

**МИНИСТЕРСТВО ПО РАЗВИТИЮ ИНФОРМАЦИОННЫХ
ТЕХНОЛОГИЙ И КОММУНИКАЦИЙ РЕСПУБЛИКИ
УЗБЕКИСТАН**

**ТАШКЕНТСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ
ТЕХНОЛОГИЙ ИМЕНИ МУХАММАДА АЛ-ХОРАЗМИЙ**

Кафедра «Электроника и радиотехника»

**МЕТОДИЧЕСКОЕ РУКОВОДСТВО
ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ ПО ДИСЦИПЛИНЕ
«ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ»**

для студентов, обучающихся по направлениям

(СФИТ ТУИТ-БГУИР)

Область знаний	300000	– Производственно–техническая сфера
Область образования:	330000	– Компьютерные технологии и информатика
Направление образования:	5330800	– Программируемые мобильные системы (1–39 03 02 Программируемые мобильные системы)

ТАШКЕНТ 2022

УДК

Авторы: Туляганова В.А., Газиева В.А., Улашов С.Р.

«Теория электрических цепей». Методическое руководство для выполнения практических работ по дисциплине Ташкент: ТУИТ, 2022, 60 с.

Методическое руководство содержит описание 8 практических работ, включая основных формул и примеров задач с решениями, с краткими теоретическими сведениями. Методическое руководство предназначено для студентов, обучающихся по направлению 5330800-«Программируемые мобильные системы».

Ташкентский университет информационных технологий имени Мухаммада ал-Хоразмий

ВВЕДЕНИЕ

Методическое руководство составлено в соответствии с программой дисциплины «Теория электрических цепей» (ТЭЦ) для студентов Ташкентского университета информационных технологий имени Мухаммада аль-Хорезми СФИТ ТУИТ-БГУИР, где для проведения практикума выделяется до 18 часов аудиторных занятий.

Дисциплина ТЭЦ является первым специальным курсом, в котором изучаются основы электротехники, радиотехники и электросвязи. Она образует фундамент, на котором базируется вся профессиональная деятельность инженера связи.

В свою очередь, дисциплина ТЭЦ опирается на знания предшествующего курса высшей математики и тесно переплетена с одновременно изучаемыми курсами электронных и квантовых приборов и теории электрической связи.

1. Основные понятия и законы теории электрических цепей

1.1. Эквивалентные преобразования схем электрической цепи с пассивными элементами

Последовательное соединение резисторов (рис. 1, а) равно сумме их сопротивлений (рис. 1, б):

$$R_{\text{экр}} = R_1 + R_2 + \dots + R_n \quad (1)$$

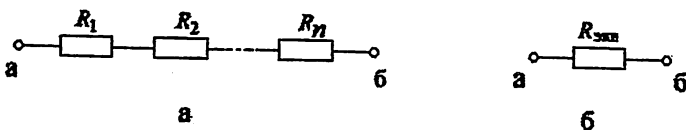


Рис. 1

Пример 1. Найти эквивалентное сопротивление электрической цепи (рис. 2), если $R_1 = 10$ Ом, $R_2 = 20$ Ом, $R_3 = 30$ Ом.

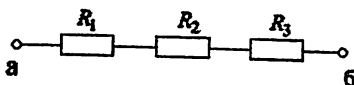


Рис. 2

Решение. $R_{\text{аб}} = R_{\text{экр}} = R_1 + R_2 + R_3 = 10 + 20 + 30 = 60$ Ом.

При параллельном соединении двух резисторов R_1 и R_2 (рис. 2, а) их эквивалентное сопротивление (рис. 2, б)

$$R_{\text{аб}} = R'_{\text{экр}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \quad (2)$$

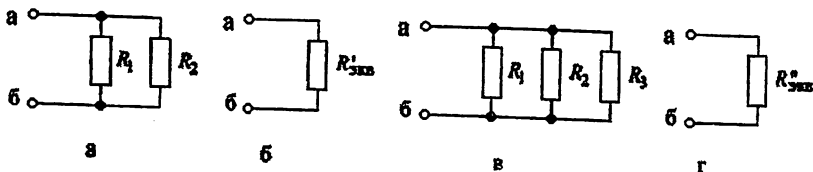


Рис. 3

При параллельном соединении трёх резисторов R_1 , R_2 и R_3 (рис. 3, в) их эквивалентное сопротивление (рис. 3, г)

$$R_{\text{эк}} = R_{\text{экв}} = \frac{\left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}\right) \cdot R_3}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3} = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}. \quad (3)$$

Пример 2. Пусть задана схема (рис. 4), в которой $E_3 = 40$ В, $R_1 = R_3 = 6$ Ом, $R_2 = R_6 = 4$ Ом, $R_4 = R_5 = 2$ Ом. Рассчитать токи в ветвях методом преобразования «треугольника» сопротивлений в «звезду».

Решение. Преобразуем «треугольник» сопротивлений $R_2 - R_3 - R_4$ в «звезду»

$$R_{24} = R_{45} = R_{25}.$$

$$R_{45} = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_2 + R_4 + R_5} = 0,5 \text{ Ом}; R_{24} = \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4 + R_5} = 1 \text{ Ом}; R_{25} = \frac{R_2 \cdot R_5}{R_2 + R_4 + R_5} = 1 \text{ Ом}.$$

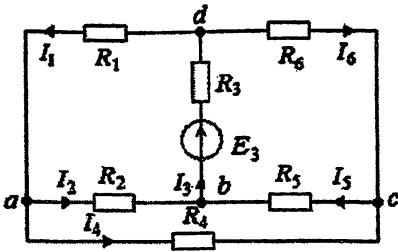


Рис. 4

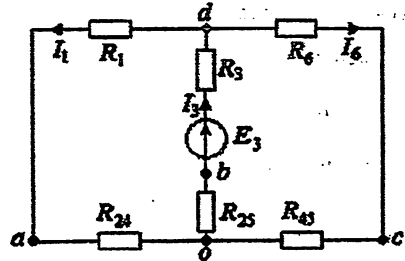


Рис. 5

Определяем $R_{\text{экв}}$ относительно зажимов E_3 :

$$R_{\text{экв}} = R_3 + R_{25} + \frac{(R_1 + R_{24}) \cdot (R_6 + R_{45})}{R_1 + R_{24} + R_6 + R_{45}} = 9,47 \text{ Ом}.$$

По закону Ома определяем ток

$$I_3 = \frac{E_3}{R_{\text{экв}}} = 4,11 \text{ А}.$$

Ток I_1 определяем по формуле

$$I_1 = I_3 \cdot \frac{R_6 + R_{45}}{R_1 + R_{24} + R_6 + R_{45}} = 1,61 \text{ А.}$$

По закону токов Кирхгофа

$$-I_1 + I_3 - I_6 = 0; I_6 = I_3 - I_1 = 2,5 \text{ А.}$$

Для определения токов I_2, I_5 и I_4 в схеме определяем по закону напряжений Кирхгофа напряжения U_{ab} , или U_{bc} , или U_{ac} .

$$U_{ac} - R_6 I_6 + R_1 I_1 = 0; U_{ac} = R_6 I_6 - R_1 I_1 = 0,34 \text{ В.}$$

Следовательно, ток $I_4 = \frac{U_{ac}}{R_4} = 0,17 \text{ А.}$

По закону токов Кирхгофа определяем токи I_2 и I_5 :

$$I_2 = I_1 - I_4 = 1,44 \text{ А; } I_5 = I_6 + I_4 = 2,67 \text{ А.}$$

Проверяем баланс мощностей

$$E_3 \cdot I_3 = I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 + I_6^2 \cdot R_6,$$

т. е. $164,4 \text{ Вт} \approx 164,5 \text{ Вт}$ баланс мощностей выполняется.

Преобразуем «звезду» сопротивлений $R_4 - R_5 - R_6$ в «треугольник» $R_{45} - R_{56} - R_{46}$.

Исходная схема примет вид (рис. 6):

$$R_{45} = R_4 + R_5 + \frac{R_4 \cdot R_5}{R_6} = 5 \text{ Ом; } R_{56} = R_5 + R_6 + \frac{R_5 \cdot R_6}{R_4} = 10 \text{ Ом;}$$

$$R_{46} = R_4 + R_6 + \frac{R_4 \cdot R_6}{R_5} = 10 \text{ Ом.}$$

Последовательно объединяем параллельно и последовательно включённые сопротивления:

$$R_{146} = \frac{R_1 \cdot R_{46}}{R_1 + R_{46}} = 3,75 \text{ Ом; } R_{245} = \frac{R_2 \cdot R_{45}}{R_2 + R_{45}} = 2,22 \text{ Ом; } R'_{\text{экв}} = R_{146} + R_{245} = 5,97 \text{ Ом;}$$

$$R''_{\text{экв}} = \frac{R'_{\text{экв}} \cdot R_{56}}{R'_{\text{экв}} + R_{56}} = 3,74 \text{ Ом; } R_{\text{экв}} = R''_{\text{экв}} + R_3 = 9,74 \text{ Ом.}$$

По закону Ома определяем ток $I_3 = \frac{E_3}{R_{\text{экв}}} = 4,11 \text{ A}$.

Для определения остальных токов в схеме воспользуемся промежуточной схемой (рис. 7) в преобразованиях:

$$I'_{\text{экв}} = I_3 \cdot \frac{R_{56}}{R_{156} + R_{245} + R_{56}} = 2,57 \text{ A}$$

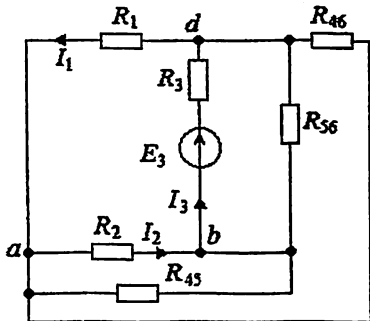


Рис. 6

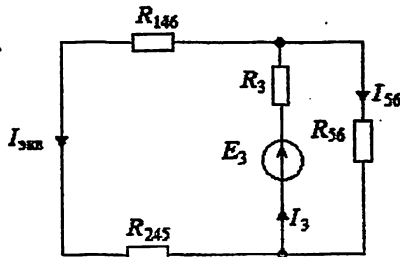


Рис. 7

Поскольку R_1 и R_{46} включены параллельно, то можно определить ток

$$I_1 = I'_{\text{экв}} \cdot \frac{R_{46}}{R_1 + R_{46}} = 1,61 \text{ A}$$

Аналогично ток $I'_{\text{экв}}$ распределяется обратно пропорционально сопротивлениям R_2 и R_{45} :

$$I_2 = I'_{\text{экв}} \cdot \frac{R_{45}}{R_2 + R_{45}} = 1,43 \text{ A}$$

Из сходной схемы по закону токов Кирхгофа для узлов a , b и c определяем токи:

$$I_4 = I_1 - I_2 = 0,17 \text{ A}; I_5 = I_3 - I_2 = 2,68 \text{ A}; I_6 = I_3 - I_1 = 2,5 \text{ A}$$

1.2. Эквивалентные преобразования схем электрической цепи с активными элементами

К активным элементам электрической цепи относят источник ЭДС (рис. 8) с внутренним сопротивлением $R_{\text{вн}}$ и источник тока J (рис. 9) с внутренней проводимостью $G_{\text{вн}}$. На рис. 8 и 9 $R_{\text{н}}$ – сопротивление нагрузки.

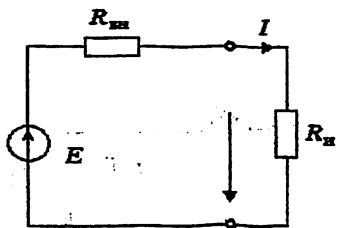


Рис. 8

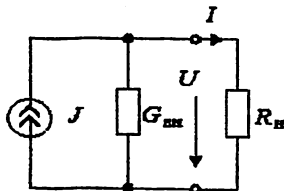


Рис. 9

Для эквивалентной замены источников ЭДС и J необходимо, чтобы ток I и напряжение U на выходе источников при заданной нагрузке $R_{\text{н}}$ остались без изменений.

Для источника ЭДС (см. рис. 8)

$$U = E - R_{\text{вн}} \cdot I \quad (4)$$

или

$$I = \frac{E - U}{R_{\text{вн}}}. \quad (5)$$

Для источника тока J (см. рис. 9)

$$I = J - G_{\text{вн}} \cdot U \quad (6)$$

или

$$U = \frac{J - I}{G_{\text{вн}}}. \quad (7)$$

Из выражений (5) и (6) следует, что при замене источника ЭДС источником тока

$$J = \frac{E}{R_{\text{вн}}} \quad (8)$$

и

$$R_{\text{вн}} = \frac{1}{G_{\text{вн}}}. \quad (9)$$

Из выражений (4) и (7) следует, что при эквивалентной замене источника тока источником ЭДС

$$E = \frac{J}{G_{\text{вн}}} \quad (10)$$

и

$$R_{\text{вн}} = \frac{1}{G_{\text{вн}}}. \quad (11)$$

Пример 3. В электрической цепи (рис. 10) $E_1 = 6$ В, $E_2 = 3$ В, $R_{\text{вн}1} = R_{\text{вн}2} = R_{\text{н}} = 10$ Ом. Произвести эквивалентные преобразования от источника ЭДС к источнику тока и обратно.

Решение. Перейдя от источников ЭДС к источникам тока, получим эквивалентную схему, приведённую на рис. 11, где

$$J_1 = \frac{E_1}{R_{\text{вн}1}} = \frac{6}{10} = 0,6 \text{ Ом}; \quad J_2 = \frac{E_2}{R_{\text{вн}2}} = \frac{3}{10} = 0,3 \text{ Ом};$$

$$G_1 = \frac{1}{R_{\text{вн}1}} = \frac{1}{10} = 0,1 \text{ См}; \quad G_2 = \frac{1}{R_{\text{вн}2}} = \frac{1}{10} = 0,1 \text{ См}.$$

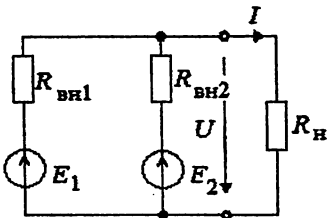


Рис. 10

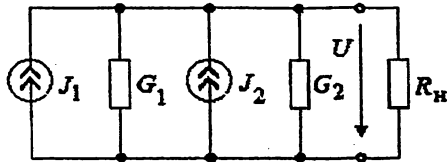


Рис. 11

Источники тока J_1 и J_2 на рис. 11 образуют один эквивалентный источник тока $J_{\text{экр}}$ (рис. 12), где

$$J_{\text{экр}} = J_1 + J_2 = 0,6 + 0,3 = 0,9 \text{ А}; \quad G_{\text{экр}} = G_1 + G_2 = 0,1 + 0,1 = 0,2 \text{ См.}$$

Перейдя от источника тока (см. рис. 12) к источнику ЭДС, получим схему цепи (рис. 13), эквивалентную исходной, где

$$E_{\text{экр}} = \frac{J_{\text{экр}}}{G_{\text{экр}}} = \frac{0,9}{0,2} = 4,5 \text{ В}; \quad R_{\text{экр}} = \frac{1}{G_{\text{экр}}} = \frac{1}{0,2} = 5 \text{ Ом.}$$

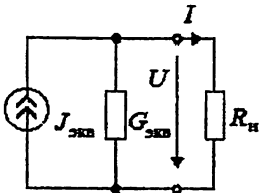


Рис. 12

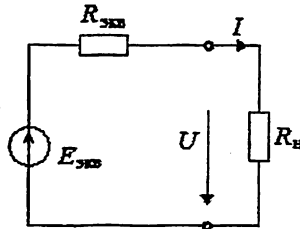


Рис. 13

Пример 4. Для цепи рис. 14 заданы параметры: $E_5 = 1 \text{ В}$, $J = 1 \text{ А}$, $R_1 = 1 \text{ Ом}$, $R_2 = 10 \text{ Ом}$, $R_3 = 20 \text{ Ом}$, $R_4 = 30 \text{ Ом}$, $R_5 = 5 \text{ Ом}$. Определить ток I_5 , применив метод преобразований.

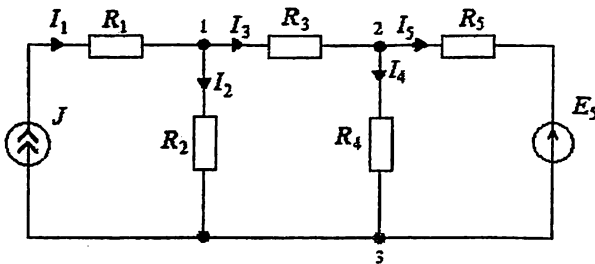


Рис. 14

Решение. Преобразуем источник тока J в эквивалентный источник ЭДС: $E = J \cdot R_2 = 1 \cdot 10 = 10 \text{ В}$. Тогда получим $R_{23} = R_2 + R_3 = 10 + 20 = 30 \text{ Ом}$.

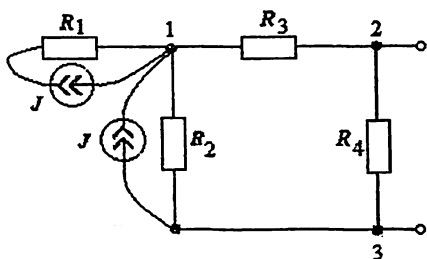


Рис. 15

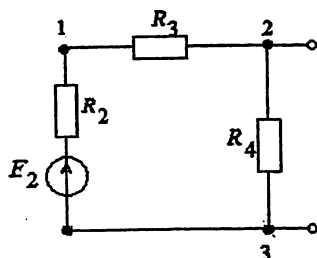


Рис. 16

Чтобы дальше свернуть схему, источник ЭДС E_2 преобразуем в источник

тока $J_2 = \frac{E_2}{R_{23}} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$.

Окончательно получим: $E_2 = J_2 R_3 = 5 \text{ В}$; $R_3 = \frac{R_{23} R_4}{R_{23} + R_4} = 15 \text{ Ом}$.

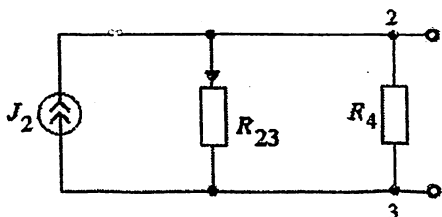


Рис. 17

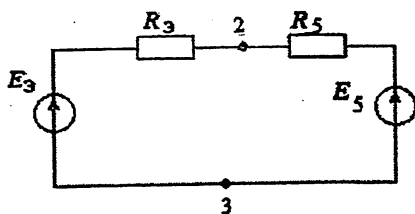


Рис. 18

Тогда ток $I_5 = \frac{E_3 - E_5}{R_3 + R_5} = \frac{5 - 1}{15 + 5} = 0,2 \text{ А}$.

1.3. Задачи для самостоятельного решения

Пример 5. Найти эквивалентное сопротивление на зажимах ab схемы электрической цепи (рис. 19), если $R_1 = 0,5 \text{ Ом}$; $R_2 = 9 \text{ Ом}$; $R_3 = 5 \text{ Ом}$.

Пример 6. Найти эквивалентное сопротивление на зажимах ab схемы электрической цепи (рис. 20), если $R_1 = 2,5 \text{ Ом}$; $R_2 = 2 \text{ Ом}$; $R_3 = 6 \text{ Ом}$; $R_4 = 1,5 \text{ Ом}$; $R_5 = 3 \text{ Ом}$.

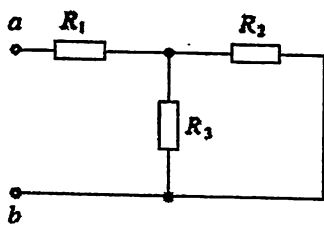


Рис. 19

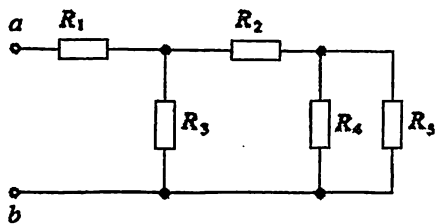


Рис. 20

2. Методы расчета электрических цепей на постоянном токе

2.1. Метод уравнений Кирхгофа

Суть метода заключается в составлении системы уравнений по 1-му и 2-му законам Кирхгофа и решении этой системы относительно неизвестных токов.

Если сложная электрическая цепь имеет u узлов и b ветвей, а следовательно, и b неизвестных токов, то необходимо составить и решить систему b линейных независимых уравнений.

По 1-му закону Кирхгофа можно составить столько уравнений, сколько узлов имеет электрическая цепь, т. е. u уравнений. Однако линейно независимыми будут только $u - 1$ уравнений, т. е. на одно меньше, чем число узлов в электрической цепи.

Остальные $n = b - (u - 1)$ линейно независимых уравнений составляются по 2-му закону Кирхгофа.

Таким образом, общее число уравнений, составленных по 1-му и 2-му законам Кирхгофа, будет равно числу ветвей цепи, а значит, и числу независимых токов.

Порядок расчёта электрических цепей с помощью законов Кирхгофа следующий:

1. Определяется число узлов u и число ветвей b в цепи, и в соответствии с этим определяется количество уравнений, которые необходимо составить по 1-му и 2-му законам Кирхгофа.

2. Обозначаются на схеме цепи тока в ветвях и произвольно выбираются их направления. Выбираются независимые замкнутые контуры цепи таким образом, чтобы в каждый исследуемый контур входила одна новая ветвь. Произвольно задаются направления обхода контуров.

3. Составляется $u - 1$ уравнений по 1-му закону Кирхгофа. При этом токи, входящие в узел, берутся со знаком «+», а выходящие из узла — со знаком «-».

4. Составляется $n = b - (y - 1)$ уравнений по 2-му закону Кирхгофа. При составлении этих уравнений величина ЭДС берётся со знаком «+», если направление ЭДС совпадает с направлением обхода контура, и со знаком «-», если не совпадает. Падения напряжений на сопротивлениях в замкнутых контурах берутся со знаком «+», если направление обхода контура совпадает с выбранным направлением токов в ветвях, и со знаком «-», если не совпадает.

5. Производится расчёт составленной системы уравнений относительно неизвестных токов. Если при этом некоторые токи получаются отрицательными, то это означает, что их действительные направления противоположны произвольно выбранным направлениям.

Пример 7. В электрической цепи (рис. 22) $E_1 = 20$ В; $E_2 = 1,1$ В; $R_{i1} = 0,2$ Ом; $R_{i2} = 0,4$ Ом; $R_1 = R_2 = 5$ Ом; $R_3 = 7$ Ом. Определить токи в ветвях цепи с помощью законов Кирхгофа.

Решение. В заданной электрической цепи два узла и два независимых контура. Следовательно, по 1-му закону Кирхгофа составляется одно уравнение, а по второму — два.

Для узла a : $I_1 - I_2 + I_3 = 0$;

Для контуров: $(R_1 + R_{i1})I_1 - R_3I_3 = E_1$; $(R_2 + R_{i2})I_2 + R_3I_3 = E_2$.

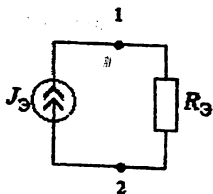


Рис. 21

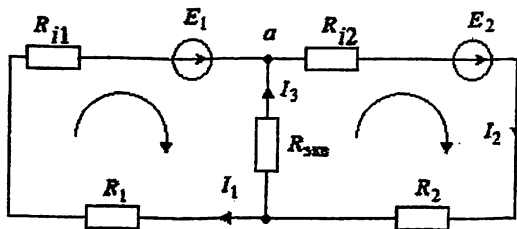


Рис. 22

После подстановки цифровых данных система уравнений имеет следующий вид:

$$\begin{cases} I_1 - I_2 + I_3 = 0; \\ 5,2I_1 - 7I_3 = 20; \\ 5,4I_2 + 7I_3 = 1,1. \end{cases}$$

Решение этой системы даст токи ветвей: $I_1 = 2,5$ А; $I_2 = 1,5$ А; $I_3 = -1$ А.

Для проверки правильности решения задачи составляется уравнение баланса мощностей:

$$E_1 I_1 + E_2 I_2 = I_1^2 (R_1 + R_{11}) + I_2^2 (R_2 + R_{12}) + I_3^2 R_3.$$

При подстановке численных данных получается, что $51,65$ Вт \approx $51,2$ Вт, т. е. мощности источника $P_{\text{ист}}$ и нагрузки $P_{\text{нагр}}$ практически совпадают. Значит, токи в ветвях цепи рассчитаны правильно.

Пример 8. Для цепи рис. 23 заданы параметры: $E_5 = 1$ В, $J = 1$ А, $R_1 = 1$ Ом, $R_2 = 10$ Ом, $R_3 = 20$ Ом, $R_4 = 30$ Ом, $R_5 = 5$ Ом. Определить токи в ветвях цепи с помощью законов Кирхгофа.

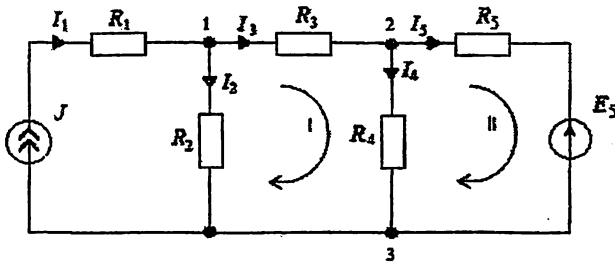


Рис. 23

Решение. По 1-му закону Кирхгофа нужно $N_y - 1 = N_1 = 2$ уравнения. По 2-му закону Кирхгофа нужно $N_{II} = N_B - (N_y - 1) = 4 - 2 = 2$ уравнения.

Для узла 1: $J - I_2 - I_3 = 0.$

Для узла 2: $I_3 - I_4 - I_5 = 0.$

токов. Если контурные токи в ветви встречны, то ток в ветви равен разности контурных токов (по абсолютной величине).

Собственное сопротивление контура – это сумма всех сопротивлений, входящих в данный контур.

Контурная ЭДС – это алгебраическая сумма всех ЭДС контура.

Расчёт электрических цепей методом контурных токов производится в следующем порядке:

1. Определяется число независимых контуров в электрической цепи и произвольно задаются направления контурных токов.

2. Вычисляются собственные и взаимные сопротивления контуров, а также контурные ЭДС.

3. Составляется система уравнений для контурных токов в соответствии со 2-м законом Кирхгофа, причём число уравнений должно быть равно числу независимых контуров схемы.

4. Осуществляется решение системы уравнений (например, путём подстановки или с помощью определителей) с целью получения контурных токов.

5. Определяются токи в ветвях.

Примечание. Если по условию задачи часть источников энергии задана в виде источников тока, то перед началом расчёта их следует преобразовать в эквивалентные источники ЭДС.

Пример 9. В электрической цепи (рис. 24) методом контурных токов определить токи в ветвях, если $E_1 = 40$ В, $E_2 = 30$ В, $E_3 = 50$ В, $R_1 = 120$ Ом, $R_2 = 150$ Ом, $R_3 = 200$ Ом, $R_4 = 180$ Ом, $R_5 = 160$ Ом, $R_6 = 100$ Ом.

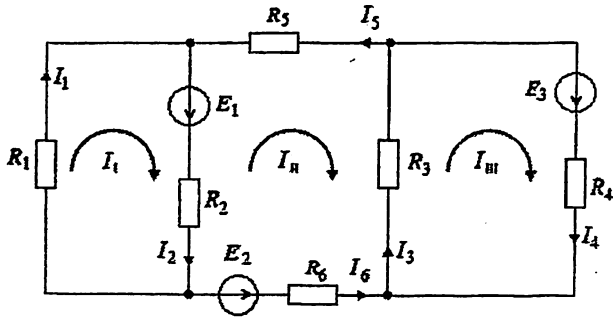


Рис. 24

Решение. В электрической цепи три независимых контура. Произвольно выбраны направления контурных токов и токи в ветвях.

Система из трех контурных уравнений имеет вид

$$\begin{cases} R_{11}I_1 + R_{12}I_{II} + R_{13}I_{III} = E_1; \\ R_{21}I_1 + R_{22}I_{II} + R_{23}I_{III} = E_2; \\ R_{31}I_1 + R_{32}I_{II} + R_{33}I_{III} = E_3. \end{cases}$$

Собственные сопротивления:

$$R_{11} = R_1 + R_2 = 270 \text{ Ом}; R_{22} = R_2 + R_3 + R_6 = 610 \text{ Ом}; R_{33} = R_3 + R_4 = 380 \text{ Ом}.$$

Взаимные сопротивления:

$$R_{12} = R_{21} = -R_2 = -150 \text{ Ом}; R_{23} = R_{32} = -R_3 = -200 \text{ Ом}; R_{13} = R_{31} = 0.$$

Собственные ЭДС контуров:

$$E_1 = E_1 = 40 \text{ В}; E_{II} = -E_1 - E_2 = -70 \text{ В}; E_{III} = E_3 = 50 \text{ В}.$$

Тогда система контурных уравнений примет вид

$$\begin{cases} 270I_1 - 150I_{II} = 40; \\ -150I_1 + 610I_{II} - 200I_{III} = -70; \\ -200I_{II} + 380I_{III} = 50. \end{cases}$$

Контурные токи через определители равны:

$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}; I_{II} = \frac{\Delta_2}{\Delta}; I_{III} = \frac{\Delta_3}{\Delta}. \quad (13)$$

Определители:

$$\Delta = \begin{bmatrix} 270 & -150 & 0 \\ -150 & 610 & -200 \\ 0 & -200 & 380 \end{bmatrix} = 43236 \cdot 10^3 \text{ Ом}^3;$$

$$\Delta_1 = \begin{bmatrix} 40 & -150 & 0 \\ -70 & 610 & -200 \\ 50 & -200 & 380 \end{bmatrix} = 5182 \cdot 10^3 \text{ В} \cdot \text{Ом}^2;$$

$$\Delta_2 = \begin{bmatrix} 270 & 40 & 0 \\ -150 & -70 & -200 \\ 0 & 50 & 380 \end{bmatrix} = -2202 \cdot 10^3 \text{ В} \cdot \text{Ом}^2;$$

$$\Delta_3 = \begin{bmatrix} 270 & -150 & 40 \\ -150 & 610 & -70 \\ 0 & -200 & 50 \end{bmatrix} = 4530 \cdot 10^3 \text{ В} \cdot \text{Ом}^2.$$

Контурные токи:

$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{5182 \cdot 10^3}{43236 \cdot 10^3} = 0,12 \text{ А}; \quad I_{II} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = -\frac{2202 \cdot 10^3}{43236 \cdot 10^3} = -0,051 \text{ А};$$

$$I_{III} = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{4530 \cdot 10^3}{43236 \cdot 10^3} = 0,105 \text{ А}.$$

Токи в ветвях:

$$I_1 = I_1 = 0,12 \text{ А}; \quad I_4 = I_{III} = 0,105 \text{ А}; \quad I_5 = I_6 = -I_{II} = -(-0,051) = 0,051 \text{ А};$$

$$I_2 = I_1 - I_{II} = 0,12 - (-0,051) = 0,171 \text{ А}; \quad I_3 = I_{III} - I_{II} = 0,105 - (-0,051) = 0,156 \text{ А}.$$

Проверим правильность решения с помощью уравнения баланса мощностей.

Мощность источников ЭДС, отдаваемая в электрическую цепь:

$$P_{\text{ист}} = E_1 I_2 + E_3 I_4 + E_2 I_6 = 40 \cdot 0,171 + 50 \cdot 0,105 + 30 \cdot 0,051 = 13,62 \text{ Вт}.$$

Мощность, потребляемая нагрузкой:

$$P_{\text{выгр}} = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_5^2 (R_5 + R_6) + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4 = (0,12)^2 \cdot 120 + (0,171)^2 \times \\ \times 150 + (0,051)^2 \cdot 260 + (0,156)^2 \cdot 200 + (0,105)^2 \cdot 180 = 13,64 \text{ Вт.}$$

Мощности $P_{\text{ист}}$ и $P_{\text{выгр}}$ практически совпадают, значит, токи в ветвях рассчитаны правильно.

Пример 10. В схеме рис. 25 определить все токи методом контурных токов, если $J_1 = 1 \text{ мА}$, $J_2 = 2 \text{ мА}$, $J_3 = 3 \text{ мА}$, $R_4 = 4 \text{ кОм}$, $R_5 = 5 \text{ кОм}$, $R_6 = 6 \text{ кОм}$, $R_7 = 7 \text{ кОм}$, $E_4 = 27 \text{ В}$. Определить баланс мощностей.

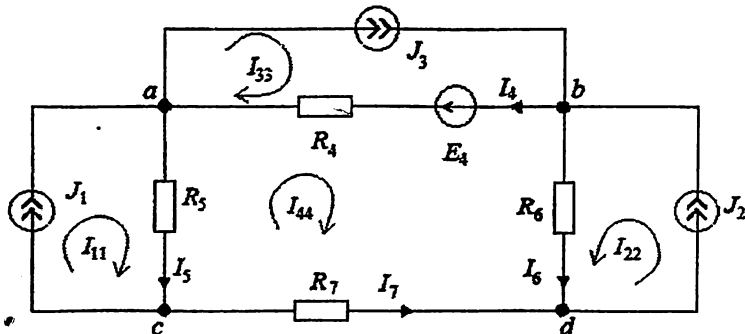


Рис. 25

Решение. Заданная схема содержит 7 ветвей, 4 узла и 3 источника тока. Число уравнений, с помощью которых можно рассчитать электрическую цепь, определяется по формуле $n_y = n_b - (n_y - 1) - n_{\text{ист}} = 7 - (4 - 1) - 3 = 1$.

Выбираемый контур, в котором определяется неизвестный ток, не должен содержать источников тока. Для каждого источника тока тоже выбирается контур и принимается, что контурный ток в данном контуре равен току источника тока.

Уравнение имеет вид

$$(R_5 + R_4 + R_6 + R_7)I_{44} - R_5 I_{11} - R_4 I_{33} + R_6 I_{22} = -E_4;$$

$$22I_{44} = -22; \quad I_{44} = -1 \text{ мА.}$$

Токи в ветвях определяются как алгебраическая сумма контурных токов в этих ветвях:

$$I_4 = I_{33} - I_{44} = 3 - (-1) = 4 \text{ мА}; \quad I_6 = I_{22} - I_{44} = 1 \text{ мА};$$

$$I_7 = -I_{44} = 1 \text{ мА}; \quad I_5 = I_{11} - I_{44} = 2 \text{ мА}.$$

Мощности источников энергии и потребителей:

$$P_{E_4} = E_4 \cdot I_4 = 108 \text{ мВт}; \quad P_{J_1} = J_1 \cdot U_{ac} = J_1 \cdot R_5 I_5 = 10 \text{ мВт};$$

$$P_{J_2} = J_2 \cdot U_{bd} = 12 \text{ мВт}; \quad P_{J_3} = J_3 \cdot U_{ba} = 3 \cdot (-11) = -33 \text{ мВт};$$

$$P_{\text{ист}} = P_{E_4} + P_{J_1} + P_{J_2} + P_{J_3} = 10 + 108 + 12 - 33 = 97 \text{ мВт};$$

$$P_{\text{пр}} = I_4^2 R_4 + I_5^2 R_5 + I_6^2 R_6 + I_7^2 R_7 = 97 \text{ мВт}.$$

2.3. Метод узловых потенциалов

Расчёт электрических цепей методом узловых потенциалов, или узловых напряжений, сводится к решению системы уравнений, составленных только по 1-му закону Кирхгофа. Из этих уравнений вначале определяют потенциалы (напряжения) в узлах схемы электрической цепи относительно некоторого базисного узла, потенциал которого принимают равным нулю, а затем токи в ветвях, соединяющих узлы, находят по закону Ома.

Таким образом, при расчёте электрических цепей методом узловых потенциалов целесообразно придерживаться следующего порядка:

1. Принять потенциал одного из узлов равным нулю, т. е. заземлить один из узлов, а остальные узлы пронумеровать. Произвольно выбрать направления токов в ветвях.

2. Используя 1-й закон Кирхгофа, составить систему уравнений для незаземлённых узлов.

3. Вычислить узловые токи в пронумерованных узлах алгебраически, суммируя токи источников, подсоединённых к этим узлам.

4. Определить собственные и взаимные проводимости узлов. Причём взаимные проводимости в данном методе всегда отрицательные.

5. Подставить полученные в пп. 3 и 4 узловые токи и проводимости в систему уравнений узловых потенциалов (напряжений) и решить её относительно узловых потенциалов.

6. Найти токи в ветвях по закону Ома.

Пример 11. Определить токи в ветвях электрической цепи (рис. 26), если $E_1 = 30$ В; $E_2 = 10$ В; $E_3 = 200$ В; $E_4 = 56$ В; $R_1 = 20$ Ом; $R_2 = 30$ Ом; $R_3 = 6$ Ом; $R_4 = 8$ Ом; $R_5 = 15$ Ом; $R_6 = 40$ Ом; $R_7 = 10$ Ом.

Решение. Пусть потенциал узла 3 равен нулю. Тогда система узловых уравнений для определения потенциалов узлов имеет вид

$$\begin{cases} G_{11}\varphi_1 + G_{12}\varphi_2 = J_1; \\ G_{21}\varphi_1 + G_{22}\varphi_2 = J_2. \end{cases} \quad (14)$$

Собственные и взаимные проводимости узлов 1 и 2:

$$G_{11} = \frac{1}{R_1 + R_7} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} = \frac{1}{30} + \frac{1}{8} + \frac{1}{15} + \frac{1}{40} = 0,25 \text{ См};$$

$$G_{22} = \frac{1}{R_1 + R_7} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5} = \frac{1}{30} + \frac{1}{30} + \frac{1}{6} + \frac{1}{15} = 0,3 \text{ См};$$

$$G_{12} = G_{21} = -\left(\frac{1}{R_1 + R_7} + \frac{1}{R_5}\right) = -\frac{1}{30} - \frac{1}{15} = -0,1 \text{ См}.$$

Узловые токи:

$$J_1 = \frac{E_1}{R_1 + R_7} - \frac{E_4}{R_4} = \frac{30}{30} - \frac{56}{8} = -6 \text{ А};$$

$$J_2 = -\frac{E_1}{R_1 + R_7} + \frac{E_2}{R_2} - \frac{E_3}{R_3} = -\frac{30}{30} + \frac{10}{30} - \frac{200}{6} = -34 \text{ А}.$$

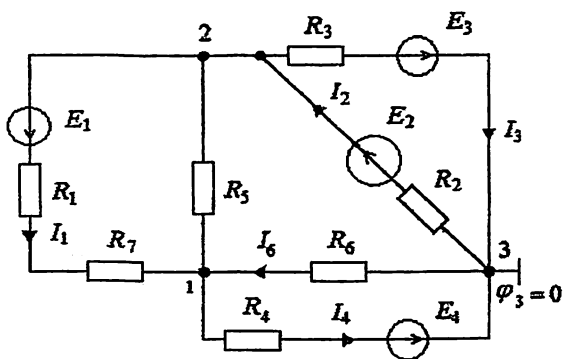


Рис. 26

Тогда система узловых уравнений в числах имеет вид

$$\begin{cases} 0,25\varphi_1 - 0,1\varphi_2 = -6; \\ -0,1\varphi_1 + 0,3\varphi_2 = -34. \end{cases}$$

В результате решения этой системы потенциалы узлов 1 и 2 равны

$$\varphi_1 = -80 \text{ В}; \quad \varphi_2 = -140 \text{ В}.$$

По закону Ома определяем токи в ветвях:

$$\varphi_2 = \varphi_1 + I_1(R_1 + R_7) - E_1, \text{ откуда } I_1 = \frac{\varphi_2 - \varphi_1 + E_1}{R_1 + R_7} = \frac{-140 + 80 + 30}{30} = -1 \text{ А};$$

$$\varphi_2 = \varphi_3 - I_2 R_2 + E_2, \text{ откуда } I_2 = \frac{-\varphi_2 + \varphi_3 + E_2}{R_2} = \frac{140 + 0 + 10}{30} = 5 \text{ А};$$

$$\varphi_2 = \varphi_3 + I_3 R_3 - E_3, \text{ откуда } I_3 = \frac{\varphi_2 - \varphi_3 + E_3}{R_3} = \frac{-140 - 0 + 200}{6} = 10 \text{ А};$$

$$\varphi_1 = \varphi_3 + I_4 R_4 - E_4, \text{ откуда } I_4 = \frac{\varphi_1 - \varphi_3 + E_4}{R_4} = \frac{-80 - 0 + 56}{8} = -3 \text{ А};$$

$$\varphi_2 = \varphi_1 - I_5 R_5, \text{ откуда } I_5 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R_5} = \frac{-80 + 140}{15} = 4 \text{ А};$$

$$\varphi_1 = \varphi_3 - I_6 R_6, \text{ откуда } I_6 = \frac{\varphi_3 - \varphi_1}{R_6} = \frac{0 + 80}{40} = 2 \text{ А}.$$

Примечание Знак «-» у токов I_1 и I_4 означает, что истинные направления этих токов в схеме противоположны произвольно выбранным.

Пример 12. Определить токи в ветвях электрической цепи методом узловых потенциалов (рис. 50), если $E_5 = 1$ В; $J = 1$ А; $R_1 = 1$ Ом; $R_2 = 10$ Ом; $R_3 = 20$ Ом; $R_4 = 30$ Ом; $R_5 = 5$ Ом.

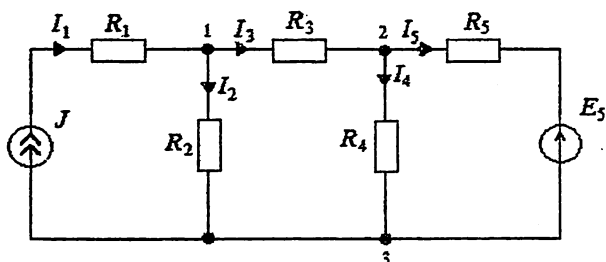


Рис. 27

Решение. Пусть потенциал узла $\varphi_3 = 0$. Тогда по методу узловых напряжений нужно $n_1 = n_y - 1 = 2$ уравнения:

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_1 \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) - \varphi_2 \frac{1}{R_3} = J; \\ \varphi_2 \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \right) - \varphi_1 \frac{1}{R_3} = \frac{E_5}{R_5}. \end{array} \right.$$

Подставим значения и решим совместно эти уравнения, получим значения потенциалов $\varphi_1 = 7,333$ В, $\varphi_2 = 2$ В.

Тогда токи в ветвях будут равны:

$$I_1 = J = 1 \text{ А}; \quad I_2 = \varphi_1 / R_2 = 0,733 \text{ А}; \quad I_3 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R_3} = 0,2666 \text{ А};$$

$$I_4 = \varphi_2 / R_4 = 0,066 \text{ А}; \quad I_5 = \frac{\varphi_2 - E_5}{R_5} = 0,2 \text{ А}.$$

2.4. Задачи для самостоятельного решения

Пример 13. Для электрической цепи (рис. 28) составить систему уравнений для токов в ветвях с помощью уравнений Кирхгофа, если $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 1 \text{ Ом}$, $E_1 = E_2 = 20 \text{ В}$, $E_3 = 30 \text{ В}$, $R_{11} = R_{12} = R_{13} = 0,5 \text{ Ом}$.

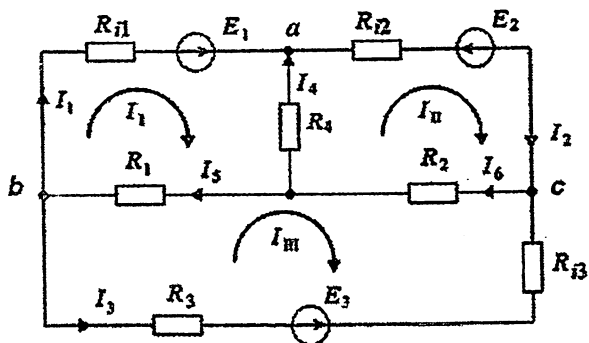


Рис. 28

Пример 14. В схеме (рис. 29) определить токи в ветвях методом узловых потенциалов.

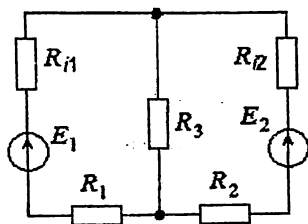


Рис. 29

3. Основные свойства и эквивалентные параметры электрических цепей при синусоидальных токах

3.1. Представление синусоидального тока с помощью комплексных чисел

Синусоидальный ток $i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ может быть представлен либо как проекция вращающегося против часовой стрелки вектора I_m (рис. 30) на вертикальную и горизонтальную оси, причем проекция вектора тока I_m на вертикальную ось в любой момент времени равна мгновенному значению тока i ,

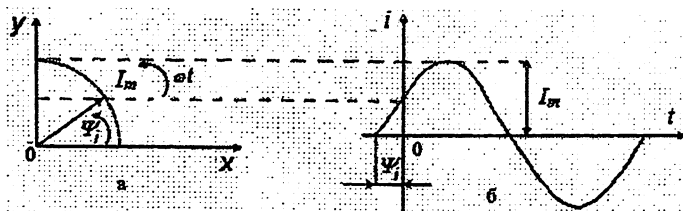


Рис. 30

изменяющегося по синусоидальному закону, а проекция вектора тока на горизонтальную ось – по косинусоидальному, либо как комплексное число на комплексной плоскости (рис. 31) точкой с радиусом-вектором \dot{I}_m в трех формах: алгебраической, показательной и тригонометрической:

$$\dot{I}_m = a + jb = I_m e^{j\alpha} = I_m \cos \alpha + j I_m \sin \alpha, \quad (15)$$

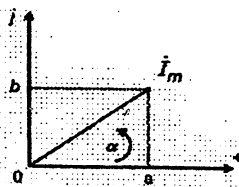


Рис. 31

где $I_m = \sqrt{a^2 + b^2}$ – модуль комплексного числа; a – вещественная часть комплексного числа; b – мнимая часть комплексного числа; $\alpha = \arctg \frac{b}{a}$ – аргумент комплексного числа.

Если $a = \omega t + \psi$, т. е. если аргумент комплексного числа является линейной функцией времени, то комплексную функцию можно записать в виде

$$\dot{I}_m(t) = I_m e^{j(\omega t + \psi)} = I_m \cos(\omega t + \psi) + j I_m \sin(\omega t + \psi), \quad (16)$$

где аналогично представлению синусоидального тока вращающимися векторами мнимая часть представляет собой функцию, изменяющуюся по закону синуса, а вещественная – по закону косинуса, т. е.

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi) = \text{Im}\{I_m e^{j(\omega t + \psi)}\}; \quad (17)$$

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \psi) = \text{Re}\{I_m e^{j(\omega t + \psi)}\}. \quad (18)$$

Таким образом, комплексный мгновенный синусоидальный ток

$$\dot{I}_m(t) = I_m e^{j(\omega t + \psi)} = I_m e^{j\psi} e^{j\omega t} = \dot{I}_m e^{j\omega t}. \quad (19)$$

В последнем выражении $\dot{I}_m = I_m e^{j\psi}$ – есть комплексная амплитуда, а функция $e^{j\omega t}$ – оператор вращения, значения которого приведены в табл. 1

Таблица 1

ωt	0	$\pi/2$	$\pi/2$	π
$e^{j\omega t}$	1	j	$-j$	-1

Если обе части уравнения $\dot{I}_m = I_m e^{j\psi}$ разделить на $\sqrt{2}$, то получим

$$\frac{\dot{I}_m}{\sqrt{2}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} e^{j\psi} \quad \text{или} \quad \dot{I} = I e^{j\psi}, \quad (20)$$

где I – комплексный действующий синусоидальный ток, или комплексный ток.

Пример 15. По известному комплексному току $\dot{I} = (6 + j8)$ А записать выражение для его мгновенного значения.

Решение.

$$\text{Находим } I = \sqrt{36 + 64} = 10 \text{ А; } I_m = 10\sqrt{2} = 14,1 \text{ А; } \psi = \arctg\left(\frac{8}{6}\right) = 53^\circ 7'.$$

Таким образом, $i(t) = 14,1 \sin(\omega t + 53^\circ 7')$ А.

Пример 16. Найти комплексную амплитуду и комплексный ток, если его мгновенное значение равно $i(t) = 14,1 \sin(\omega t + 30^\circ)$ А.

Решение. $\dot{I}_m = 14,1 e^{j30^\circ}$ А; $I = I_m / \sqrt{2} = 10$ А; $\dot{I} = 10 e^{j30^\circ}$ А.

3.2. Задачи для самостоятельного решения

Пример 17. Преобразовать комплексные числа из алгебраической формы в показательную:

$$-121 + j67 = 138,3 e^{j151^\circ}; \quad 5 + j106 = 106,1 e^{j87^\circ}; \quad j17 = 17 e^{j90^\circ};$$

$$-33 - j44 = 55 e^{-j127^\circ}; \quad 3 - j8 = 8,5 e^{-j69^\circ};$$

Пример 18. Преобразовать комплексные числа из показательной формы в алгебраическую:

$$50 e^{j127^\circ} = -30,1 + j39,9; \quad 17 e^{-j216^\circ} = -13,75 + j9,99; \quad 2 e^{-j90^\circ} = -j2;$$

$$0,8 e^{j232^\circ} = -0,49 - j0,63; \quad 16,8 e^{-j72^\circ} = 16,43 - j3,5.$$

4. Методы расчета электрических цепей при установившемся синусоидальном токе

4.1. Последовательное соединение комплексных сопротивлений

В цепи с последовательным соединением комплексных сопротивлений (рис. 32) на основании второго закона Кирхгофа:

$$\dot{U} = \dot{U}_{z_1} + \dot{U}_{z_2} + \dots + \dot{U}_{z_n} = i(Z_1 + Z_2 + \dots + Z_n) = iZ_{\text{эКВ}}, \quad (21)$$

где

$$Z_{\text{эКВ}} = \sum_{k=1}^n Z_k = r_{\text{эКВ}} + jX_{\text{эКВ}} = Z_{\text{эКВ}} e^{j\varphi_{\text{эКВ}}}; \quad (22)$$

$$Z_{\text{эКВ}} = \sqrt{r_{\text{эКВ}}^2 + X_{\text{эКВ}}^2}; \quad \varphi_{\text{эКВ}} = \arctg(X_{\text{эКВ}} / r_{\text{эКВ}}). \quad (23)$$

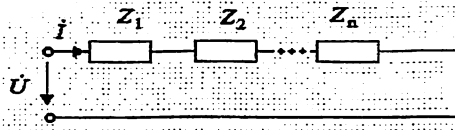


Рис. 32

Причем $r_{\text{эКВ}}$ равно арифметической сумме активных сопротивлений цепи, а $X_{\text{эКВ}}$ – алгебраической, т. к. реактивное сопротивление емкости отрицательно.

Пример 19. В электрической цепи (рис. 33) с последовательным соединением элементов определить ток \dot{I} , напряжение на элементах и мощность, если $\dot{U} = 220 \text{ В}$; $r = 120 \text{ Ом}$; $C = 30 \text{ мкФ}$; $L = 305 \text{ мГ}$; $f = 50 \text{ Гц}$.

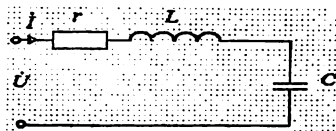


Рис. 33

Решение. Полное комплексное сопротивление цепи:

$$\begin{aligned} Z &= R + j(2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC}) = 120 + j(314 \cdot 305 \cdot 10^{-3} - \frac{1}{314 \cdot 30 \cdot 10^{-6}}) = \\ &= 120 + j(196 - 106) = 120 + j90 = 150e^{j36^\circ 50'} \text{ Ом}, \end{aligned}$$

т. е. $X_L = 196 \text{ Ом}$; $X_C = 106 \text{ Ом}$; $Z = 150 \text{ Ом}$; $\varphi = 36^\circ 50'$.

Комплекс действующего тока:

$$\dot{i} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{220}{150e^{j36^\circ 50'}} = 1,47e^{-j36^\circ 50'} \text{ А.}$$

Напряжения на элементах цепи:

$$\dot{U}_R = \dot{i}R = 120 \cdot 1,47e^{-j36^\circ 50'} = 176e^{-j36^\circ 50'} \text{ В};$$

$$\dot{U}_L = \dot{i} \cdot jX_L = 196 \cdot 1,47e^{-j36^\circ 50'} \cdot e^{j90^\circ} = 287e^{j53^\circ 10'} \text{ В};$$

$$\dot{U}_C = \dot{i} \cdot (-jX_C) = 106 \cdot 1,47e^{-j36^\circ 50'} \cdot e^{j90^\circ} = 155e^{-j126^\circ 50'} \text{ В.}$$

Мощность:

$$\hat{S} = \dot{U}\dot{i}^* = 220 \cdot 1,47e^{-j36^\circ 50'} = 323e^{-j36^\circ 50'} = 259 + j194.$$

Таким образом, полная мощность $S = 323 \text{ В} \cdot \text{А}$; активная $P = 259 \text{ Вт}$; реактивная $Q = 194 \text{ вар}$.

4.2. Параллельное соединение комплексных сопротивлений

В цепи с параллельным соединением комплексных сопротивлений (рис. 34) на основании первого закона Кирхгофа

$$\dot{i} = \dot{i}_1 + \dot{i}_2 + \dots + \dot{i}_n = (Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n)\dot{U} = Y_{\text{эвб}}\dot{U},$$

где

$$Y_{\text{ЭКВ}} = \sum_{k=1}^n Y_k = g_{\text{ЭКВ}} + jb_{\text{ЭКВ}} = y_{\text{ЭКВ}} e^{j\varphi_{\text{ЭКВ}}}; \quad g_{\text{ЭКВ}} = \sum_{k=1}^n g_k; \quad b_{\text{ЭКВ}} = \sum_{k=1}^n b_k;$$

$$y_{\text{ЭКВ}} = \sqrt{g_{\text{ЭКВ}}^2 + b_{\text{ЭКВ}}^2}; \quad \varphi_{\text{ЭКВ}} = \arctg\left(\frac{b_{\text{ЭКВ}}}{g_{\text{ЭКВ}}}\right). \quad (24)$$

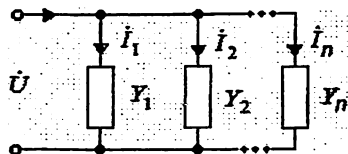


Рис. 34

Причем активная проводимость $g_{\text{ЭКВ}}$ равна арифметической сумме активных проводимостей цепи, а реактивная проводимость $b_{\text{ЭКВ}}$ — алгебраической сумме реактивных проводимостей.

Пример 20. В электрической цепи (рис. 35) определить токи i , i_C , i_L и полную мощность, потребляемую схемой, если $U=130$ В; $X_C=5$ Ом; $R_C=12$ Ом; $X_L=6$ Ом; $R_L=8$ Ом.

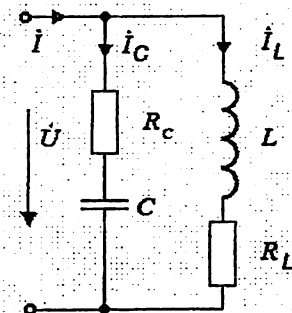


Рис. 35

Решение. Определим комплексные сопротивления ветвей

$$Z_1 = R_L + jX_L = 8 + j6 = 10e^{j36^\circ 50'} \text{ Ом};$$

$$Z_2 = R_C - jX_C = 12 - j5 = 13e^{-j22^\circ 40'} \text{ Ом}.$$

Рассчитаем токи ветвей:

$$\dot{i}_C = \frac{\dot{U}}{Z_2} = \frac{130}{13e^{-j22^\circ 40'}} = 10e^{j22^\circ 40'} \text{ А};$$

$$\dot{i}_L = \frac{\dot{U}}{Z_1} = \frac{130}{10e^{j36^\circ 50'}} = 13e^{-j36^\circ 50'} \text{ А}.$$

$$\begin{aligned} \dot{i} &= \dot{i}_C + \dot{i}_L = 10e^{j22^\circ 40'} + 13e^{-j36^\circ 50'} = \\ &= 9,3 + j3,84 + 10,4 - j7,8 = 19,7 - j3,96 = 20e^{-j11^\circ 20'} \text{ А}. \end{aligned}$$

Полная мощность:

$$\hat{S} = \dot{U}\dot{I}^* = 130 \cdot 20e^{j11^\circ 20'} = 2600e^{j11^\circ 20'} \text{ В} \cdot \text{А};$$

$$\hat{S} = P + jQ = 2600e^{j11^\circ 20'} = 2552 + j514,$$

где активная мощность $P = 2552$ Вт; реактивная $Q = 514$ вар.

4.3. Задачи для самостоятельного решения

Пример 21. Определить комплексное сопротивление последовательно соединенной цепи относительно узлов ас (рис. 36). $R = 50$ Ом, $C = 3,18$ мкФ, $L = 4,5$ мГн.

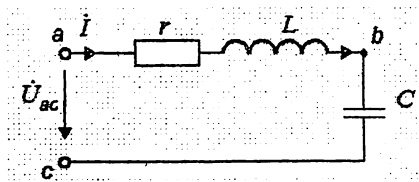


Рис. 36

Пример 22. Определить комплексное сопротивление параллельно соединенной цепи относительно входной части цепи (рис.35) $R_L = R_C = 50 \text{ Ом}$, $C = 3,18 \text{ мкФ}$, $L = 4,5 \text{ мГн}$.

5. Резонансные явления и частотные характеристики

5.1. Расчет параметров и частотных характеристик последовательного контура

Частотные свойства контура (рис. 37) характеризуют:

1) комплексное входное сопротивление $Z(j\omega) = \frac{\dot{U}}{\dot{I}}$; (25)

2) комплексная входная проводимость $Y(j\omega) = \frac{\dot{I}}{\dot{U}} = \frac{1}{Z(j\omega)}$; (26)

3) комплексный коэффициент передачи по напряжению на активном сопротивлении $K_{U_r}(j\omega) = \frac{\dot{U}_r}{\dot{U}} = r \left(\frac{\dot{I}}{\dot{U}} \right) = rY(j\omega)$; (27)

4) комплексный коэффициент передачи по напряжению на емкости

$$K_{U_C}(j\omega) = \frac{\dot{U}_C}{\dot{U}} = \left(\frac{1}{j\omega C} \right) \left(\frac{\dot{I}}{\dot{U}} \right) = \left(\frac{1}{j\omega C} \right) Y(j\omega); \quad (28)$$

5) комплексный коэффициент передачи по напряжению на индуктивности

$$K_{U_L}(j\omega) = \frac{\dot{U}_L}{\dot{U}} = j\omega L \left(\frac{\dot{I}}{\dot{U}} \right) = j\omega LY(j\omega). \quad (29)$$

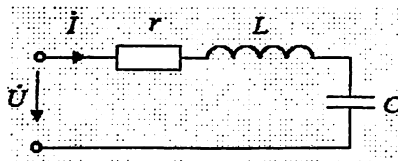


Рис. 37

Комплексная входная проводимость

$$Y(j\omega) = \frac{1}{r \left[1 + j \frac{\omega_0 L}{r} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \right]}, \quad (30)$$

где $\xi = \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}$ — есть фактор расстройки; $\frac{\omega_0 L}{r} = Q$ — добротность контура,

тогда $Y(j\omega) = \frac{1}{r(1 + jQ\xi)}$, откуда амплитудно-частотная характеристика (АЧХ)

$Y(j\omega) = \frac{1}{r\sqrt{1 + Q^2\xi^2}}$, (31), фазовая характеристика (ФЧХ) $\varphi(\omega) = -\arctg Q\xi$, (32),

нормированная АЧХ $\hat{Y}(\omega) = \frac{1}{r\sqrt{1 + Q^2\xi^2}}$. (33)

Полоса пропускания контура — диапазон частот, в пределах которого нормированная АЧХ (или резонансная кривая) $\hat{Y}(\omega)$ превышает уровень $\frac{1}{\sqrt{2}} = 0,707$ максимального значения.

Граничные значения ξ_1 и ξ_2 фактора расстройки можно получить из выражения: $\frac{1}{\sqrt{1 + Q^2\xi_{1,2}^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$, откуда $\xi_{1,2} = \pm \frac{1}{Q}$ или $\frac{\omega_{1,2}}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_{1,2}} = \pm \frac{1}{Q}$, тогда

$\omega_1 = \omega_0 \left(\sqrt{1 + \frac{d^2}{4}} - \frac{d}{2} \right)$; $\omega_2 = \omega_0 \left(\sqrt{1 + \frac{d^2}{4}} + \frac{d}{2} \right)$, где $d = \frac{1}{Q}$, $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, а полоса

пропускания контура $\Delta\Omega = \omega_2 - \omega_1 = \omega_0 d = \frac{\omega}{d}$, резонансная частота $\omega_1 = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$ и

относительная полоса пропускания контура есть отношение $\frac{\Delta F}{f_0} = \frac{\Delta\Omega}{\omega_0}$ или

$$\frac{\Delta F}{f_0} = \frac{1}{Q}.$$

Вторичные параметры контура: резонансная частота $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ (34) или

$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$; (35), волновое (характеристическое) сопротивление контура $\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}$;

(36), добротность контура $Q = \frac{\rho}{r_s} = \frac{\rho}{r+r_i}$, (37), где r_i – внутреннее сопротивление

контура; $d = \frac{1}{Q}$ (38) – затухание контура.

Пример 23. Для последовательного колебательного контура (рис. 38) определить вторичные параметры, если $r=90$ Ом, $r_i=1$ Ом, $L=80$ мкГн, $C=2000$ пФ. Построить АЧХ и ФЧХ контура по напряжению на активном сопротивлении.

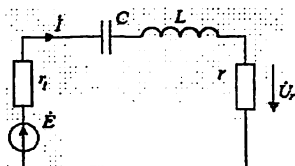


Рис. 38

Решение. Резонансная частота контура

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{80 \cdot 10^{-6} \cdot 2000 \cdot 10^{-12}}} = 2,5 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1},$$

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{2,5 \cdot 10^6}{6,28} = 0,4 \cdot 10^6 = 400 \text{ кГц.}$$

Волновое сопротивление контура

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{80 \cdot 10^{-6}}{2000 \cdot 10^{-12}}} = 200.$$

Добротность и затухание контура

$$Q = \frac{\rho}{r_s} = \frac{\rho}{r+r_i} = \frac{200}{9+1} = 20;$$

$$d = \frac{1}{Q} = 0,05.$$

Полоса пропускания контура

$$\Delta F = \frac{f_0}{Q} = \frac{400 \cdot 10^3}{20} = 20 \cdot 10^3 = 20 \text{ кГц.}$$

Комплексная передаточная функция по напряжению на активном сопротивлении

$$\begin{aligned} K_{U_r}(j\omega) &= \frac{\dot{U}}{\dot{E}} = \frac{r}{r + r_1 + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})} = \frac{r}{r + r_1} \cdot \frac{1}{1 + jQ(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega})} = \\ &= K_{U_r, \max} \cdot \frac{1}{1 + jQ\xi}. \end{aligned}$$

Откуда аналитическое выражение для АЧХ

$$K_{U_r}(j\omega) = K_{U_r, \max} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f})^2}}$$

Нормированное АЧХ

$$\hat{K}_{U_r}(f) = \frac{K_{U_r}(f)}{K_{U_r, \max}} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f})^2}}$$

ФЧХ

$$\varphi(f) = -\arctg Q(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f}).$$

В табл. 2 приведены рассчитанные значения для $\hat{K}_{U_r}(f)$ и $\varphi(f)$.

Таблица 2

$f, \text{кГц}$	0	380	390	400	410	420	∞
$\hat{K}_{U_r}(f)$	0	0,44	0,707	1	0,707	0,44	0
$\varphi(t)$	90°	90°	90°	0	90°	90°	90°

Графики АЧХ и ФЧХ приведены на рис. 39.

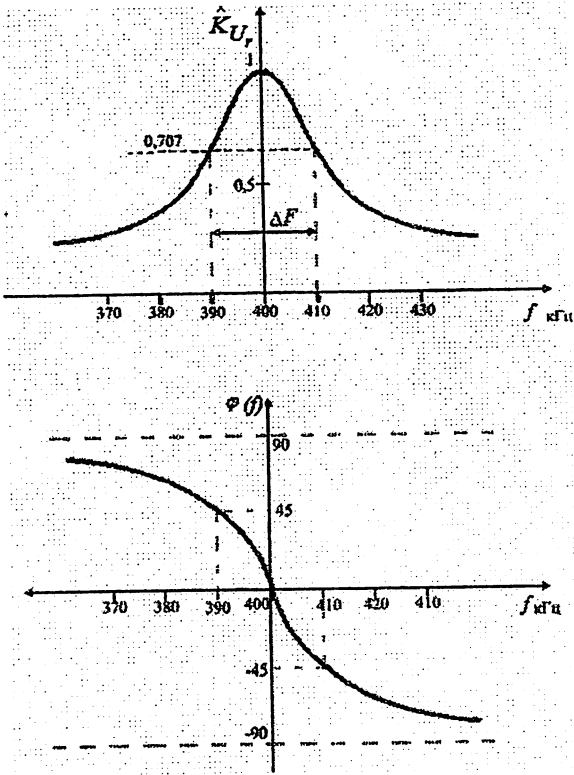


Рис. 39

5.2. Расчет параметров и частотных характеристик параллельного колебательного контура

Вторичные параметры простого параллельного колебательного контура (рис. 40):

$$1) \text{ резервная частота высокодобротного контура } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}; \quad (39)$$

$$2) \text{ характеристическое сопротивление } \rho = \sqrt{\frac{L}{C}}; \quad (40)$$

3) входная проводимость контура

$$Y(j\omega) = g_{\text{экв}} + jb_{\text{экв}} = \frac{r_1}{r_1^2 + \omega^2 L^2} + \frac{r_2}{r_2^2 + \omega^2 C^2} + j \left(\frac{\frac{1}{\omega C}}{r_2^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2 C^2} - \frac{\omega L}{r_2^2 + \omega^2 L^2} \right); \quad (42)$$

при $r_1 \ll \omega L$ и $r_2 \ll \frac{1}{\omega C}$

$$Y(j\omega) \approx \frac{r_1}{\omega^2 L^2} + \frac{r_2}{\frac{1}{\omega^2 C^2}} + j \left(\omega C - \frac{1}{\omega L} \right); \quad (43)$$

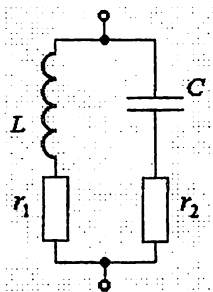


Рис. 40

4) активная проводимость контура на резонансной частоте ω_0 :

$$g_{0\text{экв}} = \frac{r_1}{\omega_0^2 L^2} + \frac{r_2}{\frac{1}{\omega_0^2 C^2}} = \frac{r_1}{\rho^2} + \frac{r_2}{\rho^2} = \frac{r}{\rho^2}, \quad (44)$$

где $r = r_1 + r_2$;

5) резонансное сопротивление контура

$$r_{0э\kappa} = \frac{1}{g_{0э\kappa}} = \frac{\rho^2}{r}; \quad (45)$$

6) добротность контура $Q = \frac{r_{0э\kappa}}{\rho} = \frac{\rho}{r}$; (46)

7) затухание $d = \frac{1}{Q}$; (47)

8) внутреннее сопротивление подключенного к контуру (рис. 41) источника $r_{ш}$ (сопротивление шунта) ухудшает добротность контура, т. к. ухудшенная добротность

$$Q' = \frac{r'}{\rho} = \frac{r_{0э\kappa} r_{ш}}{\rho(r_{0э\kappa} + r_{ш})} = Q \cdot \frac{1}{1 + \frac{r_{0э\kappa}}{r_{ш}}}. \quad (48)$$

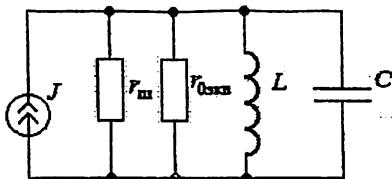


Рис. 41

Частотные характеристики простого параллельного колебательного контура:

1) входное сопротивление $Z(j\omega) = \frac{1}{g_{0э\kappa} \left[1 + j \frac{r_{0э\kappa}}{\rho} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \right]}$ (49)

или $Z(j\omega) = \frac{r_{0э\kappa}}{(1 + Q\xi^2)}$; (50)

2) амплитудно-частотная характеристика $Z(\omega) = \frac{r_{0э\kappa}}{\sqrt{1 + Q^2 \xi_{1,2}^2}}$; (51)

3) нормированная АЧХ $\hat{Z}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \xi_{1,2}^2}}$; (52)

4) фаза-частотная характеристика $\varphi(\omega) = -\arctg Q \xi_2$; (53)

5) комплексная передаточная функция по току в индуктивной ветви

$$K_{i_L}(j\omega) = Z(j\omega) \cdot \frac{1}{j\omega L}; \quad (54)$$

$$\text{АЧХ: } K_{i_L}(\omega) = \frac{1}{\omega L \sqrt{g_{0\text{экив}}^2 + (\omega C - \frac{1}{\omega L})^2}}; \quad (55)$$

6) комплексная передаточная функция по току в ёмкостной ветви

$$K_{i_C}(j\omega) = Z(j\omega) \cdot j\omega C; \quad (56)$$

АЧХ:
$$K_{i_C}(\omega) = \frac{\omega C}{\sqrt{g_{0\text{экив}}^2 + (\omega C - \frac{1}{\omega L})^2}}. \quad (57)$$

Пример 24. У параллельного колебательного контура (рис. 42) $L = 100 \text{ мкГн}$; $r_L = 10 \text{ Ом}$; $C = 500 \text{ пФ}$; $E = 60 \text{ В}$; $r_i = 100 \text{ кОм}$.

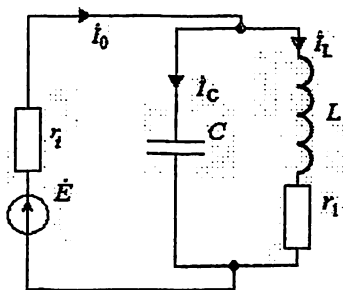


Рис. 42

Определить добротность, определить мощность контура при резонансе.

Решение Добротность $Q = \frac{\rho}{r_L}$, где $\rho = \sqrt{\frac{L}{C}} = 0,447 \cdot 10^3 \text{ Ом}$, тогда

$$Q = \frac{0,447 \cdot 10^3}{10} = 44,7.$$

Полоса пропускания контура

$$\Delta F = \frac{f_0}{Q} = \frac{1}{\frac{2\pi\sqrt{LC}}{Q}} = \frac{712}{44,7} \approx 16 \text{ кГц}.$$

полоса пропускания $\Delta F' = \frac{f_0}{Q'} = \frac{712}{37,25} = 19,1 \text{ кГц}.$

Мощность контура при резонансе

$$P = I_0^2 r_{0\text{экв}} = \left(\frac{E}{r_l + r_{0\text{экв}}} \right)^2 \cdot r_{0\text{экв}} = (0,5 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 20 \cdot 10^3 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Вт} = 5 \text{ мВт}.$$

5.3. Задачи для самостоятельного решения

Пример 25. Рассчитать индуктивность катушки последовательного колебательного контура, если резонансная частота $f_0 = 465 \text{ кГц}$, полоса пропускания $\Delta F = 10 \text{ кГц}$, сопротивление потерь $r = 10 \text{ Ом}$.

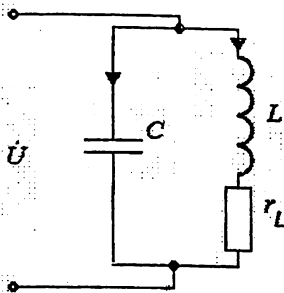


Рис. 43

Пример 26. В простом параллельном колебательном контуре (рис. 43) $C = 2,5 \text{ мкФ}$, $L = 4 \text{ мГн}$, $r_L = 11,2 \text{ Ом}$; $U = 10 \text{ В}$. Определить частоту резонанса токов и полное сопротивление цепи при резонансе.

6. Расчет трехфазных цепей

Трехфазная цепь — совокупность трех однофазных цепей, в каждой из которых действуют три синусоидальные ЭДС, создаваемые одним источником, одной и той же частоты, сдвинутые по фазе друг относительно друга на 120° .

Фаза — часть многофазной системы электрических цепей, в которой может протекать один из токов многофазной системы токов.

Фаза тока — аргумент синусоидального тока, отсчитываемый от точки перехода тока через нуль к положительному значению. Аналогично определяются фазы синусоидальных напряжений, ЭДС, магнитодвижущей силы, магнитного потока, синусоидально меняющегося электрического заряда и т. д.

Последовательность фаз (порядок чередования фаз) — порядок, в котором ЭДС в фазных обмотках генератора проходят через одинаковые значения (например, максимумы).

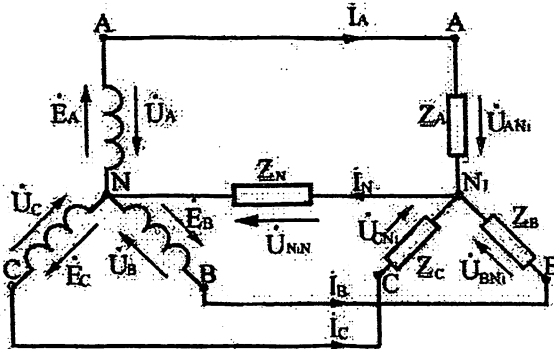


Рис. 44

Прямая последовательность фаз — последовательность фаз *ABC*.

Обратная последовательность фаз — последовательность фаз *ACB*.

Симметричная система ЭДС (токов, напряжений) — совокупность ЭДС (токов, напряжений), равных по амплитуде и отстающих по фазе относительно друг друга на 120° .

Трехфазный симметричный приемник — приемник, у которого комплексные сопротивления фаз одинаковы.

Пример 27. Определить токи и мощность P в трехфазной цепи (рис. 44), если линейное напряжение $U_{\text{Л}} = 380$ В, сопротивления фаз $Z_A = Z_B = Z_C = 4 + j3$ Ом, нейтральный провод отсутствует, т.е. $Z_N = \infty$.

Построить векторные диаграммы напряжений и токов.

Решение. Так как режим работы симметричный, то фазные напряжения

$$U_{\Phi} = \frac{U_{\text{Л}}}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ В}; \quad \dot{U}_A = 220 \text{ В}; \quad \dot{U}_B = 220 \cdot e^{-j120^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_C = 220 \cdot e^{j120^\circ} \text{ В}.$$

По закону Ома ток фазы A

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{Z_A} = \frac{220}{4 + j3} = 35,2 - j26,4 = 44 \cdot e^{-j37^\circ} \text{ А}.$$

$$\text{Угол сдвига фаз } \varphi = \psi_u - \psi_i = 0 - (-37^\circ) = 37^\circ.$$

Токи двух других фаз записываются следующим образом:

$$\dot{I}_B = I_A e^{-j120^\circ} = 44 \cdot e^{-j37^\circ} \cdot e^{-j120^\circ} = 44 \cdot e^{-j157^\circ} \text{ А},$$

$$\dot{I}_C = I_A e^{j120^\circ} = 44 \cdot e^{-j37^\circ} \cdot e^{j120^\circ} = 44 \cdot e^{j83^\circ} \text{ А}.$$

$$\text{Мощность } P = 3U_{\Phi} I_{\Phi} \cos \varphi = 3 \cdot 220 \cdot 44 \cos 37^\circ = 23192 \text{ Вт}.$$

Выбираем масштаб $m_U = 100$ В/см, $m_I = 20$ А/см и строим векторную диаграмму (рис. 45).

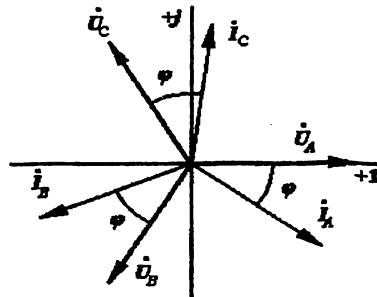


Рис. 45

6.1. Задачи для самостоятельного решения

Пример 28. Определить действующее значение токов в фазах потребителя, соединенного звездой, если линейное напряжение $U_{\text{л}} = 173,2 \text{ В}$, сопротивления фаз $Z_A = Z_B = Z_C = 10 \text{ Ом}$.

Пример 29. Симметричный трехфазный потребитель соединен звездой, сопротивление фазы $Z_{\text{ф}} = j10 \text{ Ом}$, линейный ток $I_{\text{л}} = 20 \text{ А}$. Определить линейное напряжение $U_{\text{л}}$.

7. Переходные процессы в электрических цепях с сосредоточенными параметрами и их расчета

7.1. Возникновение переходных процессов и их значение

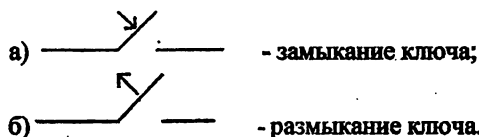
Переходные процессы - явления, имеющие место в электрических цепях при изменении их режима работы: включении и выключении пассивных и активных элементов, внезапном изменении параметров, коротком замыкании отдельных участков и т. д. Эти процессы обусловлены изменением энергетического состояния цепи при переходе от одного установившегося режима к другому.

Энергия, запасенная в магнитном поле катушки и энергия электрического поля емкости не могут изменяться скачком. Следовательно, для завершения переходного процесса требуется некоторый промежуток времени, в течении которого токи и напряжения могут достигать больших величин.

В одних устройствах (системах автоматики, в импульсной технике) переходные процессы являются нормальным режимом работы; в других устройствах (в длинных ЛЭП) – переходные процессы являются аварийным режимом работы. Без учета переходных процессов нельзя правильно спроектировать и эксплуатировать радиотехническую и электротехническую аппаратуру.

7.2. Коммутация и ее законы

Коммутацией называют включение или отключение цепи от источника энергии, а также изменение ее параметров. На схеме коммутация обозначается в виде ключа со стрелкой:



Момент коммутации обычно принимают за начало отсчета $t = 0$ (0_+).

Момент времени непосредственно перед коммутацией обозначается непосредственно после коммутации $t (0_-)$.

Существуют два закона коммутации:

Первый закон коммутации: Ток и магнитный поток в индуктивности непосредственно после коммутации равны току и магнитному потоку в той же индуктивности непосредственно перед коммутацией. Другими словами: ток и магнитный поток через индуктивность в момент коммутации не могут измениться скачкообразно:

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) \quad (58)$$

Второй закон коммутации: Напряжение и заряд на емкости непосредственно после коммутации равны напряжению и заряду на этой же емкости непосредственно перед коммутацией. Другими словами: напряжения и заряд на емкости в момент коммутации не могут изменяться скачкообразно.

$$U_C(0_+) = U_C(0_-) \quad (59)$$

Следует отметить, что скачкообразно могут изменяться:

- 1) токи в сопротивлениях и емкостях;
- 2) напряжения на сопротивлениях и индуктивностях.

Отсюда следует, что в электрических цепях, состоящих только из активных сопротивлений, переход из одного установившегося состояния к другому совершается мгновенно.

Законы коммутации используются для нахождения начальных условий, которые необходимы для определения постоянных интегрирования при расчете переходных процессов в электрических цепях.

7.3. Начальные условия

Значения токов и напряжений на элементах электрической цепи в момент $t(0_+)$ (непосредственно после коммутации) называются начальными условиями. Различают независимые и зависимые начальные условия. К независимым относится: ток, протекающий через индуктивность, и напряжение на емкости:

$i_L(0_+)$ и $u_C(0_+)$. Эти условия определяются законами коммутации. Значения всех остальных токов и напряжений и их производных относятся к зависимым начальным условиям. В зависимости от энергетического состояния цепи различают два вида задач:

Задача с нулевыми начальными условиями:

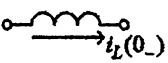


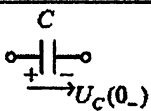


$$i_L(0_+) = 0; U_C(0_+) = 0; \quad (60)$$

Задача с ненулевыми начальными условиями:

$$i_L(0_+) \neq 0; U_C(0_+) \neq 0; \quad (61)$$

Таблица 3 показывает, как надо представлять индуктивность и емкость в эквивалентной схеме для момента коммутации ($t = 0_+$) в зависимости от вида начальных условий.

Таблица 3

Элемент	Ненулевые н. у.	Нулевые н. у.
	$i_L(0_+)$ 	$i_L(0_+) = 0$ 
	$U_C(0_+)$ 	$U_C(0_+) = 0$ 

При нулевых начальных условиях $i_L(0_+) = 0$ и $U_C(0_+) = 0$ индуктивность в момент коммутации равносильна разрыву цепи, а емкость – короткому замыканию.

При ненулевых начальных условиях $i_L(0_+) \neq 0$ и $U_C(0_+) \neq 0$ индуктивность в момент времени $t = 0$ равносильна источнику тока $i_L(0_+)$, а емкость – источнику напряжения с ЭДС, равной $U_C(0_+)$.

7.4. Классический метод расчета переходных процессов

Рассчитать переходный процесс – значит найти закон изменения токов и напряжений на отдельных элементах или ветвях цепи при изменении времени

от момента коммутации ($t=0$) до установления нового стационарного режима ($t=\infty$).

Расчет переходных процессов классическим методом сводится к решению системы линейных дифференциальных уравнений и производится в следующем порядке:

1. Задаются положительным направлением тока в каждой ветви схемы, образовавшейся после коммутации, и составляют уравнения по законам Кирхгофа для мгновенных значений.

2. Полученную систему уравнений сводят к одному уравнению с одним неизвестным током или напряжением на каком-либо элементе цепи (решение будет проще, если этим неизвестным окажется ток через индуктивность или напряжение на емкости). В общем случае получается неоднородное линейное дифференциальное уравнение n -го порядка с постоянными коэффициентами.

3. Дифференциальное уравнение решается известными из математики способами. Пользуясь начальными условиями, определяют постоянные интегрирования и в итоге получают токи и напряжения переходного процесса функции времени.

Система интегро-дифференциальных уравнений цепи всегда составляется для цепи в состоянии *после коммутации*, т. е. после замыкания или размыкания ключа.

При составлении этой системы уравнений, связывающих мгновенные значения входных и выходных электрических величин между собой, используются следующие соотношения:

$$\begin{aligned}U_R(t) &= i(t) \cdot r; & i(t) &= \frac{U_R(t)}{R}; \\U_L &= L \frac{di(t)}{dt}; & i(t) &= \frac{1}{L} \int U_L(t) dt; \\i_C(t) &= C \frac{dU_C(t)}{dt} & U_C(t) &= \frac{1}{C} \int i(t) dt,\end{aligned}\tag{62}$$

Пример 30. Определить начальные условия и принужденные составляющие тока в индуктивности и напряжения на емкости в цепи.

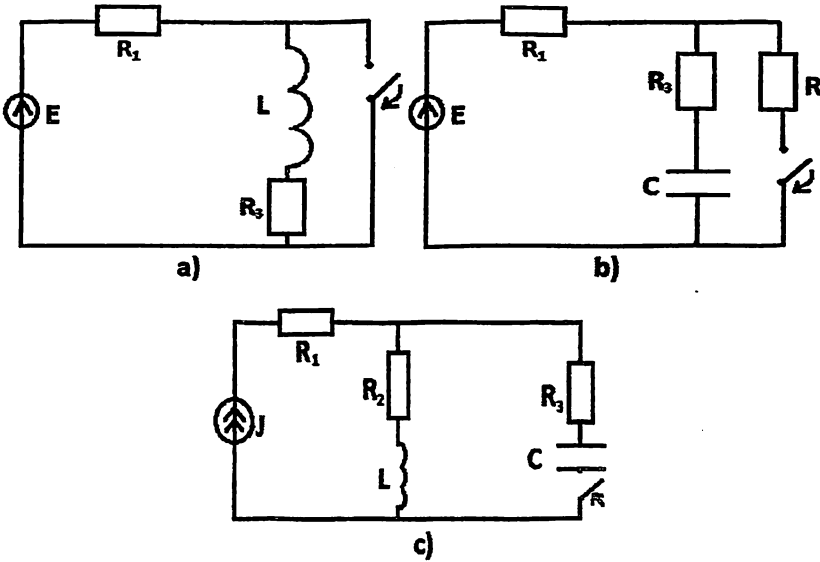


Рис. 46

Решение: для схемы рис.46 а $i_L(-0) = 0$; $i_{Lnp} = \frac{E}{R_1 + R_3}$.

Для схемы рис. 46 б $u_C(-0) = E$; $u_{Cnp} = \frac{E}{R_1 + R_3} R_3$.

Для схемы рис. 46 с $i_L(-0) = J$; $U_C(-0) = 0$; $i_{Lnp} = J$; $u_{Cnp} = JR_2$.

Построить качественно графики переходного тока $i_L(t)$ и напряжения $u_C(t)$ (рис.47).

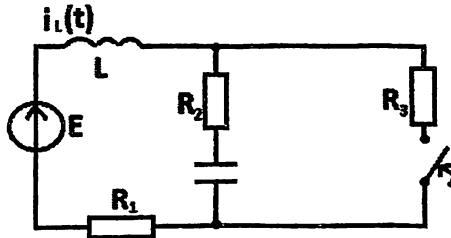


Рис.47

Решение: Для построения графиков определим начальные условия и рассчитаем принужденный режим работы цепи

$$i_L(-0) = 0; i_{Lпр} = \frac{E}{R_1 + R_3}; U_C(-0) = E; u_{Cпр} = \frac{E}{R_1 + R_3} R_3.$$

Графики переходного тока и напряжения приведены на рис. 48.

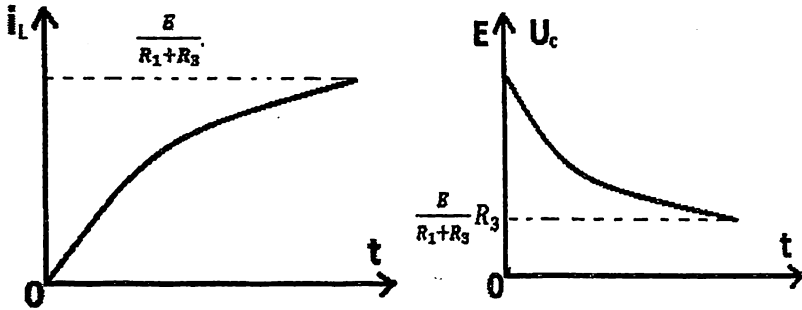


Рис. 48

7.5. Задачи для самостоятельного решения

Пример 31. Определить переходной ток в индуктивности $i_L(t)$ и переходное напряжение $u_C(t)$ (рис. 49), если $R_1 = 7$ кОм, $R_2 = 3,5$ кОм, $L = 7$ мГн, $E = 14$ В.

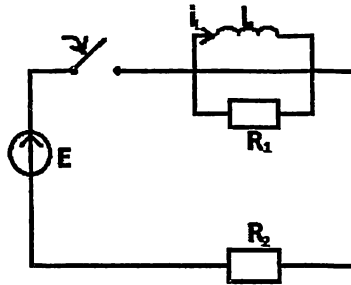


Рис. 49

Пример 32. При $t = 0$ к цепи (рис. 50) подключается источник ЭДС E_1 , при $t_1 = 0,1$ с – источник ЭДС E_2 . Определить переходное напряжение на емкости u_C , если $E_1 = 100$ В, $E_2 = 200$ В, $R = 1$ кОм, $C = 100$ мкФ.

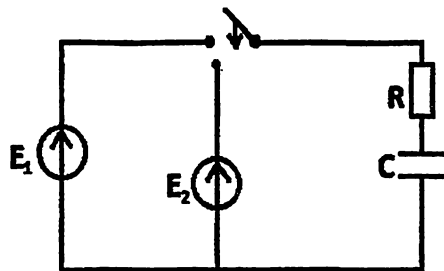


Рис. 50

8. Четырехполюсники и их классификация

8.1. Основные теоретические положения

Четырехполюсник – электрическая цепь с двумя парами зажимов, включенная таким образом, что через каждую пару зажимов проходят попарно равные и противоположно направленные токи (рис. 51).

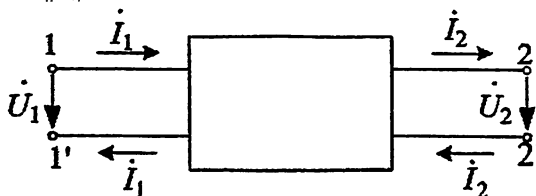


Рис. 51

Четырехполюсники имеют важное практическое значение. При анализе электромагнитных процессов в большинстве электротехнических устройств (линиях, усилителях, трансформаторах и т. п.) эквивалентные схемы могут быть представлены в виде четырехполюсников.

Различают следующие виды четырехполюсников:

- линейные и нелинейные;
- пассивные и активные;
- с сосредоточенными и распределенными параметрами.

8.2. Характеристическая постоянная передачи

Характеристическая (или собственная) постоянная передачи четырехполюсника для прямого направления передачи энергии равна

$$g = a + jb, \quad (63)$$

где g – комплексное число,

a – характеристическое (собственное) затухание, измеряется в неперах (Нп);

b – характеристическая (собственная) фазовая постоянная, измеряется в радианах (рад).

Характеристическая постоянная передачи определяется величиной, обратной функции передачи по току или напряжению:

$$e^g = e^a e^{jb} = \frac{\dot{U}_1}{U_2} = \frac{U_1}{U_2} e^{j(\psi_{U1} - \psi_{U2})} = \frac{\dot{I}_1}{I_2} = \frac{I_1}{I_2} e^{j(\psi_{I1} - \psi_{I2})} \quad (64)$$

или

$$g = a + jb = \ln \frac{U_1}{U_2} + j(\psi_{U1} - \psi_{U2}) = \ln \frac{I_1}{I_2} + j(\psi_{I1} - \psi_{I2}). \quad (65)$$

Затуханию 1 Нп соответствует уменьшение амплитуды или действующего значения напряжения или тока в $e = 2,718$ раза.

Следует заметить, что характеристическая постоянная передачи, а следовательно, a и b определяются при условии согласованной нагрузки.

Заметим, если известны A -параметры, то в практических расчетах используется формула

$$g = \ln \left(\sqrt{A_{11} \cdot A_{22}} + \sqrt{A_{12} \cdot A_{21}} \right). \quad (66)$$

Пример 33. Известны токи на входе и выходе четырехполосника $I_1 = 24 \cdot e^{j10}$ мА и $I_2 = 8 \cdot e^{-j45}$ мА. Определить собственный коэффициент затухания, собственную фазовую постоянную и характеристическую постоянную передачи.

Решение.

$$e^g = \frac{I_1}{I_2} = \frac{24 e^{j10}}{8 e^{-j45}} = 3 e^{j55} = e^a e^{jb};$$

следовательно, $e^a = 3$, и характеристическое затухание:

$$a = \ln 3 = 1,099 \text{ Нп};$$

характеристическая фазовая постоянная:

$$b = 55 = 0,96 \text{ рад};$$

характеристическая постоянная передачи:

$$g = a + jb = 1,099 + j0,96 = 1,456 e^{j41,14}.$$

Пример 34. Параметры Т-образной схемы симметричного четырехполюсника: $Z_1 = 20 \text{ Ом}$, $Z_2 = -j10 \text{ Ом}$. Определить характеристический коэффициент затухания a и характеристическую фазовую постоянную b .

Решение: Характеристическая постоянная передачи:

$$g = a + jb = \ln(\sqrt{A_{11} \cdot A_{22}} + \sqrt{A_{12} \cdot A_{21}});$$

Используем известную формулу связи между А-параметрами четырехполюсника и параметрами Т-образной схемы замещения:

$$A_{11} = 1 + \frac{Z_1}{Z_2} = 1 + j2 = 2,23 e^{j63,4};$$

$$A_{21} = \frac{1}{Z_2} = \frac{1}{-j10} = j0,1.$$

Из условия симметрии четырехполюсника:

$$A_{22} = A_{11} = 2,23 e^{j63,4}.$$

Из условия обратимости:

$$A_{12} = \frac{A_{11}A_{22} - 1}{A_{21}} = 56,2 e^{j45}.$$

$$g = \ln \left\{ \sqrt{(2,23 e^{j63,4})^2 + \sqrt{56,2 e^{j45} \cdot 0,1 e^{j90}}} \right\} = \ln(1,9 + j4,18) = \ln 4,59 e^{j65,5}.$$

Коэффициент затухания $a = \ln 4,59 = 1,523 \text{ Нп}$.

Коэффициент фазы $b = 65,5$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Теоретические основы электротехники / Г. И. Атабеков [и др.]; под ред. Г. И. Атабекова. – СПб., 2010.
2. Шебес, М. Р. Задачник по теории электрических цепей / М. Р. Шебес, Н. В. Каблукова. – М., 1991.

Формат 60x84 1/16. Печ.лист ____.

Заказ № ____. Тираж ____.

**Отпечатано в «Редакционно издательском»
отделе при ТУИТ.**

Ташкент ул. Амир Темур, 108.

Содержание

ВВЕДЕНИЕ	4
1. Основные понятия и законы теории электрических цепей	4
1.1. Пассивные элементы электрической цепи	4
1.2. Эквивалентные преобразования схем электрической цепи с пассивными элементами	8
1.3. Задачи для самостоятельного решения.....	11
2. Методы расчета электрических цепей на постоянном токе	13
2.1. Метод уравнений Кирхгофа	13
2.2. Метод контурных токов	16
2.3. Метод узловых потенциалов	21
2.4. Задачи для самостоятельного решения	25
3. Основные свойства и эквивалентные параметры электрических цепей при синусоидальных токах	26
3.1. Представление синусоидального тока с помощью комплексных чисел	26
3.2. Задачи для самостоятельного решения	28
4. Методы расчета электрических цепей при установившемся синусоидальном токе	29
4.1. Последовательное соединение комплексных сопротивлений	29
4.2. Параллельное соединение комплексных сопротивлений	30
4.3. Задачи для самостоятельного решения	32
5. Резонансные явления и частотные характеристики	34
5.1. Расчет параметров и частотных характеристик последовательного колебательного контура	34
5.2. Расчет параметров и частотных характеристик параллельного колебательного контура	39
5.3. Задачи для самостоятельного решения.....	42
6. Расчет трехфазных цепей	44
6.1. Задачи для самостоятельного решения	46
7. Переходные процессы в электрических цепях с сосредоточенными параметрами и методы их расчета	47
7.1. Возникновение переходных процессов и их значение.....	47
7.2. Коммутация и её законы	47
7.3. Начальные условия	48
7.4. Классический метод расчета переходных процессов	49

7.5. Задачи для самостоятельного решения.....	52
8. Четырехполосники.....	54
8.1. Основные теоретические положения.....	54
8.2. Задачи для самостоятельного решения.....	54
ЛИТЕРАТУРА	58

**Учебное издание
план 2021-2022 уч. г.**

**Туляганова В.А.
Газиева В.А.**

ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Методические указания к лабораторным работам

(СФИТ ТУИТ-БГУИР)

Область знаний	300000	– Производственно-техническая сфера
Область образования:	330000	– Компьютерные технологии и информатика
Направление образования:	5330800	– Программируемые мобильные системы (1–39 03 02 Программируемые мобильные системы)

Подписано в печать 2022 г
Бумага офсетная. Заказ № Печать
Тираж экз.

**Утверждено к печати
Ташкентским университетом информационных технологий
имени Мухаммада аль-Хорезми
(протокол заседания Учебно-методического совета ТУИТ №
от 2022 г.)**

**Ответственный редактор: А.А. Туляганов
Корректор: С. Абдуллаева**

Методическое руководство для выполнения практических работ по дисциплине “Теория электрических цепей” для студентов обучающихся по кредитной системе

Рассмотрены на заседании кафедры Э и Р
и рекомендованы к печати

Протокол № _____ от _____ 2022 года

Рассмотрены на НМС факультета Р и МА
и рекомендованы к печати

Протокол № _____ от _____ 2022 года

Рассмотрены на НМС ТУИТ
имени Мухаммада ал-Хоразмий
и рекомендованы к печати

Протокол № _____ от _____ 2022 года

Составители: Туляганова В.А.,
Газиева В.А.,
Улашов С.Р.

Рецензент: С.С. Парсиев

Ответственный редактор: Х.А. Саттаров

Корректор: С.Х. Абдуллаева

Формат 60x84 1/16. Печ. лист 3,75.

Заказ № 106. Тираж 10.

Отпечатано в «Редакционно издательском»
отделе при ТУИТ.

Ташкент ул. Амир Темур, 108.