фронтал из* дейилади ва у  $F$  ( $F_1, F_2$ ) билан белгиланади. Агар тўғри чизиқ  $\Pi_3$  билан кесишса, *профил из* ҳосил қилади ва у  $P$  ( $P_1, P_2$ ) билан белгиланади (25- шакл).



25- шакл.

Эпюрда тўғри чизиқнинг изларини аниқлаш учун унинг проекциялари координата ўқлари билан кесиштирилади. Масалан, тўғри чизиқнинг горизонтал изини топиш учун унинг фронтал проекцияси  $x$  ўқ билан кесишгунча давом эттирилади. Шунда горизонтал изнинг фронтал проекцияси  $H_2$  ҳосил бўлади. Про-



26- шакл.

екцияларни боғловчи чизиқ орқали  $H_1$  топилади.  $H_1$  — горизонтал изнинг горизонтал проекцияси ҳисобланади. Тўғри чизиқнинг горизонтал проекцияси давом эттирилса, у  $x$  ўқ билан ке-

сишиб, тўғри чизиқ фронтал изининг горизонтал проекциясини ҳосил қилади. Сўнгра  $F_1$  орқали фронтал изининг фронтал проекцияси  $F_2$  топилади (25-шакл).

Мисол. Умумий вазияттаги тўғри чизиқнинг горизонтал ва фронтал излари аниқлансин (26-шакл, а).

Ечиш. 1. Тўғри чизиқнинг фронтал проекцияси  $a_2$  ни  $x$  ўқ билан кесишгунча давом эттирамиз. Шунда горизонтал изнинг фронтал проекцияси  $H_2$  ҳосил бўлади.  $H_2$  дан проекцияларни боғловчи чизиқ ўтказиб,  $a_1$  да  $H_1$  ни, яъни горизонтал изнинг горизонтал проекциясини топамиз (26-шакл, б).

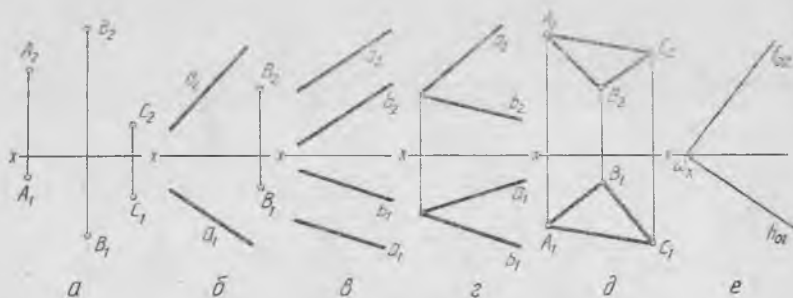
2. Тўғри чизиқнинг горизонтал проекцияси  $a_1$  ни  $x$  ўқ билан кесишгунча давом эттирамиз. Шунда фронтал изнинг горизонтал проекцияси  $F_1$  ҳосил бўлади.  $F_1$  дан проекцияларни боғловчи чизиқ ўтказиб,  $a_2$  да  $F_2$  ни, яъни фронтал изнинг фронтал проекциясини топамиз (26-шакл, в). Бу чизмада тўғри чизиқнинг фронтал изи тўрттинчи октантда ҳосил бўлмоқда.

### 3. ТЕКИСЛИК

Текислик сиртнинг хусусий кўриниши бўлиб, уни тасвирлашда шу текисликдаги геометрик элементлардан фойдаланилади. Мазкур геометрик элементларга нуқта, тўғри чизиқ, ўзаро параллел ёки кесишувчи иккита тўғри чизиқ кириши мумкин. Шунинг учун эпюлда текислик:

1) битта тўғри чизиқда ётмаган учта нуқта орқали (27-шакл, а);

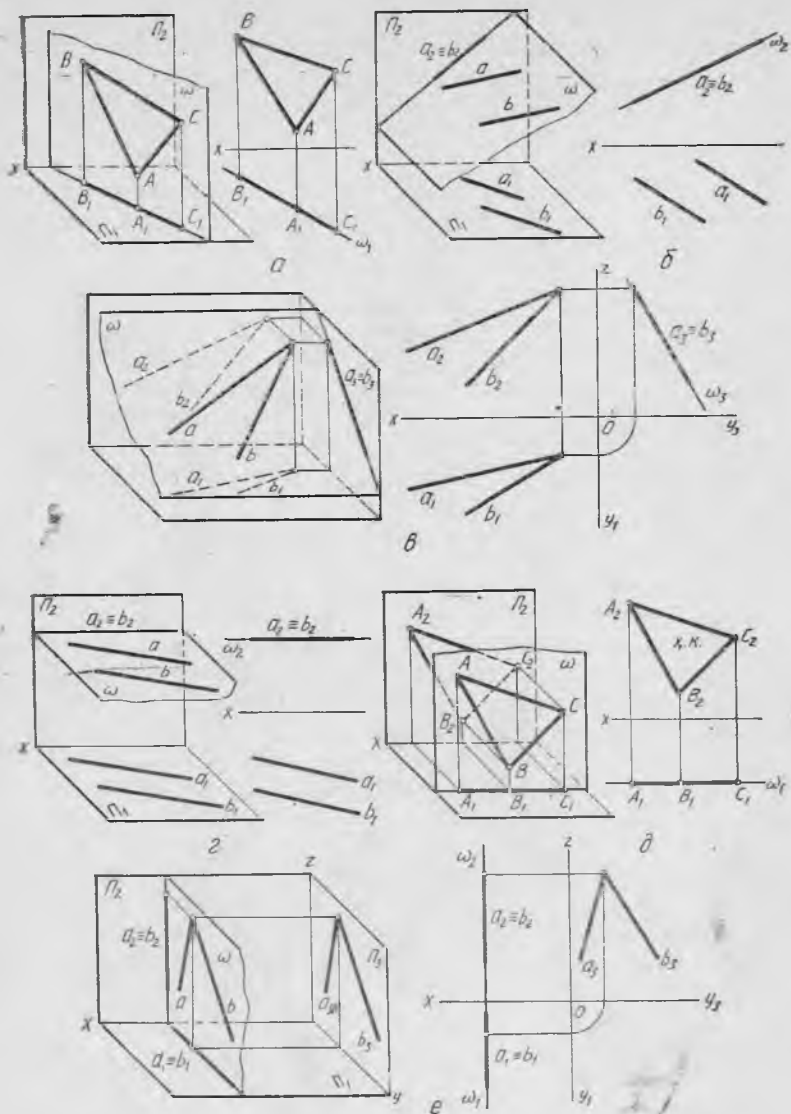
2) битта тўғри чизиқ ва шу тўғри чизиқда ётмаган нуқта орқали (27-шакл, б);



27-шакл.

3) ўзаро параллел иккита тўғри чизиқ орқали (27-шакл, в);  
4) ўзаро кесишувчи иккита тўғри чизиқ орқали (27-шакл, г) ҳамда бирор текис шакл, масалан, учбурчак орқали (27-шакл, д) тасвирланиши мумкин.

Хусусий ҳолда текислик ўзининг излари орқали тасвирланиши мумкин (27-шакл, е). Бу чизмада ўзаро кесишувчи иккита тўғри чизиқнинг биттаси  $\Pi_1$  да, иккинчиси  $\Pi_2$  да деб қаралиши ҳам мумкин. Текисликнинг горизонтал изи  $h_{01}$ , фронтал изи  $f_{02}$  кўринишида белгиланади.



28- шагл.

Текислик проекциялар текисликларига нисбатан оғма вазиятда жойлашган бўлса, бундай текислик *умумий вазиятдаги текислик* дейилади (27- шакл,  $a-e$ ).

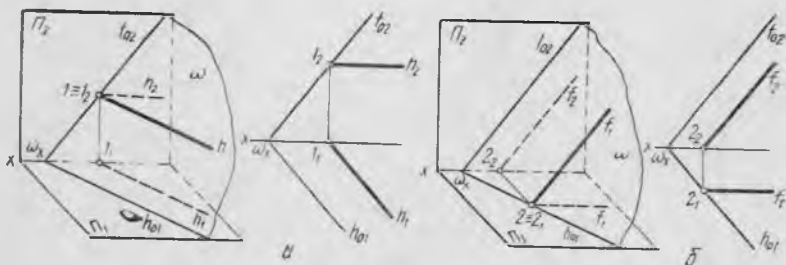
Агар текислик проекциялар текисликларидан бирортасига нисбатан параллел ёки перпендикуляр жойлашган бўлса, бундай текислик *махсус вазиятдаги текислик* дейилади (28- шакл,  $a-e$ ).

$\Pi_1$  га перпендикуляр текислик горизонтал проекцияловчи текислик (28- шакл,  $a$ ),  $\Pi_2$  га перпендикуляр текислик фронтал проекцияловчи текислик (28- шакл,  $b$ ),  $\Pi_3$  га перпендикуляр текислик профил проекцияловчи текислик (28- шакл,  $в$ ),  $\Pi_1$  га параллел текислик горизонтал текислик (28- шакл,  $г$ ),  $\Pi_2$  га параллел текислик фронтал текислик (28- шакл,  $д$ ) ва  $\Pi_3$  га параллел бўлган текислик профил текислик (28- шакл,  $e$ ) деб аталади. Бундай текисликларнинг эпюрдаги тасвирларига назар ташланса, перпендикуляр текисликларнинг излари  $x$  ўқига ихтиёрий бурчак остида, параллел текисликларнинг излари эса  $x$  ўқига параллел ёки перпендикуляр проекцияланмоқда.

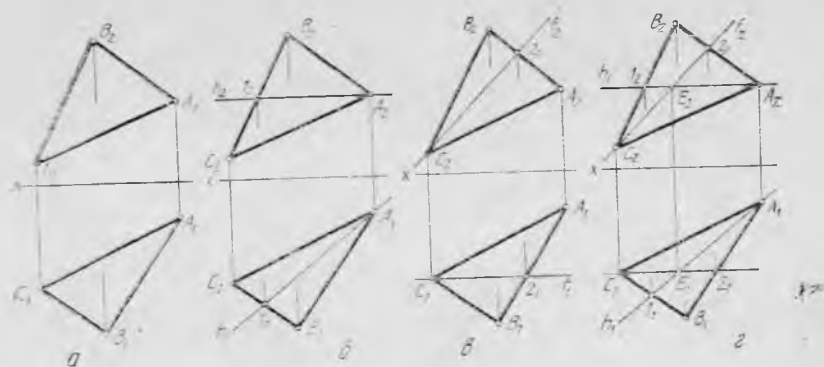
### 3.1. Текисликнинг махсус чизиқлари

Текисликда танлаб олинган тўғри чизиқ проекциялар текисликларига параллел бўлса, бундай тўғри чизиқ текисликнинг махсус чизиғи дейилади. Масалан,  $\omega$  текисликдаги тўғри чизиқ  $\Pi_1$  га параллел (29- шакл,  $a$ ) бўлгани учун уни текисликнинг горизонтал чизиғи ёки текисликнинг горизонтали деб атаб,  $h(h_3, h_2)$  тарзда белгилаш мумкин. Эпюрда бу чизиқнинг фронтал проекцияси  $x$  ўқига, горизонтал проекцияси эса текисликнинг горизонтал изига параллел ҳолда тасвирланади. Текисликдаги тўғри чизиқ  $\Pi_2$  текисликка параллел бўлса (29- шакл,  $b$ ), бундай тўғри чизиқ текисликнинг фронтал чизиғи ёки текислик фронтали дейилади ва  $y f(f_1, f_2)$  тарзда белгиланади. Фронтал чизиқнинг горизонтал проекцияси  $x$  ўққа, фронтал проекцияси текисликнинг фронтал изига параллел ҳолда тасвирланади.

Текислик учбурчак шаклида берилган бўлса, унинг махсус



29- шакл.



30-шакл.

чизиқларини ўтказиш учун олдин  $x$  ўққа параллел тасвирланди-  
диган проекцияси чизилади.

Мисол.  $ABC$  ( $A_1B_1C_1$ ,  $A_2B_2C_2$ ) текисликнинг махсус чизиқ-  
лари ўтказилсин (30-шакл, а). Бу текислик  $\Pi_1$  ва  $\Pi_2$  система-  
да берилганлиги учун унинг горизонтал ва фронтал чизиқлари  
текисликнинг бирор учи орқали ўтказилса, масалани ечиш қу-  
лайлашади.

Ечиш. 1. Учбурчакнинг  $A_2$  нуқтасидан  $h_2 \parallel x$  қилиб тўғри чи-  
зиқ ўтказилса, мазкур тўғри чизиқ учбурчакнинг  $B_2C_2$  томони-  
ни  $I_2$  да кесиб ўтади. Бу чизиқ текислик горизонталининг фронтал  
проекцияси ҳисобланиб,  $h_2$  билан белгиланади.  $I_2$  дан про-  
екцияларни боғловчи чизиқ ўтказиб,  $B_1C_1$  да  $I_1$  ни аниқлаб, уни  
 $A_1$  билан туташтирилса, горизонтал чизиқнинг горизонтал про-  
екцияси  $h_1$  ҳосил бўлади (30-шакл, б).

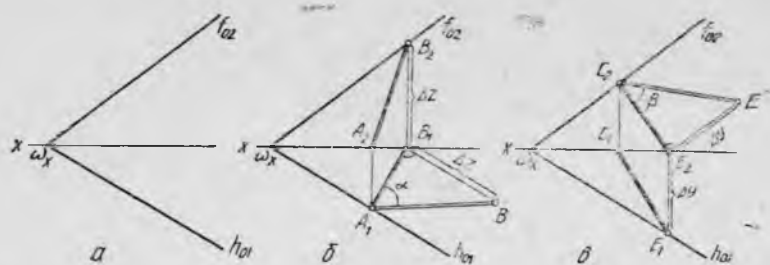
2. Учбурчакнинг  $C_1$  учидан  $x$  ўққа параллел қилиб тўғри чи-  
зиқ ўтказилса, мазкур тўғри чизиқ учбурчакнинг  $A_1B_1$  томонини  
 $2_1$  да кесиб ўтади. Бу  $f_1$  чизиқ текислик фронталининг горизон-  
тал проекцияси орқали унинг фронтал проекцияси  $f_2$  аниқла-  
нади (30-шакл, в).

3. Текисликнинг махсус чизиқлари ўзаро кесишаётган  $E_1$  ва  
 $E_2$  нуқталарнинг проекцияларни боғлайдиган битта чизиқда  
ётиши текширилади (30-шакл, г).

Текисликдаги тўғри чизиқ унинг махсус (горизонтал ёки фронтал)  
чизиқларига перпендикуляр ётса, мазкур тўғри чизиқ текис-  
ликнинг энг катта оғма чизиғи деб аталади. Бу тўғри чизиқ  
орқали текисликнинг проекциялар текисликларига нисбатан ҳо-  
сил қилаётган бурчагининг ҳақиқий қиймати аниқланади.

Мисол. Умумий вазиятдаги текислик ўзининг излари ор-  
қали ифода қилинган (31-шакл, а). Унинг  $\Pi_1$  ва  $\Pi_2$  лар билан  
ҳосил қилган бурчаклари аниқлансин.

Текисликнинг горизонтал ва фронтал чизиқлари  $\omega$  текислик-  
нинг излари  $h_{01}$  ва  $f_{02}$  га параллел ҳолда тасвирланишини ҳи-  
собга олиб, бир йўла текисликнинг горизонтал изи  $h_{01}$  га пер-  
пендикуляр чизиқ ўтказилади. Бу чизиқ текисликнинг  $\Pi_1$  га



31- шакл.

нисбатан ўтказилган энг катта оғма чизиғи ҳисобланади. Энди, ушбу  $AB(A_1B_1, A_2B_2)$  кесма таҳлил қилинса,  $\omega$  текислиқнинг  $\Pi_1$  га нисбатан оғиш бурчағи  $\alpha$  топилади (31-шакл, б).  $\omega$  текислиқнинг фронтал изи  $f_{02}$  га перпендикуляр ўтказилган чизиқ орқали шу текислиқнинг  $\Pi_2$  га нисбатан оғиш бурчағи аниқланади (31-шакл, в).

Мисол.  $ABC(A_1B_1C_1, A_2B_2C_2)$  кўринишида берилган текислиқнинг  $\Pi_1$  ва  $\Pi_2$  билан ҳосил қилган бурчаклари топилсин (32-шакл, а).

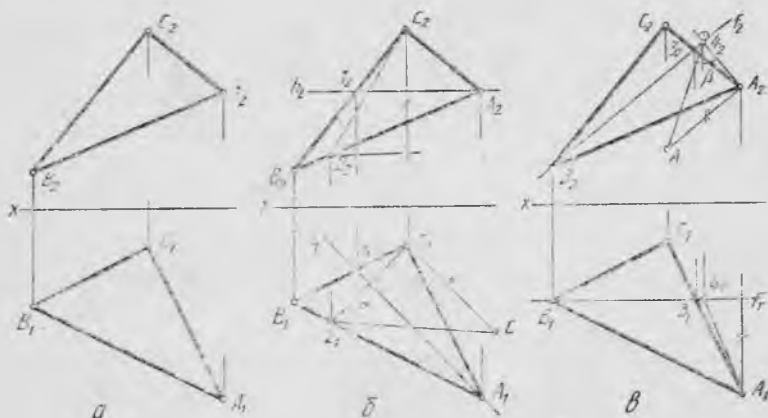
Ечиш. 1. Текислиқнинг горизонтал чизиғи ўтказилади.

2. Текислиқнинг бирор учи, масалан,  $C_1$  дан  $h_1$  га перпендикуляр ўтказилади ва унинг  $A_1B_1$  томони билан кесишган  $2_1$  нинг фронтал проекцияси  $2_2$  топилади.  $2_2$  ва  $C_2$  узаро туташтирилади.

3.  $C_2$  ( $C_12_1, C_22_2$ ) кесма таҳлил қилинади (32-шакл, б). Шунда текислиқнинг  $\Pi_1$  га нисбатан ҳосил қилган бурчағи аниқланади.

4. Текислиқнинг фронтал чизиғи ўтказилади.

5. Текислиқнинг  $A_2$  учидан  $f_2$  га перпендикуляр ўтказилади ва унинг горизонтал проекцияси топилади.

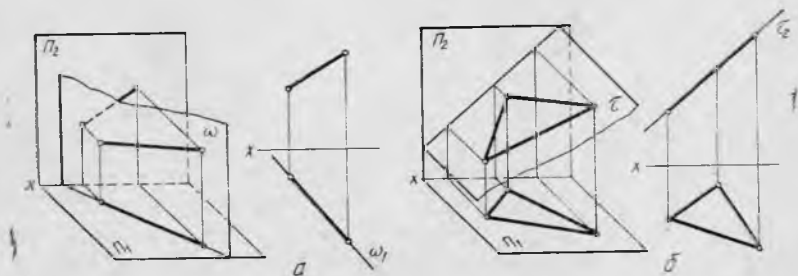


32- шакл.

6.  $A_4 (A_1A_1, A_2A_2)$  кесма таҳлил қилиниб,  $\beta$  бурчак топилади (32-шакл,  $\theta$ ). Шунда текисликнинг  $P_2$  га нисбатан оғиш бурчаги ҳосил бўлади.

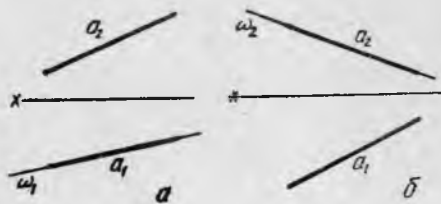
### 3.2. Тўғри чизиқ орқали текислик ўтказиш

Махсус текисликлардаги тўғри чизиқ ёки учбурчакларнинг проекцияларига назар ташласак, уларнинг битта проекцияси текисликнинг излари билан қўшиб тасвирланмоқда. Демак, махсус текисликдаги шаклнинг битта проекцияси шу текисликнинг изи билан қўшиб тасвирланар экан (33-шакл,  $a, б$ ). Шунинг



33-шакл.

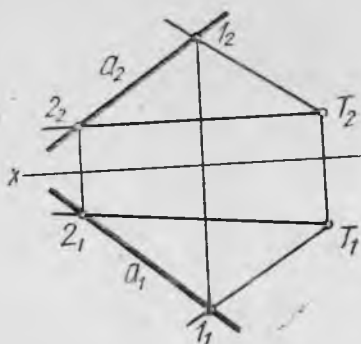
учун эпюлда тўғри чизиқ орқали, масалан, горизонтал проекцияловчи текислик ўтказиш учун тўғри чизиқнинг горизонтал проекцияси орқали текислик изи ўтказилса кифоя (34-шакл,  $a$ ). Тўғри чизиқ орқали фронтал проекцияловчи текислик ўтказиш учун, шу тўғри чизиқнинг фронтал проекцияси орқали текислик изи ўтказилади (34-шакл,  $б$ ).



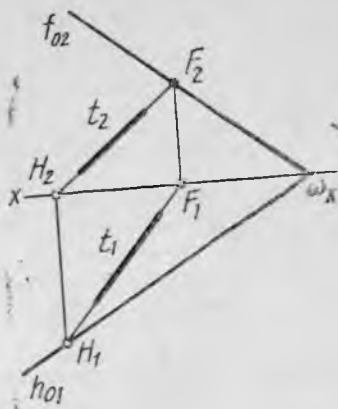
34-шакл.

Тўғри чизиқ орқали умумий вазиятдаги текислик ўтказиш учун тўғри чизиқдан ташқарида битта нуқта танлаб олинади. Бу танлаб олинган  $T(T_1, T_2)$  нуқта билан тўғри чизиқнинг  $I(I_1, I_2)$  ва  $2(2_1, 2_2)$  нуқталари туташтирилади. (35-шакл). Шунда тўғри чизиқ  $T(T_1, T_2)$  нуқтада ўзаро кесишаётган икки тўғри чизиқ орқали ифода қилинган текисликда ётган ҳисобланади.

Тўғри чизиқ орқали умумий вазиятдаги текисликни излари орқали ўтказиш учун, тўғри чизиқнинг горизонтал ва фронтал излари аниқлаб олинади ва улар орқали текисликнинг горизонтал ва фронтал излари ўтказилади. Масалан,  $t(t_1, t_2)$  тўғри чизиқ (36-шакл) берилган бўлсин. У орқали умумий вазиятдаги текисликнинг горизонтал ва фронтал изларини ўтказиш учун олдин тўғри чизиқнинг горизонтал изи  $H(H_1, H_2)$  ва фронтал



35- шакл.

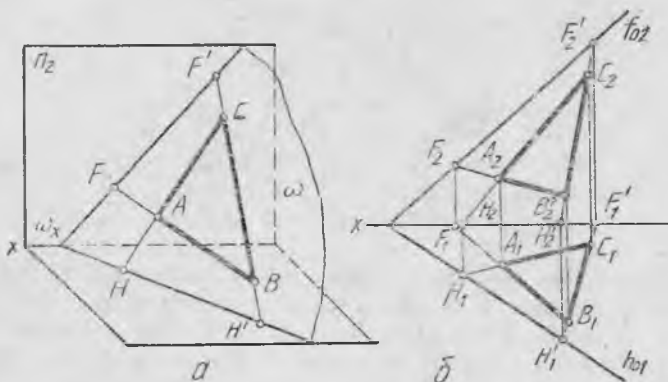


36- шакл.

изи  $F$  ( $F_1, F_2$ ) аниқлаб олинади. Кейин текислик изларининг  $x$  ўқидаги ўзаро кесишиш нуқтаси  $\omega_x$  ихтиёрый танлаб олинади. Чунки битта тўғри чизиқ орқали истаганча кўп текислик ўтказиш мумкин. Сўнгра  $\omega_x$  билан  $H_1$  ва  $F_2$  лар тугаштирилади. Шунда тўғри чизиқ орқали умумий вазиятдаги текислик ўзининг излари орқали ўтказилган бўлади.

### 3.3. Текисликнинг изларини аниқлаш

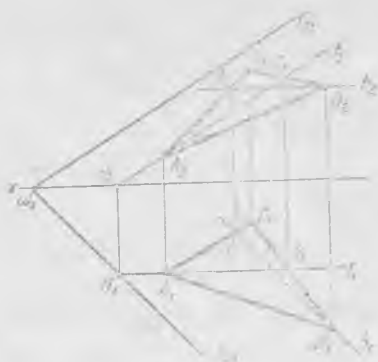
$\Pi_1$  ва  $\Pi_2$  системадаги  $ABC$  текисликнинг томонлари давом эттирилса, улар  $\Pi_1$  билан кесишиб, текисликнинг горизонтал,  $\Pi_2$  билан кесишиб эса фронтал изларини ҳосил қилади (37-шакл, а). Шу текисликнинг изларини эпюрда аниқлаш учун учбурчак томонлари тўғри чизиқлар деб қаралади ва улар давом эттирилиб  $\Pi_1$  ва  $\Pi_2$  лардаги излар топилади. Сўнгра бир номли излар ( $H_1H_1', F_2F_2'$ ) ўзаро тугаштирилади (37-шакл, б).



37- шакл.



Текисликнинг махсус чизиклари утказилиб, улардан бирининг, масалан, фронталининг горизонтал изи  $H$  ( $H_1, H_2$ ) топилди. Маълумки, текислик излари шу текисликнинг махсус чизикларига параллел бўлади. Шунинг учун  $H_1$  дан  $h_1$  га параллел чизик чизиб, текислик изларининг  $x$  ўқидаги ўзаро кесилиш нуқтаси  $\omega$  аниқланади. Сўнгра  $\omega_1$  дан  $f_2$  га параллел чизилса, текисликнинг фронтал изи ҳосил бўлади (38-шакл).



38-шакл.

*Савол ва машқлар*

1. Тўғри чизик излари деганда нимани тушунасиз?
2. Эпюрда тўғри чизикнинг горизонтал изи қандай аниқланади? Фронтал изи-чи?
3. Текислик чизмада қандай ифода қилинади?

2-жадвал

	Вариантлар,						координата ўқлари								
	0			1			2			3			4		
Нуқта	x	y	z	x	y	z	x	y	z	x	y	z	x	y	z
A	10	20	30	0	25	35	5	0	30	10	10	30	5	30	30
B	30	5	10	30	10	5	40	25	5	35	35	0	30	10	20
C	20	30	0	15	0	0	20	35	40	15	45	45	15	0	40
S	0	0	20	45	35	20	10	20	0	0	25	10	45	20	40
	Вариантлар,						координата ўқлари								
	5			6			7			8			9		
Нуқта	x	y	z	x	y	z	x	y	z	x	y	z	x	y	z
A	45	15	15	5	10	35	10	35	10	0	15	30	15	20	30
B	15	30	30	35	25	5	40	5	40	35	0	5	40	10	0
C	25	5	45	20	45	40	25	50	50	20	30	0	30	45	40
S	0	20	5	45	5	15	15	0	0	10	20	40	0	35	10

4. Текисликнинг махсус чизиқларига қандай чизиқлар киради?

5. Текисликнинг энг катта оғма чизигининг қандай аҳамияти бор?

6. Текислик излари деганда нимани тушунасиз ва у қандай топилади?

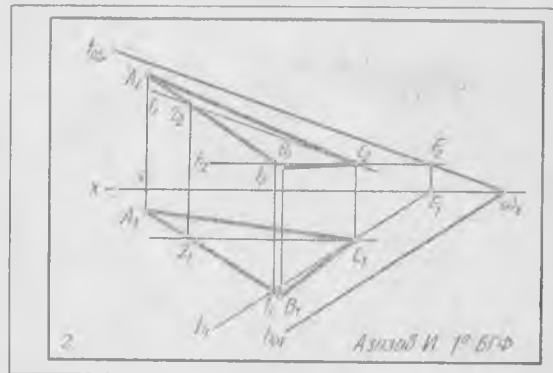
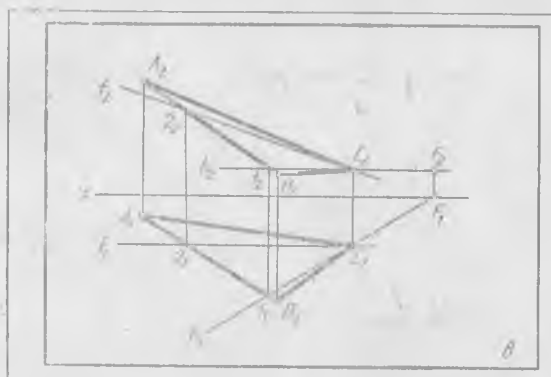
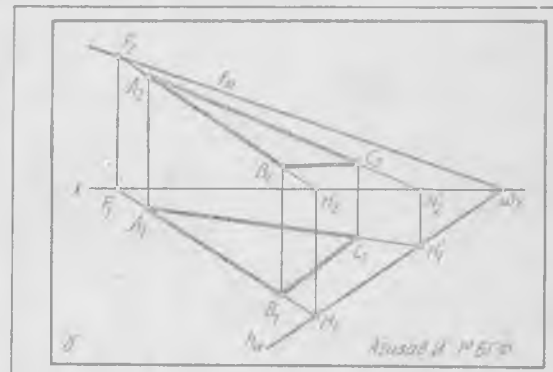
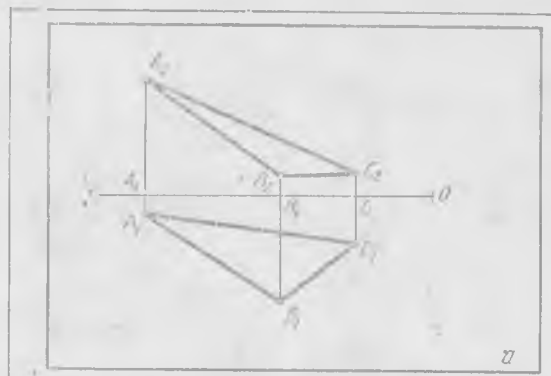
2-жадвалда  $ABC$  текисликнинг координата қийматлари берилган. Шу қийматларга асосан мазкур текисликнинг эпюри чизилсин. Шунингдек,  $ABC (A_1B_1C_1, A_2B_2C_2)$  текисликнинг махсус чизиқлари ўтказилсин,  $ABC (A_1B_1C_1, A_2B_2C_2)$  текисликнинг  $\Pi_1$  ва  $\Pi_2$  га нисбатан ҳосил қилаётган бурчақлари топилсин,  $ABC (A_1B_1C_1, A_2B_2C_2)$  текисликнинг горизонтал ва фронтал излари аниқлансин.

2-график иш. Мазкур график иш тўртта вазифадан иборат. Биринчи вазифада текисликнинг излари аниқланади. Бу вазифа, одатдагидек,  $x$  координаталар ўқини чизишдан бошланади.  $x$  ўқида  $O$  нуқтани, яъни координаталар бошини белгилаб олиб, ундан  $x$  ўқига нуқталарнинг тегишли қийматларини чизиқли масштабга биноан ўлчаб қўйилади. Бу вазифада  $S$  нуқта иштирок этмайди. Хар бир нуқтанинг иккиламчи проекцияларини  $A_x, B_x, C_x$  деб белгилаб, улардан  $x$  ўққа перпендикуляр бўлган проекцияларни боғловчи чизиқлар ўтказилади.  $A_x, B_x, C_x$  лардан пастга томон  $y$  ўққа тегишли нуқталарнинг қийматлари, юқори томонга  $z$  га тегишли нуқталарнинг қийматлари ўлчаб қўйилади ва ҳосил қилинган нуқталарнинг бир номили проекциялари ўзаро туташтирилади (39-шакл, а).

Иккинчи график ишнинг шартига кўра, яъни  $ABC (A_1B_1C_1, A_2B_2C_2)$  текисликнинг горизонтал ва фронтал изларини аниқлаш учун икки хил усул татбиқ қилиниши мумкин.

1-усул. Учбурчак томонлари тўғри чизиқ кесмалари деб қаралади ва уларнинг  $\Pi_1$  ва  $\Pi_2$  проекциялар текисликларидаги излари топилади. Бунда  $\Pi_1$  да иккита из топилса,  $\Pi_2$  да битта из етарли ёки шунинг акси булиши мумкин (39-шакл, б). Тўғри чизиқларнинг  $\Pi_1$  даги иккита изи  $H_1, H_1'$  ўзаро туташтирилса, текисликнинг горизонтал изи  $h_{01}$  ҳосил бўлади. Бу горизонтал из  $x$  ўқ билан кесишгунча давом эттирилса, горизонтал ва фронтал изларнинг  $x$  ўқдаги ўзаро кесишиш нуқтаси  $\omega_x$  ҳосил бўлади ва мазкур нуқта  $F_2$  билан туташтирилади. Шунда текисликнинг фронтал изи  $f_{02}$  чизилган бўлади (39-шакл, б).

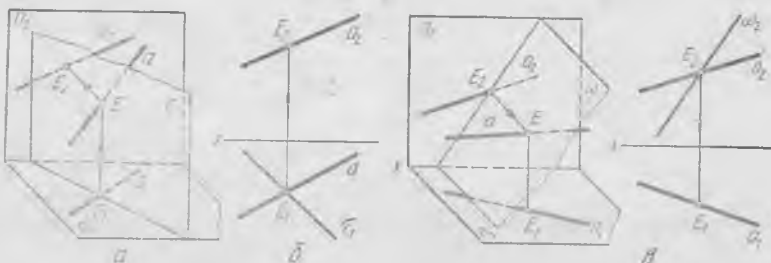
2-усул.  $ABC (A_1B_1C_1, A_2B_2C_2)$  текисликнинг горизонтал ва фронтали ўтказилади ва улардан бирининг, масалан, горизонтал чизигининг фронтал изи  $F_2$  топилади (39-шакл, в).  $F_2$  нуқта орқали текисликнинг фронтали  $f_2$  га параллел чизилса, текисликнинг фронтал изи аниқланади. Мазкур из  $x$  ўқ билан кесишгунча давом эттирилади ва ҳосил бўлган  $\omega_x$  нуқтадан текисликнинг горизонтал чизигига параллел чизиқ чизилади (39-шакл, г). Шунда текисликнинг горизонтал изи  $h_{01}$  ҳосил бўлади.



#### 4. ТҮҒРИ ЧИЗИҚ ВА ТЕКИСЛИК

##### 4.1. Тўғри чизиқнинг махсус текислик билан кесишган нуқтасини аниқлаш

Тўғри чизиқнинг махсус (проекцияловчи) текислик билан кесишиш нуқтаси тўғри чизиқ ва текислик учун умумий нуқта ҳисобланади. Маълумки, махсус текислик қайси проекциялар текислигига проекцияловчи (перпендикуляр) бўлса, ўша текисликка тўғри чизиқ кўринишида тасвирланади. Махсус текисликнинг худди шу хусусиятидан фойдаланиб, изланаётган нуқта топилади. Бунда тўғри чизиқ ва текисликнинг ўзаро кесишаётганлиги яққол кўриниб туради. Масалан, текислик горизонтал проекцияловчи бўлса, тўғри чизиқ билан унинг кесишаётган нуқтаси  $P_1$  да  $E_1$  орқали топилади (40-шакл, а). Эпюрда эса тўғридан-тўғри текисликнинг горизонтал изи билан тўғри чизиқ-



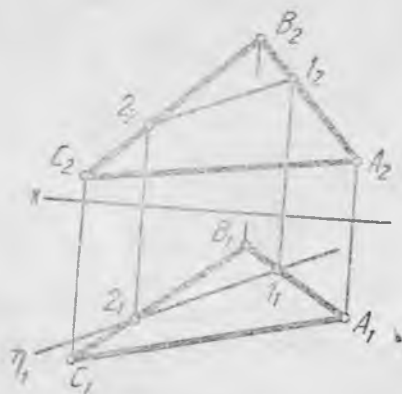
40-шакл.

нинг горизонтал проекцияси ўзаро кесишаётган  $E_1$  нуқта олинади ва у орқали  $E_2$  топилади (40-шакл, б).

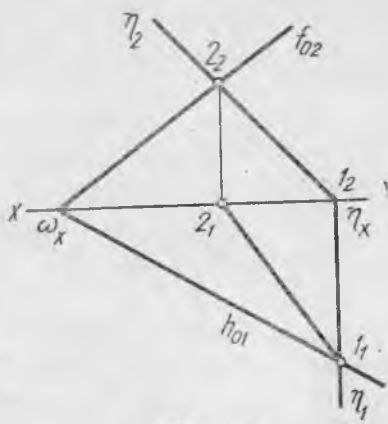
Текислик фронтал проекцияловчи бўлса, тўғри чизиқнинг фронтал проекцияси билан текисликнинг фронтал изи кесишаётган жой  $E_2$  деб белгиланади ва у орқали  $E_1$  топилади (40-шакл, в).

##### 4.2. Умумий вазиятдаги текислик билан махсус текисликнинг ўзаро кесишиш чизиғини аниқлаш

Умумий вазиятдаги текисликнинг томонлари тўғри чизиқ деб қаралади ва уларнинг махсус текислик билан кесишаётган нуқталари белгиланади. Бу белгиланган нуқталар ўзаро туташтирилса, умумий вазиятдаги текислик билан махсус текисликнинг ўзаро кесишиш чизиғи аниқланган бўлади. Бу ерда кесишиш чизиғининг битта проекцияси махсус текислик изи билан қўшиб тасвирланади. Масалан,  $ABC(A_1B_1C_1, A_2B_2C_2)$  текисликнинг горизонтал проекцияловчи текислик билан кесишаётган чизиғини аниқлаш учун учбурчак  $A_1B_1$  ва  $B_1C_1$  томонларининг  $\eta_1$  билан кесишаётган жойларини  $1_1, 2_1$  деб белгилаб, улар орқали



41- шакл.



42- шакл.

$A_2B_2$  да  $1_2$ ,  $B_2C_2$  да  $2_2$  топилади ва улар ўзаро туташтирилади (41- шакл).

Умумий вазиятдаги ва махсус текисликлар излари орқали тасвирланган бўлса, у ҳолда иккала текисликнинг бир номли излари ўзаро кесиштирилади. Шунда горизонтал излар кесишиб,  $1_1$  ни, фронтал излари ўзаро кесишиб,  $2_2$  ни ҳосил қилади. Сўнгра  $1_2$  ва  $2_1$  лар  $x$  ўқида белгиланиб, бир номли нуқталар туташтирилса, кесишиш чизиғининг проекциялари ҳосил бўлади. Бу ерда текисликларнинг ўзаро кесишиш чизиғининг горизонтал проекцияси  $1_12_1$  дан иборат. Унинг фронтал проекцияси  $1_22_2$  махсус текисликнинг фронтал изи билан қўшиб тасвирланади (42- шакл).

### 4.3. Тўғри чизиқнинг умумий вазиятдаги текислик билан кесишиш нуқтасини аниқлаш

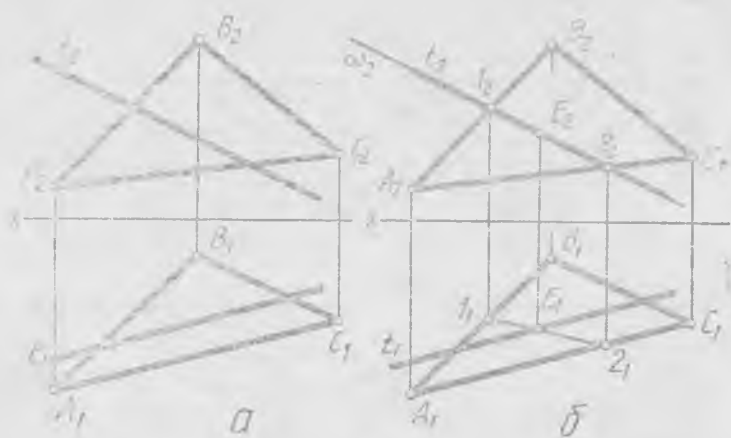
Тўғри чизиқнинг умумий вазиятдаги текислик билан ўзаро кесишган нуқтасини топиш учун тўғри чизиқ орқали махсус (проекцияловчи) текислик ўтказилади. Проекцияловчи текислик билан умумий вазиятдаги текисликнинг ўзаро кесишиш чизиғи топилади. Изланаётган нуқта текисликларнинг ўзаро кесишиш чизиғида тўғри чизиқнинг кесишган жойида ётади.

Ми с о л.  $ABC$  ( $A_1B_1C_1$ ,  $A_2B_2C_2$ ) текислик билан  $t$  ( $t_1$ ,  $t_2$ ) тўғри чизиқнинг кесишиш нуқтаси топилсин (43-шакл, а).

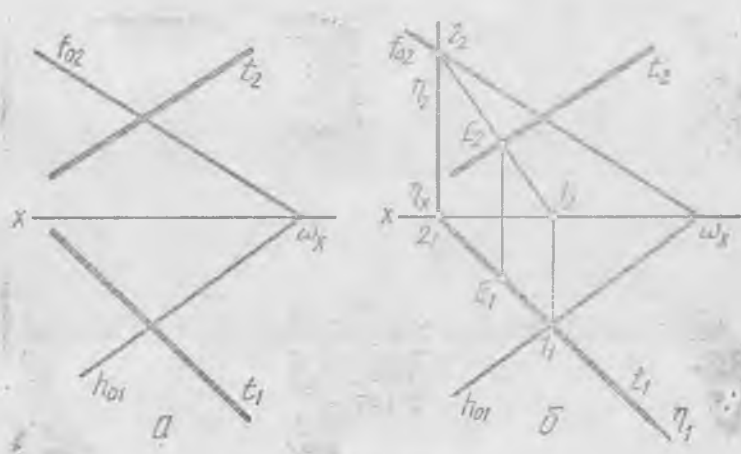
Ечиш. 1. Тўғри чизиқ орқали фронтал проекцияловчи текислик ўтказилади.

2. Фронтал проекцияловчи текислик билан умумий вазиятдаги текисликнинг ўзаро кесишиш чизиғи  $12$  ( $1_12_1$ ,  $1_22_2$ ) топилади.

3. Тўғри чизиқнинг горизонтал проекцияси  $t_1$  билан  $1_12_1$  нинг ўзаро кесишаётган жойи  $E_1$  деб белгиланади ва у орқали  $E_2$  топилади (43- шакл, б).



43-шакл.

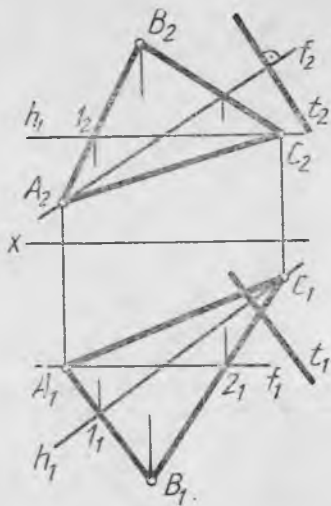


44-шакл.

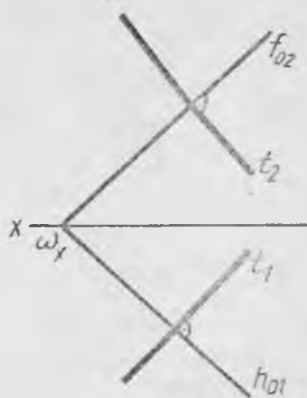
Бошқа мисолда умумий вазиятдаги текислик ўзининг излари орқали ифода қилинган бўлиб, тўғри чизиқнинг шу текислик билан кесишган нуқтасини топиш учун тўғри чизиқ орқали горизонтал проекцияловчи текислик ўтказилган. Иккала текисликнинг ўзаро кесишиш чизиғи  $l_2 2_2$  билан  $l_1$  нинг кесишаётган жойида излаётган нуқтанинг фронтал проекцияси  $E_2$  ётади. Проекцияларни боғловчи чизиқ ёрдамида  $l_1$  да  $E_1$  ни топиш мумкин (44-шакл).

#### 4.4. Тўғри чизиқнинг текисликка перпендикулярлиги

Тўғри чизиқ текисликдаги ўзаро кесишувчи икки тўғри чизиқнинг ҳар бирига перпендикуляр бўлса, мазкур тўғри чизиқ



45- шакл.

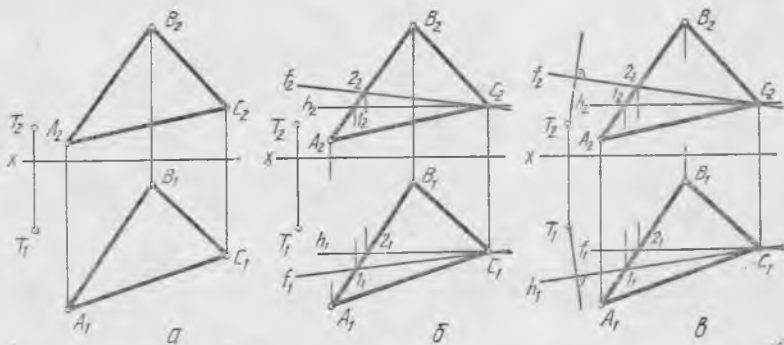


46- шакл.

текисликка ҳам перпендикуляр ҳисобланади. Эпюлда умумий вазиятдаги текисликка перпендикуляр тўғри чизиқ ўтказиш учун параллел проекцияларнинг хоссаларидан бирига амал қилинади, яъни тўғри бурчак ( $90^\circ$ ) нинг бирор томони проекциялар текисликларидан бирига параллел бўлса, тўғри бурчак бу текисликка ўзининг ҳақиқий катталигида проекцияланади.

Умумий вазиятдаги текислик излари орқали тасвирланган бўлса, унинг излари  $\Pi_1$  ва  $\Pi_2$  ларда ётади. Демак, тўғри чизиқни бу изларга перпендикуляр қилиб ўтказиш мумкин бўлади. Шунда  $t_1 \perp h_{01}$ ,  $f_2 \perp f_{02}$  бўлгани учун тўғри чизиқ текисликка перпендикуляр ҳисобланади (45- шакл).

Агар текислик  $ABC$  ( $A_1B_1C_1$ ,  $A_2B_2C_2$ ) кўринишида тасвирланган бўлса, у ҳолда шу текисликнинг  $\Pi_1$  ва  $\Pi_2$  ларга параллел жойлашган махсус чизиқлари ўтказиб олинади. Тўғри чизиқ



47- шакл.

эса мазкур текисликнинг махсус чизиқларига перпендикуляр қилиб ўтказилади, яъни  $t_1 \perp h_1$ ,  $t_2 \perp f_2$  (46-шакл).

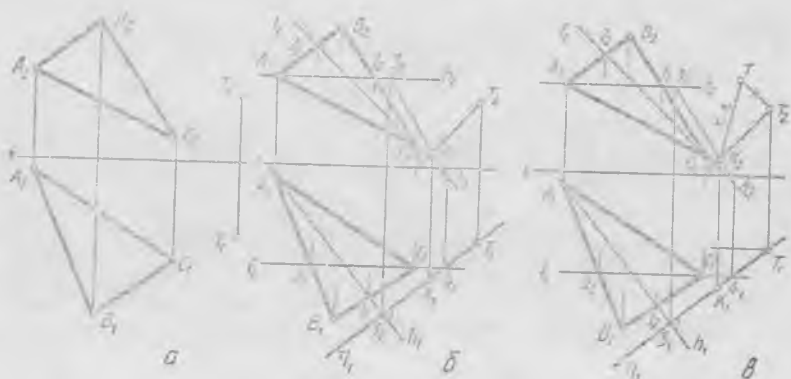
Мисол.  $ABC(A_1B_1C_1, A_2B_2C_2)$  кўринишда берилган текисликка  $T(T_1, T_2)$  нуқтадан ўтувчи перпендикуляр тўғри чизиқ ўтказилсин (47-шакл, а).

Ечиш. 1. Текисликнинг махсус чизиқлари, яъни горизонтали ва фронтали ўтказилади (47-шакл, б).

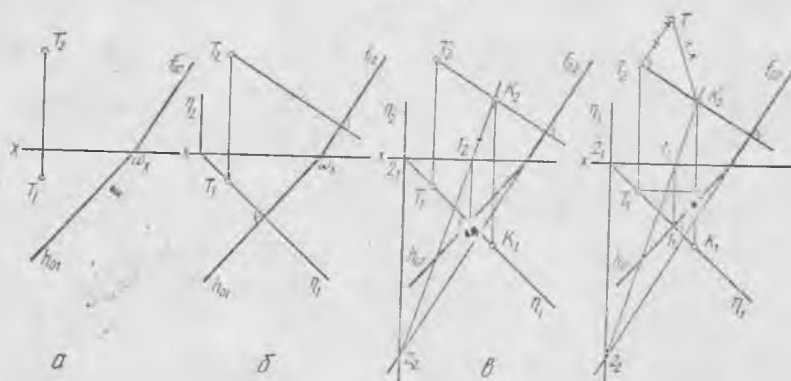
2.  $T_1$  дан  $h_1$  га,  $T_2$  дан  $f_2$  га перпендикуляр чизиқлар ўтказилади (47-шакл, в).

Мисол.  $T(T_1, T_2)$  нуқтадан  $ABC(A_1B_1C_1, A_2B_2C_2)$  текисликкача бўлган энг қисқа масофа топилсин (48-шакл, а).

Ечиш. Нуқтадан текисликкача бўлган энг қисқа масофа нуқтадан текисликка ўтказилган перпендикулярдир. Шунинг учун олдин текисликнинг махсус чизиқлари ўтказиб олинади ва нуқтанинг проекцияларидан мос ҳолда перпендикулярлар ўтказилади. Энди текисликка нисбатан ўтказилган перпендикулярнинг текислик билан кесишган нуқтаси аниқланади. Бунинг учун тўғри чизиқ орқали махсус текисликлардан бири, масалан, горизонтал проекцияловчи текислик ўтказилади. Натижада те-



48-шакл.



49-шакл.



кисликка перпендикуляр қилиб ўтказилган тўғри чизиқнинг текислик билан кесишадиган нуқтаси  $K$  нинг проекциялари  $K_1$  ва  $K_2$  топилади.  $TK$  ( $T_1K_1$ ,  $T_2K_2$ ) кесма нуқтадан текисликкача бўлган энг қисқа масофанинг проекцияси ҳисобланади (48-шакл, б). Шу масофанинг ҳақиқий узунлиги тўғри бурчакли учбурчак усулида аниқланади (48-шакл, в).

Агар текислик излари орқали ифода қилинган бўлса (49-шакл, а), нуқтадан текисликкача бўлган энг қисқа масофани топиш учун:

1.  $T_1$  дан  $h_{01}$  га,  $T_2$  дан  $f_{02}$  га перпендикуляр ўтказилади.

2. Ўтказилган перпендикуляр чизиқларнинг бири орқали проекцияловчи текислик (масалан, горизонтал проекцияловчи текислик) ўтказилади (49-шакл, б).

3. Горизонтал проекцияловчи текислик билан берилган текисликнинг ўзаро кесишиш чизиғи аниқланади. Шунда перпендикуляр чизиқнинг берилган текислик билан кесишиш нуқтаси  $K$  ( $K_1$ ,  $K_2$ ) топилади (49-шакл, в).

4. Топилган энг қисқа масофа  $TK$  ( $T_1K_1$ ,  $T_2K_2$ ) нинг ҳақиқий узунлиги тўғри бурчакли учбурчак усулида аниқланади (49-шакл, г).

#### Савол ва машқлар

1. Тўғри чизиқнинг текислик билан кесишиш нуқтаси қандай топилади?

2. Қандай вазиятда тўғри чизиқ текисликка перпендикуляр бўлади?

3. Иккита текисликнинг ўзаро кесишиш чизиғи қандай аниқланади?

4. 2-жадвалда берилган  $ABCS$  нинг координаталари бўйича унинг эпюри чизилсин ва  $S$  дан  $ABC$  гача бўлган энг қисқа масофа топилсин.

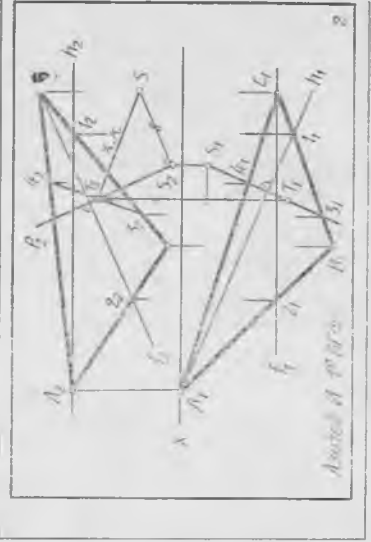
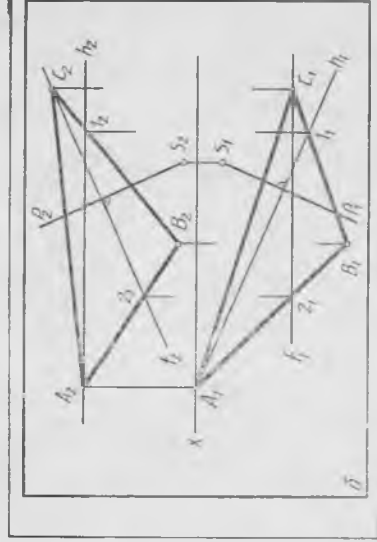
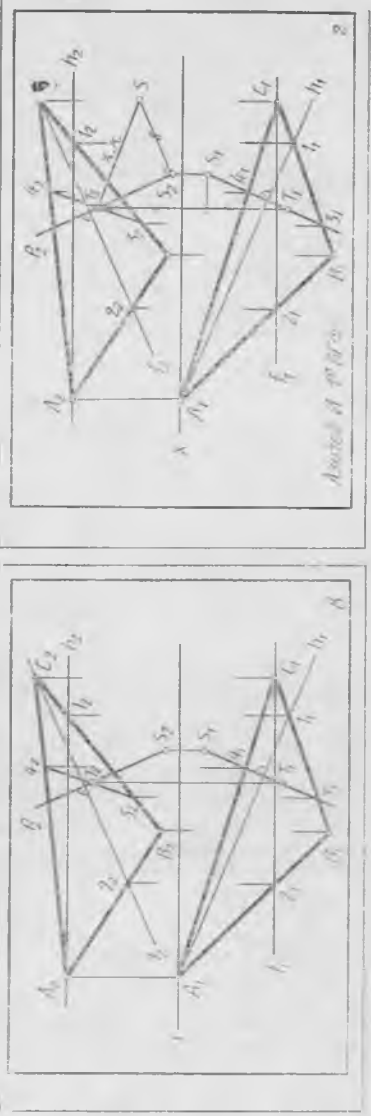
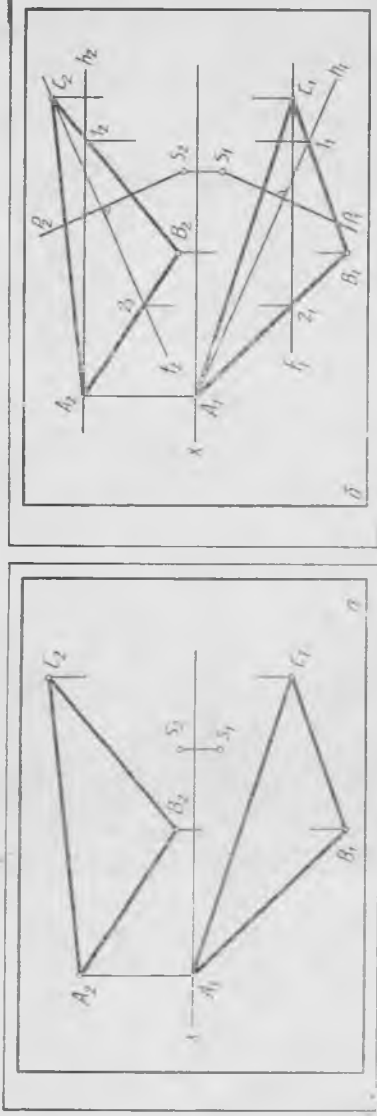
2-график ишнинг иккинчи вазифаси.  $S(S_1, S_2)$  нуқтадан  $ABC$  ( $A_1B_1C_1$ ,  $A_2B_2C_2$ ) текисликкача бўлган энг қисқа масофанинг ҳақиқий узунлиги топилсин. Бунинг учун:

1.  $ABC$  ( $A_1B_1C_1$ ,  $A_2B_2C_2$ ) нинг ва  $S$  ( $S_1$ ,  $S_2$ ) нинг проекциялари чизиб олинади (50-шакл, а).

2. Текисликнинг горизонтал ва фронтал чизиқлари ўтказилади.  $S_1$  дан текислик горизонталининг горизонтал проекцияси  $h_1$  га,  $S_2$  дан текислик фронталининг фронтал проекцияси  $f_2$  га перпендикуляр чизиқлар ўтказилади (50-шакл, б).

3. Ўтказилган перпендикуляр чизиқлардан бири орқали проекцияловчи текислик (масалан, горизонтал проекцияловчи текислик) ўтказилади ва унинг учбурчак билан кесишган чизиғи ( $3_1A_1$ ,  $3_2A_2$ ) аниқланади. Шунда  $3_2A_2$  билан  $p_2$  нинг ўзаро кесишган жойи  $T_2$  деб белгиланади.  $T_2$  орқали  $T_1$  топилади. Бунда изланаётган масофанинг горизонтал  $3_1A_1$  ва фронтал  $3_2A_2$  проекциялари ҳосил бўлади (50-шакл, в).

4.  $ST$  ( $S_1T_1$ ,  $S_2T_2$ ) масофанинг ҳақиқий узунлиги аниқланади (50-шакл, г).

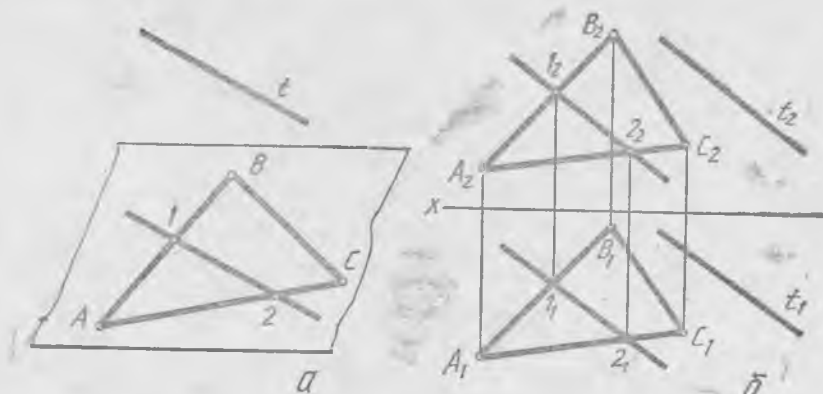


Abstr. of P. P. P. P.

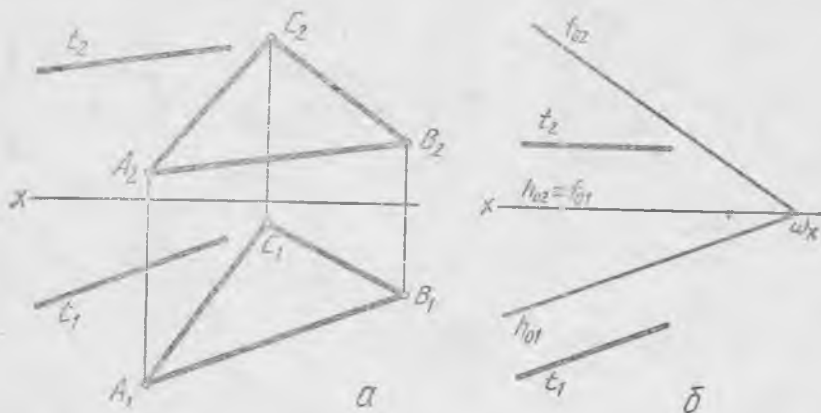
IN MARK

#### 4.5. Тўғри чизиқнинг текисликка параллеллиги

Текисликдаги  $l_2$  тўғри чизиққа  $t$  тўғри чизиқ параллель бўлса, у ҳолда тўғри чизиқ билан текислик ўзаро параллель ҳисобланади (51-шакл, а). Чунки  $t_1 \parallel l_1$ ,  $t_2 \parallel l_2$  булганлиги учун тўғри чизиқ текисликка параллел, яъни  $t \parallel ABC$ , демак  $t \parallel \omega$ .



51-шакл.

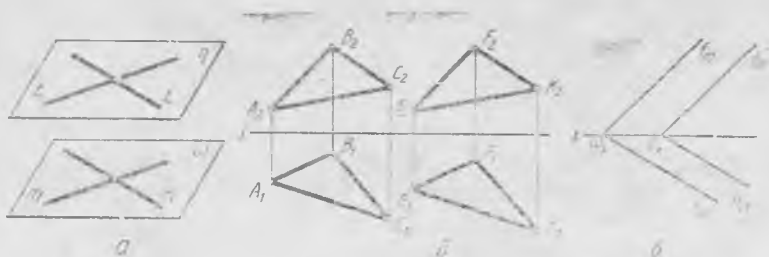


52-шакл.

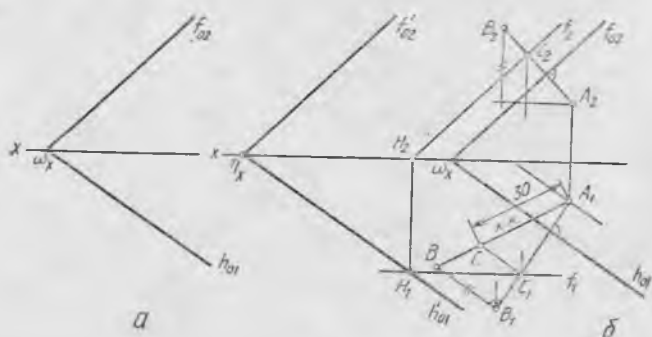
Тўғри чизиқни текисликнинг бирор томонига параллел қилиб ўтказса ҳам бўлади, масалан  $t_1 \parallel A_1B_1$ ,  $t_2 \parallel A_2B_2$  (52-шакл, а) ёки  $t_1 \parallel h_{01}$ ,  $t_2 \parallel h_{02}$  (52-шакл, б).

#### 4.6. Икки текисликнинг ўзаро параллеллиги

Ихтиёрий масофада жойлашган иккита текисликнинг барча элементлари, масалан, ўзаро кесишувчи иккита тўғри чизиқ ўзаро параллел бўлса, мазкур текисликлар ҳам ўзаро параллел ҳисобланади (53-шакл, а).



53-шакл.



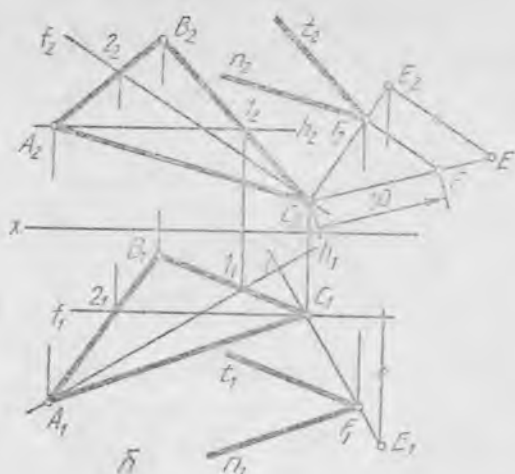
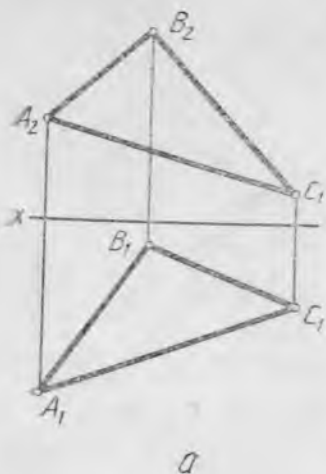
54-шакл.

Эпюрда текисликларнинг бир номили томонлари (53-шакл. б) ёки излари (53-шакл. в) ўзаро параллел бўлса, текисликлар ҳам ўзаро параллел бўлади. Чунки  $A_1B_1 \parallel E_1F_1$ ,  $A_2B_2 \parallel E_2F_2$ ,  $B_1C_1 \parallel F_1K_1$ ,  $B_2C_2 \parallel E_2K_2$ ,  $A_1C_1 \parallel E_1K_1$ ,  $A_2C_2 \parallel E_2K_2$  ёки  $h_{01} \parallel h'_{01}$ ,  $f_{02} \parallel f'_{02}$ .

Мисол. Умумий вазиятдаги текислик излари орқали берилган бўлиб, унга 30 мм масофада параллел текислик ўтказилсин (54-шакл, а).

Ечиш. Текисликда ётувчи нуқта танлаб олинади ва ундан, яъни  $A_1$  дан  $h_{01}$  га,  $A_2$  дан  $t_{02}$  га перпендикуляр чизиқлар ўтказилади. Бу перпендикуляр чизиқлар ихтиёрий  $B_1$  ва  $B_2$  ларда чегараланади. Бу  $AB$  ( $A_1B_1$ ,  $A_2B_2$ ) кесманинг ҳақиқий узунлиги аниқланиб,  $A_1$  дан ҳақиқий узунликка 30 мм ўлчаб қўйилади.  $C$  нуқтадан  $A_1B_1$  га перпендикуляр чизиб, унда  $C_1$  топилади ва у орқали  $C_2$  аниқланади. Энди  $C_1$  дан ўтказиладиган параллел текислик фронтал чизиғининг горизонтал проекцияси  $f_1$ ,  $C_2$  дан унинг фронтал проекцияси  $f_2$  ўтказилади ва бу чизиқнинг горизонтал изи  $H_1$ ,  $H_2$  топилади.  $H_1$  дан  $h_{01}$  га параллел қилиб  $h'_{01}$  ўтказилади ва унинг  $x$  ўқ билан кесишган нуqtаси аниқланади. Сўнгра  $\omega_x$  орқали текисликнинг фронтал изи  $f'_{02}$  берилган текисликнинг фронтал изига параллел қилиб ўтказилади (54-шакл, б).

Мисол.  $ABC$  ( $A_1B_1C_1$ ,  $A_2B_2C_2$ ) кўринишида берилган те-



55- шакл.

кисликка 30 мм масофада параллел текислик ўтказилсин (55-шакл, а).

*Ечиш.* 1. Текисликнинг горизонтал ва фронтал чизиқлари ўтказилади.

2. Текисликда ётувчи нуқта танлаб олинади. Текисликдаги нуқта сифатида унинг учларидан бирини, масалан  $C(C_1, C_2)$  нуқтани танлаш мумкин.  $C_1$  дан  $h_1$  га,  $C_2$  дан  $f_2$  га перпендикуляр чизиқлар ўтказилади ва улар ихтиёрий  $E_1, E_2$  ларда чегаралаб олинади.

3.  $C_1E_1, C_2E_2$  кесманинг ҳақиқий узунлиги топилади ва  $C_2$  дан кесманинг ҳақиқий узунлигига 30 мм ўлчаб қўйилади. Ҳосил қилинган  $F$  дан  $C_2 E_2$  га перпендикуляр чизиб, унда  $F_2$  белгиланади ва у орқали  $F_1$  топилади.

4.  $F_1$  ва  $F_2$  лардан текисликнинг  $C_1A_1$  ва  $C_1B_1, C_2A_2, C_2B_2$  томонларига параллел чизиқлар чизиб чиқилади. Шунда берилган текисликка 30 мм масофада параллел текислик ўтказилган ҳисобланади.

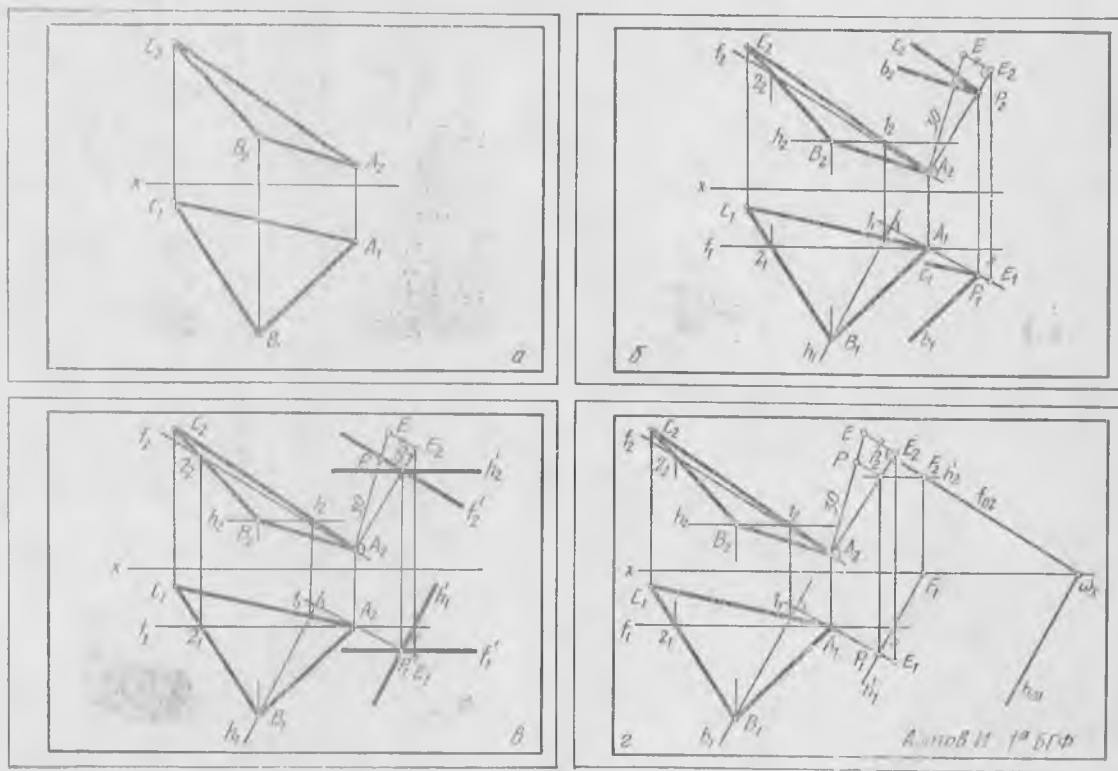
#### Савол ва машқлар

1. Қандай вазиятда тўғри чизиқ текисликка параллел бўлади?

2. Иккита текисликнинг ўзаро параллел бўлиш шартини айтиб беринг.

3. 2-жадвалда берилган  $ABC$  текисликнинг эпюри чизилсин ҳамда  $ABC(A_1B_1C_1, A_2B_2C_2)$  текисликка 30 мм масофада параллел текислик ўтказилсин.

2-график ишнинг учинчи вазифаси.  $ABC(A_1B_1C_1, A_2B_2C_2)$  текисликка параллел текислик 30 мм да ўтказилсин. Бу вазифада  $S(S_1, S_2)$  нуқта иштираётмайди. Шунинг учун одатдагидек  $ABC(A_1B_1C_1, A_2B_2C_2)$  текисликнинг горизон-



56- шакл,

тал ва фронтал проекцияларини уларнинг берилган координаталари қийматлари бўйича чизиб чиқилади (56-шакл, а).

1. Текисликнинг махсус чизиқлари, яъни горизонтал ( $h_1, h_2$ ) ва фронтал ( $f_1, f_2$ ) лари чизилади.

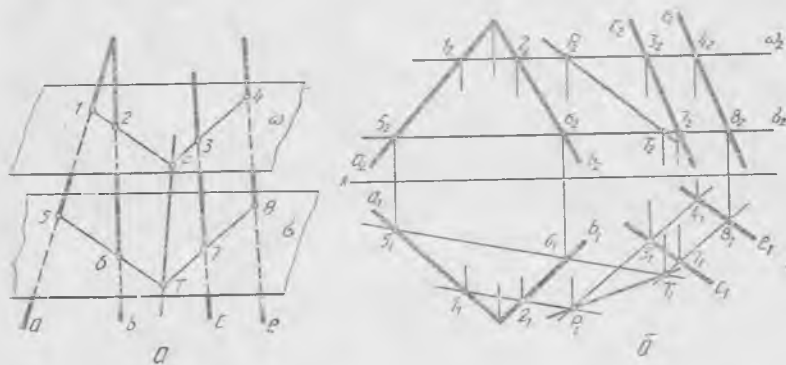
2. Текисликдаги бирор, масалан  $A(A_1, A_2)$  нуқтадан махсус чизиқларга, яъни  $A_1$  дан  $h_1$  га,  $A_2$  дан  $f_2$  га перпендикуляр чизиқлар утказилади. Бу перпендикуляр чизиқлар ихтиёрий  $E_1$  ва  $E_2$  нуқталарда чегараланади.

3.  $AE(A_1E_1, A_2E_2)$  кесманинг ҳақиқий узунлиги топилади ва  $A_2$  дан кесманинг ҳақиқий узунлигига 30 мм ўлчаб қўйиб, у жой  $P$  деб белгиланади. Энди  $P$  дан  $A_2E_2$  га перпендикуляр чизиб, унда  $P_2$  топилади. Сўнгра  $P_2$  орқали  $P_1$  топилади.

4.  $P(P_1, P_2)$  нуқта орқали текисликни ўзаро кесишувчи иккита тўғри чизиқ ёки излари орқали ўтказиш мумкин. Бунинг учун  $P_1$  орқали текисликнинг  $A_1C_1$  ва  $A_1B_1$  ҳамда  $A_2C_2$  ва  $A_2B_2$  томонларига  $P_2$  дан параллел чизиқлар ўтказилади (56-шакл, а). Кейин  $P(P_1, P_2)$  орқали текисликнинг махсус чизиқларига параллел чизиқлар ўтказилади (56-шакл, в).  $P_1$  орқали текисликнинг горизонтал чизиғига параллел қилиб ўтказиладиган текисликнинг горизонтал чизиғи ўтказилади ва унинг фронтал изи ( $F_1F_2$ ) аниқланади.  $F_2$  дан текисликнинг фронтал изи  $f_2$  га параллел чизиқ чизилиб, унинг  $x$  ўқидаги кесишиш нуқтаси  $\omega$  топилади.  $\omega$  дан текисликнинг горизонтал изи  $h_1$  га параллель чизилади (56-шакл, г).

#### 4.7. Умумий вазиятдаги текисликларнинг ўзаро кесишиши

Умумий вазиятдаги иккита текисликнинг ўзаро кесишиш чизиғини аниқлаш учун иккала текисликни кесиб ўтувчи ёрдамчи текисликлардан фойдаланилади. Ёрдамчи кесувчи текисликлар махсус (проекцияловчи) бўлса, масаланинг ечилиши осонлашади. Шунинг учун 57-шаклда берилган умумий вазиятдаги текисликларнинг ўзаро кесишиш чизиғини аниқлашда иккита горизонтал текисликлардан фойдаланилди. Бу ерда биринчи  $\omega(\omega_2)$  текислик  $ab(a_1b_1, a_2b_2)$  текисликни  $12(1_12_1, 1_22_2)$ ,  $ce(c_1e_1, c_2e_2)$  текисликни эса  $34(3_14_1, 3_24_2)$  чизиқларда кесмоқда.



57-шакл.





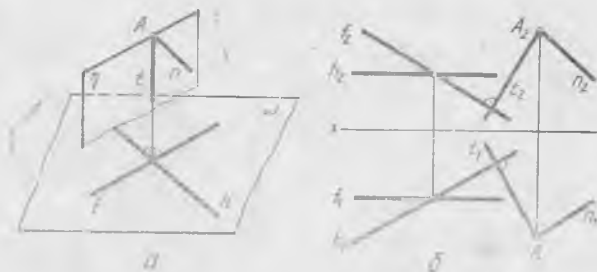
шакл. а). Эпюрдa умумий вазиятдаги бу иккала текисликнинг ўзарo кесишиш чизигини аниқлаш учун  $m_2$  ва  $n_2$  орқали фронтал проекцияловчи текисликлар ўтказилади. Бу ўтказилган махсус текисликларнинг  $ABC(A_1B_1C_1, A_2B_2C_2)$  билан кесишган чизиклари топилади.  $I2(I_12_1, I_22_2)$  ва  $34(3_14_1, 3_24_2)$  чизиклар ўзарo кесишиб,  $P(P_1, P_2)$  ва  $T(T_1, T_2)$  нуқталарни аниқлайди ва уларнинг бир номли проекциялари ўзарo туташтирилади (58-шакл, б).

Умумий вазиятдаги текисликлар излари орқали ифода қилинган бўлса (59-шакл, а), мазкур текисликларнинг кесишиш чизигига оид нуқталар уларнинг бир номли излари ўзарo кесишаётган жойларда ётади (59-шакл, б).

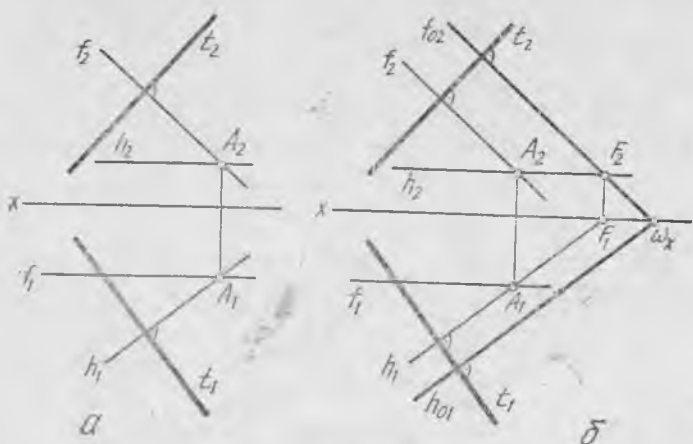
#### 4.8. Иккита текисликнинг ўзарo перпендикулярлиги

Бир текисликдаги ўзарo кесишувчи ҳар иккала тўғри чизикқа иккинчи текисликдаги тўғри чизик перпендикуляр бўлса (60-шакл, а), бу иккала текислик ҳам ўзарo перпендикуляр бўлади. Эпюрдa текисликдаги ўзарo кесишувчи тўғри чизикларни мазкур текисликнинг горизонтал ва фронталлари сифатида олинса, у ҳолда иккинчи текисликдаги тўғри чизикнинг горизонтал проекцияси  $t_1 \perp h_1$  тарзда, фронтал проекцияси эса  $t_1 \perp t_2$  қилиб ўтказилади. Кейин тўғри чизик  $t(t_1, t_2)$  нинг  $A(A_1, A_2)$  нуқтаси орқали ихтиёрий чизик ўтказилади (60-шакл, б).

Мисол.  $A(A_1, A_2)$  нуқта орқали  $t(t_1, t_2)$  тўғри чизикқа перпендикуляр текислик ўтказилсин (1-шакл, а). Нуқтанинг горизонтал проекцияси  $A_1$  орқали тўғри чизикқа перпендикуляр қилиб ўтказиладиган текисликнинг горизонтали  $h_1$  ўтказилади. Бу горизонтал чизикнинг фронтал проекцияси  $A_2$  дан  $x$  ўқига параллел қилиб чизилади. Нуқтанинг фронтал проекцияси  $A_2$  дан  $t_2$  га перпендикуляр қилиб ўтказиладиган текисликнинг фронтали ўтказилади ва унинг горизонтал проекцияси  $A_1$  орқали  $x$  ўққа параллел чизик чизилади. Чизмада тўғри чизикқа перпендикуляр текислик ўзарo кесишувчи иккита тўғри чизик орқали ўтказилган (61-шакл, а). Бу ўзарo кесишувчи тўғри чизикларда ифода қилинаётган текисликнинг битта чизиги го-

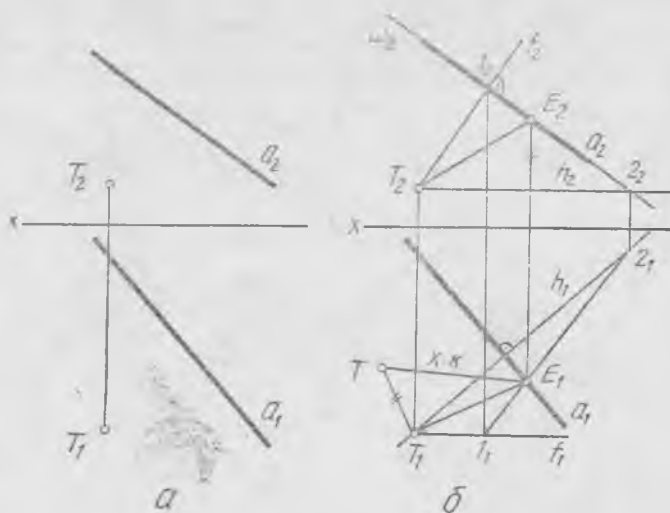


60-шакл.

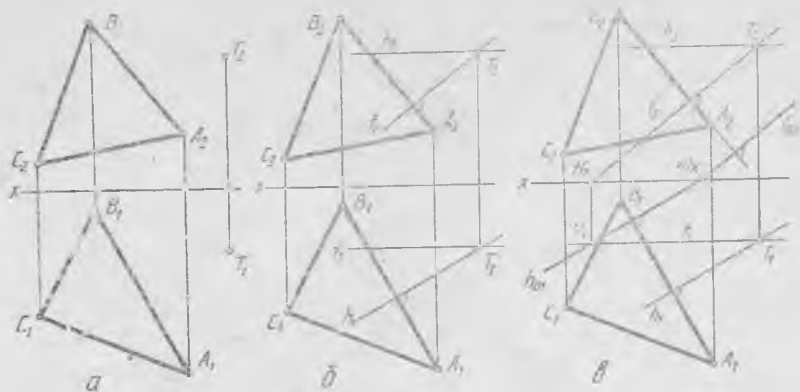


61- шакл.

ризонтал, иккинчиси эса фронталда тасвирланмоқда. Агар тўғри чизиққа перпендикуляр текисликни излари орқали ўтказиш талаб қилинса, у ҳолда шу чизма давом эттирилиши мумкин. Бунинг учун текисликнинг горизонтал ёки фронтал чизиқларидан бирининг, масалан, горизонталнинг фронтал изи  $F(F_1, F_2)$  топилади ва у орқали тўғри чизиққа перпендикуляр чизилади. Шунда ўтказиладиган текисликнинг фронтал изи  $f_{02}$  чизилган ҳисобланади. Унинг  $x$  ўқдаги  $\omega$  нуқтаси орқали текисликнинг горизонтал изи  $h_{01}$  тўғри чизиқнинг горизонтал проекциясига перпендикуляр қилиб ўтказилади (61- шакл, б).



62- шакл.



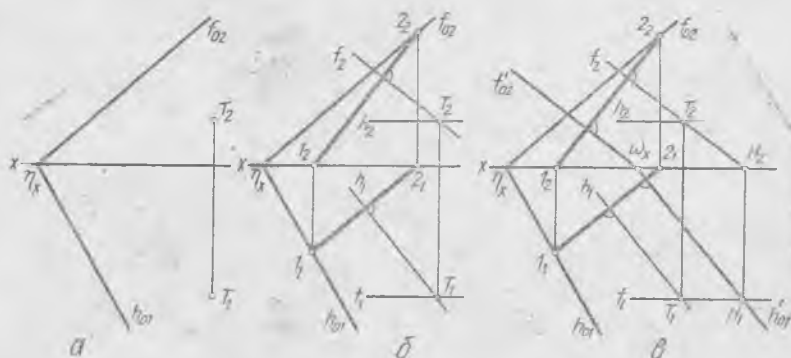
63-шакл.

**Мисол.**  $T(T_1, T_2)$  нуқтадан  $a(a_1, a_2)$  тўғри чизиққача бўлган энг қисқа масофа топилсин (62-шакл, а).

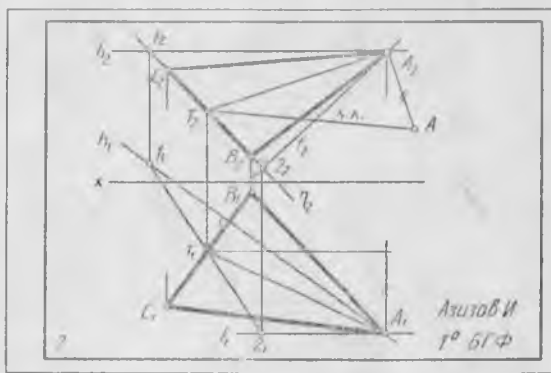
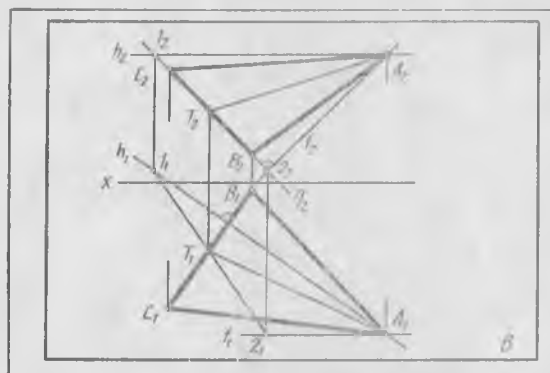
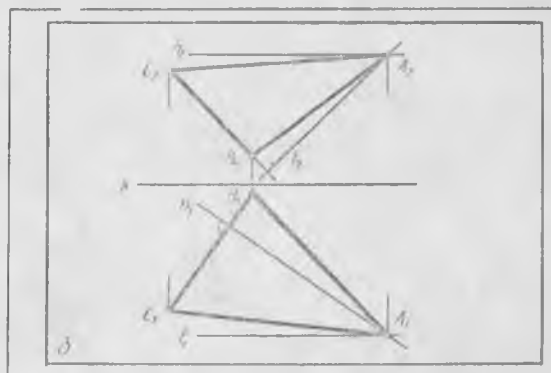
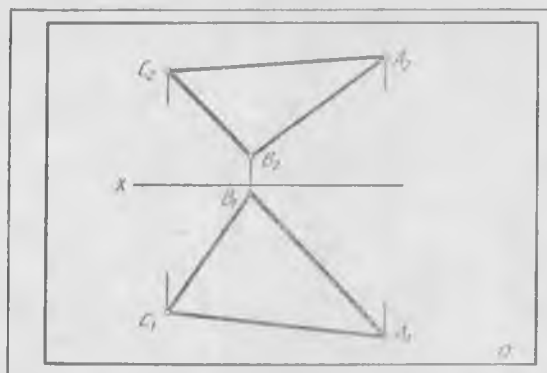
**Ечиш.** Дастлаб берилган нуқтадан тўғри чизиққа нисбатан перпендикуляр текислик ўтказилади. Кейин тўғри чизиқнинг ўтказилган перпендикуляр текислик билан кесишиш нуқтаси топилади. Шунда изланаётган масофа аниқланган бўлади. Шу масофанинг ҳақиқий узунлиги тўғри бурчакли учбурчак усулида аниқланади (62-шакл, б).

**Мисол.**  $ABC(A_1B_1C_1, A_2B_2C_2)$  текисликка перпендикуляр текислик  $T(T_1, T_2)$  нуқта орқали ўтказилсин (63-шакл, а).

**Ечиш.** Нуқтанинг горизонтал ва фронтал проекциялари орқали текислиكنинг бирор томонига, масалан  $AB(A_1B_1, A_2B_2)$  томонига перпендикуляр қилиб ўтказиладиган текислиكنинг махсус чизиқлари чизилади (63-шакл, б). Агар ўтказиладиган перпендикуляр текислик излари орқали тасвирланиши талаб қилинса, у ҳолда, шу чизма давом эттирилади. Бунинг учун махсус чизиқлардан бирининг изи топилиб, у орқали перпендикуляр текислик излари ўтказилади (63-шакл, в).



64-шакл.



65- шакл.

Мисол.  $\eta$  текислик излари орқали тасвирланган. Унга  $T(T_1T_2)$  нуқта орқали перпендикуляр текислик ўтказилсин (64-шакл, а).

*Ечиш.* Текисликда бирор тўғри чизиқ, яъни  $12(1_12_1, 1_22_2)$  танлаб олинади ва унга перпендикуляр қилиб ўтказиладиган текисликнинг махсус чизиқлари ўтказилади (64-шакл, б). Шу чизма давом эттирилиб, ўтказиладиган перпендикуляр текисликни излари орқали ифода қилиш мумкин (64-шакл, в).

### Савол ва машқлар

1. Умумий вазиятдаги иккита текисликнинг ўзаро кесишиш чизиғи қандай тартибда аниқланади?

2. Иккита текисликнинг ўзаро перпендикулярлик шартини айтиб беринг.

3. Нуқтадан текисликка перпендикуляр текислик ўтказишда биринчи навбатда нима қилинади?

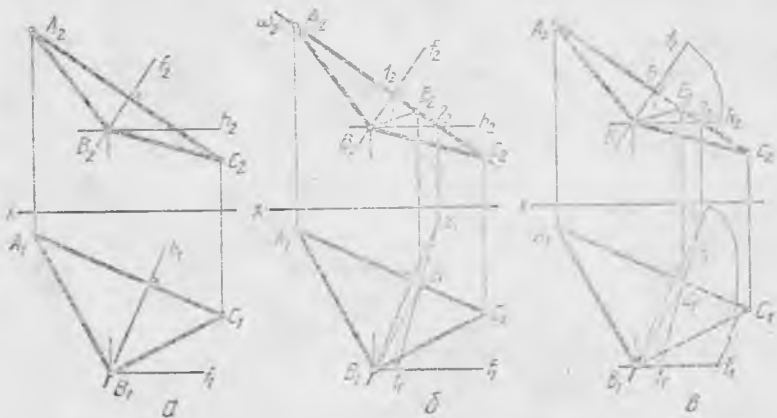
4. Координата қўйматлари 2-жадвал орқали берилган  $ABC$  нинг эпюрдига тасвирлари чизилсин.  $ABC(A_1B_1C_1, A_2B_2C_2)$  текисликнинг  $B(B_1B_2)$  учидан  $AC(A_1C_1, A_2C_2)$  томонига перпендикуляр текислик ўтказилсин ва ҳосил қилинган текисликларнинг ўзаро кесишиш чизиғи аниқлансин.

2-график ишнинг тўртинчи вазифаси.  $ABC(A_1B_1C_1, A_2B_2C_2)$  текисликнинг  $A(A_1A_2)$  учидан  $BC(B_1C_1, B_2C_2)$  томонигача бўлган энг қисқа масофа топилсин.

1. Учбурчакнинг проекциялари чизиб олинади (65-шакл, а).

2. Учбурчакнинг  $A(A_1A_2)$  учидан унинг  $BC(B_1C_1, B_2C_2)$  томонига перпендикуляр текислик горизонтал  $h(h_1, h_2)$  ва фронтал  $f(f_1, f_2)$  чизиқлар кўринишида ўтказилади (65-шакл, б).

3. Учбурчакнинг  $BC(B_1C_1, B_2C_2)$  томони орқали фронтал проекцияловчи текислик  $\eta_2$  ўтказилади ва унинг  $A(A_1, A_2)$  нуқтадан ўтказилган перпендикуляр текислик билан кесишган чизиғи аниқланади.



66-шакл.

4. Изланаётган нуқта ( $T_1$ ) кесишиш чизигининг горизонтал проекцияси  $I_1I_2$  нинг  $B_1C_1$  билан кесишаётган ерида белгиланади. Проекцияларни боғловчи чизиқ ёрдамда  $T_2$  аниқланади ва  $A_1T_1$  ва  $A_2T_2$  лар ўзаро туташтирилади (65-шакл, в).

5. Топилган энг қисқа масофанинг ҳақиқий узунлиги тўғри бурчакли учбурчак усулида аниқланади (65-шакл, з).

Иккинчи график ишининг тўртинчи вазифаси қуйидаги шартга биноан чизилиши ҳам мумкин. Учбурчакнинг  $B(B_1, B_2)$  учидан унинг  $AC(A_1C_1, A_2C_2)$  томонига перпендикуляр текислик утказилсин ва унинг берилган учбурчак билан кесишиш чизиги аниқлансин (66-шакл, а).

1. Шартга кура учбурчакнинг  $B(B_1, B_2)$  учидан унинг  $AC(A_1C_1, A_2C_2)$  томонига перпендикуляр текислик утказилади.

2. Ўзаро перпендикуляр текисликларнинг кесишиш чизиги топилади (66-шакл, б).

3. Текислик қисмларининг бир-бирига нисбатан кўринадиган ва кўринмайдиган томонлари аниқланади (66-шакл, в).

## 5. ЭПЮРНИ ҚАЙТА ТУЗИШ УСУЛЛАРИ

Чизма геометрияда баъзи масалаларнинг ечилиши кулай бўлишини таъминлаш мақсадида эпюрни қайта тузиш усуллари татбиқ қилинади. Масаланинг шартига қараб, *айлантириш* ёки *проекциялар текисликларини алмаштириш*, ёки бошқа усуллар қўлланилади. Қуйида эпюрни қайта тузиш усулларидан баъзилари билан қисқача танишиб чиқамиз.

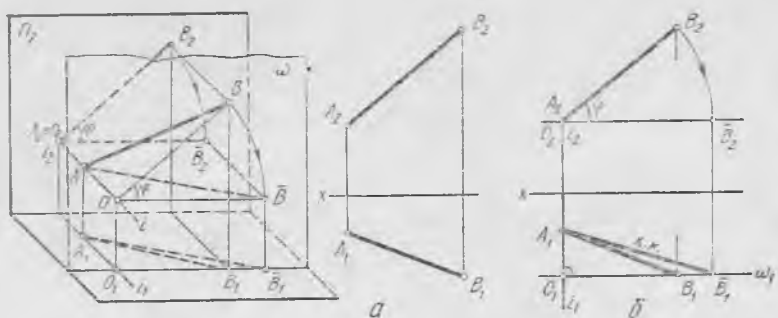
### 5.1. Айлантириш усули

Бу усулда фазодаги нуқта, тўғри чизиқ кесмаси ёки текис шакл бирор танлаб олинган ўқ атрофида керакли бурчакка айлантирилади. Масалан, умумий вазиятдаги  $AB(A_1B_1, A_2B_2)$  кесма  $P_1$  га параллел бўлгунча айлантирилса, мазкур кесма  $P_1$  га ўзининг ҳақиқий узунлигида проекцияланади. Бу иш жараёнини бажариш учун аввало айлантириш ўқи ўтказилади. Айлантириш ўқини кесманинг  $A(A_1, A_2)$  учи орқали  $P_2$  га перпендикуляр қилиб ўтказилса, кесманинг иккинчи  $B(B_1, B_2)$  учи керакли бурчакка, яъни кесма  $x$  ўққа нисбатан параллел вазиятни эгаллагунча айлантирилади. Бунда кесманинг  $A(A_1, A_2)$  учи орқали айлантириш ўқи  $i(i_1, i_2)$  ўтказилганлиги учун  $A$  нуқта қўзғалмас ҳисобланади.  $B(B_1, B_2)$  нуқта эса айланиш ўқига перпендикуляр қилиб ўтказилган ҳаракат текислигида радиуси  $R(R_2)$  га тенг айлана ёйи чизади.

Мисол.  $AB(A_1B_1, A_2B_2)$  кесманинг ҳақиқий узунлиги айлантириш усули орқали топилсин (67-шакл, а).

*Ечиш.* 1. Кесманинг  $A(A_1, A_2)$  учи орқали  $P_2$  га перпендикуляр қилиб айланиш ўқи  $i(i_1, i_2)$  ўтказилади.

2. Кесманинг  $B(B_1, B_2)$  нуқтаси орқали ҳаракат текислиги  $\omega_1 \perp i_1$  тарзда ўтказилади.



67- шакл.

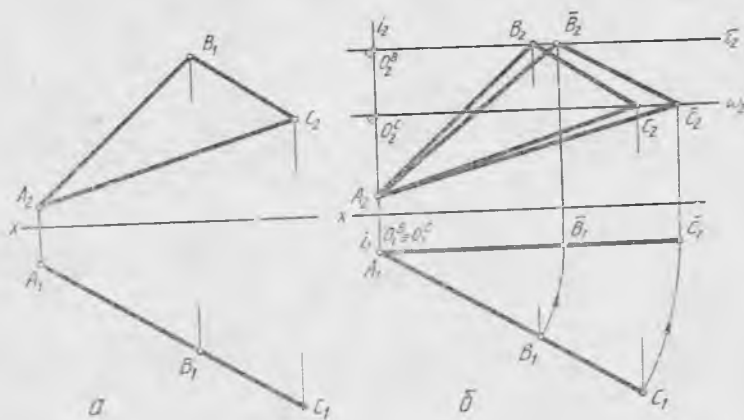
3. Ҳаракат текислигининг айлантириш ўқи билан кесишган жойида айлантириш маркази  $O(O_1, O_2)$  белгиланади.

4. Айлантириш радиуси  $OB(O_1B_1, O_2B_2)$  аниқланади.

5.  $OB(O_1B_1, O_2B_2)$  радиусда  $B(B_1, B_2)$  нуқта  $\varphi$  бурчакка айлантирилади. Шунда кесма  $x$  ўққа параллел вазиятни эгаллайди. Нуқтанинг янги вазияти  $\bar{B}(B_1, B_2)$  деб белгиланади.

6.  $\bar{B}$  ва  $A$  ҳамда уларнинг бир номли проекциялари ўзаро туташтирилади. Шунда кесманинг ҳақиқий узунлиги  $A_1\bar{B}_1$  ҳосил бўлади (67- шакл, б).

Текис шакллар проекцияловчи вазиятда бўлганда уларнинг ҳақиқий ўлчамини аниқлаш учун уларни проекциялар текисликларидан бирига параллел бўлгунча айлантирилса kifоя. Масалан, горизонтал проекцияловчи  $ABC(A_1B_1C_1, A_2B_2C_2)$  текислигининг ҳақиқий ўлчамини топиш учун (68- шакл, а) уни  $\Pi_2$  га параллел бўлгунча айлантирилади. Бунинг учун учбурчакнинг бирор учи, масалан,  $A(A_1, A_2)$  орқали  $\Pi_1$  га перпендикуляр қи-



68- шакл.

либ айлантириш ўқи  $i(i_1, i_2)$  ўтказилади. Учбурчакнинг қолган учларидан айлантириш ўқиға перпендикуляр тарзда ҳаракат текисликлари ўтказилади. Ҳаракат текисликларининг айлантириш ўқи билан кесишиш жойларида айлантириш марказлари  $OB_2, OC_2$  аниқланади.  $O_1B_1$  ни  $x$  ўққа параллел вазиятга келгунча айлантирилади. Шунда  $C_1$  ҳам  $O_1B_1$  билан бирга айланади. Бу нуқталар  $\Pi_2$  да ҳаракат текисликлари буйичча йўналиб,  $B_2$  ва  $C_2$  вазиятни эгаллайди. Сунгра ҳосил бўлган  $\bar{B}_2, \bar{C}_2$  лар  $A_2$  билан ўзаро туташтирилса, учбурчакнинг ҳақиқий ўлчами ҳосил булади (68-шакл, б).

Агар текис шакл умумий вазиятда берилган бўлса, унинг ҳақиқий ўлчамини аниқлашда текисликнинг махсус чизиқларидан бири айлантириш ўқи сифатида танлаб олинади ва унинг атрофида текис шакл проекциялар текисликларидан бирига параллел бўлгунча айлантирилади.

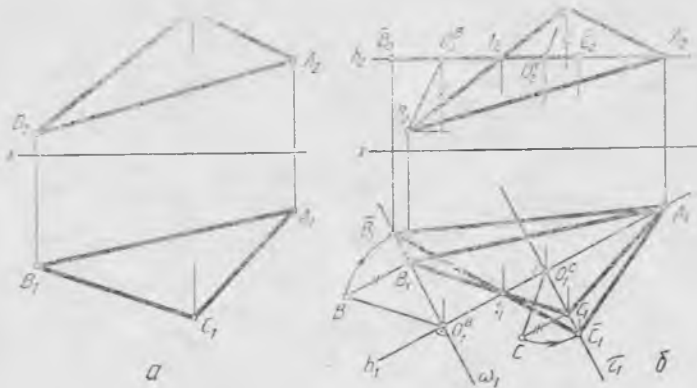
Мисол.  $ABC(A_1B_1C_1, A_2B_2C_2)$  учбурчакнинг ҳақиқий ўлчами унинг горизонтал чизиги атрофида айлантириб топилсин (69-шакл, а).

*Ечиш.* 1. Текисликнинг горизонтал чизиги ўтказилади ва у айлантириш ўқи деб қабул қилинади. Бунда айлантириш ўқи учбурчакнинг  $A(A_1, A_2)$  учи орқали ўтганлиги учун мазкур нуқта кўзгалмас ҳисобланади.

2. Учбурчакнинг қолган  $B(B_1, B_2)$  ва  $C(C_1, C_2)$  нуқталари орқали  $h_1$  га перпендикуляр қилиб ҳаракат текисликлари ўтказилади.

3. Ҳаракат текисликларининг айлантириш ўқи билан кесишиш жойларида айлантириш марказлари  $O_1^B, O_1^C$  белгиланади ва айлантириш радиуслари ( $O_1^B B_1, O_1^C B_2$  ва  $O_1^C C_1, O_1^C C_2$ ) аниқланади.

4. Айлантириш радиуслари умумий вазиятда ҳосил бўлганлиги учун уларнинг ҳақиқий узунликлари тўғри бурчакли учбурчак усулида аниқланади.



69-шакл.



5.  $O^B V$  ва  $O^C C$  радиусларда  $B$  ва  $C$  нуқталар ўз ҳаракат текисликлари билан қушилгунча айлантирилади. Шунда нуқталар  $\bar{B}_1, \bar{B}_2$  ва  $\bar{C}_1, \bar{C}_2$  вазиятларни эгаллашади.  $\bar{B}_1$  ва  $\bar{C}_1$  нуқталарни туташтирувчи кесма  $I_1$  нуқта орқали ўтадиган бўлиши керак, акс ҳолда нуқталардан бири бошқа томонга айлантирилади.

6.  $A_1 \bar{B}_1$  ва  $\bar{C}_1$  лар ўзаро туташтирилади. Шунда учбурчакнинг ҳақиқий ўлчами ҳосил бўлади (69-шакл, б).

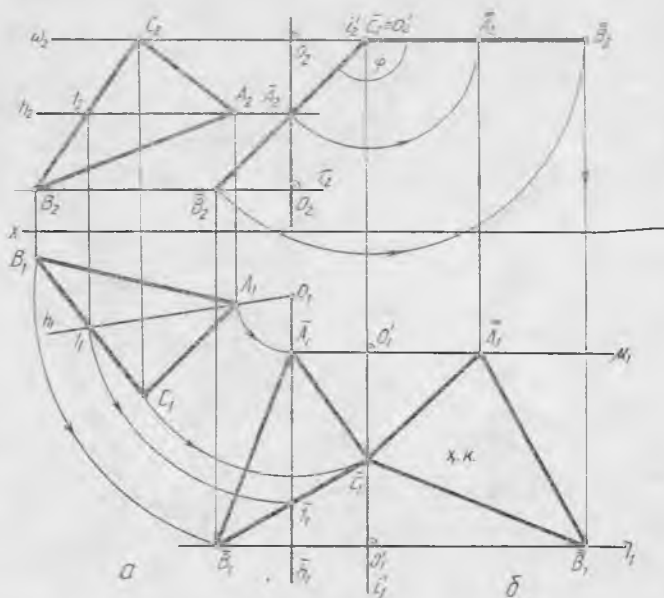
Агар умумий вазиятдаги учбурчак текисликни унинг махсус чизиқларидан бири, масалан, горизонтал чизиғи  $\Pi_2$  га перпендикуляр бўлгунча айлантирилса, у ҳолда, мазкур текислик фронтал проекцияловчи вазиятга ўтади. Сўнгра бу проекцияловчи вазиятни  $\Pi_1$  га параллел бўлгунча айлантирилса, учбурчакнинг ҳақиқий ўлчами топилади.

Мисол.  $ABC (A_1 B_1 C_1, A_2 B_2 C_2)$  текислик дастлаб фронтал проекцияловчи вазиятга ўтказилсин, сўнгра унинг ҳақиқий ўлчами топилин (70-шакл, а).

Ечиш. 1. Учбурчакнинг горизонтал чизиғи ўтказилади ва унда айлантириш ўқи  $i (i_1, i_2)$  танлаб олинади. Бу ерда айланиш ўқи  $\Pi_1$  га перпендикуляр қилиб олинади.

2. Текисликнинг горизонтал чизиғи  $x$  ўққа перпендикуляр вазиятни эгаллагунча айлантирилади. Айланиш ўқи билан бирга  $A_1$  нуқта ҳам айланади.

3. Учбурчакнинг қолган нуқталари ( $B_1$  ва  $C_1$ ) ни  $h_1$  га нисбатан ўзгартирмасдан айлантириб ўтказилади. Шунда учбур-



70-шакл.

чак  $\Pi_2$  га тўғри чизиқ кесмаси кўринишида, яъни фронтал проекцияловчи вазиятда проекцияланади (70-шакл, б).

4. Учбурчакнинг ҳақиқий ўлчамини аниқлаш учун иккинчи айланиш ўқи  $i' (i_1', i_2')$  ни  $\Pi_2$  га перпендикуляр қилиб ўтказилади. Айланиш ўқи  $\bar{C}_2$  нуқтадан ўтказилса, бу нуқта қўзғалмас бўлиб қолади ва  $\bar{A}_2B_2$  нуқталарни  $O_2^B \bar{A}_2$ ,  $O_2^C \bar{B}_2$  радиусларда ф бурчакка айлантирилади.

5. Учбурчакнинг тўғри чизиқ кўринишдаги тасвири  $\phi$  бурчакка айлантирилгандан кейин, у  $\Pi_1$  да  $\bar{A}_1\bar{B}_1\bar{C}_1$  кўринишида тасвирланади.

6.  $\bar{A}_2$ ,  $\bar{B}_2$ ,  $\bar{C}_2$  лар ўзаро туташтирилади. Шунда учбурчакнинг ҳақиқий ўлчами ҳосил бўлади (70-шакл, в).

#### Савол ва машқлар

1. Нима учун текисликнинг махсус чизиғи айлантириш ўқи сифатида қабул қилинади?

2. Ҳаракат текислиги деганда қандай текисликни тушуна-сиз?

3. Айлантириш маркази қандай топилади?

4. Айлантириш радиуси қандай аниқланади? Айлантириш бурчаги-чи?

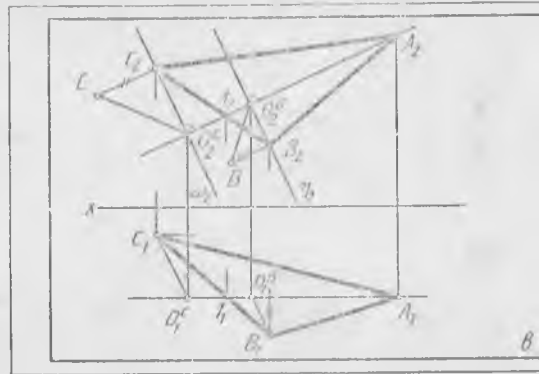
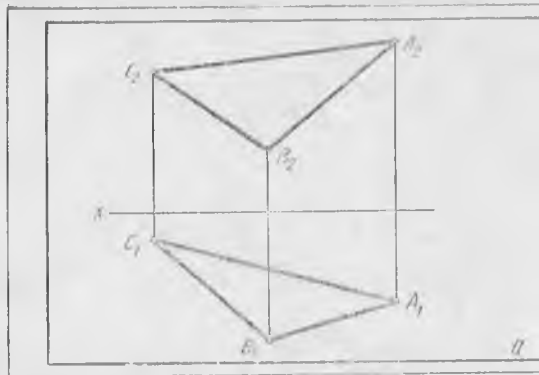
5. 2-жадвалда берилган  $ABC$  учбурчакнинг координата қий-матларидан фойдаланиб, унинг эюрдаги тасвири чизилсин ва айлантириш усулида унинг ҳақиқий катталиги аниқлансин.

3-г р а ф и к и ш. Мазкур график иш тўртта вазифадан иборат. Биринчи вазифасининг шarti:  $ABC (A_1B_1C_1, A_2B_2C_2)$  нинг ҳақиқий ўлчами мазкур учбурчакни ўзининг махсус чизиқларидан бири атрофида айлантириб топилсин. Бу вазифада  $S(S_1, S_2)$  нуқта катнашмайди (71-шакл, а).

1. Учбурчакнинг проекциялари чизиб олингандан сўнг, унинг махсус чизиқларидан бири, масалан фронтали чизилади. Бунда учбурчакнинг  $A(A_1, A_2)$  нуқтаси қўзғалмас бўлганлиги учун унинг  $B$  ва  $C$  нуқталарининг фронтал проекциялари  $B_2, C_2$  лардан айланиш ўқи  $i_2$  га перпендикуляр тарзда фронтал проекцияловчи ҳаракат текисликлари ўтказилади (71-шакл, б).

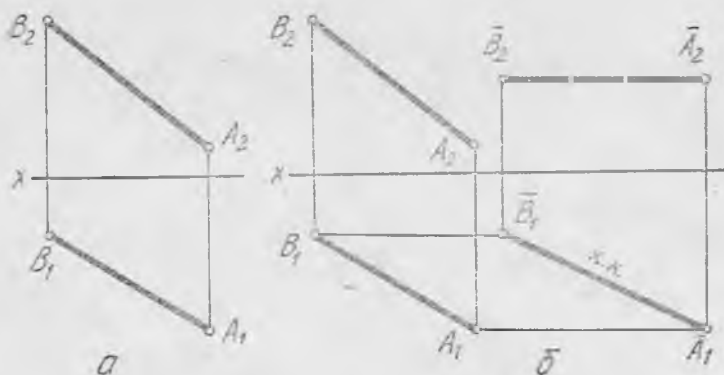
Ҳаракат текисликларининг айланиш ўқи билан кесишаётган жойларида айлантириш марказлари  $O_2^B$  ва  $O_2^C$  аниқланади ва улар орқали  $f_1$  да  $O_2^B, O_2^C$  топилади. Бунда  $O_2^B, O_2^C$  ва  $O_2^B B_2, O_2^C C_2$  лар айланиш радиусларининг проекциялари ҳисобланади. Бу айлантириш радиусларининг ҳақиқий узунликлари тўғри бурчакли учбурчак усулида аниқланади (71-шакл, в).

$O_2^B$  дан  $O_2^B B_2$  радиус,  $O_2^C$  дан  $O_2^C C_2$  радиус билан  $B_2$  ва  $C_2$  нуқталар ўз ҳаракат текисликлари билан жипслашгунча айлантирилади. Натижада  $B_2$  ва  $C_2$  нуқталар ҳосил бўлади. Сўнгра нуқталар  $A_2$  билан туташтирилса, учбурчакнинг ҳақиқий ўлчами топилади (71-шакл, г).









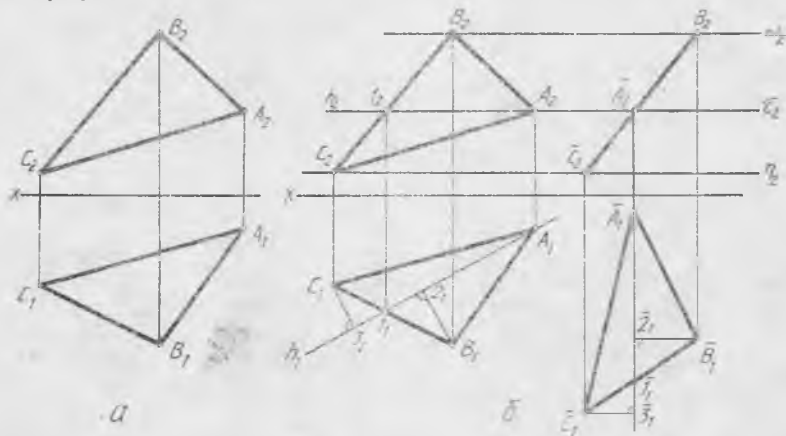
73- шакл.

$B_1, C_1$  нуқталаридан  $h_1$  га перпендикулярлар чизиб, бу чизиқларнинг  $h_1$  билан кесишган нуқталари  $2_1, 3_1$  деб белгиланади.

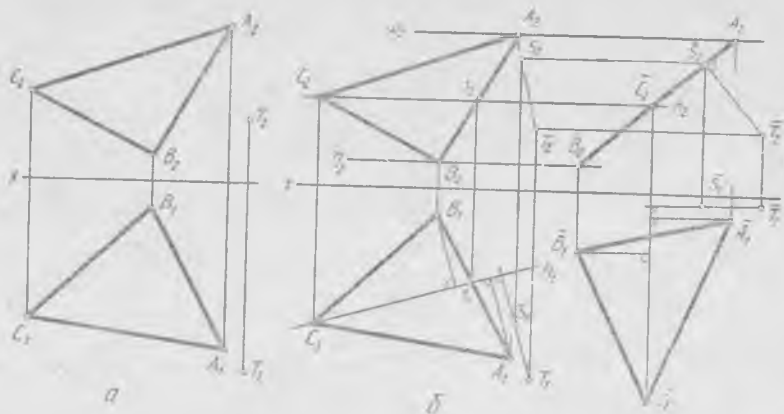
4. Учбурчакнинг горизонтал проекцияси янги вазиятдаги текислик горизонталига нисбатан кўчириб ўтилади. Шунда учбурчакнинг  $B_2$  ва  $C_2$  нуқталари орқали ўтказилган горизонталь ҳаракат текисликлари бўйича силжийди. Натижада учбурчак текислик фронтал проекцияловчи вазиятга ўтади (74- шакл, б). Чунки бу ерда учбурчак тўғри чизиқ кесмаси кўринишида тасвирланмоқда.

Мисол.  $T(T_1, T_2)$  нуқтадан  $ABC (A_1B_1C_1, A_2B_2C_2)$  текисликка бўлган энг қисқа масофанинг ҳақиқий узунлиги топилин (75- шакл, а).

Нуқтадан текисликкача бўлган энг қисқа масофа нуқтадан текисликка туширилган перпендикулярдир. Шунинг учун бу ерда умумий вазиятдаги текисликни проекцияловчи вазиятга



74- шакл.



75- шакл.

алмаштириб, сўнг унга перпендикуляр ўтказиш билан излаган масофани топиш мумкин. Бунинг учун қуйидагиларни амалга ошириш керак.

1.  $ABC$  текислик умумий вазиятдан проекцияловчи вазиятга ўтказилади (75- шакл, б).

2.  $T_1$  дан  $h_1$  га перпендикуляр чизиб, шу нуқта янги вазиятга кўчириб ўтилади ва  $T_1$  дан  $x$  ўққа перпендикуляр чизиб,  $T_2$  дан ўтказилган горизонтал ҳаракат текислигида  $T_2$  аниқланади.

3.  $T_2$  дан  $A_2B_2C_2$  га перпендикуляр чизилса, энг қисқа масофанинг ҳақиқий узунлиги  $T_2S_2$  ҳосил бўлади.

4. Қайта тиклаш йўли орқали шу масофанинг  $\Pi_1$  ва  $\Pi_2$  лардаги проекциялари аниқланади. Бунинг учун  $S_2$  дан  $x$  га перпендикуляр чизиб,  $T_1S_1$  топилди ва у орқали  $T_1S_1$  аниқланади. Бу ерда  $T_1S_1 = T_1S_1$  бўлади.  $S_2$  дан  $x$  ўққа параллель,  $S_1$  дан  $x$  ўққа перпендикуляр чизилса, улар ўзаро кесишиб,  $S_2$  нуқтани ҳосил қилади (75- шакл, б).

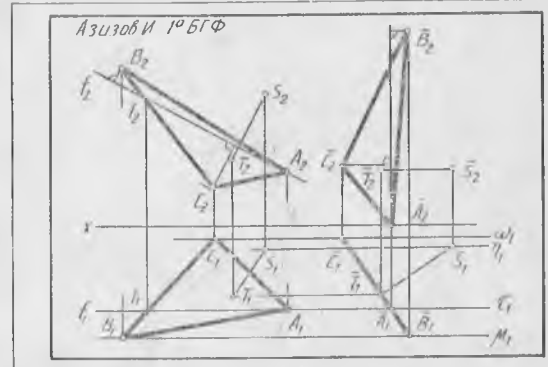
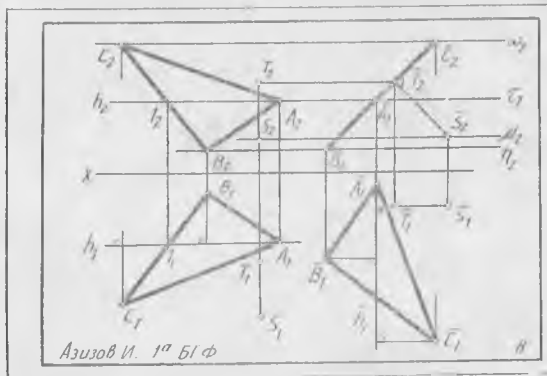
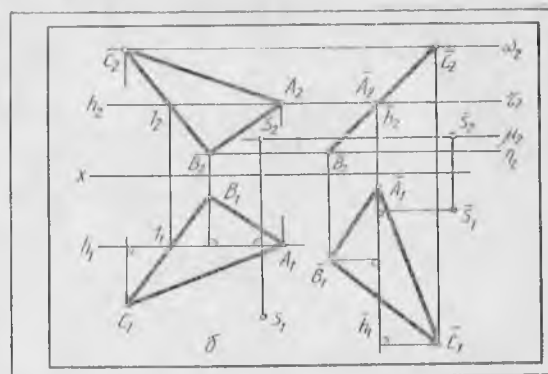
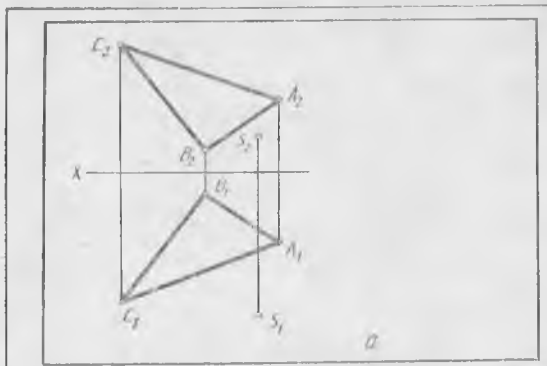
#### Савол ва машқлар

1. Текис параллел ҳаракат усули деганда нимани тушуна-сиз?

2. Текис параллел ҳаракат усулининг айлантириш усулидан фарқи нимада?

3. 2-жадвалда берилган  $ABCS$  нинг координаталаридан фойдаланиб, унинг вариантларидан бири эпюрда тасвирлансин.  $S$  нуқтадан  $ABC$  текислигигача бўлган энг қисқа масофанинг ҳақиқий узунлиги текис параллел ҳаракат усулида топилсин.

3-график ишнинг иккинчи вазифаси  $S(S_1, S_2)$  нуқтадан  $ABC(A_1B_1C_1, A_2B_2C_2)$  текисликкача бўлган энг қисқа масофанинг ҳақиқий узунлиги текис параллел ҳаракат усулида топилсин (76- шакл, а).



77- шакл.



1. Текисликнинг нуқталари орқали горизонтал ҳаракат текисликлари ўтказилади ва  $A$  нуқта орқали утган ҳаракат текислигининг учбурчак билан кесилган чизигининг горизонтал проекцияси  $h_1$  аниқланади.

2. Учбурчакнинг  $B_1$ ,  $C_1$  ва  $S_1$  нуқталаридан  $h_1$  га перпендикуляр чизиқлар ўтказилади. Бу боғланиш барча нуқталарни  $h_1$  га нисбатан янги вазиятга кўчириб утиш қулай бўлиши учун қилинди (76- шакл, б).

3. Чизманинг бўш жойига  $h_1$  ни  $x$  ўққа перпендикуляр қилиб жойлаштирилади ва  $h_1$  билан бирга барча нуқталар унга нисбатан ўз ўринларини бузмасдан кўчирилади.

4. Учбурчакнинг янги вазиятидаги  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $C_1$  нуқтадан проекцияларни боғлайдиган чизиқлар ёрдамида  $A_2$ ,  $B_2$ ,  $C_2$  лар ва  $S_2$  нуқта орқали ўтказилган ҳаракат текисликларида  $A_2$ ,  $B_2$ ,  $C_2$  ва  $S_2$  нуқталар топилади.  $A_2$ ,  $B_2$ ,  $C_2$  лар узаро туташтирилса, тўғри чизиқ кесмаси ҳосил бўлади. Бунда текислик фронтал проекцияловчи вазиятга ўтади.

5.  $S_2$  дан  $A_2B_2C_2$  га перпендикуляр ўтказилади. Шунда энг қисқа масофанинг ҳақиқий узунлиги  $S_2T_2$  ҳосил бўлади.  $T_2$  дан проекцияларни боғловчи чизиқлар ўтказилиб, олдин  $T_1$  топилади. Сўнгра  $S_1T_1 = S_2T_2$  аниқлангандан кейин,  $T_1$  дан  $x$  га перпендикуляр чизилиб,  $T_2$  дан ўтказилган проекцияларни боғловчи чизиқда  $T_2$  аниқланади (76- шакл, в).  $S_1T_1$  изланаётган масофанинг горизонтал,  $S_2T_2$  эса фронтал проекцияси ҳисобланади.

Шундай масалани текисликнинг фронтал чизигидан фойдаланиб ҳам ечиш мумкинлиги 77- шаклда тасвирланган.

### 5.3. Проекциялар текисликларини алмаштириш усули

Проекциялар текисликларини алмаштиришда тасвирланган шакл ўз ўрнидан қўзғалмайди. Масаланинг шартига мувофиқ, проекциялар текисликларидан биттаси ёки кетма-кет иккитаси ҳам алмаштирилиши мумкин. Проекциялар текисликлари янги проекциялар текисликларига алмаштирилганда уларнинг узаро перпендикулярлиги сақланади, яъни иккита проекциялар текисликлари, масалан,  $P_1$  ва  $P_4$  ёки  $P_2$  ва  $P_4$  лар узаро перпендикуляр қилиб олинади. Уларнинг ўзаро кесилиш чизиги, яъни янги координата ўқлари  $x_1$ ,  $x_2$  деб белгиланади. Янги, масалан  $P_1$  ва  $P_4$  системада нуқтанинг проекциялари  $x_1$  га перпендикуляр чизиқ орқали боғланади.

Умумий вазиятдаги тўғри чизиқ кесмасининг проекцияларидан бирига янги проекциялар текислиги параллел тарзда жойлаштирилса, тўғри чизиқ кесмаси шу янги текисликка ўзининг ҳақиқий узунлигида проекцияланади. Масалан, янги  $P_4$  текислиги кесманинг горизонтал проекциясига параллел қилиб ўтказилганда  $AB$  кесма  $P_4$  га ўзининг ҳақиқий узунлигида проекцияланади. Эпюрда  $x_1$  ўқ  $A_1B_1$  га параллел қилиб ўтказилади

ва  $A_1B_1$  лардан шу янги ( $x_1$ ) ўққа перпендикуляр бўлган проекцияларни боғлайдиган чизиқлар ўтказилади. Сунгра  $P_2$  да тасвирланган кесма нуқталари ўзгартирилмасдан  $x_1$  дан бошлаб  $P_4$  га ўлчаб қўйилади. Бу ерда  $P_2$  текислик  $P_4$  га алмаштирилган ҳисобланади. Агар янги проекциялар текислиги  $P_4$  кесманинг фронтал проекциясига параллел қилиб олинса, у ҳолда  $P_1$  текислик  $P_4$  га алмаштирилган бўлади.

Мисол.  $AB(A_1B_1, A_2B_2)$  кесманинг ҳақиқий узунлиги топилсин (78-шакл).

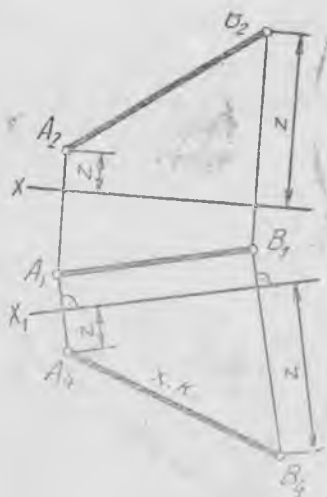
Ечиш. 1. Янги координаталар ўқи  $x_1$  ни  $A_1B_1$  га параллел қилиб ўтказилади ва унга перпендикуляр тарзда  $A_1$  ва  $B_1$  лардан проекцияларни боғлайдиган чизиқлар чизилади.

2.  $x$  дан  $A_2$  ва  $B_2$  гача бўлган масофалар  $x_1$  дан янги проекцияларни боғловчи чизиқларга ўлчаб қўйилади. Ҳосил бўлган янги нуқталар  $A_4$  ва  $B_4$  деб белгиланади ва улар ўзаро туташтирилади. Шунда кесманинг ҳақиқий узунлиги ҳосил бўлади. Шунингдек,  $x_1$  ни  $A_2B_2$  га параллел қилиб ўтказиб,  $x$  дан  $A_1$  ва  $B_1$  нуқталаргача бўлган масофалар  $x_1$  дан янги проекцияларни боғлайдиган чизиқларга олиб ўтилганда ҳам кесманинг ҳақиқий узунлиги ҳосил бўлади (79-шакл).

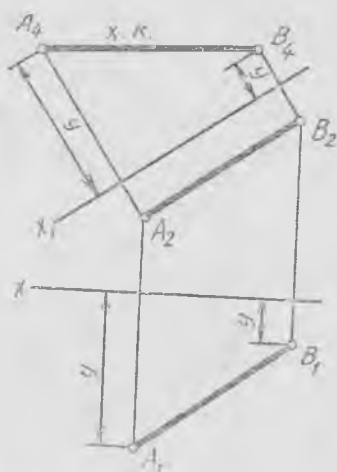
Текис шаклларнинг ҳақиқий катталигини топилганда улар проекцияловчи вазиятда бўлса,  $x_1$  ни текисликнинг тўғри чизиқ кесмаси кўринишидаги проекциясига параллел қилиб жойлаштирилади.

Мисол. Горизонтал проекцияловчи  $ABC(A_1B_1C_1, A_2B_2C_2)$  учбурчак текисликнинг ҳақиқий катталиги топилсин (80-шакл).

Ечиш. 1. Янги координаталар ўқи  $x_1$  ни  $A_1B_1C_1$  га параллел



78-шакл.



79-шакл.



$x$  дан  $B_2$  ва  $C_2$  нуқталаргача бўлган масофалар  $x_1$  дан бошлаб ўлчаб қўйилади ва ҳосил бўлган нуқталар туташтирилади. Шунда учбурчак фронтал проекцияловчи вазиятга алмаштирилган ҳисобланади.

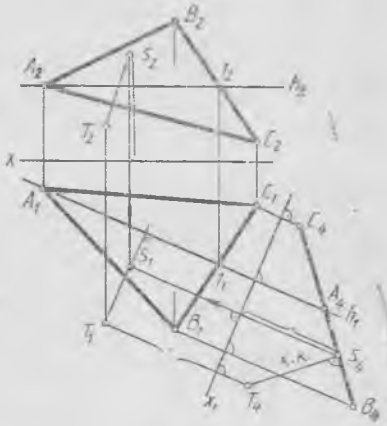
3. Иккинчи янги проекциялар текислигини ифода қилувчи  $x_2$  ни  $A_4B_4C_4$  га параллел қилиб ўтказилади.  $A_4, B_4, C_4$  лардан  $x_2$  га перпендикуляр қилиб иккинчи янги проекцияларни боғловчи чизиқлар ўтказилади.  $x_1$  дан  $A_1B_1C_1$  гача бўлган масофаларни ўлчаб,  $x_2$  дан  $П_5$  томон ўлчаб қўйилади. Шунда ҳосил бўлган  $A_5, B_5, C_5$  лар ўзаро туташтирилса, учбурчакнинг ҳақиқий ўлчами топилади.

Мисол.  $T(T_1, T_2)$  нуқтадан  $AB(A_1B_1, A_2B_2)$  кесмагача бўлган энг қисқа масофани проекциялар текисликларини алмаштириш усулида топиш учун нуқта билан кесманинг учлари ўзаро туташтирилиб, учбурчакка айлантирилади. Кейин учбурчакнинг ҳақиқий ўлчами олдинги мисол каби топилади. Сунгра  $T_3$  дан  $A_5B_5$  га перпендикуляр ўтказиб, энг қисқа масофанинг ҳақиқий узунлиги  $T_5S_5$  аниқланади. Қайта тиклаш йўли орқали бу масофанинг проекциялари топилади. Бунинг учун  $S_5$  дан  $x_2$  га перпендикуляр чизиб,  $A_4B_4$  да  $S_4$ , ундан эса  $x_1$  га перпендикуляр чизиб,  $A_1B_1$  да  $S_1, A_2B_2$  да  $S_2$  белгиланади.

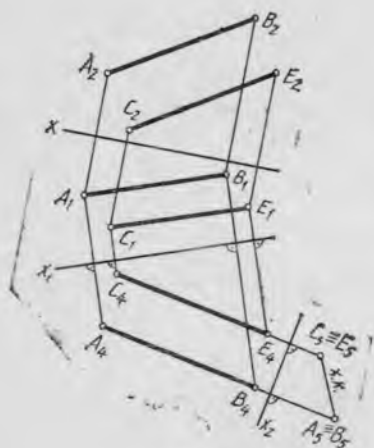
Мисол.  $T(T_1, T_2)$  нуқтадан  $ABC(A_1B_1C_1, A_2B_2C_2)$  текисликка бўлган энг қисқа масофанинг ҳақиқий узунлиги топилинсин (83-шакл).

Ечиш. Бу масала проекциялар текисликларини бир марта алмаштириш орқали ечилиши мумкин. Бунинг учун олдин текисликнинг горизонтал чизиғи ўтказиб олинади ва унга перпендикуляр қилиб  $x_1$  ўқ ўтказилади. Шунда учбурчак фронтал проекцияловчи вазиятга ўтади. Текислик билан бир қаторда  $T$  нуқта ҳам олиб утилади ва  $T_4$  дан  $A_4B_4C_4$  га перпендикуляр ўтказиб, энг қисқа масофа  $T_4S_4$  аниқланади. Қайта тиклаш йўли орқали топилган масофанинг проекциялари аниқланади. Бунинг учун  $T_1$  дан  $h_1$  га перпендикуляр ( $x_1$  га параллель) чизилади ва  $S_4$  нуқтадан  $x_1$  га перпендикуляр чизиб,  $T_1$  дан ўтган перпендикулярда  $S_1$  топилади.  $S_1$  дан  $x$  га перпендикуляр чизиб,  $x_1S_4$  масофа  $x$  дан юқорига ўлчаб қўйилади.

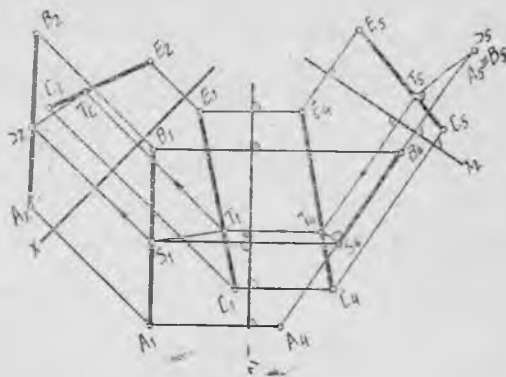
Ўзаро параллел тўғри чизиқлар умумий вазиятда берилган бўлса, улар орасидаги энг қисқа масофани топиш учун проекциялар текисликлари кетма-кет икки марта алмаштирилади. Шунда бу тўғри чизиқлар нуқта кўринишига ўтади. Икки нуқ-



83-шакл.



84-шакл.



85-шакл.

та орасидаги масофа изланаётган масофа ҳисобланади (84-шакл).

Ўзаро айқаш тўғри чизиқлар орасидаги энг қисқа масофани топиш учун улардан бири нуқта кўринишига ўтгунча проекциялар текисликлари икки марта алмаштирилади. Нуқта кўринишидаги проекциядан иккинчи тўғри чизиққа перпендикуляр ўтказилиб, изланаётган масофа топилади.

Мисол. Ўзаро айқаш тўғри чизиқ кесмалари орасидаги энг қисқа масофанинг ҳақиқий узунлиги топилсин (85-шакл).

1. Тўғри чизиқ кесмаларидан бирига, масалан  $AB$  нинг горизонтал проекцияси  $A_1B_1$  га параллел қилиб  $x_1$  ўқ ўтказилади.  $A_1B_1$ ,  $C_1D_1$  лардан  $x_1$  га перпендикуляр қилиб проекцияларни боғловчи чизиқлар ўтказилади.

2.  $x$  дан  $A_2B_2$ ,  $C_2D_2$  ларгача бўлган масофалар  $x_1$  дан мос ҳолда ўлчаб қўйилади. Шунда  $AB$  кесманинг ҳақиқий узунлиги  $A_4B_4$  ҳосил бўлади.

3.  $x_2$  ни  $A_4B_4$  га перпендикуляр қилиб ўтказилади ва унга  $C_4D_4$  лардан перпендикуляр чизиқлар чизилади.  $x_1$  дан  $A_4B_4$  ва  $C_4D_4$  ларгача бўлган масофалар  $x_2$  дан мос равишда ўлчаб қўйилса,  $AB$  кесма нуқта кўринишига ўтади. Сўнгра  $A_5 \equiv B_5$  нуқтадан  $C_5D_5$  га перпендикуляр ўтказиб, энг қисқа масофани топиш мумкин. Қайта тиклаш йўли орқали шу масофанинг проекцияларини топиш мумкин.

Ўзаро битта чизиқда кесишаётган иккита учбурчак текислик орасидаги чизиқли бурчакни аниқлаш учун учбурчакларнинг умумий чизиғи ( $AB$ ) ни нуқта кўринишига келгунча проекциялар текисликларини кетма-кет икки марта алмаштирилади. Шунда изланаётган чизиқли бурчак яққол кўринади (86-шакл).

### Савол ва машқлар

1. Проекциялар текисликларини алмаштириш усули бошқа усуллардан қандай фарқ қилади?

2. Умумий вазиятдаги учбурчак текисликнинг ҳақиқий катталигини топишда проекциялар текислиги неча марта алмаштирилади? Тўғри чизиқ кесмасининг ҳақиқий узунлигини топишда-чи?

3. 2-жадвалда берилган  $ABC$  нинг керакли варианты танлаб олинсин ва унинг эпюри чизилсин.  $AB$  ва  $CS$  айқаш тўғри чизиқ кесмалари орасидаги энг қисқа масофанинг ҳақиқий узунлиги топилсин.

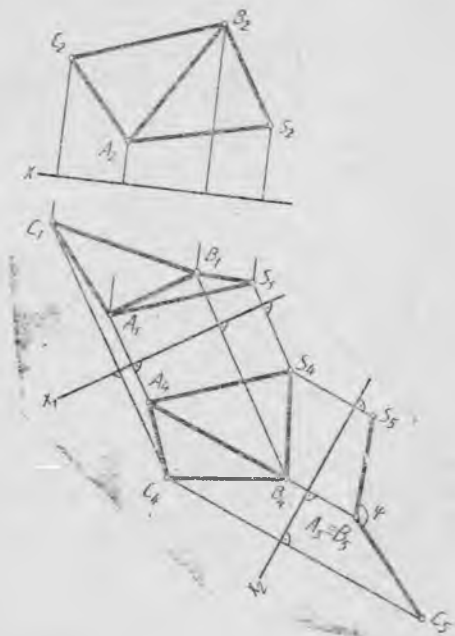
2-жадвалдаги  $ABC$  лардан бирининг эпюри чизилсин ва  $AB$  чизиқда кесишадиган иккита учбурчак орасидаги чизиқли бурчакнинг ҳақиқий ўлчами проекциялар текисликларини алмаштириш усулида топилсин.

3-график ишнинг учинчи вазифаси.  $AB$  ( $A_1B_1, A_2B_2$ ) ва  $CS$  ( $C_1S_1, C_2S_2$ ) айқаш тўғри чизиқ кесмалари орасидаги энг қисқа масофанинг ҳақиқий узунлиги проекциялар текисликларини алмаштириш усулида топилсин (87-шакл, а).

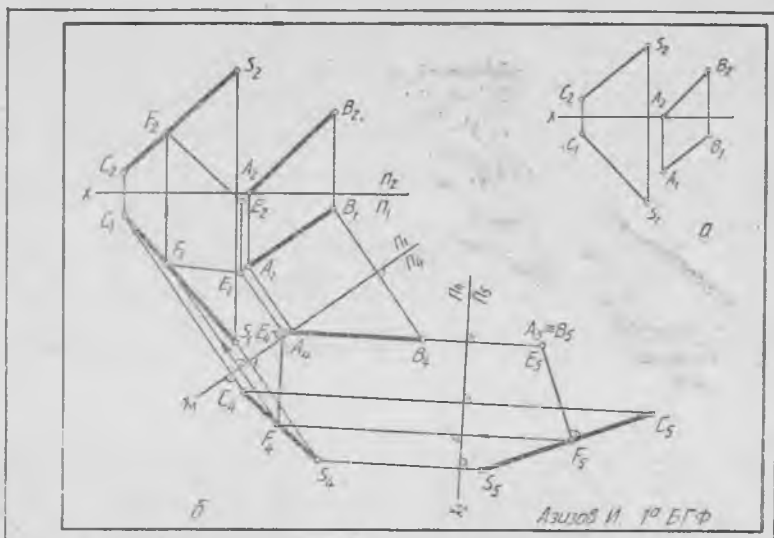
1. Тўртта нуқтанинг координатлари бўйича уларнинг проекциялари чизиб олинади ва ҳосил бўлган кесмалардан бири нуқта кўринишига келтириш учун танлаб олинади. Масалан,  $AB$  ни танласак, унинг горизонтал проекцияси  $A_1B_1$  га параллел қилиб янги  $x_1$  ўқ ўтказилади ва унга перпендикуляр қилиб айқаш чизиқлар нуқталари  $A_1B_1, C_1S_1$  лардан проекцияларни боғловчи чизиқлар ўтказилади.

2.  $x$  дан  $A_2, B_2, C_2$  ва  $S_2$  ларгача бўлган масофалар мос ҳолда  $x_1$  дан  $P_4$  текисликкача ўлчаб қўйилади ва ҳосил бўлган  $A_4B_4, C_4S_4$  лар ўзаро тугаштирилади (87-шакл, б).

3. Иккинчи янги координата ўқи  $x_2$  ни  $A_4B_4$  га перпендикуляр қилиб ўтказилади ва  $C_4S_4$  лардан  $x_2$  га перпендикуляр чизиқлар чизилади.  $x_1$  дан  $A_1B_1$  ва  $C_1S_1$  гача бўлган масофалар ўлчаб олинади ва мос ҳолда  $x_2$  дан ўлчаб қўйилади. Натижада  $AB$  кесма  $P_5$  да нуқта кўринишида проекцияланади (87-шакл, в).



86-шакл.



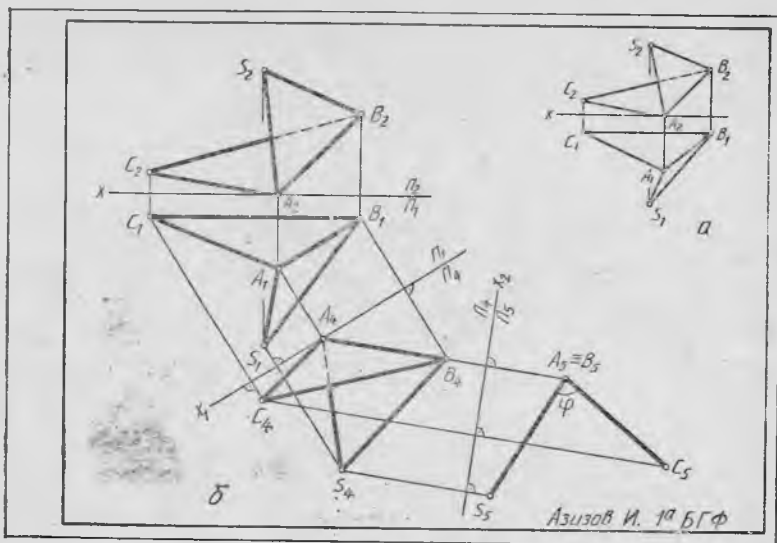
87- шакл.

4.  $A_5 \equiv B_5$  дан  $C_5 S_5$  га перпендикуляр ўтказилиб, энг қисқа масофанинг ҳақиқий узунлиги  $E_5 F_5$  топилади. Қайта тиклаш йўли орқали шу топилган масофанинг  $\Pi_1$  ва  $\Pi_2$  текисликлардаги проекциялари аниқланади. Бунинг учун олдин  $C_5 S_5$  даги  $F_5$  дан  $x_2$  га перпендикуляр чизиқ ўтказилиб,  $C_4 S_4$  да  $F_4$  топилади ва ундан  $A_4 B_4$  га перпендикуляр чизилади. Шунда изланаётган масофанинг  $\Pi_4$  даги проекцияси ҳосил бўлади. Сўнгра  $E_4$  ва  $F_4$  лардан  $x_1$  га перпендикуляр чизиб,  $A_1 B_1$  да  $E_1$  ни,  $C_1 S_1$  да  $F_1$  ни топамиз.  $E_1$  ва  $F_1$  дан  $x$  га перпендикулярлар чизиб,  $C_2 S_2$  да  $F_2$  ни,  $A_2 B_2$  да  $E_2$  ни аниқлаймиз.  $E_1 F_1$  ва  $E_2 F_2$  лар ўзаро туташтирилса, изланаётган масофаларнинг  $\Pi_1$  ва  $\Pi_2$  даги проекциялари ҳосил бўлади (87- шакл, в).

3- график ишнинг тўрттинчи вазифаси.  $ABC$  ( $A_1 B_1 C_1$ ,  $A_2 B_2 C_2$ ) ва  $ABS$  ( $A_1 B_1 S_1$ ,  $A_2 B_2 S_2$ ) учбурчакларнинг  $AB$  томонлари ўзаро кесишишдан ҳосил бўлган чизиқли бурчакнинг ҳақиқий ўлчами проекциялар текисликларини алмаштириш усулида топилсин (88-шакл, а).

1. Учбурчаклар учун умумий бўлган  $AB$  кесишиш чизигини нуқта кўринишидаги вазиятига келтириш учун биринчи янги  $x_1$  ўқ  $A_1 B_1$  га параллел қилиб ўтказилади.  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $C_1$ ,  $S_1$  лардан  $x_1$  га перпендикуляр бўлган проекцияларни боғловчи чизиқлар ўтказилади ва  $x$  дан  $A_2 B_2$ ,  $C_2 S_2$  ларгача бўлган масофалар ўзгартирилмаган ҳолда  $x_1$  дан  $\Pi_4$  га ўлчаб қўйилади. Шунда  $ABC$  ва  $ABS$  нинг  $\Pi_4$  даги янги вазияти ҳосил бўлади (88-шакл, б).

2.  $AB$  нинг ҳақиқий узунлиги  $A_4 B_4$  га перпендикуляр қилиб иккинчи янги координаталар ўқи  $x_2$  ўтказилади ва унга пер-



88-шакл.

пендикуляр тарзда проекцияларни боғловчи чизиқлар  $C_4$  ва  $S_4$  лардан ўтказилади.  $x_1$  дан  $A_1, B_1, C_1, S_1$  ларгача бўлган масофалар  $x_2$  дан мос ҳолда  $\Pi_5$  текислигига ўлчаб қўйилади. Шунда  $AB$  кесма нуқта ( $A_5 \equiv B_5$ ) кўринишида тасвирланади.

3.  $A_5 \equiv B_5$  билан  $C_5$  ва  $S_5$  туташтирилса, изланаётган чизиқли бурчакнинг ҳақиқий катталиги  $\varphi$  топилади (88-шакл, в).

## 6. СИРТЛАРНИНГ ҚИЁФАЛАРИНИ ЭПЮРДА ТАСВИРЛАШ

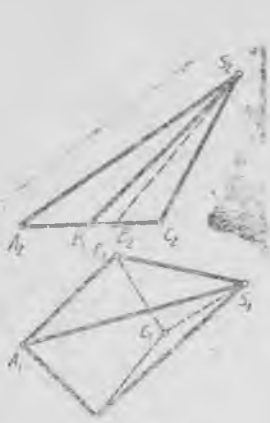
Сиртнинг қиёфасини эпюлда тасвирлаш деганда унинг проекцияларини, яъни горизонтал ва фронтал контурларини чизиб тушунилади. Сиртларнинг қиёфаларини эпюлда тўғри тасвирлаш сиртлар билан боғлиқ масалаларнинг тўғри ва аниқ ечилишига олиб келади. Акс ҳолда масала ечилиши ноаниқ ва хато чиқади.

Кўпёқларни тасвирлашда уларнинг қирраларидан баъзиларини  $\Pi_1$  да кўринадиган қилиб тасвирланса,  $\Pi_2$  да кўринмаслиги мумкин. 89-шаклда умумий вазиятдаги пирамида тасвирланган бўлиб, унинг  $B_1C_1$  ва  $C_1E_1$  асос қирралари ҳамда  $C_1S_1$  ён қирраси  $\Pi_1$  да,  $E_2S_2$  ён қирраси  $\Pi_2$  да кўринмайди. Шунингдек, умумий вазиятдаги призманинг ҳам контурларида кўринмайдиган қирралар штрих, кўринадиган қирралар асосий туташ чизиқларда тасвирланган (90-шакл).

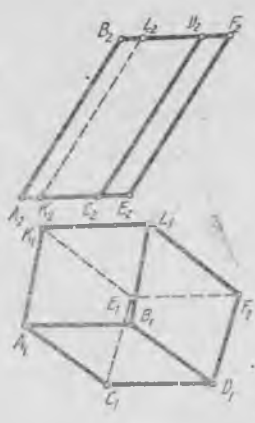
Умумий вазиятдаги конус асосининг бир қисми, яъни  $S_1$  дан урийма қилиб ўтказилган ясовчиларнинг оралиғи  $\Pi_1$  да штрихларда тасвирланган (91-шакл). Шу конуснинг  $1S$  ясовчиси  $\Pi_2$  да кўрилади ( $1_2S_2$ ),  $2_2S_2$  ясовчиси эса кўринмайди.

Сиртларнинг ясовчилари ва параллелларини ўтказиш сирт-

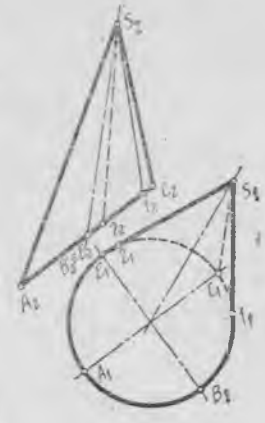




89- шакл.

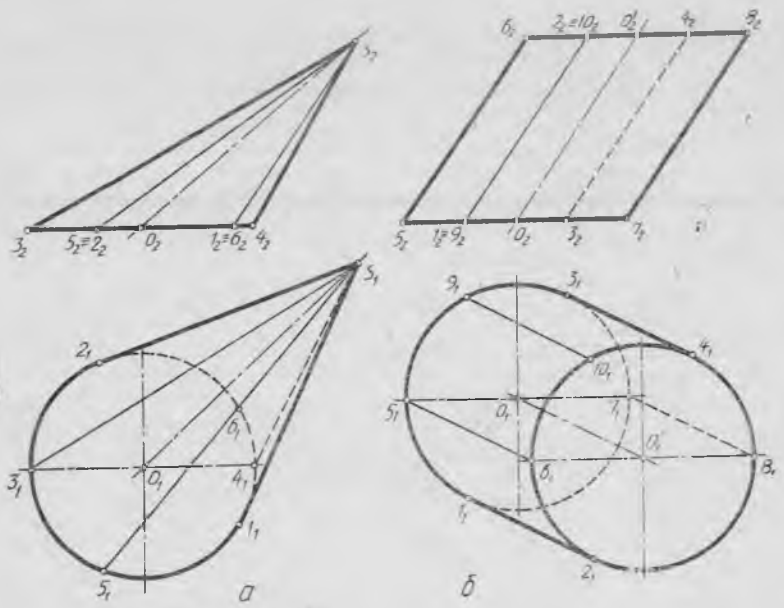


90- шакл.

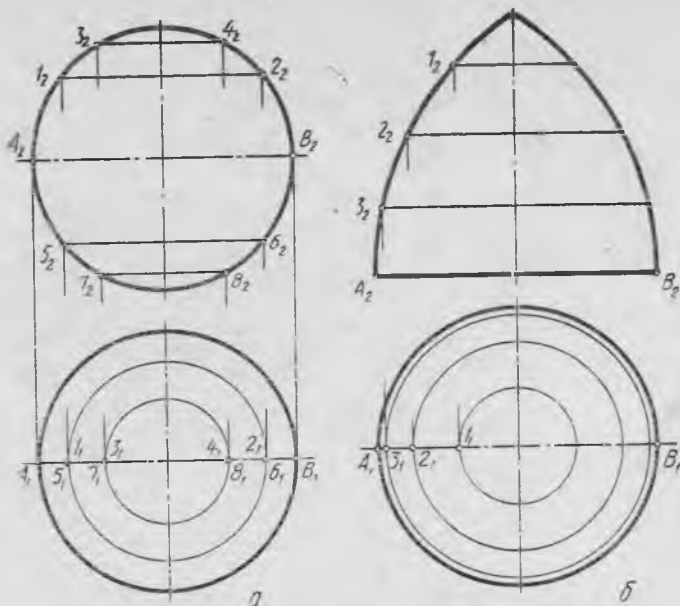


91- шакл.

лар билан боғлиқ бўлган масалаларни аниқ ечишда фойдаланилади. 92-шаклда конус ва цилиндрларнинг ясовчиларини, 93-шаклда айланиш сиртларининг параллелларини ўтказиш кўрсатилган. Конус ва цилиндрларнинг горизонтал ва фронтал контурлари уларнинг асосларига уришиб ўтувчи ясовчилар орқали ифодаланган. Айланиш сиртининг горизонтал контури энг катта параллель (экватор), фронтал контури эса бош меридиан орқали тасвирланади.



92- шакл.



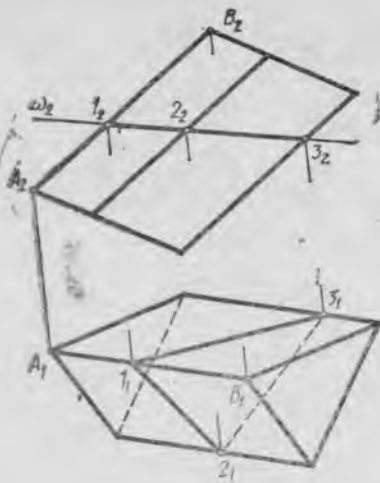
93- шакл.

Масалани ечишда устма-уст тушиб қоладиган сирт ясовчилари ёки параллелларидан фойдаланиш тавсия этилади, чунки ортиқча сирт ясовчиси ёки параллели ўтказилмайди. Конуснинг  $\Pi_1$  даги тасвирида  $5_1S_1$  ва  $6_1S_1$ ,  $\Pi_2$  да эса  $2_2 \equiv 5_2S_2$  ясовчилари, цилиндрнинг  $1_2 \equiv 9_2$ ,  $2_2 \equiv 10_2$  ясовчилари  $\Pi_2$  да устма-уст тасвирланган.

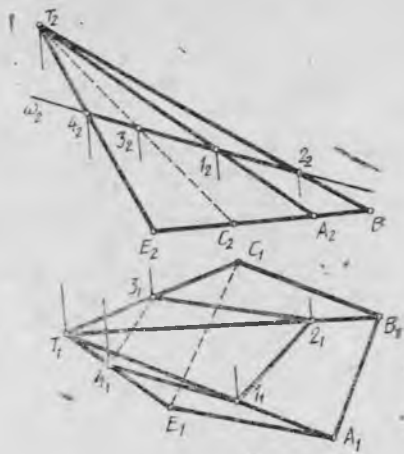
Айланиш сирти (сфера) нинг экваторидан икки томонлама бир хил масофада олинган параллеллари  $\Pi_1$  да устма-уст тасвирланади.

### 6.1. Сиртларнинг проекцияловчи текисликлар билан кесишиши

Сирт ясовчилари (қирралари) тўғри чизиқлар деб қаралади. Шунда масала тўғри чизиқнинг проекцияловчи текислик билан кесишган нуқтасини топишга ўхшаб қолади. Масалан, учёқли призманинг  $AB(A_1B_1, A_2B_2)$  қиррасини олсак (94-шакл), унинг фронтал проекцияловчи  $\omega_2$  текислик билан кесишадиган нуқтасининг фронтал  $I_2$  проекцияси  $A_2B_2$  билан  $\omega_2$  текисликнинг ўзаро кесишадиган жойида бўлади. Шу тартибда призмадаги қолган қирраларнинг ҳам текислик билан кесишадиган нуқталари белгилаб олинади, сўнг бу нуқталарнинг горизонтал проекциялари топилади ва улар ўзаро туташтирилади. Шунда проекцияловчи текислик билан сиртнинг кесишадиган чизиғи ясалган ҳисобланади.



94- шакл.



95- шакл.

Мисол. Пирамиданинг фронтал проекцияловчи текислик билан кесишиш чизиғи аниқлансин (95- шакл).

*Ечиш.* 1. Сиртнинг проекцияловчи текислик билан кесишиш чизиғининг битта проекцияси шу текисликнинг изи билан қўшилиб қолиши ҳисобга олинган ҳолда пирамидадаги  $A_2T_2$ ,  $B_2T_2$ ,  $C_2T_2$ ,  $E_2T_2$  қирраларнинг  $\omega_2$  текислик изи билан кесишадиган жойларни  $1_2$ ,  $2_2$ ,  $3_2$ ,  $4_2$  деб белгиланади ва уларнинг горизонтал проекциялари аниқланади.

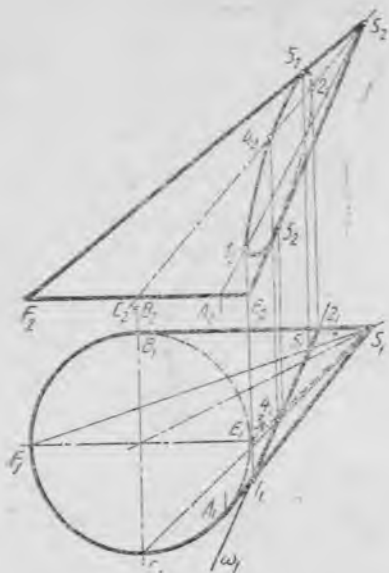
2. Топилган  $1_1$ ,  $2_1$ ,  $3_1$ ,  $4_1$  нуқталар ўзаро туташтирилади. Шунда кесишиш чизиғи ҳосил бўлади. Бу ерда  $C_1T_1$  ва  $E_1T_1$  томони кўринмас бўлгани учун кесишиш чизиғининг  $3_1A_1$  томони кўринмас қилиб тасвирланади.

Мисол. Конуснинг горизонтал проекцияловчи текислик билан кесишиш чизиғи топилсин (96- шакл).

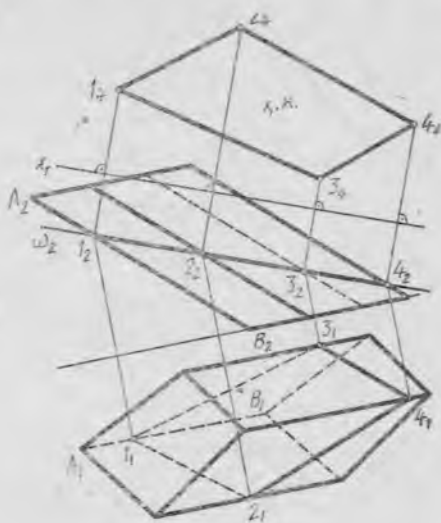
*Ечиш.* 1.  $\Pi_1$  да конуснинг контурини ифода қилаётган, яъни конус асосига уриниб ўтаётган икки четки ясовчилар оралиғида кесишиш чизиғининг горизонтал проекцияси текисликнинг горизонтал изи билан қўшилган ҳолда тасвирланмоқда. Биринчи бўлиб шу икки  $1_1$ ,  $2_1$  нуқталар белгиланади ва уларнинг фронтал проекциялари  $1_2$ ,  $2_2$  топилади.

2. Конус асосининг марказ чизиқлари билан кесишадиган  $C_1$ ,  $E_1$ ,  $F_1$  нуқталаридан конус ясовчилари ўтказилади ва уларнинг текислик изи билан кесишиш нуқталари  $3_1$ ,  $4_1$ ,  $5_1$  деб белгиланади. Бу нуқталарнинг фронтал проекциялари топилади.

3. Топилган нуқталарни туташтириш пайтида қўшни нуқталар оралиғи узоқлик қилса, улар орасида қўшимча нуқталар топиш учун сиртнинг оралиқ ясовчилари ўтказилади ва уларнинг ҳам текислик билан кесишиш нуқталари топилади. Бундай нуқталар оралиқ нуқталари дейилади.



96- шакл.



97- шакл.

4. Барча топилган нуқталар ўзаро туташтирилаётганда кесишиш чизигининг кўринадиган ва кўринмайдиган қисмлари ҳисобга олинishi керак.

Мисол. Призманинг фронтал проекцияловчи текислик билан кесишиш чизиги ва кесим юзасининг ҳақиқий ўлчами топилсин (97-шакл).

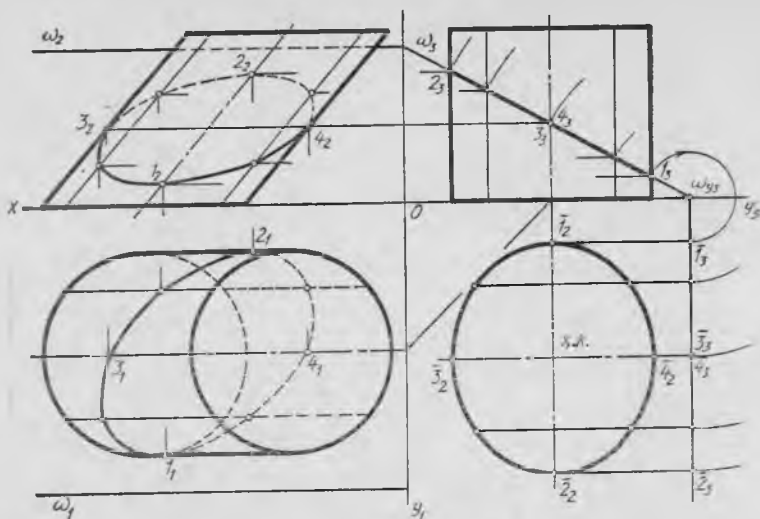
Ечиш. 1. Одатдагидек, сиртнинг проекцияловчи текислик билан кесишиш чизиги аниқланади.

2. Кесим юзасининг ҳақиқий катталигини проекциялар текисликларини алмаштириш усулида топиш учун янги координата ўқи  $x_1$  текислик изи  $\omega_2$  га параллел қилиб ўтказилади. Кесишиш чизиги нуқталаридан  $x_1$  га перпендикуляр қилиб ёрдамчи чизиклар ўтказилади. Бу ёрдамчи перпендикуляр чизикларга  $x$  ўқдан  $1_1, 2_1, 3_1, 4_1$  нуқталаргача бўлган масофалар  $x_1$  дан бошлаб  $P_4$  текислигига ўлчаб қўйилади ва ҳосил бўлган  $1_4, 2_4, 3_4, 4_4$  нуқталар ўзаро туташтирилади. Шунда кесим юзасининг ҳақиқий ўлчами ҳосил бўлади.

Мисол. Цилиндрнинг профил проекцияловчи текислик билан кесишган чизиги ва кесим юзасининг ҳақиқий катталиги топилсин (98-шакл).

Ечиш. 1. Сирт билан текисликнинг кесишиш чизигини ясаш қулай бўлиши учун уларнинг профил проекциялари аниқланади.

2. Текисликнинг  $P_3$  даги изи  $\omega_3$  билан цилиндрнинг икки четки ва ўртадаги марказий ўқ билан қўшилиб қолган ясовчиларининг кесишиш нуқталари  $1_3, 2_3$  ва  $3_3=4_3$  белгилаб олинади ва



98-шакл.

уларнинг дастлаб  $\Pi_2$  даги, сўнг  $\Pi_1$  даги проекциялари аниқланади.

3. Топилган нуқталар оралиғида сиртнинг оралиқ ясовчилари ўтказилади ва уларнинг текисликнинг профил изи билан кесишган нуқталари белгилаб олинади.

4. Барча топилган нуқталар ўзаро дастлаб ингичка чизиқларда раво туташтирилади, сўнгра кесишиш чизиғининг сиртга нисбатан кўринмайдиган қисмлари аниқлангандан кейин йўнлаштириб чиқилади.

5. Кесим юзасининг ҳақиқий ўлчами айлантириш усулида қулай топилади (98-шакл).

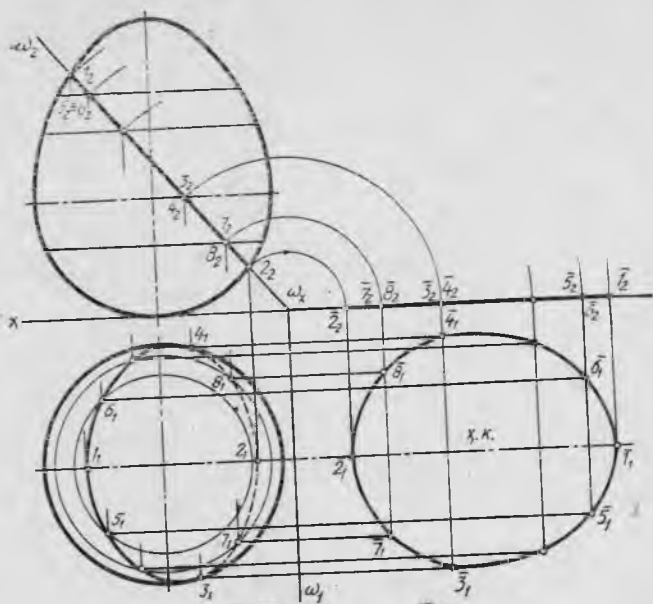
Мисол. Айланиш сиртининг фронтал проекцияловчи текислик билан кесишиш чизиғи ва кесим юзасининг ҳақиқий ўлчами топилсин (99-шакл). Бу мисолда кесишиш чизиғи сирт параллеллари, экватори ва бош меридианларидан фойдаланиб аниқланади.

*Ечиш.* 1. Сиртнинг бош меридиани билан текисликнинг изи  $\omega_2$  кесишадиган жойларда кесишиш чизиғининг энг юқори  $1_2$  ва энг қуйи  $2_2$  нуқталари белгиланади ва уларнинг горизонтал проекциялари  $1_1, 2_1$  топилади.

2. Текислик изи  $\omega_2$  нинг экватор билан кесишадиган жойида устма-уст тушиб қолган иккита нуқта  $3_2 \equiv 4_2$  белгиланади ва уларнинг ҳам  $\Pi_1$  даги проекциялари топилади. Бу нуқталар кесишиш чизиғини  $\Pi_1$  да кўринадиган ва кўринмайдиган қисملарга ажратади.

3. Оралиқ  $5_2 \equiv 6_2$  ва  $7_2 \equiv 8_2$  нуқталарни аниқлашда сирт параллелларидан фойдаланилади.

4. Барча топилган нуқталар кўринадиган ва кўринмайдиган қисملарга ажратилган ҳолда ўзаро туташтирилади.



99- шакл.

5. Кесим юзасининг ҳақиқий ўлчами айлантириш усулида топилади.

*Савол ва машқлар*

1. Сиртлар қандай номлар билан аталади?

2. Сиртларнинг проекцияловчи текислик билан кесишиш чизигини аниқлашда сиртларнинг қандай чизиқларидан фойдаланилади?

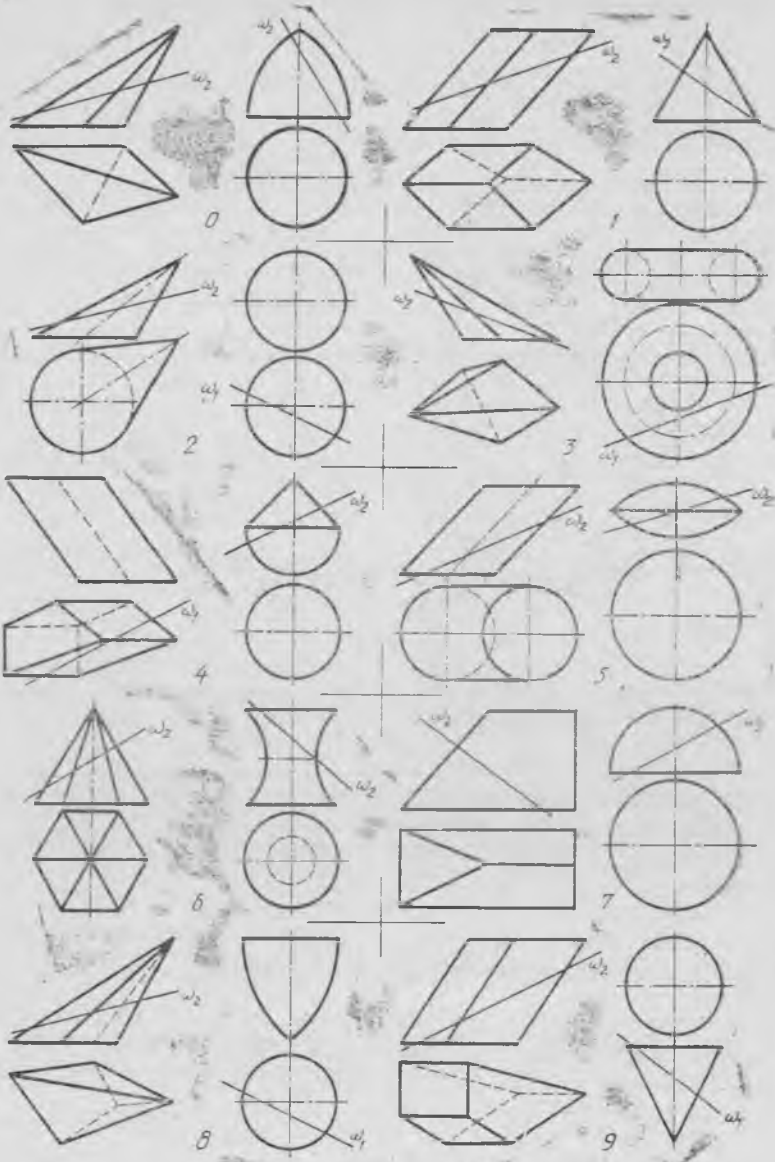
3. 100- шакл, 0—9 ларда берилган вариантлардан бирининг чизмаси кўчириб чизилсин ва сиртнинг проекцияловчи текислик билан кесишиш чизиги ҳамда кесим юзасининг ҳақиқий ўлчами топилсин.

4. 4- график иш. Мазкур график иш олтига вазифадан иборат. Унинг биринчи ва иккинчи вазифалари шarti: сиртнинг проекцияловчи текислик билан кесишиш чизиги ва кесим юзасининг ҳақиқий ўлчами топилсин.

1. Берилган индивидуал вазифага кўра, сирт ва текислик кўчириб чизилади (101- шакл, а).

2. Сиртнинг текислик билан кесишиш чизиги ўтказилади. Бунинг учун пирамида  $A_2T_2$ ,  $B_2T_2$ ,  $C_2T_2$ ,  $E_2T_2$  қирраларининг фронтал проекцияловчи текисликнинг изи билан кесишиш нуқталари  $1_2$ ,  $2_2$ ,  $3_2$ ,  $4_2$  белгиланади ва унинг  $\Pi_1$  даги  $1_1$ ,  $2_1$ ,  $3_1$ ,  $4_1$  проекциялари топилади.

3. Барча топилган нуқталар кўринадиган ва кўринмайдиган



100-ш. акл.

қисмларга ажратилган ҳолда ўзаро тугаштирилади (101-шакл, б).

4. Кесим юзасининг ҳақиқий ўлчами эпюрни қайта тузиш





усулларидан бири, масалан, айлантириш усулида топилади (101- шакл, в).

102- шаклда тўртинчи график ишнинг иккинчи вазифасини чизиш тасвирланган.

## 6.2. Тўғри чизиқнинг сиртлар билан кесишиши

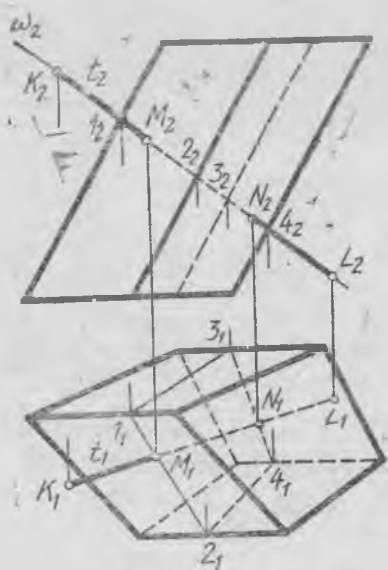
Тўғри чизиқ сиртга уришиб ўтган бўлса, у билан битта нуқтада, уни кесиб ўтган бўлса, сирт турига қараб иккита ёки ундан ҳам кўп нуқталарда кесиб ўтиши мумкин. Ҳар иккала вазиятда ҳам тўғри чизиқ орқали сиртни кесиб ўтувчи текислик ўтказилади. Изланаётган нуқталар текислик билан сиртнинг ўзаро кесишиш чизиғида топилади.

Ми с о л. Призма билан тўғри чизиқнинг кесишиш нуқталари топилсин (103- шакл).

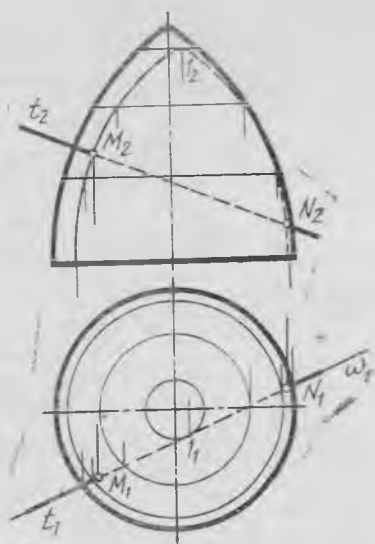
*Ечиш.* 1. Тўғри чизиқ орқали проекцияловчи (масалан, фронтал проекцияловчи) текислик ўтказилади ва унинг сирт билан кесишиш чизиғи ясалади.

2. Сирт билан текисликнинг ўзаро кесишиш чизиғи билан тўғри чизиқнинг горизонтал проекцияси  $t_1$  кесишяётган жойлар изланаётган нуқталарнинг горизонтал проекциялари ҳисобланади. Тўғри чизиқнинг сирт билан кесишиш нуқталарининг фронтал проекциялари  $t_2$  да топилади.

3. Тўғри чизиқнинг сиртга нисбатан кўринмайдиган қисми аниқланади. Сиртга юқоридан, яъни  $\Pi_2$  текислик томонидан қаралганда тўғри чизиқнинг  $K_1$  нуқтаси сирт контуридан юқо-



103- шакл.



104- шакл.

рида бўлгани учун унинг  $K_1M_1$  қисми  $\Pi_1$  да кўринади. Тўғри чи-  
зиқнинг  $L_1$  нуқтаси сирт контуридан пастроқда жойлашгани  
учун унинг  $L_1$  дан сирт контуригача қисми кўринмайди. Олди-  
дан, яъни  $\Pi_1$  томондан қаралганда тўғри чизиқнинг  $K_1$  учи сирт  
контуридан олдинроқда тасвирлангани учун унинг  $K_2M_2$  қисми  
 $\Pi_2$  да кўринади. Тўғри чизиқнинг  $L_2$  учи сирт контурига нисба-  
тан  $\Pi_1$  га яқинроқ жойлашганлиги сабабли унинг  $L_2$  дан сирт  
контуригача қисми кўринмайди.

**Мисол.** Тўғри чизиқнинг айланиш сирти билан кесишиш  
нуқталари топилсин (104-шакл).

**Ечиш.** 1. Тўғри чизиқ орқали горизонтал проекцияловчи те-  
кислик ўтказилади ва унинг сирт билан кесишаётган чизиғи  
ясалади.

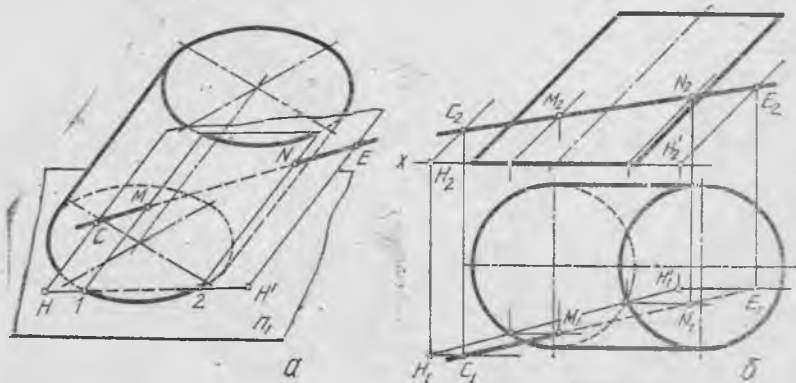
2. Тўғри чизиқнинг фронтал проекцияси  $t_2$  нинг ясалган  
кесишиш чизиғи билан кесишиш жойларида изланаётган нуқ-  
таларнинг фронтал проекциялари ётади. Бу нуқталарнинг го-  
ризонтал проекциялари  $t_1$  да топилади.

3. Тўғри чизиқ қисмининг сиртга нисбатан кўринмайдиган  
қисмлари аниқланади.

Тўғри чизиқнинг конус ва цилиндр сиртлар билан кесиша-  
ётган нуқталарини аниқлашда тўғри чизиқ орқали ўтказиладиган  
кесувчи текисликини сиртнинг барча ясовчиларини кесиб  
ўтадиган вазиятда эмас, балки сиртнинг фақат иккита ясовчиси  
орқали кесиб ўтадиган вазиятда ўтказилса, масалани ечиш ан-  
ча соддалашади. Бу ҳолда тўғри чизиқ орқали ўтказиладиган  
текислик проекцияловчи эмас, балки умумий вазиятдаги текис-  
лик ҳисобланади.

**Мисол.** Тўғри чизиқнинг цилиндр билан кесишиш нуқталари  
топилсин (105-шакл, а).

**Ечиш.** Бу масаланинг дастлаб яққол тасвирда ечилиши би-  
лан танишиб чиқайлик. Бунинг учун тўғри чизиқда  $C$  ва  $E$  нуқ-  
талар танлаб олинади ва улар орқали сирт ясовчиларига па-



105- шакл.

раллел тўғри чизиқлар ўтказилади. Бу тўғри чизиқларнинг сирт асоси текислиги билан кесишиш нуқталари (излари)  $H$  ва  $H'$  аниқланади.  $H$  билан  $H'$  туташтирилса, ўзаро параллел тўғри чизиқларда ифода қилинаётган текисликнинг горизонтал (сирт асоси текислиги) изи ҳосил бўлади. Бу из цилиндр асоси билан 1 ва 2 нуқталарда кесишади. 1 ва 2 нуқталардан сирт ясовчилари ўтказилса, тўғри чизиқ орқали ўтказилган текислик билан сиртнинг ўзаро кесишаётган чизиқлари ҳосил бўлади. Тўғри чизиқнинг сирт ясовчилари билан кесишаётган нуқталар (1 ва 2) тўғри чизиқнинг сирт билан кесишиш нуқталари ҳисобланади (105-шакл, а). Энди шу мисолнинг эпюрда ечилиши билан таънииб чиқамиз (105-шакл, б).

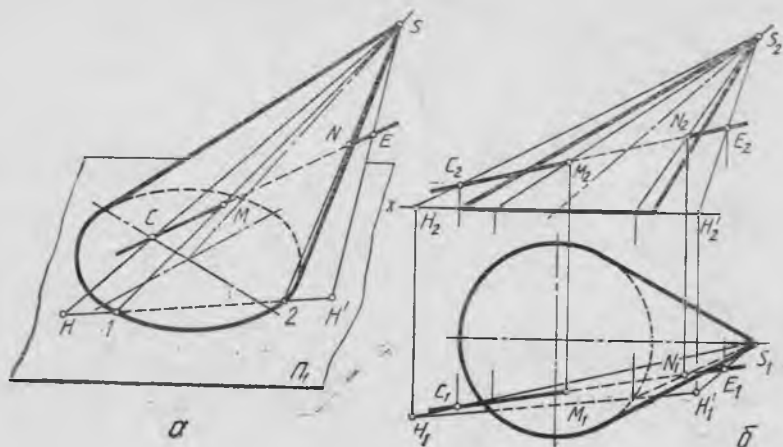
1. Тўғри чизиқда  $C$  ва  $E$  нуқталарнинг проекциялари танлаб олинади ва улар орқали сирт ясовчиларига параллел тарзда тўғри чизиқлар ўтказилади. Цилиндр асоси  $\Pi_1$  текисликда ётганлиги учун сирт ясовчиларига параллел қилиб ўтказилган чизиқларнинг горизонтал излари  $H_1H_2$ ,  $H_1'H_2'$  аниқланади.

2. Параллел тўғри чизиқ излари  $H_1$  ва  $H_1'$  ўзаро туташтирилади. Шунда ўзаро параллел тўғри чизиқларда тасвирланган текисликларнинг горизонтал изи  $h_{01}$  ҳосил бўлади. Текислик изининг цилиндр асоси билан кесишаётган  $1_1$  ва  $2_1$  нуқталари орқали сирт ясовчиларининг горизонтал проекциялари ўтказилади. Шунда бу ясовчилар тўғри чизиқнинг горизонтал проекцияси  $l_1$  ни  $M_1$  ва  $N_1$  нуқталарда кесиб ўтади.

3. Тўғри чизиқнинг сирт билан кесишаётган нуқталарининг фронтал проекциялари  $M_1$  ва  $N_1$  орқали проекцияларни боғлайдиган чизиқлар ёрдамида топилади.

4. Тўғри чизиқнинг сиртга нисбатан кўринадиган ва кўринмайдиган қисмлари аниқланади.

Мисол. Тўғри чизиқнинг конус сирти билан кесишиш нуқталари топилсин (106-шакл).



106-шакл.

Дастлаб бу мисолнинг яққол тасвирда ечилиши билан танишайлик (106-шакл, а).

*Ечиш.* 1. Тўғри чизиқда иккита ( $C$  ва  $E$ ) нуқта танлаб олинади ва уларни конус учи  $T$  билан туташтирилади.

2.  $TC$  ва  $TE$  чизиқларнинг конус асоси текислигидаги излари  $H$  ва  $H'$  аниқланади ва улар ўзаро туташтирилса, конус учи орқали унинг иккита ясовчисини кесиб ўтувчи умумий вазиятдаги текислик изи ҳосил бўлади.

3. Текислик изининг конус асоси билан кесишадиган  $I$  ва  $Z$  нуқталар конус учи  $T$  билан туташтирилади. Шунда тўғри чизиқ орқали ўтказилган текисликнинг сирт билан кесишган чизиғи ҳосил бўлади. Тўғри чизиқнинг  $IT$  ва  $ZT$  лар билан кесишадиган жойларида сирт билан кесишган нуқталари аниқланади.

Энди мазкур мисолни эпюрда ечиш билан танишайлик (106-шакл, б).

1. Тўғри чизиқда  $C$  ва  $E$  нуқталарнинг горизонтал ва фронтал проекциялари танлаб олинади ва улар конус учи проекциялари билан туташтирилади.

2.  $T_1C_1$ ,  $T_1E_1$  ва  $T_2C_2$ ,  $T_2E_2$  лар туташтирилади ва уларнинг конус асоси текислиги  $\Pi_1$  даги излари  $H_1$ ,  $H_2$  ва  $H_1'H_2'$  аниқланади.  $H_1$ ,  $H_1'$  ўзаро туташтирилса, конус учи орқали ўтувчи текисликнинг горизонтал изи  $h_{01}$  ҳосил бўлади.

3. Текислик изи  $h_{01}$  билан конус асоси кесишадиган  $I_1$  ва  $Z_1$  нуқталар  $T_1$  билан туташтирилади. Шунда тўғри чизиқ орқали ўтказилган умумий вазиятдаги текислик билан конуснинг ўзаро кесишадиган чизиғининг горизонтал проекцияси ҳосил бўлади. Тўғри чизиқ  $t_1$  нинг  $I_1T_1$  ва  $Z_1T_1$  билан кесишадиган жойлари изланадиган нуқталарнинг горизонтал проекциялари ҳисобланади.

4.  $I_2T_2$ ,  $Z_2T_2$  ларнинг  $t_2$  билан кесишиш жойлари изланадиган нуқталарнинг фронтал проекциялари ҳисобланади.

5. Тўғри чизиқнинг сиртга нисбатан кўринмайдиган қисмлари аниқланади.

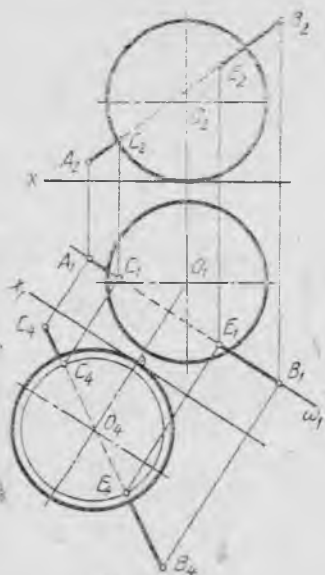
Тўғри чизиқнинг сфера сирт билан кесишиш нуқталарини аниқлашда проекциялар текисликларини алмаштириш усулидан фойдаланиш қулай ҳисобланади.

**Мисол.** Тўғри чизиқнинг сфера билан кесишиш нуқталари топилсин (107-шакл).

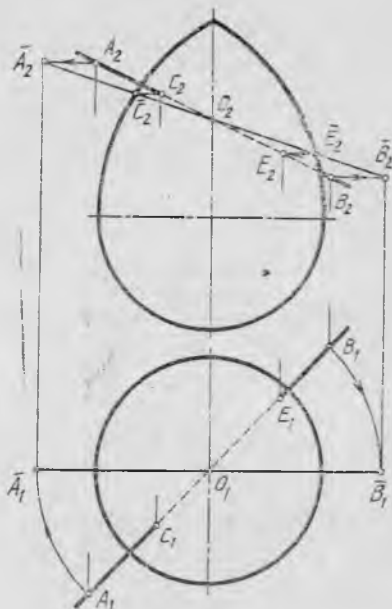
*Ечиш.* 1. Янги координаталар ўқи  $x_1$  ни тўғри чизиқнинг проекцияси (масалан, горизонтал проекцияси)  $A_1B_1$  га параллел қилиб ўтказилади ва  $\Pi_2$  текисликини  $\Pi_4$  га алмаштирилади.

2. Тўғри чизиқнинг  $\Pi_1$  даги проекцияси ( $A_1B_1$ ) орқали горизонтал проекцияловчи текислик изи  $\omega_1$  ўтказилади. Текислик билан сферанинг кесишиш чизиғи  $\Pi_4$  га айлана тарзда проекцияланади ва унинг  $A_4B_4$  билан кесишиш жойлари изланадиган кесишиш нуқталари бўлади.

3. Кесишиш нуқталари  $C_4$  ва  $E_4$  дан  $x_1$  га перпендикуляр чизиқлар ўтказилиб, уларнинг горизонтал проекциялари  $C_1$  ва



107-шакл.



108-шакл.

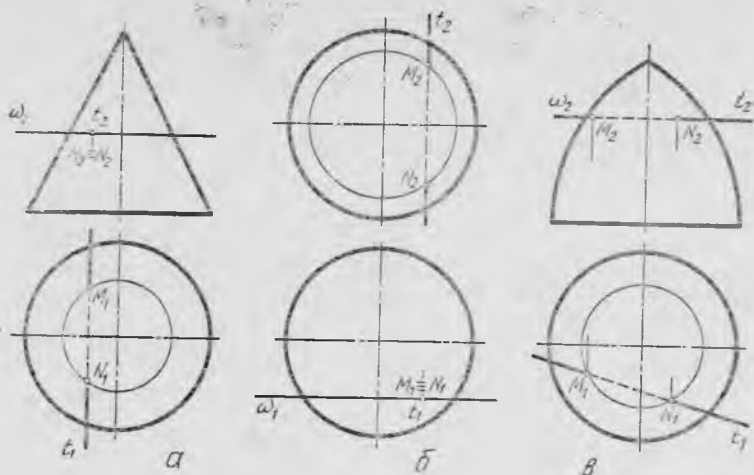
$E_1$  аниқланади.  $C_1, E_1$  лар орқали уларнинг фронтал проекциялари  $C_2, E_2$  топилади.

4. Тўғри чизиқнинг сиртга нисбатан кўринадиган ва кўринмайдиган қисмлари аниқланади.

Агар тўғри чизиқ айланиш сиртининг меридиан текислиги орқали ўтган бўлса (108-шакл), масалан ичишда меридиан текислиги бош меридиан текислиги билан қўшилгунча (жипс-лашгунча) айлантирилади. Шунда тўғри чизиқ бош меридиан текислигида (янги вазиятда) ётади. Тўғри чизиқнинг янги вазиятдаги фронтал проекцияси  $\bar{A}_2\bar{B}_2$  бош меридианни  $C_2, E_2$  нуқталарда кесади.  $C_2, E_2$  лардан  $x$  ўққа параллеллар чизиб,  $A_2B_2$  кесмада  $C_2E_2$  лар аниқланади. Сўнгра  $C_2, E_2$  лар орқали  $C_1, E_1$  лар топилади. Энг охирида тўғри чизиқнинг сиртга нисбатан кўринмайдиган қисмлари аниқланади.

Агар сирт билан кесишаётган тўғри чизиқ проекцияловчи вазиятда берилган бўлса, унинг сирт билан кесишаётган нуқталарини топиш анча қулай ҳисобланади.

109-шакл, *a* да сирт билан кесишаётган тўғри чизиқ фронтал проекцияловчи, 109-шакл, *b* да горизонтал проекцияловчи, 109-шакл, *в* да эса горизонтал вазиятда берилган. Бундай тўғри чизиқларнинг сиртлар билан кесишиш нуқталарини аниқлаш чизмаларнинг ўзида яққол кўрсатилган.



109- шакл.

### Савол ва машқлар

1. Тўғри чизиқ билан сиртнинг кесишиш нуқталари қандай аниқланади?

2. Тўғри чизиқнинг сирт билан кесишиш нуқталари қандай номланади?

3. 110-шакл, 0—9 ларда берилган чизмалардан бирининг проекциялари кўчириб чизилсин ва тўғри чизиқнинг сирт билан кесишиш нуқталари топилсин.

4-график ишнинг учинчи ва тўртинчи вазифалари. Тўғри чизиқнинг сирт билан кесишиш нуқталари топилсин.

1. Берилган индивидуал топшириққа кўра сирт ва тўғри чизиқнинг проекциялари кўчириб чизилади (111, 112-шакллар).

2. Тўғри чизиқ орқали текислик, масалан, фронтал проекцияловчи қилиб ўтказилади ва унинг сирт билан кесишиш чизиғи аниқланади.

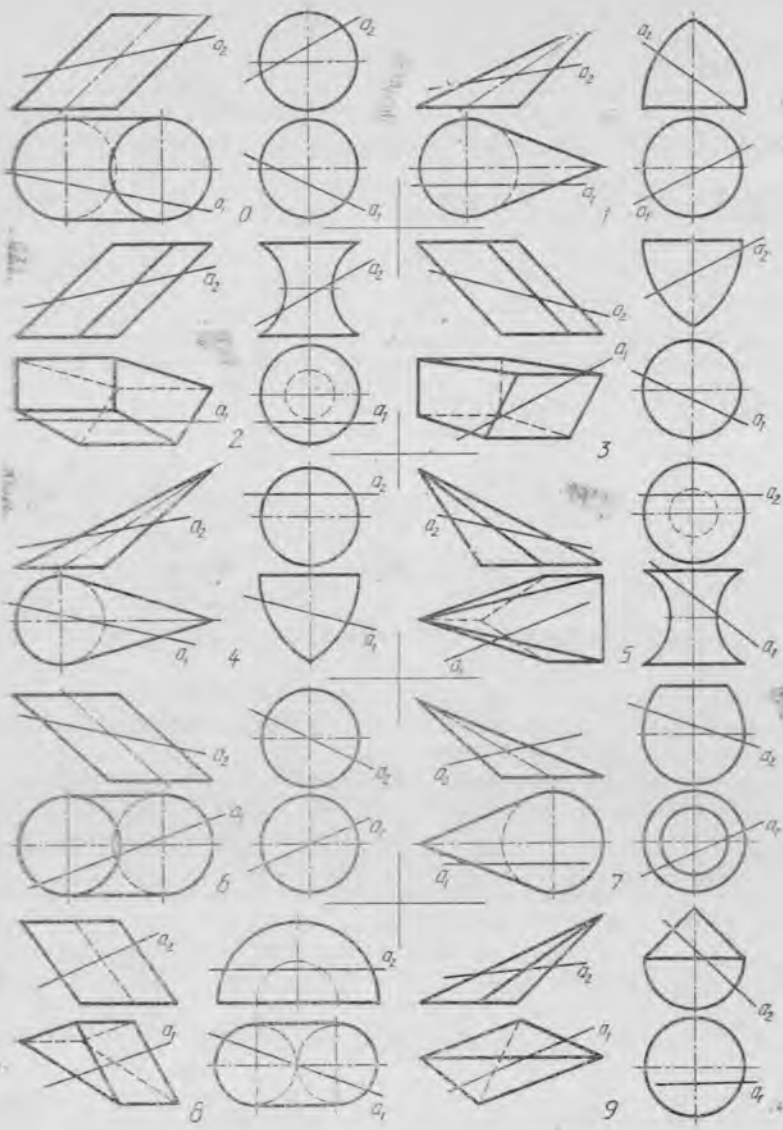
3. Сиртнинг текислик билан кесишиш чизиғи ҳамда тўғри чизиқнинг горизонтал проекцияси  $t_1$  ўзаро кесишадиган нуқталар  $C_1, E_1$  деб белгиланади.  $C_1, E_1$  — изланаётган нуқталарнинг горизонтал проекциялари.

4.  $C_1, E_1$  орқали кесишиш нуқталарнинг фронтал проекциялари  $C_2, E_2$  аниқланади.

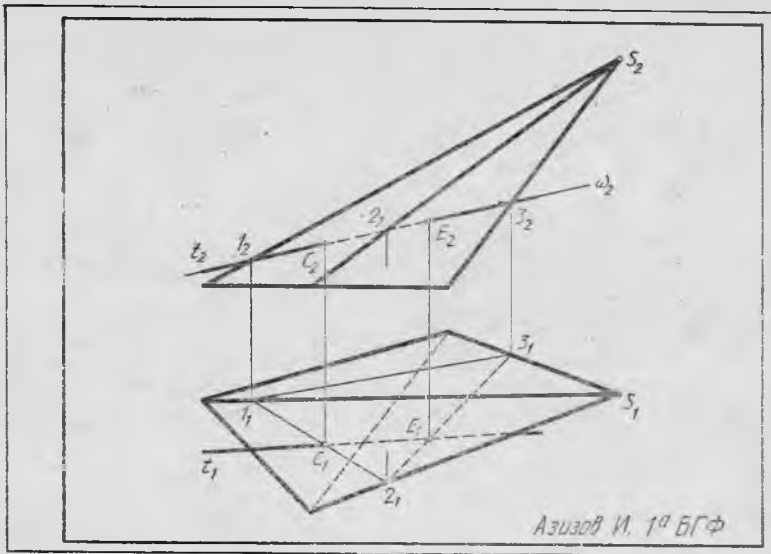
5. Тўғри чизиқнинг сиртга нисбатан кўринмайдиган қисми аниқланади.

### 6.3. Сиртнинг умумий вазиятдаги текислик билан кесишиши

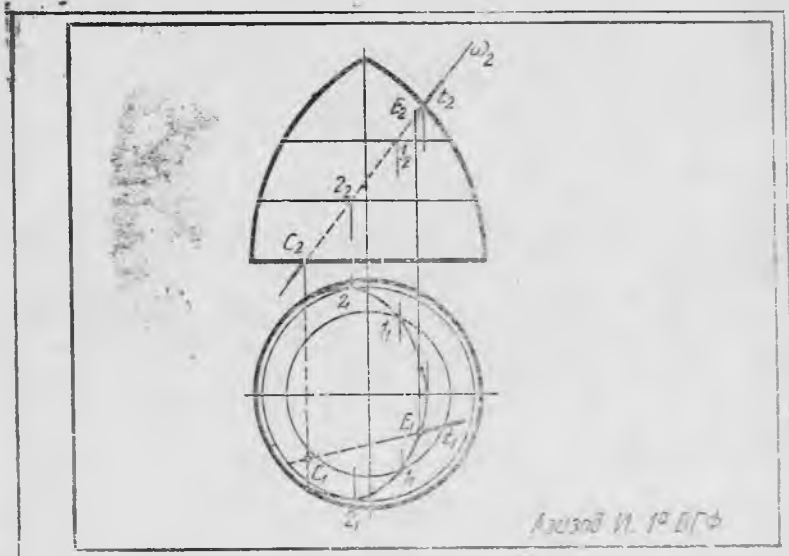
Сирт ясовчилари (қирралари) тўғри чизиқ деб қаралади ва уларнинг умумий вазиятдаги текислик билан кесишадиган нуқталари топилади. Барча топилган нуқталар ўзаро туташтирилади.



110- шахл.



111-шакл.



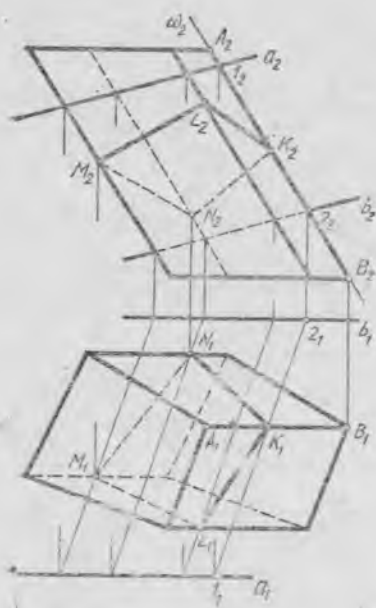
112-шакл.

са, сиртнинг умумий вазиятдаги текислик билан кесишиш чизиғи ҳосил бўлади.

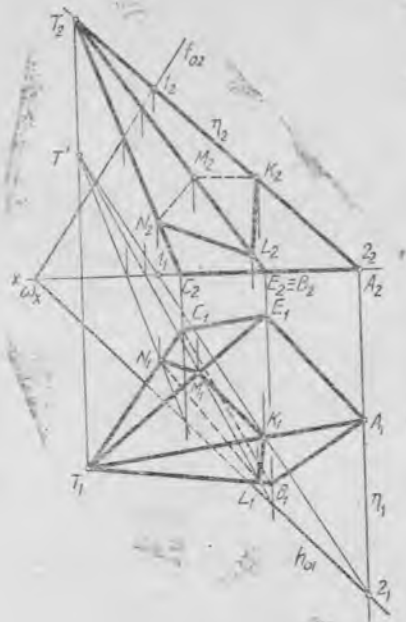
Мисол. Призманинг ўзаро параллел тўғри чизиқлари орқали берилган текислик билан кесишиш чизиғи ясалсин (113-шакл).

Ечиш. 1. Призма ён қирралари орқали фронтал проекциялов-





113- шакл.



114- шакл.

чи текисликлар ўтказилади. Бу ерда  $A_2B_2$  орқали утаётган фронтал проекцияловчи текисликнинг изи  $\omega_2$  ни кўрсатиш билан чекланилади ва қолган қирралари орқали ҳам худди шундай текисликлар ўтказилган деб фараз қилинади. Ўтказилган фронтал проекцияловчи текислик билан берилган умумий вазиятдаги текисликнинг ўзаро кесишиш чизиғининг проекциялари  $l_12_1$  ва  $l_12_2$  аниқланади.

2.  $A_1B_1$  нинг  $l_12_1$  билан кесишаётган ерида кесишиш чизиғига оид битта нуқтанинг горизонтал проекцияси  $K_1$  топилади.  $K_1$  орқали  $K_2$  аниқланади.

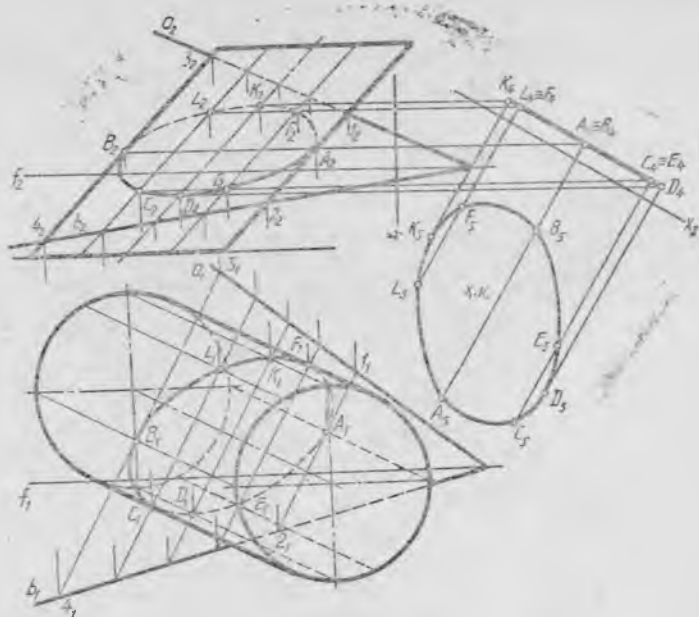
3. Шу тартибда кесишиш чизиғининг қолган нуқталари аниқланади.

4. Барча топилган нуқталарнинг бир номли проекциялари, яъни  $K_1, L_1, M_1, N_1$  ва  $K_2, L_2, M_2, N_2$  лар ўзаро туташтирилади.

5. Кесишиш чизиғининг қуринадиган ва қуринмайдиган қисмлари аниқланади.

Мисол. Пирамиданинг излари орқали тасвирланган умумий вазиятдаги текислик билан мазкур пирамиданинг кесишиш чизиғи ясалсин (114- шакл).

Ечиш. 1. Пирамиданинг  $P_2$  даги  $A_2T_2$  қирраси орқали фронтал проекцияловчи текислик ўтказилади ва унинг берилган умумий вазиятдаги текислик билан кесишган чизиғининг проекциялари  $l_12_1, l_12_2$  аниқланади.  $A_1T_1$  билан  $l_12_1$  нинг ўзаро кесишаётган жойида кесишиш чизиғига тегишли битта нуқтанинг го-



115- шакл.

ризонтал проекцияси  $K_1$  топилади ва у орқали  $K_2$  аниқланади.

2. Шу тартибда кесишиш чизиғининг бошқа нуқталари топилади.

3. Барча топилган нуқталарнинг бир номли проекциялари ўзаро туташтирилади.

4. Кесишиш чизиғининг кўринмайдиган қисми аниқланади.

Мисол. Цилиндрнинг ўзаро кесишаётган тўғри чизиқларда ифода қилинган умумий вазиятдаги текислик билан кесишиш чизиғи ва кесим юзасининг ҳақиқий ўлчами аниқлансин (115-шакл).

1. Сиртнинг текислик билан кесишиш чизиғи ясалади.

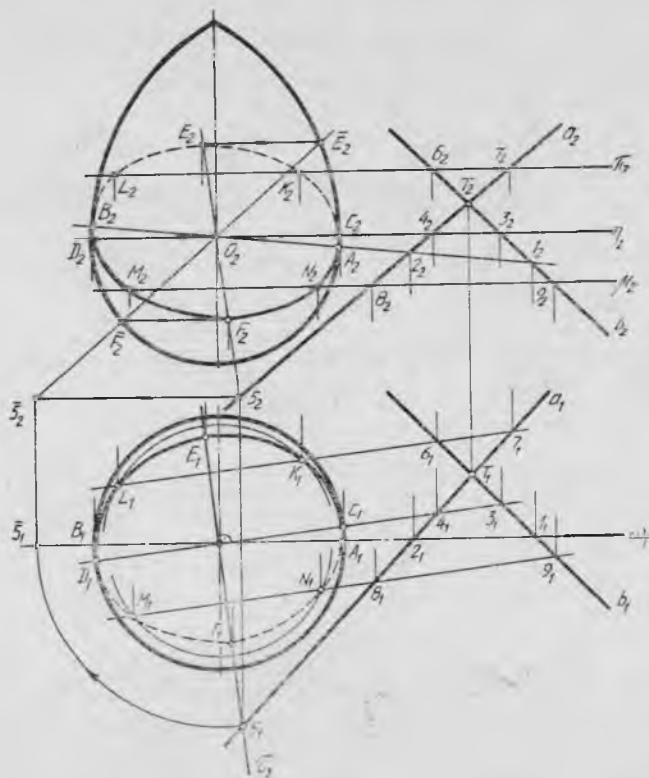
2. Кесим юзасининг ҳақиқий ўлчами проекциялар текисликларини алмаштириш усулида топилади. Бунинг учун кесим юзасининг фронтал чизиғи ўтказилади ва янги координаталар ўқи  $x_1$  ни  $j_2$  га перпендикуляр қилиб ўтказилади.

3.  $\Pi_1$  текислиги  $\Pi_4$  га алмаштирилади. Шунда кесим юзаси тўғри чизиқ кўринишида  $\Pi_4$  га проекцияланади.

4. Иккинчи янги координаталар ўқи  $x_2$  кесим юзасининг  $\Pi_4$  даги тасвирига параллел қилиб жойлаштирилади. Шунда кесим юзаси  $\Pi_5$  га ўзининг ҳақиқий ўлчамида проекцияланади.

Мисол. Айланиш сирти (овоид) нинг умумий вазиятдаги текислик билан кесишиш чизиғи ясалсин (116-шакл).

Ечиш. 1. Сиртнинг бош меридиани орқали фронтал текислик изи ўтказилади ва унинг берилган текислик билан кесишиш чизиғининг фронтал проекцияси  $1_22_2$  сиртнинг фронтал контурини  $A_2, B_2$  ларда кесиб ўтади. Бу нуқталар кесишиш чизиғини  $\Pi_2$  да кўринадиган ва кўринмайдиган қисмларга ажратади.



116- шакл.

2. Сиртнинг экватори орқали горизонтал текислик изи  $\eta_2$  ўтказилади ва унинг берилган текислик билан кесишиш чизигининг горизонтал проекцияси  $3_14_1$  сиртнинг горизонтал контурини  $C_1, D_1$  нуқталарда кесади. Бу нуқталар кесишиш чизигини  $\Pi_1$  да кўринадиган ва кўринмайдиган қисмларга ажратади.

3. Сирт ўқи орқали умумий вазиятдаги текисликнинг горизонтал чизиги  $3_14_1$  га горизонтал проекцияловчи текислик изи  $\tau_1$  перпендикуляр қилиб ўтказилади. Бу текислик сиртни унинг меридиани орқали, берилган текисликни эса энг катта оғма чизиги  $05$  ( $0_15_1, 0_25_2$ ) орқали кесиб ўтади. Меридиан кесимнинг  $\Pi_2$  даги проекциясини яшаш анча вақт талаб қилишини ҳисобга олган ҳолда уни ясамай, мазкур меридиан кесим бош меридиан билан қўшилгунча айлантрилади, яъни  $0_15_1$  ни  $x$  ўққа параллел бўлгунча айлантрилади. Шунда текисликнинг энг катта оғма чизиги сиртнинг меридиани каби,  $\Pi_2$  га параллел вазиятни эгаллайди. Энг катта оғма чизикнинг янги вазияти  $0_25_2$  сиртнинг янги вазиятдаги бош меридианини  $E_2F_2$  нуқталарда кесиб ўтади. Сўнгра бу нуқталардан  $x$  ўққа параллеллар чизиб, олдинги вазиятдаги энг катта оғма чизикқа қайтилади. Шунда кесишиш чизигининг энг юқори ва энг қуйи нуқталари

$E_2$  ва  $F_2$  ҳосил бўлади.  $E_2, F_2$  лар орқали  $O_1S_1$  да  $E_1, F_1$  лар аниқланади.

4. Сиртнинг умумий вазиятдаги текислик билан кесишиш чизигига оид яна бир нечта оралиқ нуқталарни топиш мақсадида сирт параллеллари орқали ўтказиладиган горизонтал текисликлардан фойдаланилади. Натижада кесишиш чизигининг нуқталарини ўзаро туташтиришда қулай ҳолат яратилади.

5. Барча топишган нуқталар ўзаро кўринадиган ва кўринмайдиган чизиқларга ажратиб, равои туташтирилади.

Мисол. Айланиш сиртининг умумий вазиятдаги текислик билан кесишиш чизиги ва кесим юзасининг ҳақиқий ўлчами топилсин (117-шакл). Бу масалани ечиш қулай бўлиши учун проекциялар текисликларини алмаштириш усули татбиқ қилиниши мумкин.

Ечиш. 1. Проекциялар текисликларини алмаштиришдан олдин, айланиш сиртининг бош меридиани орқали фронтал текислик ўтказилиб,  $\Pi_2$  да кесишиш чизигини кўринадиган ва кўринмайдиган қисмларга ажратувчи нуқталарнинг проекциялари топилади. Сирт экватори орқали горизонтал текислик ўтказилиб, кесишиш чизигини  $\Pi_1$  да кўринадиган ва



117-шакл.

кўринмайдиган қисмларга ажратувчи нуқталарнинг проекциялари аниқланади.

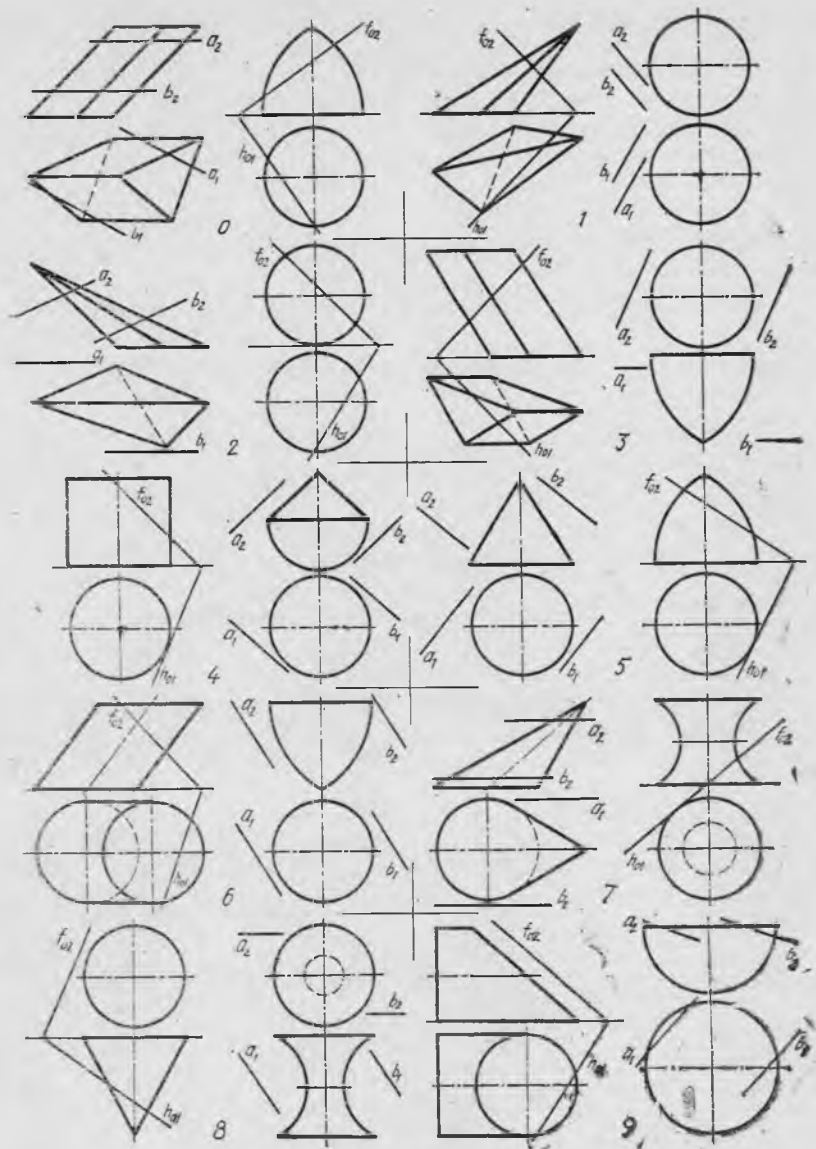
2. Проекциялар текислиги алмаштирилади. Бунинг учун янги координаталар ўқи  $x_1$  текислик горизонтал чизигининг горизонтал проекцияси  $h_1$  га перпендикуляр қилиб ўтказилади ва  $\Pi_2$  текислиги  $\Pi_4$  га алмаштирилади. Шунда масала сиртнинг проекцияловчи текислик билан кесишиш чизигини аниқлашдаги ҳолга келади.

3.  $P_4$  да айланиш сиртининг проекцияловчи текислик билан кесишиш чизиги аниқланади. Бунинг учун  $P_4$  да тасвирланаётган сиртнинг бош меридиани билан текислик изи кесилаётган  $K_4, L_4$  нуқталар белгиланади ва уларнинг  $P_1$  даги горизонтал проекциялари  $x_1$  ўққа параллел тарзда жойлашган меридианда топиллади. Шу нуқталарнинг  $P_2$  даги фронтал проекцияларини аниқлашда  $K_1, L_1$  дан проекцияларни боғловчи чизиқлар ўтказилади ва  $x_1$  дан  $K_4, L_4$  гача бўлган масофалар  $x$  дан ўлчаб

қўйилади. Барча топилган нуқталарни ўзаро туташтиришда улар орасида яна қўшимча нуқталар аниқлашга тўғри келса, сирт параллелларидан фойдаланган ҳолда оралиқ нуқталар топиллади.

4. Барча топилган нуқталарнинг бир ном-





119- шакл.

$x_1$  га перпендикуляр чизиқ ўтказилади ва  $P_2$  текислиги  $P_4$  га алмаштирилади.

2. Айланиш сирти билан биргаликда текисликнинг фронтал изини ҳам  $P_2$  дан  $P_4$  га олиб ўтиш учун  $f_{02}$  да ихтиёрий  $T_2$  танлаб олинади ва унинг  $T_1$  проекциясидан  $x_1$  га перпендикуляр чизилади,  $x$  дан  $T_2$  гача бўлган масофа  $x_1$  дан улчаб қўйилади ва текислик горизонтал изининг  $x_1$  билан кесишган нуқтаси  $\omega_4$  билан  $T_4$  нуқта туташтирилади. Шунда умумий вазиятдаги текислик фронтал проекцияловчи вазиятга ўтади ва масала сиртнинг проекцияловчи текислик билан кесишиш чизиғини аниқлашдаги ҳолга келади.

3. Сиртнинг проекцияловчи текислик билан кесишиш чизиғи ясалади.

4. Кесим юзасининг ҳақиқий ўлчами айлантириш усулида топилади.

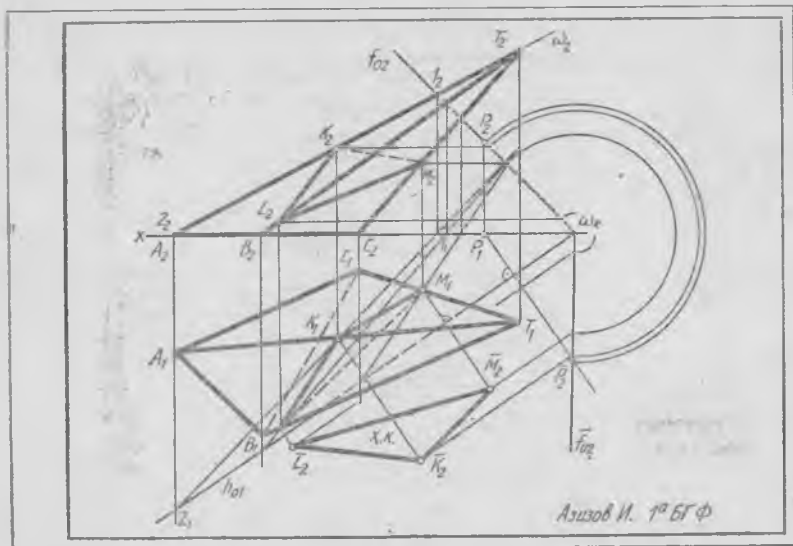
### Савол ва машқлар

1. Сирт билан умумий вазиятдаги текисликнинг кесишиш чизиғини аниқлашда сиз учун қайси усул қулай?

2. Тўғри чизиқнинг сирт билан кесишиш нуқталарини аниқлашда умумий вазиятдаги текислик қандай ҳолларда татбиқ қилинади?

3. 119-шакл, 0—9 ларда берилган мисоллардан бирининг чизмаси кўчириб чизилсин ва берилган шартга кура ечилсин.

4-график ишнинг бешинчи ва олтинчи вазифалари. Сиртнинг умумий вазиятда берилган текислик билан кесишган чизиғи ва кесим юзасининг ҳақиқий катталиги топилсин.



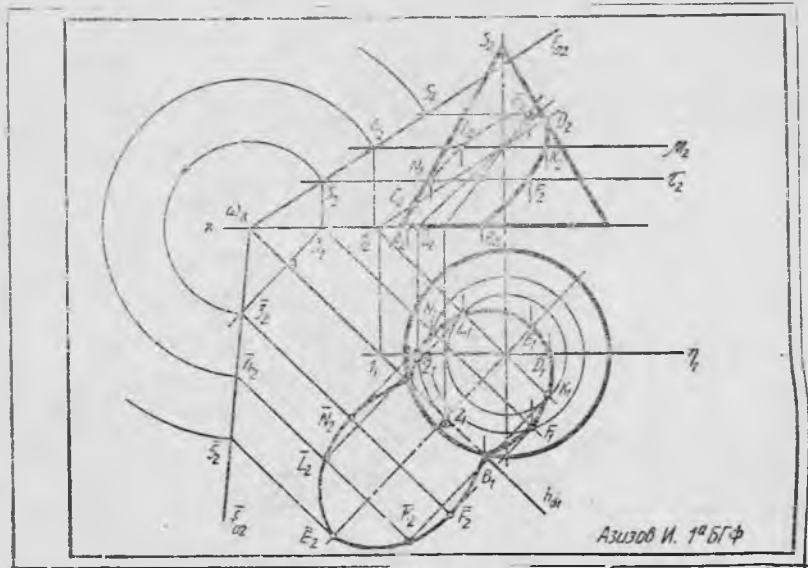
120- шакл.

1. Шартга мувофиқ, вазифанинг график шarti кўчириб чи-  
зилади (120- шакл, а).

2. Сиртнинг қирралари тўғри чизиқлар деб қабул қилина-  
ди ва уларнинг умумий вазиятдаги текислик билан кесишиш  
нуқталари топилади. Масалан,  $AT$  қиррасининг фронтал проек-  
цияси  $A_2T_2$  орқали фронтал проекцияловчи текисликнинг  $\omega_2$  изи  
ўтказилади ва бу текисликнинг умумий вазиятда берилган те-  
кислик билан кесишиш чизиғи аниқланади. Кесишиш чизиғи-  
нинг горизонтал проекцияси  $I_1I_2$  билан сиртнинг  $A_1T_1$  қирраси  
кесишаётган жойда кесишиш чизиғига тегишли бирор нуқта-  
нинг горизонтал проекцияси топилади. Проекцияларни боғлов-  
чи чизиқ ёрдамида бу нуқтанинг фронтал проекцияси аниқ-  
ланади. Шу тартибда пирамиданинг  $BT$ ,  $CT$  қирраларининг  
умумий вазиятдаги текислик билан кесишаётган нуқталари то-  
пилади.

3. Барча топилган нуқталарнинг бир номли проекциялари  
қўринадиган ва кўринмайдиган қисмларга ажратилган ҳолда  
ўзаро туташтириб чиқилади.

4. Кесим юзасининг ҳақиқий ўлчами жипслаштириш (уст-  
ма-уст қўйиш) усулида топилади. Бунинг учун текисликнинг  
фронтал изида ихтиёрий  $P$  нуқтанинг фронтал проекцияси  $P_2$   
танлаб олинади ва унинг горизонтал проекцияси  $P_1$  орқали те-  
кисликнинг горизонтал изи  $h_{01}$  га перпендикуляр чизиқ ўткази-  
лади. Текислик изларининг  $x$  ўқдаги ўзаро кесишиш нуқтаси-  
ни марказ қилиб,  $R$  радиусда ёй чизилади ва уни  $P_1$  дан чи-  
зилган перпендикуляр чизиқ билан кесиштирилади.  $\omega_x$  билан  
 $\overline{P_2}$  нуқта туташтирилади. Шунда  $\omega$  текисликнинг фронтал  $f_{02}$



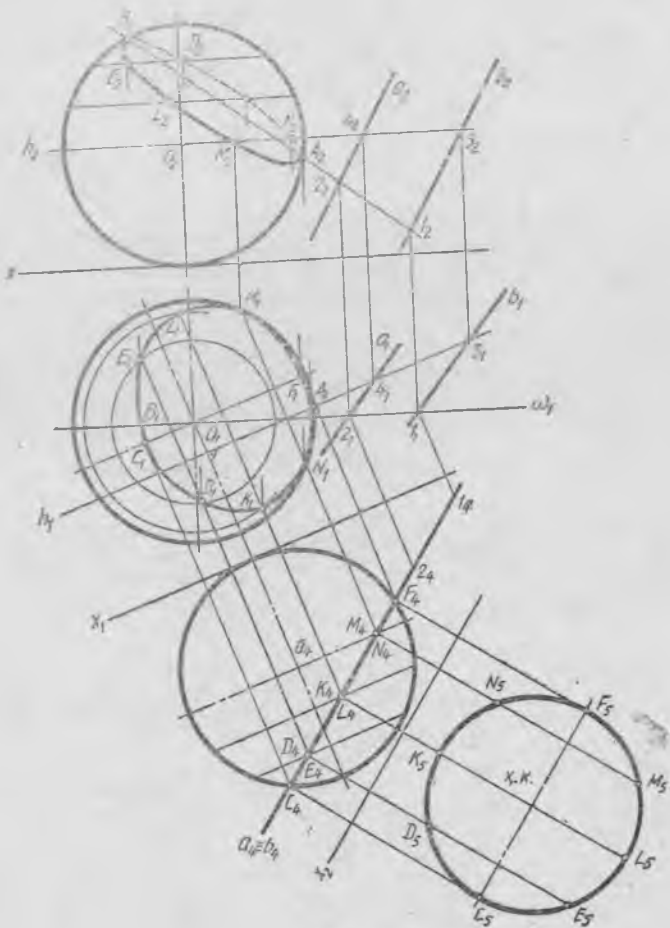
121- шакл.



изи  $\Pi_1$  билан жипслашган бўлади. Сўнгра кесишиш чизиғининг фронтал проекцияси нуқталаридан  $x$  га параллел чизиқлар ўтказилиб, текисликнинг фронтал изи  $f_{02}$  билан кесиштирилади ва  $u$  нуқталар, чизмада кўрсатилгандек,  $\overline{f_{02}}$  га олиб ўтилади. Бу олиб ўтилган нуқталардан текисликнинг горизонтал изи  $h_{01}$  га параллел чизиқлар, кесишиш чизиғи нуқталарининг горизонтал проекцияларидан текисликнинг горизонтал изи  $h_{01}$  га перпендикуляр чизиқлар ўтказилиб, улар ўзаро кесиштирилади. Шунда кесим юзасининг  $\Pi_1$  текисликка жипслаштирилган вазияти, яъни кесим юзасининг ҳақиқий ўлчами ҳосил бўлади (120-шакл, б).

121-шаклда тўртинчи график ишнинг бешинчи вазифасини ишлашга доир мисол келтирилган.

Тўртинчи график ишнинг олтинчи вазифасига оид график шарт кўчириб чизилгандан кейин, бу масалани проекциялар те-



122- шакл.

кисликларини алмаштириш усулида ечишга ўтилади. Проекциялар текисликларини алмаштиришдан олдин айланиш сиртининг бош меридиани орқали фронтал текислик ўтказилади ва унинг умумий вазиятдаги текислик билан кесишиш чизиғи аниқланади. Текисликларнинг ўзаро кесишиш чизиғи сиртнинг бош меридианини кесиб, кесишиш чизиғининг  $\Pi_2$  да кўринмайдиган ва кўринмайдиган қисмларга ажратувчи нуқталарини аниқланади.

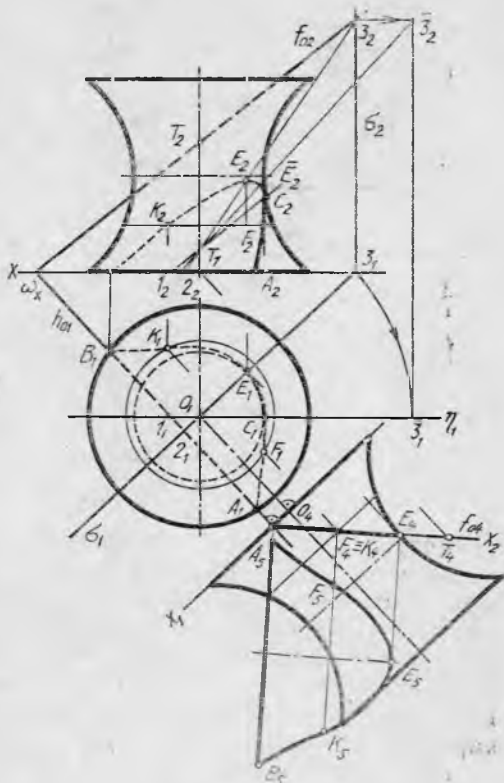
Сўнгра проекциялар текисликларини алмаштириш учун текисликнинг горизонтал чизиғи  $h$  ( $h_1, h_2$ ) ўтказилади ва унинг горизонтал проекцияси  $h_1$  га перпендикуляр тарзда  $x_1$  ўқ ўтказилади. Айланиш сиртининг маркази  $O_1$  дан  $x_1$  га перпендикуляр чизиқ ўтказиш орқали  $\Pi_2$  текислик  $\Pi_4$  га алмаштирилади. Шунда умумий вазиятдаги текислик проекцияловчи вазиятни эгаллайди ва масаланинг шarti сиртнинг проекцияловчи текислик билан кесишиш чизиғини аниқлашга тўғри келади. Сиртнинг фронтал проекцияловчи текислик билан кесишиш чизиғини  $\Pi_1$  да ясалгандан кейин, сирт параллелларидан фойдаланиб, у  $\Pi_2$  га кўчириб ўтилади. Сиртдаги кесишиш чизиғининг горизонтал проекцияси аниқ кўринади, ammo унинг фронтал проекциясида кўринмайдиган қисми бўлиб, уларни ажратадиган нуқталар олдинроқ аниқлаб олинган эди.

Кесим юзасининг ҳақиқий ўлчамини проекциялар текисликларини алмаштириш усулида топиш қулайроқ ҳисобланади (122- шакл).

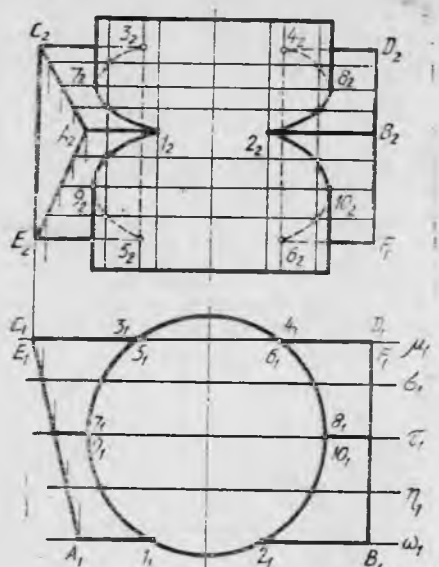
Тўртинчи график ишнинг олтинчи вазифасига тегишли қўшимча масалаларни ечишга оид намуналар 123-шаклда тасвирланган.

### 7. СИРТЛАРНИНГ ЎЗАРО КЕСИШИШ ЧИЗИҒИНИ АНИҚЛАШ

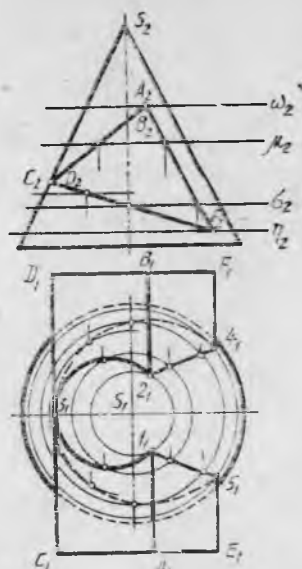
Сиртларнинг ўзаро кесишиш чизиғи ҳар иккала сиртга тегишли бўлиб, уни яшаш учун кесишиш чизиғи нуқталарининг



123- шакл.



124- шакл.



125- шакл.

геометрик ўрнилари ёрдамчи кесувчи текислик (сирт)лар орқали аниқланади. Ёрдамчи кесувчи сирт сифатида текислик, сфера, цилиндр, конус кабилар олиниши мумкин. Сиртларнинг тури ва уларнинг ўзаро жойлашишига қараб, ёрдамчи кесиб ўтувчи текислик ёки сиртларни ўтказиш усули танланади. Ёрдамчи кесувчи текислик (сирт)лардан шундай фойдаланиш керакки, улар сиртларнинг энг қулай чизиқ (ясовчи, параллел)ларини кесиб ўтсин.

124- шаклда горизонтал проекцияловчи цилиндр ва горизонтал призма тасвирланган. Уларнинг ўзаро кесишиш чизигини топиш призма ён қирраларининг цилиндр билан кесишиш нуқталарини аниқлашдан бошланади. Бунда цилиндр горизонтал проекцияловчи вазиятда тасвирлангани учун сиртларнинг ўзаро кесишиш чизигининг горизонтал проекцияси цилиндрнинг проекцияси билан қўшилиб қолади. Шунинг учун кесишиш чизигининг фронтал проекцияси ясалади.

1. Призманинг горизонтал  $A_1B_1$  қирраси орқали фронтал текислик ўтказилади. Бу текислик цилиндрни иккита ясовчиси орқали кесиб ўтади. Бу ясовчилар призманинг  $P_2$  даги  $A_2B_2$  қиррасини  $I_2, 2_2$  нуқталарда кесади.

2. Шу тартибда призманинг қолган қирраларининг цилиндр билан кесишиш нуқталари аниқланади.

3. Кесишиш чизигининг кўринадиган ва кўринмайдиган қисмларга ажратадиган нуқталарини аниқлаш мақсадида, цилиндр маркази орқали бош меридиан текислик ўтказилади. Шунда цилиндрнинг фронтал контурини ифода қилаётган икки четки ясовчиларида излаётган нуқталар топилади.

4. Барча топилган нуқталар кетма-кет ўзаро туташтириб чиқилади. Шунда сиртларнинг ўзаро кесишиш чизиғи ясаллади.

Призма сирти цилиндрга бир томонидан кириб, иккинчи томонидан чиқиб кетаётганлиги учун иккита кесишиш чизиғи ҳосил бўлмоқда. Улардан бири кириш, иккинчиси чиқиш чизиғи дейилади.

Мисол. Фронтал проекцияловчи призманинг конус билан кесишиш чизиғи ясалсин (125- шакл).

Ечиш. 1. Призманинг битта қирраси конуснинг четки ясовчисига урилиб ўтаётганлиги учун мазкур урилиш нуқтасининг горизонтал проекцияси топилади.

2. Призманинг  $P_2$  даги  $A_2B_2$  қирраси орқали горизонтал текислик ўтказилади. Бу текислик конуснинг параллеллини кесиб ўтади ва унинг горизонтал проекцияси (айлана) билан  $A_1B_1$  нинг кесишаётган жойларида кесишиш нуқталарининг горизонтал проекциялари белгиланади.

4. Сиртларнинг ўзаро кесишиш чизиғи нуқталарини туташтириш осон бўлиши учун призма қирралари оралиғида бир нечта ясловчилар танлаб олинади ва уларнинг конус билан кесишиш нуқталари топилади.

5. Сиртларнинг ўзаро кесишиш чизиғига оид барча топилган нуқталар кетма-кет туташтириб чиқилади. Бу ерда призманинг битта қирраси конусга урилиб ўтганлиги учун сиртларнинг ўзаро кесишиш чизиғи яхлит тасвирланади.

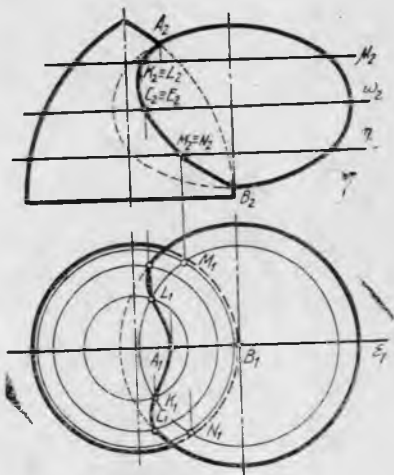
Ўзаро кесишувчи сиртларнинг иккаласи ҳам айланиш сиртлари бўлса, у ҳолда уларнинг параллелларини кесиб ўтувчи текисликлардан фойдаланилади.

Мисол. Айланиш сиртларининг ўзаро кесишиш чизиғи ясалсин (126- шакл).

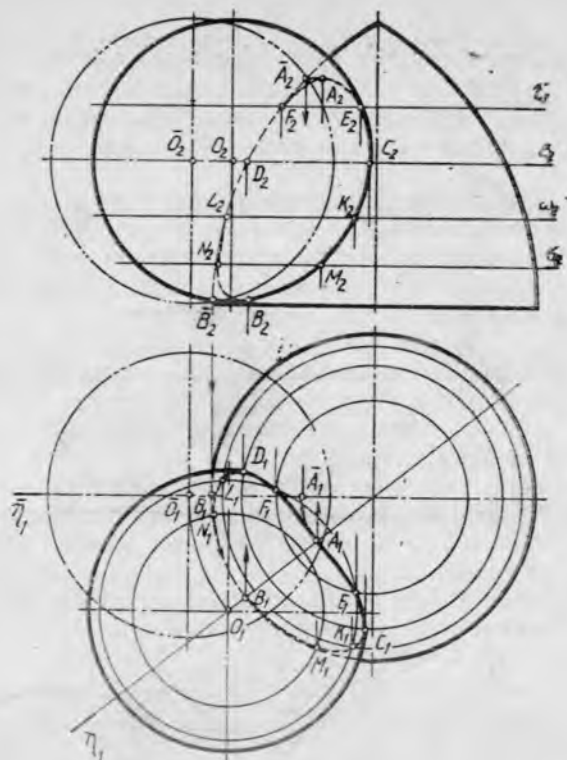
Ечиш. 1. Айланиш сиртларининг бош меридианларини кесиб ўтувчи фронтал текислик ёрдамида  $A$  ва  $B$  нуқталарнинг проекциялари топилади.

2. Кесишиш чизиғини  $P_1$  да кўринадиган ва кўринмайдиган қисмларга ажратадиган нуқталар айланиш сиртининг экватори орқали ўтказилган горизонтал текислик ёрдамида топилади.

3.  $A_2$  ва  $B_2$  нуқталар оралиғида сирт параллелларини кесиб ўтадиган горизонтал текисликлар ўтказилади. Масалан,  $\omega_2$  текислик ёрдамида ҳосил бўлган сирт параллеллари ўзаро кесишиб, кесишиш чизиғига оид иккита нуқтани аниқлайди. Шу тар-



126- шакл.



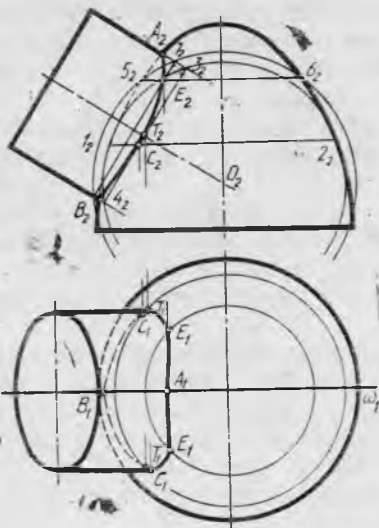
127- шакл.

тибда кесишиш чизигига тааллуқли яна бир нечта нуқталарни топиш мумкин.

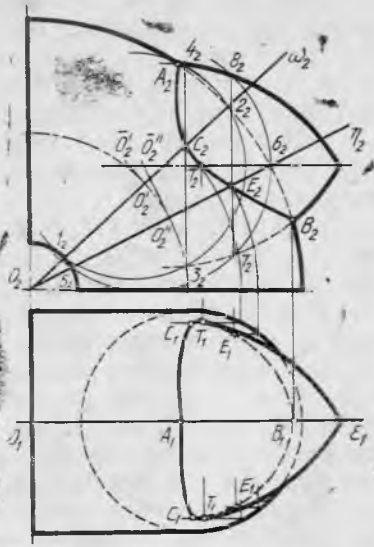
4. Барча топилган нуқталар ўзаро туташтирилади. Кесишиш чизигининг фронтал проекцияси фронтал проекцияловчи цилиндрсимон сиртда ётганлиги учун битта эгри чизиқда тасвирланади.

Айланиш сиртларининг бош меридианлари битта фронтал текисликда ётмаса (127- шакл), кесишиш чизигининг энг юқори ва энг қуйи нуқталарини топиш учун уларнинг ўқлари орқали утаётган горизонтал проекцияловчи  $\eta_1$  текислик  $\Pi_2$  текисликка параллел бўлгунча айланттирилади. Шунда айланиш параболоид сирти ўз ўрнидан қўзғалмайди. Сфера сирти эса янги вазиятни эгаллайди. Сферанинг янги вазияти икки нуқтали ичгичка чизиқда кўрсатилган. Шунда иккала айланиш сиртларининг бош меридианлари битта фронтал текисликда ётади.

Сферанинг янги вазияти иккинчи айланиш сиртининг бош меридианини  $\bar{A}_2$  ва  $\bar{B}_2$  нуқталарда кесади.  $\bar{A}_2$ ,  $\bar{B}_2$  лардан проекцияларни боғловчи чизиқлар ўтказиб,  $\Pi_1$  да  $\bar{A}_1$  ва  $\bar{B}_1$  нуқталар топилади. Сўнгра улар орқасига айланттирилиб,  $\eta_1$  текис-



13-шакл.



129-шакл.

лик изида  $A_1$  ва  $B_1$  лар ўрни аниқланади.  $A_1, B_1$  лар орқали  $A_2, B_2$  лар сатҳида  $A_2, B_2$  лар белгиланади.

Кесишиш чизиғига оид яна бир қанча нуқталар  $A_2$  ва  $B_2$  лар оралиғида ўтказилган горизонтал текисликлар ёрдамида топилади. Сиртларнинг кесишиш чизиғининг кўринмас қисми сфера экватори орқали ўтган горизонтал текисликнинг остида ётади.

Айланиш сиртларининг ўқлари мазкур сиртларнинг бош меридианлари текислиги орқали ўтувчи битта текисликда ўзаро кесишса, уларнинг ўзаро кесишиш чизиғини ясаш учун кесувчи сирт сифатида катта ва кичик сфералардан фойдаланилади.

Мисол. Ўқлари  $O(O_1O_2)$  нуқтада кесишаётган айланиш сиртларининг ўзаро кесишиш чизиғи проекциялари ясалсин (128-шакл).

Ечиш. 1. Бош меридиан текислиги ёрдамида кесишиш чизиғининг энг юқори  $A(A_1, A_2)$  ва энг қуйи  $B(B_1, B_2)$  нуқталари аниқланади.

2. Сиртларнинг ўқлари кесишаётган  $O_2$  ни марказ қилиб олиб, энг кичик сфера ўтказилади. Бу сфера сиртлардан бирига уринма, иккинчисини кесадиган бўлиши керак. Бу мисолда энг кичик сфера айланиш сиртига уриниб, цилиндрни  $3_2A_2$  параллел орқали кесади.  $I_22_2$  ва  $3_2A_2$  параллеллар  $C_2$  да ўзаро кесишади.  $C_1$  нуқта айланиш сиртининг параллели ёрдамида топилади. Бунинг учун айланиш сиртининг  $I_12_1$  горизонтал проекцияси (айлана) чизилади ва унда  $C_1$  икки жойда белгиланади.

3.  $O_2$  орқали  $A_2$  дан ташқарига чиқмайдиган радиусда энг катта сфера чизилади. Бу сфера айланиш сиртини  $5_2 6_2$ , цилиндр сиртини  $7_2 8_2$  параллеллар орқали кесиб ўтади.  $U_3$  навбатига, бу параллеллар  $E_2$  да ўзаро кесишади.  $E_1$  нуқта вертикал ўқли сирт параллели ёрдамида топилади.

4. Шу тартибда энг кичик ва катта сфералар ораллигида яна бир нечта сфера ўтказилса, кесишиш чизигига оид қўшимча нуқталар топилади.

5. Сиртларнинг ўзаро кесишиш чизигига оид керакли барча нуқталар аниқлангандан кейин, кесишиш чизигининг нуқталари  $P_2$  да туташтирилади. Шунда кесишиш чизигини  $P_1$  да кўринадиган ва кўринмайдиган қисмларга ажратадиган нуқталарнинг ( $T_2$ ) ўрни аниқланади.

Айланиш сиртларидан бири тор (лот. *torus* — қавариқ ҳалқа) бўлса, уларнинг ўқлари ўзаро кесишмай, балки айқаш бўлиши мумкин. У вақтда кесувчи сфералар марказлари проекцияловчи текисликлар ёрдамида аниқланади ва бу усул *марказлари силжиб борувчи сфералар усули* дейилади.

Мисол. Торнинг бир қисми ва айланиш сиртининг ўзаро кесишиш чизиги аниқлансин (129-шакл).

1. Айланиш сиртларининг бош меридианлари орқали ўтказилган фронтал текислик ёрдамида кесишиш чизигининг энг юқори  $A(A_1, A_2)$  ва энг қуйи  $B(B_1, B_2)$  нуқталари топилади.

2. Тор маркази орқали  $A_2, B_2$  нуқталар ораллигида фронтал проекцияловчи  $\omega_2, \eta_2$  текисликлар ўтказилади. Бу текисликларнинг тор билан кесишаётган меридиан кесими (айлана) сфера билан торнинг кесишган чизиги деб қабул қилинади ва сфера маркази ахтарилади. Бунинг учун  $\omega_2$  текисликнинг тор билан кесишиш чизиги  $I_2 2_2$  нинг маркази  $O_2$  дан  $I_2 2_2$  га перпендикуляр (торнинг ўқ чизиқ кўринишидаги параллелига уринма) ўтказилади. Бу перпендикуляр чизиқ айланиш сиртининг ўқини

нуқтада кесади.  $O$  нуқта сферанинг изланаётган маркази ҳисобланади ва у орқали  $I_2, 2_2$  нуқталардан ўтувчи сфера чизилади. Сфера айланиш сиртини  $3_2 4_2$  параллели орқали кесиб ўтади. Натижада торнинг  $I_2 2_2$  ва айланиш сиртининг  $3_2 4_2$  чизиқлари ўзаро кесишиб, кесишиш чизигига оид  $C_2$  ни ҳосил қилади. Сиртларнинг ўзаро кесишиш чизигига оид  $E_2$  ни ҳам  $C_2$  каби топиш мумкин.

3.  $C_2$  ва  $E_2$  нуқталарнинг горизонтал проекциялари тор сиртининг параллеллари ёрдамида аниқланади.  $A_2, C_2, E_2$  ва  $B_2$  лар ўзаро туташтирилганда мазкур кесишиш чизиги айланиш ўқини  $T_2$  нуқтада кесади.  $T_2$  нуқтанинг горизонтал проекцияси ( $T_1$ ) кесишиш чизигини кўринадиган ва кўринмайдиган қисмларга ажратади.

4. Кесишиш чизигига оид топилган барча нуқталарнинг бир номли проекциялари ўзаро туташтирилади.

Ўзаро кесишаётган сиртлар умумий вазиятда тасвирланган бўлса, уларнинг кесишиш чизигини аниқлашда умумий вазиятдаги текисликлардан фойдаланилади.

Мисол. Умумий вазиятдаги конусларнинг ўзаро кесишиш чизиғи аниқлансин (130- шакл, а, б).

*Ечиш.* Дастлаб конусларнинг ўзаро кесишиш чизиғининг яққол тасвирда ясалиши билан танишиб чиқамиз (130- шакл, а). Бунинг учун сиртларнинг  $S$  ва  $T$  учлари орқали тўғри чизиқ ўтказилади ва унинг конуслар асоси текислигидаги изи  $H$  аниқланади.  $H$  нуқта орқали конуслар асосларини кесиб ўтувчи чизиқлар учун  $ST$  чизиқ бир нечта ўзаро кесишувчи чизиқлардаги текисликлар учун умумий томон ёки бир нечта текисликларнинг ўзаро кесишиш чизиғи ҳисобланади. Бундай текисликлар, албатта, конусларни ясовчилари орқали кесиб ўтади.

Дастлаб конуслардан бирининг асосига уринма, иккинчисини эса кесадиган текислик изи ўтказилади. Шунда сиртлар ўзаро қандай кесишиши аниқланади. Бизнинг мисолда  $T$  учли конус  $S$  учли конуснинг бир томонидан кириб, иккинчи томонидан чиқиб турар экан.  $T$  учли конусга уриниб ўтаётган текислик изи тун  $1$  ва  $2$  нуқталарда,  $S$  учли конусни эса  $3$ ,  $4$  ва  $5$ ,  $6$  нуқталарда кесиб ўтади.  $1T$  ва  $3S$ ,  $4S$  ясовчилар ўзаро кесишиб,  $A$  ва  $B$  нуқталарни ҳосил қилади.  $C$  ва  $E$  нуқталар  $2T$  ва  $5S$ ,  $6S$  ясовчиларнинг ўзаро кесишишидан топилади. Иккала конус асосларини кесиб ўтадиган текислик изи ўтказилса, ҳосил бўлган сирт ясовчилари ўзаро кесишиб, кесишиш чизиғига оид тўртта нуқта аниқланади. Бу ерда кесишиш чизиқлари иккита мустақил, яъни кириш ва чиқиш чизиқларига эга бўлгани учун уларнинг нуқталарини туташтиришда алоҳида-алоҳида иккита кесишиш чизиғи ҳосил бўлишига аҳамият берилади.

Энди шу мисолнинг эпюрода ечилиши билан танишиб чиқамиз (130- шакл, б).

1. Конуслар учларининг горизонтал  $S_1$ ,  $T_1$  ва фронтал  $S_2T_2$  проекцияларини туташтирувчи чизиқ проекциялари ўтказилади ва унинг горизонтал изи  $H_1$  топилади.  $H_1$  дан  $T$  учли конус асосига уринма текисликлар ўтказилади. Шунда  $1_1T_1$  ва  $3_1S_1$ ,  $4_1S_1$  ясовчилари ўзаро кесишиб,  $A_1$  ни ҳосил қилади.  $1_2T_2$  ва  $3_2S_2$ ,  $4_2S_2$  ларнинг ўзаро кесишиш жойида  $A_2$  аниқланади.  $2_1T_1$  ва  $5_1S_1$ ,  $6_1S_1$  лар кесишишидан  $B_1$ ,  $2_2T_2$  ва  $5_2S_2$ ,  $6_2S_2$  лар ўзаро кесишиб,  $B_2$  ни ҳосил қилади.  $A_1$  ва  $A_2$ ,  $B_1$  ва  $B_2$  лар тўғри топилганлигини текшириш мақсадида проекцияларни боғловчи чизиқлар ўтказилади.

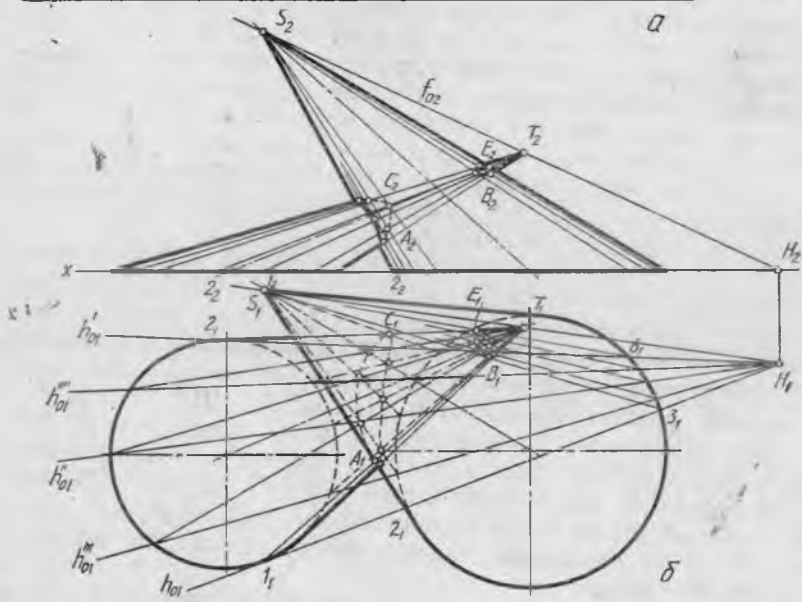
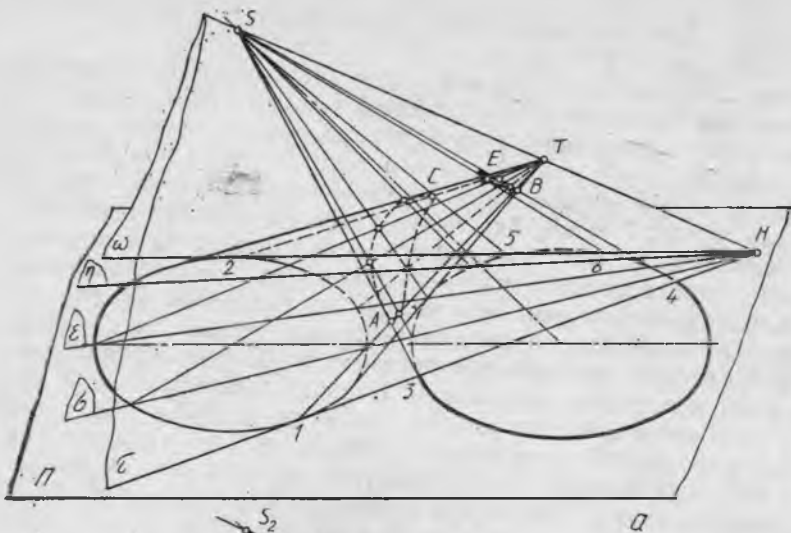
2. Ҳар иккала конус асосларини кесиб ўтадиган текислик изи  $T$  учли конус асосини  $7_1$ ,  $8_1$ ,  $S$  учли конусни  $9_1$ ,  $10_1$  нуқталарда кесади. Ўз навбатида,  $7_1T_1$ ,  $8_1T_1$  ва  $9_1S_1$ ,  $10_1S_1$  ясовчилар ўзаро кесишиб,  $F_1$ ,  $G_1$ ,  $K_1$ ,  $L_1$  нуқталарни ҳосил қилади.

3. Шу тартибда яна бир нечта керакли нуқталар топилиши мумкин.

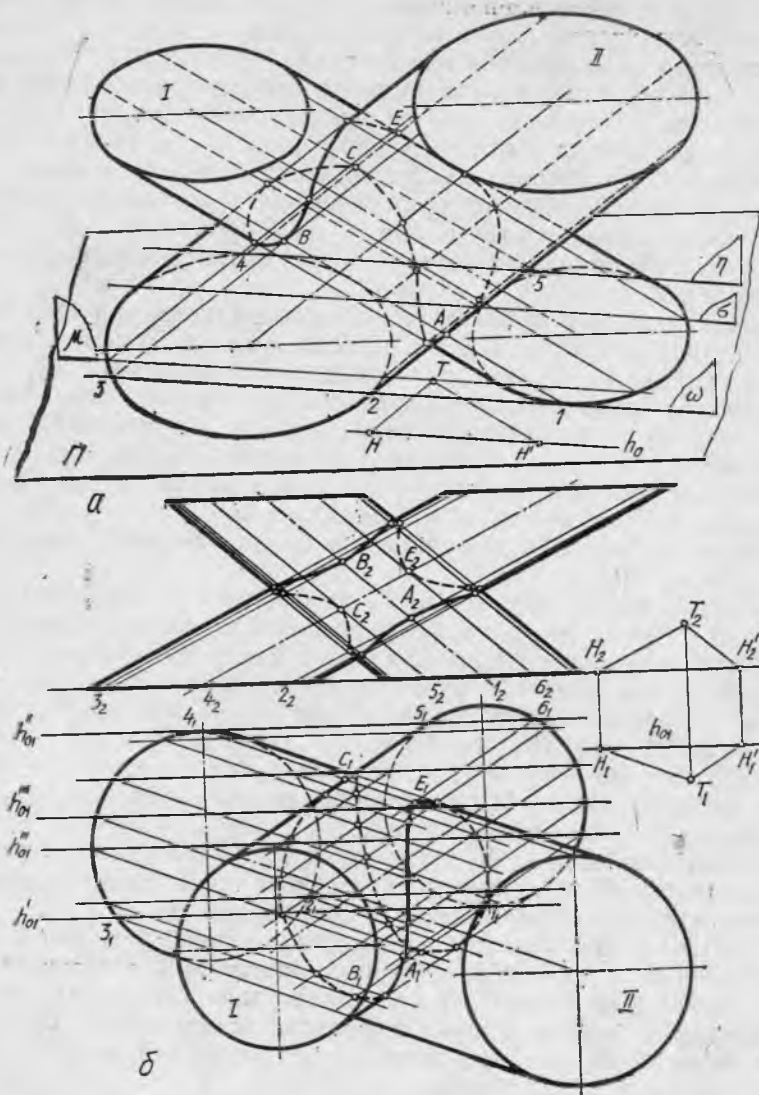
4. Сиртларнинг ўзаро кесишиш чизиқларини кўринадиган ва кўринмайдиган қисмларга ажратадиган нуқталарни аниқлаш учун, сирт контурларини ифода қилаётган ясовчилар орқали текислик излари ўтказилади.

5. Сиртларнинг ўзаро кесишиш чизиқларига оид барча нуқ-





130- шакл.



131-шакл.

талар топилгандан кейин, бир номли нуқталар ўзаро тугаштирилади.

Мисол. Асослари битта текисликда ётувчи умумий вазиятдаги иккита цилиндрнинг ўзаро кесишиш чизиғи аниқлансин (131-шакл, а, б).

Ечиш. Бу мисол дастлаб яққол тасвирда ечиб кўрилади (131-шакл, а). Фазода  $T$  нуқта танлаб олинади ва у орқали ци-

линдр ясовчиларига параллел тарзда тўғри чизиқлар ўтказилади. Бу тўғри чизиқларнинг цилиндр асосидаги излари топилади ва улар ўзаро туташтирилса, кесишиш чизиғида ифода қилинаётган текисликнинг изи  $h_0$  ҳосил бўлади. Шу текисликнинг изига параллел тарзда цилиндр асосларидан бирини кесиб ўтувчи, иккинчисига эса уринма бўлган текислик излари ўтказилади. Шунда сиртлар ўзаро қандай кесишаётганлиги аниқланади. Бу мисолда иккита цилиндр бир-бирини кесиб ўтмоқда. 1 ва 2, 3 нуқталар орқали кесилган ясовчилар ўзаро  $A$  ва  $B$  нуқталарни ҳосил қилади.  $C$  ва  $E$  нуқталар эса, 4 ва 5, 6 нуқталар орқали ўтаётган ясовчиларнинг ўзаро кесишишидан ҳосил бўлган.

Шу тартибда яна битта текислик изи ўтказилади ва унинг цилиндрлар асосларини кесишишидан ҳосил бўлган нуқталардан сиртларнинг ясовчилари чизилади. Ўз навбатида, бу сирт ясовчилари ўзаро кесишиб, сиртларнинг ўзаро кесишиш чизиғига мансуб тўртта нуқтани ҳосил қилади. Сиртларнинг кесишиш чизиғига оид нуқталарнинг барчасини туташтиришда улар ораларида яна қўшимча нуқталар топиш керак бўлса, улар юқорида баён қилинган усулда аниқланади.

Энди шу мисолни эпюрда ечиш билан танишиб чиқайлик (131- шакл, б).

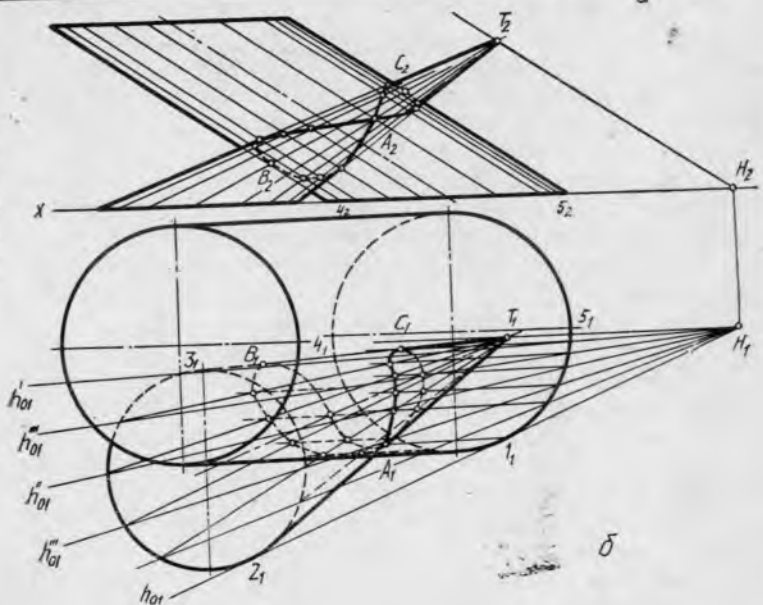
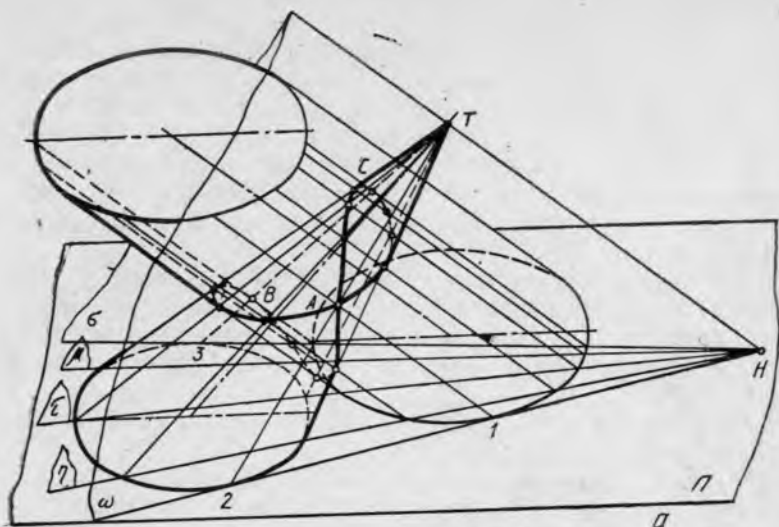
1.  $T$  нуқтанинг горизонтал  $T_1$  ва фронтал  $T_2$  проекциялари танлаб олингандан кейин, улардан цилиндр ясовчиларининг горизонтал ва фронтал проекцияларига параллел чизиқлар ўтказилади ҳамда уларнинг цилиндрлар асослари текислиги  $\Pi_1$  даги излари ( $H_1$  ва  $H_1'$ ) аниқланади.  $H_1$  ва  $H_1'$  лар ўзаро туташтирилиб, текислик изи  $h_{01}$  ҳосил қилинади.

2. I цилиндр асосига  $I_1$  нуқта орқали уринма қилиб ўтказилган текислик изи  $h_{01}$  II цилиндрнинг асосини  $2_1$  ва  $3_1$  нуқталарда кесиб ўтмоқда. Бу нуқталардан ўтказилган сирт ясовчилари ўзаро кесишиб,  $A_1$  ва  $B_1$  нуқталарни ҳосил қилади. Уларнинг  $\Pi_2$  даги проекциялари мазкур ясовчиларнинг фронтал проекцияларининг ўзаро кесишишидан ҳосил қилинади.

3. II цилиндрнинг асосига  $4_1$  нуқтада уришиб ўтаётган текислик изи I цилиндрнинг  $5_1$  ва  $6_1$  нуқталар орқали ўтаётган ясовчиларини кесиб ўтпти. Бу ясовчилар ўзаро кесишиб,  $C_1$  ва  $E_1$  нуқталарни беради. Уларнинг фронтал проекциялари  $C_2$  ва  $E_2$  лар  $4_2$  ва  $5_2$ ,  $6_2$  нуқталар орқали ўтаётган ясовчиларнинг ўзаро кесишишидан ҳосил бўлади.

4. I цилиндрнинг асосига уришиб ўтаётган четки ясовчилар сиртнинг горизонтал контурини ташкил қилади ва улар орқали ўтказилган текислик изи ёрдамида қўшимча кесишиш чизиғи нуқталари топилади. Шу тартибда II цилиндрнинг контурини ифода қиладиган ясовчилар орқали ҳам текислик излари ўтказилса, яна қўшимча нуқталар аниқланиши мумкин.

5. Барча топилган нуқталарнинг бир номли проекциялари кетма-кет раван туташтирилса, кесишиш чизиғининг проекциялари ясалди.



132-шакл.

Мисол. Асослари битта текислик ( $\Pi_1$ ) да ётган умумий вазиятдаги конус ва цилиндрнинг ўзаро кесишиш чизиғи ясалсин (132-шакл, а, б).

Ечиш. Бу мисолнинг ечилишини яққол тасвирда кўриб чиқайлик (132-шакл, а). Конус учи  $T$  нуқта орқали цилиндр ясовчиларига параллел тарзда гўғри чизиқ ўтказилади ва унинг  $\Pi$  даги изи  $H$  топилади.  $H$  нуқтадан сирт асосларидан бирига

уриниб, иккинчисини кесадиган текислик изи ўтказилса, сиртларнинг ўзаро қандай кесишаётганлиги аниқланади. Бизнинг мисолда иккала сирт битта нуқтада кесишар экан. Чунки  $H$  нуқтадан ўтказилган текислик изи ҳар иккала сирт асосига уриниб ўтмоқда. Шунда битта кесишиш нуқтаси  $A$  ҳосил бўлади. Конус асосига уриниб ўтаётган текислик изи цилиндрнинг асосини иккита нуқтада кесиб ўтмоқда. Натижада бу нуқталар орқали чизилган ясовчилар ўзаро кесишиб,  $B$ ,  $C$  нуқталарни аниқламоқда.

Иккала сирт асосларини кесиб ўтаётган текислик ёрдамида яна тўртта кесишиш чизиғига доир нуқталар топилади. Шу тартибда керакли нуқталарни исталганча топish мумкин. Пировардида барча топилган нуқталар кетма-кет раван туташтирилади.

Энди шу мисолни эпюлда ечиш билан танишиб чиқайлик (132-шакл, б).

1.  $T_1$  ва  $T_2$  лар орқали цилиндр ясовчиларининг проекцияларига параллел тарзда тўғри чизиқ проекциялари ўтказилади ва унинг  $P_1$  даги изи  $H_1$  топилади.  $H_1$  дан иккала сирт асосларига уриниб ўтадиган текислик изи  $h_{01}$  ўтказилади. Текислик изининг уриниб ўтган  $1_1$  ва  $2_1$  нуқталаридан сирт ясовчилари чизилса, улар ўзаро кесишиб  $A_1$  нуқтани ҳосил қилади.  $A_2$  мазкур ясовчиларининг  $P_2$  даги проекцияларининг ўзаро кесишишидан аниқланади.

2.  $H_1$  дан конус асосига уринтириб ўтказилган текислик изи  $h_{01}'$  цилиндр асосини  $4_1$  ва  $5_1$  нуқталарда кесади. Ўз навбатида, бу нуқталардан ўтказилган сирт ясовчилари ўзаро кесишиб,  $B_1$  ва  $C_1$  нуқталарни ҳосил қилади. Бу нуқталарнинг фронтал проекциялари  $P_2$  даги  $3_2$ ,  $4_2$ ,  $5_2$  нуқталар орқали ўтувчи ясовчиларнинг ўзаро кесишишидан топилади.

3. Сиртларнинг горизонтал контурларини ифода қилаётган сирт ясовчилари орқали ўтказилган текислик излари ёрдамида бир нечта кесишиш чизиғига онд нуқталар топилади.

4. Барча топилган нуқталарнинг бир номли проекциялари кетма-кет ўзаро туташтириб чиқилса, кесишиш чизиғининг проекциялари ҳосил бўлади. Бу ерда сиртларнинг кесишиш чизиғи саккиз рақамга ўхшаш эгри чизиқдан иборат бўлади. Чунки сиртлар ўзаро битта нуқтада уриниб кесишади.

Умумий вазиятдаги ўзаро кесишаётган сиртлар қиррали бўлса, уларнинг кесишиш чизиғи синиқ, сиртлардан бири эгри бўлса, иккинчи сирт қирраларида синиб, эгри чизиқлар ҳосил қилади.

## 8. СИРТЛАРНИ ТЕКИСЛИККА ЁЙИШ

Сиртлар асосан икки турга бўлинади. Бири чизиқли ёйилувчи, иккинчиси чизиқли ёйилмайдиган сиртлар. Чизиқли ёйилувчи сиртларга, асосан, конус ва цилиндр сиртлари киради. Тўғри чизиқли ёйилувчи сирт текис элементлардан ташкил топ-

ган бўлиб, уни текисликда ғижим қилмасдан ва йиртмасдан бе-  
малол ёйиш мумкин. Тўғри чизиқли ёйилувчи сиртлардан улар-  
ни ҳосил қилувчи текис элементлар сони чекланмаган бўлади.  
Кўпёқларда эса уларни ташкил қилувчи текис элементлар со-  
ни чекланган бўлади. Баъзи ҳолларда чизиқли ёйилмайдиган  
сиртларни юпқа материаллардан ясашга тўғри келади. Шунда  
олдин унинг тахминий ёйилмаси ясаб олинади ва айрим қисм-  
ларини эгиш, чўзиш, сиқиш йўли билан ўз ҳолига яқинлашти-  
рилади.

Тўғри чизиқли ёйилувчи сиртлар *торслар* деб ҳам аталиб,  
уларни текисликка ёйишда асосан иккита усул қўлланилади:  
*а)* учбурчак (триангуляция усули); *б)* нормал кесим усули. Би-  
ринчи усулда конус, иккинчи усулда цилиндр сиртини текис-  
ликка ёйишдан фойдаланилади.

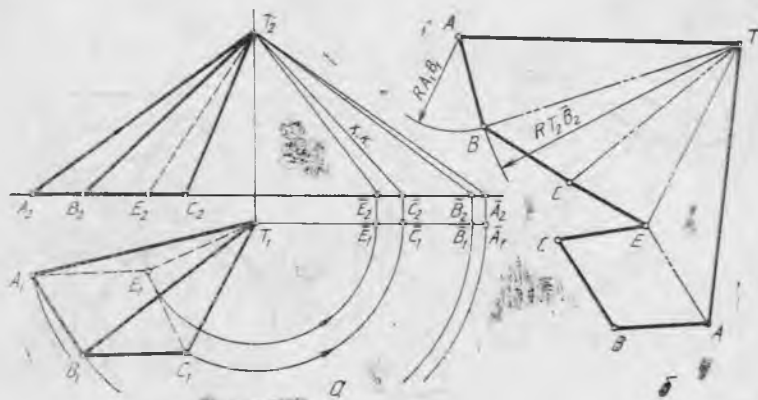
**1. Учбурчак усули.** Бу усулдан умумий вазиятдаги конус  
сиртларини текисликка ёйишда фойдаланилади. Чунки конус-  
нинг иккита энг яқин ясовчиси учбурчак ҳосил қилади. Бунга  
мисол қилиб пирамида олинса, унинг ён ёқлари учбурчаклар-  
дан ташкил топганлиги кўринади.

**Мисол.** Умумий вазиятдаги пирамида сирти текисликка  
ёйилсин (133-шакл, *а*).

**Ечиш.** 1. Пирамиданинг сиртини текисликка ёйишдан олдин  
ундаги қирраларнинг ҳақиқий узунликлари айлантириш усули-  
да аниқлаб олинади.

2.  $AT$  қиррасининг ҳақиқий узунлиги  $A_2T_2$  чизманинг бўш  
жойига чизиб олинади.  $A$  дан  $A_1B_1$  радиусда ёй чизилади ва у  
 $T_2B_2$  радиусли ёй билан кесиштирилади. Шунда  $B$  нуқта ҳо-  
сил бўлади.

3.  $B$  нуқтадан  $B_1C_1$  радиусда,  $T$  нуқтадан  $T_2C_2$  радиусда  
ёйлар чизилиб, улар ўзаро кесиштирилади. Натижада  $C$  нуқта  
топилади. Шу тартибда пирамиданинг қолган ёқлари ёйилмаси  
ясалади.



133-шакл.

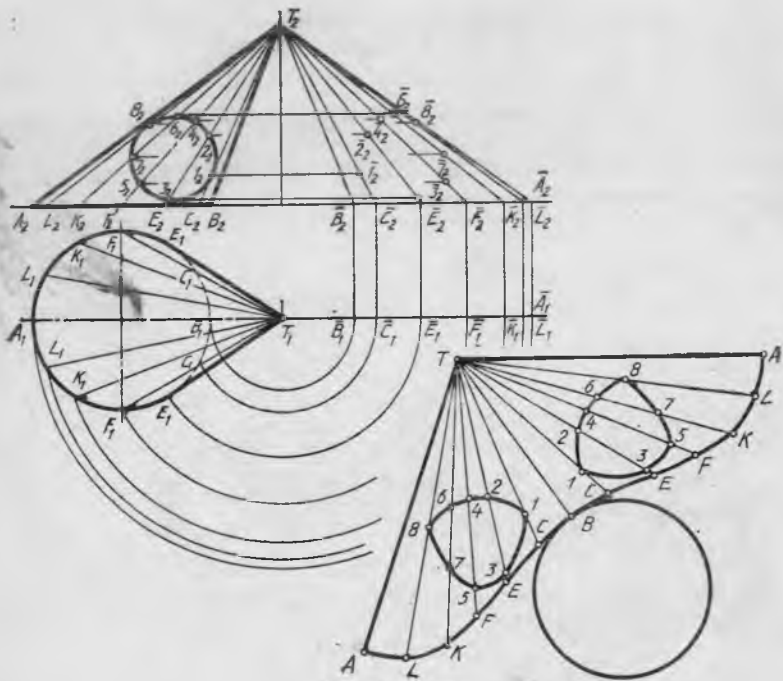
4. Пирамиданинг асоси ёйилмага қўшиб чизиб қўйилади (133-шакл, б).

Мисол. Умумий вазиятдаги конус сирти текисликка ёйилсин ва ундаги тешик ўрни ёйилмада тасвирлансин (134-шакл, а).

*Ечиш.* Конусдаги цилиндрсимон тешик фронтал проекцияловчи цилиндр билан кесишишдан ҳосил бўлган чизиқ деб қаралади ва унинг конусдаги горизонтал проекцияси шартли равишда тасвирланмайди.

1. Тешикка уринма ҳамда уни кесиб ўтувчи конус ясовчилари ўтказилади ва уларнинг ҳақиқий узунликлари айлантириш усулида топилади.

2. Конус сирти учбурчак усулида ёйилади. Бунда сирт конуснинг ҳақиқий узунликдаги  $A_2T_2$  ёки  $B_2T_2$  ясовчиси орқали ёйила бошланади. Конус  $\Pi_1$  да  $A_1T_1$  ясовчисига нисбатан симметрик тасвирлангани учун ёйилмани чизишни унинг  $BT$  ясовчисидан бошлаш қулай бўлади. Бунинг учун чизманинг бўш жойига  $T_2B_2$  кесма чизилади ва  $B$  дан  $B_1C_1$  радиусли ёй чизилади ва бу ёй  $T_2C_2$  ёй билан кесиштирилади. Шунда ёйилмада  $C$  нуқта ҳосил бўлади. Шу тартибда, яъни  $C$  нуқтадан  $C_1E_1$  радиусли ёй чизилади ва у  $T_2E_2$  радиусли ёй билан кесиштирилади. Шунда ёйилмада  $E$  нуқта топилади. Конусни ёйиш шу тартибда давом эттирилади.



134-шакл.

3. Конуснинг фронтал проекциясидаги тешик тасвиридаги  $1_1, 2_1, 3_2 \dots 8_2$  нуқталардан  $x$  ўққа параллел чизиқлар ўтказилиб, мазкур нуқталарнинг ўрни конус ясовчиларининг ҳақиқий узунликларида топилади ва бу нуқталар ( $\bar{1}_2, \bar{2}_2, \bar{3}_2, \dots \bar{8}_2$ ) мос равишда ёйилмага олиб ўтилади. Масалан,  $\bar{1}_2$  нуқтанинг ёйилмадаги ўрнини топиш учун  $T_2\bar{1}_2$  масофа ўлчанади ва у  $ТС$  ясовчига  $T$  нуқтадан ўлчаб қўйилади ва ҳоказо. Охирида сирт асоси ёйилмага қўшиб қўйилади (133-шакл, б).

Мисол. Тўғри доиравий конус ёйилмаси чизилсин (135-шакл, а).

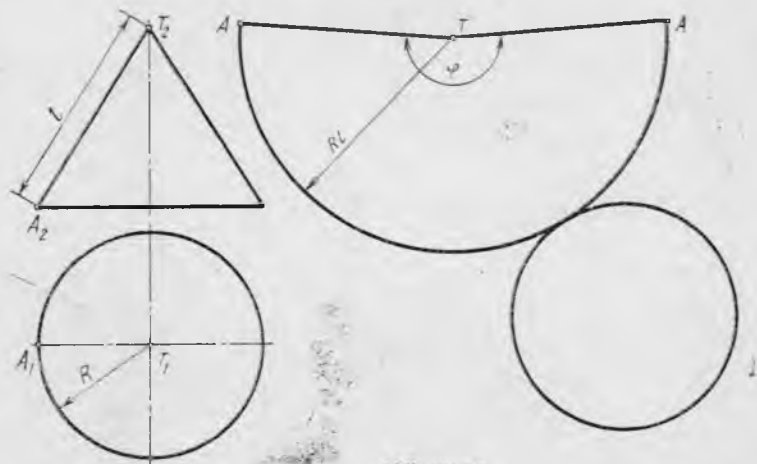
*Ечиш.* Конуснинг барча ясовчилари бир хил узунликда бўлгани учун, унинг фронтал проекциясидаги икки четки ясовчилари ўзларининг ҳақиқий узунликларида тасвирланади. Шунинг учун  $T_2A_2$  радиусли ёй чизиб, унинг марказий бурчаги ( $\varphi = 360^\circ \cdot R/L$ ) аниқланади (135-шакл, б).

II. Нормал кесим усули. Умумий вазиятдаги цилиндр ёки призманинг сиртини текисликка ёйишда улар ясовчилари (қирралари) нинг ҳақиқий узунликларига перпендикуляр тарзда текислик ўтказилади. Шунда ҳосил бўлган кесим нормал кесим дейилади. Шу кесимнинг ҳақиқий катталигининг томонлари битта чизиққа ёйилади ва унга перпендикуляр қилиб сирт ясовчи (қирра)лари чизилади. Шу перпендикуляр чизиқларга нормал текисликдан юқори ва остки қисмлари мос равишда ўлчаб қўйилади.

Мисол. Умумий вазиятдаги призма текисликка ёйилсин (136-шакл, а).

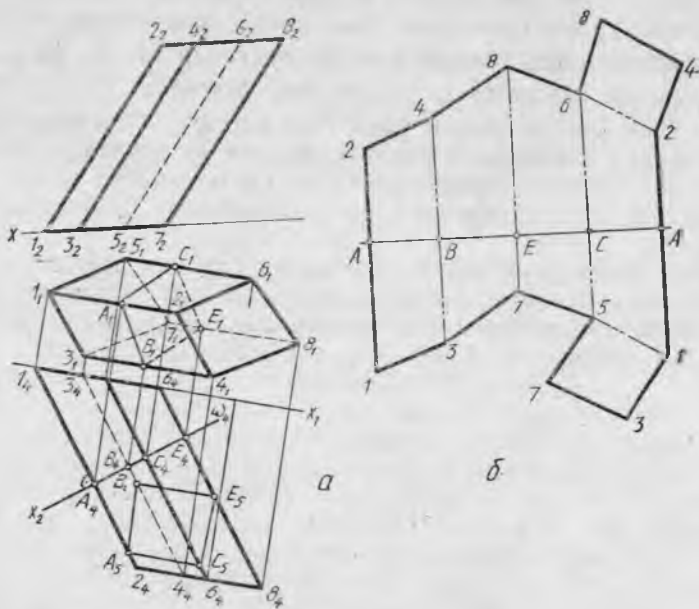
*Ечиш.* 1. Призма ён қирраларининг ҳақиқий узунликлари проекцияларни алмаштириш усулида аниқланади.

2. Призманинг  $P_4$  да ҳосил қилинган ҳақиқий узунликдаги



135-шакл.





136- шакл.

қирраларига перпендикуляр тарзда нормал текислик изи  $\omega_4$  ўтказилади ва унинг призма билан кесишиш чизиғи ҳамда кесим юзасининг ҳақиқий катталиги проекциялар текисликларини алмаштириш усулида топилади.

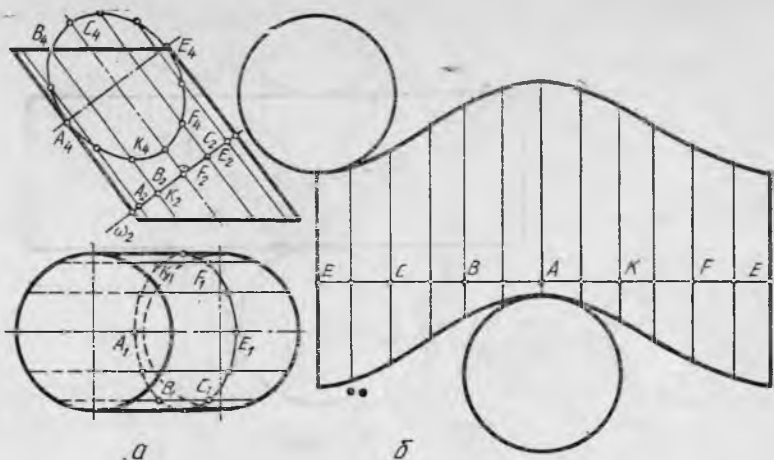
3. Кесим юзасининг ҳақиқий катталиги  $A_5B_5C_5E_5$  нинг томонлари битта тўғри чизиққа  $ABCEA$  кўринишда ёйилади.  $A, B, C, E, A$  нуқталардан  $A-A$  ёйилмага перпендикуляр чизиқлар ўтказилади ва уларга  $\omega_4(x_2)$  дан  $1_4, 3_4, 5_4$  ва  $7_4$  ларгача пастга,  $2_4, 4_4, 6_4$  ва  $8_4$  ларгача бўлган масофалар юқорига ўлчаб қўйилади.

4. Барча топилган нуқталар ўзаро тўғри чизиқларда туташтириб чиқилса, призма ёйилмаси ҳосил бўлади. Призманинг остки ва устки асослари ёйилмага қўшиб чизиб чиқилади (136- шакл, б).

Агар призма (цилиндр) қирралари (цилиндр ясовчилари) проекциялар текисликларидан бирига параллел жойлашган бўлса, у ҳолда нормал текислик сиртнинг ҳақиқий узунликдаги қирра (ясовчи) ларга перпендикуляр қилиб ўтказилади.

Мисол. Ясовчилари фронтал проекциялар текислигига параллел, горизонтал проекциялар текислигига эса оғма тарзда жойлашган цилиндр текисликка ёйилсин (137-шакл, а).

Ечиш. 1. Цилиндр ясовчиларига перпендикуляр қилиб фрон-



137-шакл.

тал проекцияловчи текислик изи  $\omega_2$  ўтказилади ҳамда нормал кесим ва унинг ҳақиқий катталиги топилади.

2. Нормал кесимнинг контури битта тўғри чизиққа ёйилади ва ҳосил бўлган  $A, B, C, E, F, K, A$  лардан шу  $A-A$  чизиққа перпендикуляр чизиқлар ўтказилади. Бу перпендикуляр чизиқларга  $\omega_2(x_1)$  дан цилиндрнинг юқори қисми ёйилмада  $A-A$  дан юқорига мос ҳолда ўлчаб қўйилади. Шу тартибда  $\omega_2(x_1)$  дан цилиндрнинг пастки қисми  $A-A$  дан пастки томонга мос равишда ўлчаб қўйилади.

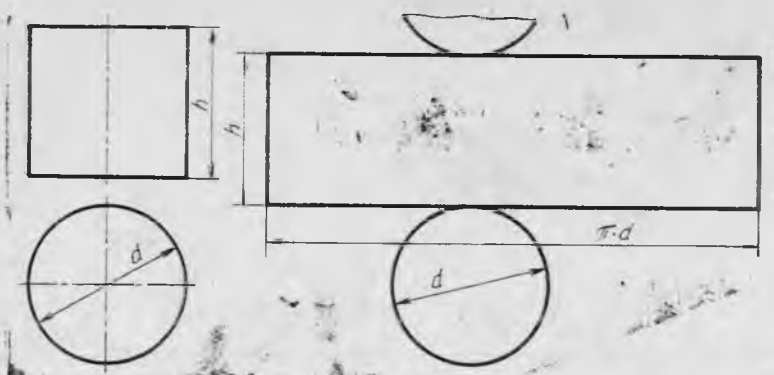
3. Ёйилмадаги топилган барча нуқталар равоон туташтирилади ва цилиндрнинг остки ва усти асослари ёйилмага қўшиб чизилади. Шунда цилиндр ёйилмаси ҳосил бўлади (137-шакл, б).

Агар цилиндр ясовчилари проекциялар текисликларидан бирига перпендикуляр, яъни проекцияловчи вазиётда тасвирланган бўлса, унинг асослари нормал кесим юзаси ҳисобланади. Бундай сиртни (горизонтал проекцияловчи тўғри доиравий цилиндрни) ёйиш учун цилиндр асоси айланасининг узунлиги ( $\pi \cdot d$ ) дан фойдаланилади (138-шакл).

Завод, фабрика цехларида чанг ёки тутунни тортиб олиш учун юпқа материал (тунука) дан ясалган турли зонтлардан фойдаланилади. Зонтларнинг бир қисми текис сирт, бошқа қисми эгри сирт бўлиши мумкин. Бундай зонтларни ясашдан олдин уларнинг техникавий ёйилмалари ясаб олинади.

**Мисол.** Кўндаланг кесим юзаси тўғри тўртбурчак шаклидан айлана шаклига ўзгарадиган зонтнинг ёйилмаси ясалсин (139-шакл, а).

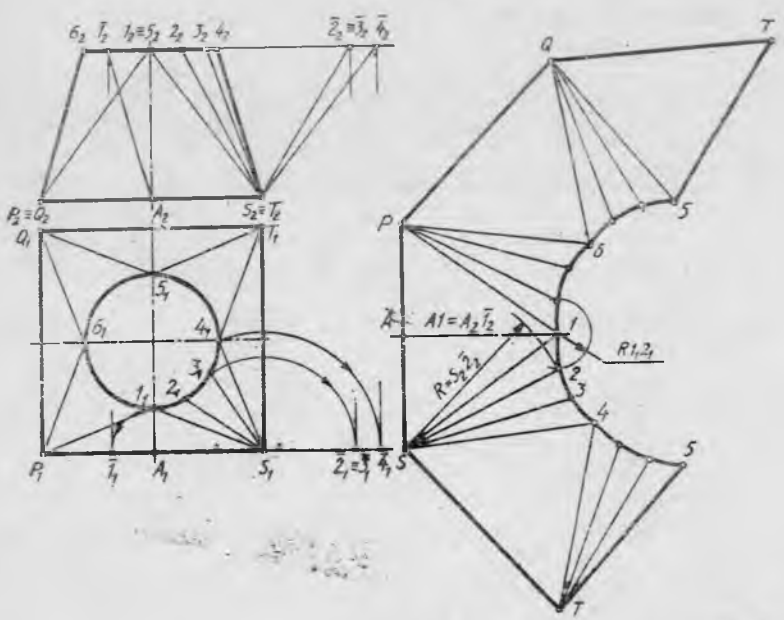
*Ечиш.* 1. Зонт ўз ўқига нисбатан симметрик жойлашганлиги учун унинг конус сиртларида бир нечта ясовчи танлаб олинади ва уларнинг ҳақиқий узунликлари айлантириш усулида топилади.



138-шакл.

2. Конуслар учбурчак усулида ёйиб чиқилади. Бунинг учун чизманинг буш жойига горизонтал қилиб  $A_1I_2$  ўзининг ҳақиқий узунлиги  $A_2I_2$  га тенг қилиб чизилади.  $A$  нуқтадан  $A_1I_2$  га перпендикуляр чизиб, унга  $A_1S_1$  ва  $A_1P_1$  масофалар ўлчаб қўйилади.  $S$  ва  $P$  нуқталар  $1$  билан туташтирилади. Шунда зонтнинг текис ёқ томони ёйилган ҳисобланади.

3.  $S$  учли конусни ёйиш учун ёйилмада  $1$  нуқтадан  $I_1I_2$  радиусли ёй чизилади ва бу ёй  $S$  нуқтадан  $S_2I_2$  радиусда чизил-



139-шакл.

ган ёй билан кесиштирилади. 2 нуқтадан  $2_13_1$  радиусли,  $S$  нуқтадан  $S_2\bar{3}_2$  радиусли ёйлар чизилса, ёйилмада 3 нуқтанинг ўрни топилади. Шу тартибда 4 нуқта аниқланади.

4.  $S_1T_1$  радиусда  $S$  нуқтадан чизилган ёй 4 нуқтадан  $\bar{4}_2T_2$  радиусда чизилган ёй билан кесиштирилади. Шунда ёйилмада  $T$  нуқта топилади.  $T$  учли конус  $S$  учли конус каби ёйилади.  $P$  учли конус ҳам  $S$  учли конус каби ёйилгандан кейин  $Q$  нуқтанинг ўрни топилади. Сўнгра  $Q$  учли конус ёйилади ва яна  $T$  нуқтанинг ўрни аниқланади.

5. Барча топилган нуқталар ўзаро туташтириб чиқилади. Натижада зонтининг проекциялари асосидаги ёйилмаси ҳосил бўлади (139-шакл, б).

### *Савол ва машқлар*

1. Сиртларнинг ўзаро кесишиш чизиғи деганда нимани тушунаси?

2. Сиртларнинг ўзаро кесишиш чизиғини аниқлашда қандай сиртлардан фойдаланилади?

3. Текисликка ёйиладиган ва ёйилмайдиган сиртлар қандай аталади?

4. Сиртларни текисликка ёйишда қандай усуллар татбиқ қилинади?

5. 140-шакл, 0—9 ларда берилган вариантлардан бирининг чизмаси кўчириб чизилсин ва сиртларнинг ўзаро кесишиш чизиғи ясалиб, биттасининг сирти текисликка ёйилсин.

5-график иш. Мазкур график иш учта вазифадан иборат. Вазифаларнинг учаласида ҳам сиртларнинг ўзаро кесишиш чизиғи ясалади ва сиртлардан бирининг ёйилмаси чизилади.

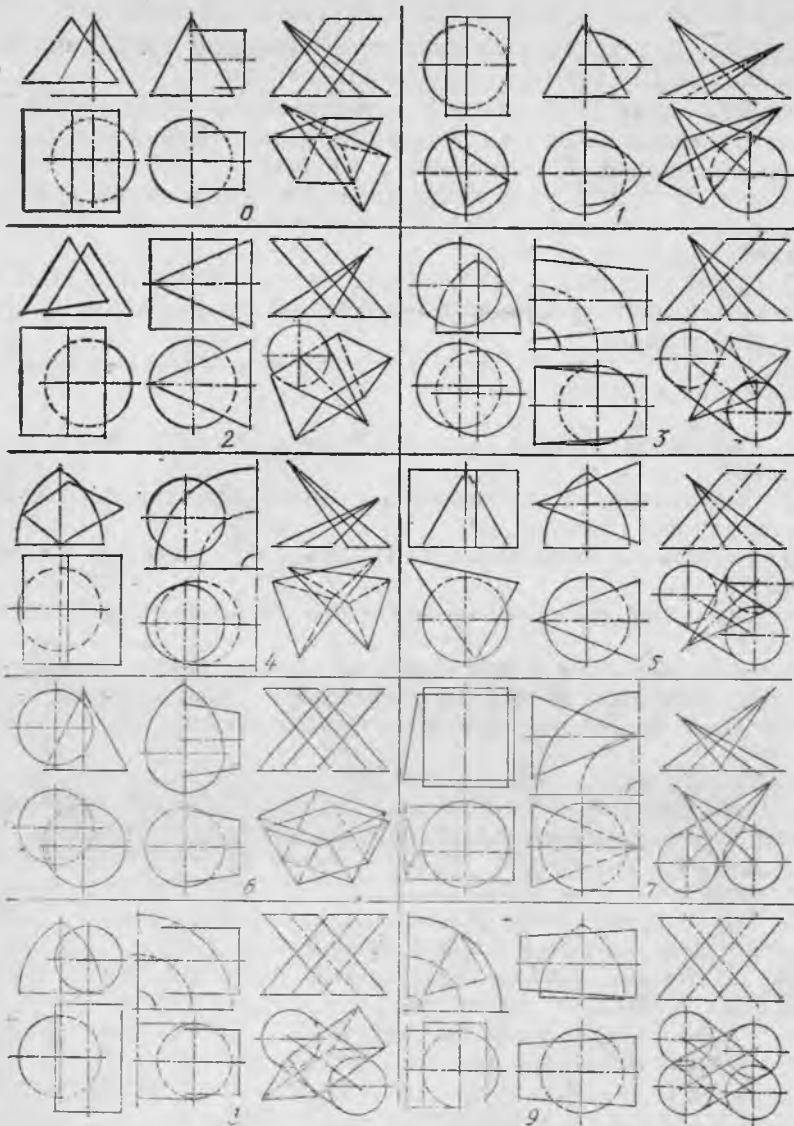
1. Биринчи вазифанинг график шартни кўчириб чизилади (141-шакл, а).

2. Сиртларнинг ўзаро жойлашишлари таҳлил қилиб чиқилади. Бу чизмада конус тўғри доиравий бўлиб, унинг ўқи  $P_1$  га перпендикуляр, призма эса, фронтал проекцияловчи. Уларнинг ўзаро кесишиш чизиғининг фронтал проекцияси призма ёқлари билан қўшиб тасвирланади. Шунинг учун сиртларнинг кесишиш чизиғининг горизонтал проекцияси ясалади.

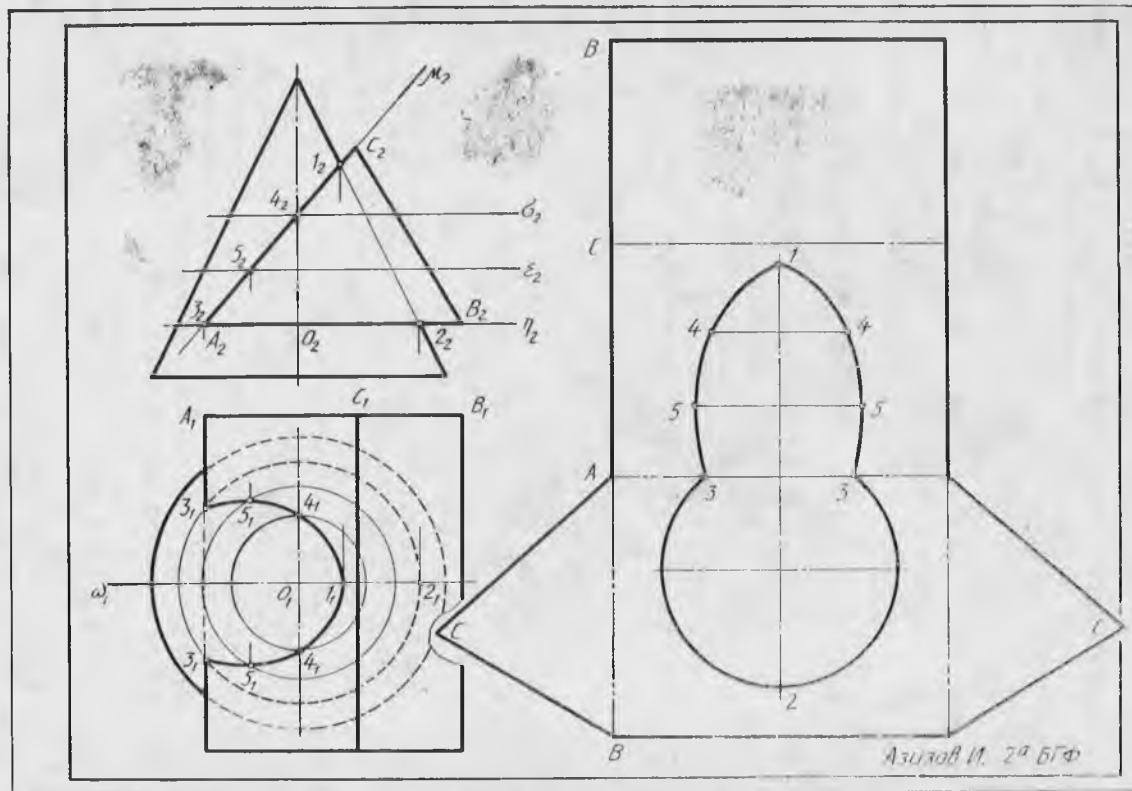
3. Конус бош меридиани орқали ўтказилган фронтал текислик ёрдамида 1 ва 2 нуқталарнинг олдин фронтал  $1_2, 2_2$ , кейин  $1_1, 2_1$  горизонтал проекциялари топилади.

4. Призманинг  $A_2B_2$  ёғи орқали горизонтал текислик ўтказилса, конусни параллели орқали кесиб ўтади ва унинг горизонтал проекцияси  $P_1$  да  $O_22_2$  радиусли айлана тарзида тасвирланади.

5. Призманинг  $A_2C_2$  ёғи орқали ўтказилган фронтал проекцияловчи текислик конусни эллипс бўйича кесиб ўтади. Бу эллипснинг горизонтал проекциясини ясаш учун конус параллеллари орқали кесиб ўтадиган горизонтал текисликлар ўтказила-



140- шакл.



ди. Шунда  $P_1$  да эллипс нуқталарининг горизонтал проекциялари  $4_1, 5_1$  топилади.

6. Барча топилган нуқталар ўзаро кўринадиган ва кўринмайдиган қисмларга ажратилган ҳолда туташтириб чиқилади (141-шакл, б).

7. Сиртлардан бирининг, масалан призманинг ёйилмаси чизилади. Бунинг учун призма асосининг  $B_2C_2, C_2A_2, A_2B_2$  томонлари битта тўғри чизиққа ёйилади ва  $B, C, A, B$  нуқталардан унга перпендикуляр тўғри чизиқлар чизилади.  $A_2B_2$  томонидagi  $O_2$  нуқтанинг ёйилмадаги ўрни топилиб,  $O_22_2$  радиусли айлана чизилади.  $A_2C_2$  томонидagi  $4_2, 5_2$  нуқталардан ўтаётган сирт ясовчиларида ҳам 4 ва 5 нуқталар аниқланади.

8. Барча топилган нуқталар ўзаро туташтирилади ва сиртларнинг асослари қўшиб чизиб қўйилади. Чизма тахт қилинади (141-шакл, в).

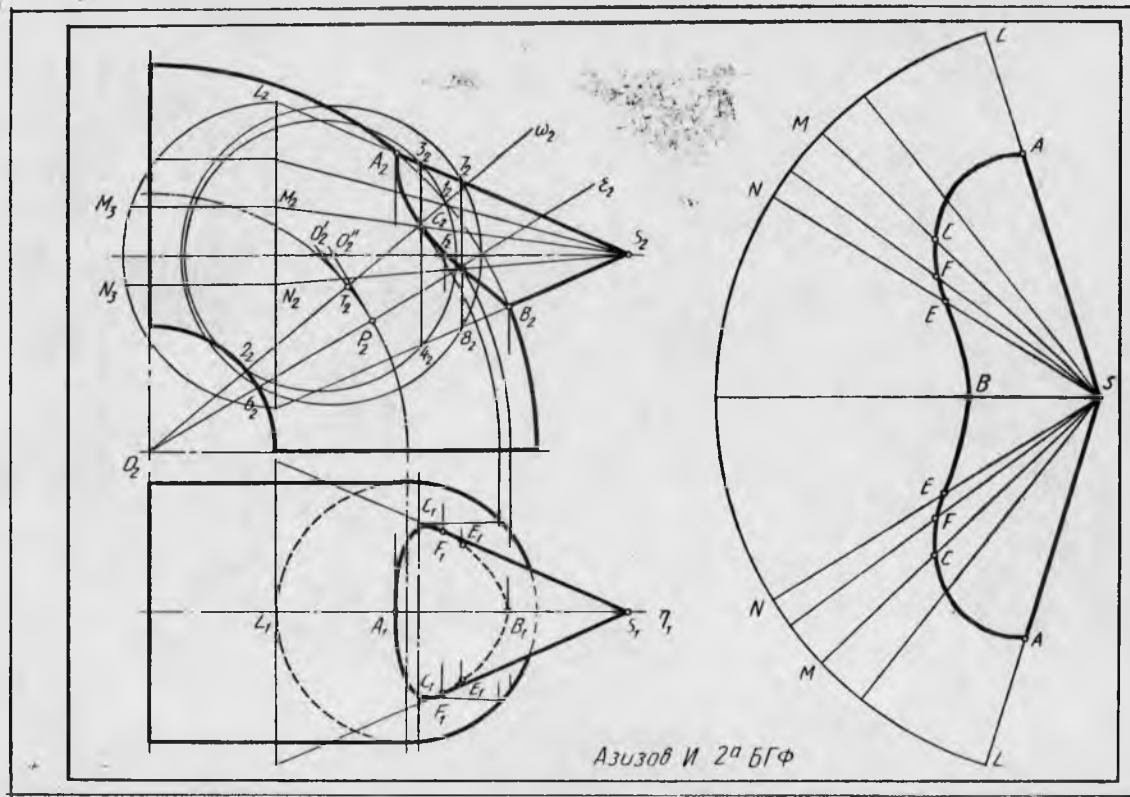
5- график ишнинг иккинчи вазифаси. (142-шакл, а).

1. Иккинчи вазифанинг график шарти кўчириб чизилади (142-шакл, а). Сиртлардан бири торнинг чорак қисми, иккинчиси эса тўғри доиравий конус бўлиб, уларнинг ўзаро кесишиш чизигини аниқлаш учун фақат сфералар усули татбиқ қилиниши мумкин. Бу чизмада сфералар марказлари конус ўқи бўйича сирпаниб сўлжийди. Дастлаб торнинг экватори орқали фронтал текислик ўтказиб, конуснинг икки четки ясовчилари билан тор экваторининг кесишиш нуқталари ( $A_2, B_2$ ) белгиланади ва уларнинг горизонтал проекциялари ( $A_1, B_1$ ) аниқланади.

2. Тор марказининг фронтал проекцияси  $O_2$  дан тор меридианлари орқали фронтал проекцияловчи текисликлар  $A_1$  ва  $B_2$  нуқталар оралигида ўтказилади. Шу текисликлардан бири, масалан  $\omega_2$  текислик кузатиладиган бўлса, унинг ўқ чизиқ кўринишида тасвирланган параллели билан кесишаётган  $T_2$  дан текислик изи  $\omega_2$  га перпендикуляр чизиқ ўтказилади. Бу перпендикуляр чизиқ конус ўқини  $O$  нуқтада кесади. Фронтал проекцияловчи  $\omega_2$  текислик орқали ҳосил бўлган тор меридиани ( $I_2 2_2$ ) ни сфера билан кесишган чизиқ деб,  $O_2'$  дан шу  $I_2, 2_2$  нуқталар орқали ўтадиган сфера чизилади. Ўз навбатида, бу сфера цилиндрни  $3_24_2$  чизиқда кесади.  $I_22_2$  ва  $3_24_2$  чизиқлар ўзаро кесишиб, кесишиш чизигига оид  $C_2$  нуқтани ҳосил қилади.

3. Шу тартибда  $e_2$  текислик орқали ҳосил бўлган  $5_26_2$  чизиқнинг ўртасидаги  $P_2$  нуқтадан текислик изига перпендикуляр чизилса, конус ўқида  $O_2''$  нуқта топилади.  $O_2''$  нуқтадан  $5_2, 6_2$  нуқталар орқали ўтувчи сфера конусни  $7_28_2$  параллели бўйича кесади. Натижада  $5_26_2$  ва  $7_28_2$  лар ўзаро кесишиб, кесишиш чизигига оид яна битта  $E_2$  нуқтани беради.  $C_2$  ва  $E_2$  нуқталарнинг горизонтал проекциялари тор параллеллари ёрдамида аниқланади. Бунинг учун  $C_2$  орқали ўтувчи тор параллелининг горизонтал проекциялари аниқланади ва уларда  $C_1$  топилади. Шу тартибда  $E_1$  ҳам аниқланади.

4. Сиртларнинг ўзаро кесишиш чизигининг фронтал проек-



142-шакл.



цияси битта эгри чизиқ тарзида тасвирланади, чунки бу чизиқ фронтал проекцияловчи цилиндрда ҳосил бўлган. Кесишиш чизигининг горизонтал проекциясининг конус остидаги қисми кўринмас бўлади. Кесишиш чизигининг кўринмайдиган қисмини ажратувчи  $F_1$  нуқта  $\Pi_1$  да конус ўқи билан кесишаётган жойдаги  $F_2$  орқали топилади (142- шакл, б).

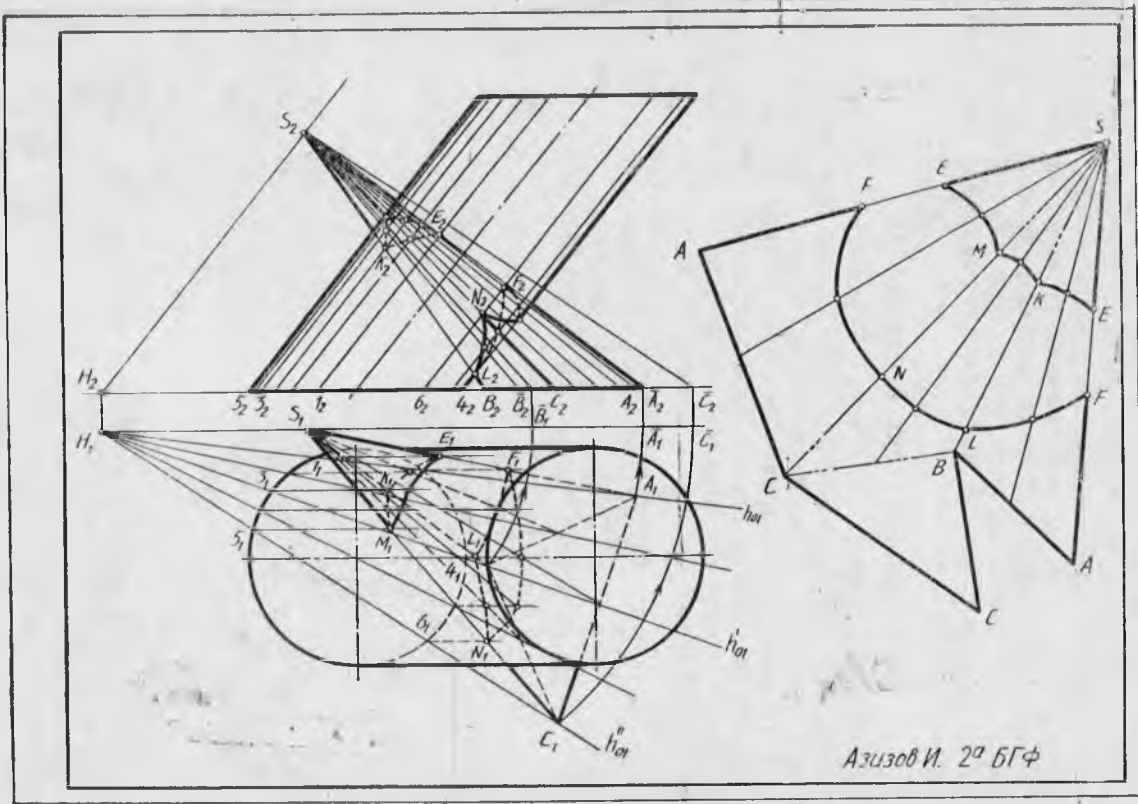
5. Бу ерда конусни ёйишга тўғри келади, чунки тор сирти ёйилмайдиган сиртларга мансуб. Конус тўғри доиравий бўлгани учун, олдин чизманинг буш жойига  $S_2L_2$  радиусли айлана ёйи чизиб олинади ва унинг чизиқли бурчаги  $\varphi = 360^\circ \cdot R/L$  тенглама ёрдамида аниқланади.  $\varphi$  бурчакнинг биссектрисаси ўтказилиб, унга  $S_2B_2$  масофа ўлчаб қўйилади. Сиртларнинг кесишиш чизигининг нуқталари ( $C_2, E_2$ ) орқали конус ясовчилари ўтказилади ва уларнинг ёйилмадаги ўринлари аниқланади. Бунинг учун  $S_2C_2$  ясовчининг конус асосидаги  $M_2$  дан конус ўқига параллел чизиқ чизилади ва унинг айлана билан кесишган  $M_3$  нуқтаси ёйилмага олиб ўтилади. Шу тартибда ёйилмада конуснинг барча ясовчилари аниқланади. Ёйилмада  $C$  нуқтанинг ўрнини топиш учун  $C_2$  нуқта конуснинг ҳақиқий узунликдаги ясовчиси  $S_2L_2$  га олиб ўтилади. Бу ерда  $C$  ва  $Z_2(A_2)$  нуқта  $S_2$  дан ўлчаб қўйилиши мумкин. Шу тартибда конус ёйилмасидаги кесишиш чизиги нуқталари топилади. Охирида барча топилган нуқталар ўзаро раван туташтирилади ва чизма тахт қилинади (142- шакл, в).

5- график ишнинг учинчи вазифаси.

1. Учинчи вазифанинг график шарти кўчириб чизилади (143- шакл, а). Ўзаро кесишувчи сиртлар умумий вазиятда тасвирланаётганлиги учун уларнинг кесишиш чизигини аниқлашда умумий вазиятдаги текисликлардан фойдаланилади. Бунинг учун пирамида учи  $S_1$  ва  $S_2$  лардан цилиндр ясовчиларининг проекцияларига мос ҳолда параллел чизиқлар ўтказилади ва унинг горизонтал изи  $H_1$  аниқланади.

2.  $H_1$  дан пирамида асосига уринма текислик излари ўтказилади. Шунда сиртларнинг ўзаро қандай кесишаётганлиги аниқланади. Бизнинг мисолда пирамида цилиндрнинг бир томонидан кириб, иккинчи томонидан чиқади. Чунки уринма текислик излари цилиндр асосини кесиб ўтмоқда. Сўнгра пирамида қирраларининг цилиндр сирти билан кесишиш нуқталари топилади. Бу чизмада  $A_1$  орқали ўтаётган текислик изи  $h_{01}$  цилиндр асосини  $1_1, 2_1$  нуқталарда кесмоқда. Бинобарин,  $1_1, 2_1$  лардан чизилган цилиндр ясовчилари пирамиданинг  $S_1A_1$  қиррасини  $E_1, F_1$  нуқталарда кесади.  $E_1, F_1$  нуқталар  $S_1A_1$  қирранинги цилиндр билан кесишиш нуқталари ҳисобланади. Бу нуқталарнинг фронтал проекциялари проекцияларни боғловчи чизиқлар ёрдамида топилади.

3. Пирамидадаги  $S_1B_1$  қирранинги  $\Pi_1$  даги цилиндр билан кесишмасининг проекциялари топилади. Бунинг учун текислик изи  $h_{01}$  пирамиданинг  $B_1$  нуқтаси орқали ўтказилади. Шунда цилиндр асосидаги  $Z_1, 4_1$  нуқталардан ўтувчи цилиндр ясовчи-



143. шакл.

лари билан пирамида  $S_1B_1$  қиррасининг ўзаро кесишиш нуқталари билан пирамида  $S_1B_1$  қиррасининг ўзаро кесишиш нуқталари ( $K_1, L_1$ ) топилади.  $K_1, L_1$  лар орқали  $\Pi_2$  да  $K_2, L_2$  лар аниқланади.

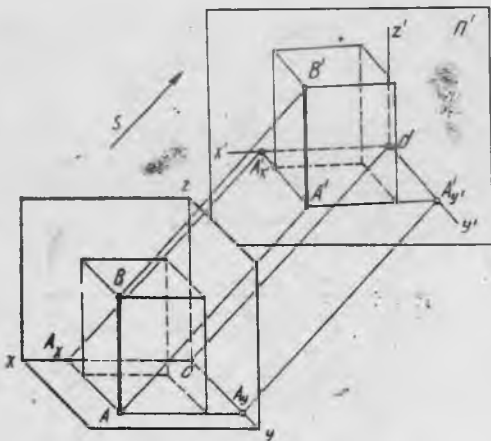
4. Пирамидадаги  $SC$  қирранинг цилиндри билан кесишиш нуқталарининг проекциялари топилади.

5. Барча топилган нуқталарни ўзаро туташтириш қулай бўлиши учун, қўшимча равишда, кесишиш чизиғига оид оралик нуқталар топилади ва улар кетма-кет туташтириб чиқилади. Нуқталарни туташтириш пайтида кесишиш чизиғининг кўринмайдиган ва кўринадиган қисмлари аниқланади (143-шакл, б).

6. Сиртлардан бирининг масалан, пирамиданинг ёйилмаси чизилади (143-шакл, в).

## 9. АКСОНОМЕТРИК ПРОЕКЦИЯЛАР

АксонOMETРИК проекциялар ҳосил бўлишига қараб ҳар хил кўринишда бўлади. АксонOMETРИК тасвир ясаш учун жисм аксонOMETРИК проекция текислигига проекцияланади. Бунда проекциялаш йўналиши ёки маркази берилган бўлади. Битта нуқтадан амалга оширилган проекциялаш *марказий проекциялаш*, ҳосил бўлган тасвир эса *перспектива* дейилади. Проекциялаш берилган йўналишга параллел бажарилса, ҳосил бўлган тасвир

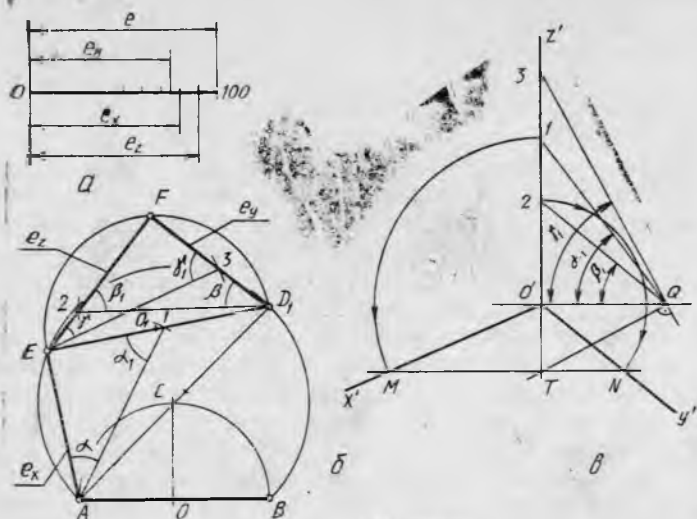


144- шакл.

аксонOMETРИЯ ёки аксонOMETРИК проекция дейилади. АксонOMETРИК проекцияда жисмининг баъзи қисмлари ўзига тенг, баъзи қисмлари эса ўзгариб тасвирланади. Жисмининг ўзгариб проекцияланиши «ўзгариш» коэффициентлари билан характерланади.

АксонOMETРИЯ текислиги  $\Pi'$  деб белгиланади ва ундаги барча тасвир белгиларига ҳам штрих қўйиб чиқилади.  $x', y', z'$  лар аксонOMETРИК ўқлар,  $O'$  аксонOMETРИК ўқлар боши дейилади. Барча проекциялаш нурлари  $s$  га параллел қилиб ўтказилган (144-шакл).

Проекцияловчи нурларнинг йўналиши аксонOMETРИК текисликка перпендикуляр бўлса, тўғри бурчакли, оғма бўлса, қийшиқ бурчакли аксонOMETРИЯ дейилади. Тўғри бурчакли аксонOMETРИЯ нормал аксонOMETРИЯ ҳам дейилади. Нормал аксонOMETРИЯлар техник деталларнинг яққол тасвирларини ясашда кенг қўламда татбиқ қилинади.



145-шакл.

Тўғри бурчакли нормал аксонометриялар триметрия, изометрия ва диметрияларни ўз ичига олади.

**Триметрик проекция.** Бу проекцияда ўзгариш коэффициентлари аксонометрик ўқлар бўйича ҳар хил бўлади. Ўзгариш коэффициентларини иккита ўқ бўйича бир ва ундан кичикроқ сонларда танлаб олиш мумкин, учинчи ўқ учун ўзгариш коэффициенти математик ёки график усулда аниқланади.

**Мисол.**  $x'$  ва  $z'$  аксонометрик ўқлар бўйича ўзгариш коэффициентлари  $e_x=0,8$ ,  $e_z=0,9$  ва ҳақиқий масштаб  $e=100$  берилган.  $e_y$  аниқлансин ва триметрик ўқларнинг йўналиши чизилсин.

**Ечиш.** 1. Ҳақиқий масштаб  $e=100$  ва унда  $e_x=0,8$ ,  $e_z=0,9$  белгилаб олинади (145-шакл, а).

2.  $e=100$  га тенг қилиб  $AB$  кесма чизилади ва унинг ўртасидаги  $O$  нуқтадан  $OA$  ( $OB$ ) радиусли ярим айлана чизилади.  $O$  нуқтадан  $AB$  га перпендикуляр чизиб, айлана ёйида  $C$  нуқта аниқланади (145-шакл, б).  $C$  нуқтадан  $A$  ва  $B$  нуқталар орқали ўтувчи айлана чизилади.  $A$  нуқтани  $C$  билан туташтирилса, туташтирувчи чиқиқ  $C$  марказли айланани  $D$  нуқтада кесади.  $A$  нуқтадан  $e_x$  катталикдаги радиус билан  $C$  марказли айлана кесиштирилса,  $E$  нуқта ҳосил бўлади.  $E$  ва  $D$  нуқталар ўзаро туташтирилади ва унинг маркази  $O_1$  дан  $E$  ва  $D$  нуқталардан ўтувчи айлана чизилади.  $E$  нуқтадан  $e_z$  катталикдаги радиус билан ёй чизиб,  $O_1$  марказли айлана кесиштирилса,  $F$  нуқта топилади. Изланаётган  $e_y$  нинг ўзгариш коэффициенти  $FD$  кесма ҳисобланади.  $FD$  кесма ҳақиқий масштабга ўлчаб қўйилса,  $e_y$  нинг катталиги аниқланади. Бу ерда  $e_y=0,75$  экан.  $A$  нуқтадан  $e=100$  радиусда  $DE$  кесма кесилганда  $I$ , шу радиусда  $E$

нуқтадан  $DF$  кесма кесилганда 2, яна шу радиусда  $D$  нуқтадан  $EF$  кесма кесилганда 3 нуқта ҳосил бўлади.  $A1, A2, D3$  кесмалар аниқлангандан кейин,  $EA1$  бурчакни  $\alpha$ ,  $E1A$  бурчакни  $\alpha_1$  тарзда белгилаб чиқилади. Шу тартибда  $FE2$  бурчакни  $\beta$ ,  $E2F$  бурчакни  $\beta^1$ ,  $FD3$  бурчакни  $\gamma$ ,  $D3F$  бурчакни  $\gamma^1$  деб белгилаймиз (145-шакл, б).

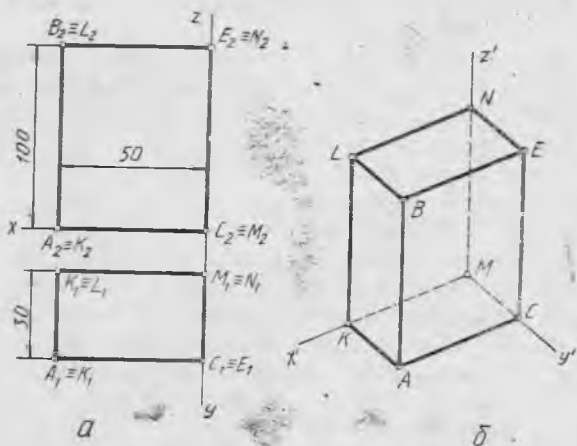
3. Триметрик ўқларнинг йўналишини чизишни  $z'$  ўқни вертикал қилиб чизишдан бошланади ва унда  $O'$  нуқта танлаб олиб, мазкур ўққа перпендикуляр чизиқ ўтказилади.  $O'$  нуқтадан  $z'$  ўқига перпендикуляр ўтказилган чизиқда  $Q$  нуқта белгиланади ва шу нуқта орқали  $\gamma_1$  бурчак 145-шакл, б дан кўчириб ўтилади.  $\gamma_1$  бурчакнинг бир томони  $O'Q$  бўлса, иккинчи томони  $z_1$  ўқ билан кесишади ва 3 нуқтани ҳосил қилади.  $Q$  нуқтадан  $3Q$  чизиққа перпендикуляр чизилса, мазкур перпендикуляр  $z'$  ўқнинг давоми билан кесишиб,  $T$  нуқтани беради.  $Q$  нуқта орқали  $\alpha_1$  бурчак 145-шакл, б дан кўчириб чизилса, унинг бир томони  $z'$  ўқни  $I$  нуқтада кесади.  $O'$  дан  $O'I$  радиусли ёй чизиб, бу ёйни  $T$  нуқтадан  $z'$  ўққа чизилган перпендикуляр билан кесиштирилса,  $M$  нуқта аниқланади.  $M$  нуқта  $O'$  билан туташтирилса,  $x'$  ўқнинг йўналиши ҳосил бўлади. Шу тартибда  $\beta_1$  бурчак ёрдамида  $y'$  ўқнинг йўналиши аниқланади (145-шакл, в).

М и с о л. Параллелепипеднинг иккита проекциясига биноан унинг триметрик проекцияси ясалсин (146-шакл, а).

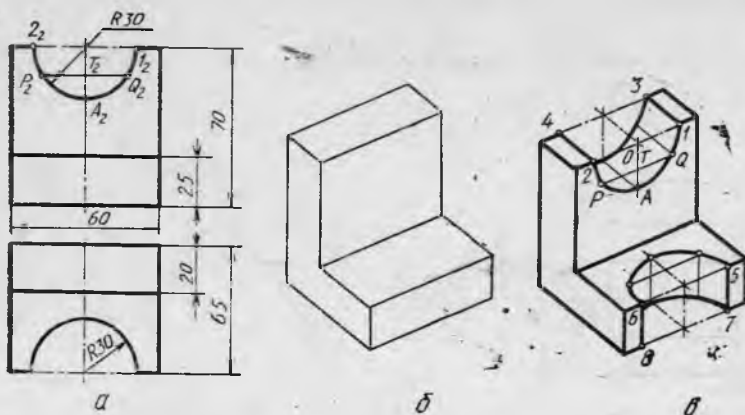
Ечиш. 1. Триметрик координата ўқлари бўйича ўзгариш коэффициентларини танлаб олиш мумкин ёки 145-шакл, а—в ларда аниқланган  $e_x = 0,8$ ,  $e_y = 0,75$ ,  $e_z = 0,9$  лар олинади.

2. 145-шакл, в даги триметрик ўқларнинг йўналиши кўчириб олинади.

3. Параллелепипед томонларининг ўзгариш коэффициентлари аниқланади:  $e_x = 0,8 \cdot 50 = 40$ ;  $e_y = 0,75 \cdot 30 = 22,5$ ;  $e_z = 0,9 \cdot 100 = 90$ .



146-шакл.



147- шакл.

4.  $O'$  нуқтадан  $x'$  ўққа 40,  $y'$  ўққа 22,5 ва  $z'$  ўққа 90 мм ўлчаб қўйилади ва триметрик ўқлардаги  $K$ ,  $C$  нуқталардан  $x'$ ,  $y'$  ларга параллел чизиқлар ўтказилади. Шунда параллелепипеднинг асоси ясалади.

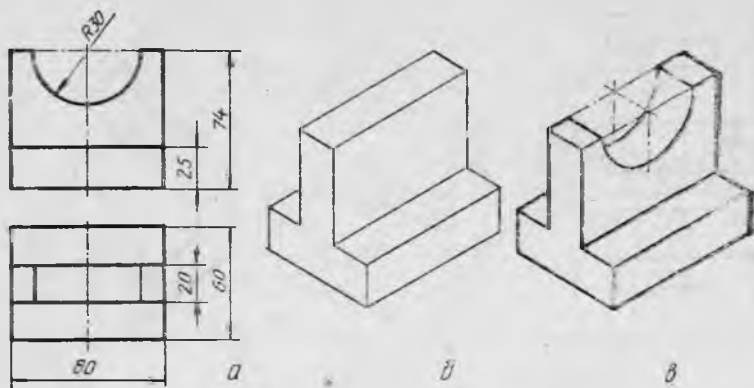
5. Параллелепипед асосидаги нуқталар ( $A$ ,  $C$ ,  $M$ ,  $K$ ) дан  $z'$  га параллел чизиқлар ўтказиб, уларга 90 мм дан ёки  $N$  нуқтадан  $x'$  ва  $y'$  ўқларга параллел чизиқлар ўтказилади. Шундай қилиб параллелепипеднинг юқори асоси ясалади (146-шакл, б).

Мисол. Деталнинг иккита проекциясига асосан унинг триметрик проекцияси ясалсин (147-шакл, а).

Ечиш. 1. Триметрик проекция ўқлари 145-шакл, в дан кўчириб олинади.  $e_x = 0,8 \cdot 60 = 48$ ,  $e_x = 0,8 \cdot 30 = 24$ ,  $e_x = 0,75 \cdot 25 = 18,75$ ,  $e_y = 0,75 \cdot 65 = 48,75$ ,  $e_y = 0,75 \cdot 30 = 22,5$ ,  $e_z = 0,9 \cdot 20 = 18$ ,  $e_z = 0,9 \cdot 70 = 63$ ,  $e_z = 0,9 \cdot 30 = 27$  лар аниқлаб олинади. Аниқланган ўзгариш коэффициентлари асосида деталнинг триметрик проекцияси ясалади (147-шакл, б).

2. Айлана марказлари аниқлангандан кейин  $O_1$ ,  $O_2$  ва  $O_3$ ,  $O_4$  лардан 24 мм ўлчаб қўйилади ва ҳосил қилинган нуқталар 1, 2, 3, 4 ва 5, 6, 7, 8 деб белгиланади.  $O_1$  ва  $O_2$  лардан  $z'$  ўққа параллел чизиққа 27 мм ўлчаб қўйиб,  $A$  ва  $B$  деб белгиланади. 1,  $A$ , 2 нуқталарни раво туташтириш учун, улар оралиғида қўшимча нуқталарни аниқлаш мақсадида, деталь проекциясидаги ярим айланада  $P$  ва  $Q$  нуқталар танланади ва бу нуқталарни туташтирувчи чизиқнинг  $T$  нуқтаси қиймати  $z'$  ўқ бўйича аниқланиб, триметрияга олиб ўтилади.  $P$  ва  $Q$  нуқталарнинг  $x'$  ўқ бўйича ўзгариш коэффициентлари аниқланиб, улар ҳам триметрияга олиб ўтилади. Ҳосил қилинган 1,  $O$ ,  $A$ ,  $P$ , 2 нуқталар раво туташтирилади. Шу тартибда қолган ярим айланаларнинг триметриялари ясалади (147-шакл, в).

Изометрик проекция. Бу проекцияда ўзгариш коэффициентлари барча ўқлар бўйича бир хил, яъни  $e_x = e_y = e_z = 0,82$ . Лекин



148- шакл.

ГОСТ 2.317—69 га биноан ўзгариш коэффициентларини  $e_x = e_y = e_z = 1$  га келтириш тавсия этилган.

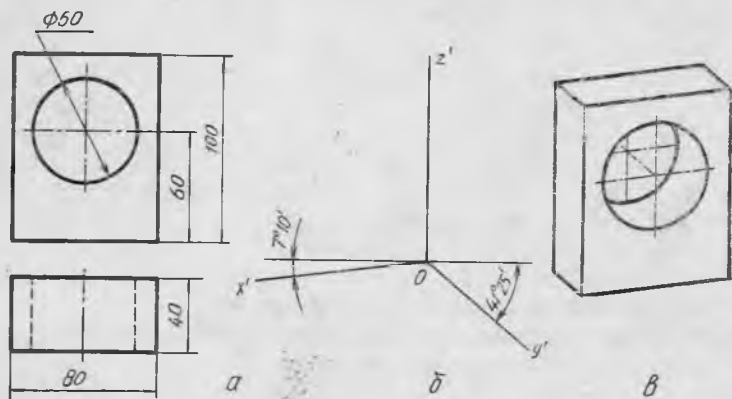
**Мисол.** Деталнинг иккита проекциясига биноан унинг изометрияси ГОСТ 2.317-69 бўйича чизилсин (148-шакл, а).

**Ечиш.** 1. Изометрик проекцияда ўзгариш коэффициентлари бир хил бўлгани учун  $x'$ ,  $y'$  ва  $z'$  ўқлари орасидаги бурчаклар ҳам ўзаро тенг бўлади. Шунинг учун айлана чизиб, уни тенг учга бўлган ҳолда изометрия ўқларини ўтказиш мумкин.

2. Деталнинг изометрияси ингичка чизиқда, ўлчамлари ўзгартирилмасдан чизиб чиқилади (148-шакл, б).

3. Деталдаги ярим айлана изометрияда, стандартга мувофиқ, эллипс ўрнига тўрт марказли овалга алмаштириб чизилади. Бундай овални чизиш тартиби барча чизмачилик китобларида кенг ёритилган (148-шакл, в).

**Диметрик проекция.** Бу проекцияда  $x'$  ва  $z'$  ўқлари бўйича ўзгариш коэффициенти бир хил, яъни  $e_x = e_z = 0,94$  ва  $e_y = 0,47$  бўлади. Шунга қарамай, ГОСТ 2.317—69 га мувофиқ, ўзгариш



149- шакл.

коэффициентларини  $e_x = e_z = 1$ ,  $e_y = 0,5$  тарзда қабул қилиш тавсия этилади.

Мисол. Деталнинг иккита проекциясига биноан унинг стандарт диметрияси чизилсин (149-шакл, а).

Ечиш. 1. Диметрия ўқлари чизилади (149-шакл, б).

2. Деталнинг диметрияси чизилади (149-шакл, в).

3. Стандартга кўра, эллипс ўрнига тўрт марказли овал чизилади.

Аксонометрияда қийшиқ бурчакли изометрик ва диметрик проекциялар мавжуд бўлишига қарамай, уларни мустақил ўрганиш мумкинлигини ҳисобга олиб, бу ерда улар тўғрисида баён қилинмади.

### Савол ва машқлар

1. Аксонетрик проекция деганда нимани тушунаси?

2. Аксонетрик проекция қандай турларга бўлинади?

3. Аксонетрик проекцияда ўзгариш коэффициенти нимани билдиради?

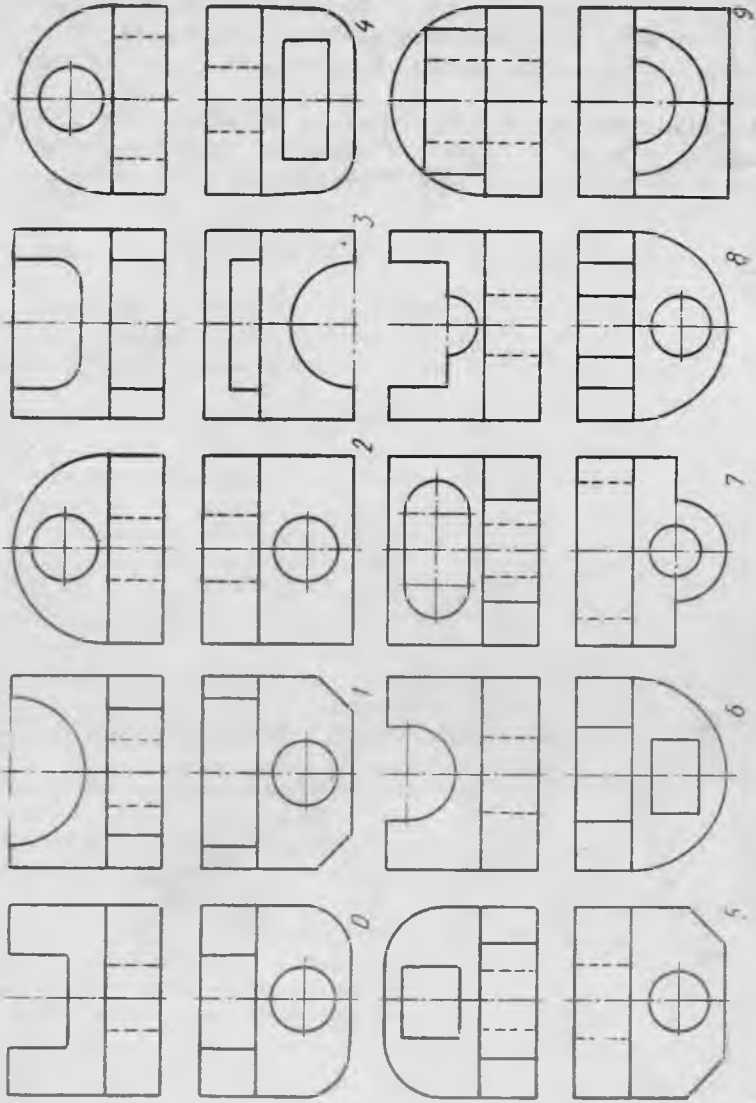
4. 150-шакл, О—9 ларда берилган чизмалардан бири кўчириб чизилсин ва унинг олдин триметрик, кейин изометрик ҳамда диметрик проекциялари чизилсин. Триметрик проекция учун ўзгариш коэффициентларининг иккитаси танлаб олинсин ва учинчиси график усулда топилсин. Деталнинг изометрик ва диметрик проекциялари стандарт талабида чизилсин.

б-г график иш. Маскур график иш учта вазифадан иборат. Биринчи ва иккинчи вазифаларнинг шарти: жисмнинг иккита проекциясига биноан унинг аксонетрик проекциялари бўлмиш триметрик (биринчи вазифа), изометрик ва диметрик (иккинчи вазифа) проекциялари ясалсин.

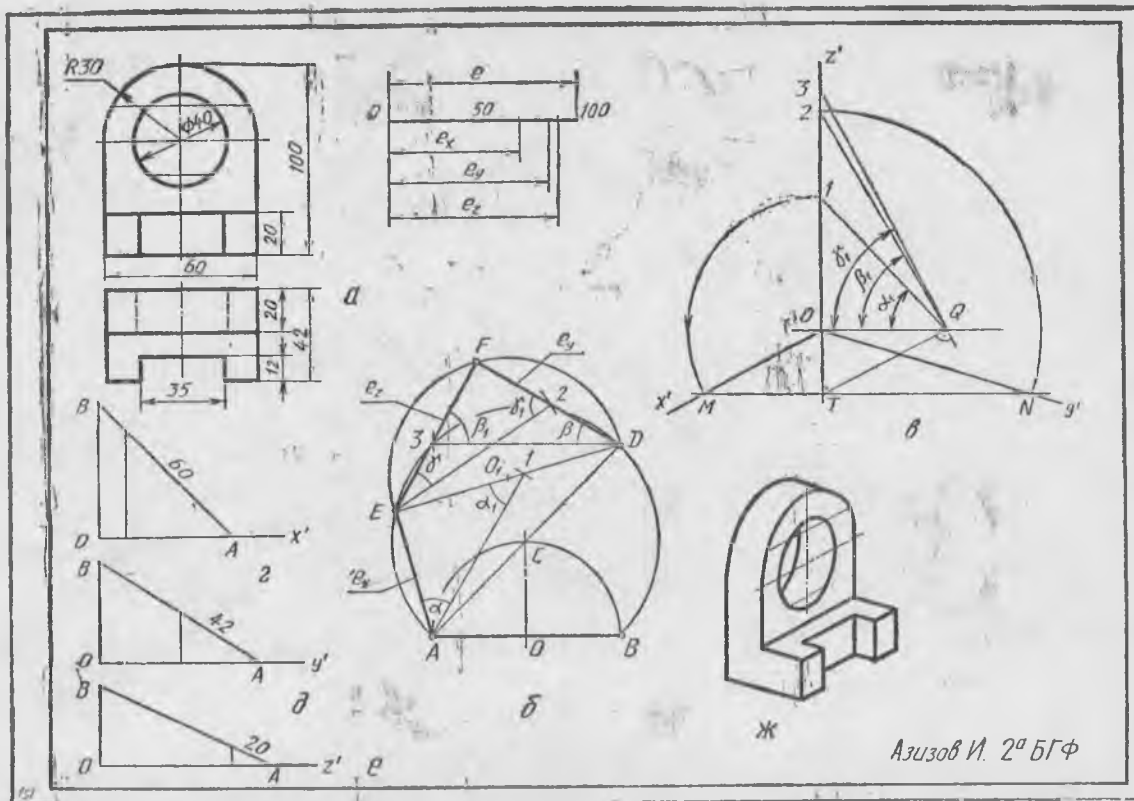
1. Деталнинг иккита проекцияси кўчириб чизилади (151-шакл, а).

2. Деталнинг триметрик проекциясини ясаш учун, олдин  $x'$  ва  $z'$  ўқлар учун ўзгариш коэффициенти танлаб олинади (агар улар берилмаган бўлса). Масалан,  $e_x = 0,7$ ,  $e_z = 0,9$  бўлсин.  $y'$  ўқ учун ўзгариш коэффициенти график усулда аниқланади. Бунинг учун  $e = 100$  масштаби чизилади ва унга  $e_x = 0,7$ ,  $e_z = 0,9$  ўлчаб қўйилади. АВ кесмани  $e = 100$  га тенг қилиб олинади ва унинг ўртасидаги О нуқтадан А ва В нуқталардан ўтувчи айлана чизилади. О дан АВ га перпендикуляр чизиб, айланада С нуқта топилади. А, С ўзаро туташтириб давом эттирилади ва ундаги С нуқтадан АС радиусли айлана чизилади. С марказли айланага А нуқтадан  $e_x = 0,7$  қиймат масштаб бўйича ўлчаб қўйилади ва ҳосил бўлган Е нуқта D билан туташтирилади. CD кесманинг ўртасидаги О нуқтадан  $O_1E(O_1D)$  радиусли ярим айлана чизилади ва унга Е нуқтадан  $e_z = 0,9$  қиймат масштабда ўлчаб қўйилади. Ҳосил бўлган FD кесма  $y'$  ўқ учун ўзгариш коэффициенти ҳисобланади ва уни масштабга қўйиб ўлчаш билан, унинг қиймати топилади ( $e_y = 0,85$ ).





150 макет,  
фронт - 001

Азизов И. 2<sup>а</sup> БГФ

151- шакл.

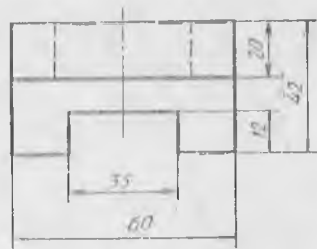
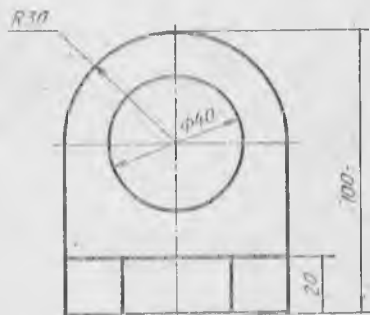
$AB$  кесмани радиус қилиб,  $A$  нуқта орқали  $ED$  кесма кесилганда 1, шу радиусда  $E$  нуқтадан  $FD$  кесма кесилганда 2, яна шу радиус билан  $D$  нуқта орқали  $EF$  кесма кесилганда эса 3 нуқта ҳосил бўлади. Шундан кейин  $A$  нуқта 1 билан,  $E$  нуқта 2 билан,  $D$  нуқта 3 билан туташтирилади. Натижада  $EAI$  бурчак ( $\alpha$ ),  $AIE$  бурчак ( $\alpha_1$ )  $FE2$  бурчак ( $\gamma$ ),  $E2F$  бурчак ( $\gamma_1$ ),  $3DF$  бурчак ( $\beta$ ),  $D3F$  бурчак ( $\beta_1$ ) ҳосил бўлади (151-шакл, б).

3. Триметрик ўқлар йўналишини график усулда аниқлаб чиқиш  $z'$  ўқни чизишдан бошланади.  $z'$  ўқнинг ихтиёрий жойида  $O'$  нуқта танлаб олинади ва ундан  $z'$  га перпендикуляр чизиб, мазкур чизиқда  $Q$  нуқта ҳам ихтиёрий жойда танланади.  $\gamma$  бурчак 151-шакл, б даг кучириб олиниб,  $Q$  нуқтадан ўлчаб қўйилади ва унинг  $3Q$  томонига  $Q$  нуқтадан перпендикуляр чизилади. Бу перпендикуляр чизиқ  $z'$  ўқнинг давомини  $T$  нуқтада кесади ва у орқали  $z'$  ўққа перпендикуляр чизиқ ўтказилади. 151-шакл, в даги  $\beta$  ва  $\alpha$  бурчаклар ҳам кучириб олиниб,  $O$  нуқтадан ўлчаб қўйилади. Шунда  $z'$  ўқда ҳосил бўлган 1 ва 2 нуқталар орқали ўтувчи айлана ёйлари  $O$  нуқтадан чизилса,  $T$  нуқтадан  $z'$  га перпендикуляр чизилган чизиқни  $M$  ва  $N$  нуқталарда кесади.  $M$  ва  $N$  нуқталар  $O$  билан туташтирилса,  $x'$  ва  $y'$  ўқларнинг йўналиши ҳосил бўлади (151-шакл, в).

4. Деталнинг аксонометриясини ясашдан олдин 151-шакл, в даги триметрик ўқлар чизиб олинади. Деталнинг  $x'$  ўққа параллел томонларини 0,7 га,  $y'$  ўққа параллел томонларидаги ўлчамларни 0,85 га,  $z'$  га параллел қийматларини 0,9 га ўзгартириб олинади. Лекин бу усулда ҳисоблаш ишлари қўпайиб кетади. Бунинг ўрнига нисбат масштабидан фойдаланиш анча қулай ҳисобланади. Ҳар бир ўққа тегишли нисбат масштабинини аниқлаш учун ўзаро перпендикуляр чизиқлар чизилади ва  $O$  нуқтадан горизонтал чизиққа  $x'$  ўқ учун 0,7 қиймат (151-шакл, г),  $y'$  ўқ учун 0,85 қиймат (151-шакл, д) ва  $z'$  ўқ учун 0,9 қиймат (151-шакл, е) 151-шакл, б даги нисбат масштабидан ўлчаб қўйилади.  $A$  нуқталардан  $e=100$  радиусда ёйлар чизиб чиқилса, улар  $O$  дан перпендикуляр ўтказилган чизиқларни  $B$  нуқталарда кесади. Ҳар бир ўқ учун ясалган нисбат масштабидаги  $AB$  ҳақиқий узунлик ҳисобланса,  $AO$  шу ҳақиқий узунликнинг керакли нисбатда қисқартириб проекцияланган кўриниши бўлади. Энди деталдаги ўлчамлардан бирини мос келадиган нисбат масштабидаги  $AB$  га ўлчаб қўйиб,  $AO$  га проекцияланса, керакли ўзгариш коэффициентининг қиймати ҳосил бўлади. Масалан, деталдаги 60 ўлчам  $x'$  ўқ учун ясалган нисбат масштабидаги  $AB$  га  $A$  дан ўлчаб қўйилади ва бу ўлчам  $AO$  га проекцияланса,  $x'$  ўққа ўлчаб қўйиладиган ўзгарган қиймат ҳосил бўлади. Шу тартибда деталдаги ўлчамлар мос келадиган нисбат масштабига ўлчаб қўйиш йўли билан керакли ўзгарган қийматларни аниқлаш мумкин.

5. Деталдаги айлана ва ёйдаги танлаб олинган нуқталар орқали унинг триметрик проекцияси ясалади (151-шакл, ж).

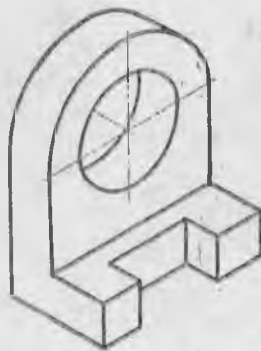
Олтинчи график ишнинг иккинчи вазифасини чиқиш учун



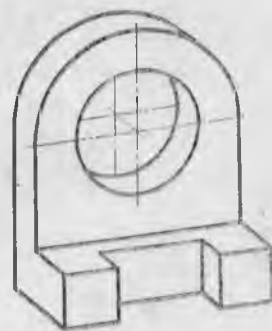
*a*

Изометрия *a* в.с.-0,82-0,82-0,82

Диаметрия  
*a* в.с.-0,94-0,47-0,94



*a*



*b*

Азизов И. 2<sup>а</sup> БГФ

унинг график шarti, яъни деталнинг иккита проекцияси кўчириб чизилади (152-шакл, а).

1. Изометрик проекция ўқлари чизилади ва  $x' = y' = z' = 0,82$  бўлгани учун битта нисбат масштаби танланади.

2. Деталь ўлчамлари нисбат масштаби орқали изометрик проекцияга олиб ўтилади. Айлана ёйида танлаб олинган нуқталар ёрдамида уларнинг изометриядаги тасвирлари ясалади. Изометрик проекция юқорисига  $a:b:c = 0,82:0,82:0,82$  деб ёзиб қўйилади (152-шакл, б).

3. Диметрик проекция ўқлари чизилади ва  $x' = z' = 0,94$ ,  $y' = 0,47$  бўлгани учун  $x'$  ва  $z'$  лар учун битта,  $y'$  учун бошқа нисбат масштаби танланади.

4. Деталь ўлчамлари нисбат масштаблари орқали диметрик проекцияга олиб ўтилади. Айлана қисмлари чизмада кўрсатилгандек, танлаб олинган нуқталар орқали ясалади. Диметрик тасвир юқорисига  $a:b:c = 0,94:0,47:0,94$  деб ёзиб қўйилади (152-шакл, в).

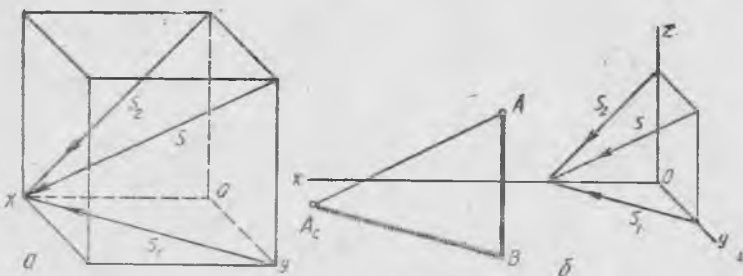
### 9. 1. Аксонометрик проекцияларда соялар

Аксонометрик проекцияларда нарсаларнинг ўзидаги ва улардан тушувчи сояларни яшашда ёруғлик нурларининг йўналиши кубнинг диагоналларида бирига параллел қилиб олинади (153-шакл, а).

Тўғри чизик кесмасидан тушаётган сояни яшаш учун кесманинг асосидаги  $B$  нуқтадан  $s_1$  га,  $A$  нуқтасидан  $s$  га параллел чизилади. Бу чизиклар ўзаро кесишиб,  $A$  нуқтанинг сояси  $A_c$  ни аниқлайди.  $B$  нуқта билан  $A_c$  туташтирилса,  $AB$  кесмадан тушаётган соя ясалади (153-шакл, б). Бу ерда тўғри чизик кесмаси горизонтал проекцияловчи вазиятда бўлгани учун ундан тушаётган соя ёруғлик нурининг горизонтал проекциясига параллел тасвирланмоқда.

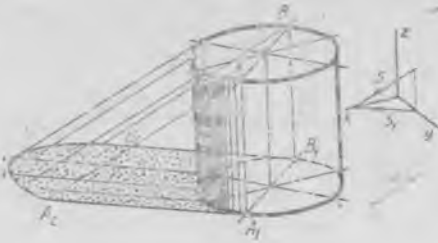
154-шаклда тўғри чизик кесмаси фронтал проекцияловчи вазиятда бўлгани учун ундан тушаётган соянинг  $x$  ўқча қисми ёруғлик нурининг  $\Pi_2$  даги проекциясига параллел, соянинг  $\Pi_1$  даги қисми эса кесманинг ўзига параллел тарзда тасвирланмоқда.

$\Pi_3$  текислигига перпендикуляр тўғри чизик кесмасидан ту-

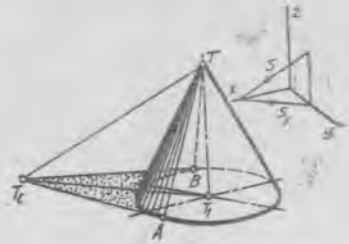


153-шакл.





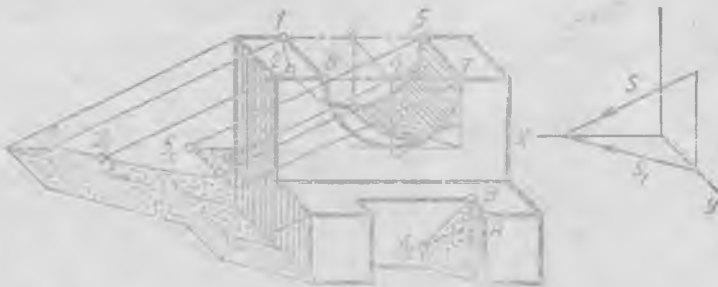
157- шакл.



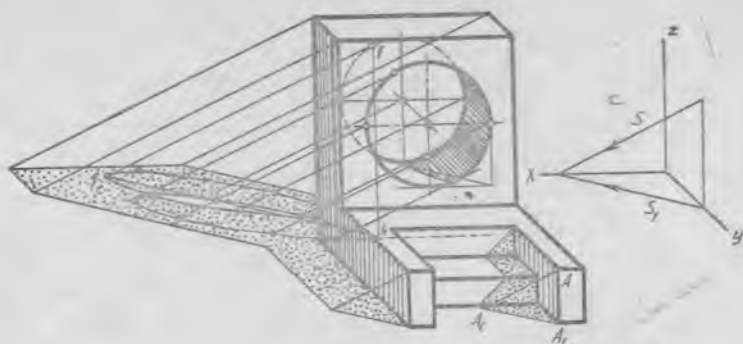
158- шакл.

шаётган сояни ясаш учун  $A_1$  дан  $s_1$  га,  $A$  дан  $s$  га параллел чизиқ чизилади ва  $A$  аниқланиб, у  $B$  нуқта билан туташтирилади. Энди деталдаги ярим айланадан тушаётган сояни ясаш билан танишайлик. Бунинг учун орқа томондаги ярим айланада нуқталар танлаб олинади ва уларнинг деталь асоси текислигидаги проекциялари аниқланади. Шу нуқталарнинг  $1_1, 2_1, 3_1, 4_1, 5_1$  проекцияларидан  $s_1$  га параллел,  $1, 2, 3, 4, 5$  лардан  $s$  га параллел чизиқлар ўтказилиб, улар ўзаро кесиштирилади. Натижада шу нуқталардан тушаётган соялар  $1_c, 2_c, 4_c, 5_c$ , ҳосил бўлади. Бу топилган нуқталар ўзаро туташтирилса, деталнинг орқа томонидаги ярим айланадан тушаётган соя ясалади. Сўнгра  $7$  нуқтадан тушаётган соя  $7_c$  топилиб, уни  $5_c$  билан туташтирилса, ярим айланадан тушаётган сояни тусиб турувчи чизиқнинг сояси ясалади. Деталнинг чап ён томонидан тушаётган соясини ясаш чизманинг ўзидан яққол кўришиб турибди.

Яна бир мисолда (160-шакл) деталнинг ўзидаги ва ундан тушаётган сояларни ясаш кўрсатилган. Бунда цилиндрлик тешикдан тушаётган сояларга аҳамият берилади. Цилиндрлик тешикнинг олдинги ва орқадаги айланаларидан тушаётган соялар тўлиқ ясалади ва уларнинг ўзаро кесишишидан ҳосил бўлаётган очиқ жой цилиндрлик тешикдан текисликка тушаётган ёруғлик ҳисобланади.



159- шакл.



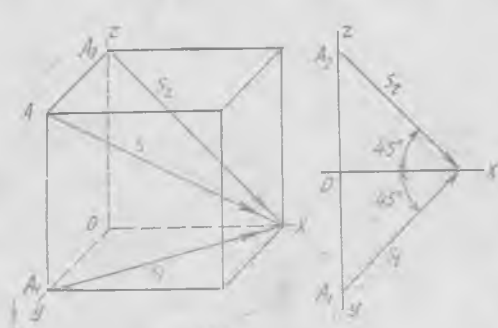
160- шакл.

### 10. ОРТОГОНАЛ ПРОЕКЦИЯЛАРДА СОЯЛАР

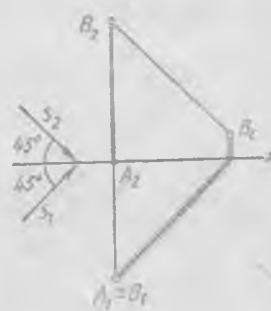
Ортогонал (туғри бурчакли) проекцияларда жисмнинг узидаги ва ундан тушаётган сояларни ясашда ёруғлик нурлари йуналишини кубнинг диагоналларида бирига параллел қилиб олиш қабул қилинган бўлиб, бу йуналиш  $x$  ўққа нисбатан  $45^\circ$  бурчакда олинади (161- шакл).

162-шаклда  $\Pi_1$  га перпендикуляр туғри чизиқ кесмасидан тушаётган сояни ясаш учун кесманинг горизонтал проекцияси орқали  $s_1$  га параллел туғри чизиқ утказилади. Кесманинг  $B_2$  нуқтасидан  $s_2$  га параллел чизиқ чизиб,  $B$  нуқтанинг сояси  $B_c$  топилади. Чизмага диққат билан қаралса,  $AB$  кесманинг сояси  $x$  ўқда синиб, иккита текисликка тушаётгани куринади. Соянинг  $\Pi_1$  даги қисми  $45^\circ$  ли бурчак йуналишида,  $\Pi_2$  даги қисми  $A_2B_2$  га параллел тарзда тасвирланган. Демак,  $\Pi_1$  га перпендикуляр туғри чизиқдан тушаётган соя  $\Pi_1$  да  $45^\circ$  бурчакда,  $\Pi_2$  да эса кесманинг ўзига параллел тарзда тасвирланар экан.

163-шаклда  $\Pi_2$  га перпендикуляр туғри чизиқ кесмасидан тушаётган соя кўрсатилган бўлиб, соянинг  $\Pi_2$  даги қисми  $45^\circ$  бурчакда,  $\Pi_1$  даги қисми кесманинг ўзига параллел тарзда тасвирланган.



161- шакл.

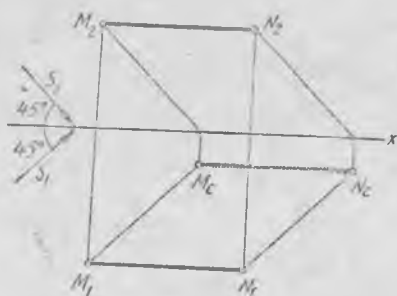


162- шакл.





163- шакл.



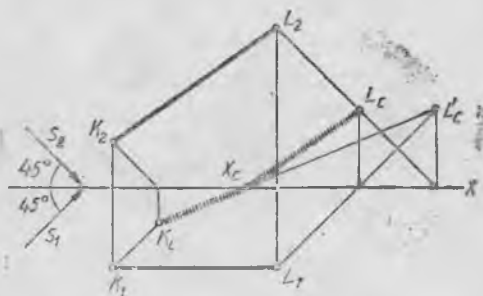
164- шакл.

164- шаклда  $P_3$  га перпендикуляр тўғри чизиқ кесмасидан тушаётган соя кўрсатилган. Бундай тўғри чизиқдан тушаётган соя кесманинг ўзига параллел тарзда тасвирланади.

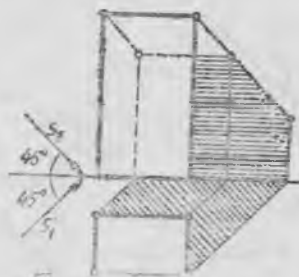
165- шаклда  $P_2$  га параллел жойлашган фронтал тўғри чизиқ кесмасидан тушаётган соя тасвирланган. Бу каби тўғри чизиқлардан тушаётган сояларини ясаш учун дастлаб битта текисликка тушаётган соя аниқланади.  $K$  ва  $L$  нуқталарнинг  $P_1$  даги соялари топилиб, улар ўзаро туташтирилса, соянинг  $x$  ўқидаги синиш нуқтаси аниқланади. Сўнгра  $L$  нуқтанинг  $P_2$  даги сояси топилиб, у  $x_c$  синиш нуқтаси билан туташтирилади. Соянинг  $P_2$  даги қисми кесманинг ўзига параллел тасвирланмоқда.

Призма (166- шакл) қирралари  $P_1$  га проекцияловчи,  $P_2$  га перпендикуляр,  $P_3$  га тик тўғри чизиқ кесмаларидан ташкил топганлиги учун, ундан тушувчи соя юқорида баён қилинган тўғри чизиқ кесмаларидан тушаётган сояларни ясаш каби амалга оширилади.

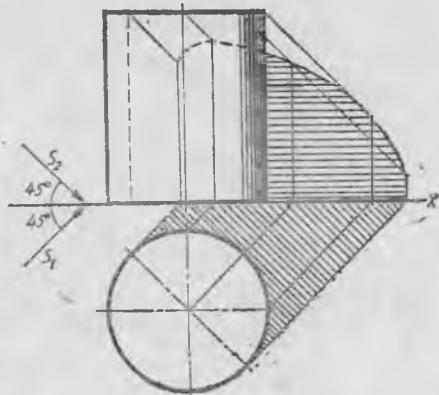
Горизонтал проекцияловчи тўғри доиравий цилиндр (167- шакл) ясовчилари  $P_1$  га перпендикуляр тўғри чизиқ кесмалари деб қаралади ва улардан тушаётган соялар топилиб, ўзаро туташтирилади. Бундай цилиндрдан тушаётган сояни ясашни ёруғлик нурини унинг айлана кўринишидаги проекциясига уринма



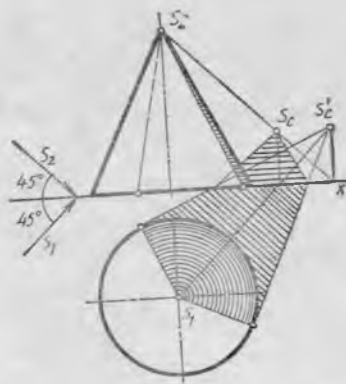
165- шакл.



166- шакл.



167- шакл.



168- шакл.

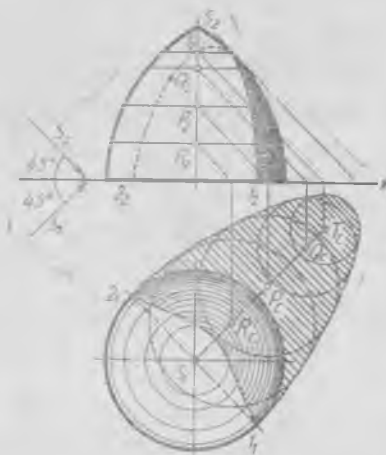
қилиб ўтказишдан бошланади. Шунда цилиндрнинг ўзидаги соя чегараси аниқланади. Кейин цилиндрнинг оралиқ ясовчиларидан тушаётган соялар топилади. Цилиндрнинг юқори асосидан  $P_2$  га тушаётган соя эллипс қисми кўринишида тасвирланади.

Конус (168-шакл) соясини яшашда энг олдин унинг учидан тушаётган соя  $P_1$  текисликда аниқланади ва  $S_c'$  дан конус асосига уринма ўтказилади. Шунда конуснинг ўзидаги соя чегараси ва тушувчи соясининг  $x$  ўқдаги синиш нуқталари топилади.  $P_2$  даги конус учи сояси ( $S_c$ ) билан конусдан тушувчи соянинг  $x$  ўқдаги синиш нуқталари туташтирилади.

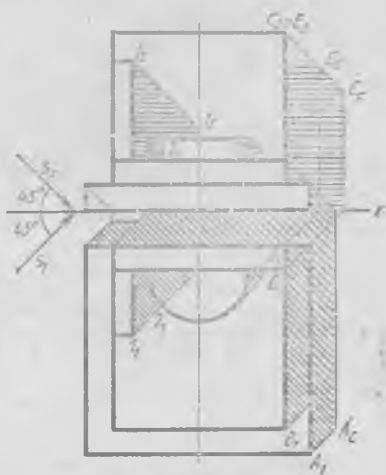
Айланиш сиртидан тушувчи ва унинг ўзидаги сояларни яшашда (169-шакл) сиртнинг бир нечта параллеллари чизилади. Сиртнинг параллеллари  $P_1$  га параллел бўлгани учун, уларнинг сояси горизонтал проекциялар текислигига ўзгармасдан (ўзининг ҳақиқий катталигида) тушади. Шунинг учун сирт параллеллари марказларининг соялари  $P_1$  да топилади ва  $T$  лардан сирт параллелларига тенг айланалар чизилади. Айланиш сирти учи  $S$  нинг сояси  $S_c$  топилгандан кейин,  $P_1$  да чизилган барча айланаларга уринма чизиқ ўтказилади. Шунда айланиш сиртидан тушаётган соя аниқланади. Сиртнинг ўзидаги соясининг  $P_2$  даги проекциясини топишда  $P_1$  даги  $1, 2, \dots$  меридианнинг сирт параллеллари билан кесишган нуқталаридан фойдаланилади.

**Мисол.** Объектнинг горизонтал ва фронтал проекцияларида унинг ўзидаги ва тушувчи соялари ясалсин (170-шакл).

**Ечиш.** Бу объект турли призматик ва цилиндрлик сиртлардан ташкил топган бўлиб, устма-уст қўйилган иккита ясси призматик сирт зинапоя ҳосил қилган. Орқадаги ясси призматик сирт девор вазифасини ўтамоқда. Объектнинг чап томонидаги юпқа девор ҳам призматик сирт бўлиб, орқа деворни мустаҳкам туриши учун суянчиқ вазифасини ўтайди. Орқа девор олдида пастак ярим цилиндр ўрнатилган.



169-шакл.



170-шакл.

Энди бу объектнинг ўзидаги соя ва ундан тушаётган соялар таҳлил қилинса, зинапоя  $A$  нуктасининг сояси  $A B$  учининг сояси  $B_c P_1$  га тушмоқда. Объектнинг орқа девори қирраси  $SE$  дан соя  $E C_c$  эса  $P_2$  га тушмоқда. Чап томонидаги девор қиррасидаги  $I$  нуктадан сояси  $I_c$  орқа деворига тушмоқда. Шу девордан тушаётган соянинг  $P_1$  даги тасвирига назар ташланса, у цилиндрнинг бир қисмини ўз ичига олган.

### Савол ва машқлар

1. Нарсанинг ўзидаги сояси ва ундан тушувчи соялар бир-бирдан қандай фарқ қилади?

2. Ёруғлик нурининг йўналиши аксонометрик проекцияда қандай олинади? Ортогонал проекцияда-чи?

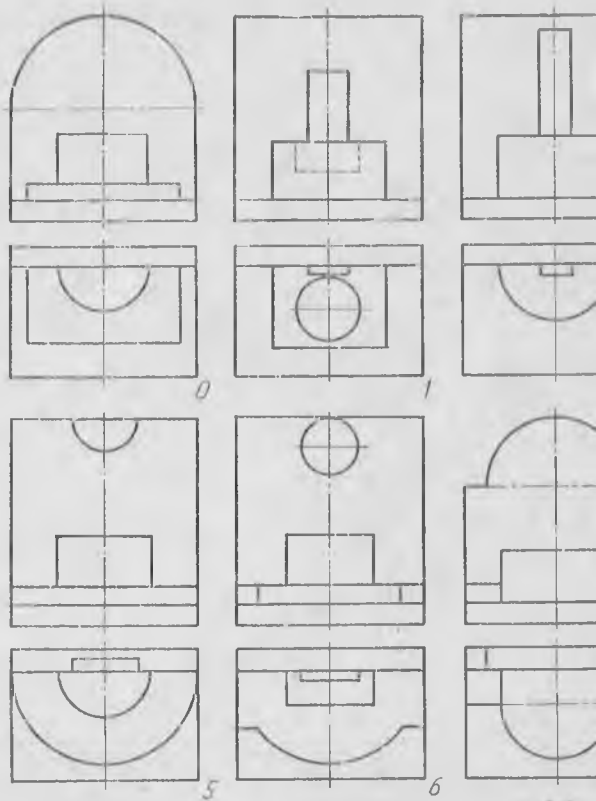
3.  $P_1$  га перпендикуляр тўғри чизиқдан тушаётган соя қайси йўналишга параллел тасвирланади? Шу тўғри чизиқ  $P_2$  га параллел бўлса-чи?

4. 171-шакл, 0—9 ларда берилган вариантлардан бирининг график шarti кўчириб чизилсин ва унинг аксонометрияси ясалсин. Деталнинг ортогонал ва аксонометрик проекцияларида соялар тасвирлансин.

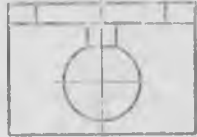
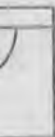
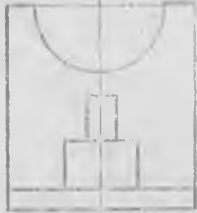
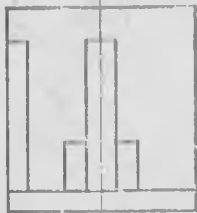
6-график ишнинг учинчи вазифаси. Деталнинг иккита проекциясига биноан унинг яққол тасвири аксонометрик проекция турларидан бирида чизилсин ва унинг ортогонал ва аксонометрик проекцияларида соялари ясалсин.

1. Мазкур вазифанинг график шarti кучириб чизилади ва деталнинг аксонометрияси тўғри бурчакли диметрияда чизилади (172-шакл, а).

2. Деталнинг ортогонал проекциясида ўзидаги ва тушувчи соялари ясалади.  $A_1, B_1, C_1$  нукталардан  $s_1$  га,  $A_2, B_2, C_2$  лардан



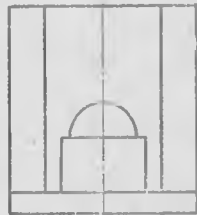
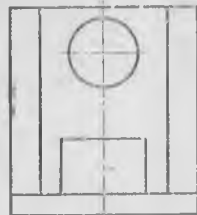
171- шакл,



2

3

4



7

8

9

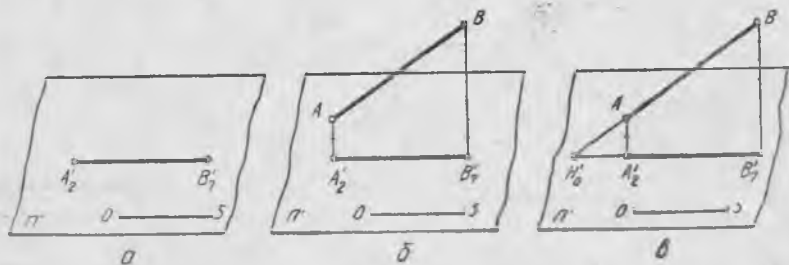


$s_2$  га параллел чизиқлар ўтказилса, уларнинг ўзаро кесишишидан соялар ( $A_c, B_c, C_c$ ) ҳосил булади. Деталь асосидан соя  $\Pi_1$  га тушмоқда. Цилиндр асосига уринма қилиб ўтказилган чизиқлар  $s_1$  га параллел бўлиб, цилиндрнинг ўзидаги ва ундан тушаётган сояларни аниқланмоқда. Цилиндрнинг устки асосидан соя  $\Pi_2$  текислигига тушмоқда. Барча ясашлар чизманинг ўзидан яққол кўриниб турибди (172-шакл, б).

3. Деталнинг аксонометрик проекциясида ўзидаги ва ундан тушаётган сояларини ясашда цилиндрдан тушаётган соя билан тўлароқ танишамиз. Цилиндр асосига уринма қилиб  $s_1$  га параллел чизиқ чизилади ва унинг деталь асосининг устки текислик чегараси билан кесишишидан ҳосил бўлган  $T$  нуқтадан вертикал чизиб, деталь асосида  $T_1$  дан яна  $s_1$  га параллел чизиқ чизилади.  $I$  нуқтадан  $s$  га параллел чизиқ чизиб,  $I_c$  топилади. Шу тартибда 2, 3, 4. лар аниқланади. Қолган ясашлар чизманинг ўзидан яққол кўриниб турибди (172-шакл, в).

## 11. СОН БИЛАН БЕЛГИЛАНГАН ПРОЕКЦИЯЛАР

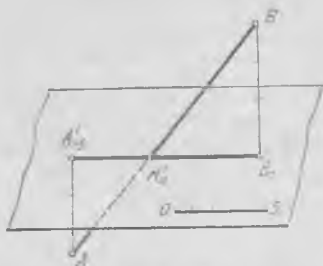
Ернинг рельефи мураккаб бўлиб, ноқонуний сиртлардан тузилган. Уларнинг вертикал ўлчамлари горизонтал ўлчамларига қараганда жуда кичик бўлгани учун бундан олдин ўрганилган усуллар, яъни ўзаро перпендикуляр иккита текисликда бундай сиртларни тасвирлаш ноқулай ҳисобланади. Шунга кўра, инженерлик иншоотлари (турли гидротехник иншоотлар, аэродромлар, йўллар)нинг лойиҳаларини тузишда сонлар билан белгиланадиган проекция татбиқ қилинади. Бу усулнинг асосий моҳияти шундаки, объектнинг, масалан,  $A$  ва  $B$  нуқталарнинг горизонтал текисликдан баландлиги сонлар билан ифода қилинади (173-шакл, а).  $A$  ва  $B$  ( $A_2', B_7'$ ) нуқталарнинг ёнига кичикроқ қилиб ёзилган 2 ва 7 сонлар нуқталарнинг горизонтал текисликдан баландлиги метр ҳисобида ифодаланишини кўрсатади. Нуқталарнинг фазодаги ўрнини сонлар билан белгиланган проекцияларига мувофиқ аниқлашда чизиқли масштаб бўлиши шарт. Чизиқли масштабнинг ҳар бир бўлаги бутун сонлар билан ифодаланади.  $A_2', B_7'$  нуқталардан  $\Pi'$  га перпендикуляр чизиб,  $A_2'$  дан масштабдаги 2 бўлакни,  $B_7'$  дан эса 7 бўлакни ўлчаб қўйилади.  $A$  ва  $B$  нуқталар ўзаро туташирилса, тўғри чи-



173-шакл.

зиқ кесмаси ҳосил бўлади (173-шакл, б). Бу ерда  $P'$  текислик горизонтал ёки  $00,00$  (ноль даражали) текислик,  $A_2'B_5'$  тасвир  $AB$  кесманинг  $P'$  даги сонлар билан белгиланган проекцияси ёки қуймаси дейилади.

Тўғри чизиқ кесмасини давом эттирилса, узининг проекцияси билан кесишади ва бу нуқта ноль нуқта дейилиб,  $H_0'$  билан белгиланади (173-шакл, в).



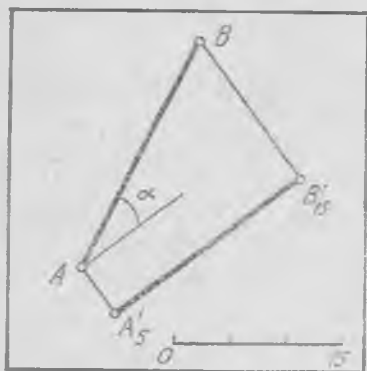
174-шакл.

Тўғри чизиқ кесмасининг бир учи  $P'$  текисликдан пастроқда жойлашган бўлса, нуқтанинг сонлар билан белгиланган қийматининг олдиға манфий ишора қўйилади. Масалан, 174-шаклдаги  $A$  нуқтанинг сонли белгиси.

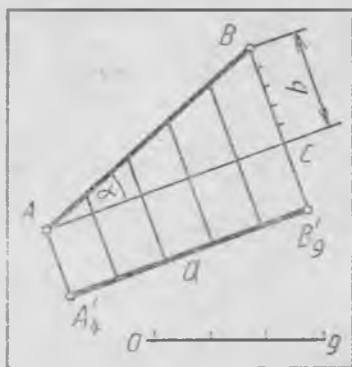
Тўғри чизиқ кесмасининг  $P'$  даги проекцияси қуйма дейилиб, у орқали кесманинг ҳақиқий узунлиги ва  $P'$  га нисбатан оғиш бурчагини аниқлаш мумкин. Бунинг учун  $A_5'$

ва  $B_{15}'$  нуқталардап ўз қуймасига перпендикуляр чизиқлар ўтказиб, ҳар бир нуқтанинг қиймати чизиқли масштабдан улчаб қўйилади. Шунда  $P'$  текисликда  $AB$  кесманинг ҳақиқий узунлиги ва унинг  $P'$  текислигига нисбатан оғиш бурчаги  $\alpha$  топилади (175-шакл).

Сонлар билан белгиланган проекцияларда интервал ва қиялик катта аҳамиятга эга. Интервал  $l$ , қиялик  $i$  билан белгиланади ва тўғри чизикнинг ҳар бир интервалда қанча кутарилаётгани аниқланади. Чизмада интервални аниқлаш учун  $AB$  кесманинг қуймаси  $A_4'B_9$  нуқталарининг белгилари айирмасидан ҳосил бўлган  $BC$  кесма тенг булақларга булинади (176-шакл). Сўнгра  $A$  нуқтадан  $A_4'B_9$  га параллел чизиқ чизиб,  $BB_9$  чизикни  $C$  нуқтада кесиштирилади.  $BC$  кесма  $\bar{c}$  га тенг, чунки

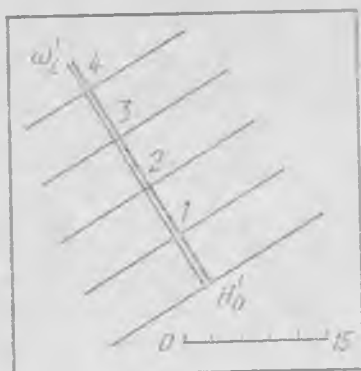


175-шакл.

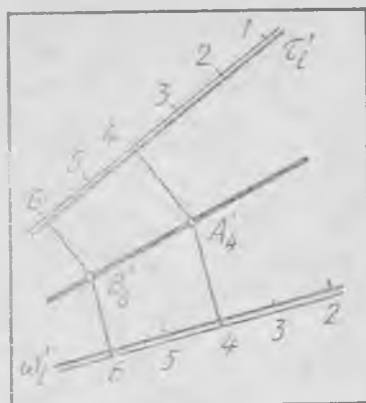


176-шакл.





177- шакл.

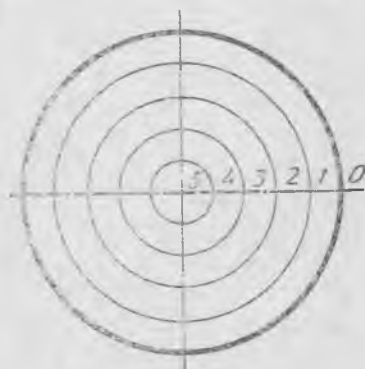
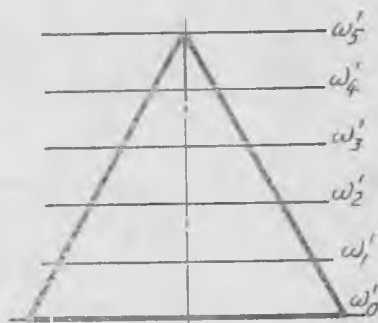


178- шакл.

$B'_9 - A'_4$ . Демак  $A'_4 B'_9$  кесма 5 та тенг бўлакка бўлинади. Ҳар бир бўлак интервал дейилади. Белгиларининг айирмаси бирга тенг бўлган кесманинг горизонтал проекцияси интервал дейилиб, у  $l$  билан белгиланади. Бошқача қилиб айтганда, қўяманинг кўтарилишга нисбати интервални ҳосил қилади, яъни  $l = a/b = \text{ctg} \alpha$ . Бу ерда  $a$  — тўғри чизиқ кесмасининг  $P'$  даги қўямаси,  $b$  — кўтарилиш,  $\alpha$  —  $AB$  кесманинг  $P'$  га нисбатан қиялик бурчаги.

Текислик сонлар билан белгиланган проекцияларда қўшалок чизиқ кўринишида тасвирланади (117-шакл). Бу қўшалок чизиқ текисликнинг энг катта қиялик чизиғи ҳисобланиб, у  $\omega$  билан белгиланади ва унда текислик горизонталлари тасвирланади. Текислик горизонталлари оралиғи интервал ҳисобланади. Текислик интервали билан текисликнинг энг катта қиялик чизиғи интервали чизмада қўшилиб қолади. Шунга биноан, текисликнинг бундай тасвирланиши текисликнинг қиялик масштаби дейилади. Текислик  $P'$  га параллел жойлашган бўлса, бундай текислик горизонтал ёки даража текислиги дейилади.

Иккита текисликнинг узаро кесишув чизиғи уларнинг қиялик масштаблари бўйича аниқланади (178-шакл). Текисликнинг



179- шакл.

қиялик масштабларидаги бир хил белгили нуқталаридан текислик горизонталлари қиялик масштабига перпендикуляр қилиб чизилади ва улар ўзаро кесиштирилади. Масалан, иккала текисликдаги қиялик масштабнинг 4 ва 6 белгили нуқталари олинса, улардан чизилган текислик горизонталлари ўзаро мос ҳолда кесишиб,  $A_4'$  ва  $B_6'$  нуқталарни ҳосил қилади ва улар ўзаро туташтирилса, иккита текисликнинг кесишув чизиғи топилган бўлади.

Сонлар билан белгиланган проекцияларда сиртларнинг проекциялари бир нечта горизонтал кесимлар орқали ифода қилинади. Айланиш конуси (179-шакл) оралиғи бир хил масофага эга бўлган текисликлар билан кесилса, у  $\Pi'$  да катта-кичик айланалар қурилишида тасвирланади. Айланаларнинг ҳар бири сирт горизонтални дейилади.

Ер рельефи топографик карталарда горизонталлар, баландликлар ва ҳар хил шартли белгилар ёрдамида тасвирланади. Ер рельефининг бундай тасвирланиши *топографик сирт тасвири* дейилади. Даража текисликлари билан топографик сирт кесилганда горизонтал чизиқлар ҳосил бўлади. Горизонтал чизиқларнинг бир жойига қўйилган белги бутун чизиқ учун тааллуқлидир (180-шакл). Шартли кесувчи текисликларнинг ҳақиқий оралиғи 5 ёки 10 мм олинади.

Мисол. Асоси 0 даражали горизонтал текисликда ётган айланиш конусининг текислик билан кесишиш чизиғи ясалсин (181-шакл).

*Ечиш.* Конус катта-кичик концентрик айланалар, яъни горизонталлари орқали тасвирланган. Текислик эса қиялик масштаби орқали берилган. Текисликнинг горизонталлари утказилиб, улар конуснинг бир хил белгили горизонталлари билан кесиштирилади. Шунда кесишиш чизиғига оид нуқталар ҳосил бўлади ва бу нуқталар ўзаро раван туташтирилади.



180- шакл.



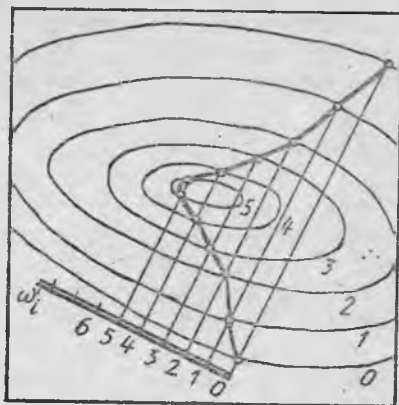
181- шакл.

182-шаклда топографик сирт горизонталлари текисликнинг қиялик масштаби  $\omega$ , билан тасвирланган. Текислик горизонталлари ўтказилиб, топографик сирт горизонталлари билан мос ҳолда кесиштирилади ва ҳосил бўлган нуқталар ўзаро туташтирилади.

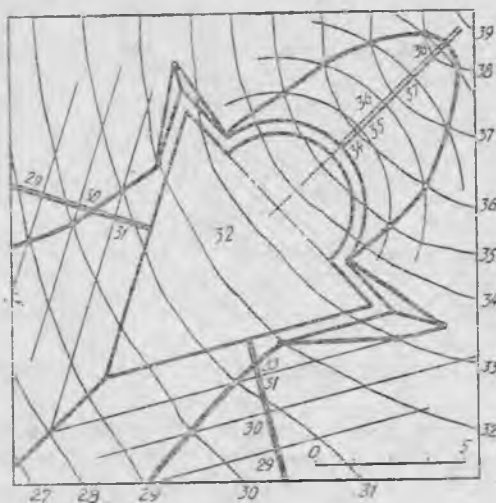
Мисол. Учбурчак ва айлана шаклидаги майдончанинг горизонтал белгиси 32 м да берилган. Майдончанинг кўтарма (тупроқ тўкиладиган жой) ҳосил қилиш, текислаш ва тупроқ ўйиб олиш билан боғлиқ ишларнинг чегараси план бўйича аниқлансин (183-шакл).

Конус горизонталларининг орасидаги интервал 1 м, кўтарманинг қиялиги 1:1.

*Ечиш.* Планга мувофиқ, майдончанинг айлана кўринишидаги томонини учи пастга қараган конус шаклида қазиб олишга тўғри келади. Шу қазиш ишларининг чегарасини аниқлаш учун конус ва топографик сиртларнинг бир хил белгили горизонталларининг ўзаро кесишаётган нуқталари топилади. Майдонча ёнбағирларининг горизонталларини чизиш учун, берилган 1:1 қиялик бўйича интервал аниқлаб олинади. Кўтарманинг қияликлари бир хил бўлганлиги учун, майдонча чегараси томонларига параллел тарзда чизилган ёнбағир горизонталлари ва топографик сирт горизонталлари мос равишда ўзаро кесишиб, кўтарманинг чегарасига тааллуқли нуқталарни ҳосил қилади.



182-шакл.



183-шакл.

Майдончанинг чуқурликдаги қисми кенгайтириб тасвирланган. Бу қушимча жой оқова сувларнинг ариқча (кювет)лар орқали оқиб кетишини таъминлаш мақсадида ажратилган.

### Савол ва машқлар

1. Сон билан белгиланган проекцияларнинг бошқа проекциялардан фарқи нимадан иборат?
2. Кесманинг проекцияси нима деб аталади?
3. Текислик қандай элементи орқали тасвирланади?
4. Сиртлар қандай чизиқлар орқали тасвирланади?
5. Топографик сирт дегадда қандай сиртни тушунасиз?
6. 184-шакл, 0—9 ларда тасвирланган вариантлардан бирининг график шarti кўчириб чизилсин. Майдонча контурининг плани буйича унинг топографик сирт билан кесишиш чизиғи ясалсин. Майдонча ёнбағирларининг қиялиги 1:1.5, уйиб (қазиб) олинадиган жойнинг қиялиги 1:2 қилиб олинсин.

7-график иш. Мазкур график иш битта вазифадан иборат. Унинг шarti: майдонча контурининг плани берилган бўлиб, унинг топографик сирт билан кесишиш чизиғи ясалсин. Майдонча белгиси 41, майдонча ёнбағирларининг қиялиги  $i=1:1$ , конус шаклида қазиб олинадиган жойнинг, яъни конуснинг қиялиги  $i=1:1$ .

1. Тегишли вариантга мувофиқ, вазифанинг график шarti кўчириб чизилади (185-шакл, а).

2. Майдонча контури томонлари ва конус учун қиялик масштаблари чизиб чиқилади (185-шакл, б).

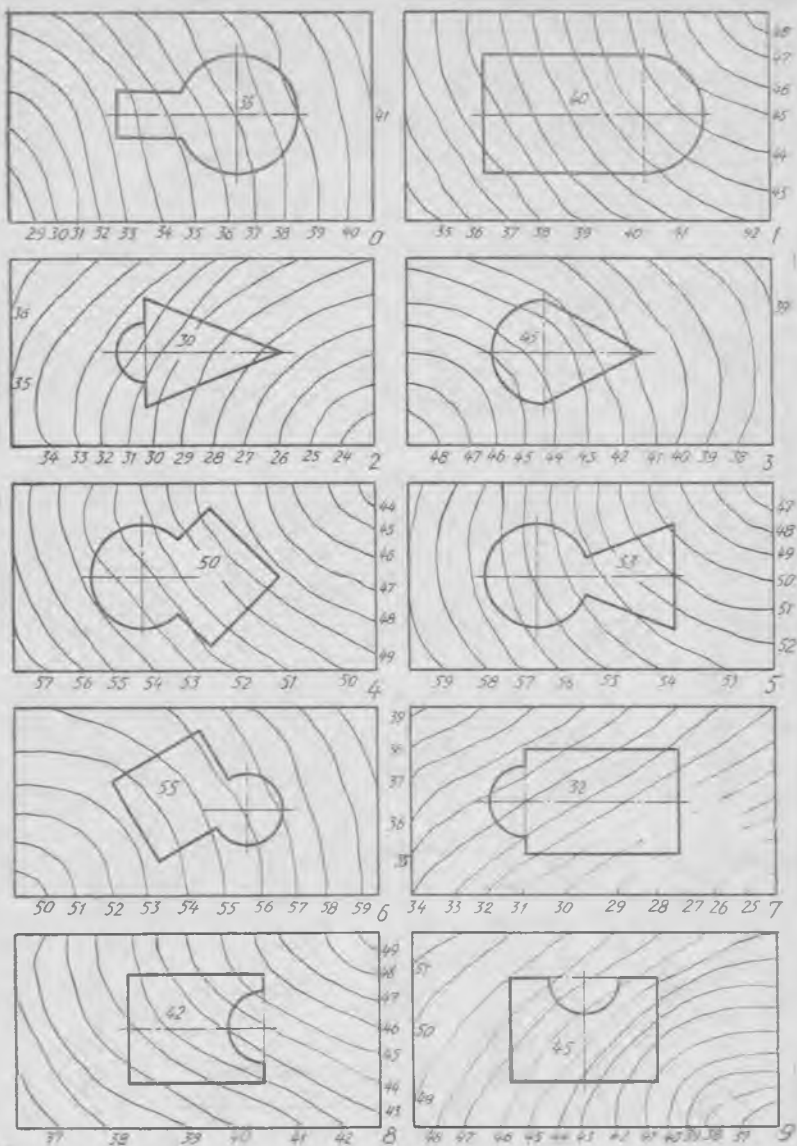
3. Бир номли белгидаги сирт ва қиялик масштаби горизонталларининг узаро кесишиш жойларида изланаётган кесишув чизиғининг нуқталари аниқланади. Бунда қиялик масштабларининг бир номли белгидаги горизонталлари узаро кесишаётган нуқталар кетма-кет туташтирилса, майдонча бурчаклари орқали унинг ёнбағирлари кесишадиган қирраларининг чизиқлари ҳосил бўлади (185-шакл, в).

Майдончанинг конус шаклида уйиб олинган томонида ёнгингарчиликда ҳосил бўладиган сувларнинг оқиб кетишини таъминлайдиган ариқча (кювет) яшаш учун жой ажратилади. Бунинг учун майдонча контуридан сунг конус асоси битта интервал ташлаб чизилади.

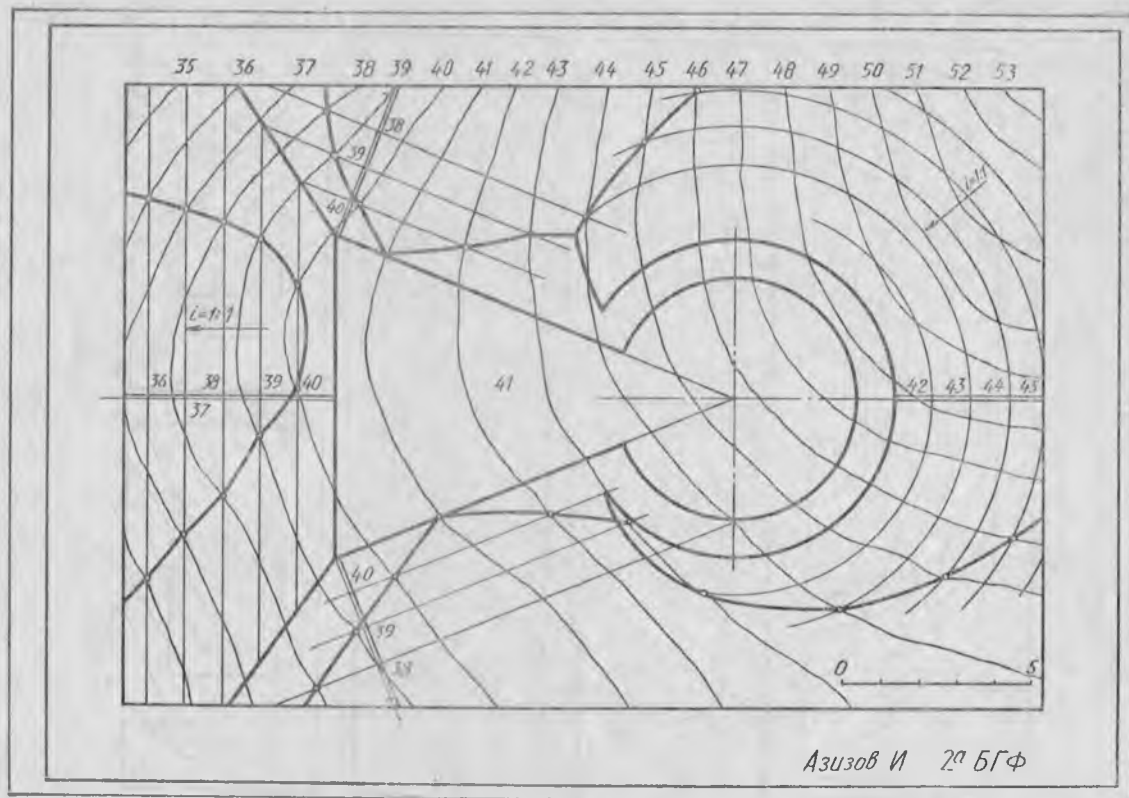
## 12. ПЕРСПЕКТИВ ТАСВИРЛАШ ЯСАШ

Маълумки, ҳар қандай тўғри чизиқ иккита нуқта орқали ифода қилинади. Тўғри чизиқ нуқталарининг перспективаларини аниқлаб олиб, кейин бу нуқталар узаро туташтирилади.

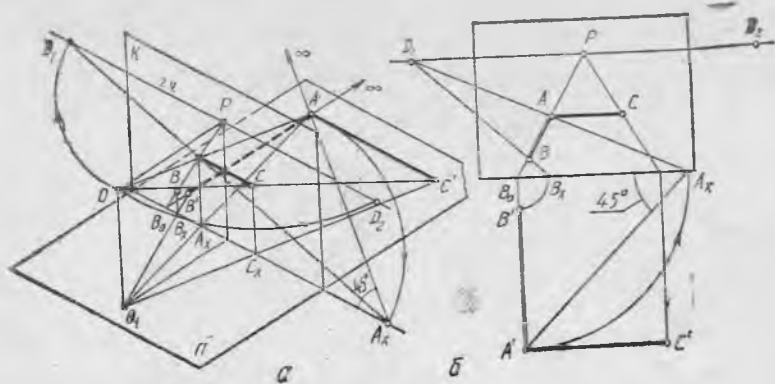
Мисол. Нарсалар текислигидаги  $B'A'C'$  чизиқнинг перспективаси ясалсин (186-шакл, а, б).



184- шакл.



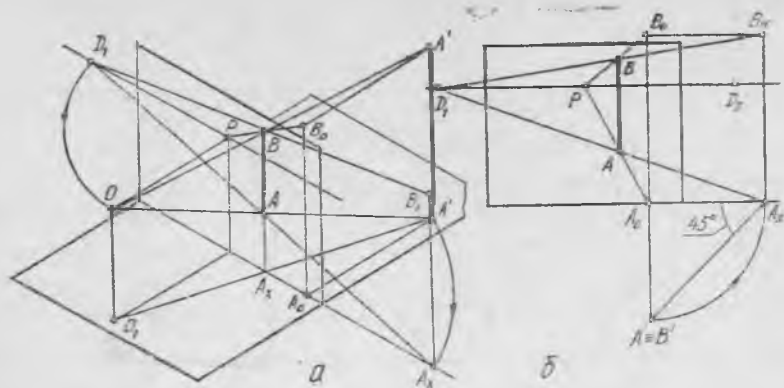
185- шакл.



186-шакл.

*Ечиш.* Қараш нуқтаси  $O$  билан  $B', A', C'$  нуқталар туташтирилиб, кўриш нурлари ҳосил қилинади (186-шакл, а). Шу нурларнинг  $\Pi'$  текисликдаги проекцияларини топиш мақсадида қараш нуқтасининг  $\Pi'$  даги проекцияси билан  $B', A', C'$  нуқталар туташтирилади. Шунда  $\Pi'$  га перпендикуляр  $OO'B', OO'A', OO'C'$  учбурчак текисликлар ҳосил бўлади. Шу текисликларнинг картина текислиги  $K$  билан кесишган чизиқларида  $B', A', C'$  нуқталарнинг перспективалари  $B, A, C$  аниқланади.  $A$  ва  $B, A$  ва  $C$  лар ўзаро туташтирилса,  $B'A'C'$  нинг перспектив тасвири  $BAC$  ҳосил бўлади. Шу чизиқ томонлари таҳлил қилиниб, перспективада  $AB$  икки томонлама давом эттирилса,  $A$  учидан чиққан томони бош нуқта  $P$  билан,  $B$  учи томони картина асосида  $A'B'$  давоми билан кесишмоқда.  $AC$  эса ўзининг  $A'C'$  кўринишига параллел тарзда тасвирланмоқда. Демак, картинага перпендикуляр тўғри чизиқнинг перспективаси бош нуқта  $P$  билан кесишар экан. Картинага параллел тўғри чизиқнинг перспективаси эса ўзининг фазодаги вазиятига нисбатан геометрик параллеллигини сақлар экан.

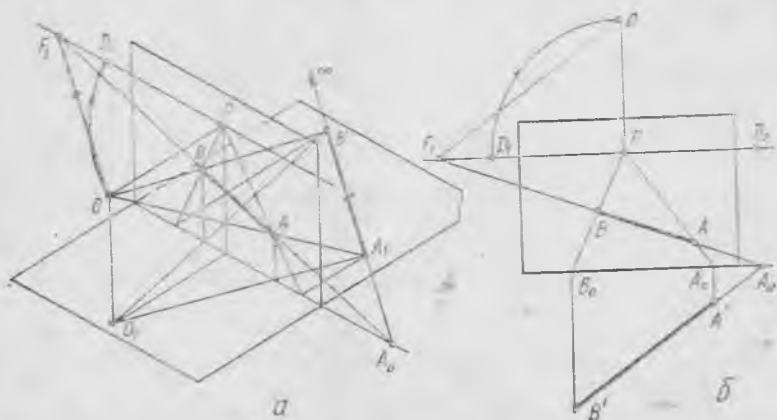
$A'$  нуқтани  $B_0A'$  радиусда картина асоси билан қўшилгунча айлантириб, ҳосил бўлган  $A_x$  ни дистанцион нуқта  $D_1 (PD_1 = OP)$  билан туташтирилса, шу чизиқ  $A$  нуқта орқали ўтади.  $A', A_x$  нуқталар ўзаро туташтирилса, картинага нисбатан  $45^\circ$  бурчак ҳосил бўлади. Демак картинага  $45^\circ$  бурчак ҳосил бўлади. Демак картинага  $45^\circ$  бурчакдаги горизонтал чизиқ перспективада  $D_1$  нуқта билан кесишар экан. Тўғри чизиқларнинг перспективадаги хусусиятларидан фойдаланиб, уларнинг картина асосидаги планда тасвирланган проекциялари орқали перспективаларини яшаш мумкин. Бунинг учун  $A'B'$  давом эттирилади (186-шакл, б) ва картина асоси билан кесиштирилади. Ҳосил бўлган  $B_0$  нуқта картинанинг бош нуқтаси  $P$  билан туташтирилади.  $B_0A'$  радиуси ёй чизиб, картина асосида  $A_x$  нуқта аниқланади ёки  $A'$  дан картина асосига  $45^\circ$  бурчакда чизиқ ўтказилади,



187- шакл.

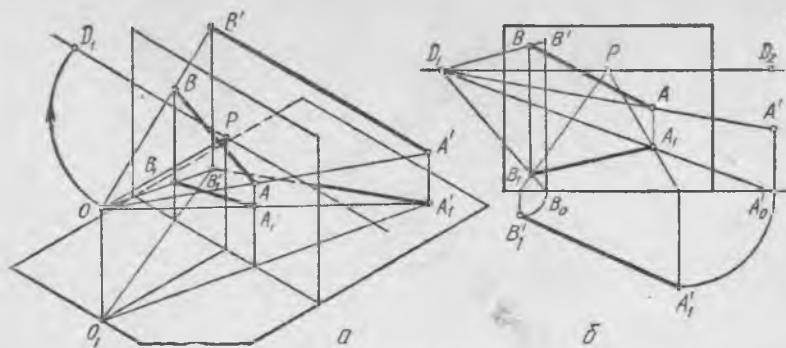
$A_x$  нуқтани  $D_1$  билан туташтирилади. Шунда  $A$  нуқтанинг перспективаси топилади. Шу тартибда  $B$  топилади.  $C'$  дан картина асосига перпендикуляр чизиқ,  $P$  билан туташтирилади, ва  $A$  дан картина асосига параллел чизиқ чизиқ,  $AC$  чизиқнинг перспективаси ясалади.

187-шаклда вертикал, яъни  $\Pi_1$  га перпендикуляр  $A'B'$  чизиқнинг перспективасини яшаш тасвирланган.  $A'$  ни  $O'$  билан туташтириб картина асосидаги  $A_x$  дан вертикал чизиқ чизилади ва  $OA'$ ,  $OB'$  чизиқлар орасида  $AB$  перспективаси аниқланади. Картина асосидаги планда бу тўғри чизиқ кесмаси нуқта кўринишида тасвирланади.  $A' \equiv B'$  дан картина асосига перпендикуляр чизиқ ўтказиб,  $A_0$  ни  $P$  билан туташтирилади.  $A'B'$  кесма картина билан жипслашгунча айлантирилади ва  $A'B'$  нинг  $A_x$  нуқтасини  $D_1$  билан туташтириб,  $A_0P$  чизиқда  $A$  нуқта аниқланади ҳамда  $B_k D_1$  чизиқда  $B$  нуқта топилади. Бу ерда  $A_x B_x$  масофа кесманинг ҳақиқий узунлигига тенг. Бундай тўғри чизиқнинг перспективаси ўзининг геометрик параллеллигини сақлайди.



188- шакл.





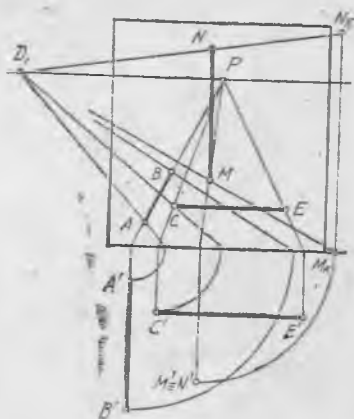
189- шакл.

Картинага нисбатан ихтиёрий бурчакдаги горизонтал чизиқнинг перспективасини тасвирлаш 188-шаклда кўрсатилган. Перспективада  $AB$  ясалгандан кейин уни икки томонлама давом эттирилса, унинг бир томони горизонт чизиғидаги  $F_1$  нуқтада, иккинчи томони ўзининг  $P'$  даги  $A'B'$  нинг давоми билан картина асосида кесишади. Агар  $O$  дан  $A'B'$  га параллел чизиқ чизилса, у горизонт чизиғидаги  $F_1$  нуқта билан кесишади. Демак, картинада тўғри чизиқларнинг горизонт чизиғидаги кесишиш нуқтасини аниқлаш учун қараш нуқтаси  $O$  дан ўша тўғри чизиққа параллел бўлган қараш нури ўтказиш керак экан. Шу хусусиятдан фойдаланиб, картинада унинг асосидаги планда тасвирланган  $A'B'$  га  $O$  дан параллел чизиқ чизилса, горизонт чизиғида  $F_1$  нуқта топилади.  $A'B'$  ни давом эттириб, картина асоси билан кесиштирилади ва  $F_1$  билан туташтирилади. Шунда  $A'B'$  чизиқнинг картинадаги перспективаси ясалади. Кесманинг чегаралари перспективада картинага перпендикуляр чизиқлар ёрдамида аниқланади.

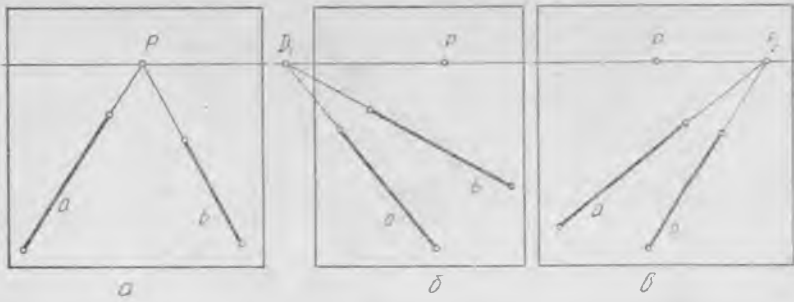
Картинага нисбатан умумий вазиятдаги тўғри чизиқнинг перспективасини яшаш (189-шакл) учун олдин унинг  $P'$  текисликдаги проекциясининг перспективаси вертикал чизиқлардан фойдаланиб аниқланади.

190-шаклда картинага нисбатан турли вазиятлардаги тўғри чизиқларнинг перспективаларини яшаш тасвирланган.

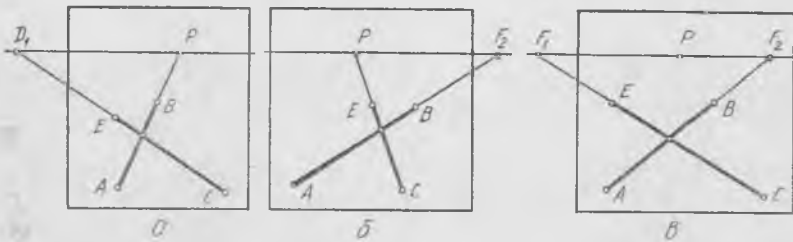
Икки тўғри чизиқнинг перспективаси. Маълумки, тўғри чизиқлар ўзаро параллел, кесишувчи ёки айқаш бўлади. Перспективада ўзаро параллел тўғри чизиқлар битта кесишиш нуқтаси-



190- шакл.



191- шакл.

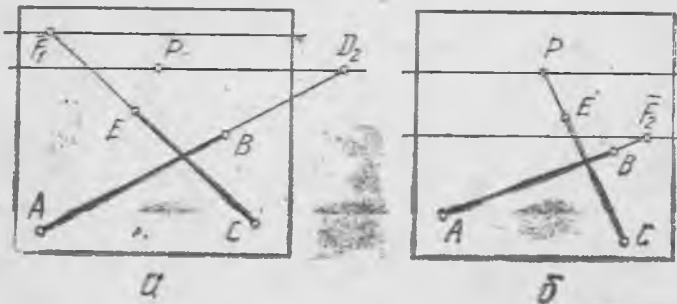


192- шакл.

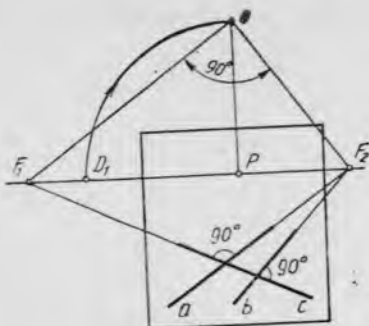
га эга бўлади (191- шакл). Узаро кесишувчи тўғри чизиқлар битта горизонт чизиғида иккита кесишиш нуқтасига эга бўлади (192-шакл). Узаро айқаш тўғри чизиқлар ҳар хил баландликдаги горизонт чизиқларидаги кесишиш нуқталарига эга (193-шакл).

Мисол. Перспективада тўғри чизиққа параллел ва перпендикуляр тўғри чизиқ ўтказилсин (194- шакл).

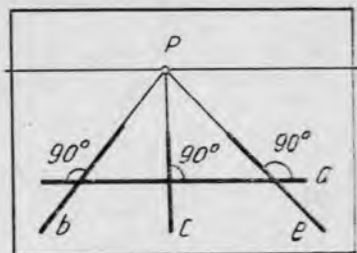
Ечиш. Картинада тасвирланган  $a$  тўғри чизиқ ихтиёрий бурчакдаги тўғри чизиқнинг перспективаси бўлиб, унга олдин па-



193- шакл.



194- шакл.



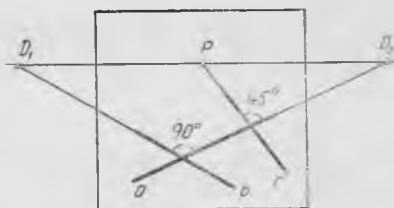
195- шакл.

параллел тўғри чизиқ ўтказиш учун,  $F_2$  дан ихтиёрий йўналишда  $b$  тўғри чизиқ ўтказилади (191- шакл,  $\theta$ ). Сўнгра бу тўғри чизиққа, перпендикуляр тўғри чизиқ ўтказиш учун,  $P$  дан вертикал чизиқ тушириб, унга  $PD_1$  масофа олиб ўтилади ва ҳосил бўлган  $O$  нуқтадан  $OF_2$  га перпендикуляр чизиқ ўтказилади. Шунда ҳосил бўлган  $F_1$  нуқта орқали ўтказилган  $c$  чизиқ берилган  $a$  чизиққа перпендикуляр ҳисобланади (194- шакл).

195- шаклда картинага перпендикуляр тўғри чизиқларга перпендикуляр чизиқ ўтказиш тасвирланган.

196-шаклда картинага  $45^\circ$  бурчакдаги тўғри чизиққа перпендикуляр ва  $45^\circ$  бурчакдаги тўғри чизиқни ўтказиш кўрсатилган.

Кўпбурчакли текис шакллар тўғри чизиқ кесмаларидан ташкил топган бўлади. Уларнинг перспективаларини яшаш кесмаларнинг перспективаларини яшаш каби амалга оширилади.

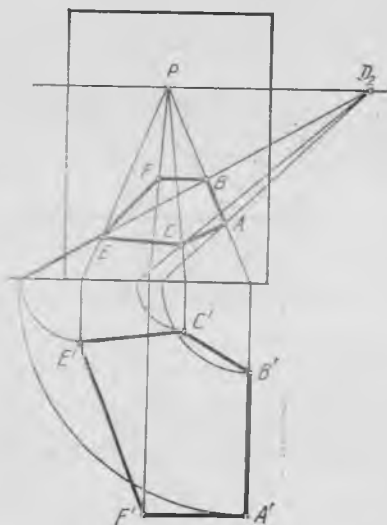


196- шакл.

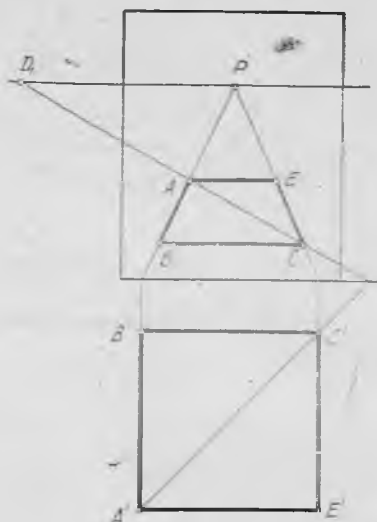
**Мисол.** Кўпбурчакли текис шаклнинг перспективаси ясалсин (197- шакл).

**Ечиш.** Кўпбурчакнинг нуқталаридан картина асосига перпендикуляр чизиқлар ўтказиб, ҳосил бўлган нуқталар бош нуқта  $P$  билан туташтирилади. Картинага нисбатан  $45^\circ$  бурчакдаги чизиқлардан фойдаланиб, кўпбурчакнинг  $ABCEF$  перспективаси ясалади.

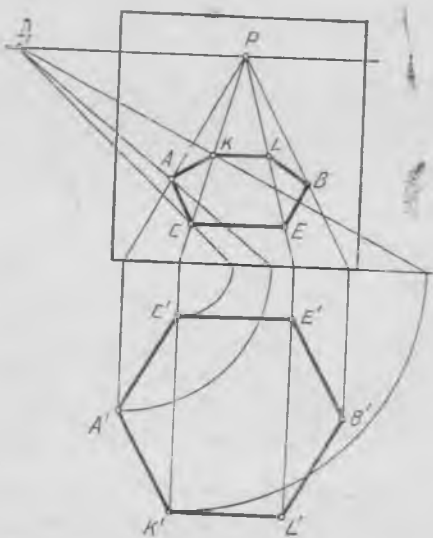
Картинага иккита томони билан параллел ва перпендикуляр жойлашган квадратнинг перспективасини яшашда (198- шакл) унинг диагоналидан фойдаланилади. Олдин квадрат томонлари картина асосигача давом эттирилади ва  $P$  билан туташтирилади. Квадратнинг диагонали картина асосигача давом эттирилиб,  $D_1$  билан туташтирилади. Шунда квадрат диагонаlining перспективаси ( $AC$ ) ҳосил бўлади ва  $A, C$  дан картина асосига параллел чизиқ чизилса, квадратнинг перспективаси ясалади.



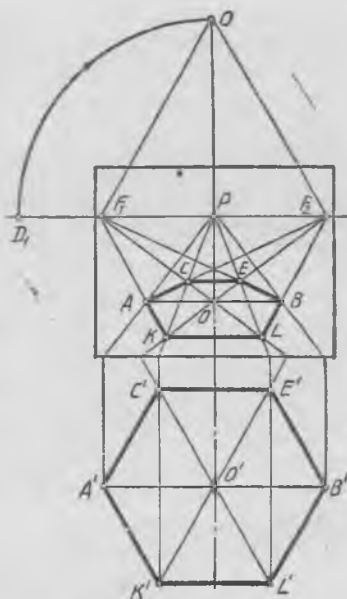
197- шакл.



198- шакл.



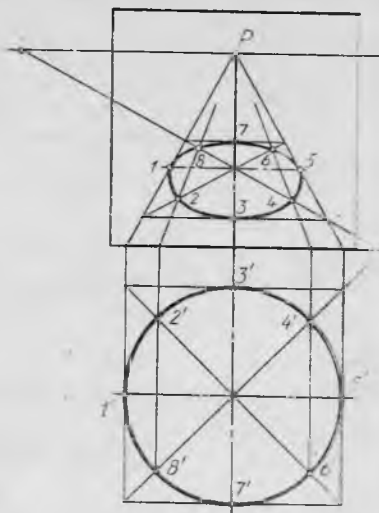
199- шакл.



200- шакл.

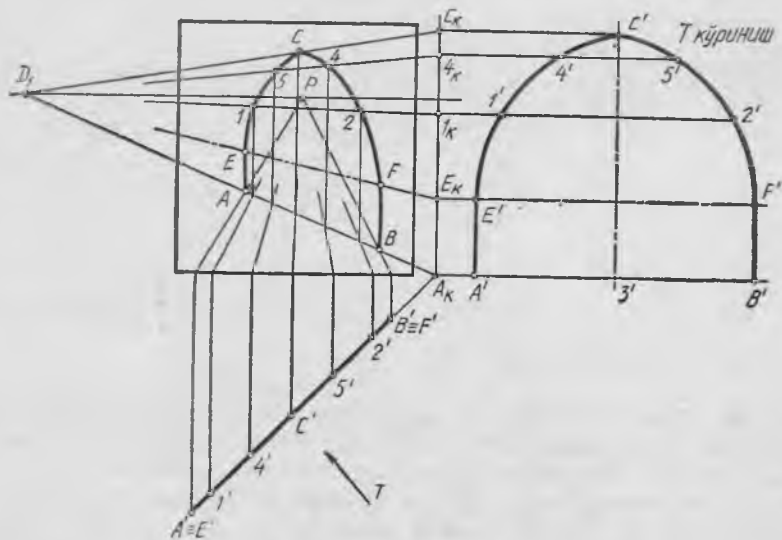
Мунтазам олтибурчакнинг перспективасини ясашда унинг  $C'E'$ ,  $K'L'$  томонлари билан бир қаторда  $A'B'$  нинг ҳам перспективаси ясаб олинади. Перспективада  $AC$ ,  $AK$ ,  $BE$ ,  $BL$  лар ўзаро туташтирилади (199-шакл).

Мунтазам олтибурчак диагоналарининг перспективасини яшаш орқали унинг перспективасини яшаш мумкин (200-шакл). Бунинг учун  $P$  дан юқорига  $PD_1$  масофани ўлчаб қўйиб, қараш нуқтаси  $O$  топилади.  $O$  дан олтибурчак диагоналларига параллеллар чизиб, горизонт чизиғида  $F_1$  ва  $F_2$  нуқталар топилади. Олтибурчакнинг диагоналлари-нинг перспективаси аниқланади. Диагоналларнинг перспективаси кесишган нуқта ( $O$ ) олтибурчак марказининг перспективаси ҳисобланиб, у орқали картина асосига параллел чизиқ ўтказилади. Олтибурчак нуқталаридан картина асосига перпендикуляр чизиқлар ўтказилиб, уларни  $P$  билан туташтирилса, олтибурчак нуқталарининг перспективаси топилади.



201- шакл.

Айлананинг перспективасини яшаш учун (201-шакл) квадратнинг перспективасини яшаш усулидан фойдаланилади. Айлананинг ташқарисига уринма квадрат чизилади ва унинг диагоналлари ўтказилади. Шунда айланада саккизта нуқта ҳосил бўлади. Квадратнинг перспективаси ясашиб, перспективада диагоналлари ўтказилади. Квадрат маркази  $O$  дан картина



202- шакл.

асосига параллел чизиқ чизилади ва 1, 5 нуқталар аниқланади. Квадрат томонидаги 3 ва 7 нуқталар белгилангандан кейин квадрат диагоналларидаги нуқталар картинага перпендикуляр чизиқлар орқали топилади. Барча аниқланган нуқталарнинг перспективалари ўзаро равоун туташтирилади.

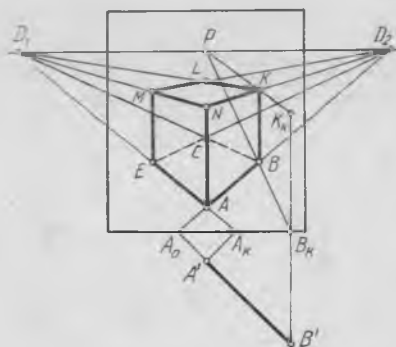
Мисол. Айлана ёйидан ҳосил бўлган арканинг перспективаси ясалсин (202- шакл).

Перспективада арканинг асоси ясаб олинади ва асосидаги нуқталарнинг перспективадаги ўрни аниқланади. Арканинг  $T$  кўринишидаги нуқталардан картина асосига параллел чизиқлар ўтказиб, уларни картина ёни билан кесштирилади ҳамда  $D_1$  билан туташтирилади. Перспективадаги арка асосидаги нуқталардан чизилган вертикал чизиқлар билан  $D_1$  га туташтирилган чизиқлар мос равишда кесишиб, арка чизиғига онд нуқталарнинг перспективаларини ҳосил қилади.

### 12.1. Перспектив масшталлар

Перспективада кенглик, баландлик ва ичкарилик масшталлари мавжуд бўлиб картинанинг асоси кенглик, картинанинг вертикал ён томони баландлик ва картинанинг бош нуқтасига йўналган томон ичкарилик (чуқурлик) масштали ҳисобланади.

Перспектив масшталлардан фойдаланиб, ҳар хил узоқликда жойлашган ва турли баландликлардаги нарсаларнинг ўрнини картинада тўғри аниқлаш мумкин. Бундай масалаларни маълум ўлчамли квадрат тўрлар ясаш йўли билан амалга оширсан бўлади. Перспективада квадратлардан тузилган тўрларни ясаш-



203- шакл.

да, масштабга биноан кесмани шартли равишда 1 м деб, картина асосига ўлчаб қўйилади ва 1, 2, 3, 4 рақамлар билан белгиланади. Шунда картина асоси 4 м га тенг бўлади (203- шакл). Шу тартибда картинанинг вертикал ён томонига ҳам 1 м дан бир нечта бўлак ўлчаб қўйилади. 1, 2, 3, 4 нуқталар  $P$  билан туташтирилади ва картина бурчагидаги  $O$  нуқта  $D_1$  билан туташтирилади. Шунда мазкур чизиқ  $4P$  чизиқни  $A$  нуқтада кесади.  $A$  нуқтадан картина асосига парал-

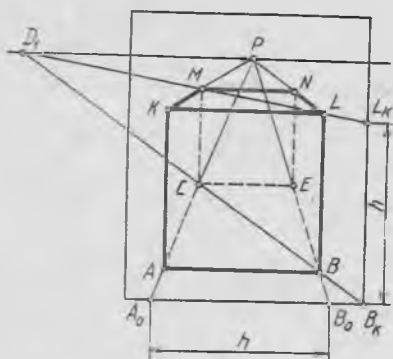
лел ва вертикал чизиқлар чизиб чиқилса, хона перспективаси ясалади.  $OD_1$  чизиқнинг  $1P$ ,  $2P$ ,  $3P$  чизиқлар билан кесишаётган I, II, III нуқталаридан картина асосига параллел чизиқ чизилса, пол текислигида  $1 \times 1$  м ли квадратларнинг перспективалари ҳосил бўлади. Ён девор текислигида ҳам худди шундай квадратлар перспективалари ясалади. Хонадаги  $TE$  кесманинг

узунлиги 1 м,  $TK$  кесманики эса 1,5 м бўлиб,  $T$  нуқтанинг ўрни 2,5 м ичкарилиқда, ўнг ён девордан 1,5 м да жойлашган.

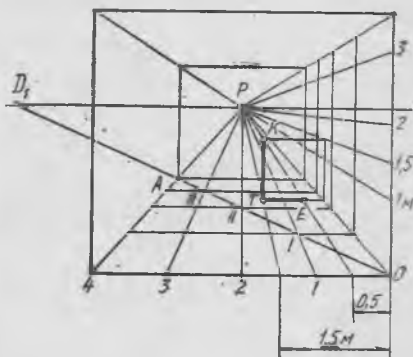
## 12.2. Сиртларнинг перспективаси

Сирт қирралари (ясовчилари) тўғри чизиқ кесмаси деб қаралади ва уларнинг перспективалари ясалиб, керакли нуқталарни ўзаро туташтирилади.

Мисол. Кубнинг перспективаси ясалсин (204-шакл).



204-шакл.



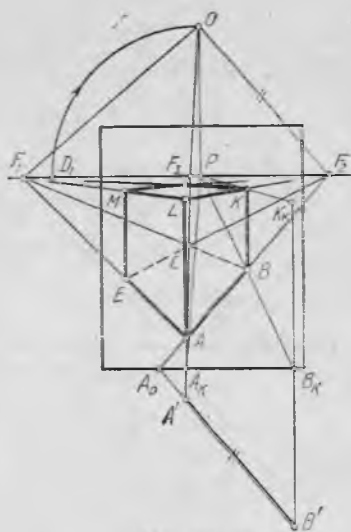
205-шакл.

*Ечиш.* Картина асосида ихтиёрий узунликда  $A_0B_0$  кесма олинади ва уни куб томонининг ҳақиқий узунлиги деб,  $A_0$  ва  $B_0$  нуқталарини  $P$  билан туташтирилади. Картина асосида ихтиёрий танлаб олинган  $B_k$  нуқтани  $D_1$  билан туташтирилса, куб асосининг перспективаси ясалади.  $B$  нуқтадан вертикал чизиқ ўтказиб, унга  $A_0B_0$  кесма ўлчаб қўйилади ва  $L$  нуқта  $D_1$  билан туташтирилса, кубнинг юқори асоси перспективаси ясалади.

Мисол. Томонлари билан картинага нисбатан  $45^\circ$  бурчакда жойлашган кубнинг перспективаси ясалсин (205-шакл).

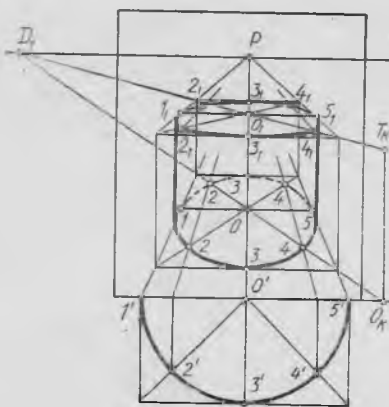
*Ечиш.* Картинада  $A$  нуқтани ихтиёрий танлаб олиб, уни  $D_1$  ва  $D_2$  лар билан туташтирилади.  $P$  билан  $A$  ўзаро туташтирилади ва картина асосига давом эттирилиб,  $A_0$  нуқтадан картина асосига  $45^\circ$  бурчакда чизиқ ўтказилади.  $D_1A$  чизиқнинг картина асоси билан кесишиш нуқтаси  $A_k$  дан картина асосига  $45^\circ$  бурчакда чизиқ ўтказилса,  $A'$  нуқта ҳосил бўлади. Квадрат томонининг ҳақиқий узунлиги ихтиёрий танлаб олинади ва уни  $A'$  дан ўлчаб қўйиб, ҳосил бўлган кесмани  $A'B'$  деб белгиланади.  $B'$  дан картина асосига перпендикуляр чизиқ,  $P$  билан туташтирилса, перспективада  $B$  нуқтанинг ўрни аниқланади.  $B$  билан  $D_1$  туташтирилса,  $AP$  чизиқда  $C$ ;  $C$  нуқта  $D_2$  билан туташтирилиб, давомида  $E$  нуқта топилади. Шунда куб асосининг перспективаси ясалади.  $B_x$  юқорига  $A'B'$  кесма ўлчаб қўйилиб,  $K_k$  нуқтани  $P$  билан туташтириш орқали кубнинг юқори асосининг перспективасини яшаш мумкин.

Томонлари билан картинага висбатан ихтиёрый бурчакда жойлашган кубнинг перспектива-сини ясаш учун (206-шакл) горизонт чизигида ихтиёрый  $F_2$  нуқта таълаб олинади ва кубнинг бир томони шу нуқтада кесишади деб,  $O$  нуқтадан  $OF_2$  га перпендикуляр чизилади. Шунда кубнинг бошқа томонлари кесишадиган  $F_1$  нуқта аниқланади. Картинада  $A$  нуқта таълаб олинади ва у  $F_1, F_2$  лар билан туташтирилади.  $F_2A$  картина асосигача чизилиб,  $A_0$  нуқта топилади.  $PA$  чизиқнинг картина асосидаги кесишиш нуқтаси  $A_k$  ҳам топилади.  $A_0$  дан  $OF_2$  чизикка параллел чизиқ чизилса, куб томонининг пландаги кўринишининг йўналиши ҳосил бўлади.  $A_k$  дан картина асосига перпендикуляр чизиб,  $A'$  топилади ва ундан куб томонларининг ҳақиқий узунлиги  $A'B'$  ўлчаб қўйилади.  $B'$  дан картина асосига перпендикуляр чизиб ҳосил қилинган нуқта  $P$  билан туташтирилса, перспективада  $B$  нуқта аниқланади.  $B$  ни  $F_1$  билан туташтириб,  $C$  нуқта топилади.  $C$  нуқта  $F_2$  билан туташтирилиши натижасида  $E$  нуқтанинг перспективаси аниқланади. Шунда куб асосининг перспективаси ҳосил бўлади.  $B_k$  дан картина асосига перпендикуляр чизиб, унга куб томонининг ҳақиқий узунлиги  $A'B'$  ўлчаб қўйилади ва перспективада  $K$  нуқтанинг ўрни топилади.

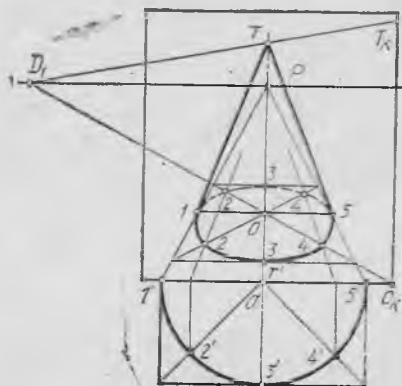


206-шакл.

Ўқи  $\Pi_1$  га перпендикуляр бўлган тўғри доиравий конуснинг перспективасини ясаш учун (207-шакл) дастлаб конус асоси-



207-шакл.



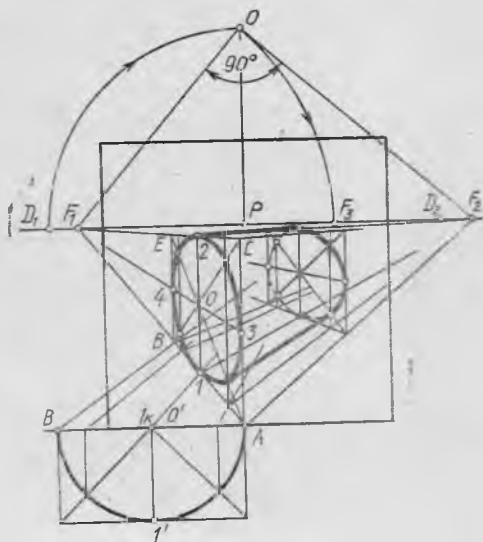
208-шакл.



нинг перспективаси 201-шаклдаги каби ясаб олинади. Кейин конус баландлигининг ҳақиқий узунлиги  $O_k$  дан ўлчаб қўйилади ва  $T_k$  нуқта  $D_1$  билан туташтирилади.  $O$  дан вертикал чизиқ ўтказилса, конус ўқининг перспективадаги тасвири чизилади ва унда  $T$  нуқта топилади.  $T$  нуқтадан конус асосининг перспективасига уринмалар чизиш орқали конуснинг перспективаси ясалади.

Тўғри доиравий цилиндрнинг перспективасини ясаш учун унинг остки ва устки асосларининг перспективалари  $OT$  баландликда ясаб олинади ва асосларининг перспективаларига уринмалар ўтказилади (208-шакл).

Картинага нисбатан ихтиёрий бурчакда жойлашган тўғри доиравий цилиндрнинг перспективасини ясаш учун (209-шакл) унинг ўқи кесиншадиган  $F_2$  нуқта горизонт чизиғида танлаб олинади.  $OF_2$  га перпендикуляр чизиқ ўтказилса, горизонт чизиғида  $F_1$  топилади. Цилиндр олд асосининг маркази ( $O$ ) нуқта танлаб олинади ва ундан вертикал чизиқ чизилади. Цилиндр диаметрининг перспективадаги тасвири ( $12$ ) танлаб олинади ва  $I$  нуқта  $F_2$  билан туташтирилиб, картина асосида  $O_k$  нуқта аниқланади.  $I$  нуқтани  $F_1$  билан туташтириб, картина асосида  $A_k$  нуқта топилади.  $O_k A_k$  радиусли ярим айлана чизиб, ярим квадрат чизилади ва унинг бурчаклари  $O_k$  билан туташтирилади. Шунда айланада қўшимча нуқталар топилади. Бу қўшимча нуқталар картина асосига олиб ўтилади ва  $F_2$  нуқта билан туташтирилади.  $A$  ва  $B$  лардан вертикал чизиқлар ўтказиб,  $F_1 2$  чизиғида  $C$  ва  $E$  нуқталар топилади.  $AE$  ва  $BC$  лар квадрат диагоналлариининг перспективаси бўлиб, уларда айлана перспективасининг қўшимча нуқталари топилади. Цилиндр орқа асосининг перспективаси ҳам олд асосининг перспективаси каби ясалади.



209-шакл.

### 12.3. Интерьер перспективаси

Перспективада хонанинг ички кўринишини тасвирлашга *интерьер* дейилади. Интерьерни тасвирлаш учун картина остисига *хона* плани чизилади ва унда нарсаларнинг баландликларини бел-

гилаб олинади. Хона плани олдига картина изи чизилади. Шунда хонага картина орқали қаралаётгандек бўлади (210-шакл).

1. Бош нуқта  $P$  дан пастга вертикал чизиқ чизилади ва  $O$  нуқта ( $OP = PD_1$ ) аниқланади.  $O$  нуқта орқали пландаги нарсаларнинг томонларига параллел чизиқлар ўтказилиб, горизонт чизиғида бу нурларнинг кесилиш нуқталари ( $F_1, F_2, F_3$ ) топилади.

2. Хона перспективасини яшаш учун девор ва полнинг кесилиш чизиғи картина асосига давом эттирилади ва  $P$  билан туташтирилади. Дистанцион нуқта  $D_1$  билан  $I_0$  ўзаро туташтирилиб, хонанинг тўриси (чуқурлиги) топилади. Перспектив масшаблар ёрдамида хонадаги эшик, деразаларнинг ўринлари белгиланади.

3. Ўнг ён ва олд фронтал девор бурчагидаги полга қўйилган шкафнинг перспективаси ясалади.

4. Чап ён девордаги дераза ва фронтал девордаги эшик перспективаси ясалади. Эшик тавақасининг очиқ ҳолати  $F_3$  ва  $P$  нуқталар орқали аниқланади. Бунинг учун  $O$  дан эшикнинг очиқ ҳолатдаги тавақасига параллел чизиқ чизиб, горизонт чизиғида  $F_3$  нуқта топилади ва у билан перспективадаги эшик бурчаги туташтирилади.  $2'$  нуқтадан картина асосига перпендикуляр чизиб ҳосил қилинган нуқта  $P$  нуқта билан туташтирилса, перспективада  $2$  нуқта топилади. Перспективадаги эшик тавақасининг юқори томонини топиш учун  $F_3$  нуқтадан фойдаланилади.

5. Хонанинг чап бурчагидаги телевизор ва унинг остидаги кутини перспективада тасвирлашда  $F_2$  нуқтадан фойдаланилади.

6. Хона ўртароғидаги стол ва креслоларнинг перспективаларини яшашда  $F_1, F_3$  нуқталардан фойдаланилади.

Хонадаги жиҳозларнинг элементларининг перспективасини яшашда турли яшаш қоидаларига амал қилиш мумкин.

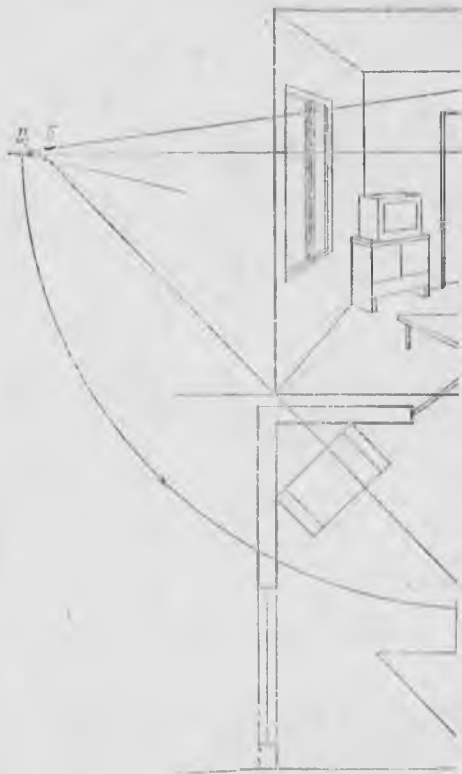
Хона плани 211-шаклдагидек берилган бўлса, унинг перспективасини яшаш учун, бош нуқта  $P$  дан пастга  $OP$  масофа  $PD_1$  га тенг қилиб қўйилади.  $O$  дан хона деворлари ва жиҳозлари томонларига параллел тарзда ингичка чизиқлар ўтказилади ва уларни горизонт чизиғи билан кесиштириб,  $F_1, F_2$  нуқталар аниқланади. Хона деворларининг картина изи билан кесишган нуқталаридан картина асосига ўтказилган перпендикулярлар  $F_1, F_2$  нуқталар билан туташтирилса, улар перспективада ўзаро кесишиб, икки деворнинг кесишиш чизиғи, яъни хонанинг бурчаги ҳосил бўлади. Хонадаги жиҳозларни, эшикни перспективада яшашда бош нуқта  $P$ , дистанцион нуқта  $D_1$  ва  $F_1, F_2$  лардан фойдаланилади.

#### *Савол ва машқлар*

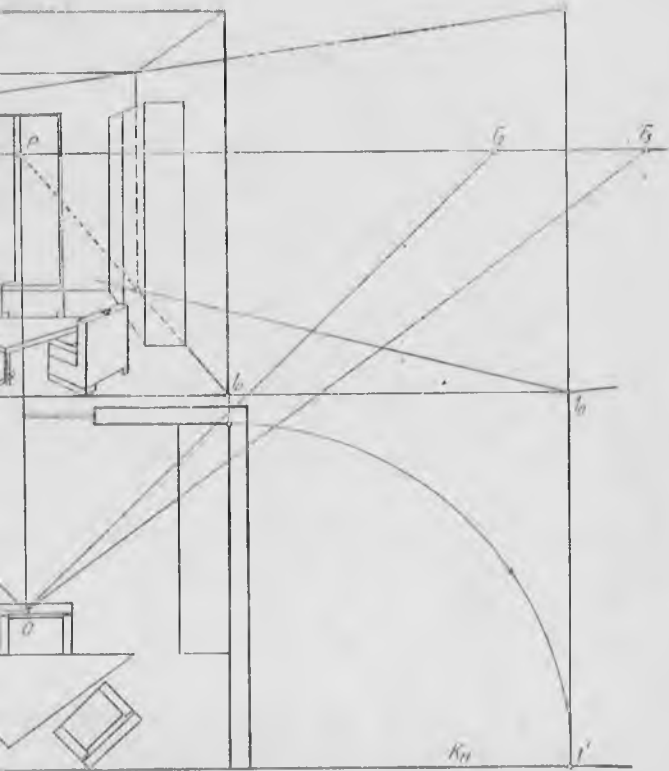
1. Перспектив тасвир яшаш апаратни элементлари нималардан ташкил топади?

2. Турли вазиятдаги тўғри чизиқларнинг горизонт чизиғидаги кесишиш нуқталари перспективада қандай аниқланади?

12-237



161



210- шагл.

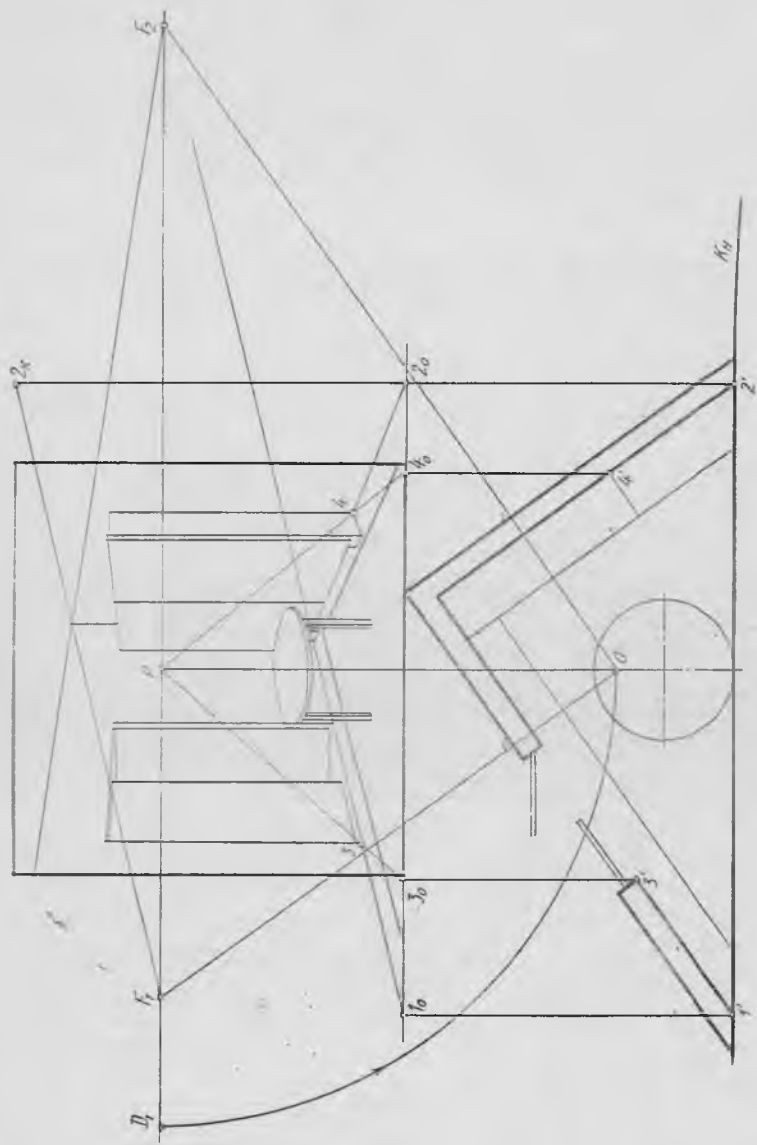


Fig. 1.

3. Айлана перспективасини яшаш учун қандай усул татбиқ қилинади?

4. Геометрик сиртларнинг перспективалари қайси тартибда ясалади?

5. Перспектив масштаблар нима? Перспектив тасвирлар яшашда уларнинг аҳамияти нимадан иборат?

6. Интерьер деганда нимани тушунаси?

7. 212-шакл, 0—9 ларда берилган вариантлардан бири кучириб чизилсин. Планга бинноан хонанинг жиҳозлари билан биргаликдаги перспективаси ясалсин.

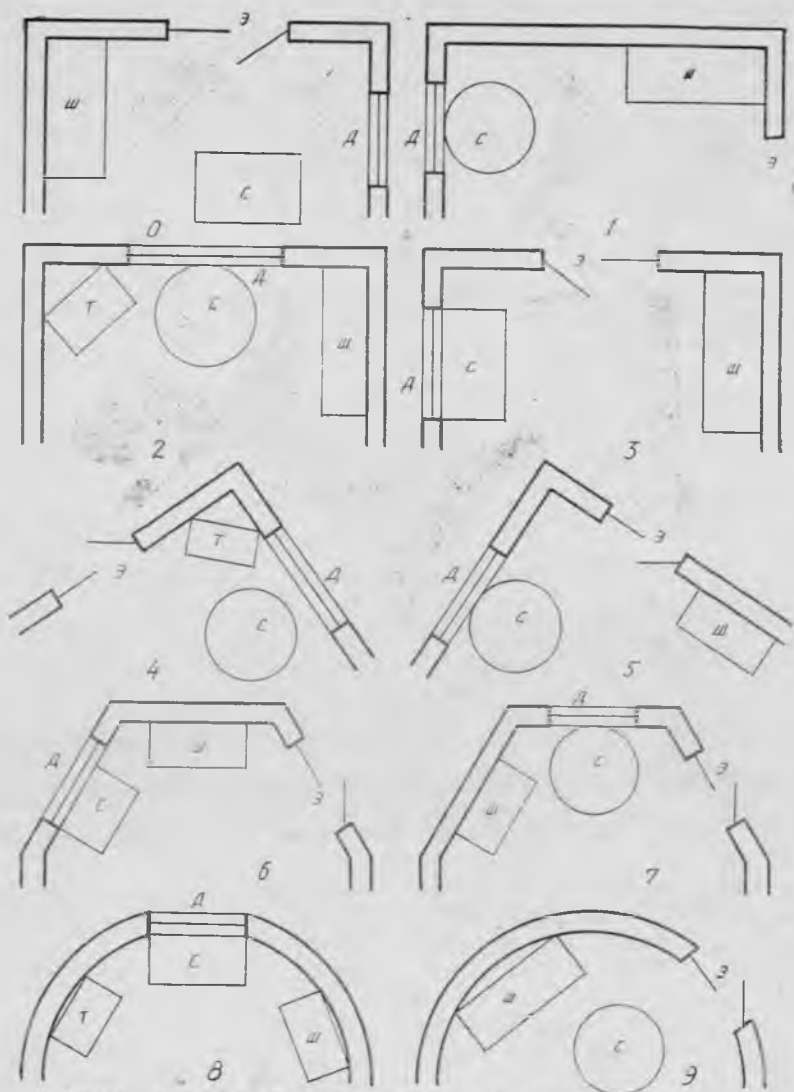
8-график иш. Хонанинг плани асосида унинг жиҳозлари билан биргаликдаги перспективаси ясалсин.

1. Вариантга кўра, картина ва унинг остига хона плани чизилади. Горизонт чизигини ўтказиш учун картинанинг ён томонида баландлик масштаби белгиланади (213-шакл).

2. Бош нуқта  $P$  ва дистанцион нуқталардан бири  $D_1$  белгиланади ва  $P$  дан пастга  $PD_1$  масофа олиб ўтилиб,  $O$  нуқта аниқланади.  $O$  дан хона деворлари, хона ичидаги жиҳозларнинг томонларига параллеллар чизиб, горизонт чизигидаги кесишув нуқталари ( $F_1, F_2$ ) белгиланади. Картина изи билан девор чизигининг кесишайтган  $I_k, O_k$  нуқталаридан картина асосига перпендикуляр чизиқлар ўтказиб,  $F_1$  ва  $F_2$  билан туташтирилади. Шунда перспективада хона бурчаги ҳосил бўлади. Хонанинг баландлиги (полдан шипгача бўлган масофа)ни 3 м деб белгилаб, мазкур масофани  $2_k$  нуқтадан вертикал чизилган чизиққа ўлчаб қўйилади ва  $F_2$  билан туташтирилади. Бу чизиқнинг хона бурчаги билан кесишиш нуқтаси  $F_1$  нуқта билан туташтирилса, хона бурчагининг перспективаси тайёр бўлади. Хона эшиги ва деразаларнинг ўрни картинага нисбатан перпендикуляр чизиқлар орқали аниқланади. Деразанинг юқори чизиги полдан 2,5 м баландликда деб, баландлик масштабидаги 2,5 м белги  $F_2$  билан туташтирилади ва бир йўла эшикнинг баландлиги ҳам аниқланади. Полдан деразачага масофани 1 м деб, баландлик масштабидаги 1 м белгини  $F_2$  билан туташтирилади. Натижада хона ичидаги эшик ва дераза ўрнинларининг перспективаси ясалади (213-шакл).

3. Хонадаги жиҳозларнинг перспективаларини яшашда дастлаб уларнинг пол текислигидаги асослари ясаб олинади. Сўнгра перспектив масштаблардан фойдаланиб, жиҳозларнинг элементлари аниқланади (213-шакл).

214-шаклда 8-график иш учун интерьер перспективаси тури тасвирланган.

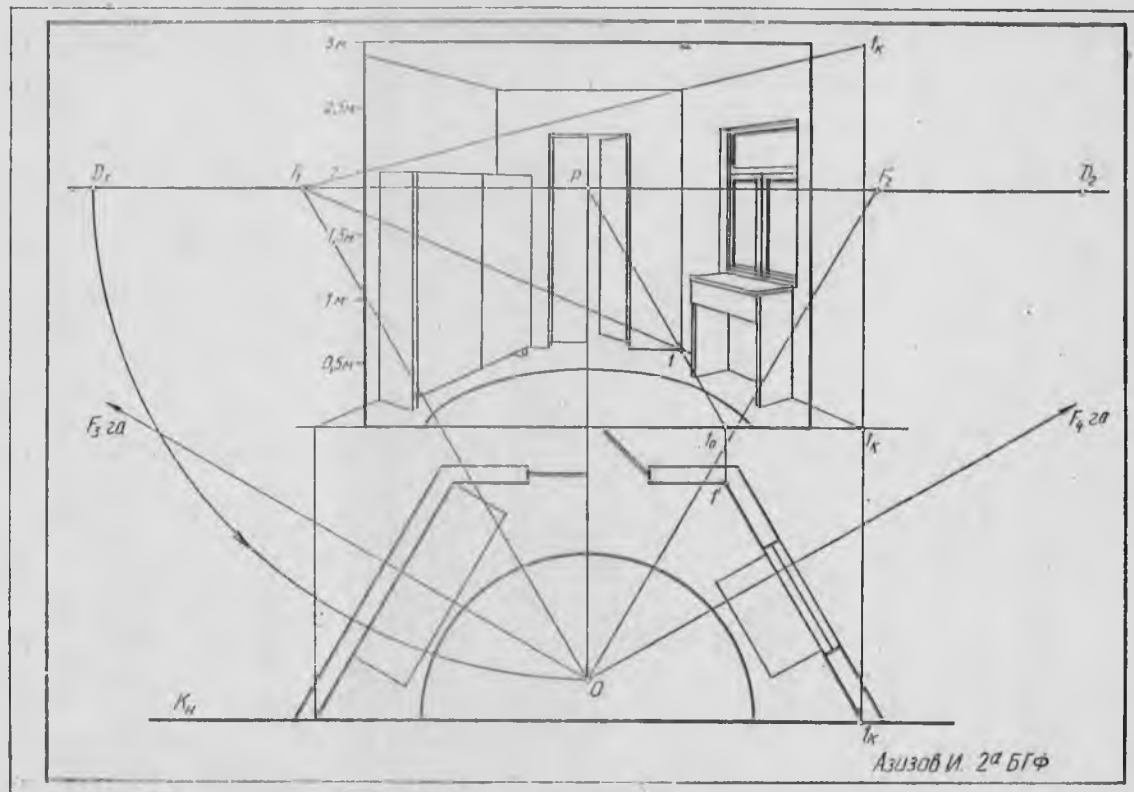


Д- дeрeзa, С- cтoл, Т- тeлeвизoр, Ш- шкaфнeр oднo шкaф, Э- эшк

212- шaкл.







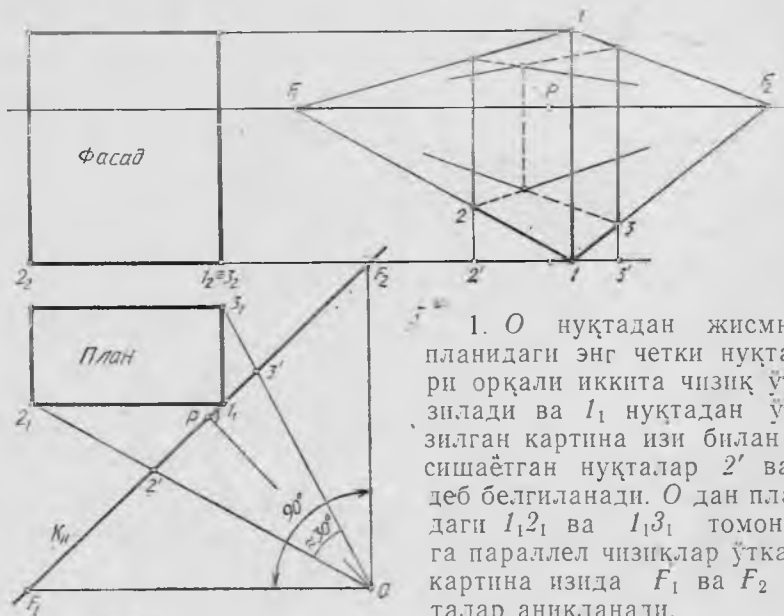
214- шакл.

## 12.4. Архитекторлар усулида перспектив тасвирлар яшаш

Объектнинг фронтал проекцияси *фасад*, горизонтал проекцияси эса *план* деб аталиб, улардан фойдаланиб ясалган перспектив тасвир архитекторлар усулида ясалган ҳисобланади.

**Мисол.** Параллелепипеднинг перспектив тасвири архитекторлар усулида ясалсин (215-шакл).

**Ечиш.** Параллелепипеднинг планига нисбатан қараш нуқтаси  $O$  танлаб олинади. Жисмнинг пландаги энг четки нуқталари  $O$  билан туташтирилганда ҳосил булаётган ўткир бурчак  $30^\circ$  атофида бўлиши керак.



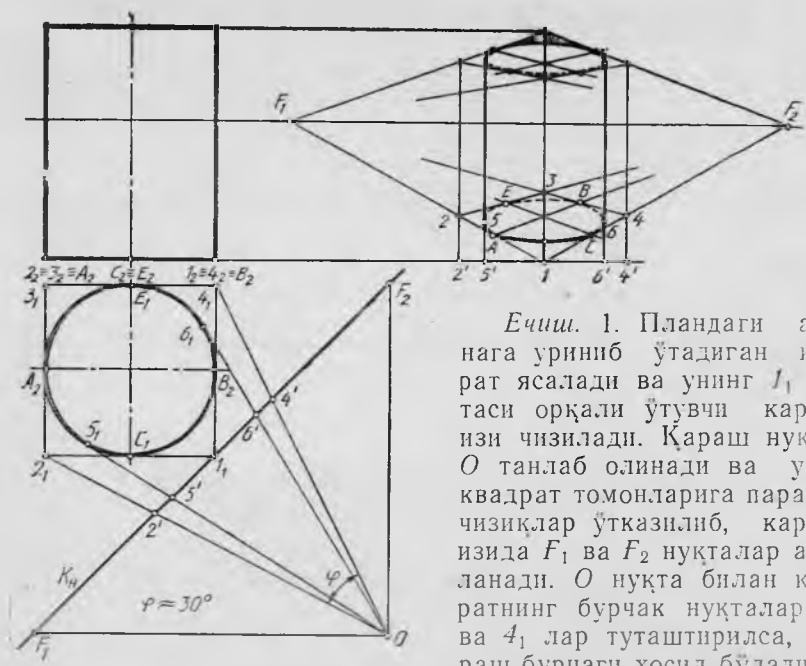
215-шакл.

1.  $O$  нуқтадан жисмнинг планидаги энг четки нуқталари орқали иккита чизиқ ўтказилади ва  $I_1$  нуқтадан ўтказилган картина изи билан кесишаётган нуқталар  $2'$  ва  $3'$  деб белгиланади.  $O$  дан пландаги  $I_1 2_1$  ва  $I_1 3_1$  томонларга параллел чизиқлар ўтказиб, картина изида  $F_1$  ва  $F_2$  нуқталар аниқланади.

2. Горизонт чизиғи танлаб олинади ва фасаднинг ўнг томонига ёки чизманинг бўш жойига картина изи нуқталари билан кўчириб ўтилади.  $F_1$ ,  $F_2$  нуқталар горизонт чизиғига олиб ўтилади. Картина изи параллелепипеднинг  $I$  қирраси орқали ўтгани учун бу қирра перспективада ўзининг ҳақиқий узунлигида тасвирланади. Шунинг учун параллелепипеднинг бу қирраси фасаддаги қиррасига тенг қилиб чизилади ва  $I-I$  нуқталар  $F_1$  ва  $F_2$  билан туташтирилади.  $2'$ ,  $3'$  нуқталардан вертикал чизиқлар чизилса, параллелепипеднинг перспективаси ясалади.

3. Параллелепипеднинг кўринмас томонларини перспективада аниқлаш мақсадида  $2$  ва  $3$  нуқталар  $F_1$  ва  $F_2$  лар билан туташтирилади.

**Мисол.** Тўғри доиравий цилиндрнинг перспективаси ясалсин (216-шакл).



216- шакл.

*Ечиш.* 1. Пландаги айланага уриниб ўтадиган квадрат ясалади ва унинг  $I_1$  нуқтаси орқали ўтувчи картина изи чизилади. Қараш нуқтаси  $O$  танлаб олинади ва ундан квадрат томонларига параллел чизиқлар ўтказилиб, картина изида  $F_1$  ва  $F_2$  нуқталар аниқланади.  $O$  нуқта билан квадратнинг бурчак нуқталари  $2_1$  ва  $4_1$  лар туташтирилса, қараш бурчаги ҳосил бўлади. Бу қараш бурчаги тахминан  $30^\circ$  бўлиши керак.

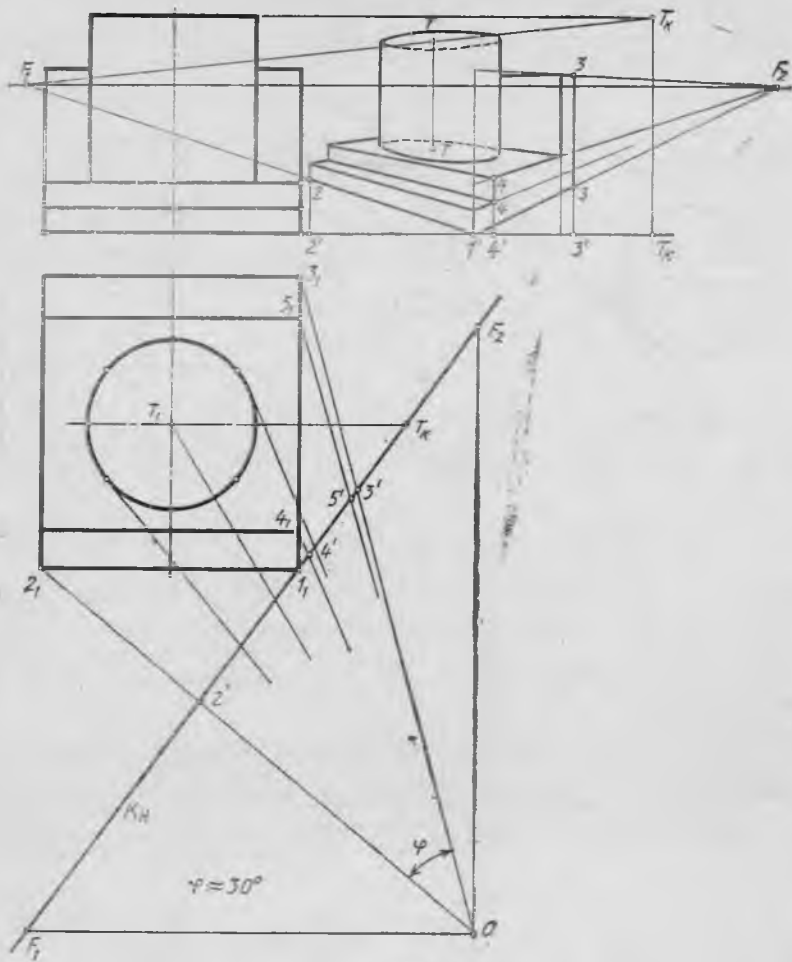
2. Горизонт чизиғи ўтказилади ва картина изи фасаднинг ўнг томонига барча нуқталари билан кўчириб ўтилади.

3. Цилиндрнинг перспективаси ясалади. Бунинг учун олдин призманинг  $I$  нуқтаси орқали тасвирланаётган қирра фасаддаги қиррага тенг қилиб чизилади ва бу қирранинг остки ва устки нуқталари  $F_1$  ва  $F_2$  лар билан туташтирилади.  $2'$  ва  $4'$  нуқталардан вертикал чизиқлар чизиб, призманинг перспективаси ясалади. Призма асосларининг диагоналлари ўтказилса, квадратнинг маркази ҳосил бўлади. Перспективадаги квадрат марказларини  $F_1$  ва  $F_2$  лар билан туташтирилса, квадрат томонларида тўрттадан нуқталар ҳосил бўлади.

4. Квадрат томонларида ҳосил қилинган нуқталар эллипс қилиб туташтирилади. Планда айланага  $O$  нуқта орқали уринма чизиқ ўтказилади ва унинг картина изи билан кесилган  $5'$ ,  $6'$  нуқталари перспективага олиб ўтилади. Перспективада  $5$  ва  $6$  нуқталардан вертикал чизиқлар чизилса, цилиндрнинг икки четки ясовчиларининг перспектив тасвири ҳосил бўлади. Бу цилиндрнинг четки ясовчилари асосларининг перспективаси (эллипс)га уриниб ўтади.

Цилиндрнинг перспективасини яашда унинг ясовчилари тўғри чизиқ кесмаси деб қабул қилиниб, ҳар бир кесманинг перспективаси ясалади. Кесмаларнинг остки ва устки нуқталари кетма-кет раван туташтирилса, цилиндрнинг перспективаси ясалади





218- шакл.

4. Цилиндр асоси текислигининг перспективасини яшаш учун  $1'$  дан чизилган вертикал чизиққа шу текислик баландлиги фасаддан ўлчаб қўйилиб,  $F_2$  билан туташтирилганда мазкур чизиқ  $4''$  дан чизилган вертикал чизиқни  $4''$  нуқтада кесади.  $4''$  нуқта  $F_1$  билан туташтирилса, цилиндр ости текислигининг чегараси аниқланади.

5. Цилиндр орқасидаги девор баландлиги фасаддан  $1'$  дан вертикал чизилган чизиққа олиб ўтилади ва  $F_2$  билан туташтирилади. Шунда у  $5'$  дан вертикал чизилган чизиқни кесиб ўтади ва  $5$  нуқтанинг перспективадаги ўрни топилади.  $5$  нуқта  $F_1$  билан туташтирилса, деворнинг олдинги текислиги ҳосил бўлади. Энди  $3'$  дан вертикал чизиқ ўтказиб, перспективада де-

вор қалинлиги топилади. Цилиндр остки текислигининг диагоналлари ўтказилса, цилиндр ўқи маркази ҳосил бўлади.

6. Цилиндрнинг перспективаси ясалади. Бунда 216, 217-шакллардаги усуллардан бири қўлланилиши мумкин.

### 12.5. Перспективада соялар

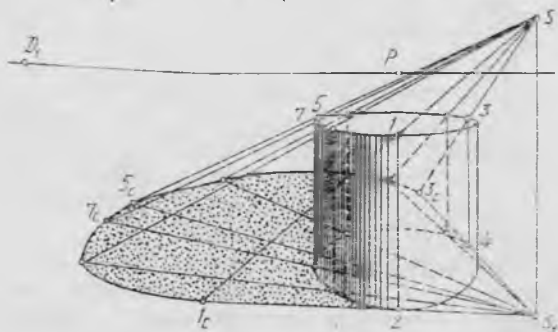
Перспективада соялар сунъий ва табиий ёруғлик манбадан келаётган ёруғлик нурлари ёрдамида ҳосил бўлади. Ёруғлик манбаи машъала, шам, электр лампочкадан иборат бўлса, бундай манба сунъий ёруғлик манбаи, қуёш, ой кабилар бўлса, табиий ёруғлик манбаи дейилади.

Ёруғлик манбаидан келаётган нурларни бирор нарса тўсиб турса, текисликнинг ўша нарса тўсиб қолган жойлари ёритилмайди. Натижада соя ҳосил бўлади. Бу соя нарсанинг шаклига мос келиб, у нарсдан тушувчи соя ҳисобланади. Нарсага уриниб ўтаётган ёруғлик нурлари нарсда ярим соя (нарсанинг ёритилган ва соядаги томонлари чегараси) ҳосил қилади. Нарса сатҳига тик тушувчи ёруғлик нурлари нарсда ялтироқ жойни ҳосил қилади. Нарсанинг ўзидаги соясига атрофдаги нарсалардан қайтаётган ёруғлик нурлари нарсда шуъла (рефлекс) ҳосил қилади (219-шакл).

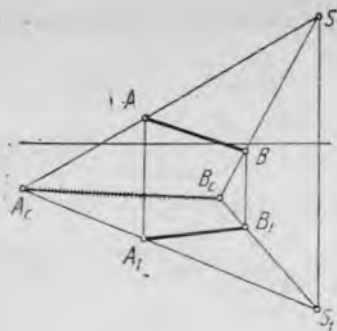
Нарсадан тушувчи соя чегарасини аниқлашда ёруғлик манбаи, нарса асоси жойлашган текислик (сирт) ва ёруғлик манбаининг нарса текислигидаги асоси маълум бўлиши керак. Қуйидаги сунъий ёруғлик манбаи  $S$  ва унинг асоси  $S_1$  лар орқали нарсдан тушувчи ва унинг ўзидаги сояларни яшаш куриб чиқилади.

Мисол.  $AB$  туғри чизик кесмасидан тушувчи соя ясалсин (220-шакл, а).

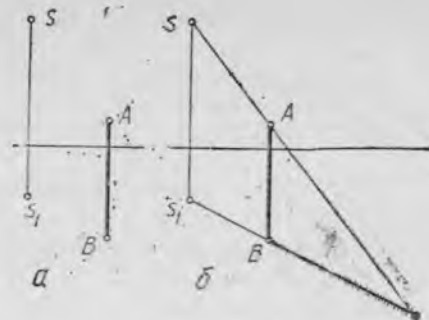
Ечиш. Ёруғлик манбаи сунъий,  $AB$  кесманинг  $B$  учи ва ёруғлик манбаининг асоси  $S_1$  лар битта текисликда ётганлиги учун, нарсдан тушувчи сояни яшашда  $SA$  ва  $S_1B$  туташтирилиб, уларнинг ўзаро кесилишидан  $A_c$  аниқланади.  $BA_c$  кесмадан тушувчи соя ҳисобланади (220-шакл, б).



219-шакл.



220- шакл.



221- шакл.

Мисол. Умумий вазиятдаги туғри чизиқ кесмасидан тушаётган соя ясалсин (221- шакл).

*Ечиш.* Кесманинг  $A_1B_1$  проекцияси ва ёруғлик манбаининг асоси  $S_1$  битта текисликка тегишли бўлгани учун  $S_1A$ , ва  $B_1$  билан туташтирилиб, давом эттирилади ва  $SA$ ,  $SB$  чизиқлар билан кесиштирилади. Натижада  $AB$  дан тушаётган соя ( $A, B, C$ ) пайдо бўлади.

Мисол. Призмадан тушувчи ва унинг ўзидаги соялар ясалсин (222- шакл).

*Ечиш.*  $S_1$  дан призма асосига уринма қилиб чизиқлар ўтказилса, призманинг ёритилган ва соя қисми аниқланади. Шундан кейин  $S$  орқали призманинг  $A$ ,  $K$  ва  $C$  нуқталари орқали ёруғлик нурлари ўтказилиб, бу нуқталардан тушаётган соялар ( $A_c$ ,  $K_c$ ,  $C_c$ ) топилади.  $A_c$  ва  $B_c$ ,  $A_c$  ва  $C_c$  ҳамда  $C_c$  ва  $K_c$  лар туташтирилса, призмадан тушаётган соя ясалади. Перспективада  $A_c C_c$  соя давом эттирилса,  $F_2$  да,  $C_c K_c$  соя давом эттирилса,  $F_1$  да кесишади. Чунки призма қирралари  $AC$  ва  $A_c C_c$ ,  $KC$  ва  $K_c C_c$  лар ўзаро параллел.

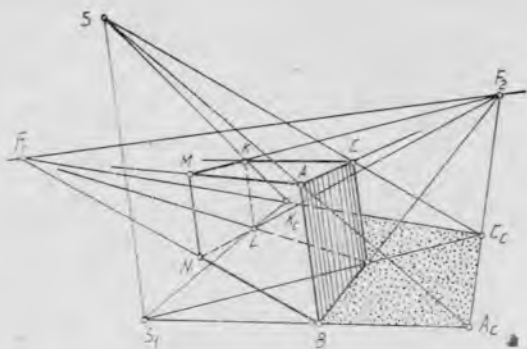
Мисол. Цилиндрдан тушувчи ва унинг ўзидаги соялари ясалсин (223- шакл).

*Ечиш.* 1.  $S_1$  дан цилиндр асосига уринма тарзда ёруғлик нурларининг проекциялари ўтказилади. Шунда цилиндрни ёруғ ва соя қисмларга ажратувчи  $12$  ва  $34$  ясовчилари ҳосил бўлади.  $S$  орқали  $1$  ва  $3$  нуқталардан ёруғлик нурлари ўтказилса,  $1$  ва  $3$  лар топилади.

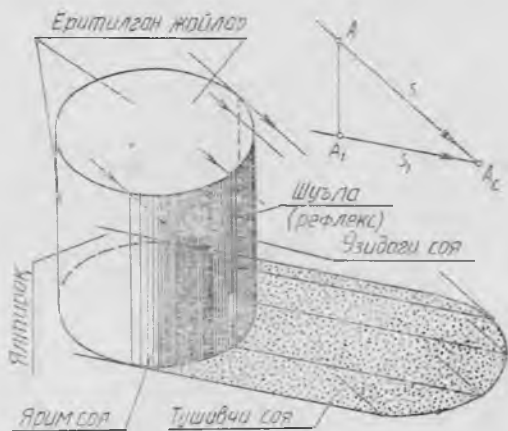
2.  $S$  дан цилиндрнинг юқори асосига уринма тарзда ёруғлик нури ўтказилади ва  $5$  нуқтанинг сояси  $5_c$  топилади. Цилиндрнинг четки ясовчиси  $78$  дан тушаётган соя аниқланади.

3. Барча топилган нуқталар ўзаро раван туташтирилади. Шунда цилиндрдан тушаётган соя ҳосил бўлади. Цилиндрнинг ўзидаги сояси ҳам белгилаб қўйилади.

Энди табиий ёруғликдан жисмнинг ўзида ҳосил бўладиган соя ва ундан тушадиган сояларнинг ясалиши билан танишиб чиқамиз. Бундай ёритишда ёруғлик манбаининг асоси горизонт



222- шакл.



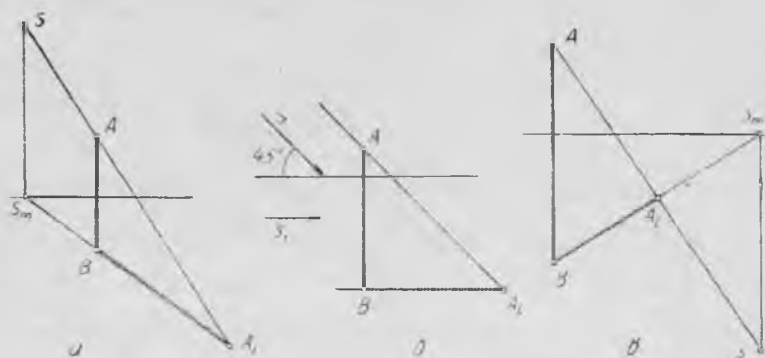
223- шакл.

чизиғида ётади ёки нурлар йўналишининг асоси горизонт чизиғига параллел олинади, у вақтда нурларнинг йўналиши  $45^\circ$  бурчакда бўлади.

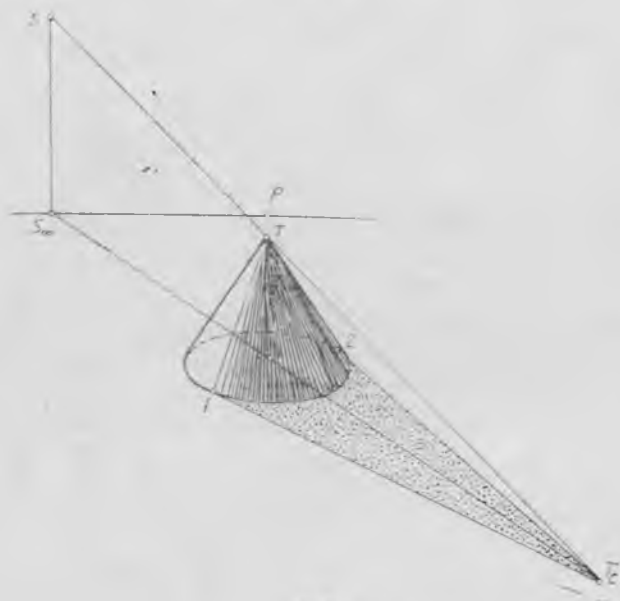
Мисол.  $AB$  кесмадан тушаётган соя ясалсин (224- шакл,  $a, б, в$ ).

*Ечиш.* Ёруғлик манбаининг асоси горизонт чизиғида олинган. Демак, кесмага ёруғлик унинг орқа томонидан тушмоқда. Бундай вазиятда кесманинг сояси унинг олди томонига тушади (224- шакл,  $a$ ). Ёруғлик нурининг йўналиши горизонт чизиғига нисбатан  $45^\circ$  бурчакда, нурнинг асоси горизонт чизиғига параллел олинган. Демак, тўғри чизиқдан соя фақат горизонт чизиғига параллел тушади (224- шакл,  $б$ ). Ёруғлик манбаи  $S$  горизонт чизиғидан пастда олинган бўлиб, унинг асоси  $S_1$  горизонт чизиғида тасвирланган. Бундай ҳолатда нарсалар олд томони-





224- шакл.

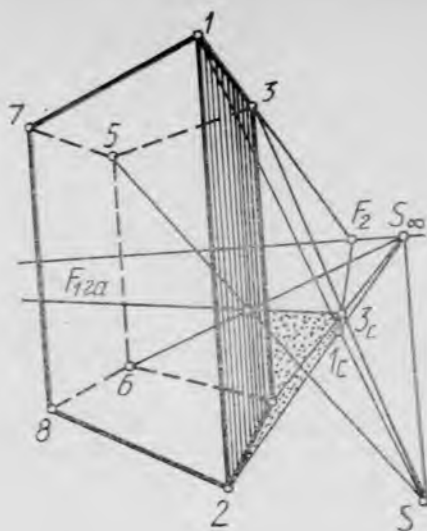


225- шакл.

дан ёритилади. Улардан тушадиган соялар нарсаларнинг орқа томонида бўлади (224- шакл, в).

Мисол. Призмадан тушаётган ва унинг ўзидаги соялар ясалсин (225- шакл).

**Ечиш.** Бу мисолда ёруғлик манбаи  $F_1$  ва  $F_2$  лар оралиғида олинса, призманинг олд томони ёруғда бўлиб, ундан тушаётган соя кўринмайди (агар ёруғлик манбаи  $S$  горизонт чизигидан пастда олинса) ёки призманинг ёритилган томони кўринмай, ундан соя олд томонга тушади (агар ёритиш манбаи  $S$  горизонтдан юқорида олинса). Шунга кўра, бу ерда ёритиш манбаи  $S$  ни  $F_2$  дан ўнгроқда ва горизонтдан пастда танлаб олинади,  $S_1$



226- шакл.

эса горизонт чизигида булади.  $S_1$  дан призма асосига уринма ўтказилса, унинг  $12$  ва  $56$  қирралари орқали ёруғлик нури ўтади. Призманинг  $1, 3, 5$  нуқталари  $S$  билан туташтирилса, мазкур чизиқлар  $S_12, S_14$  ва  $S_16$  лар билан кесшиб,  $1_c, 3_c, 5_c$  ларни ҳосил қилади.  $1_c$  соя давом эттирилса,  $F_2$  билан,  $3_c, 5_c$  давом эттирилса  $F_1$  билан кеспишади.

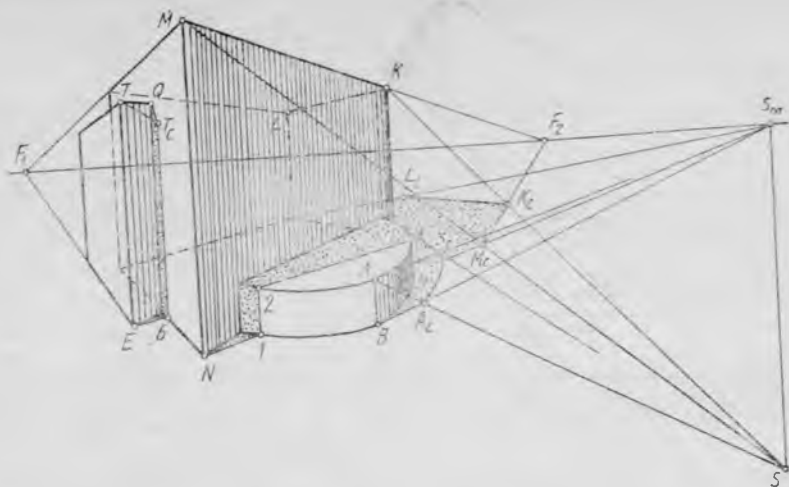
Мисол. Конусдан тушаётган ва унинг ўзидаги соялар ясалсин. (226- шакл).

Ечиш. Конус асоси  $O$  ни  $S_1$  билан, учи  $T$  ни  $S$  билан туташтириб, сояси  $T_c$  топилади ва  $T_c$  дан конус асосига уринма ўтказилади. Шунда конусдан тушаётган соя ясалади. Конуснинг ўзидаги соясини топиш учун  $1$  ва  $2$  нуқталар конус учи  $T$  билан туташтирилади.

Мисол. Призматик ва ярим цилиндрлик сиртлардан ташкил топган объектдан тушувчи ва унинг ўзидаги соялари ясалсин (227- шакл).

Ечиш. 1. Ярим цилиндрдан тушувчи ва унинг ўзидаги сояларини аниқлаш мақсадида  $S_1$  дан цилиндр асосига уринма ўтказилади. Ҳосил бўлган цилиндрнинг  $AB$  ясовчисидан тушаётган соя  $BA_c$  топилади.  $S$  дан цилиндрнинг юқори асосига уринма ўтказилади ва  $3$  нуқтадан тушаётган соя аниқланади. Ярим цилиндрнинг девор қирраси билан кесишаётган нуқтаси  $C$  дан ҳам тушаётган соя топилиб, аниқланган нуқта соялари ўзаро раво туташтирилади.

2. Призманинг ярим цилиндр тегиб турган  $MN$  қиррасидан тушаётган соя цилиндрнинг  $12$  ясовчиси орқали ўтиб, цилиндрнинг устки асосини  $24$  да кесмоқда.  $K$  нуқтадан тушаётган соя топилиб,  $F_1$  билан туташтирилса, призманинг  $L$  нуқтасидан тушаётган соя  $L_c$  ясалади.



227- шакл.

3.  $E$  нуқтани  $S_1$  билан туташтирувчи чизиқ призма асосини  $b$  нуқтада кесадн.  $b$  нуқтадан вертикал чизиқ чизилса,  $TS$  чизиқда  $T$  топилади ва у  $Q$  билан туташтирилади. Натижада объектнинг чап томонидаги призмадан тушастган сояси аниқланади.

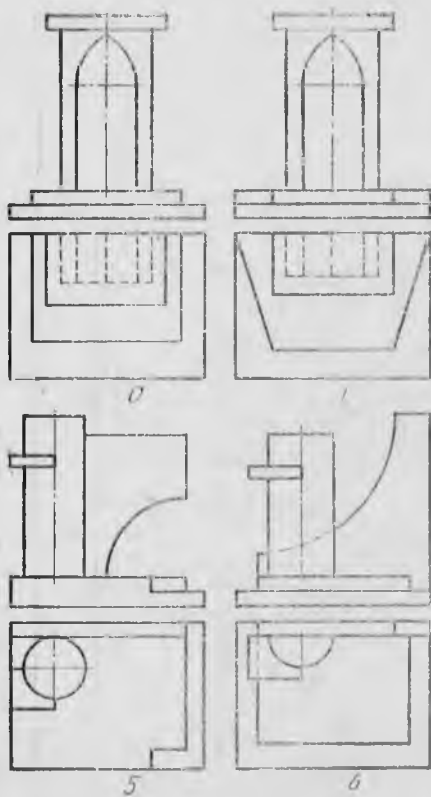
#### Савол ва машқлар

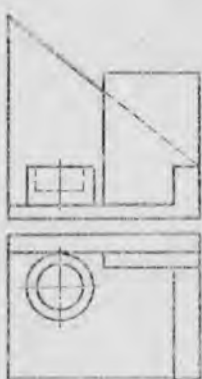
1. Архитекторлар усулида тасвир яшаш элементлари нималардан ташкил топган?
2. Архитекторлар усулида тўғри чизиқларнинг горизонт чизигидаги кесишиш нуқталари қандай аниқланади?
3. Перспективада қандай тасвир яшаш усулларини биласиз?
4. Ёруғлик манбаларининг қандай хилларини биласиз?
5. Перспективада қандай соялар ясалади?
6. 228- шакл, 0—9 ларда берилган вариантлардан бири кучириб чизилсин. Чизмага биноан объектнинг перспективаси архитекторлар усулида ясалсин. Перспектив тасвирда объектдан тушувчи ва унинг ўзидаги соялар ясалсин.

9- график иш. Архитектурага онд объектнинг план ва фасадига биноан унинг перспективаси ясалсин. Объектнинг ортогонал проекцияси ва перспективасида соялар тасвирлансин.

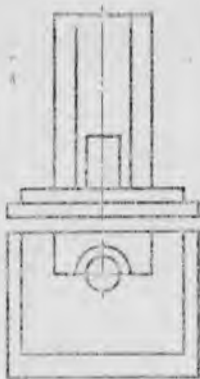
1. Вариантга биноан объектнинг плани ва фасади кучириб чизилади. Картина изи, қараш нуқтаси  $O$  ва картина изидаги  $F_1$ ,  $F_2$  нуқталар белгиланади (229- шакл).

2. Горизонт чизиги ўтказилади ва картина изи нуқталари билан биргаликда фасаднинг асос чизигига олиб ўтилади.  $F_1$  ва  $F_2$  лар горизонт чизигида белгиланади.  $I$  нуқта  $F_1$  ва  $F_2$  лар билан туташтирилса, объект асосининг йўналиши ҳосил бўлади.

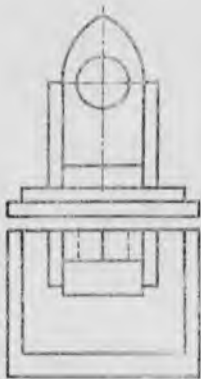




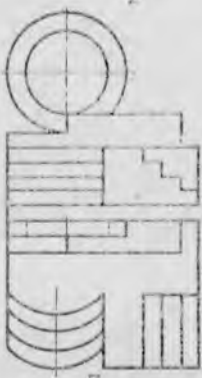
2



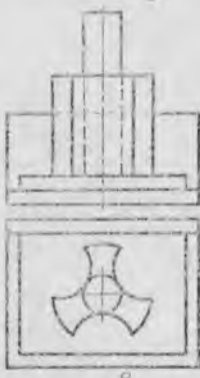
3



4



7

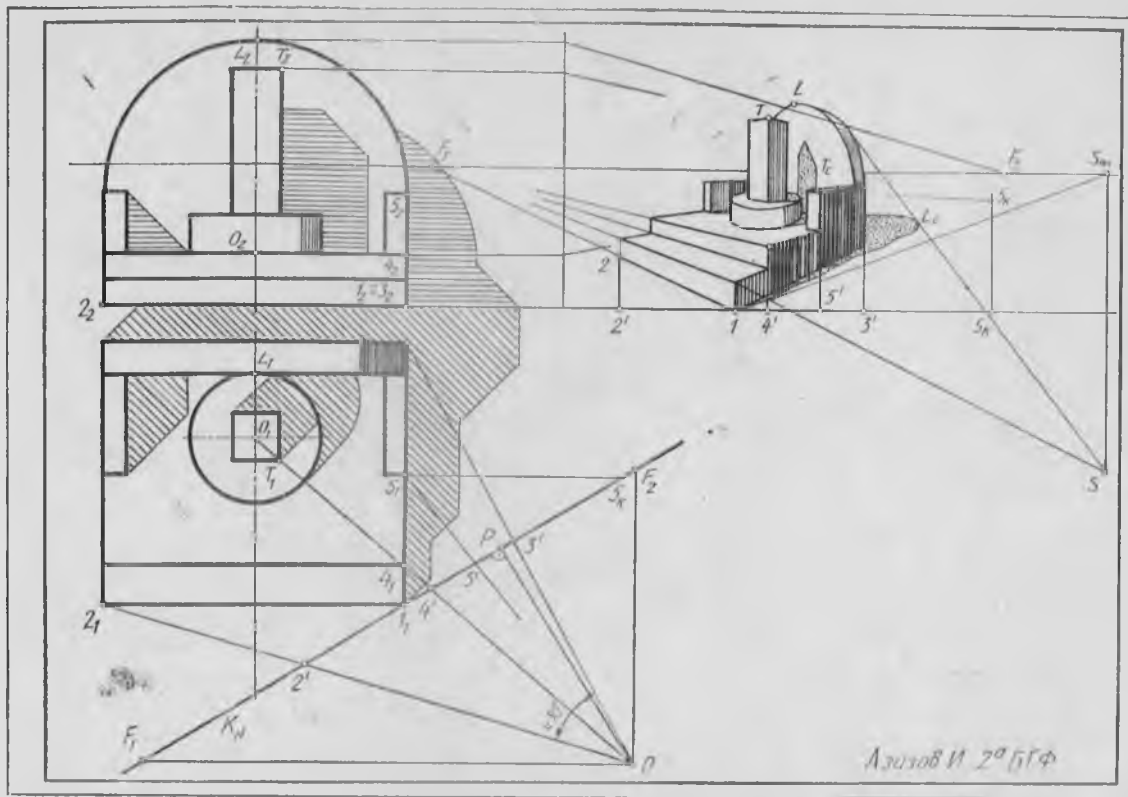


8



9

228- шакл.



229- шагл.

Бу асос  $2'$  ва  $3'$  нуқталардан чизилган вертикал чизиқ билан чегараланади. Картина изи зинанинг  $1$  қирраси орқали ўтганлиги учун, бу қирра перспективада ўзининг ҳақиқий баландлигида тасвирланади. Шунга қўра, бу қирранинг баландлиги фасаддан олиб ўтилади ва у  $F_1$ ,  $F_2$  лар билан туташтирилади.  $4'$  дан вертикал чизиқ чизиб, зинапоянинг перспективасини яшаш мумкин.

3. Цилиндр асоси текислигини перспективада яшаш учун  $1$  нуқтадан чизилган вертикал чизиққа ўша текислик баландлиги фасаддан ўлчаб қўйилади ва  $F_2$  билан туташтирилади. Шунда  $4'$  дан чизилган вертикал чизиқда  $4$  нуқтанинг перспективаси аниқланади.  $4$  ни  $F_1$  ва  $F_2$  лар билан туташтириб, цилиндр асоси текислигининг йўналиши ҳосил қилинади. Шу тартибда объектнинг қолган қисмлари перспективаси ясалади. Барча яшашлар чизманинг ўзида яққол кўрсатилган (229-шакл).

4. Объектнинг плани ва фасадидан фойдаланилган ҳолда ортогонал проекцияларда соялар яшаш усули татбиқ қилиниб, унинг соялари чизилади. Ортогонал проекцияда соялар яшашда 170-шаклдан фойдаланиш мумкин.

5. Объектнинг перспективасида ўзидаги ва ундан тушувчи соялар ясалади. Перспективада соялар яшашда 227-шаклга мурожаат қилиш мумкин.



## МУНДАРИЖА

Суз боши . . . . .	3
Умумий маълумот . . . . .	4
Чизма геометриядан график ишларни чизишга онд методик курсат- малар . . . . .	8
1. Нуқтанинг проекциялари . . . . .	8
1.1. Октантлар . . . . .	11
2. Тўғри чизиқнинг проекциялари . . . . .	14
2.1. Умумий вазиятдаги тўғри чизиқ кесмасини таҳлил қилиш . . . . .	17
2.2. Тўғри чизиқнинг излари . . . . .	25
3. Текислик . . . . .	26
3.1. Текисликнинг махсус чизиқлари . . . . .	28
3.2. Тўғри чизиқ орқали текислик ўтказиш . . . . .	31
3.3. Текисликнинг изларини аниқлаш . . . . .	32
4. Тўғри чизиқ ва текислик . . . . .	36
4.1. Тўғри чизиқнинг махсус текислик билан кесишган нуқтасини аниқлаш . . . . .	36
4.2. Умумий вазиятдаги текислик билан махсус текисликнинг ўзаро кесишиш чизигини аниқлаш . . . . .	36
4.3. Тўғри чизиқнинг умумий вазиятдаги текислик билан кесишиш нуқтасини аниқлаш . . . . .	37
4.4. Тўғри чизиқнинг текисликка перпендикулярлиги . . . . .	38
4.5. Тўғри чизиқнинг текисликка параллеллиги . . . . .	43
4.6. Икки текисликнинг ўзаро параллеллиги . . . . .	43
4.7. Умумий вазиятдаги текисликларнинг ўзаро кесишиши . . . . .	47
4.8. Иккита текисликнинг ўзаро перпендикулярлиги . . . . .	49
5. Эпюрни қайта тузиш усуллари . . . . .	54
5.1. Айлантириш усули . . . . .	54
5.2. Текис параллел ҳаракат усули . . . . .	60
5.3. Проекциялар текисликларини алмаштириш усули . . . . .	64
6.1. Сиртларнинг проекцияловчи текисликлар билан кесишиши . . . . .	71
6. Сиртларнинг қиёфаларини эпюрда тасвирлаш . . . . .	73
6.2. Тўғри чизиқнинг сиртлар билан кесишиши . . . . .	80
6.3. Сиртнинг умумий вазиятдаги текислик билан кесишиши . . . . .	85
7. Сиртларнинг ўзаро кесишиш чизигини аниқлаш . . . . .	97
8. Сиртларни текисликка ёйиш . . . . .	122
9. Аксонометрик проекциялар . . . . .	132
9.1. Аксонометрик проекцияларда соялар . . . . .	135
10. Ортогонал проекцияларда соялар . . . . .	141
11. Сон билан белгиланган проекциялар . . . . .	146
12. Перспектив тасвирлар яшаш . . . . .	156
12.1. Перспектив масштаблар . . . . .	157
12.2. Сиртларнинг перспективаси . . . . .	159
12.3. Интерьер перспективаси . . . . .	167
12.4. Архитекторлар усулида перспектив тасвирлар яшаш . . . . .	167



ИКРОМ РАҲМОНОВ  
ЧИЗМА ГЕОМЕТРИЯДАН  
ГРАФИК ИШЛАР

*Уқув қўлланма*

Тошкент «Ўқитувчи» 1996

Муҳаррир Ш. Аъзамов  
Расмлар муҳаррири Ф. Некҳадамбоев  
Техник муҳаррир Т. Золотилова  
Мусаҳҳиҳ М. Олимова

ИБ 6573

Теринга берилди 21.12.95. Босишга руҳсат этилди 08.07.96. Бичими 60×90<sup>1</sup>/<sub>16</sub>.  
Тип. қоғози. Юқори босма усулида босилди. Шартли б. т. 11.5. Шартли кр.-отт. 11,625.  
Нашр т. 10.52. 2000 нусхада. Буюртма 2373.

«Ўқитувчи» нашриёти, 700129. Тошкент, Навоий кўчаси, 30. Шартнома 11-28-94.

Ўзбекистон Республикаси Давлат матбуот кўмитасининг 1-босмахонасида бо-  
силди, 700002, Тошкент, Сағбон кўчаси, 1-берк кўча, 2-уй.

Р 33

**Раҳмонов И.**

Чизма геометриядан график ишлар: Пед.  
ин-тларининг талабалари учун ўқув қўлл.—Т.:  
Ўқитувчи, 1996.—184 б.

ББК 22.151.3я73