

M 1353

**МИНИСТЕРСТВО ПО РАЗВИТИЮ
ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И
КОММУНИКАЦИЙ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН**

**ТАШКЕНТСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ
ТЕХНОЛОГИЙ ИМЕНИ МУХАММАДА АЛЬ-ХОРАЗМИЙ**

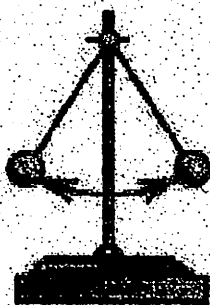
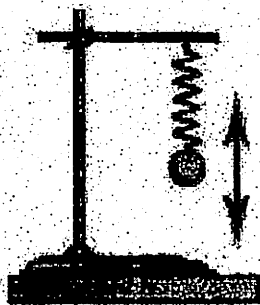
КАФЕДРА ФИЗИКИ

Х.М.Холмедов, О.О.Очилова, У.Х.Тахиров, К.Б. Хайдаров

**Методическое пособие по выполнению лабораторных
работ по курсу физики**

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

ЧАСТЬ 3



Ташкент-2022

Авторы: Х.М.Холмедов, О.О.Очилова, У.Х.Тахиров, К.Б. Хайдаров.

«Колебания и волны» часть 3. Методическое пособие для выполнения лабораторных работ по предмету «Физика». – Ташкент: ТУИТ имени Мухаммада ал-Хоразмий. 2022.

Данное методическое пособие разработано на основе учебной программы предмета «Физика» для студентов 1-курса бакалавриата Ташкентского Университета информационных технологий имени Мухаммада ал-Хоразмий, в ней представлены: темы лабораторных работ, цель работы, необходимое оборудование, краткие теоретические сведения, порядок выполнения работы, необходимые формулы и понятия для выполнения математических расчётов, а также таблицы для ввода данных. Также представлены вопросы по теоретическому материалу, а также список литературы для самостоятельного изучения.

Данное методическое пособие предназначено для студентов 1 го курса всех направлений бакалавриата ТУИТ имени Мухаммада ал-Хоразмий.

**Методическое пособие рекомендовано к публикации на заседании
совета ТУИТ имени Мухаммада ал-Хоразмий
(протокол № 9 (155) от «26» 04 2022 года)**

Лабораторная работа 3.1

ИЗУЧЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ МАТЕМАТИЧЕСКОГО И ФИЗИЧЕСКОГО МАЯТНИКОВ

Цель работы:

В результате выполнения лабораторной работы студент должен:

- знать смысл физических величин, характеризующих колебательные процессы, законы гармонических колебаний и их уравнения условия их протекания;
- уметь составлять дифференциальные уравнения гармонических колебаний для конкретной колебательной системы и соответствующие законы изменения колеблющейся величины от времени.

Задание:

1. Изучить собственные колебания на примере физического и математического маятников.
2. Определить приведенную длину физического маятника.
3. Найти ускорение свободного падения с помощью математического маятника.

Основные теоретические сведения и соотношения

Гармоническое колебательное движение. Среди колебаний, т.е. движений или процессов с той или иной степенью повторяемости, простейшим и важнейшим является гармоническое колебание. Уравнение гармонического колебания точки имеет вид

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (3.1.1)$$

или

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0) \quad (3.1.1a)$$

где x – смещение, A – амплитуда смещения, т.е абсолютное значение максимального смещения, t – время, $\varphi = \omega t + \varphi_0$ – фаза колебания, φ_0 – начальная фаза колебания, т.е фаза в момент времени $t=0$.

Время одного полного колебания называется периодом, а обратную периоду величину, т.е. число колебаний в единицу времени – частотой ν .

За один период T фаза меняется на 2π , т.е $\omega T = 2\pi$

Значит

$$\omega' = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu \quad (3.1.2)$$

т.е ω' (циклическая или круговая частота колебаний) равна числу колебаний за 2π единиц времени (за 2π секунд).

Так как всем гармоническим колебаниям соответствует один и тот же период гармонической функции 2π , то знание фазы в данный момент времени позволяет определить и состояние колебательной системы по доле (части) периода незавершенного колебания и число колебаний, совершившихся от исходного нулевого состояния, если указано, какой функцией (синусом или косинусом) описывается гармоническое колебание.

Скорость и ускорение гармонически колеблющейся точки также изменяются по гармоническому закону:

$$v = \frac{dx}{dt} = x' = -A\omega \cos(\omega t + \varphi_0) = A\omega \sin(\omega t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}) \quad (3.1.3)$$

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = x'' = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 x = \omega^2 A \sin(\omega t + \varphi_0 + \pi) \quad (3.1.4)$$

Как видно из (3.1.4), для гармонического колебания характерным являются пропорциональность ускорения смещению и направление ускорения все время к положению равновесия.

Уравнение $x'' = -\omega x^2$ — является дифференциальным уравнением гармонических колебаний. В его решении (3.1.1) или (3.1.1a) амплитуду и начальную фазу можно определить, если известны и начальный момент времени ($t=0$) смещению x_0 и скорость $\dot{\vartheta}_0$ точки, циклическая частота определяется параметрами колебательной системы, например, массой m колеблющейся частицы и коэффициентом системы, например, упругой (или квазиупругой) возвращающей силы $F = -kx$. Для такой колебательной системы с сосредоточенными параметрами как пружинный маятник, у которого вся масса практически сосредоточена в твердом теле, прикрепленном к очень легкой пружине, второй закон Ньютона

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx \quad (3.1.5)$$

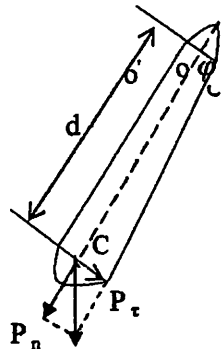
дает дифференциальное уравнение гармонического колебания с циклической частотой

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (3.1.6)$$

Физический и математический маятники

Эти маятники совершают гармонические колебания при отсутствии сопротивления движению и малых отклонениях.

Физическим маятником называют абсолютно твердое тело, совершающее под действием силы тяжести колебания вокруг горизонтальной оси, не



проходящей через центр тяжести. На рис. 3.1 показано сечение физического маятника вертикальной плоскостью, проходящей через центр тяжести маятника C перпендикулярно к его оси вращения OO' .

Здесь φ - угол отклонения маятника положения равновесия, - расстояние OC центра тяжести C от оси OO' .

$P = mg$ - сила тяжести маятника, а

$$P_{\tau} = P \sin \varphi \text{ и } P_n = P \cos \varphi$$

P_{τ} , P_n - тангенциальная и нормальная составляющие вектора силы P соответственно. Тангенциальная составляющая силы тяжести создает вращающий момент. Период собственных незатухающих колебаний маятника T_0 легко найти, решив дифференциальное уравнение движения маятника, пренебрегая моментом сил трения.

Момент силы тяжести P относительно оси OO' равен:

$$M = -P_{\tau}d = -Pdsin\varphi \quad (3.1.7)$$

Знак “минус”^{***} взят, потому что, сила направлена в сторону, противоположную смещению. Под влиянием этого вращающего момента маятник приобретает угловое ускорение β , равное, по второму закону Ньютона для вращательного движения,

$$\beta = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{M}{I} \quad (3.1.8)$$

Где $I = \sum \Delta m_k r_k^2$ - момент инерции тела относительно оси OO' .

Подставляя в (3.1.8) вместо M его выражение из (3.1.7) и учитывая, что для малых углов $\sin\varphi = \varphi$, получим:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{mgd}{I} \varphi \quad (3.1.9)$$

Сравнивая (3.1.9) и (3.1.4) и учитывая (3.1.2), видим, что колебания физического маятника в этом случае являются

гармоническим, а период его собственных малых колебаний определяется формулой:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgd}} \quad (3.1.10)$$

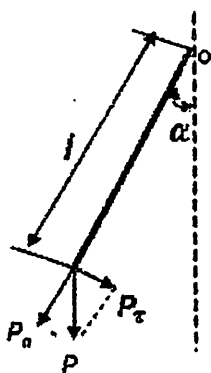
Математический маятник, под которым понимают материальную точку, подвешенную на невесомой нерастяжимой нити и однородном поле тяжести, на практике осуществляется в виде тяжелого шарика, подвешенного на длинной нити. Для математического маятника

$$I = ml^2 \quad d = l$$

Подставив эти значения в формулу (10), найдем период гармонических колебаний математического маятника:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (3.1.11)$$

Сравнивая формулы (3.1.10) и (3.1.11), видим, что величину $\frac{I}{md} = l_{np}$ можно назвать **приведенной длиной физического маятника**, так как математический маятник такой длины имеет такой же период колебаний, как и данный физический маятник. Измеряя



период колебаний математического или физического маятника, и зная длину (соответственного и приведенную длину), можно определить ускорение свободного падения в данном месте планеты.

Ускорение свободного падения. Так называют ускорение, с которым начинает двигаться тело, отпущенное относительно Земли

при отсутствии воздуха, притягиваясь к Земле. Силой тяжести называются сила, с которой любое

рис.3.2 тело притягивается к Земле. Эта сила $P = mg_{\phi}$ равна произведению массы тела на ускорение свободного падения и в общем случае является векторной суммой гравитационной силы F и центробежной силы инерции $P_n = m\omega^2 r_{\phi}$ (см. рис.3.2).

Для Земли и других планет можно считать плотность разных слоев функцией только расстояния от центра планеты. Расчет по закону всемирного тяготения показывает, что вне такого шара гравитационное поле его такое, как для материальной точки с массой шара, находящейся в его центре. Поэтому по закону всемирного тяготения всего тело, находящееся над поверхностью Земли, притягивается к центру Земли с силой

$$F = \frac{\gamma Mm}{R^2} \quad (3.1.12)$$

где m -масса тела, M - масса Земли, R - расстояние от центра Земли до тела, γ --постоянная тяготения (гравитационная постоянная).

На полюсах сила тяжести равна этой гравитационной силе, ускорение свободного падения

$$g = \frac{\gamma M}{R^2} \quad (3.1.13a)$$

в соответствии со вторым законом Ньютона ($g= 9,83 \text{ м/с}^2$).

На экваторе, из-за неинерциальной системы координат, связанной с Землей, сила тяжести меньше на величину центробежной силы энергии, а также потому, что экваториальный радиус Земли (R_e) больше полярного (R_p) на 21 км. Следовательно, ускорение свободного падения на экваторе наименьшее ($g= 9,78 \text{ м/с}^2$) и равно:

$$g_0 = \frac{\gamma M}{R^2} - \omega^2 R \quad (3.1.136)$$

где ω - угловая скорость вращения Земли R - радиус Земли. В остальных точках поверхности Земли сила тяжести не направлена к центру Земли, и, как видно из рис.3.3в, меньше гравитационной силы примерно на величину вертикальной составляющей центробежной силы инерции, т.е

$$P_\phi \approx m \left[\frac{\gamma M}{R^2} - \omega^2 r_\phi \cos^2 \alpha \right] \quad (3.1.13)$$

Ускорение свободного падения g зависит и от высоты над поверхностью Земли. Наиболее просто вычислить уменьшение этого ускорения с высотой для небольших высот ($h \ll R$) на полюсах

$$g_n = \frac{\gamma M}{(R+h)^2} = \gamma \frac{M}{R^2} \left(1 - \frac{2h}{R} \right) \quad (3.1.14)$$

Принимая, что $R = 6,4 \cdot 10^6$ км, видим, что на высоте $h = 3,2$ км ускорение свободного падения на 0,1% меньше, чем у поверхности Земли.

Описание лабораторной установки и метода измерений.

В этой работе надо определить приведенную длину физического маятника при помощи математического маятника, сравнить полученный результат с расчетной формулой, определить ускорение свободного падения при помощи математического маятника и оценить погрешность полученных результатов.

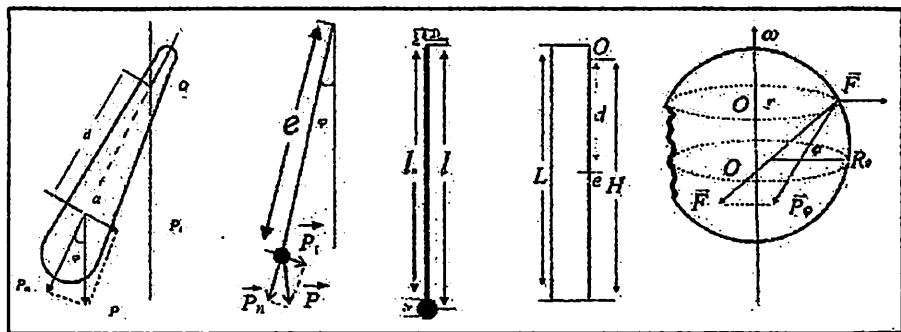


Рис.3.3

Рис.3.3а

Рис.3.3б

Рис.3.3в

Установка показана на рис. 3.3.б. В качестве математического маятника взят небольшой тяжелый шарик, подвешенный на длинной нити, пропущенной через отверстие в кронштейне (точка подвеса).

Вращая валик В, на который наматывается нить, можно менять длину подвеса l_n . За длину такого маятника принимается расстояние от точки подвеса до центра шарика

$$l = l_H + r$$

В качестве физического маятника взят однородный цилиндрический стержень с перпендикулярной к нему осью О, за которую стержень подвешен к кронштейну. Осью О качаний служит опорное ребро стальной трехгранной призмочки, пересекающее осевую линию стержня перпендикулярно к стержню. Для такого маятника можно считать, что центр тяжести его сходится в середине стержня.

Момент инерции стержня относительно перпендикулярной к нему оси О, проходящей через центр тяжести, равен $I_c = \frac{1}{12} mL^2$, где m -масса стержня, L - его длина. Момент инерции этого же стержня

относительно оси O' , параллельной оси O и проходящей на расстоянии d от центра тяжести, по теореме Штейнера равен

$$I = I_c + md^2 = \frac{1}{12} mL^2 + md^2$$

Подставляя это значение I в формулу приведенной длины

$$l_{\text{пр}} = \frac{I}{md}$$

получим:

$$l_{\text{пр}} = \frac{L^2}{12d} + d \quad (3.1.15)$$

Из (3.1.15) видим, что $l_{\text{пр}}$ легко вычислить, измерив величины L и d . Но $l_{\text{пр}}$ можно определить опытным путем. Для этого выводят физический маятник из положения равновесия на небольшой угол и отпускают. Заставляют колебаться и математический маятник, подвешенный рядом с физическим, и, изменяя длину математического маятника, подбирают её такой, чтобы оба маятника колебались синхронно. Когда достигнуто равенство периодов обоих маятников, измеряют длину математического маятника от точки подвеса до центра шарика. Это и будет приведенная длина по определению периода его гармонических колебаний. Из формулы (3.1.11) для периода получают расчетную формулу

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2} \quad (3.1.16)$$

а из нее и формулу для относительной погрешности

$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta T}{T}$$

Для более точного определения g при помощи маятника с изменяющейся длиной измеряют период колебаний T_1 для длины l_1 математического маятника, затем период T_2 для увеличенной длины l_2

Из разности $T_2^2 - T_1^2 = \frac{4\pi^2(l_2 - l_1)}{g}$ находят:

$$g = \frac{4\pi^2(l_2 - l_1)}{T_2^2 - T_1^2} \quad (3.1.16a)$$

Порядок выполнения работы и обработка результатов измерений А. Определение приведенной длины физического маятника:

1. Физический и математические маятники отклоняют в одну сторону на небольшой угол и одновременно отпускают. Если математический маятник колеблется быстрее физического, длину нити подвеса увеличивают, если медленнее – уменьшают. После подбора такой длины математического маятника, когда расхождения в фазах колебаний его и физического маятника становятся незаметными за 10 и более периодов, измеряют длину подвеса математического маятника и складывают с радиусом шарика. Это и будет $l_{пр.измер.}$. Записывают результаты.

2. Повторяют ещё 2 раза определение приведенной длины (пункт 1) и находят среднее значение отклонения от него.

3. Измеряют длину стержня физического маятника L .

4. Измеряют расстояние h от нижнего конца стержня до оси О. Все результаты измерений записывают в таблицу 1.

5. По средним арифметическим значениям L и h находят

$$d = h - \frac{L}{2} \quad (3.1.17)$$

6. По значениям L и d по формуле (3.1.15) вычисляют $l_{пр}$. Результаты измерений и вычислений записывают в таблицу 1.

Таблица 1

| № | r (м) | l_n (м) | l_{np} измеренное (м) | L (м) | H (м) | d (м) | l_{np} по формуле (м) |
|---|------------|--------------|-------------------------------|------------|------------|------------|-------------------------------|
| 1 | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | |
| 5 | | | | | | | |

7. Определяют абсолютные и относительные ошибки определения l_{np} обоими методами. В пределах ошибок вычисленное и измеренное значения l_{np} должны совпадать.

В. Определение ускорение свободного падения с помощью математического маятника.

1. Вращая валик, устанавливают возможно большую длину математического маятника
2. Измеряют масштабной линейкой длину нити l_n и штангенциркулем диаметр шарика $2r$.
3. Выводят маятник из положения равновесия на небольшой угол (8°) и отпускают его. Маятник начнет колебаться. При прохождении им крайнего положения с отсчетом «ноль» пускают секундомер. После совершения маятником некоторого числа n колебаний (не менее 20) и момент отсчета « n » останавливает секундомер. Отсчитывают по секундомеру t_1 – время n – колебаний.

4. Повторяют определение времени n полных колебаний трижды.

5. Уменьшает длину маятника, и для новой длины l_2 повторяют те же измерения, что и для длины l_1 .

6. Вновь меняют длину маятника, и для l_3 повторяют пункты 2-4.

7. По измеренной длине нити l_n и вычисленному радиусу r из значения диаметра шарика определяют длину маятника.

$$l_i = l_n + r$$

8. По измеренному t_i определяют $T_1 = \frac{t_1}{n}$. По найденным значениям l_1 и T_1 вычисляют по формуле (3.1.16а) значение g_1 . Точно также находят g_2 , g_3 и т.д. и из них находят $g_{ср}$.

9. Вычисляют абсолютную и относительную ошибки опыта. Результаты всех измерений записывают в таблицу 2:

Таблица 2

| № | l_n (м) | r (м) | l_i (м) | t_i (с) | n | $T_i = \frac{t_i}{n}$ (с) | g_n (м/с ²) |
|---|--------------|------------|--------------|--------------|-----|------------------------------|------------------------------|
| 1 | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | |
| 5 | | | | | | | |

Контрольные вопросы

1. Определите все характеристики гармонических колебаний – смещение, амплитуду, частоту, циклическую частоту, период, фазу, начальную фазу. Как представляются колебания графически?
2. Что называют физическим маятником? Что называют математическим маятником? При каких условиях их колебания будут гармоническими?
3. Выведите уравнение колебаний для пружинного, физического, математического маятников. Получите выражение для циклической частоты и периода колебаний этих маятников и законы зависимости смещения от времени.
4. Что называют приведенной длиной физического маятника?
5. Напишите закон гравитационного взаимодействия двух материальных точек. Для каких шаров можно применять эту формулу и при близком расстоянии между шарами? Какое расстояние в этом случае входит в закон всемирного тяготения Ньютона.
6. Что называют силой тяжести? Что называют ускорением свободного падения? Почему и как это ускорение зависит от географической широты местности?
7. Как ускорение свободного падения зависит от географической широты местности?
8. Как определить ускорение свободного падения при помощи математического маятника?

9. Как вычисляют относительную и абсолютную ошибки определения ускорения свободного падения по колебаниям маятника?

Лабораторная работа 3.2

ИЗУЧЕНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ ЗАТУХАЮЩИХ КОЛЕБАНИЙ.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ЗАТУХАНИЯ

Цель работы

В результате выполнения лабораторной работы студент должен:

- знать определения физических величин, описывающих затухающие колебания (амплитуда, частот, период затухающих колебаний, коэффициент затухания, декремент затухания, время релаксации, добротность) и взаимосвязь между этими величинами;
- уметь составлять дифференциальное уравнение затухающих колебаний для данной механической системы, пользуясь вторым законом Ньютона, измерять перечисленные величины и анализировать полученные результаты.

Задание:

1. Изучить методику измерений в данной лабораторной работе
2. Измерить декремент затухания и определить коэффициент Затухания для тел различной формы и массы.
3. Построить графику зависимости амплитуды от времени и анализировать полученные результаты.

Основные теоретические сведения и соотношения

затуханием колебания называется постепенное ослабление

TEKNOLOGIY-KARI UNIVERSITETI

колебаний с течением времени, обусловленного потерей энергии колебательной системой.

Дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний линейной системы имеет вид:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\delta \frac{dx}{dt} + \omega^2 x = 0 \quad (3.2.1)$$

Здесь x – изменяющаяся при колебаниях физическая характеристика системы, $\delta = \text{const} > 0$ – коэффициент затухания, ω_0 – циклическая частота свободных незатухающих колебания той же системы, т.е. в отсутствие потерь энергии (при $\delta = 0$)

Зависимость x от t , удовлетворяющая уравнению затухающих колебаний, (решение дифференциального уравнения (3.2.1)) имеет вид:

$$x = A_0 e^{-\delta t} \sin(\omega' t + \varphi_0)$$

$$x = A_0 e^{-\delta t} \cos(\omega' t + \varphi_0)$$

Здесь $\omega' = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$, а постоянные величины A_0 и φ зависят от начальных условий.

График зависимости x от t при $\varphi_0 = 0$ показан на рис.3.2.1.

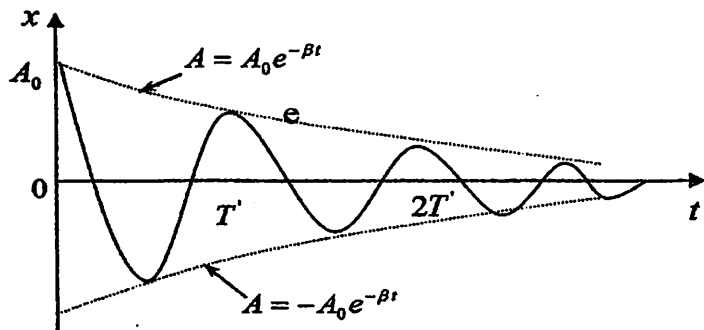


рис.3.2.1

Затухающие колебания не являются периодическими. Например, максимальное значение колеблющейся величины x в некоторый момент времени в последующем никогда не повторяется.

Однако, при затухающих колебаниях величина x достигает минимальных и максимальных значений через равные промежутки времени

$$T' = \frac{2\pi}{\omega'} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}} \quad (3.2.2)$$

Поэтому величины T' и ω' условно называют периодом (или условным периодом) и циклической частотой (условной циклической частотой).

Величина

$$A = A_0 e^{-\delta t} \quad (3.2.3)$$

называется амплитудой затухающих колебаний A_0 - начальная амплитуда.

Амплитуда затухающих колебаний уменьшается с течением времени, и тем быстрее, чем больше коэффициент затухания δ .

Промежуток времени $\tau = \frac{1}{\delta}$, в течение которого амплитуда колебаний уменьшается в e раз, называется временем релаксации.

Логарифмическим декрементом затухания называется безразмерная величина, равная натуральному логарифму отношения значений амплитуд затухающих колебаний в моменты времени t и $t+T'$.

$$\theta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T')} \quad (3.2.4)$$

Можно получить, что

$$\theta = \delta T' \quad (3.2.5)$$

$$\frac{T'}{\tau} = \frac{1}{N} \quad (3.2.6)$$

N —число колебаний, в течение которых амплитуда уменьшается в $e=2,718$ раз.

Добротностью колебательной системы называется безразмерная физическая величина равная произведению 2π на отношении энергии $W(t)$ колебательной системы в произвольной момент времени к убыли этой энергии за промежуток времени от t к $t+T'$, т.е за один условный период затухающих колебаний.

$$Q = \frac{2\pi W(t)}{W(t) - W(t+T')} \quad (3.2.7)$$

Поскольку энергия $W(t)$ пропорциональна квадрату амплитуды колебаний $A(t)$, можно добротность выразить следующим образом:

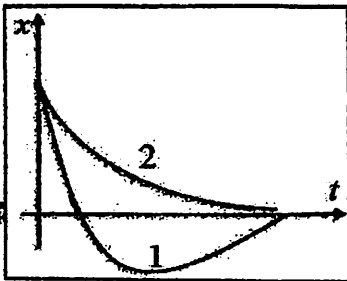
$$Q = 2\pi \frac{A^2(t)}{A^2(t) - A^2(t+T')} = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\delta T'}} = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\theta}}$$

При малых значениях логарифмического декремента затухания добротность колебательной системы

$$Q = \frac{\pi}{\theta} \quad (3.2.8)$$

При увеличении коэффициента затухания условный период затухающих колебаний T' возрастает и обращается в бесконечность при $\delta = \omega_0$. Такое движение системы не имеет колебательного

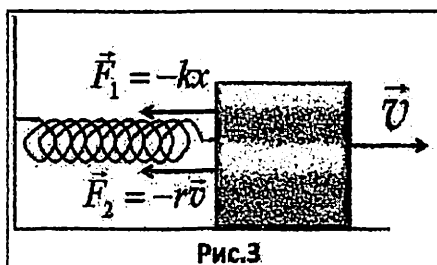
характера и называется апериодическим. В зависимости от начальных условий возможно два типа апериодического движения системы.



Движение «1» осуществляется в тех случаях, когда начальная скорость и начальное смещение противоположны по знаку. Во всех остальных случаях осуществляется движение типа «2» (рис.3.2.2)

рис.3.2.2.

Описание метода измерений и лабораторной установки



Рассмотрим затухающие механические колебания на примере груза на пружине (рис.3), в вязкой среде (жидкости или газе).

Дифференциальное уравнение,

описывающее движение рассматриваемого тела (материальной точки) можно получить из второго закона Ньютона $F_x = ma_x$,

где $F_x = F_2 + F_1$, $F_1 = -kx$ — упругая возвращающая сила пружинки, $F_2 = -r\dot{x}$ — сила вязкого трения (сопротивления), пропорциональная скорости, r — коэффициент сопротивления. Учитывая, что

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2}, \quad v_x = \frac{dx}{dt} \quad (3.2.9)$$

Получим уравнение

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx - r \frac{dx}{dt} \quad (3.2.10)$$

Или, разделив на m ,

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{r}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} x = 0 \quad (3.2.11)$$

Введем обозначения

$$\frac{r}{m} = 2\delta, \quad \frac{k}{m} = \omega_0^2$$

Тогда уравнение (3.2.11) запишется в виде

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\delta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0 \quad (3.2.12)$$

Сравнивая (3.2.12) и (3.2.1) убеждаемся, что получили дифференциальное уравнение затухающих колебаний линейной системы, решением которого является функция

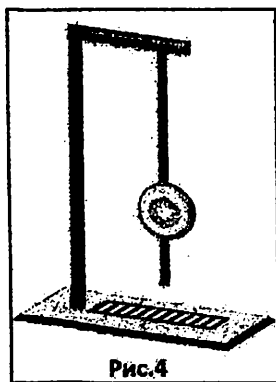
$$x = A_0 e^{-\delta t} \cos(\omega' t + \varphi_0) \quad (3.2.13)$$

где

$$\omega' = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{r}{2m}\right)^2} \quad (3.2.14)$$

A_0 и φ_0 определяются через смещение и скорость в момент времени $t=0$ (из начальных условий). В частности, при $\vartheta_0 = 0$, что соответствует условиям опытов в данной работе. $x_0 = A_0, \varphi_0 = 0$,

$$x = A_0 e^{-\delta t} \cos \omega' t$$



Установка для изучения механических затухающих колебаний в данной лабораторной работе представляет собой маятник, в котором полый шар диаметром 12 см подвешен на тонкостенной алюминиевой трубке длиной более метра (рис.4). В этом случае даже при отключении конца указателя

на 10-15 см. возвращающую силу можно считать квазупругой. Под стрелкой располагают масштабную линейку в направлении плоскости колебаний так, чтобы "0" приходился на положение равновесия. Коэффициент затухания можно изменить, изменяя массу

при помощи дополнительного грузика, а также изменяя форму и размеры прикрепленного к трубке легкого тела (шар, диск).

Метод определения коэффициента затухания состоит в экспериментальном определении логарифмического декремента и периода затухающих колебаний. Логарифмический декремент затухания вычисляют по формуле

$$\theta = \frac{1}{n} \ln \frac{A_0}{A_n} \quad (3.2.15)$$

Период затухающих колебаний равен

$$T' = \frac{t_n}{n} \quad (3.2.16)$$

Где n – число колебаний маятника, t_n – время, за которое произошло n колебаний.

Коэффициент затухания δ определяют из соотношения (3.2.5)

$$\delta = \frac{\theta}{T'} \quad (3.2.17)$$

Собственную циклическую частоту колебаний маятника можно определить, зная δ и $\omega' = \frac{2\pi}{T'}$ из формулы (3.2.14).

$$\omega_0 = \sqrt{(\omega')^2 + \delta^2} \quad (3.2.18)$$

Порядок выполнения работы и обработка результатов измерений

1. Установить маятник так, чтобы «0» масштабной линейки совпадал с положением равновесия.
2. Отклоняют маятник в положение A_0 и отпускают колебательную систему, со счетом «ноль» включают секундомер. Записывают амплитуды колебаний через каждые 10 отклонений, в ту же

сторону, не останавливая маятника. Одновременно записывают показания секундомера через каждые 10 колебаний.

3. Результаты измерений заносятся в таблицу 1.
4. По результатам измерений вычисляют логарифмический декремент затухания по формуле (3.2.15).
5. Определяют период затухающих колебаний по формуле (3.2.16). Вычисляют коэффициент затухания и собственную частоту колебаний по формулам (3.2.17) и (3.2.18).
6. Повторяют все измерения и расчеты для них при трех других коэффициентах затухания на той же установке, изменяя массу груза, форму маятника и т.д.
7. Строят график зависимости амплитуды затухающих колебаний от времени различных случаев.

Таблица 1

| | | A_0 | A_n | t_n | n | T' | θ | δ | ω_0 |
|--------------------------------|----|-------|-------|-------|-----|------|----------|--------------------|--------------------|
| | | (м) | (м) | (с) | | (с) | | (с ⁻¹) | (с ⁻¹) |
| Без груза | 1. | | | | | | | | |
| | 2. | | | | | | | | |
| | 3. | | | | | | | | |
| | 4. | | | | | | | | |
| | 5. | | | | | | | | |
| С грузом массой | 1. | | | | | | | | |
| | 2. | | | | | | | | |
| | 3. | | | | | | | | |
| | 4. | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | |
|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | 5 | | | | | | | | |
|--|---|--|--|--|--|--|--|--|--|

Контрольные вопросы:

1. Охарактеризуйте свободные колебания в системе без затухания и при наличии затуханий. Составьте дифференциальное уравнение движения в случае затухающих колебаний маятника и колебательного контура.
2. Запишите кинематический закон изменения смещения со временем при наличии затухания. Как изменяется амплитуда затухающих колебаний со временем (формула и график)?
3. Что понимают под периодом колебаний, частотой колебаний, циклической частотой колебаний?
4. Дайте определение коэффициента затуханий. От чего зависит коэффициент затухания?
5. При каких условиях колебательное движение переходит в аperiodическое? Каков график изменения смещения в таких движениях?
6. Что такое логарифмический декремент затухания? Как определяется в данной работе логарифмический декремент и коэффициент затухания?
7. Что характеризует добротность колебательной системы? Как она связана с логарифмическим декрементом затухания?

**Основные теоретические сведения и соотношения
к лабораторным работам 3.3 и 3.4
ЯВЛЕНИЕ СУПЕРПОЗИЦИИ ВОЛН**

Волной называется процесс распространения колебаний в упругой среде по типу деформации среды, обусловленной направлением колебаний частиц среды около их положения равновесия, волны подразделяются на продольные и поперечные. Распространение продольных волн связано с периодическим разжатием сжатием среды, а поперечных деформации сдвига, поэтому фазовые скорости этих типов волн выражается формулами

$$v_{np} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad v_{попер} = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (3.3.1)$$

где E , G -соответственно, модуль Юнга и модуль сдвига, ρ – плотность среды.

В зависимости от формы волновой поверхности, волны бывают плоские, сферические и т.п. Уравнение сферической синусоидальной волны имеет вид

$$\zeta = \frac{A}{r} (\sin(\omega t - kr + \varphi_0)) \quad (3.3.2)$$

где ζ – смещение колеблющейся частицы среды от положения равновесия, A , ω , φ_0 – амплитуда, циклическая частота и начальная фаза колебаний в волне, \vec{r} – радиус вектор, по модулю равный расстоянию от источника колебаний до соответствующей частицы среды, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число, λ -длина волны.

Формула (3.3.2) является решением дифференциального волнового уравнения в частных производных

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} \quad (3.3.3)$$

При одновременном распространении в упругой среде нескольких волн происходит их суперпозиция. При рассмотрении данного процесса волны считаются независимыми и их наложения друг на друга должно происходить без взаимного искажения. Результирующее возмущение какой-либо частицы среды будет перedelаться суммарным возмущением, обусловленным каждой волной в отдельности.

Существует несколько типов суперпозиции волн.

1. Суперпозиция когерентных волн, распространяющихся в одном направлении, сопровождается их интерференцией и выражается в перераспределение их интенсивности в пространстве.

2. Суперпозиции волн, отличающихся друг от друга незначительно по частоте, ведет к образованию волнового пакета или группы волн.

3. Суперпозиция встречных когерентных волн обуславливает образование стоячей волны. Разберем этот случай подробнее.

При распространении плоской волны в направлении оси r и отражении её от плоской преграды, параллельной волновым поверхностям, т.е. перпендикулярной к лучам, первое колебание задается уравнением

$$S = A \sin\left(t - \frac{r}{v}\right) = A \sin(\omega t - kr) \quad (3.3.4)$$

Второе уравнение, определяющее колебания в отраженной волне для тоже точки (при полном отражении $A_{\text{отп}} = A_{\text{пад}} = A$) будет:

$$S = A \sin\left(t - \frac{r+2l}{v}\right) = A \sin[\omega t - k(r + 2l)] \quad (3.3.5)$$

т.к путь, пройденный отраженной волной до рассматриваемой точки будет на величину $2l$ больше пути, пройденного прямой волной, распространяющейся от источника. Результат сложения этих колебаний дает

$$S = S_1 + S_2 = 2A \cos kl \sin(\omega t - kl) \quad (3.3.6)$$

где $k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda}$ и $L = r + l = \text{const.}$

В качестве встречных волн часто рассматривается волна, бегущая в среде с плотностью ρ_1 и волна, отражения от преграды с плотностью ρ_2 (рис. 1а.). Колебания, описываемые уравнением (3.3.6), получаются при отражении в обратном направлении плоской гармонической волны от плоской преграды, имеющей меньшую плотность, чем та среда, в которой распространяется волна, т.е. $\rho_1 < \rho_2$ Уравнение (3.3.6) не содержит фазы волны и описывает колебания среды на участке между источником и преградой, имеющем длину $L = r + l$

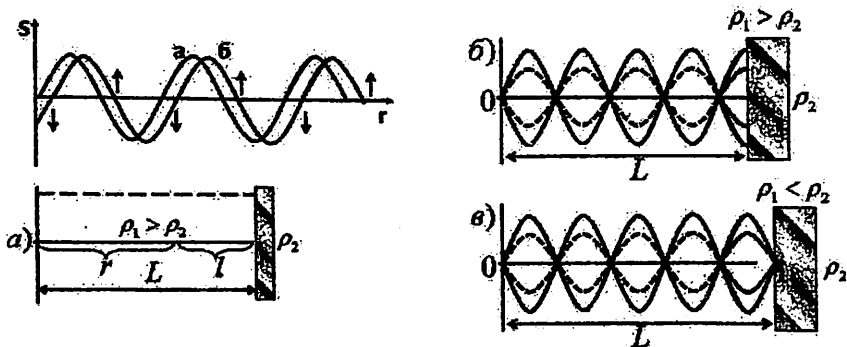


рис.1

Стоячие волны, как видно из уравнения (3.3.6), обладают свойствами:

1. Амплитуда колебаний точки среды зависит от расстояния l до этой точки от отражающей преграды (от конца «линии») и в

рассматриваемом случае равна $2A[\cos(2\pi/l)]$ на самой преграде ($l=0$) она равна $2A$ на расстояниях равных $\frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}$, т.е. когда $l=(2m+1)\frac{\lambda}{4}$ равно нечётному числу четвертей длин волн, амплитуда равна нулю.

2. Все точки среды, расположенные между двумя соседними узловыми поверхностями (см. ниже) колеблются в одинаковой фазе, так $r + l$ в уравнении (3.3.6) одинаков для всех точек среды, а знак первого (амплитудного) множителя меняется при изменении l на $\frac{\lambda}{2}$. График стоячей волны для такого случая дан рис. 16.

Точки среды, амплитуда которых остается равна нулю, называется узлами стоячей волны. Точки, амплитуда колебаний в которых наибольшая, называются пучностями.

Расстояние между двумя соседними пучностями или узлами называется

длиной стоячей волны. Она равна половине длины бегущей волны

$$\lambda_{ст} = \frac{\lambda}{2} \quad (3.3.7)$$

В случае, если отражение происходит от более плотной среды, на преграде лежит узел, а первая пучность - на расстоянии $\frac{\lambda}{2}$ от нее (рис. 1в). В остальном картина не отличается от описанной выше. Это связано с тем, что при отражении от более плотной среды фаза изменяется на π , что также трактуют как «потерю полу волны» при отражении от более плотной среды.

Стоячая волна широко используется в методических целях. Так с помощью стоячей волны можно исследовать собственные колебания струны, а также определить длину и скорость распространения звуковой волны в среде.

Лабораторная работа 3.3

ИССЛЕДОВАНИЕ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ СТРУНЫ МЕТОДОМ РЕЗОНАНСА

Цель работы:

В результате выполнения лабораторной работы студент должен:

- * знать теорию метода измерений, особенности собственных колебаний струны, понятия обертонов или гармоник, основного тона, особенности образования и характеристики стоячих волн, понятие резонанса и теорию вынужденных колебаний;
- * уметь выделять на опыте резонансы первой, второй и т.д. гармоник.

Задание:

1. Проверить теоретическую формулу зависимости собственных частот колебаний струны ν_n от натяжения струны T .
2. Рассчитать усредненное значение частоты первой гармоники

Описание установки и метода измерений

Собственные колебания закрепленной натянутой струны происходят под действием сил натяжения струны. Пусть струна является идеально гибкой, однородной и растянута силами натяжения T (рис.2)

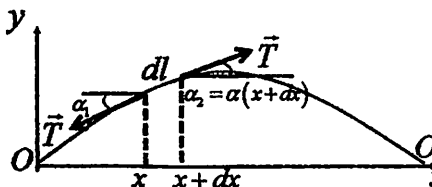


рис.2

Если колебания струны происходят в плоскости XOY, то обозначим смещение точек струны от положения равновесия вдоль оси OY- ζ . Величина ζ будет различной для каждого момента времени в разных точках. Так в точке X смещение будет ζ , а в точке $x + dx$ - будет $\zeta + d\zeta$ -малый элемент струны с массой.

$$dm = \rho_l \cdot dx \quad (3.3.8)$$

Где $\rho = \frac{m}{l}$ - линейная плотность струны, m и l - масса и длина струны. По второму закону Ньютона движение элемента dx вдоль оси OY описывается уравнением.

$$T_y = dm \cdot a_y = \rho_l \cdot dx \cdot a_y \quad (3.3.9)$$

В точке X струны, как следует из рисунка, Y-ая составляющая силы натяжения равна

$$T_y = T \sin \alpha \quad (3.3.10)$$

При допущении, что смещение ζ настолько мало, что угол α можно считать достаточно малым

$$\sin \alpha \approx \operatorname{tga} = \frac{d\zeta(x)}{dx} = \zeta'(x) \quad (3.3.11)$$

Формулу (10) записать в виде

$$T_y = T * \operatorname{tga} = T \frac{d\zeta(x)}{dx} \quad (3.3.12)$$

Тогда суммарная сила натяжения T_y , выражения формулой (3.3.9) должна быть равна разности её значений на обоих концах элемента т.е

$$T_y = T \left[\frac{d\zeta(x+dx)}{dx} - \frac{d\zeta(x)}{dx} \right] \quad (3.3.13)$$

При условии, что $dx \rightarrow 0$

$$\frac{d\zeta(x+dx)}{dx} - \frac{d\zeta}{dx} + \frac{d^2\zeta(x)}{dx^2} + \dots \quad (3.3.14)$$

И суммарная сила выразится как

$$T_y = T \frac{d^2\zeta(x)}{dx^2} dx \quad (3.3.15)$$

С учетом (3,3.10) и (3.3.15), (3.3.9) перепишем в виде

$$T \frac{d^2\zeta(x)}{dx^2} dx = \rho_l dx \frac{d^2\zeta}{dt^2} \quad (3.3.16)$$

Окончательно уравнение движения струны будет иметь вид

$$\frac{d^2\zeta}{dx^2} = \frac{1}{\vartheta^2} \frac{d^2\zeta}{dt^2} \quad (3.3.17)$$

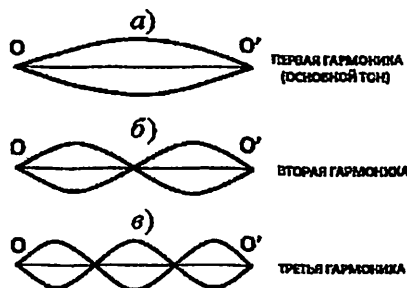
где

$$\vartheta = \sqrt{\frac{T}{\rho_l}} = \sqrt{T\rho_l^{-1}} \quad (3.3.18)$$

представляет собой скорость распространения волны вдоль струны.

Собственные колебания струны имеют сложный характер и представляются как результат суперпозиции множества стоячих волн, частоты которых называются собственными частотами колебаний. Образование стоячей волны при колебаниях струны связано с отражением бегущей волны от мест крепления. Установлено, что в струне возможно возбудить лишь такие колебания, при которых на длине струны укладывается целое число стоячих волн (1,2,3...). Если укладывается одна стоячая волна, то колебания струны будут называться **основными колебаниями** или **основным тоном** струны. Если укладывается большее число стоячих волн, колебания называются **обертнами** или **гармониками**. Номер гармоники определяется числом пучности в стоячей волне (рис.3.а,б,в)

Период колебаний точек струны зависит от массы, натяжения струны, и тем больше, чем меньше натянута струна и чем она массивнее. С увеличением номера гармоники период колебаний точек струны будет уменьшаться, самый большой период колебаний у первой гармоники или основного тона. Длина стоячей волны, как указывалось выше, равна половине длине бегущей волны, т.е.



$$\lambda_{ст} = \lambda/2,$$

в то же время

$$\lambda_{ст} = \frac{v}{\nu}$$

ПОЭТОМУ

$$\lambda_{ст} = \frac{v}{2\nu_n}$$

$$(3.3.19)$$

3-рис.

Так как на длине струны L должно укладываться целое число стоячих волн, то

$$L = n\lambda_{ст} = \frac{v n}{2\nu_n} \quad (3.3.20)$$

Отсюда собственная частота той гармоники может быть выражена как

$$\nu_n = \frac{v n}{2L} \quad (3.3.21)$$

С учетом формулы (3.3.18)

$$\nu_n = \frac{n}{2L} \sqrt{T\rho_l^{-1}} \quad (3.3.22)$$

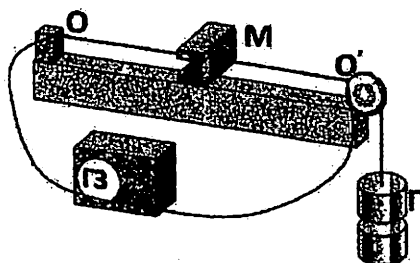


рис.4

Для того, чтобы из сложного колебания струны выделить каждую гармонику, т.е. получить спектр частот колебаний струны, используем явление резонанса. С этой целью подействуем на струну периодической изменяющейся внешней силой. При резонансе частота колебаний возмущающей силы совпадает с частотой одной из гармоник. Так как собственные колебания струны представляет суперпозицию колебаний с периодами и т.д., то собственные частоты соответствующих гармоник будут $\nu_0, 2\nu_0, 3\nu_0, 4\nu_0,$ и т.д. Изменяя частоту колебаний возмущающей силы, можно выделить все гармоники собственных колебаний струны. Для проведения измерений служит прибор (рис.4). Медная струна, жестко закрепленная одним концом к стойке А, опирается на призмы, расстояние между которыми принимается за длину струны L , ко второму концу струны навешиваются сменные грузики, обеспечивающие натяжение струны. Вдоль струны может перемещаться постоянный магнит М, между полюсами которого оказывается участок струны Δl . По струне пропускают переменный ток от звукового генератора ГЗ, частота которого может плавно меняться от 20 до 20000 Гц. Сила Ампера, действующая со стороны магнитного поля на участок струны, по которой проходит переменный ток, также будет периодически изменяться с частотой, задаваемой генератором.

$$F = B I \Delta l \sin \omega t = B I \Delta l \sin 2 \pi \nu t$$

При увеличении частоты колебаний тока амплитуда колебаний струны будет возрастать. При некоторой частоте ν_1 амплитуда колебаний будет уменьшаться, достигнет минимума, затем вновь

начнет возрастать и при частоте $\nu_2 = 2\nu_1$ снова достигнет максимума. В этом случае посредине струны будет располагаться узел, пучностей будет две, и они расположатся симметрично по обе стороны узла. На закрепленных концах струны тоже образуются узлы. Далее, по мере возрастания частоты будут возбуждаться 3-я, 4-я и т.д. гармоники. При изменении натяжения струны изменяется и весь спектр частот, при которых струна будет резонировать.

Порядок выполнения работы и обработка результатов измерений

1. Задают натяжение струны T_1 , подвешивая к ней груз определенной массы.
2. Изменяя частоту тока, находят резонансные частоты для первой, второй и т.д. гармоник. Убеждаются в их кратности основной частоте ($\nu_2 = \nu_0, \nu_2 = 2\nu_0, \nu_3 = 3\nu_0$ и т.д.).
3. Задают новое натяжение T_2 , и повторяют измерения пункта 2.
4. Проделывают это ещё один раз, для другого натяжения.
5. Для каждого из натяжений по полученным значениям частоты гармоник находят усредненное значение частоты первой гармоники как среднее арифметическое из частоты первой гармоники, полигоны частоты второй гармоники, $1/3$ частоты третьей гармоник и т.д.

$$\nu_{ст} = \frac{\nu_1 + \frac{\nu_2}{2} + \frac{\nu_3}{3} + \dots + \frac{\nu_n}{n}}{n}$$

6. Полученное значение $\nu_{ст}$ сравнивают со значением, вычисленным по формуле (3.3.22) при $n=1$ Длина струны измеряется масштабной линейкой, диаметр микрометром, линейная плотность

струны вычисляется по формуле $\rho_l = \rho S = \rho \pi \frac{d^2}{4}$, где $\rho = 8.9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, d - диаметр струны.

7. Результаты представляют в таблице 1

Таблица 1

| L (м) | d (м) | ρ_l (кг*м) | натяжение T (Н) | № гармоники | резонансная ν_n (Гц) | $\nu_{1\text{ср}}$ (Гц) | вычисленная ν_1 (Гц) |
|----------|----------|--------------------|--------------------|----------------|--------------------------------|----------------------------|-----------------------------|
| | | | T ₁ = | 1 | | | |
| | | | | 2 | | | |
| | | | | 3 | | | |
| | | | T ₂ = | 1 | | | |
| | | | | 2 | | | |
| | | | | 3 | | | |

Контрольные вопросы

1. Дайте определения амплитуды, периода, частоты, циклической частоты и фазы гармонического колебания. Что такое волны?
2. Какие волны называются продольными, какие - поперечными?
3. Как вычисляют скорости распространения продольных и поперечных упругих волн?
4. Что такое длина волны? Что называют волновым числом? Какая связь с длиной волны отношения циклической частоты к фазовой скорости?
5. Какие волны называют плоскими? Напишите уравнение плоской гармонической волны (луча), объясните его получение. Найдите связь между разностью хода и разностью фаз.

6. В чем состоит принцип суперпозиции волн? Что такое интерференция волн? Какие источники и волны называются когерентными?
7. Как возникают стоячие волны и что они собой представляют? Напишите уравнение стоячей волны. Что такое длина стоячей волны?
8. В каких случаях при отражении волны фаза меняется на π , т.е. происходит потеря полуволны?
9. Как определять скорость звука методом стоячей волны?
10. Что такое гармоники? Что называют основным тоном и обертонами струн?
11. Напишите формулы для скорости распространения волны по струне собственных частот струны.
12. В чем состоит метод резонанс для исследования собственных колебаний струны?
13. Начертите схему установки для работы и поясните её.
14. Напишите формулу для вынуждающей силы, действующей на элемент струны с синусоидальным током магнитном поле.
15. Расскажите порядок выполнения работы вычислений.
16. Как сопоставляют резонансные частоты с собственными частотами, вычисленными по теоретической формуле?

Лабораторная работа 3.4

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ЗВУКА В ВОЗДУХЕ МЕТОДОМ СТОЯЧЕЙ ВОЛНЫ

Цель работы: в результате выполнения лабораторной работы студент должен:

- знать теорию метода измерений, теорему волновых процессов, их основные характеристики, что собой представляет звуковая волна, теорию суперпозиции волн, особенности и характеристики стоячих волн;
- уметь провести измерения и грамотно обработать результаты измерений

Задание:

1. Определить скорость звука в воздухе.
2. Вычислить относительную ошибку измерений.

Описание установки и метода измерений

Упругие волны, распространяющиеся в среде с частотами в диапазоне от 16 до 20000 Гц, называются звуковыми волнами или просто звуком. Волны с частотами меньше 16 Гц называются инфразвуком, а более 20000 Гц – ультразвуком.

Реальная звуковая волна является наложением гармонических колебаний с определенными частотами. Набор частот колебаний, присутствующих в данном звуке, называется его акустическим спектром. Спектр называется сплошным, если в звуке присутствуют

колебания всех частот некоторого интервала от ν_1 до ν_2 . Спектр имеет линейный характер, если звук состоит из колебаний дискретных частот $\nu_1, \nu_2, \nu_3 \dots$ и т.д.. Линейчатый спектр характеризует тональный звук, а сплошной – шумы. Скорость звука в воздухе составляет – 340м/с и зависит от температуры.

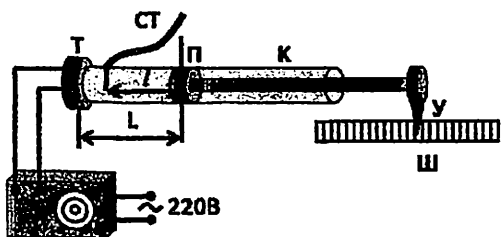


рис.5

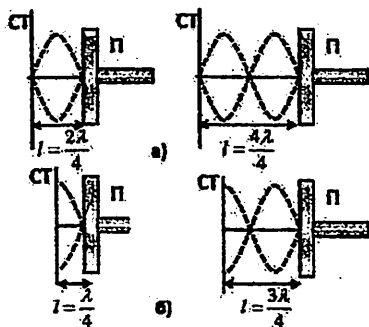


рис.6

Для проведения измерений по определению скорости звука в воздухе служит установка, изображенная на рис.5 и состоящая из металлической трубы К длиной примерно 0,7 м и диаметром 0,04 м. С одной стороны, труба закрыта подвижным металлическим поршнем П, величину перемещения которого нужно отсчитывать по масштабной линейке со шкалой Ш с помощью указателя У. У другого конца трубы расположен источник звука. Представляющий собой телефон Т. Питание телефона производится переменным током от генератора звуковых частот ЗГ, например, ГЗ-53, включаемого в сеть 220 В. Частота переменного тока, даваемого генератором, может плавно изменяться от 20 до 20000 Гц при вращении лимба. Громкость звука регулируется рукояткой с надписью амплитуда или регулировка выхода. У телефонного конца трубы установлен штуцер

с резиновой слуховой трубкой СТ. При колебании мембраны телефоны и отражении звука от поршня в трубе устанавливается стоячая волна, расположение узлов и пучностей в которой определяется положением поршня. Если расстояние от поршня до места расположения слуховой трубки будет равно четному числу четвертей длины волны $\frac{2m\lambda}{4}$, где m – любое целое число, то на это место будет приходиться узел и звука не будет (рис.6а). Если же это расстояние равно нечетному числу четвертей длины волны $l = \frac{(2m+1)\lambda}{4}$, то у места слуховой трубки будет пучность и громкость звука будет максимальной (рис.6б)

Внутреннее трение у стенок трубы, отдача тепла стенка трубы и передача колебаний через стенки во внешнюю среду должны приводить к затуханию звука, к уменьшению амплитуды по мере распространения волны вдоль трубы. Однако, в не слишком узких трубах (диаметра больше 1 см) затухание звука незначительно и поэтому с помощью трубы можно передать громко речь на десятки метров.

Нарастание громкости звука при соответствующем подборе расстояния до поршня происходит особенно отчетливо в силу ещё одного обстоятельства. Воздушный столб длинного L может сам являться при соответствующих условиях источником звука, причем собственные колебания такого столба имеют частоты, определяющиеся тем условием, что соответствующая этой частоте четверть длины волны должна целое число раз уложиться на длине столба: четное - когда труба закрыта с одной стороны телефоном, а с другой стороны поршнем, и нечетное при отсутствии поршня. В

последнем случае звук отражается от конца трубы, в плоскости которого приблизительно будет пучность.

Если при данной частоте звука, задаваемой генератором мы установим поршень так, что на длине воздушного столба установится четное число четвертей длины волны, соответствующей этой частоте (целое число стоячих волн), то тем самым мы делаем одну из собственных частот столба, равной частоте, задаваемой генератором, а при таком условии, как известно из предыдущей работы, в силу явления резонанса колебания приобретают особенно значительную амплитуду.

Если известна частота звука ν_1 , и измерено расстояние между двумя соседними пучностями, равное длине стоячей волны, тогда скорость звука может быть рассчитана по формуле

$$v = 2\lambda_{ст}\nu, \quad \text{где } 2\lambda_{ст} = \lambda_0 \quad (3.4.1)$$

Порядок выполнения работы и обработка результатов измерений

1. Поршень ставят в положение, соответствующее наименьшему расстоянию от слуховой трубки
2. Устанавливают на генераторе частоту в пределах 1000-3000 Гц.
3. Медленно передвигают поршень до появления наиболее громкого звука и отмечают положение поршня. Перемещают поршень далее и отмечают следующее положение поршня, соответствующее максимальной громкости звука и т.д. Затем перемещают поршень в обратном направлении, отмечая аналогичные положения. По отсчетам, соответствующим

одному и тому же резонансному положению поршня, берут среднее значение

4. Находят разности между средним значением положений поршня, соответствующих соседним максимумам.
5. Берут среднее значение из этих разностей. Полученное число дает половину измеряемой длины волны (длину стоячей волны).
6. Вычисляют скорость распространения звука по заданной частоте и измеренной длине стоячей волны по формуле (3.4.1).
7. То же самое проделывают для нескольких частот.
8. Определяют среднее арифметическое значение из вычисленных скоростей и определяют абсолютную и относительную ошибки.
9. Записывают температуру воздуха, при которой определена скорость звука.

Все данные представляют в виде таблицы 1.

Таблица 1

| ν (Гц) | № п/п | l (м) | l (м) | l_{cp} (м) | λ_{cm} (м) | $v=2\lambda_{cm}\nu$ (м/с) | Δv | δ |
|------------|-------|---------|---------|--------------|--------------------|----------------------------|------------|----------|
| $\nu_1=$ | 1. | | | | | | | |
| | 2. | | | | | | | |
| | 3. | | | | | | | |
| | 4. | | | | | | | |
| $\nu_2=$ | 1. | | | | | | | |
| | 2. | | | | | | | |
| | 3. | | | | | | | |
| | 4. | | | | | | | |

| | | | | | | | | |
|---------|----|--|--|--|--|--|--|--|
| $v_3 =$ | 1. | | | | | | | |
| | 2. | | | | | | | |
| | 3. | | | | | | | |
| | 4. | | | | | | | |

Контрольные вопросы

1. Дайте определения амплитуды, периода, частоты, циклической частоты и фазы гармонического колебания. Что такое волны?
2. Какие волны называются продольными, какие - поперечными?
3. Как вычисляют скорости распространения продольных и поперечных упругих волн?
4. Что такое длина волны? Что называют волновым числом? Какая связь с длиной волны, отношения циклической частоты к фазовой скорости?
5. Какие волны называют плоскими? Напишите уравнение плоской гармонической волны (луча), объясните его получение. Найдите связь между разностью хода и разностью фаз.
6. В чем состоит принцип суперпозиции волн? Что такое интерференция волн? Какие источники и волны называются когерентными?
7. Как возникают стоячие волны и что они собой представляют? Напишите уравнение стоячей волны. Что такое длина стоячей волны?
8. В каких случаях при отражении волны фаза меняется на, т.е. происходит потеря полуволны?
9. Как определять скорость звука методом стоячей волны?

10. Что такое гармоники? Что называют основным тоном и обертонами струн?
11. Напишите формулы для скорости распространения волны по струне собственных частот струны.
12. В чем состоит метод резонанс для исследования собственных колебаний струны?
13. Начертите схему установки для работы и поясните её.
14. Напишите формулу для вынуждающей силы, действующей на элемент струны с синусоидальным током в магнитном поле.
15. Расскажите порядок выполнения работы вычислений.
16. Как сопоставляют резонансные частоты с собственными частотами, вычисленными по теоретической формуле?

Лабораторная работа 3.5 ЯВЛЕНИЕ РЕЗОНАНСА В ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Цель: Изучение установившихся вынужденных колебаний в цепях переменного тока. Исследование явления резонанса.

Основные теоретические сведения и соотношения

Сила тока в контуре связана с зарядом и разностью потенциалов на конденсаторе соотношением

$$i = -\frac{dq}{dt} = -C\frac{dV}{dt},$$

Где $q = CV$ есть заряд конденсатора; знак минус указывает на то, что положительным считается то направление тока, которое соответствует убыли разности потенциалов на пластинах

конденсатора. Изменение силы тока во времени вызывает электродвижущую силу самоиндукции, равную

$$\varepsilon = -L \frac{di}{dt} = LC \frac{d^2 u}{dt^2}$$

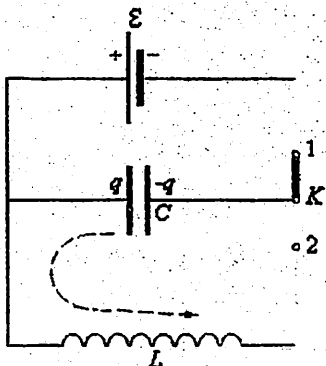


Рис.1-. Простой электромагнитный колебательный контур

Для демонстрации и изучения этих явлений были применены классический вариант, схема которой показана на рис.1. По этой схеме конденсатор С, аккумулятор ε, катушка самоиндукции L, магазин сопротивлений R, и зеркальный гальванометр G соединяются между собой согласно по схеме и присоединяются к особому механизму, служащему для размыкания цепей зарядки и разрядки конденсатора.

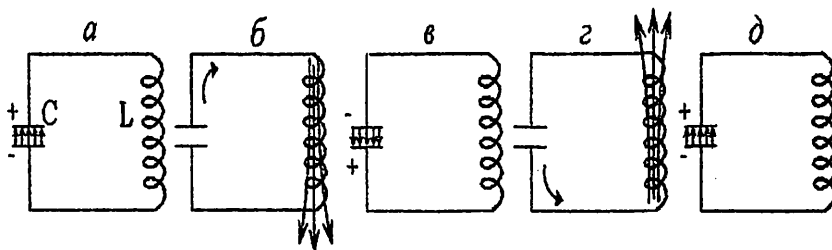


Рис.2. Закрытый контур электромагнитных колебаний

Присоединенный к контуру, для его замыкания и размыкания механизма должен обеспечить размыкание контура, через наперед заданные промежутки времени после начала разряда.

В начальный момент времени конденсатор заряжен зарядом q . Тогда энергия электрического поля между обкладками конденсатора

$$W = \frac{CU^2}{2} \quad (3.5.1)$$

При замыкании конденсатора на катушку индуктивности, в контуре потечет возрастающий ток I . Энергия электрического поля начнет уменьшаться, а энергия магнитного поля катушки будет возрастать. Поскольку потерь в контуре нет $R=0$, то полная энергия сохраняется.

$$W = \frac{LI^2}{2} = \frac{CU^2}{2} \quad (3.5.2)$$

В колебательном контуре происходят периодические изменения заряда q на обкладках конденсатора и силы тока I . Эти электрические колебания сопровождаются превращением энергии электрического и магнитного полей. Из сравнения электрических колебаний с механическими колебаниями, следует, что:

—энергия электрического поля конденсатора аналогична потенциальной энергии маятника,

—энергия магнитного поля катушки аналогична кинетической энергии маятника.

—сила тока в контуре аналогична скорости движения маятника.

—индуктивность L выполняет функцию массы.

—сопротивление R играет роль силы трения, действующей на маятник.

Свободные электрические колебания в колебательном контуре являются гармоническими, если его электрическое сопротивление $R=0$. Дифференциальное уравнение свободных гармонических колебаний заряда в контуре:

$$-L \frac{dI}{dt} = \frac{Q}{C} \quad \text{или} \quad \frac{dI}{dt} + \frac{1}{LC} Q = 0 \quad (3.5.3)$$

Заряд q совершает гармонические колебания по закону:

$$Q = Q_0 \sin\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t + \varphi\right) \quad (3.5.4)$$

где Q_0 - амплитуда колебаний заряда с циклической частотой:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (3.5.5)$$

и периодом

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{LC} \quad (3.5.6)$$

Эта формула называется — формула Томсона. Сила тока в колебательном контуре:

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{Q_0}{\sqrt{LC}} \cos\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t + \varphi\right) = \frac{Q_0}{\sqrt{LC}} \sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}} + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) \quad (3.5.7)$$

опережает по фазе колебания заряда q на $\pi/2$.

Здесь амплитуда силы тока.

$$I_{max} = q\omega = \frac{q_{max}}{\sqrt{LC}} \quad (3.5.8)$$

Разность потенциалов $U = \varphi_2 - \varphi_1$ в обкладках конденсатора также изменяется по гармоническому закону и совпадает по фазе с зарядом q

$$U = \frac{q}{C} = U_{max} \cos(\omega t - \varphi) \quad (3.5.9)$$

Амплитуда колебаний силы тока в цепи будет зависеть от частоты ω приложенного постоянного напряжения генератора, так

как сопротивления реактивных элементов – конденсатора и катушки индуктивности зависят от частоты.

При низкой частоте ω переменного тока емкостное сопротивление конденсатора $X_C = 1/(\omega C)$ будет очень большим, поэтому сила тока в цепи будет мала. В обратном предельном случае большой частоты ω переменного тока большим будет индуктивное сопротивление катушки $X_L = \omega L$, и сила тока в цепи опять будет мала.

Полное сопротивление Z цепи, изображенной на рис.1., определяется формулой:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad (3.5.10)$$

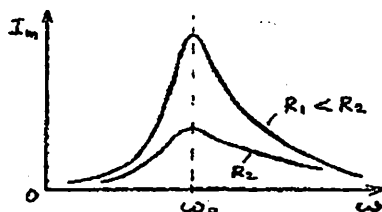
Ясно, что максимальная сила тока в цепи будет соответствовать такой частоте ω_0 приложенного переменного напряжения, при которой индуктивное и ёмкостное сопротивления будут одинаковы:

$$\omega_0 L = 1/(\omega_0 C) \quad (3.5.11)$$

При равенстве реактивных сопротивлений катушки и конденсатора, амплитуды напряжений на этих элементах также будут одинаковыми $U_C = U_L$. Колебания напряжения на катушке и конденсаторе противоположны по фазе, поэтому их сумма при выполнении условия (1) будет равна нулю. В результате напряжение U_R на активном сопротивлении R будет равно полному напряжению генератора U , а сила тока в цепи достигает максимального значения $I_m = U/R$. Циклическая частота ω колебаний силы тока и ЭДС при этом равна

$$\omega = \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} \quad (3.5.12)$$

и совпадает с циклической частотой свободных незатухающих электромагнитных колебаний в электрическом контуре.



Явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний силы тока в колебательном контуре при приближении циклической частоты ω внешней переменной ЭДС к частоте ω_0 свободных незатухающих колебаний в контуре называется резонансом в электрической цепи переменного тока. Частота $\omega = \omega_0$ называется резонансной циклической частотой. Резонансная циклическая частота не зависит от активного сопротивления R . График зависимости I_m от ω называется резонансной кривой. Резонансные кривые имеют тем более острый максимум, чем меньше активное сопротивление R .

Порядок выполнения работы.

1. Соберите на монтажном столе схему, показанную на рис. 1., предварительно выбрав значения параметров элементов следующими:

- Генератор: $U_{\text{эф}} = 100 \text{ В}$; $\omega = 10 \text{ Гц}$;
- Резистор: $R = 200 \text{ Ом}$; $P = 500 \text{ Вт}$;
- Конденсатор: $C = 10 \text{ мкФ}$; $U_{\text{раб}} = 400 \text{ В}$;
- Катушка: $L = 1 \text{ Гн}$.

2. Изменяя частоту генератора от 10 Гц до 100 Гц через 10 Гц, с помощью вольтметров измерьте напряжения на катушке, конденсаторе, резисторе и занесите измеренные значения в таблицу. В наборе конструктора имеется лишь два мультиметра, поэтому придется, изменяя частоту генератора, провести измерения дважды – сначала подключив вольтметры к катушке и конденсатору, а второй раз – подключив вольтметр к резистору.

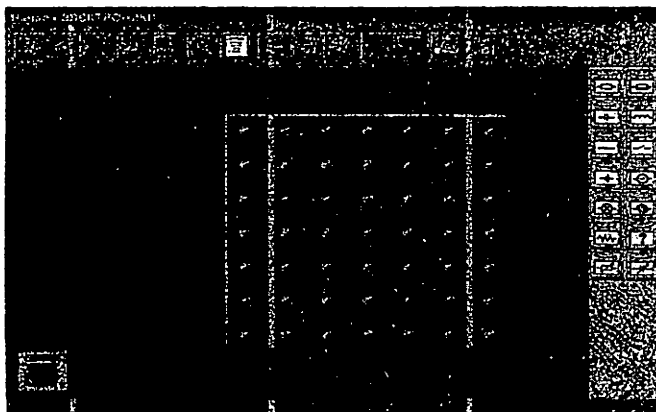
3. Постройте графики зависимости напряжений на резисторе, конденсаторе и катушке в зависимости от частоты генератора.

4. Рассчитайте по формуле (3.5.12) частоту резонанса и сравните полученное значение с экспериментальным.

5. Измените параметры элементов и повторите измерения и расчеты.

6. Попытайтесь объяснить экспериментальные графики зависимости напряжений на элементах от частоты переменного тока в цепи.

1. При запуске программы появится следующее окно:



2. Вверху окна находится ряд меню



В этом случае слева:



- Загрузить схему из файла на диске;



- Нажатием этой кнопки можно очистить монтажную плату;



- Получить мультиметр;



- Получить осциллограф;



- Показать/Скрыть окно "Параметры деталей";



- Показать/Скрыть окно "Состояние детали";



- Справочник по электричеству;



- Лабораторные работы;



- Как работать с программой;



- Язык;



- Вызывает калькулятор Windows;



- Об авторах;



- Выход.

Справа от окна находится ряд панелей инструментов:

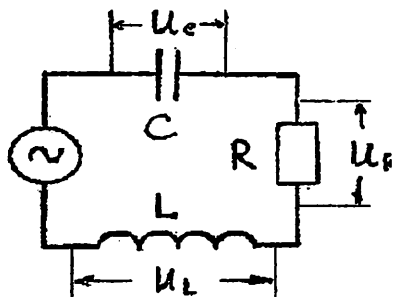
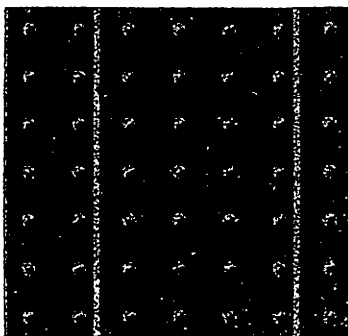


Рис. 3 Соберите схему, показанную на, на монтажной плате ниже.



4. На монтажном столике снимите с приборной панели провода генератора, резистора, конденсатора, катушки и разъема и соберите схему следующим образом:



Вопросы и задания для самоконтроля

1. Как зависят реактивные сопротивления конденсатора и катушки индуктивности от частоты переменного тока?
2. Почему сила тока в последовательной цепи с конденсатором, катушкой и резистором имеет максимум при определенной частоте и стремится к нулю при очень малой и очень большой частоте.
3. Почему при резонансе напряжение на резисторе равно напряжению источника переменного тока?
4. При каком условии наступает резонанс в последовательной цепи переменного тока?
5. Как используется явление резонанса в быту, технике, науке?

ЛИТЕРАТУРА

1. Q.P. Abduraxmanov, V.S.Xamidov, N.A. Axmedova. “FIZIKA” Darslik. Toshkent. 2018.
2. К.П.Абдурахманов, Ў.Эгамов “Физика” дарслиги, Топшкент, 2013.
3. Q.P.Abduraxmanov, O‘.Egamov “ Fizika kursi” darsligi, Toshkent “O‘quv ta’lim metodikasi” 2015.
4. И.И.Савельев. Курс общей физики. Том 1,2,3. Москва 2018 г.
5. Д.В.Сивухин. Общий курс физики. В 5 томах. Учебное пособие. Москва, 2014 г.
6. Physics: Principles with Applications 6th Edition by Douglas C.Giancoli, 2014.
7. Serway R.A., Jewett J.W. Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics, 8ed. , Brooks Cole, 2010. -1558.
8. Bauer W., Westfall G.D. University Physics with Modern Physics, McGraw-Hill, 2011, 1472 pages
9. Трофимова Т.И. Курс физики. М. Высшая школа 1999. с.543.
10. Ahmadjonov O. Fizika kursi. T.: «O‘qituvchi», 1987. t. 1,2,3- qismlar.
11. S. Bozorova., N.Kamolov. Fizika (Optika.Atom va yadro fizikasi). Darslik. T.: Aloqachi, 2007.
12. N.A. Sultanov. Fizika kursi. Darslik. T.: Fan va texnologiya. 2007. 305 bet.
13. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики. М.: “Высшая школа”, 1989 г.
14. Абдурахманов К.П., Тигай О.Э., Хамидов В.С. Курс мультимедийных лекций по физике, 2012.

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|--|----|
| Лабораторная работа 3.1. Изучение колебаний математического и физического маятников | 3 |
| Лабораторная работа 3.2. Изучение механических затухающих колебаний определение коэффициента затухания ... | 16 |
| Основные теоретические сведения и соотношения к лабораторным работам 3.3\ 3.4. Явление суперпозиции волн ... | 25 |
| Лабораторная работа 3.3. Исследование собственных колебаний струны методом резонанса | 29 |
| Лабораторная работа 3.4. Определение скорости звука в воздухе методом стоячей волны | 37 |
| Лабораторная работа 3.5. Явление резонанса в цепи переменного тока | 44 |
| Литература | 53 |

Формат 60x84 1/16. Печ. лист 3,5.

Заказ № 6. Тираж 30.

Отпечатано в «Редакционно издательском»
отделе при ТУИТ.

Ташкент ул. Амир Темур, 108.

**Методическое пособие по выполнению
лабораторных работ по курсу физики
Колебания и волны. Часть 3**

**Предназначена для студентов Ташкентского
университета информационных технологий
имени Мухаммада ал-Харазмий**

**Рассмотрено и одобрено на заседании кафедры
физики протокол
№ 31 от 16.03.2022 г.**

**Утверждено на заседании НМС факультета
Телевизионных технологий протокол
№ 6 от 29.03.2022**

**Рекомендовано к тиражированию НМС ТУИТ
имени Мухаммада ал-Харазмий
протокол № 9(155) от 26.04. 2022 г.**

**Составители: Х.М.Холмедов, О.О.Очилова,
У.Х.Тахиров, К.Б. Хайдаров**

**Рецензенты: доц. М.А.Фаттохов,
доц. М.Ф.Рахматуллаева**

**Ответственный редактор:
Х.М.Холмедов**