МИНИСТЕРСТВА РАЗВИТИЯ
ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИИ И
КОММУНИКАЦИИ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

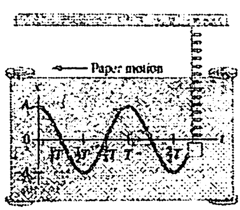
ТАШКЕНТСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ
ТЕХНОЛОГИЙ ИМЕНИ МУХАММАДА АЛЬ - ХОРАЗМИЙ

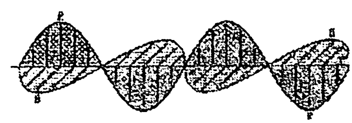
КАФЕДРА ФИЗИКИ

МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ ПО ФИЗИКЕ

ЧАСТЬ 4

ГАРМОНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ, МЕХАНИЧЕСКИЕ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ, МЕХАНИЧЕСКИЕ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ





Ташкент – 2021

Авторы: К.П.Абдурахманов, О.О.Очилова, У.Х.Тахиров, К.Б.Хайдаров

Гармонические колебания, механические и электромагнитные колебания, механические и электромагнитные волны. Часть 4. Сборник задач по физике. – Ташкент: ТУИТ имени Мухаммада аль-Хоразмий. 2021 г. – стр. 153

Данное методическое пособие составлено в соответствии с программой курса общей физики и содержит задачи, распределенные по разделам: гармонические колебания, механические и электромагнитные колебания, механические и электромагнитные волны, рассматриваемым вовтором семестре. По каждому разделу подобраны порядка двухсот задач, некоторые из них представляет сложности со (*).

Данное методическое пособие предназначено для студентов первого курса бакалавриата по направлениям “Компютерный инжиниринг” “Программный инжиниринг”, “Телекоммуникационные технологии”, “Телевизионные технологии”, “Информационная безопасность”, “Экономика и менеджмент в сфере ИКТ”, “Технология почтовой связи”, “Профессиональная подготовка в сфере ИКТ”, а также может быть использовано студентами других технических ВУЗов.

Для самостоятельной подготовки по каждой теме приведены контрольные вопросы по теории.

Рекомендовано к публикации на заседании совета ТУИТ имени Мухаммада аль - Хоразмий (протокол № 11(123) от 23.05.2019 г).

Ташкентский университет информационных технологий имени Мухаммада аль - Хоразмий, 2021

ПРЕДИСЛОВИЕ

Знание законов физики предполагает умение не только формулировать эти законы, но и применять их при решении конкретных практических задач. Умение решать задачи способствует приобщению студентов к самостоятельной творческой работе, учит анализировать изучаемые явления, выделять главные факторы, их обусловившие. Наибольшую пользу приносит процесс решения задач при условии самостоятельности этого процесса, которую и призвано обеспечить данное методическое руководство.

Оно составлено в соответствии с программой курса общей физики и содержит задачи, распределенные по разделам курса физики, рассматриваемым во втором семестре. По каждой теме подобрано порядка двухсот задач, в которые включен ряд задач повышенной трудности, они отмечены звездочкой.

Задачи для домашних заданий распределены по вариантам, каждый вариант содержит четыре задачи. Перед каждой темой даются краткие методические указания и рекомендации к решению задач, рассматриваются примеры решения задач в соответствии с разделением на темы в пределах каждой темы.

Сознательное решение задач возможно при условии усвоения соответствующего теоретического материала. Для этого по каждой теме приводятся контрольные вопросы, позволяющие заострить внимание студентов при подготовке к занятиям на краеугольные проблемы темы или раздела и глубже разобрать их. Пользуясь данным пособием, студент должен:

- целенаправленно, по контрольным вопросам и указанной литературе, изучить предлагаемый раздел;
- самостоятельно, опираясь на изученную теорию, методические указания и примеры, выполнить домашнее задание в соответствии с указанным преподавателем вариантом.

При решении задач целесообразно руководствоваться следующими правилами:

1. Прежде всего, внимательно прочесть условие, вникнуть в него. Если характер задачи позволяет, обязательно сделать пояснительный рисунок.
2. Произвести анализ задачи, выяснить, о каких объектах или процессах идет речь, какие величины его определяют, каким физическим закономерностям подчиняются рассматриваемые явления.
3. Выбрать оптимальный метод решения задачи.
4. Решение задачи проводить сначала в общем виде, при этом искомая величина должна быть выражена через заданные в условии величины.
5. Подстановка числовых данных должна производиться в одной системе единиц - системе СИ.
6. В конце решения производиться проверка соответствия единиц измерения.
7. При оформлении домашнего задания используемые законы и формулы должны быть кратко, но исчерпывающе пояснены.
8. Если представляется возможным, оценить правдоподобность полученного численного ответа.

ТЕМА № 4.1

ГАРМОНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ. СЛОЖЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ

Контрольные вопросы:

1. Какие колебания называются гармоническими? Дайте определение основных характеристик гармонического колебательного движения (смещения, амплитуды, фазы, периода, частоты, циклической частоты).

2. Как зависит смещение колеблющейся точки от времени?

3. Запишите уравнение смещение гармонических колебаний.

4. Как графически можно задать гармонические колебания?

5. Какова закономерность изменения смещения, скорости и ускорения колеблющейся точки? Чему равны максимальные значения этих величин?

6. Что называется возвращающей силой? Какими свойствами она определяется? Какое условие необходимо для осуществления гармонического движения?

7. Как определяется период собственных колебаний математического и физического маятника? Что называется приведенной длиной физического маятника?

8. Как определяется амплитуда результирующего колебания при сложений колебаний, направленных вдоль одной прямой, если периоды колебаний одинаковы? Как определяется начальная фаза?

9. Разберите уравнение траекторий для случаев когда точка участвует в двух взаимно перпендикулярных колебаниях одинакового периода и разности фаз равной $0, \pi/2, \pi$.

10. При каких условиях возникают биения? Чему равна частота биений? Амплитуда биений? Как графически изображаются биения? Какова частота результирующего сложного колебания?

11. Как выражается энергия колебательной системы? От каких параметров она зависит?

12. Как происходит взаимопревращения энергии при гармонических колебаниях?

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

В качестве гармонической функции в законе движения используются синус или косинус; причем выбор функции определяется начальными условиями. При решении задач часто требуются найти параметры, характеризующие гармонические колебания по заданному уравнению смещения. Это делается сравнением данного уравнения с законом гармонического колебания и дальнейшим учетом связи между частотой, циклической частотой и периодом, а также с применением известных кинематических закономерностей.

В задачах другого типа требуется найти параметры процесса по известным мгновенным или максимальным значениям смещения, скорости, ускорения. Здесь надо помнить, что максимальному смещению (равному амплитуде) соответствует нулевое значение скорости и максимальное ускорение, направленное в сторону равновесия. Если известно, что смещение в некоторый момент максимально, то фаза колебания в этот момент равна $\pi/2$; при максимальной скорости смещения фаза и ускорение равны нулю.

Целый ряд задач предполагает составления уравнений движения, использования связей между динамическими характеристиками, знаний динамических законов, применение законов сохранения и превращения энергии.

В задачах на нахождение траектории точки, участвующей в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, следует исключить время в уравнениях складываемых колебаний.

В тех случаях, когда требуется найти период колебаний физического маятника, не следует забывать, что ось вращения не проходит через центр масс и при определении моментов инерции надо использовать теорему Штейнера о переносе осей вращения.

В основном же решение задач на колебательные процессы требует четкого знания формул и правильного использования связей между смещением, скоростью и ускорением.

Основные формулы

Колебания, которые происходят под действием силы F, пропорциональной смещению x тела из положения равновесия и направленной в сторону положения равновесия, называются **гармоническими:**

$$F = -kx, \tag{4.1.1}$$

где k-упругость (жесткость).

Кинематическое уравнение гармонического колебания имеет вид

$$x = A\sin(\omega t + \varphi_0), \tag{4.1.2}$$

где x - смещение тела в данный момент времени; A - амплитуда колебания; $\omega t + \varphi_0$ - фаза колебания; φ_0 - начальная фаза; ω - круговая частота.

Круговая частота ω связана с частотой колебаний ν и периодом колебаний T соотношениями

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T} \tag{4.1.3}$$

Период собственных колебаний математического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{l/g}, \tag{4.1.4}$$

где l - длина маятника; g - ускорение свободного падения.

Период собственных колебаний пружинного маятника

$$T = 2\pi\sqrt{m/k}, \tag{4.1.5}$$

где m – масса колеблющегося тела; k – упругость (жесткость) пружины. Мгновенная скорость тела, совершающего гармоническое колебание,

$$\vartheta = \frac{dx}{dt} = A\omega cos(\omega t + \varphi_0), \qquad (4.1.6)$$

где $A\omega = \vartheta_{maks}$ - амплитуда скорости.

Ускорение тела, совершающего гармоническое колебание, в данный момент применим равенство:

$$a = \frac{d\vartheta}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega^2 sin(\omega t + \varphi_0), \qquad (4.1.7)$$

где $A\omega^2 = a_{maks}$ – амплитуда ускорения.

Сила, вызывающая гармонические колебания,

$$F = ma = -mA\omega^2 sin(\omega t + \varphi_0) = -m\omega^2 x, \qquad (4.1.8)$$

где $mA\omega^2 = F_{max}$ – амплитуда силы; m – масса колеблющегося тела.

Так как $F = -kx$, то $k = m\omega^2$.

Полная энергия тела, совершающего гармоническое колебание,

$$W = mA^2\omega^2/2. \qquad (4.1.9)$$

Наряду с собственными колебаниями любое тело может совершать вынужденные колебания под действием внешней вынуждающей силы. Если частота внешней силы совпадает с частотой собственных колебаний тела, то наступает явление резонанса.

Тело может участвовать одновременно в нескольких колебательных движениях. При этом имеет место сложения колебаний. Рассмотрим два частных случая сложения колебаний:

1. Складываются два колебания, происходящие по одной прямой в одном направлении с одинаковыми периодами, но разными амплитудами и начальными фазами. Уравнения слагаемых колебаний имеют вид

$$x_1 = A_1 \ sin(\omega t + \varphi_{01}), \qquad x_2 = A_2 sin(\omega t + \varphi_{02}). \qquad (4.1.10)$$

Результирующее колебание выражается уравнением

$$x = x_1 + x_2 = A sin(\omega t + \varphi_0), \qquad (4.1.11)$$

где $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2 A_1 A_2 \cos(\varphi_{02} - \varphi_{01})}$ – амплитуда результирующего колебания; $\varphi_0 = \operatorname{arctg} \frac{A_1 \sin\varphi_{01} + A_2 \sin\varphi_{02}}{A_1 \cos\varphi_{01} + A_2 \cos\varphi_{02}}$ – его начальная фаза.

2. Складываются два взаимно перпендикулярных колебания одинакового периода, но разных амплитуд и начальных фаз. Траектория результирующего колебания задается уравнением

$$\frac{x_1^2}{A_1^2} + \frac{x_2^2}{A_2^2} - 2\frac{x_1 x_2}{A_1 A_2} cos(\varphi_{02} - \varphi_{01}) = sin^2(\varphi_{02} - \varphi_{01}). \qquad (4.1.12)$$

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 1. Точка совершает гармонические колебания. Максимальные смещения и скорость точки соответственно равны *A=0,05 м* и ϑ_m*=0,12 м/с.* Найти величину максимального ускорения, а также скорость и ускорение точки в момент, когда смещение ее равно *y*=0,03 *м*.

Решение. Зависимость смещения колеблющейся точки для гармонического колебания выражается

$$y = A\sin(\omega t + \varphi),$$

где *A*- максимальное смещение, то есть амплитуда колебаний $(\omega t+\varphi)$ - фаза колебаний.

Так как нет указаний в условий, то начало отсчета выбираем произвольно; положим φ=0 при *t*=0, тогда

$$y=A\sin\omega t \tag{1}$$

Мгновенная скорость точки ϑ равна первой производной от смещения по времени

$$\vartheta = \frac{dy}{dt} = \omega A\cos\omega t \tag{2}$$

где $\omega A=\vartheta_m$ – максимальное значение скорости.

Мгновенное значение ускорение равно второй производной от смещения по времени

$$a = \frac{d^2y}{dt^2} = -\omega 2A\sin\omega t, \tag{3}$$

где $\omega A = a_m$– максимальное значение ускорения.

Сравнивая значения ϑ_m и a_m в уравнениях (2) и (3), получим

$$a_m = \frac{\vartheta_m^2}{A} \tag{4}$$

Если задано смещение точки в момент времени t, то из соотношения (1) находим $sin\omega t = \frac{y}{A}$. Подставляя значения $sin\omega t$ уравнение (3) получим мгновенное значение ускорения

$$a = -\frac{\vartheta_m^2}{A^2} y \qquad (5)$$

и из уравнения (2)- мгновенное значение скорости

$$\vartheta = \vartheta_{\mathrm{m}} \sqrt{1 - (\frac{y}{A})^2} = \frac{\vartheta_m}{A} \sqrt{A^2 - y^2}. \qquad (6)$$

Подставим числовые значения (4), (5), (6)

$$a_m = \frac{(12)^2 \cdot 10^{-4}}{5 \cdot 10^{-2}} = 29 \cdot 10^{-2} \frac{\text{м}}{\text{с}^2}; [a] = \left[\frac{\text{м}^2\text{с}^2}{\text{м}}\right] = \left[\frac{\text{м}}{\text{с}^2}\right],$$

$$\vartheta = \frac{12 \cdot 10^{-2}}{5 \cdot 10^{-2}} \sqrt{25 \cdot 10^{-4} - 9 \cdot 10^{-4}} = 9{,}6 \cdot 10^{-2} \frac{\text{м}}{c};$$

$$[\vartheta] = \left[\frac{\text{м} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{м}}{\text{м}}\right] = \left[\frac{\text{м}}{\text{с}}\right].$$

Задача 2. Точка участвует в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, выраженных уравнениями: $x = 2sin\pi t$ и $y = -cos\pi t$. Найти и построить уравнение траектории точки определить скорость точки в момент t= 0,5 c (смещения даны в сантиметрах).

Решение. Так как циклические частоты слагаемых колебаний одинаковы, то траекторией движения точки будет эллипс (рис. 4.1.1). Исключим время t из заданных уравнений, для чего возведем в квадрат оба уравнения:

$$x^2 = 4sin^2\pi t; \qquad y^2 = cos^2\pi t.$$

Воспользуемся формулой $sin^2\alpha + cos^2\alpha = 1$ и получим: $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{1} = 1$.

Это каноническое уравнение эллипса с полуосями a=2 см и b=1 см.

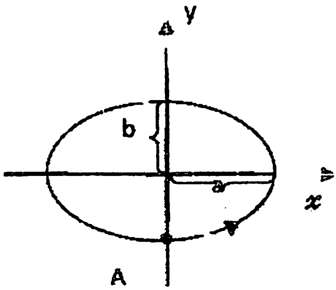


Рис. 4.1.1

Для определения направлений движений точки учтем, что в момент t=0; x=0; y=-1, следовательно точка находиться в положении A. при увеличении t увеличивается значение x, значит точка движется против часовой стрелки.

Скорости точки ϑ при ее движении по эллипсу равна векторной сумме скоростей слагаемых колебаний, и так как они перпендикулярны

$$\vartheta = \sqrt{\vartheta_x^2 + \vartheta_y^2}, \vartheta = \frac{dx}{dt} = 2\pi cos\pi t, \quad \vartheta_y = \frac{dy}{dt} = \pi sin\pi t,$$

$$\vartheta = \sqrt{4\pi^2 cos^2\pi t + \pi^2 sin^2\pi t} = \pi\sqrt{4cos^2 \cdot 0{,}5 + sin^2 \cdot 0{,}5} =$$

$$3{,}14 \text{ см/с}.$$

Задача 3. Частица массой m=0,01 кг совершает гармонические колебания с периодом $T=2$ *с*. Полная энергия колеблющейся частицы E=0,1 *мДж*. Определите амплитуду A колебаний и наибольшее значение силы F, действующей на частицы.

Решение. Для определения амплитуды колебаний воспользуемся выражением полной энергии частицы

$$E = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2.$$

Подставив сюда выражение $\omega = \frac{2\pi}{T}$ и выразив амплитуду, получим

$$A = \frac{T}{2\pi}\sqrt{\frac{2E}{m}} \qquad (1)$$

Подставим числовые значения величин и произведём вычисления

$$A = \frac{2}{3 \cdot 3{,}14}\sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-4}}{10^{-2}}}\,\text{м} = 0{,}045\ \text{м} = 45\ \text{мм}.$$

Так как частица совершает гармонические колебания, то сила, действующая на него, является квазиупругой и следовательно, быть может выражена соотношением $F=-kx$, где k - коэффициент квазиупругой силы, x- смещение колеблющейся точки. Максимальное значение силы приобретает при максимальном смещении x_m, равном амплитуде, т.е.

$$F_m = kx_m = kA. \qquad (2)$$

Коэффициент k выразим через период колебаний:

$$k = m\omega^2 = \frac{m4\pi^2}{T^2} \qquad (3)$$

Подставив в уравнение (2) выражения для k из формулы (3) и A из формулы (1), после сокращений и упрощений получим

$$F_{max} = \frac{2\pi}{T}\sqrt{2mE} \qquad (4)$$

Подставим числовые значения величин и произведём вычисления:

$$F_{max} = \frac{2 \cdot 3{,}14}{2}\sqrt{2 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-4}}\,H = 4{,}44 \cdot 10^{-3} = 4{,}44\ \text{м}H.$$

Задача 4. На стержне длиной ℓ укреплены 2 одинаковых грузика: один в середине стержня, другой на одном из концов (рис. 4.1.2). Стержень с грузиками колеблется относительно оси, проходящей через другой конец стержня. Найти период маятника и приведенную длину. Массой стержня пренебречь.

Решение. Период физического маятника определяется по формуле $T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}}$, где I- момент инерции маятника, d-расстояние от центра масс до оси вращения.

Момент инерции маятника равен сумме моментов инерции грузиков, которые можно рассматривать как материальные точки с массой, т.е.

$$I = I_1 + I_2 = m_1\ell^2 + m_1(\frac{\ell}{2})^2 = 1{,}25\, m_1\ell^2$$

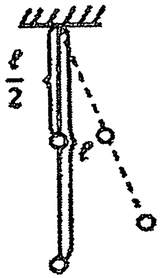


Рис. 4.1.2

Масса маятника m=2m_1. Центр тяжести будет находиться на середине расстояния между грузиками, т.е. $d = \frac{\ell}{2} + \frac{\ell}{4} = 0{,}75\,\ell$.

Таким образом

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{1{,}25m_1\ell^2}{0{,}75\ell \cdot 2m_1 g}} = 2\pi\sqrt{\frac{5\ell}{6g}}$$

$$L_m = \frac{I}{md} = \frac{1{,}25m_1\ell^2}{2m_1 0{,}75\ell} = \frac{5\ell}{6}.$$

Задача 5. Материальная точка массой 10 г колеблется по закону $x = 0{,}05sin(0{,}6t + 0{,}8)$. Найти максимальную силу, действующую на точку, и полную энергию колеблющейся точки.

Решение. Из сопоставления уравнения гармонического колебания в общем виде $x = \mathrm{A}\sin(\omega\, \mathrm{t} + \varphi_o)$ с уравнением, данным в задаче: $x = 0{,}05\sin(0{,}6\mathrm{t} + 0{,}8)$, следует, что $A = 5 \cdot 10^{-2}$ м, $\omega =$

0,6 рад/с, $\varphi_0 = 0{,}8$ рад.

Из выражения для силы, вызывающей гармонические колебания,

$$F = -mA\omega^2 sin(\omega\, t + \varphi_0) \text{ получаем}$$

$$F_0 = mA\omega^2,\ F_0 = 10^{-2} \cdot 5 \cdot 10^{-2}(0{,}6)^2\text{Н} = 1{,}8 \cdot 10^{-4}\ \text{Н}.$$

Полная энергия колеблющейся точки

$$W = \frac{m\omega^2 A^2}{2};\qquad W = \frac{10^{-2}\cdot(5\cdot10^{-2})^2\cdot(0{,}6)^2}{2}\text{Дж} = 4{,}5\ \text{мкДж}.$$

Задача 6. Шарик подвешен на длинной нити (рис. 4.1.3). Первый раз его поднимают по вертикали до точки подвеса, второй раз отклоняют на небольшой угол. В каком из этих случаев шарик быстрее возвратится к начальному положению, если его отпустить?

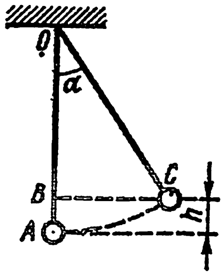


Рис. 4.1.3

Решение. Рассмотрим первый случай. Из уравнения $l = gt_1^2/2$ найдем время t_1 свободного падения шарика с высоты, равной длине l нити:

$$t_1 = \sqrt{2l/g}. \qquad (1)$$

Во втором случае время t_2 движения шарика из отклоненного положения в положение равновесия найдем из уравнения гармонического колебания $x = A\sin(\omega t + \varphi_0)$. Так как в начальный момент времени маятник имеет максимальное отклонение от положения равновесия, то $\varphi_0 = \pi/2$. Поскольку в положении равновесия $x = 0$, то $0 = A\sin(\omega t_2 + +\pi/2)$, следовательно,

$\sin(\omega t_2 + +\pi/2) = 0, \omega t_2 + \frac{\pi}{2} = \pi$, откуда

$$t_2 = \pi/(2\omega) = T/4. \qquad (2)$$

Шарик представляет собой математический маятник, поэтому период его колебаний $T = 2\pi\sqrt{l/g}$. Подставив это выражение в (2), найдем

$$t_2 = \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{l}{g}}. \qquad (3)$$

Поделив получим уравнение (1) и (3), получим

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{\sqrt{2l/g}}{\pi\sqrt{l/g}\,/2} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \approx 0{,}9.$$

Следовательно, в первом случае шарик быстрее возвратится к начальному положению.

Задача 7. Два одинаково направленныхтколебания с равными частотами имеют амплттуды 20 и 50 см. Второе колебание опережает первое по фазе на 30^0. Определить амплитуду и начальную фазу суммарного колебания, полученного от сложения этих колебаний, если начальная фаза первого колебания равна нулю.

Решение. При сложении двух колебаний, происходящих в одном направлении, амплитуда результирующего колебания

$$A=\sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2\,A_1A_2\cos(\varphi_{02} - \varphi_{01})};$$

$$A = \sqrt{(0{,}2)^2 + (0{,}5)^2 + 2 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}87}\ \text{м} \approx 0{,}68\ \text{м}.$$

Из выражения $\operatorname{tg}\varphi_0 = \frac{A_1 \sin\varphi_{01} + A_2 \sin\varphi_{02}}{A_1 \cos\varphi_{01} + A_2 \cos\varphi_{02}}$ найдем начальную фазу сумарного колебания:

$$\varphi_0 = \operatorname{arctg}\frac{A_1 \sin\varphi_{01} + A_2 \sin\varphi_{02}}{A_1 \cos\varphi_{01} + A_2 \cos\varphi_{02}};$$

$$\varphi_0 = \text{arctg}\,\frac{0{,}2\cdot 0 + 0{,}5\cdot\ 0{,}5}{0{,}2\cdot 1 + 0{,}5\cdot 0{,}87} = \text{arctg}\,0{,}394 \approx 0{,}38 \text{ рад.}$$

Задача 8. Медный шарик, подвешенный к пружине, совершает вертикальные колебания. Как изменится период колебаний, если к пружине подвесить алюминиевые шарик того же радиуса.

Решение. Поскольку шарики, подвешенные к пружине, представляют собой пружинные маятники, то период их колебаний

$$T_1 = 2\pi\sqrt{m_1/k}\,, \qquad T_2 = 2\pi\sqrt{m_2/k}\,,$$

где $m_1 = \frac{4}{3}\pi R^3\rho_1$; $m_2 = \frac{4}{3}\pi R^3\rho_2$ – массы медного и алюминиевого шариков. Тогда

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{2\pi\sqrt{m_1/k}}{2\pi\sqrt{m_2/k}} = \frac{\sqrt{4\pi R^3\rho_1/(3k)}}{\sqrt{4\pi R^3\rho_2/(3k)}} = \sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_2}}\,;$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{8{,}9\cdot 10^3}{2{,}7\cdot 10^3}} \approx 1{,}8.$$

Задача 9. Маленький шарик подвешен на нити длиной *1 м* к потолку вагона. При какой скорости вагона шарик будет особенно сильно колебаться под действием ударов колес о стыки рельсов? Длина рельса 12,5 м.

Решение. Шарик совершает вынужденные колебания с частотой ν, равной частоте ударов колес о стыки рельсов:

$$\nu = \vartheta/s. \tag{1}$$

Если размеры шарика малы по сравнению с длинной нити, то тело можно считать математическим маятником, период колебаний которого $T_0 = 2\pi\sqrt{l/g}$. Тогда частота собственных колебаний

$$\nu_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}. \qquad (2)$$

Амплитуда вынужденных незатухающих колебаний максимальна в случае резонанса, когда $\nu = \nu_0$. Подставляя в это условие выражния (1) и (2), находим $\frac{\vartheta}{s} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$, откуда

$$\vartheta = \frac{s}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}; \qquad \vartheta = \frac{12{,}5}{2\cdot 3{,}14}\sqrt{\frac{9{,}8}{1}\frac{м}{с}} \approx 6{,}2 \text{ м/с}.$$

Задача 10. Вдоль некоторой прямой распространяются колебания с периодом 0,25 с и скоростью 48 м/с. Спустя 10 s после возникновения колебаний в исходной точке, на расстоянии 43 м от нее, смещение точки оказалось равным 3 см. Определить в этот же момент времени смещение и фазу колебания в точке, отстоящей на 45 м от источника колебаний.

Решение. Уравнения колебаний точек, отстояших от источника колебаний на расстояниях r_1 va r_2, имеют вид

$$x_1 = A\sin w(t - r_1/\vartheta), \; x_2 = A\sin w(t - r_2/\vartheta),$$

или, учитывая, что $\omega = 2\pi/T$,

$$x_1 = A\sin\frac{2\pi}{T}(t - \frac{r_1}{\vartheta}), \;\; x_2 = A\sin\frac{2\pi}{T}(t - \frac{r_2}{\vartheta}).$$

Амплитуду колебаний найдем из уравнения для x_1:

$$A = \frac{x_1}{\sin(\frac{2\pi}{T})\left(t - \frac{r_1}{\vartheta}\right)};$$

$$A = \frac{3\cdot 10^{-2}}{\sin\left[(2\pi/0{,}25)(10 - 43/48)\right]} \text{ м} \approx 6\cdot 10^{-2} \text{ м}.$$

Из уравнения x_2 найдем фазу колебания φ_2 в точке, отстоящей на расстоянии r_2 от источника колебаний:

$$\varphi_2 = \frac{2\pi}{T}(\mathrm{t} - \frac{r_2}{\vartheta});$$

$$\varphi_2 = \frac{2\pi}{0,25} = \left(10 - \frac{45}{48}\right) \text{рад} = 145\,\frac{\pi}{2}\ \text{рад} \approx 227,65\ \text{рад}.$$

Смещение в точке, находящейся на расстоянии r_2 от источника колебаний, в момент времени t равно

$$x_2 = A\sin\varphi_2;$$

$$x_2 = 6\cdot10^{-2}\left(145\,\frac{\pi}{2}\right)\text{м} = 6\cdot10^{-2}\sin\frac{\pi}{2} = 6\cdot10^{-2}\ \text{м}.$$

Таблица вариантов

№ варианта	Номер задач				№ варианта	Номер задач				Задачи для самостоятельной работы
1	1	51	101	151	26	26	76	126	176	161
2	2	52	102	152	27	27	77	127	177	81
3	3	53	103	153	28	28	78	128	178	101
4	4	54	104	154	29	29	79	129	179	153
5	5	55	105	155	30	30	80	130	180	155
6	6	56	106	156	31	31	81	131	181	159
7	7	57	107	157	32	32	82	132	182	174
8	8	58	108	158	33	33	83	133	183	186
9	9	59	109	159	34	34	84	134	184	188
10	10	60	110	160	35	35	85	135	185	185
11	11	61	111	161	36	36	86	136	186	192
12	12	62	112	162	37	37	87	137	187	195
13	13	63	113	163	38	38	88	138	188	196
14	14	64	114	164	39	39	89	139	189	197
15	15	65	115	165	40	40	90	140	190	198
16	16	66	116	166	41	41	91	141	191	199
17	17	67	117	167	42	42	92	142	192	200
18	18	68	118	168	43	43	93	143	193	201
19	19	69	119	169	44	44	94	144	194	202
20	20	70	120	170	45	45	95	145	195	203
21	21	71	121	171	46	46	96	146	196	204
22	22	72	122	172	47	47	97	147	197	205
23	23	73	123	173	48	48	98	148	198	206
24	24	74	124	174	49	49	99	149	199	207
25	25	75	125	175	50	50	100	150	200	208

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Точка совершает гармонические колебания. В некоторый момент времени t_1 смещение $y_1 = 5$ см. При увеличении фазы вдвое смещение $y_1 = 8$ см. Найти амплитуду колебания.

2. Координата частицы удовлетворяет уравнению $B^2\frac{d^2y}{dt^2} + y = 0$. Найдите период колебания.

3. Записать уравнение гармонических колебаний, если амплитуда A=10 *см,* частота ν=2 *Гц* и известно, что в начальный момент времени смещение максимально.

4. Точка совершает гармонические колебания. Наибольшее смещение точки A=10 *см,* наибольшая скорость ϑ_1=20 *см/с.* Найдите циклическую частоту ω колебаний и максимальное ускорение a_m точки.

5. Скорость тела, совершающего гармонические колебания, изменяется по закону $\vartheta = 6 \cdot 10^{-2}\sin(100t)$ *м/с.* Записать уравнение гармонических колебаний. Найти максимальные значения для скорости и ускорения тела.

6. Уравнение колебаний материальной точки в единицах системы СИ имеет вид: x=0,05$cos\omega t$. Определить амплитуду A, период колебаний T, начальную фазу и значения скорости и ускорения в начальный момент времени.

7. Уравнение колебаний точки имеет вид $x = 0{,}05cos\omega(t+\tau)$, где $\omega = \pi c^{-1}$, $\tau = 0{,}2$ с. Определить период T и начальную фазу φ колебаний.

8. Определить период T, частоту ν и начальную фазу φ

колебаний, заданных уравнением $y = 4sin\omega(t+\tau)$, где $\omega = 2,5\pi c^{-1}, \tau = 0,4$ с.

9. Точка совершает колебания по закону $y = Asin(\omega t + \varphi)$, где A=4 *см*. Определить начальную фазу, если: $y_{(0)}=2$ *см*, $y'_{(0)}<0$.

10. Точка совершает колебания по закону $x = Acos(\omega t + \varphi)$, *A=2 см*, $\omega = \pi c^{-1}, \varphi = \pi/4$ *рад*. Построить графики зависимости от времени: 1) смещение *x(t)*; 2) скорости $\vartheta(t)$; 3) ускорения *a(t)*.

11. Точка совершает, колебания с амплитудой *A=4 см* и периодом *T*=2 *с*. Написать уравнение этих колебаний, считая, что в момент *t*=0 смещения $x_{(0)}=0$ и $x'_{(0)}<0$. Определить фазу $(\omega t+\varphi)$ для, момента времени, когда скорость $x'=-6$ *см/с* и $x<0$.

12. Точка равномерно движется по окружности против часовой стрелки с периодом *T*=6 *с*. Диаметр окружности *d*=20 *см*. Написать уравнение движения проекции точки на ось x проходящую через центр окружности, если в момент времени, принятый за начальный, проекция на ось x равна 0. Найти смещение x, скорость ϑ и ускорение a, проекции точки в момент t=1 с.

13. Дано уравнение гармонического колебания $y = 2sin(\pi t/2 + \pi/4)$. Найдите амплитуду, период, частоту, циклическую частоту и начальную фазу колебаний, также значение максимальной скорости и скорости, а момент времени *t=T/4*.

14. Уравнение колебаний материальной точки имеет вид: $y = 0,2sin\pi(t + 1/3)$ м. Определить амплитуду, период, начальную фазу и значение скорости и ускорения для момента времени *t=0,5 с*.

15. Уравнение колебаний материальной точки имеет вид: $y = 0,1\sin\pi(t + 1/3)$ (в единицах системы СИ). Определить амплитуду, период, начальную фазу и значение скорости и ускорения в начальный момент времени.

16. В начальный момент гармонического колебательного движения точка имеет максимальное смещение. Амплитуда равна $A=2$ *см*, частота $\nu=3c^{-1}$. Написать уравнение колебания. Чему равна скорость через $t=0,4$ с после начала колебаний?

17. Уравнение колебаний материальной точки массой *25 г* имеет вид $x = 0,05 sin 3\pi t$ (в единицах СИ). Определить амплитуду, период и начальную фазу. Чему равна величина упругой силы в тот момент, когда смещение равно x=4 см?

18. Уравнение движения точки $x = sin\frac{\pi}{6}t$. Найти моменты времени, в которые достигается максимальная скорость и максимальное ускорение.

19. Точка совершает гармоническое колебание. Период колебаний T=2 с, амплитуда A=50 *мм*, начальная фаза равна нулю. Найти скорость точки в момент времени, когда смещение точки от положения равновесия x=25 *мм*.

20. Начальная фаза гармонического колебания равна нулю. При смещении точки от положения равновесия x_1=2,4 *см*, скорость точки $\vartheta_1 = 3$ см/с, а при смещении x_2= 2,8 *см*, скорость точки $\vartheta_2 = 2$ см/с. Найти период и амплитуду этого колебания.

21. Точка совершает колебания по закону $x = Acos(\omega t + \varphi)$, где $A = 4$ см. Определить начальную фазу φ, если $x_{(0)} = 2$ см, $\vartheta_0 = x'_{(0)} > 0$. Построить векторную диаграмму для момента $t = 0$.

22. Точка совершает колебания по закону $x = Acos(\omega t + \varphi)$, где A= 4 см. Определить начальную фазу φ, если $x_{(0)} = -2\sqrt{2}$ см, и

$\vartheta_0 = x'_{(0)} < 0$. Постройте векторную диаграмму для момента $t = 0$.

23. Точка совершает колебания по закону $x = A\cos(\omega t + \varphi)$, где $A = 4$ см. Определить начальную фазу φ, если $x_{(0)} = -2\sqrt{2}$ *см*, и $\vartheta_0 = x'_{(0)} > 0$. Построите векторную диаграмму для момента $t = 0$.

24. Точка свершает колебания с амплитудой $A = 4$ см и периодом Т = 2 с. Написать уравнение этих колебаний, считая, что в момент времени $t = 0$ смещение $x_{(0)} = 0$, $x'_{(0)} < 0$. Определить фазу $(\omega t + \varphi)$ для момента времени, когда смещение $x = 1$ см и $\vartheta_0 = x'_{(t)} > 0$.

25. В начальный момент колеблющаяся точка имеет максимальную положительную скорость. Определить смещение, скорость и ускорение точки спустя $t = 1/12$ с после начала колебания, если амплитуда колебаний А = 2 см, циклическая частота $\omega = 4\pi c^{-1}$. Запишите уравнение колебаний точки с числовыми коэффициентами.

27. Определить смещение скорость и ускорение гармонически колеблющиеся точки через $t = 0{,}01$ с после начала движения, если амплитуда колебаний $A = 1$ см и частота $\nu = 5$ $с^{-1}$. В момент, выбранный за начальный, точка имела максимальное положительное смещение, Запишите уравнение колебаний точки с число ими коэффициентами в двух видах (через $\sin\varphi$ и $\cos\varphi$).

28. Точка совершает гармонические колебания с периодом Т = 2 с и амплитудой $A = 0{,}1$ м. Определить скорость и ускорение в тот момент, когда смешение равно $t = 0{,}06$ м.

29. Уравнение колебаний материальной точки имеет вид $x = 0{,}04\sin\pi(t + \frac{1}{6})$. Найти амплитуду, период, начальную фазу, значение скорости и ускорения в начальный момент, запишите уравнение этих колебаний через $cos\varphi$.

30. Точке совершат гармонические колебания с частотой ν=10 *Гц*. В момент, принятый за начальный, точка имела максимальное смещение x_m=1 мм. Написать уравнение колебаний точки и начертить график.

31. Материальная точка совершает колебания по закону синуса. Наибольшее смещение точки A=20 см, наибольшая скорость ϑ_m=40 *см/с*. Написать уравнение колебаний и найти максимальное ускорение точки.

32. В начальный момент колеблющаяся точка имеет максимальное положительное смещение. Определить смещение, скорость и ускорение спустя 0,4 периода после начала колебаний. Амплитуда колебания A = 5 см, период Т = 0,1 с. Запишите уравнение колебаний точки в двух видах (через $sin\varphi$ и $cos\varphi$) с числовыми коэффициентами.

33. Начальная фаза гармонического колебания равна нулю. Через какую долю периода скорость точки будет равна половине её максимального значения?

34. Определить максимальную скорость и максимальное ускорение точки, колеблющейся по закону $x = 2sin\pi(t + 1)$ *см*.

35. Определить максимальное значение скорости ϑ_m и ускорения a_m точки, совершающей гармонически колебания с амплитудой A = 3 см и циклической частотой $\omega = \pi/2$ c^{-1}.

36. Материальная точка совершает колебания по закону $x = Asin\omega t$, где A=6 *см*, ω=2 c^{-1}.Определить ускорение точки в момент времени, когда её скорость $\vartheta=5$ *см/с.*

37. Колебания точки происходят по закону $x = A\sin\omega t$. В некоторый момент времени смещение x точки равно $x=2,5$ *см*, её скорость $\vartheta=10$ *см/с,* ускорение $a=-40$ *см/с* . Найти амплитуду А, циклическую частоту ω, период T и фазу ωt колебания в рассматриваемый момент времени.

38. Смещение материальной точки описывается уравнением $x = A\cos\omega t$. Максимальное смещение точки A=10 см. Через $t_1 = 1$ с после начала колебаний оно равно $x_1=5$ *см,* через $t_2 = 2$ *с,* $x_2 = 0$. Найти период колебания, уравнение смещения (с числовыми, коэффициентами), максимальные скорость и ускорение, скорость и ускорение через t = 1 с после начала движения.

39. Материальная точка гармонически колеблется. Через $t = 0,1$ с после начала движения смещение течки от положения равновесия $x=5$ *см,* скорость $\vartheta=62$ *см/с,* ускорение $a=-540$ *см/с*. Определить амплитуду, циклическую частоту и начальную фазу колебаний.

40. Амплитуда гармонического колебания $A = 5$ *см*, период Т = 4 с. Определить максимальные скорость и ускорение колеблющейся точки, если в начальный момент времени точка находилась в положении максимального смещения.

41. Через сколько времени после начала гармонических колебаний точки с периодом $T=12$ *с* и без начальной фазы, она сместится от положения равновесия на расстояние, равное половине амплитуды?

42. Максимальная скорость ϑ_m точки, совершающей гармонические колебания, равна $\vartheta_m = 10$ *см/с,* максимальное ускорение $a_m = 100$ *см/с*. Найти циклическую частоту ω колебаний, и период T и амплитуду A. Написать уравнение колебаний, приняв начальную фазу равной нулю.

43. Определить начальную фазу колебания тела, если через $t = 0{,}25$ с от начала движения смещение было равно половине амплитуды. Период колебаний T=*6 с*.

44. Колебания точки совершаются по закону $x = 0{,}03 sin\pi(t + 0{,}5)$ *м*. Определить наибольшее значение скорости и ускорения. Чему равна фаза колебаний спустя $t = 5$ с от начала движения.

45. Через сколько времени от начала движения точка, совершающая колебательное движение по закону $x = 7 sin 0{,}5\pi t$, проходит путь от положения равновесия до максимального смещения?

46. Материальная точка, совершая гармонические колебания, имеет наибольшее значение отклонение от положения равновесия x_m=5 *см* и совершает 30 полных колебаний за *t=1 мин 30 сек*. Составьте уравнение колебаний.

47. Частица совершает гармонические колебания с периодом T, амплитудой A. Найти t, за которое смещение частицы изменяется от 0 до A/2?

48. Частица колеблется вдоль оси x по закону $x = 0{,}1 sin 6{,}28t$ (м). Найти среднее значение модуля скорости частицы за период T.

49. Частица колеблется по закону $x = 0{,}1 sin 2\pi t$ (м). Найти среднее значение модуля скорости частицы за первую 1/8 часть периода.

50. Точка колеблется по закону $x = 0{,}6 cos\left(\frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{3}\right)$. Найти

амплитуду, период, начальную фазу, а так же смещение и скорость точки в момент $t=0$.

51. Найдите амплитуды скорости и ускорения материальной точки, которая гармонически колеблется по закону $x = 8\cos\left(\frac{\pi}{0,1}t + \frac{\pi}{6}\right)$. Чему равны смещение и скорость в начальный момент времени?

52. Полная энергия тела, совершающего гармоническое колебательное движение, равна $W = 2 \cdot 10^{-5}$ *Дж*, максимальная сила, действующая на тело, $F_m = 10 \cdot 10^{-3}$Н. Написать уравнение движения этого тела, если период колебаний $T = 2$ с и начальная фаза $\varphi = 30^0$.

53. Чему равно отношение кинетической энергии точки, совершающей гармоническое колебание, к ее потенциальной энергии для моментов времени: 1) $t=T/12$ с; 2) $t=T/8$ *с*; 3) $t=T/6$ *с*. Начальная фаза колебаний равна нулю.

54. Какую часть от своего максимального значения составляет упругая сила, действующая при гармоническом колебательном движении на материальную точку в тот момент, когда ее кинетическая энергия равна четверти от полной механической энергии колеблющейся точки?

55. Точка совершает гармонические колебания, уравнение которых имеет вид: $x=0,05\sin 2t$ (ед. СИ). Найти момент времени (ближайший к началу от счета) в который потенциальная энергия $W=3 \cdot 10^{-4}$*Дж,* а возвращается сила $F=5 \cdot 10^{-3}$*Н.* Найти также фазу колебаний в этот момент времени.

56. Тело массой m=5 г совершает колебаний, которые в системе СИ описывается уравнением $x=0,1\sin(\pi/2(t+ 1/3))$. Найти численные значения кинетической и потенциальной энергии тела через t=20 с от начала движения. Чему равна полная энергия тела?

57. Полная энергия тела, совершающего гармонические колебания, $W=5\cdot 10^{-7}$ *Дж*, амплитуда колебаний $A=2\cdot 10^{-2}$ *м*. Определить: 1) смещение, при котором на тело действует сила $F=2{,}25\cdot 10^{-5}$ Н; 2) максимальную силу, действующую на тело.

58. Тело массой *m=5 г* совершает колебание, которое в системе СИ описывается уравнением $x = 0{,}1\cos\frac{\pi}{2}(t + 1/2)$. Найти численные значения кинетической и потенциальной энергии тела через *t=10 с* от начала движения. Чему равна полная энергия тела?

59. Колебания материальной точки *m=0,1 г* происходят по уравнению $x=A\cos\omega t$, где *A*=5 *см*, ω=20 $с^{-1}$. Найти максимальное значение возвращающей силы.

60. Материальная точка совершает гармоническое колебательное движение с амплитудой *A=5 см*. Определить значения кинетической, потенциальной и полной энергии для того момента, когда на точку действует максимальная упругая сила, равная *F=0,2 Н*.

61. Точка совершает гармонические колебания, уравнение которых имеет вид: $x = 5\sin 2t$ (длина - в сантиметрах, время - в секундах). В момент, когда возвращающая сила впервые приняла значение *F*=5 *мН*, точка обладала потенциальной энергии $E_п$=0,1 *мДж*. Найти этот момент времени t и соответствующую ему фазу φ колебания.

62. Тело массой *m=5 г* совершает колебание, которое описывается уравнением: $x = 0{,}1\sin\pi/2(t + 1/3)$. Найти значения кинетической и потенциальной энергии тела через *t=20 с* от момента

времени $t(0)=0$. Чему равна полная энергия тела?

63. Полная энергия тела, совершающего гармоническое колебательное движение, равна $W=3\cdot10^{-5}$ *Дж*, максимальная сила, действующая на тело, равна $F_m=1{,}5\cdot10^{-3}$ *Н*. Написать уравнение движения этого тела, если период колебаний равен $T=2$ с и начальная фаза $\varphi=60^0$. Амплитуда гармонических колебаний материальной точки $A=2$ см, полная энергия колебаний $W=3\cdot10^{-7}$ Дж. При каком смещении от положения равновесия на колеблющуюся точку действует сила $F=2{,}25\cdot10^{-5}$ *Н*?

64. Чему равно максимальное значение упругой силы, действующей на материальную точку, колеблющуюся с амплитудой $A=12$ *см*, если полная механическая энергия точки равна $W=0{,}03$ *Дж?*

65. Какую часть от своего максимального значения составляет упругая сила, действующая при гармоническом колебательном движении материальной точки, в тот момент, когда ее кинетическая энергия равна одной трети от полной механической энергии колеблющейся точки?

66. Уравнение колебаний материальной точки массой $m=0{,}01$ *г* имеет вид $x=0{,}05 sin\pi(0{,}2t+0{,}25)$ м. Найти закон изменения силы и значение ее, когда точка находится в крайнем положении.

67. Материальная точка массой $m=0{,}01$ *кг* совершает гармонические колебания с периодом $T=2$ с и начальной фазой, равной нулю. Полная энергия колеблющейся точки $W=0{,}1$ *мДж*. Найти амплитуду колебаний и смещение точки в момент $t=3$ с.

68. Чему равна кинетическая энергия колебаний материальной точки в тот момент, когда смещение $x=0{,}05$ *м*? Амплитуда колебаний

$A=0,15$ *м*, масса точки $m=0,2$ *кг*.

69. На математический маятник длиной $l=1$ *м* и массой $m=10$ *г* момент $t=0$ действует максимальная квазиупругая сила. Найти мгновенное значение силы для момента времени $t=1,5$ с, а также значение полной энергии.

70. Грузик массой $m=250$ *г* подвешенный к пружине, колеблется с периодом $T=1$ *с* и с амплитудой $A=2$ *см*. Найти полную энергию и максимальное значение возвращающей силы, действующей на грузик.

71. Материальная точка массой $m=50$ *г* совершает колебания по закону $x=A\cos\omega t$, где $A=0,1$ *м*, $\omega=5\ c^{-1}$. Найти силу, действующую на точку, когда фаза $\omega t=2\pi/5$, а также в положении наибольшего смещения.

72. Гиря, подвешенная на пружине, колеблется по вертикале с амплитудой $A=4$ *см*. Найти полную энергию W колебаний гири, если жесткость пружины $k=1$ *кН/м*?

73. Уравнение колебаний материальной точки массой $m=16$ *г* имеет вид $x = 2\sin\left(\frac{\pi}{4}t + \frac{\pi}{4}\right)$ *см*. Найти максимальную силу, действующую на точку и кинетическую и потенциальную энергию точки для моментов времени $t_1=0$; $t_2 = \frac{T}{4}$; $t_3 = \frac{T}{2}$; $t_4 = \frac{3T}{4}$; $t_5 = T$. Построить график зависимости каждой энергии от времени.

74. Чему равно отношение кинетической энергии к потенциальной для точки, совершающей гармонические колебания, в моменты, когда смещение от положения равновесия $x = A$? $x = \frac{2}{3}A$?

75. Уравнение движения точки массой $m=20$ *г* дано в виде

$x = 2(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4})$ *см.* Найти моменты времени, в которые кинетическая энергия максимальна. Чему равно значение кинетической и потенциальной энергии точки в моменты, когда: 1) смещение максимально? 2) равно одной восьмой от максимального значения?

76. Определить массу тела, совершающего гармонические колебания с амплитудой и $A=0,10$ *м*, частотой $\nu=2,0$ *Гц* и начальной фазой $\varphi=30^0$, если полная энергия колебаний $W=7,7$ *мДж*. Через сколько секунд от начала отсчета времени кинетическая энергия будет равна потенциальной?

77. Найти величину скорости, ускорения и силы, действующей на точку в момент, когда смещение равно $x=1,5$ *см,* если ее масса $m=10$ *г*, частота колебаний $\nu=1$ *Гц*, амплитуда $A=5$ *см*.

78. Найти силу, действующую на точку, если ее масса $m=60$ *г*, $\nu=5$ c^{-1}, уравнение колебаний имеет вид $x = A\cos\omega t$ для момента времени, когда фаза равна $\omega t = \frac{\pi}{3}$. Амплитуда колебаний $A=0,06$ *см*.

79. Колебания материальной точки $m=0,1$ *г* происходят по уравнению $x = A\cos\omega t$, где A=5 см, ν=20 c^{-1}. Найти максимальное значение возвращающей силы F_m, а также мгновенное значение для момента времени $t=2$ *с*.

80. На тело массой $m=0,1$ *кг* действует сила $F=-4,1\ x$ *(Н)*, где x - смещение. В начальный момент времени смещение тела $x_0=1,72$ *см*, а через $t=0,3$ *с* оно стало максимальным. Напишите кинематическое уравнение движения, найдите также скорость и ускорение точки.

81. Чему равно максимальное значение упругой силы F, действующей на материальную точку, колеблющуюся с амплитудой $A=0,12$ *м*, если полная механическая энергия точки $W=0,03$ *Дж*?

82. Какую часть от своего максимального значения составляет упругая сила, действующая при гармоническом колебательном движении материальной точки в тот момент, когда ее кинетическая энергия равна половине от полной механической энергии колеблющейся точки.

83. Чему равно для гармонически колеблющейся точки отношение кинетической энергии к потенциальной для момента времени, когда смещение точки то положения равновесия $x=A/4$, где A - амплитуда колебаний?

84. Чему равно для гармонически колеблющейся точки отношение кинетической энергии и потенциальной для момента времени, когда смещение точки от положения равновесия $x=A/2$? A - амплитуда колебаний.

85. Точка колеблется по закону $x = 0{,}2 sin \pi t$ *(м)*. Определить смещение, скорость, возвращающую силу и потенциальную энергию для $t=1/6$ с от момента начала колебаний.

86. Какова масса тела, если она совершает гармонические колебания с амплитудой $A=0{,}2$ *м*, частотой $\nu=2$ c^{-1}, начальной фазой $\varphi=\pi/6$, если полная энергия W=5,4 мДж? Через сколько времени кинетическая энергия станет, равна потенциальной?

87. В начальный момент времени смещение точки $x=4{,}2$ *м*, а скорость ϑ=3,2 м/с. Масса частицы $m=4$ *кг*, полная энергия W=79,5 Дж. Написать закон гармонического колебания точки.

88. Материальная точка массой $m=10$ *кг* колеблется по закону $x = 5sin\left(\frac{\pi}{5}t + \frac{\pi}{5}\right)$ см. Найти максимальную силу, действующую на точку и полную энергию колеблющейся точки.

89. Материальная точка массой $m=0,01$ *кг* совершает гармонические колебания, уравнение которых имеет вед $x = A sina\omega t$, где $A=0,2$ *м*, $\omega=8\pi$ c^{-1}. Найти возвращающую силу Fв момент времени $t=0,1$ *с*, а также полную энергию точки.

90. Шарик массой $m=0,010$ *кг* совершает гармонические колебания с амплитудой $A=0,03$ *м* и частотой $\nu=10$ c^{-1}. Начальная фаза колебании равна нулю, получите закон изменения силы, действующей на шарик. Определите: ***а)*** полную энергию шарика; ***б)*** значение действующей силы и отношение потенциальной энергии к кинетической для момента времени, когда шарик удален от положения равновесия на $x=0,02$ *м*.

91. Материальная точка совершает гармонические колебания с амплитудой $A=5$ *см*. Найти значения кинетической, потенциальной и полной энергии для того момента, когда на тело будет действовать максимальная упругая сила $F_m=0,2$ *Н*.

92. В некоторый момент времени упругая сила, действующая на колеблющуюся точку, равна половине ее максимального значения какую часть от ее максимального значения составляет в этот момент кинетическая энергия точки?

93. Колеблющаяся точка массы $m=0,02$ *кг* имеет амплитуду колебаний $A=5$ *с*. Определить, чему равна кинетическая, потенциальная и полная энергия; в тот момент, когда смещение x точки составляет половину амплитуды. Период колебаний точки $T=1,2$ *с*.

94. Материальная точка массой $m=0,1$ *г* колеблется согласно уравнению $x=5sin20t$ (длина - в сантиметрах, время - в секундах).

Определить максимальное значение возвращающей силы F_m и кинетической энергии W_k точки.

95. Материальная точка массой $m=0,01$ *кг* совершает гармонические колебания, уравнение которых имеет вид: $x=0,2sin8\pi t$ (длина в сантиметрах, время - в секундах). Найти возвращающую силу в момент $t=0,1$ *с*, а также полную энергию точки.

96. К пружине подвешен груз. Зная, что максимальная кинетическая энергия колебания груза равна $W_k=1$ *Дж*, найти коэффициент деформации пружины. Амплитуда колебаний $A=5$ *см*.

97. В некоторый момент упругая сила, действующая на гармонически колеблющуюся точку, равна половине ее максимального значения. Какую часть от максимального значения составляет в этот момент кинетическая энергия точки?

98. Точка совершает колебания: $x = 0{,}1sin2t$ м. В момент, когда возвращающая сила впервые достигла значение $F=10^{-2}$ *Н*, точка обладает энергией $W=2\cdot10^{-4}$ *Дж*. Найти этот момент времени t и соответствующую ему фазу колебаний.

99. Точка совершает колебания, описываемые уравнением $x=5sin2t$ м. В некоторый момент времени сила, действующая на точку, и её потенциальная энергия соответственно равны $F=5\cdot10^{-3}$ *Н* и $W=10^{-4}$ *Дж*. Чему равна фаза колебаний и кинетическая энергия точки в этот момент времени?

100. Определите значение кинетической, потенциальной и полной энергии колеблющейся материальной точки массой $m= 25$ *г* для того момента времени, когда смещение равно $x=3$ *см*. Амплитуда колебаний $A=3$ *см*, период $T=2$ *с*.

101. Скорость тела, совершающего гармонические колебания, изменяется по закону: ϑ=300sin100t (м/с). Найти кинетическую, потенциальную и полную энергию тела для момента $t=2$ *с*, если масса тела $m=16$ *г*.

102. Амплитуды и периоды двух совершаемые одновременно вдоль одной прямой, гармонических колебаний материальной точки одинаковы, фазы же различаются на 2/3 π. Уравнение результирующего колебания имеет вид: $x = 0{,}2\cos(\omega t + \pi)$ м. Определить амплитуды и начальные фазы слагаемых колебаний и написать их уравнения.

103. Уравнение биений материальной точки имеет вид: $x = (0{,}1\cos 0{,}01t) \cdot \cos 0{,}99t$. Написать уравнение слагаемых колебаний и определить частоту биений.

104. Точка совершает 2 взаимно перпендикулярных колебаний происходящих по закону $x = \frac{1}{2sint}$, $x = 2cost$. Найти уравнение траектории точки.

105. Складываются 2 взаимно перпендикулярных колебания $x = A_1 sin\omega_1$, $y = A_2 sin\omega_2 t$, где $A_1=3$ *см*, $A_2=3$ *см*, $\omega_1=\omega_2=2$ c^{-1}. Написать уравнение траектории точки.

106. Материальная точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, уравнения которых имеют вид: $x=0{,}30cos\pi t$ и $y=0{,}40sin\pi t$ в системе СИ. Определите траекторию движения точка по кривой. Рассчитайте и укажите на чертеже скорость и ускорение точки в момент $t=T/3$.

107. Складываются два колебания одинакового направления и одинакового периода: $x_1 = A_1 sin\omega_1 t$ и $x_2 = A_2 sin\omega_2(t+\tau)$, где

$A_1=A_2=3$ см; $\omega_1=\omega_2=\pi c^{-1}$; $\tau=0,5$ *с*. Определить амплитуду A и начальную фазу φ результирующего колебания. Написать его уравнение. Построить векторную диаграмму для момента времени $t=0$.

108. Материальная точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях происходящих согласно уравнениям: $x = A_1 sin\omega_1 t$, $y = A_2 sin\omega_2 t$, где $A_1=2$ см, $\omega_1=1$ с$^{-1}$, $A_2=4$ см, $\omega_2=2$ с$^{-1}$. Определить траектории точки. Построить траекторию с соблюдением масштаба, указать направление движения точки.

109. Точка совершает, одновременно два колебания, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и выражаемых уравнениями: $x_1 = A_1 sin\omega_1 t$ и $y = A_2 sin\omega_2 t$, где $A_1=2$ см, $\omega_1=1$ c^{-1}, $A_2=2$ см, $\omega_2=2$ с$^{-1}$. Найти уравнение траектории, построить ее с соблюдением масштаба и указать направление движения.

110. Точка участвует в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, выражаемых уравнениями: $x = A_1 sin\omega_1 t$ и $y = A_2 sin\omega_2 t$, где $A_1=4$см, $A_2=6$см $\omega_1=2\omega_2$. Найти уравнение траектории точки и построить её на чертеже; показать направление движения точки.

111. Материальная точка участвует в двух колебаниях, проходящих по одной прямой и выражаемых уравнениями: $x_1 = A_1 sin\omega_1 t$, $x_2 = A_2 sin\omega_2 t$, где $A_1=3$ см, $A_2=4$ см $\omega_1=\omega_2=2$ с$^{-1}$. Найти амплитуду A сложного движения, его частоту ν и начальную фазу φ написать уравнение движения. Построить векторную диаграмму для момента времени $t= 0$.

112. Материальная точка участвует в двух колебаниях, происходящих по одной прямой и выражаемых уравнениями: $x_1 = sint$ и $x_2 = 2cost$ (амплитуда в сантиметрах, время - в секундах). Найти амплитуду сложного движения, его частоту и начальную фазу; написать уравнение движения.

113. Складываются два колебания одинакового направления и одинакового периода: $x_1 = sin\pi t$ и $x_2 = 2cos\pi(t+0{,}5)$ (длина - в сантиметрах, время - в секунде). Определить амплитуду A и начальную фазу φ результирующего колебания. Написать его уравнение.

114. Точка совершает одновременно два гармонических колебания, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и выражаемых уравнениями : $x = sin\frac{t}{2}$, $y = cost$ (длина в сантиметрах, время в секундах). Найти уравнение траектории, построить ее с соблюдением масштаба и указать направление движения.

115. Материальная точка участвует одновременно в двух взаимно, перпендикулярных колебаниях, происходящих согласно уравнениям: $x = 3\cos t$ и $y = 2sint$ (длина в сантиметрах, время - в секундах). Определить траекторию точки траекторию с соблюдением масштаба, узнать направление движения точки.

116. Материальная точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярны колебаниях, уравнения которых имеют вид: $x = cos2\pi t$ и $y = 2cos\pi t$. Определить траекторию движения точки и начертить ее с соблюдением масштаба. Если точка движется по замкнутой кривой, то укажите направление движения. Если же траектория движения не замкнута, то покажите пределы ее.

117. Материальная точка участвует одновременно в двух гармонических колебаниях, происходящих вдоль одной прямой и имеющих одинаковые амплитуды и частоты, но отличающиеся по фазе на $\pi/3$. Уравнение смещения результирующего колебания в единицах системы СГС имеет вид: $x=\cos\omega t$. Определить амплитуды и начальные фазы слагаемых колебаний и написать уравнение этих колебаний.

118. Материальная точка участвует одновременно в двух гармонических колебаниях, происходящих вдоль одной прямой. Уравнения слагаемых колебаний в единицах системы СИ имеют вид: $x_1=0{,}08\cos\pi(2t/T+1/6)$, $x_2=0{,}12\cos(2\pi\nu t+\pi/3)$. Написать уравнение результирующего колебания и определить его амплитуду и начальную фазу.

119. Материальная точка участвует одновременно в двух гармонических колебаниях, происходящих вдоль одной прямой и имеющих вид: $x_1 = \cos\left(10t + \frac{\pi}{6}\right)$ и $x_2 = \cos\left(9t + \frac{\pi}{6}\right)$. Написать уравнение результирующего колебания иопределить частоту биений.

120. Материальная точка участвует одновременно в двух гармонических колебаниях, происходящих вдоль одной прямой и имеющих вид: $x = \cos\left(\pi t + \frac{T}{2}\right)$ и $y = \cos\pi t$. Написать уравнение результирующего колебания и определить частоту биений.

121. Материальная точка участвуем одновременно в двух гармонических колебаниях, происходящих вдоль одной прямой и имеющих вид: $x = \cos\pi t$ и $y = 3\cos\pi(t + 0{,}5)$. Написать уравнение результирующего колебания и определить частоту биений.

122. Материальная точка участвует, одновременна в двух гармонических колебаниях, происходящих вдоль одной прямой и имеющих вид: $x = \sin\frac{\pi}{2}(t+1)$ и $y = 2\cos\pi t$. Написать уравнение результирующего колебания и определить частоту биений.

123. Точка совершает 2 взаимно перпендикулярных колебания, происходящих по закону $x = \frac{1}{2}\sin t$, $y=2\cos t$. Найти уравнение траектории точки.

124. Складываются два гармонических колебания одного направления с периодами $T=0,5$ *с* и амплитудами $A=2$ *см*. Начальные фазы $\varphi_1=\pi/2$ и $\varphi_2=\pi/3$. Определить вид результирующего колебания.

125. Материальная точка участвует одновременно - двух взаимно перпендикулярных колебаниях, выражаемых уравнениями $x = A_1 \cos\omega t$ и $y = -A_2 \cos 2\omega t$ где $A_1= 2$ см, $A_2=1$ см. Найти уравнение траектории и построить ее.

126. Точка участвует одновременно в двух гармонических колебаниях происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и описываемых уравнениями: $x = A_1 \sin\omega t$ и $y = A_2 \cos 2\omega t$. Найти уравнение траектории точки, построить ее с соблюдением масштаба и указать направление, движения. Принять: $A_1=2$ см, $A_2=3$ см.

127. Точка участвует одновременно в двух гармонических колебаниях, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям описываемых уравнениями: $x = A_1 \cos 2\omega t$ и $y = A_2 \cos\omega t$. Найти уравнение траектории точки, построить её с соблюдением масштаба к указать направление движения. Принять: $A_1=2$ см, $A_2=5$ см.

128. Точке участвует одновременно в двух гармонических колебаниях, происходящих но взаимно перпендикулярным направлениями описываемых уравнениями: $x = A_1 sin\omega t$ и $y = A_2 cos\omega t$. Найти уравнение траектории точки, построить ее с соблюдением масштаба и указать направление движения. Принять: A_1=2 см, A_2=3 см.

129. Два камертона звучат одновременно. Частоты ν_1 и ν_2 их колебаний соответственно равны *440 Гц* и *440,5 Гц*. Определить период, биений и период сложных колебаний.

130. Движение точки задано уравнениями $x = A_1 sin\omega t$и $y = A_2 sin\omega(t+\tau)$, где A_1=10см,A_2=5 см, ω=2 с$^{-1}$, τ=π/4. Найти уравнение траектории и скорости точки в момент времени *t=0,5 c*.

131. Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, выражаемых уравнениями $x = A_1 sin\omega t$ и $y = A_2 cos\omega t$, где A_1=2 см, A_2=1 см. Найти уравнение траектории точки и построить ее, указав направление движения.

132. Точка одновременно совершает два гармонических колебания, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и выражаемых уравнениями $x = A_1 sin\omega t$ и $y = A_2 cos\omega t$, где A_1=0,5 см, A_2=2 см. Найти уравнение траектории точки и построить её указав направление движения.

133. Тоже что в задаче 131 если уравнения колебаний имеют вид: $x = sin3\pi t$ и $y = -cos\pi(t+0,5)$.

134. Материальная точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, происходящих согласно уравнениям: $x = A_1 cos\omega_1 t$ и $y = A_2 sin\omega_2 t$, где A_1=3 см, ω_1=1 с$^{-1}$, A_2=2 см, ω_2=1

c^{-1}. Определить траекторию точки. Построить траекторию с соблюдением масштаба, указав направление движения, точки.

135. Точка совершает одновременно две гармонических колебания, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и выражаемых уравнениями: $x = A_1 sin\omega_1 t$ и $y = A_2 cos\omega_2 t$, где A_1=1 см, $\omega_1=0,5\ c^{-1}$, A_2 =1 см, ω_2=1 c^{-1}. Найти уравнение траектории, построить ее с соблюдением масштаба и указать направление движения.

136. Складываются два колебания одинакового направления и одинакового периода: $x_1 = A_1 sin\omega_1 t$ и $x_2 = A_2 sin\omega_2 (t+\tau)$, где A_1=A_2=1 см, ω_1=ω_2=π c^{-1}, τ=0,5. Определить амплитуду A и начальную фазу φ результирующего колебания. Написать его уравнение.

137. Точка участвует одновременно а двух взаимно перпендикулярных колебаниях, уравнение которых: $x = A_1 sin\omega_1 t$ и $y = A_2 cos\omega_2 t$, где A_1=2 см, A_2 =1 см, ω_1=ω_2=1 c^{-1} . Написать уравнение траектории и построить ее не чертеже; показать направление движения точки.

138. Материальная точка участвует одновременно в двух гармонических колебаниях, происходящих вдоль одной прямой, Уравнения слагаемых колебаний в единицах системы с имеют вид: $x_1 = 5sin\pi t$ и $x_2 = 12cos\pi(t+0,5))$. Написать уравнение результирующего колебания и определить его амплитуду и начальную фазу.

139. Материальная точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, уравнения которых имеют вид:

$x = 0{,}20 sin\pi t$ и $y = 0{,}10 cos3\pi t$ в системе СИ. Определите траекторию движения точки, начертите ее с соблюдением масштаба и указанием ее пределов. Рассчитайте и укажите на чертеже скорость и ускорение точки в начальный момент.

140. То же, если уравнения колебаний имеют вид: $x = 0{,}20 cos\pi t$ и $y = 0{,}10 sin\frac{\pi t}{2}$ в системе СИ.

141. То же, если уравнения колебаний имеют вид: $x = sin3\pi t$ и $y = -cos\pi(t + 0{,}5)$ в системе СИ.

142. То же, если уравнения колебаний имеют вид: $x = 0{,}20 sin\frac{\pi t}{2}$ и $y = 0{,}30 cos\pi t$ в системе СИ.

143. Точка участвует в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, уравнения которых имеют вид: $x = sin\pi t$ и $y = 0{,}10 sin\pi(t + 0{,}5)$. Определите траекторию движения точки и начертите ее с соблюдением масштаба. Если точка движется по замкнутой кривой, то укажите направление движения. Если же траектория движения незамкнута, то покажите пределы ее.

144. То же что в задаче 143, если уравнения колебаний имеют вид: $x = 5 cos\pi t$ и $y = 3 sin\pi(t + 0{,}5)$ м.

145. То же что в задаче 143, если уравнения колебаний имеют вид: $x = 0{,}5 sin\pi(t + 0{,}5)$ и $y = sin\pi t$ м.

146. То же что в задаче 143, если уравнения колебаний имеют вид: $x = sin\pi t$ и $y = sin3\pi t$ м.

147. То же что в задаче 143, если уравнения колебаний имеют вид: $x = 2 cos\pi t$ и $y = cos\pi(t + 0{,}5)$ м.

148. То же что в задаче 143, если уравнения колебаний имеют вид: $x = 2cos\pi t$ и $y = sin\frac{\pi t}{2}$ м.

149. То же что в задаче 143, если уравнения колебаний имеют вид: $x = 3cos\pi t$ и $y = 4sin\pi t$ м.

150. То же что в задаче 143, если уравнения колебаний имеют вид: $x = 0{,}5cos\pi t$ и $y = 0{,}3sin\pi(t + 0{,}5)$ м.

151. Маятник длиной *l=50 м* подвешен в кабине самолета, летящего горизонтально. Определить частоту колебаний маятника при ускорении самолета a=3 м/с^2.

152. Маятник, представляющий собой груз на невесомой нити длиной *l=1 м*, совершает колебательное движение с амплитудой *A=50 см*. При этом максимальная сила напряжения подвески F_m*=100 Н*. Найти массу ***m*** груза.

153. На какую часть надо уменьшить длину массу математического маятника, чтобы периоды его колебаний на высоте ***H*** и на поверхности Земли были равны.

154. На концах стержня, масса которого *m=60 г.* и длина *l=49 см*, укреплены два шарика массами m_1*=70 г* и m_2*=90 г*, и стержень подвешен так, что может совершать колебания около горизонтальной оси, проходящей черва его середину. Определить период малых колебаний стержня.

155. Математический маятник длинной l_1*=40 см* и физический маятник в виде тонкого прямого стержня длиной l_2*=60 см* синхронно колеблются около одной и той же горизонтальной оси. Определить расстояние ***d*** центра тяжести стержня от оси колебаний.

156. Период колебаний тонкого однородного стержня относительно горизонтальной оси перпендикулярной стержню и проходящей на расстоянии l от его середины, равен периоду колебаний того же стержня относительно параллельной оси, проходящей через конец стержня. Какую часть составляет l от длины стержня.

157. Один конец пружины закреплен неподвижно, к другому ее концу подвесили гирьку массой *m=250 г*. После того, как гирьку оттянули вниз и затем отпустили, она начала колебаться е частотой равной ν=2 $с^{-1}$. Определить жесткость пружины. Какой маета грузик следует прикрепить к этой пружине, чтобы его колебания были с периодом *T=0,3 с*?

158. Обруч радиусом *R=10 см* подвешен на гвозде, вбитом в стену. С какой частотой будет колебаться обруч, если его отклонить на небольшой угол в направлении, параллельном стене, и затем отпустить? Плоскость обруча параллельна стене.

159. Верхний конец пружины закреплен неподвижно. К нижнему его концу подвесили грузик, вследствие чего пружина растянулась на *5 см*. С каким периодом будет совершать колебания грузик, если его немного оттянуть вниз и затем отпустить?

160. На концах легкого стержня длиной *l=70 см*. укреплены два одинаковых груза. Стержень с грузами совершает колебания около оси перпендикулярной стержню и проводящей между грузами на расстоянии *d=25 см* от одного из них. Определять период колебаний. Массой стержня и размерами грузов пренебречь.

161. Математически маятник длиной *l=8 см*, в начальный момент имеет максимальную скорость, равную ϑ_m=20 см/с. Определить амплитуду, круговую частоту, начальную фазу и написать уравнение смещения, подставки в него найденные значения в единицах системы СИ.

162. Математический маятник длиной *l=180 см* совершает гармонические колебания амплитудой *A=17 см*. При каком смещении скорость маятника равна ϑ=33 см/с?

163. Однородный тонкий стержень длиной *l=1,2 м* совершает гармоническое колебательное движение. Горизонтальная ось колебаний проходит через конец стержня. Определить период колебаний ***T***.

164. Шарик, подвешенный на нити длиной *l=2 м*, отклоняют на угол $\varphi=4°$ и наблюдают колебания. Полагая колебания незатухающими гармоническими, найти скорость шарика при прохождении им положения равновесия. Проверить полученное решение, найдя скорость шарика при прохождении им положения равновесия из уравнений механики.

165. К пружине подвешен груз *P=100 Н*. Зная, что пружина под влиянием силы *F=10 Н* растягивается на $\Delta x=1,5$ *см*, определить период вертикальных колебаний груза. За какое время маятник отклонился от положения равновесия на половину амплитуды, если период *T=7,2 с*? Начальная фаза равна нулю.

166. К спиральной пружине подвесили груз, масса которого *m=0,1 кг* значительно больше массы пружины, при этом пружина удлинилась на Δx_1=5 см. Потом груз оттянули на Δx_2=3 см и отпустили. Определить уравнение смещения груза, скорость в момент прохождения равновесия, полную энергию колеблющегося груза, соотношение между периодом колебаний кинетической (потенциальной) энергии периодом свободных колебаний.

167. Математический маятник длиной $l=180$ *см* совершает гармонические колебания с амплитудой $A=17$ *см*. При таком смешении скорость маятника равна $\vartheta=35$ *см/с*?

168. Чему равна скорость колебаний математического маятника длиной $l=125$ *см* в тот момент, когда смешение равно $\Delta x=5$ *см*? Амплитуда колебаний $A=13$ *см*.

169. Математический маятник длиной $l_1=0,4$ *м* и физический маятник в виде тонкого прямого стержня длиной $l_2=0,6$ *м* синхронно колеблются около одной и той же горизонтальной оси. Определить расстояние d центра масс стержня от оси колебаний.

170. На математический маятник длиной $l=1,25$ *м* и массой $m=5$ *г* в начальный момент действует максимальная квазиупругая сила $F=2$ *Н*. Определить амплитуду, начальную фазу, написать уравнение смещения.

171. К пружине подвешен груз массой $m=10$ *г*. Зная, что пружина под влиянием силы $F=2,45$ *Н* растягивается на величину $l=1,5$ *см*, найти период вертикальных колебаний груза.

172. Определить скорость колебаний математического маятника длиной $l=140$ *см* в тот момент, когда ускорение колебаний равно $a=35$ *см/с*^{2}. Амплитуда колебаний $A=11$ *см*.

173. Однородный диск радиусом $R=30$ *см* колеблется около горизонтальной оси, проходящей через одну из образующих цилиндрической поверхности писка. Определить период колебаний диска.

174. На стержне длиной $l=30$ *см* укреплены два одинаковых грузика: один - в середине стержня, другой - на одном из его концов. Стержень с грузиками колеблется около горизонтальной оси, проходящей через свободный конец стержня. Определить приведенную длину **L** и период **T** колебаний. Массой стержня пренебречь.

175. Стержень длиной $l=40$ *см* колеблется около пси, перпендикулярной стержню и проходящей через его верхний конец. Определить период колебаний такого маятника.

176. Диск радиусом $R=24$ *см* колеблется около горизонтальной оси, проходящей через середину одного из радиусов перпендикулярно к плоскости диска. Определить приведенную длину **L** и период колебаний **T** такого диска.

177. Качаясь, маятник проходит расстояние $x=4$ *см* от одного крайнего положения до другого и другого и достигает средней точки скорости $\vartheta=10$ *м/с*. Найти период его колебаний **T**.

178. Амплитуда колебаний математического маятника $A=0{,}04$ *м*, длина $l=1$*м*. Определить ускорение в тот момент, когда скорость равна $\vartheta=0{,}1$ *м/с*.

179. Математический маятник за $\frac{1}{2}$ Т смещается на $\Delta x=20$ *см*. С какой амплитудой колеблется маятник? Начальная фаза колебаний равна π. Точка колеблется по закону косинуса.

180. Шарик повешен на невесомой нити длиной $l=36$ *см*. Определить период этого, если он помещен в электрическое поле напряженностью $E=3\cdot10^5$ *В/м*, направленной вертикально вниз. Заряд $Q=-7$ *нКл*, масса $m=5$ *г*.

181. Определить ускорение свободного падения на Луне, если маятниковые часы идут на её поверхности в 2,46 раз медленнее, чем на земле.

182. Стержень длиной *l=50 см* совершает колебания около горизонтальной оси, проходящей через точку, которая расположена на расстоянии, *a=12,5 см* от конца стержня. Определись частоту колебаний стержня.

183. Как относятся длины математических маятников, если за одинаковое время один из них совершает N_1=30, а второй N_2=? колебаний?

184. Один из двух маятников совершает за одно и то же время ΔN= 30 колебаний меньше другого. Отношение их длин l_1:l_2=9:4. Определить количество колебаний каждого маятника за это время.

185. Ареометр массой ***m*** и поперечным сечением ***S*** помещен в жидкость плотностью ρ. Ареометр погружают в жидкость несколько глубже, чем при равновесии, а затем отпускают. Определите период малых колебаний и укажите, как будет меняться период колебаний при изменении массы и плотности.

186. Маятниковые часы, идущие точно на уровне моря, подняты на высоту *H=2 км*. Сколько потребуется времени для того, чтобы по часам на этой высоте прошли одни сутки?

187. Маятниковые часы находятся на высоте *H=3 км*. Над уровнем моря. Насколько будут уходить вперед за сутки маятниковые часы, выверенные на этой высоте, если их перенести на уровень моря?

188. Секундный маятник длиной *l=1м* отрегулирован при температуре T_0=*273 К*. Период колебании секундного маятника *T=2*

c, а коэффициент его линейного расширения $\alpha=1{,}2\cdot10^{-5}$ K^{-1}. На сколько секунд изменится этот период летом при температуре $T_1=303$ K?

189. Математический маятник совершает колебания, амплитуда которых $A=0{,}03$ *м*, а период колебаний $T=3{,}9$ *с*. Определить наибольшую скорость маятника.

190. Маятник колеблется с периодом T. Во сколько раз изменится период маятника в лифте, который движется с ускорением $a=4{,}8$ м/с^2: *а)* направленным вниз, *б)* направленным вверх?

191. Как изменится период колебаний математического маятника при перемещении его точки подвеса: *а)* в горизонтальном направлении с ускорением $a=1{,}4$ *м/с*^{2}; *б)* в вагоне, движущимся со скоростью $\vartheta=90$ *м/с* на повороте железнодорожного пути радиусом $R=90$ *м*?

192. Маятник периодом $T_1=1$ *с* представляет собой шарик массой $m=16$ *г*. Шарик, подвешенный на нитке из диэлектрика, заряжают отрицательным зарядом и помещают в электрическое поле, вектор напряжённости которого направлен вертикально вверх. Период колебаний маятника $T_2=0{,}8$ *с*. Вычислить силу действия электрического поля на шарик.

193. Определить ускорение силы тяжести на поверхности Юпитера, если математический маятник длиной $l=0{,}66$ *м* колеблется там с периодом $T=1$ *с*.

194. Математический маятник подвешен к потолку электропоезда. Во сколько раз изменится его период колебаний, если вагону сообщить горизонтальное ускорение "*а*"?

195. Однородный диск радиусом $R=0,1$ *м* совершает колебания вокруг горизонтальной оси, которая проходит через точку, расположенную на расстоянии от центра диска, и перпендикулярна плоскости диска. Определить $R/2$ частоту колебаний диска.

196*. Как изменится период вертикальных колебаний груза, висящего на двух одинаковых пружинах, если от последовательного соединения пружин перейти к параллельному соединению?

197*. Медный шарик, подвешенный к пружине, совершает вертикальные колебания. Как изменится период колебаний, если к пружине подвесить вместо медного шарика алюминиевый такого же радиуса?

198*. К пружине подвешена чашка весов с гирями. При этом период вертикальных колебаний равен $T=0,5$ *с*. После того, как на чашку весов положили еще добавочные гири, период вертикальных колебаний стал равен $T_2=0,6$ *с*. На сколько удлинилась пружина от прибавления этого добавочного груза?

199*. К резиновому шнуру длиной $l=40$ *см* и радиусом $R=1$ *мм* подвешена гиря весом $P=5$ *Н*. Зная, что модуль Юнга этой резины равен $E=0,3 \cdot 10^7$ $Н/m^2$, найти период вертикальных колебаний гири.

200*. Точка участвует одновременно в трек колебаниях, происходящих по одной прямой и выраженных уравнениями $x_1 = 2cost$, $x_2 = -2\sin\left(t-\frac{\pi}{4}\right)$, $x_3 = 2\cos(t+\frac{\pi}{2})$ (смещение дано в сантиметрах). Определить амплитуду A_0 и начальную фазу φ_0 результирующего колебания.

201*. Путь, равный амплитуде, колеблющаяся точка проходит от положения равновесия за четверть периода. Найти отношение путей, которые проходит точка за первую и вторую половины этого времени. Начальная фаза равна нулю.

202*. На чашу весов, подвешенную на пружине, падает с высоты ***h*** груз массы ***m*** и остается на чашке. Коэффициент жесткости пружины ***k***. Масса пружины и чашки по сравнению с массой груза мала. Удар груза о чашку считать абсолютно неупругим. Определить зависимость смещения груза на чашке от времени. За начало наблюдения принять момент на низшего положения груза.

203*. Однородный прямоугольный стержень длиной ***l*** колеблется вертикальной плоскости около горизонтальной оси, которая может перемазаться вдоль длины стержня. Определить зависимость периода и колебаний от расстояния между осью вращения и центром массы; наименьший период колебаний стержня при малых отклонениях от положения равновесия.

204*. Из однородного диска радиусом ***R*** сделали физический маятник. Вначале ось проходит через одну из образующих диска, потом на расстоянии *R/2* от центра диска, параллельно первой оси. Определить отношение периодов колебаний диска; расстояние от центра до оси, перпендикулярной к плоскости диска, относительно которой период колебаний наименьший.

205*. Чему равна при гармоническом колебании работа А квазиупругой силы за время, равное периоду колебаний?

206*. Найти уравнение, связывающее значение импульса $p_x = mx$ со значениями координаты x одномерного гармонического осциллятора. Масса осциллятора ***m***, частота ***ω***, амплитуда колебаний ***A***.

207*. На каком расстоянии x от центра нужно подвесить тонкий стержень заданной длины l, чтобы получить физический маятник, колеблющийся с максимальной частотой? Чему равно значение этой частоты?

208*. В кабине лифта подвешен маятник, период колебаний которого, когда лифт неподвижен, равен T_0. *а)* Каков будет период T колебаний маятника, если лифт станет опускаться о ускорением, равным 0,75 g? *б)* С каким ускорением a нужно поднимать лифт чтобы период колебаний маятника был равен 0,5 T_0?

ТЕМА № 4.2

ЗАТУХАЮЩИЕ, ВЫНУЖДЕННЫЕ МЕХАНИЧЕСКИЕ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ

Контрольные вопросы:

1. Какие колебания называются затухающими? Почему происходит затухание? В чем заключается физический смысл коэффициента затухания, как он определяется? Как выражается частота затухающих колебаний? Как изменяется амплитуда свободных (затухающих) колебаний?

2. Какие колебания называются вынужденными? Как определяется их амплитуда? Чему равен сдвиг фаз между смещением и вынуждающей силой? В чем заключается явление резонанса и когда оно возникает? Чему равна резонансная частота?

3. Опишите колебательные процессы, происходящие в колебательном контуре без сопротивления. Как меняются мгновенные значения заряда, напряжения и тока? Как определяется период собственных электромагнитных колебаний в контуре? Как преобразуется энергия в контуре?

4. Получите дифференциальные уравнения для случая собственных и вынужденных колебаний (механических и электрических).

5. Как меняются заряд, напряжение и сила тока с течением времени в случае затухающих колебаний? Чему равен логарифмический декремент колебания, в чем его смысл? Что характеризует коэффициент затухания?

6. Разберите методом векторных диаграмм вынужденные электрические колебания. Чему равно максимальное значение тока при вынужденных колебаниях? Как связаны между собой максимальные значения напряжения, тока, заряда?

7. В чем заключается резонанс напряжений и резонанс токов?

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

При решении задач на свободные затухающие колебания учитывается, что их период зависит от величины коэффициента затухания и больше собственного, а частота - соответственно меньше собственной.

Во многих задачах, когда сопротивление среды незначительно, его влиянием на частоту и период пренебрегают ($\beta^2 \ll \omega_0^2$) и рассчитывают эти величины слабозатухающих колебаний как для собственных.

Во многих задачах необходимо выразить логарифмический декремент колебаний системы или коэффициент затухания, это достигается, если записать выражения для амплитуд колебаний в равные моменты времени, и взять отношение этих амплитуд.

То же относится к электрическим колебаниям, где речь идет об отношении амплитудных значений заряда, тока, напряжения.

При определении параметров электрических колебаний, как и в случае механических, сравниваются заданное уравнение колебаний с законом изменения соответствующей величины - заряда, напряжения или тока (в соответствии с условием задачи). При этом используются связи между амплитудными значениями заряда, напряжения и тока, а также частотой и периодом.

В основном же методы решения задач на электромагнитные колебания сходны с методами решения задач на механические колебания в силу одинаковой структуры уравнений и основных закономерностей. При этом, заряд соответствует смещению, индуктивность - массе, емкость - величине, обратной коэффициенту квазиупругой силы, омическое сопротивление - коэффициенту сопротивления среды.

Основные формулы

Дифференциальное уравнение затухающих колебаний

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x} \text{ или} \quad (4.2.1)$$

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad (4.2.2)$$

где r-коэффициент сопротивления; δ-коэффициент затухания; $\delta = r/(2m)$; ω_0- угловая частота колебаний ($\omega_0 = \sqrt{k/m}$).

Уравнение затухающих колебаний

$$x = A(t)\cos(\omega t + \varphi) \quad (4.2.3)$$

здесь $A(t)$ – амплитуда затухающих колебаний за время t; ω – их угловая частота.

Угловая частота затухающих колебаний

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} \quad (4.2.4)$$

Зависимость амплитуды колебаний от времени

$$A(t) = A_0 e^{-\delta t}, \quad (4.2.5)$$

здесь A_0- амплитуда колебаний времени t=0.

Логарифмический декремент колебаний

$$\theta = \ln\frac{A(t)}{A(t+T)} = \delta T \quad (4.2.6)$$

здесь $A(t)$ и $A(t+T)$ представляют собой амплитуды двух последовательных колебаний, которые отличаются друг от друга периодом времени.

Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x} + F_0\cos\omega t \quad (4.2.7)$$

или

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0\cos\omega t \quad (4.2.8)$$

где $F_0 cos\omega t$ - внешняя циклическая сила, влияющая на колеблющую материальную точку и образующая вынужденные колебания; F_0- ее амплитудное сопротивление; $f_0 = F_0/m$.

Амплитуда вынужденных колебаний

$$A = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2\omega_0^2}} \qquad (4.2.9)$$

Резонансная частота и резонансная амплитуда

$$\omega_{rez} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2} \text{ и} \qquad (4.2.10)$$

$$A_{rez} = f_0/(2\delta\sqrt{\omega_0^2 + \delta^2}) \qquad (4.2.11)$$

Добротность колеблющей системы

$$Q = 2\pi\frac{A^2(t)}{A^2(t) + A^2(t+T)} = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\delta T}} = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\theta}} \qquad (4.2.12)$$

Если Θ<<1,

$$Q = \frac{\pi}{\theta} = \pi N = \frac{\text{[illegible]}}{\delta T} = \frac{\omega_0}{2\delta} \qquad (4.2.13)$$

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 1. Определите логарифмический декремент колебаний маленького шарика, подвешенного на длинной невесомой нити данной $l=0,5$ *м*, если за время $\tau=8$ *мин*. Он теряет 99% своей энергии.

Решение. Полная энергия колеблющегося тела пропорциональна квадрату амплитуды. Амплитуда затухающего колебания:

$$A = A_0 e^{-\beta t} \tag{1}$$

Из отношения конечной (по истечении $\tau=8$ *мин)* и начальной энергии можно найти величину коэффициента затухания. Для определения логарифмического декремента надо знать период колебаний математического маятника. Используя соотношение (1), можно написать:

$$E_1 \approx A_0^2 e^{-\beta t}; \qquad E_2 \approx A_0^2 e^{-\beta(t+\tau)}, \tag{2}$$

где t – заданный промежуток времени, E_1 и E_2 - значения энергий маятника в моменты времени, разделенные промежутком τ. Из условия $\frac{E_1}{E_2} = 0{,}01$. Подставив сюда выражения (2), получим $e^{-2\beta t}$=0,01.

Отсюда $-2\beta t$=ln0.01;$-2\beta t = -4{,}6$;

$$\beta = 4{,}8 \cdot 10^{-3} c^{-1}$$

Период колебаний шарика рассчитываем по формуле математического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g} = 1{,}46.}$$

Логарифмический декремент $\delta=\beta T$

$$\delta=4{,}8\cdot10^{-3}\cdot1{,}4=6{,}7\cdot10^{-3}$$

Задача 2. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью *5 мкФ* и катушки индуктивностью *0,2 Гн*. Определить максимальную силу тока в контуре, если максимальная разность потенциалов на обкладках конденсатора *90 В*. Сопротивление контура пренебречь.

Решение. При пренебрежимо малом сопротивлении колебания в контуре будут незатухающи и заряд на обкладках конденсатора изменяется со временем по формуле

$$Q = Q_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0), \qquad (1)$$

где Q_0- амплитуда колебания заряда, φ_0 - начальная фаза, ω_0- циклическая частота свободных незатухающих колебаний

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad (2)$$

Сила, тока есть производная от заряда по времени. Поэтому, дифференцируя обе части (1) по времени, получим для силы тока в контуре

$$I = \frac{dQ}{dt} = Q_0\omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Величина $I_0 = Q_0\omega_0$ является амплитудным или максимальным значением тока в контуре. Подставив ω_0 из формулы (2), и учитывая, что $Q_0 = CU_0$ определим искомую величину

$$I_0 = Q_0\omega_0 = \frac{CU_0}{\sqrt{LC}} = U_0\sqrt{\frac{C}{L}} = 90B\sqrt{\frac{5\cdot 10^{-3}\Phi}{0{,}2\ \text{Гн}}} = 0{,}45\ \text{А}.$$

Этот же результат легко получить на основании закона сохранения энергии. Полная энергия контура остается постоянной. В случае не затухающих колебаний равна сумме энергий электрического поля конденсатора $\frac{CU^2}{2}$ и магнитного поля катушки $\frac{LI^2}{2}$

При этом, в те моменты, когда конденсатор максимально заряжен ($U=U_0$), сила тока равна нулю. Следовательно, полная энергия контура

$$W = \frac{CU^2}{2}. \qquad (3)$$

В то время, когда конденсатор заряжен ($U=0$), сила тока достигает максимальное значение I_0. Тогда полная энергия контура

$$W = \frac{LI^2}{2}. \qquad (4)$$

Приравнивая правые и левые части (3) и (4), найдем

$$I_0=U_0\sqrt{\frac{C}{L}}.$$

Подставив числовые значения величин, выраженные в единицах СИ: $C=5{,}0\cdot10^{-6}$ Ф, $L=0{,}200$ Г, $U_o=90$ В, и произведя вычисление, получим

$$I_o=0{,}45 \text{ А}.$$

Задача 3. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью *L=5,0 Гн* и конденсатора емкостью *C=0,2 мкФ*. При этом логарифмическом декременте энергии колебательного контура уменьшиться на один порядок за три полных колебания?

Решение. Полная энергия контура, в котором происходят электромагнитные колебания, прямо пропорциональна квадрату амплитуды, например, напряжение на обкладках конденсатора. За счет омического сопротивления колебания будут затухающими и амплитуда напряжения (а также силы тока в других величин) -

монотонно убывает со временем

$$U = U_{0m}e^{-\beta t}\sin(\omega t + \alpha) \qquad (1)$$

где U_{0m}– постоянная величина, зависящая от начальных условий, то есть амплитудное значение напряжения в момент t=0. Амплитуда напряжения

$$U_m = U_{0m}e^{-\beta t} \qquad (2)$$

по определению, логарифмический декремент

$$\delta = \frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta t \qquad (3)$$

Выражая из (3) коэффициент затухания δ и подставляя его (3), получим

$$U_m(t) = U_{0m}e^{\frac{\delta t}{T}} \qquad (4)$$

В соответствии с условием, за время $\tau = nT$ энергия системы уменьшилась в 10 раз, следовательно, амплитуда напряжения уменьшилась в $\sqrt{10}$.

Запишем это условие, используя выражение (4)

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{U_m(t)}{U_m(t+\tau)} = \frac{U_{0m}e^{\frac{\delta t}{T}}}{U_{0m}e^{-\delta\left(\frac{t}{T}+\frac{nT}{T}\right)}} = \sqrt{10}.$$

Тогда $e^{n\delta} = 10$ или $\delta = \frac{\ln 10}{2n} = 0{,}38$.

Задача 4. Конденсатор электрической емкостью 2 мкФ, катушка индуктивностью 20 мГн и резистор электрическим сопротивлением 10 Ом соединены последовательно и подключены к выходу генератора переменного напряжения. При каком значении частоты ω_0 с амплитудой колебаний напряжения на конденсаторе достигнет максимального значения? Каким будет это значение напряжения на конденсаторе U_c при амплитуде колебаний напряжения, на выходе генератора 10 В?

Решение. Амплитуда колебаний напряжения на конденсаторе будет иметь максимальное значение при максимальном значении амплитуда силы тока в цепи:

$$U_{Cm} = I_m X_c = \frac{I_m}{\omega C}.$$

Сила тока достигает максимального значения при условии электрического резонанса:

$$X_c = X_L, \qquad \frac{1}{\omega_0 C} = \omega_0 L, \qquad \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{20\times10^{-3}\times2\times10^{-6}}}\,c^{-1}{=}500\ c^{-1}.$$

Полное напряжение U в последовательной цепи при резонансе равно напряжению U_R на активном сопротивлении, а максимальная амплитуда колебаний силы тока в цепи равна

$$I_m = \frac{U_{mR}}{R} \_ \frac{U_m}{R}.$$

Максимальное значение напряжения на конденсаторе равно

$$U_{Cm} = \frac{U_m}{RC\,\omega_0},$$

$$U_{Cm} = \frac{10}{10\times5000\times2\times10^{-6}}B{=}100\text{ В}.$$

Задача 5. Ареометр массы 55 г, плавающий в растворе серной кислоты, указывает, что плотность жидкости ρ=1,27 г/см^3. Если прибор сместить из положения его равновесия немного по вертикали и отпустить, он начнет колебаться. Считая колебания незатухающими, определить их период, если радиус цилиндрической трубки ареометра, в которой заключена его шкала, равен r=0,30 см.

Решение. На погруженный в жидкость ареометр действуют две силы: сила тяжести mg и выталкивающая, сила Архимеда F_A, равная весу жидкости, вытесненной телом:

$$F_A = P = m_g g = \rho V g, \tag{1}$$

где V – объем вытесненной жидкости, равный объему погреженной части ареометра. Как и в предыдущей задаче, выясним соотношение между действующими на тело силами в двух случаях:

1) ареометр находится в равновесии. Приложенные к нему силы уравновешиваются. Приняв направление вниз за положительное, запишем

$$mg - \rho g V = 0; \tag{2}$$

2) ареометр смещен из положения равновесия по вертикали на величину x (x – алгебраическая величина). Поскольку изменится объем погруженной части прибора, выталкивающая сила также изменится. К ареометру будет приложена равнодействующая, направленная по вертикали и равная

$$F = mg - \rho g(V + \Delta V), \tag{3}$$

где $\Delta V = \pi r^2 x$ - изменение объема погруженной части прибора. Подставив в (3) это значение ΔV и раскрыв скобки, получим с учетом (2)

$$F = -\pi r^2 \rho g x = -kx, \tag{4}$$

где $k = \pi r^2 \rho g$ - постоянная величина. Видим, что на ареометр действует сила, пропорциональная смещению, взятому с обратным знаком, т.е. квазиупругая сила. Следовательно, он совершает гармонические колебания, период которых найдем по $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\pi r^2 \rho g}} = \frac{2\pi}{r}\sqrt{\frac{m}{\pi\rho g}} = 2{,}5\ c.$$

__Задача 6.__ Энергия затухающих колебаний маятника, происходящих в некоторой среде, за время t=2,00 минут уменьшилась в N=100 раз. Определить коэффициент сопротивления, если масса маятника m=0,100 кг.

__Решение.__ Коэффициент сопротивления r связан с коеффициентом затухания β и массой m тела соотношением $\beta = r/2m$:

$$r = 2\,m\beta. \qquad (1)$$

Чтобы найти величину β, обратимся к уравнению затухающих колебаний $x = A_0 e^{-\beta t}\sin(wt + \varphi_0)$. Стоящий в нем сомножитель

$$A = A_0 e^{-\beta t} \qquad (2)$$

выражает уменьшающуюся со временем амплитуду колебаний. Из $W = mw^2A^2/2$ следуют, что энергия колебаний пропорциональна квадрату амплитуды. Следовательно, обозначив начальную и конечную энергию колебаний через W_0 и W, можно записать:

$$N = \frac{W_0}{W} = \left(\frac{A_0}{A}\right)^2;\ \frac{A_0}{A} = \sqrt{N} = 10{,}0. \qquad (3)$$

Теперь из (2) и (3) имеем $e^{-\beta t} = 10$. Логарифмируя, находим:

$$\beta t = \ln 10{,}0; \qquad \beta = (\ln 10{,}0)/t.$$

Подставив найденное значение β в (1), получим ответ:

$$r = 2m\frac{(ln10)}{t}.$$

Учитывая, что m=0,100 кг, t=120 с, ln10,0=2,3, выполним вычисление:

$$r = \frac{2 \cdot 0{,}100 \cdot 2{,}3}{120} \text{кг/с} = 0{,}0038 \text{ кг/с}.$$

Задача 7. Гиря массы 0,500 кг повешена к пружине, жесткость которой k=32,0 Н/м и совершает затухающие колебания. Определить их период в двух случаях: 1) за время, в течение которого произошло $n_1 = 88$ колебаний, амплитуда уменьшилась в $N_1 = 2{,}00$ раза; 2) за время двух колебаний ($n_2 = 2{,}00$) амплитуда уменьшилась в $N_2 = 20$ раз.

Решение. Сопротивление среды уменьшает частоту свободных колебаний. Циклическая частота затухающих колебаний определяется по $w = \sqrt{w^2 - \beta^2} = \sqrt{k/m - r^2/4m^2}$, откуда период равен

$$T = \frac{2\pi}{w} = \frac{2\pi}{\sqrt{w^2 - \beta^2}}. \quad (1)$$

Собственную циклическую частоту w_0 выразим сразу по $w_0 = \sqrt{k/m}$, зная массу m гири и жесткость k пружины:

$$w_0 = \sqrt{k/m} = 8{,}0 \text{ рад/с}. \quad (2)$$

Коэффициент же затухания β нельзя найти непосредственно из условия задачи. Согласно $\lambda = ln(A_1/A_2) = \beta T$, он равен

$$\beta = \lambda/T. \quad (3)$$

Чтобы найти величину λ, обратимся к уравнению затухающих колебаний $x = A_0 e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi_0)$. уменьшающуюся со временем амплитуду с учетом (3) выразим так:

$$x = A_0 e^{-\beta t} = A_0 e^{-\lambda t/T}. \quad (4)$$

Пользуясь введенными в условии обозначениями, можно записать: $A_0/\mathrm{A} = N$; $t/T = n$. Тогда из (4) следует $\mathrm{e}^{\lambda t} = N$, откуда, логарифмируя, имеем

$$\lambda = (ln\, N)/n.$$

Подставив числовые значения N и n для двух случаев, получил

$$\lambda_1 = 0{,}0079; \qquad \lambda_2 = 1{,}5.$$

Теперь перепишем формулу (1) с учетом (3):

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2/\mathrm{T}^2}}.$$

Получилось квадратное уравнение относительно периода T. Решив его, найдем (отбрасывая отрицательный корень)

$$T = \sqrt{4\pi^2 + \lambda^2/\omega_0}. \tag{5}$$

Приступая к вычислениям периода, заметим, что в первом случае $\lambda_1^2 \ll 4\pi^2$. Поэтому, сохраняя достаточно высокую точность вычислений, можно в формуле (5) пренебречь членом λ^2 и тогда

$$\mathrm{T}_1 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{8{,}0} = 0{,}78 \text{ с.}$$

Во втором случае нельзя отбросить величину λ^2. Тогда производя вычисления по (5), получим

$$\mathrm{T}_2 = 0{,}81 \text{ с.}$$

Задача 8. Чему равна амплитуда вынужденных колебаний при резонансе $\mathrm{A}_{\text{рез}}$, если при очень малой (по сравненинию с собственной) частоте вынужденных колебаний она равна A_0=0,10 см, а логарифмический декремент затухания λ=0,010?

Решение. Как видно из $\mathrm{A} = h/\sqrt{(\,\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}$, амплитуда вынужденных колебаний зависит о частоты ω вынуждающей силы. При некотором значении $\omega = \omega_{рез}$, определяемом по $\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$, наступает явления резонанса: амплитуда достигает максимального значения $A_{рез}$. Величину $A_{рез}$ выразим по $A = h/\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}$, подставив из $\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$ $\omega_{рез}$ вместо ω. После ряда упрощений найдем

$$A_{рез} = h/2\beta\sqrt{(\omega_0^2 - \beta^2)}. \quad (1)$$

Из формулы $A = h/\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}$ можно также вывести простое соотношение между величинами A_0 и h. Учитывая вытекающие из условия соотношения: 1) $\omega \ll \omega_0$; $\lambda^2 \ll 4\pi^2$, откуда следует, что $\beta^2 \ll \omega_0^2$, отбросим члены ω^2 и $4\beta^2$ в $A = h/\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}$. Тогда получим

$$A_0 = h/\omega_0^2.$$

Подставив это значение h в формулу (1) и пренебрегая величиной β^2 по сравнению с ω_0, получим

$$A_{рез} = \frac{A_0\,\omega_0^2}{2\beta\sqrt{(\omega_0^2 - \beta^2)}} = \frac{A_0\omega_0}{2\beta}. \quad \underline{(2)}$$

Выразим собственную частоту ω_0 и коэффициент затухания β по формулам $\omega = 2\pi/T = 2\pi\nu$ и $\lambda = \ln(A_1/A_2) = \beta T$:

$$\omega_0 = 2\pi/T_0; \quad \beta = \lambda/T.$$

Здесь T_0 - период свободных колебаний при отсутствии сопротивления; T – период затухающих колебаний, которые начались бы после прекращения действия вынуждающей силы. Подставив эти значения ω_0 и β в соотношение (2) и учитывая, что при слабом затухании ($\lambda^2 \ll 4\pi^2$) $T \approx T_0$, найдем окончательный ответ:

$$A_{рез} = \frac{\pi A_0}{\lambda} = 31 \text{ см}.$$

Задача 9. Добротность колебательного контура Q = 5,0. Определить, на сколько процентов отличается частота ω свободных колебаний контура от его собственной частоты ω_0.

Решение. Во всяком реальном колебательном контуре, обладающем сопротивлением R, частота свободных электромагнитных колебаний ω меньше собственной частоты контура ω_0 (т.е. частоты колебаний при R→0). В задаче требуется найти величину

$$x = \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0} = 1 - \frac{\omega}{\omega_0}. \tag{1}$$

Добротность контура выразим через величины ω, ω_0, используя формулы $Q = \pi/\lambda$, $\lambda = \ln(a_1/a_2) = \beta T$, $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$ и соотношение $T = \frac{2\pi}{\omega}$:

$$Q = \frac{\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{\beta T} = \frac{\omega}{2\beta} = \frac{\omega}{2\sqrt{\omega_0^2 - \omega^2}}. \tag{2}$$

Введя обозначение $\alpha = \frac{\omega}{\omega_0}$, из (2) имеем

$$Q^2 = \frac{\omega^2}{4(\omega_0^2 - \omega^2)} = \frac{\alpha^2}{4(1-\alpha^2)}.$$

Определив отсюда величину α, на основании (1) найдем

$$x = 1 - \alpha = 1 - 2Q\sqrt{1 + 4Q^2}. \tag{3}$$

Переходя к вычислению, учтем, что в данном случае $4Q^2 \gg 1$. поэтому формулу (3) можно упростить. Разделив числитель и знаменатель на 2Q и применив формулы приближенного вычисления, получим

$$x = 1 - \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{4Q^2}}} \approx 1 - \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{8Q^2}}} \approx 1 - \left(1 - \frac{1}{8Q^2}\right) = \frac{1}{8Q^2} = 0{,}50 \cdot 10^{-2},$$

$$\text{или } x = 0{,}50\ \%.$$

Задача 10. В цепи состоящей из последовательно соединенных резистора сопротивлением R=20 Ом, катушки индуктивностью L=1,0 мГ и конденсатора емкостью C=0,10 мкФ, действует синусоидальная э.д.с. $\mathcal{E}$ (рис. 4.2.1).

Определить частоту ω э.д.с., при которой в цепи наступит резонанс. Найти также действующие значения силы тока I и напряжений U_R, U_L, U_C на всех элементах цепи при резонансе, если при этом действующее значение э.д.с. $\mathcal{E}$=30 В.

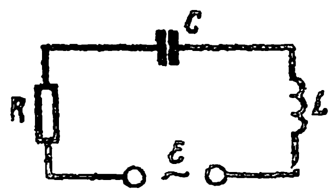


Рис. 4.2.1

Решение: Под действием переменной э.д.с. в данной цепи, представляющей собой колебательный контур, установятся вынужденные электромагнитные колебания. При этом амплитудные значения тока I_0 и э.д.с. $\mathcal{E}_0$ связаны соотношением $I_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{R^2+(L\omega-\frac{1}{C\omega})^2}}$.

Из формул $I_Д = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$, $\mathcal{E}_Д = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{2}}$ видно, что между действующими значениями тока $I_Д$ и э.д.с. $\mathcal{E}_Д$ существует то же соотношение, что и между величинами I_0, $\mathcal{E}_0$. Поэтому (опуская для простоты индексы у величин $I_Д$, $\mathcal{E}_Д$) запишем

$$I = \frac{\varepsilon}{\sqrt{R^2+(L\omega-\frac{1}{C\omega})^2}} \quad (1)$$

Очевидно, максимальному току при резонансе $I_{рез}$ соответствует такое значение ω, при котором выражение, стоящее в скобках в формуле (1), обратится в нуль. Отсюда определим резонансную циклическую частоту:

$$\omega = \omega_{рез} = \sqrt{\frac{1}{LC}} = 1{,}0 \cdot 10^5 \text{ рад/с}. \quad (2)$$

При этом сила тока равна

$$I_{рез} = \frac{\mathcal{E}}{\sqrt{R^2}} = \frac{\mathcal{E}}{R} = 1{,}5\ A.$$

Зная силу тока $I_{рез}$, найдем действующие значения напряжения на каждом из элементов контура R, L, C, применив закон Ома для каждого из этих участков:

$$U_R = I_{рез}R = \mathcal{E} = 30\ В;$$

$$U_I = I_{рез}L\omega = \mathcal{E}\frac{L\omega}{R} = 150\ В;$$

$$U_C = I_{рез}\left(\frac{1}{C\omega}\right) = U_L = 150\ В.$$

Равенство $U_C = U_L$ следует из равенства емкостного и индуктивного сопротивлений при резонансе.

Таблица вариантов

№ варианта	Номера задач			№ варианта	Номера задач			Задачи для самостоятельной работы
1	1	51	101	26	26	76	126	55
2	2	52	102	27	27	77	127	109
3	3	53	103	28	28	78	128	19
4	4	54	104	29	29	79	129	52
5	5	55	105	30	30	80	130	53
6	6	56	106	31	31	81	131	67
7	7	57	107	32	32	82	132	83
8	8	58	108	33	33	83	133	102
9	9	59	109	34	34	84	134	103
10	10	60	110	35	35	85	135	105
11	11	61	111	36	36	86	136	106
12	12	62	112	37	37	87	137	148
13	13	63	113	38	38	88	138	130
14	14	64	114	39	39	89	139	135
15	15	65	115	40	40	90	140	149
16	16	66	116	41	41	91	141	150
17	17	67	117	42	42	92	142	151
18	18	68	118	43	43	93	143	152
19	19	69	119	44	44	94	144	153
20	20	70	120	45	45	95	145	154
21	21	71	121	46	46	96	146	155
22	22	72	122	47	47	97	147	156
23	23	73	123	48	48	98	148	157
24	24	74	124	49	49	99	149	109
25	25	75	125	50	50	100	150	158

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Уравнение затухающих колебаний точки массой *m=0,09 кг*, $x = 0{,}08e^{-0.06t}\cos t\frac{\pi}{3}t$ (м). Найти потенциальную энергию колеблющейся точки спустя *n=3* полных колебания.

2. Уравнение затухающих колебаний точки $x = 0{,}09e^{-0.1t}\cos t\frac{\pi}{8}t$(м). Определить время, за которое энергия колебаний уменьшится в *120 раз*.

3. Три последовательные крайние положения качающейся стрелки весов пришлись против делений *20; 5,5; 13*. Найти логарифмический декремент затухания; найти также деление, соответствующее положению равновесия стрелки.

4. Амплитуда затухающих колебаний маятника за время $t_1=5$ мин уменьшилась в $n_1=2$ раза. За какое время t_2, считая от начального момента, амплитуда уменьшилась в $n_2=8$ раз?

5. Найти период *T* затухающих колебаний, если период его собственных колебаний системы равен *1 с* и логарифмический декремент $\delta=0{,}628$.

6. Тело массой *m=0,01 кг* подвешено на легкой спиральной пружине с коэффициентом жесткости *k=25 Н/м* и опущено в жидкость. После излучения импульса в вертикальном направлении тело начало колебаться. Логарифмический декремент $\delta=0{,}004$. Через какое число колебаний амплитуда уменьшится в 2 раза? Через какое время амплитуда колебаний уменьшится в 2 раза?

7. Найти число *N* полных колебаний системы, в течение которых энергия системы уменьшится в *n=2* раза, если логарифмический

декремент δ=0,01.

8. Во сколько раз уменьшится полная энергия колебаний секундного маятника за $\tau=6$ минут, если логарифмический декремент $\delta=0,031$?

9. Через сколько времени энергия колебаний камертона уменьшится в $n=10^6$ раз, если логарифмический декремент $\delta=0,0008$? Частота колебаний камертона $\nu=600$ *Гц*.

10. Амплитуда затухающих колебаний в течение одного периода уменьшается в три раза. На сколько процентов период колебания становится больше, чем при отсутствии причины, вызывающей затухание?

11. Амплитуда затухающих колебаний в течение периода уменьшается в $n=2$ раза. При каком значении фазы максимально смещение? Максимальна скорость? В сколько раз частота затухающих колебаний меньше частоты собственных колебаний системы?

12. Чему равен логарифмический декремент затухания маятника длиной $l=0,8$ *м*, если его начальная амплитуда $A=5°$, а через $t=5$*мин* амплитуда равна $A_t=0,5°$?

13. Определить период затухающих колебаний груза массой $m=2$ *кг* на пружине жесткостью $k=32$ *Н/м*, если за время, в течение которого совершилось $N=60$ колебаний, амплитуда уменьшилась в $n=2$ раза.

14. Определить период свободных колебаний груза на пружине, если масса груза $m=0,5$ *кг*, а жесткость пружины $k=32$ *Н/м* при условии, что за время двух полных колебаний амплитуда их уменьшилась в $n=20$ раз.

15. Амплитуда колебаний материальной точки после $N=50$ колебаний уменьшилась в $n=3$ раза. Условный период колебаний точки $T=1$ *с*. Найти коэффициент затухания и время релаксации.

16. Найти частоту колебаний груза массой $m=0,20$ *кг*, подвешенного на пружине и помещенного в масло, если коэффициент трения в масле $r=0,50$ *кг/с*, а жесткость пружины $k=50$ *Н/м*.

17. После $N=16$ полных колебаний точки её амплитуда уменьшилась от $A_1=20$ *см* до $A_2=4$ *см*. Коэффициент затухания $\beta=0,1$. Получите закон $x_{(t)}$ движения точки.

18. Уравнение $x = 0,09e^{-0,2t}cost5t$ см описывает смещение колеблющейся материальной точки. Определите моменты времени, в которые смещение максимально; путь, пройденный материальной точкой до остановки; добротность колебательной системы.

19. Предположим, что опыт Фуко решили проделать на полюсе с математическим маятником длиной $l=9,8$ *м*. Во время опыта хотят заметить поворот плоскости колебаний маятника на $4°$, при уменьшении амплитуды колебаний в $n=2$ раза. Определите добротность маятника, пригодного для этого опыта. Во сколько раз уменьшится амплитуда колебаний маятника через час после начала опыта?

20. Тело массой $m=0,01$ *кг*, совершающее свободные колебания с частотой $\omega_0=100$ c^{-1}, перенесено в среду с большим коэффициентом затухания, в результате чего амплитуда за период уменьшилась в $n=4$ раза. Определить, на сколько процентов частота свободных колебаний больше, чем затухающих, и коэффициент сопротивления среды.

21. За $t_1 = 10$ *с* амплитуда свободных колебаний уменьшается в n_1=10 раз. За какое время τ амплитуда уменьшится в n_2=100 раз?

22. За $t=1{,}00$ *с* амплитуда свободных колебаний уменьшается в $n_1=2$ раза. В течение, какого промежутка времени τ амплитуда уменьшится в $n_2=10$ раз?

23. За время $t_1=16{,}1$ *с* амплитуда колебания уменьшается в n=5,00 раз.

а) Найти коэффициент затухания колебаний;

б) За какое время t_2 амплитуда уменьшится в "*е*" раз?

24. За $t= 100$ *с* система успевает совершить *100* колебаний. За то же время амплитуда колебаний уменьшается в *2,718* раз. Чему равны:

а) коэффициент затухания колебаний β;

б) добротность системы Q.

25. За время, в течение которого система совершает N=100 колебаний, амплитуда уменьшается в n=5,00 раз. Найти добротность системы Q .

26. Добротность некоторой колебательной системы Q=2,00; частота свободных колебаний ω=100 с$^{-1}$. Определить собственную частоту колебаний системы ω_0.

27. Чему равен логарифмический декремент колебаний, если за $t=100$ с система совершает $N=100$ колебаний, и при этом амплитуда их уменьшается в "*е*" раз.

28. Амплитуда колебаний материальной точки после $N=100$ колебаний уменьшилась в $n=3$ раза. Определить логарифмический декремент затухания и добротность колебательной системы.

29. Тело массой $m=1$ *г* совершает затухающие колебания с частотой $\omega=3,14$ c^{-1}. В течение $\tau=50$ *с* тело потеряло *80%* своей энергии. Определить коэффициент затухания, коэффициент сопротивления среды и добротность системы.

30. Амплитуда колебаний материальной точки после N=30 колебаний уменьшилась в $n=7$ раз. Определить логарифмический декремент затухания и добротность колебательной системы.

31. Материальная точка совершает затухающие колебания с начальной амплитудой $A_0=8$ *см*. Через $t_1=2$ мин. после начала колебаний амплитуда уменьшилась до $A_1=4$ *см*. За какое время от начала колебаний амплитуда уменьшается до $A_2=6$ *см*?

32. Найти время τ, в течение которого энергия колебаний камертона с частотой $\omega=440$ *Гц* уменьшится в $n=10^6$ раз, если логарифмический декремент затухания $\delta=10^{-3}$.

33. Шарик, подвешенный на нити длиной $l=24,7$ *см*, совершает затухающие колебания с логарифмическим декрементом затухания $\delta=0,01$. Через сколько времени энергия колебаний шарика уменьшится в $n=9,4$ раза?

34. После десяти полных колебаний точки её амплитуда уменьшилась от $A_1=10$ *см до* $A_2=6$ *см*. Коэффициент затухания β=0,2 c^{-1}. Написать уравнение зависимости смещения от времени.

35. Начальная амплитуда колебаний маятника A_0=20 *см*, амплитуда после десяти полных колебаний уменьшилась до $A=1$ *см*. Найти логарифмический декремент и записать уравнение колебаний, если период колебаний $T=5$ *с*.

36. На пружине с жесткостью $k=10\cdot10^2$ *Н/м* висит шарообразный медный груз радиусом $R=30$ *см*, опущенный в прованское масло. Определить собственную частоту колебательной системы, её добротность и время, в течение которого колебания практически затухают.

37. Математический маятник колеблется в среде, для которой логарифмический декремент затухания $\delta_1=1,5$. Каков будет логарифмический декремент δ_2, если противление среды увеличить в $n=2$ раза?

38. К вертикальной спиральной пружине подвешен стальной шарик радиусом $R=10^{-2}$. Циклическая частота его колебаний в воздухе $\omega_0=5\ c^{-1}$, а в некоторой жидкости $\omega=4,06\ c^{-1}$ Начальное смещение равно амплитуде колебаний в жидкости $A=5$ *см*. Найти уравнение смещения шарика и коэффициент вязкости.

39. Найти логарифмический декремент колебаний математического маятника длиной $l=0,5$ *м*, если за промежуток времени $\tau=5$ *мин*, его полная механическая энергия уменьшилась в $n=4\cdot10^4$ раз.

40. Амплитуда колебаний камертона за $\tau=1,5$ *с* уменьшилась в $n=100$ раз. Найти коэффициент затухания.

41. Затухающие колебания описываются уравнением $x = A_0 e^{\beta t} \sin\left(\omega + \frac{\pi}{4}\right)$ см, где $A_1=10$ см $\beta=2,8\ c^{-1}$, $\omega=5,5\ c^{-1}$. Найти скорость в момент времени $t=0,7$ с, логарифмический декремент δ и добротность колебательной системы.

42. Период затухающих колебаний $T=4$ с, логарифмический декремент $\delta=1,6$, начальная фаза $\varphi_0=0$. Смещение точки при $t=T/4$ равно $4,5$ см. Написать уравнение движения этого колебания. Найти также смещение в момент $t=0$.

43. Уравнение затухающих колебаний даётся в виде $x=5e(-0{,}25)\sin\pi/2t$ (м). Найти скорость колеблющейся точки в моменты времени $t=0$, T, $2T$, $3T$.

44. Тело массой $m=5$ *г* совершает затухающие колебания. В течение $\tau=50$ *с* тело потеряло *60 %* своей энергии. Определить коэффициент сопротивления среды.

45. Амплитуда затухающих колебаний математического маятника за время t_1 уменьшается в n раз. Длина маятника l.

а) Чему равен логарифмический декремент затухания δ?

б) За какое время t_2, отсчитываемое после начала наблюдений, амплитуда уменьшится ещё в n раз?

в) Сколько полных колебаний сделает при этом маятник?

г) Через, сколько времени энергия маятника уменьшится в n раз?

46. Начальная амплитуда колебаний маятника $A_0=3$ см. Через $t_1=10$ с она равна $A_1=1$ см. Через сколько времени амплитуда колебаний будет равна $A_2=0{,}3$ см?

47. Найти частоту колебаний груза массой $m=0{,}2$ *кг*, подвешенного на пружине и помещенного в масло, если коэффициент трения в масле $r=0{,}5$ *кг/с*, а коэффициент упругости пружины $k=50$ *Н/м*.

48. При затухающих колебаниях материальной точки амплитуда в начальный момент $A_0=2$ *см*, а через $t_1=4$ *с* амплитуда $A_1=0{,}7$ см. Через сколько времени амплитуда колебаний станет $A_2=0{,}4$ *см*? Через какое время энергия колебаний уменьшится в $n=10^4$ раз?

49. Энергия затухающих колебаний маятника, происходящих в

некоторый среде, за время $t=2$ мин уменьшилось в $n=100$ раз. Определить коэффициент сопротивления среды, если масса маятника $m=0,1$ *кг*.

50. Математический маятник длиной $l=1,2$ м колеблется в среде с малым сопротивлением. Считая, что сопротивление среды влияет на период колебаний, найти коэффициент затухания и логарифмический декремент, если $t=8$ мин амплитуда колебаний маятника уменьшилась в $n=3$ раза.

51. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью $L=4\cdot 10^{-9}$Гн, конденсатора емкостью $C=2\cdot 10^{-9}$*Ф* и сопротивления $R=2$ *Ом*. В начальный момент напряжение на обкладках максимально и равно$U_0=0,5$ *В*. Напишите (с числовыми коэффициентами) уравнение зависимости заряда на обкладках конденсатора от времени.

52. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C=2,2\cdot 10^{-9}$ *Ф* и катушки, намотанной на медный проводник диметром $d=0,5$ *мм*. Длина катушки $l=20$ *см*. Найти логарифмический декремент колебаний.

53. Колебательный контур имеет емкость $C=1,1\cdot 10^{-9}$ *Ф* и индуктивность $L=5\cdot 10^{-3}$ *Гн*. Логарифмический декремент затухания равен $\delta=0,005$. За сколько времени потеряется вследствие затухания 99% энергии контура?

54. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью $L=10^{-3}$ *Гн*, конденсатора емкостью $C=4\cdot 10^{-7}$ *Ф* и сопротивлением $R=4$ Ом. Во сколько раз уменьшится разность потенциалов на обкладках конденсатора за время одного периода?

55. Определить индуктивность контура, активное сопротивление

$R=28$ Ом, если через время $t=0,1$ с амплитудное значение разности потенциалов уменьшилось в n=4 раза.

56. Чему равно сопротивление контура, если разность потенциалов на обкладках за время одного периода уменьшилась в $n=3$ раза? Емкость конденсатора $C=4\cdot10^{5}$ *Ф*, индуктивность $L=0,1$ *Гн*.

57. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C=27$ *мкф*, катушки индуктивностью $L=0,18$ *Гн* и сопротивлением $R=24$ *Ом*. Найти период колебаний контура и его логарифмический декремент.

58. Конденсатор емкостью $C=500$ *пФ* соединен параллельно с катушкой длиной $l=40$ *см* и сечением $S=5$ *см*^{2}, содержащий $N=1000$ витков. Нейти период колебаний.

59. Катушка индуктивностью $L=1$ *мГн* и воздушный конденсатор, состояли из двух круглых пластин диаметром D=*20 см* каждая, соединены параллельно. Расстояние между пластинами $d=1$ *см*. Определить период T колебаний.

60. Колебательный контур содержит конденсатор емкостью $C=8$ п*Ф* и катушку индуктивностью L=0,5 мГн. Каково максимальное значение напряжения U_0 на обкладках конденсатора, если максимальная сила тока $I_0=40$ *мА*?

61. Колебательный контур имеет индуктивность L=1,*6 мГн*, емкость $C=0,04$ мкФ и максимальное заряжение на зажимах $U_0=200$ *В*. Чему равна максимальная сила тока I_0 в контуре, если сопротивление ничтожно мало?

62. Какую индуктивность надо включить в колебательный контур, чтобы при емкости $C=2$ *мкФ* получить звуковую частоту $\nu=1000$ c^{-1}?

Сопротивлением контура пренебречь.

63. Колебательный контур содержит конденсатор емкостью $C=0,025$ мкФ и катушку индуктивностью $L=1,015$ *Гн*. Заряд на обкладках конденсатора $Q=2,5\cdot10^{-6}$ *Кл*. Найти значения силы тока и разности потенциалов, для моментов $t_1=T/2$ и $t_2=T/8$.

64. Колебательный контур состоит из конденсатора с емкостью С=100 пФ и катушки с индуктивностью $L=64$ *мкГн*, а сопротивлением $R=1,0$ Ом. Определить собственную частоту колебаний, период колебания, добротность контура.

65. В колебательной контуре с сопротивлением $R=1$ *Ом* в начальный момент напряжение на обкладках конденсатора $U_0=10$ В. Рассчитайте емкость конденсатора и индуктивность катушки, при которых запас энергии конденсатора, будет убывать со временем по закону: $W=Ae^{-bt}$ *Дж*, где $A=2\cdot10^5$ *Дж*, $b=500$ c^{-1}.

66. Колебательный контур имеет емкость $C=10^{-9}$ *Ф* и индуктивность $L=4\cdot10^{-3}$ *Гн*. Логарифмический декремент затухания равен $\delta=0,005$. Определите время, в течение которого энергия, запасенная в контуре, уменьшается в $n=100$ раз.

67. Напряжение на обкладках конденсатора в колебательном контуре меняется с течением времени по закону: $U = 3,5e^{-7\cdot10^5}\cdot cos3,16\cdot10^4t$ Вольт. В начальный момент заряд на обкладках конденсатора равен $Q_0=7\cdot10^{-7}$ Кл. Определите параметры контура.

68. Определите отношение энергии магнитного поля колебательного контура к энергии его электрического поля для момента времени, равного *1/8* периода. Начальная фаза колебаний равна нулю. Сопротивлением контура пренебречь.

69. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью $L=10^{-3}$ Гн, конденсатора емкостью $C=1$ *мкФ* и сопротивления $R=30$ *Ом*. Определите логарифмический декремент затухания колебаний в контуре.

70. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью $L=0{,}23$ Гн, конденсатора емкости $C=7$ мкФ и сопротивления $R=40$ Ом. Определите период колебаний в контуре. Сколько процентов составит ошибка, если расчет выполнить по формуле Томсона?

71. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью $L=0{,}23$ Гн, конденсатора емкостью $C=7$ мкФ и сопротивления $R=40$ Ом. Конденсатор заряжен количеством электричества $Q=5{,}5\cdot10^{-4}$ Кл. Напишите уравнение (с числовым коэффициентом) зависимости напряжения на обкладках конденсатора от времени. Соленоид длиной $l=25$ см и сечением $S=10$ см^2 имеющий *300* витков, соединен параллельно с плоским конденсатором, площадь пластин которого $S=0{,}045$ м^2, расстояние между ними $d=0{,}1$ *мм*, диэлектрик-парафиновая бумаге. Определите период собственных колебаний контура, пренебрегая его сопротивлением.

72. Катушка индуктивностью $L=12$ *мГн* и воздушный конденсатор, состоящий из двух круглых пластин диаметром $D=15$ *см* каждая, соединены параллельно. Расстояние между пластинами равно $d=2$ см Определить период Т колебаний.

73. Конденсатор электроемкостью $C=500$ пФ соединен параллельно с катушкой длиной $l=40$ *см* и площадью сечения, равной $S=5$ *см*^{2}. Катушка содержит $N=1000$ витков. Сердечник немагнитный. Найти период T колебаний.

74. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью L=20 мкГн и конденсатора электроёмкостью С=80 пФ величина емкости может отклоняться от указанного значения на 2%. Вычислить, в каких пределах может изменяться длина волны, на которую резонирует контур.

75. Колебательный контур имеет индуктивность $L=1,6$ *мГн*, электроёмкость $C=0,04$ *мкФ* и максимальное напряжение на зажимах, равное U_0=200 В. Определить максимальную силу тока I_0 в контуре. Сопротивление контура ничтожно мало.

76. Колебательный контур содержит конденсатор электроемкостью $C=8$ п*Ф* и катушку индуктивностью L=0,5 *мГн*. Каково максимальное напряжение U_0 на обкладках конденсатора, если максимальная сила тока $I_0=40$ *мА*?

77. Катушка (без сердечника) длиной l=50 см и площадью сечения S_0 равной 3 *см*^{2}, имеет $N=1000$ витков и соединена параллельно с конденсатором. Конденсатор состоит из двух пластин площадью S=75 *см*^{2} каждая. Расстояние между пластинами равно d=5 *мм*. Диэлектрик - воздух. Определить период T колебаний контура.

78. Колебательный контур состоит из параллельно соединенных конденсатора электроёмкостью $C=1$ *мкФ* и катушки индуктивностью $L=1$ *мГн*. Сопротивление контура ничтожно мало. Найти частоту колебаний.

79. Найти емкость контура, если уравнение изменения силы тока в колебательном контуре со временем дается в виде: $I = -0,02 sin 400\pi t$ А. Индуктивность контура $L=1$ *Гн*. Чему равна максимальная разность потенциалов на обкладках?

80. Колебательный контур состоит из конденсатора $C=5$ *мкФ* и катушки $L=0,2$ *Гн*. Определить максимальную силу тока в контуре, если максимальная разность потенциалов на обкладках 90 В. Напишите закон изменения тока в контуре.

81. Колебательный контур с емкостью $C=10^{-9}$ *Ф* настроен на частоту 10^3 *кГц*, При колебаниях максимальное напряжение на обкладках $U_0=100$ *В*. Пренебрегая активным сопротивлением, найдите: а) максимальный ток в контуре; б) энергию магнитного поля катушки и конденсатора через 1/8 периода от момента начала колебаний.

82. Катушка без сердечника длиной $l=40$ *см*, сечением $S_0=9,55$ *см*^{2}, содержащая N=100 витков присоединена к плоскому конденсатору с площадью пластин $S=100$ *см*^{2} и расстоянием между ними $d=0,1$ *мм*. Определите диэлектрическую проницаемость среды, занимающей пространство между пластинами конденсатора, если контур резонирует на волну длиной $\lambda=750$ *м*.

83. Уравнение изменения тока в колебательном контуре со временем имеет вид: $I = 0,02 sin 400\pi t$. Индуктивность контура $L=1$ *Гн*. Определите ёмкость контура и максимальные значения энергии магнитного и электрического полей.

84. Уравнение изменения со временем разности потенциалов на обкладках конденсатора в колебательном контуре имеет вид: $U=50\cos 10^4\pi t$ В. Емкость конденсатора $C=10^{-7}$ *Ф*. Определите индуктивность контура и длину волны, на которую он настроен. Запишите уравнение изменения тока в контуре со временем.

85. Определить активное сопротивление колебательного контура, индуктивность которого $L=1$ *Гн*, если через $t=0,1$ с амплитудное значение разности потенциалов на обкладках конденсатора уменьшилось в $n=4$ раза.

86. Заряженный конденсатор емкостью $C=0,5$ *мкФ* подключили к катушке индуктивностью $L=5$ *мГн*. Через сколько времени от момента подключения катушки, а энергия электрического поля конденсатора станет равной энергии магнитного поля катушки?

87. Как изменится логарифмический декремент, если не меняя длины катушки в контуре, ув... ить число витков в ней в "n" раз, а диаметр витков не менять?

88. Определить логарифмический декремент колебаний контура с емкостью $C=0,2\cdot10^{-8}$ *Ф* и индуктивностью $L=15\cdot10^{-4}$ *Гн*, если на поддержание в нем незатухающих колебаний с максимальным напряжением U_0=0,9. В требуется мощность $P=10$ *мкВт*.

89. В контуре, состоящем из конденсатора емкостью $C=10$ *мкФ* и катушки индуктивностью $L=1$ *мГн* , конденсатор заряжен до максимального напряжения $U_0=100$ *В*. Определить максимальный заряд конденсатора *С*, максимальный ток в контуре; записать уравнение для определения мгновенного значения тока.

90. Заряд на обкладках конденсатора в контуре изменяется по закону $Q=10^{-2}cos(2\pi t+\pi)$ Кл. Найти частоту, период колебаний, максимальный ток в контуре.

91. Колебательный контур состоит из катушки индуктивности $L=0,2$ *мГн* и двух конденсаторов $C_1=C_2$=4 мкФ, соединенных последовательно. Определить период собственных колебаний в контуре, максимальный заряд конденсаторов, максимальное напряжение на каждом, если максимальный ток в контуре $I_0=0,1\ A$.

92. В колебательном контуре конденсатору с емкостью С=10 мкФ сообщили заряд $Q=10^{-3}$ Кл, после чего возникли затухающие электромагнитные колебания. Сколько тепла выделится к моменту, когда максимальное напряжение на конденсаторе станет меньше начального максимального напряжения в $n=4$ раза?

93. Напряжение на обкладках конденсатора изменятся по закону $U = 220\sin(314t - \frac{\pi}{2})$ В. Записать уравнение для мгновенного значения тока в контуре, если емкость конденсатора $C=2\cdot10^{-5}\ Ф$. Найти сдвиг фаз между током и напряжением на конденсаторе. Чему равняется запасенная энергия? Чему равна магнитная энергия в момент $t_1=T/2; t_2=T/4$?

94. В колебательном контуре с индуктивностью $L=0,4\ Гн$ и емкостью $C=2\cdot10^{-5}$ Ф амплитудное значение тока $I_0=0,1\ A$, Каким будет напряжение на конденсаторе в тот момент, когда энергии электрического и магнитного полей будут равны?

95. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C=2,22\cdot10^{-9}Ф$ и катушки (без сердечника), намотанной из медной проволоки диаметром D=0,5 мм. Длина катушки L=20 см. Найти логарифмический декремент затухания колебаний.

96. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C=2\cdot10^{-8}\ Ф$ и катушки индуктивностью $L=5\cdot10^{-3}$ Гн. Через $t=10^{-3}$ с амплитудное значение разности потенциалов уменьшилось в n=3 раза. Найти период собственных колебаний и сопротивление контура.

97. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью С=0,2 мкФ и катушки, индуктивность которой $L=5,07\cdot10^{-3}$ Гн. При каком логарифмическом декременте затухания разность потенциалов на обкладках конденсатора через $t=10^{-3}$ *с* колебаний уменьшится в $n=3$ раза?

98. Определить активное сопротивление колебательного контура индуктивностью $L=1$ *Гн*, если через $t=0,1$ *с* значение максимальной разности потенциалов на обкладках уменьшилось в $n=5$ раз?

99. Найти период колебаний и логарифмический декремент затухания для контура, состоящего из конденсатора емкостью $C=0,7 10^{-5}$ *Ф*, катушки $L=23\cdot10^{-2}$ Гн и сопротивлением $R=40$ *Ом*, если заряд конденсатора. $Q=5,6\cdot10^{-4}$ *Кл*

100. Груз массой $m=0,5$ кг, подвешенный на пружине, помещен в масло. Коэффициент жесткости пружины $k=0,098$ *Н/см*, коэффициент сопротивления в масле $r=0,80$ *кг/с*. На груз действует вынуждающая сила, меняющаяся гармонически с амплитудой $F_0=0,98$ *Н*. Определите частоту вынуждающей силы и амплитуду колебаний груза при резонансе.

101. Гирька массой $m=0,10$ *кг* подвешена к пружине, которая под действием силы $F=0,40$ *Н* растягивается на $\Delta x=1,0$ *см*. Период затухающих колебаний гирьки $T=0,37$ *с*, логарифмический декремент затухания $\delta=0,7$. На гирьку начинает действовать сила, меняющаяся гармонически, с амплитудой $F_0=2,0$ *Н*. Запишите уравнение вынуждающей силы и установившихся вынужденных колебаний при резонансе.

102. Однородный намагниченный стержень, с горизонтальной осью вращения, проходящей через конец стержня, имеет массу $m=60$ *г*, длину $l=10$ *см* и магнитный момент $P_m=4,9$ $A\cdot м^2$. Период гармонических колебаний стержня в однородном вертикальном магнитном поле в $n=2$ раза меньше периода его собственных колебаний при отсутствии магнитного поля. Определите индукцию магнитного поля.

103. В контуре, состоящем из катушки и конденсатора, создаются вынужденные колебания. Если емкость изменить на $\Delta C=0,01$ *Ф* емкости, соответствующей максимуму колебаний, то сила тока в контуре убывает в $n=1,5$ раза. Определить логарифмический декремент колебаний системы.

104. Между обкладками плоского конденсатора на двух изолированных пружинах укреплен стеклянный шарик массой $m=0,01$ *г* с зарядом $Q=3,6\cdot10^{-6}$ *Кл*. К обкладкам подводится переменное напряжение с частотой $\nu=50$ Гц и амплитудой $U_Q=3,0\cdot10^3$*В*. Определите амплитуду вынужденных колебаний шарика, если коэффициент жесткости, каждой пружины $k=0,98$ *Н/см* и расстояние между пластинами $d=5,0$ *см*. Силами сопротивления пренебречь.

105. Под действием внешней силы, меняющейся по закону косинуса, в системе совершаются установившиеся вынужденные колебания, описываемые уравнением $x = 0{,}8\cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$ м. Запишите уравнение изменения вынуждающей силы со временем с числовыми коэффициентами, зная, что за период эта сила совершает работу, равную $A=1,88$ *Дж*, Начальная фаза вынуждающей силы равна нулю, среднее значение квадрата косинуса за период равно *1/2*.

106. На пружине с жесткостью $k = 10^3\frac{Н}{м}$ висит железный шарик массой $m=0,8$ кг. Состороны переменного магнитного поля на шарик действует синусоидальная сила, амплитудное значение которой равно

F_0=2,0 *Н*. Добротность системы равна $Q=30$. Определить амплитуду вынужденных колебаний в случаях, если $\omega = \frac{\omega_0}{2}$; $\omega = \omega_0$; $\omega = 2\omega_0$.

107. Груз массой $m=0,5$ *кг* подвесили на пружине, которая при этом растянулась на $\Delta x=5$ *мм*. Когда систему вывели из состояния равновесия и отпустили, она совершала свободные колебания в течение $t=3,5$ *с*. Найти резонансную амплитуду для этой системы. Что произойдет при резонансе?

108. В схеме, изображенной на рис. 4.2.2 ёмкость равна $C=20$ *мкФ*, индуктивность $L=0,2$ *Гн* и активное сопротивление $R=5$ Ом. Какую мощность потребляет это цепь, если на зажимы подано напряжение $U=312\cos 314t$?

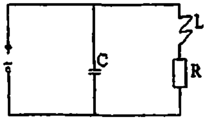


Рис. 4.2.2

109. Определить амплитуду вынужденных колебаний груза на пружине, если при коэффициенте жесткости $k=20$ *Н/м*, масса $m=0,2$*кг*, на него действует вынуждающая сила с амплитудой $F_0=2$ *Н* и частотой, в два раза большей собственной частоты колебаний груза, а коэффициент затухания $\beta=0,5$ с$^{-1}$.

110. В цепи, состоящей из сопротивления $R=1$ *кОм*, индуктивности $L=30$ *мГн* и конденсатора переменной емкости действует синусоидальная ЭДС с действующим значением $U_э=60$ *В* и частотой $\nu=50$ *кГц*. Найти емкость конденсатора, при которой наступает резонанс, и действующее значение тока при резонансе.

111. Амплитуда смещения вынужденных колебаний груза при очень малой частоте вынуждающей силы $A=2$ *мм*, а при резонансе $A_{рез}=32$ *мм*. Коэффициент затухания $\beta \ll 1$. Найти добротность колебательной системы и логарифмический декремент колебаний.

112. Определить, на сколько резонансная частота отличается от частоты $\nu_0=1$ *кГц* собственных колебаний системы, характеризуемой коэффициентом затухания $\beta=400$ с$^{-1}$.

113. Во сколько раз амплитуда вынужденных колебаний меньше резонансной амплитуды, если период изменения вынуждающей силы будет больше резонансного в $n=2$ раза? Коэффициент затухания $\beta=0,2\ T_o$.

114. Под действием силы тяжести электродвигателя консольная балка, на которой он установлен, прогнулась на $\Delta l=1$ *мм*. При какой частоте вращения ν якоря электродвигателя может возникнуть опасность резонанса?

115. Вагон массой $m=80$ т имеет четыре рессоры, жесткость k пружины каждой рессоры равна *500 кН/м*. При какой скорости ϑ вагон начнет сильно раскачиваться вследствие толчков на стыках рельс, если длина рельса равна $l=12,8$ *м*?

116. Колебательная система совершает затухающие колебания с частотой $\nu=1000$ *Гц*. Определить частоту ν_0 собственных колебаний, если резонансная частота $\nu_{рез}=998$ *Гц*.

117. Определить, на сколько резонансная частота отличается от частоты $\nu_0=1$ *кГц* собственных колебаний системы, характеризуемой коэффициентом затухания $\beta=400\ c^{-1}$.

118. Определить логарифмический декремент колебаний колебательной системы, для которой резонанс наблюдается при частоте, меньшей собственной частоты $\nu_0=10$ *кГц* на $\Delta\nu=2$ *Гц*.

119. Период T_o собственных колебаний пружинного маятника равен *0,55 с*. В вязкой среде период T того же маятника стал равным

0,56 с. Определить резонансную частоту $\nu_{рез}$ колебаний.

120. Тело совершает вынужденные колебания в среде с коэффициентом сопротивления $r=1$ *г/с*. Считая затухание малым определить амплитудное значение вынуждающей силы, если резонансная амплитуда $A_{рез}=0,5$ *см* и частота собственных; колебаний $\nu_0=10$ *Гц*.

121. Амплитуду вынужденных гармонических колебаний при частоте $\nu_1=100$ *Гц* и $\nu_2=600$ *Гц* равны между собой. Определить резонансную частоту $\nu_{рез}$, Затуханием пренебречь.

122. К спиральной пружине жесткостью $k=10$ *Н/м* подвесили грузик массой $m=10$ *г* и погрузили всю систему в вязкую среду. Приняв коэффициент сопротивления равным $r=0,1$ *кГ/с*. определить :1) частоту ν_0 собственных колебаний; 2) резонансную частоту $\nu_{рез}$; 3) резонансную амплитуду $A_{рез}$, если вынуждающая сила изменяется по гармоническому закону а её амплитудное значение $F_0=0,02$. *Н*; 4) отношение резонансной амплитуды к статическому смещению под действие системы F_0.

123. Во сколько раз амплитуда вынужденных колебаний будет меньше резонансной амплитуды, если частота изменения вынуждающей силы будет больше резонансной частоты: 1) на 10%? 2) в два раза? Коэффициент затухания β в обоих случаях принять равным 0,1 ω_0(ω_0-круговая частота собственных колебаний).

124. Параметры колебательного контура имеют значения: C=4,00 *мкФ*, L=0,100 *мГн*, R=1,00 *Ом*. Чему равна добротность контура Q?

125. Под действием вынуждающей силы $F_x = F_m \cos\omega t$ система совершает установившиеся колебания, описываемые функцией $x = A\cos(\omega t - \varphi)$.Найти работу A вынуждающей силы за период.

126. При неизменной амплитуде вынуждающей силы амплитуда вынужденных колебаний при частотах $\omega_1 = 100\ c^{-1}$ и $\omega_2 = 200\ c^{-1}$ оказывается одинаковой. Найти резонансную частоту $\omega_{рез}$.

127. При неизменной амплитуде вынуждающей силы амплитуда скорости при частотах $\nu_1 = 100\ c^{-1}$ и $\nu_2 = 300\ c^{-1}$ оказывается одинаковой. Найти частоту ν_0, при которой амплитуду скорости максимальна.

128. Частота свободных колебаний некоторой системы $\nu = 100\ c^{-1}$, резонансная частота $\nu_0 = 99\ c^{-1}$ Определить добротность Q этой системы.

129. Железный стержень, подвешенный к пружине, будучи выведен из положения равновесия, совершает свободные колебания частоты $\omega' = 20,0\ c^{-1}$, причем амплитуда колебаний уменьшается в $n=2$ раза в течение времени $t = 1,11\ c$. В близи нижнего стержня помещена катушка, питаемая переменным током. При частоте тока $\omega = 11,0\ c^{-1}$ стержень колеблется с амплитудой $A = 1,50$ *мм*.

а) При какой частоте тока $\omega_{рез}$ колебания стержня достигнут наибольшей интенсивности?

б) Какова будет амплитуда $A_{рез}$ колебаний при этой частоте? Предполагается, что амплитуда вынуждающей силы неизменна. Учесть, что частота вынуждающей силы равна удвоенной частоте изменений тока в катушке.

130. Конденсатор, емкость которого $C=20$ *мкФ*, и реостат с активным сопротивлением $R=150$ *Ом*, включены последовательно в цепь переменного тока частотой $\nu=50$ *Гц*. Какую часть напряжения, приложенного к этой цепи, составляет падение напряжения на конденсаторе и на реостате?

131. В цепь переменного тока напряжением $U=220$ *В* и частотой $\nu=50$ *Гц* включены последовательно емкость $C=35{,}4$ *мкФ*, активное сопротивление $R=100$ *Ом* и индуктивность $L=0{,}7$ *Гн*. Найти силу тока и падение напряжения на емкости, омическом сопротивлении и индуктивности.

132. Как и какую индуктивность L и емкость C нужно подключить к сопротивлению $R=20$ *кОм*, чтобы ток через индуктивность I_L и ёмкость I_c был в *10 раз* больше общего тока I? Частота переменного питающего напряжения $\nu=50$ *Гц*.

133. Амплитуда смещения вынужденных колебаний тела при очень малой частоте вынуждающей силы $A_0=12$ *мм*, а при резонансе $A_{рез}=64$ *мм*. Коэффициент затухания много меньше единицы. Определите добротность системы; логарифмический декремент затухания.

134. Тело массой $m=10$ *г* совершает затухающие колебания, описываемые уравнением $x=10e^{-6t}10{,}5\pi t$ см. На тело начала действовать внешняя периодическая сила, и колебания стали описываться уравнением $x=5cos(10\pi t+\varphi)$ см. Определите циклическую частоту свободных колебаний; разность фаз между действующей силой и смещением; уравнение внешней периодической силы.

135. Груз массой $m=0,1$ *кг* подвешен, на пружине с коэффициентом жесткости $k=10$ *Н/м*. На груз действует вынуждающая сила, описываемая уравнением $F=2cos8t$ *Н*. Коэффициент затухания $\beta=0,5$ c^{-1}. Определите уравнение смещения установившихся вынужденных колебаний; время установления колебаний.

136. Под действием внешней силы $F=F_m cos\omega t$ материальная точка совершает вынужденные колебания, описываемые уравнением $x=Acos(\omega t+\varphi)$ Определите работу силы за период колебания; работу силы за период колебания при $\omega=\omega_0$ и при $\omega_0<<\omega$, если ω_0 - частота свободных колебаний материальной точки.

137. Материальная точка массой $m=0,1$ *кг* имеет период свободных колебаний $T_0=0,5$ *с*. На тело действуют силы $F_1=10^{-2}cos\omega t$ и $F_2=-0,14x$ (x-смещение от положения равновесия). При этом наблюдается резонанс смещения. Определите частоту вынуждающей силы; уравнение смешения при резонансе, амплитуду силы сопротивления; добротность системы.

138. Амплитуды скорости при циклических частотах вынуждающей силы $\omega_1=200$ c^{-1} и $\omega_2=300$ c^{-1} равны между собой и равны половине максимальной скорости, наблюдаемой при резонансе. Считая, что амплитуда вынуждающей силы остается постоянной, определите частоту вынуждающей силы при резонансе скорости; коэффициент затухания; изменение резонансной скорости при уменьшении коэффициента затухания в $n=2$ раза.

139. Определить индуктивность катушки, при которой имеет место резонанс в цели, представленной на рис. 4.2.3,если R=30 Ом, $C=1,2$ *мкФ*, $\nu=50$ *Гц*. При каком значении коэффициента индуктивности полное сопротивление цепи будет минимальным?

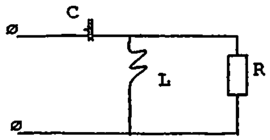


Рис. 4.2.3

140. Ёмкость конденсатора колебательного контура $C=0,05$ *мкФ*. Какой должна быть индуктивность каталки контура, чтобы при циклической частоте $\omega=1000\ c^{-1}$ в цепи наступил электрический резонанс?

141. Тело движется под действием силы $F=F_0 cos\omega t$ по закону $x=Csin\omega t$. Найти работу силы за время от $t=t_0$ до $t=t_{кон}$. Найти работу силы за один период действия и среднюю мощность за тот же период.

142. На тело действует сила, изменяющаяся по закону $F=ACos\omega t$ (A и ω - постоянные числа). Найти закон движения тела при условии, что при $t=0$, x=0, ϑ=0. Установить, что такое движение является колебательным. Определить период колебания, наибольшее значение смещения и наибольшее значение скорости.

143. Тело массой m движется под действием силы $F=F_0 Cos\omega t$. Найти выражение для кинетической энергии тела. Определить максимум кинетической энергии (при t=0, ϑ=0).

144. Чему равна амплитуда вынужденных колебаний при резонансе $A_{рез}$, если при очень малой по сравнению с собственной частоте вынужденных колебаний она равна $A_0=0,1$ *см*, а логарифмический декремент $\delta=0,01$?

145. Во сколько раз амплитуда вынужденных колебаний системы меньше резонансной амплитуды, если частота изменения вынуждающей силы будет в n=2 раза больше резонансной? Коэффициент затухания $\beta=0,1\omega_0$.

146. В контуре, состоящем из последовательно соединенных резистора R=10 Ом, катушки индуктивностью $L=2$ *мкГн*, конденсатора емкостью $C=0,2$ *мкФ*, действует синусоидальная ЭДС. Найти частоту ЭДС при которой возникнет резонанс, а также действующее значение силы тока при резонансе, если действующее значение ЭДС равно *20 В*.

147. В цепи, состоящей из последовательно включенных резистора сопротивлением $R=1$ *кОм*, катушки индуктивностью $L=300$ *мГн* и конденсатора переменной емкости действует синусоидальная ЭДС с действующим значением $\varepsilon_0=60$ *В* и частотой $\nu=50$ *кГц*. Определить значение ёмкости C конденсатора, при котором в цепи наступит резонанс, а также действующее значение силы тока $I_{рез}$ в цепи при резонансе.

148. Активное сопротивление колебательного контура R=0,*33 Ом*. Какую мощность *P* потребляет контур при поддержании в нем незатухающих колебаний с амплитудой силы тока *I=30 мА*?

149. Параметры колебательного контура имеют значения: *C=1,00 нФ, L=6,00 мГн, R*=0,50 Ом. Какую мощность *P* нужно подводить к контуру, чтобы поддерживать в нем незатухающие колебания с амплитудой напряжения на конденсаторе U_m*=10,0 В*?

150*. Цепь переменного тока образована последовательно включенными активным сопротивлением *R=800 Ом*, индуктивностью *L=1,27 Гн* и емкостью *C=1,59 мкФ*. На зажимы цепи подано 50-периодное действующее напряжение *U=127 В*. Найти:*а)*действующее значение силы тока *I*в цепи; *б)* сдвиг по фазе у между током и напряжением; *в)* действующие значения напряжений U_R, U_L и U_C на зажимах каждого из элементов цепи; *г)* мощность Р выделяющуюся в цепи.

151*. Переменное напряжение, действующее значение которого *U=220 В*, а частота ν=*50 Гц*, подано на катушку без сердечника с индуктивностью *L=31,8 мГн* и активным сопротивлением *R=10,0 Ом*. (рис.4.2.4).

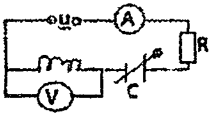


Рис. 4.2.4

а) найти количество теплоты *Q* выделяющееся в катушке за секунду.

б) как изменится *Q* если последовательно с катушкой включить конденсатор емкости $C=319$ *мкФ*?

152*. Добротность колебательного контура $Q=10,0$. Определить на сколько процентов отличается частота свободных колебаний контура w от собственной частоты контура ω_0 (найти $(\omega-\omega_0)/\omega_0$).

153*. Собственная частота колебаний контура $\nu_0=8,0$ *кГц*, добротность $Q=72$. В контуре возбуждают затухающие колебания. *а)* Найти закон убывания запасенной в контуре энергии со временем t, *б)* Какая часть первоначальной энергии сохраняется в контуре по истечении времени $t=1,00$ *мс*?

154*. Какой должна быть добротность контура Q, чтобы частота, при которой наступает резонанс токов, отличалась от частоты, при которой наступает резонанс напряжений, не более чем на 1%?

155*. Ареометр массой $m=0,06$ *кг* с цилиндрической трубкой диаметром $D=0,3$ *см* плавает в жидкости, плотность которой $\rho=1,2\cdot10^3$ *кг/м*^{3}. Ареометр получает небольшой импульс в вертикальном направлении и опускается в жидкость на глубину $h=3$ *см*. Коэффициент сопротивления $r=0,01$ *кг/с* при движении ареометра остается постоянным. Определите циклическую частоту колебаний; через какое число колебаний амплитуда уменьшится в е раз; работу против сил трения за первый период. Движение жидкости не учитывайте.

156*. Квадратная проволочная рамка массой $m=3,0$ *г* совершает гармонические колебания в однородном магнитном поле относительно оси, проходящей через середины её противоположных сторон, перпендикулярной силовым линиям поля. Период колебаний $T=1,2$ *с*, ток в рамке I=2,0 А. Определите индукцию магнитного поля.

157*. Квадратная рамка со стороной $a=8,0$ *см* из тонкой проволоки, имеющая N=50 витков и момент инерции $I=1,1\cdot10^{-4}$ *кг/м*^{2}, может вращаться вокруг вертикальной оси, проходящей через середины противоположных сторон рамки. Ток в рамке I=2,0 А. Рамка находится в горизонтальном однородном магнитном поле напряженностью $H=800$ *А/м*. Определите период гармонических колебаний рамки.

158*. Квадратная проволочная рамка массой $m=2,00$ *г* совершает гармонические колебания в однородном горизонтальном магнитном поле относительно вертикальной оси, проходя щей через середины её противоположных сторон. Период колебаний равен $T=1,05$ *с*; индукция магнитного поля $B=2,00\cdot10^{-3}$ *Тл*. Определите ток в рамке.

ТЕМА № 4.3
МЕХАНИЧЕСКИЕ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

Контрольные вопросы:

1. Что называется волной? Какие виды волн вы знаете и в каких средах возможно их возникновение?

2. Какие физические величины характеризуют волну и как они связаны между собой?

3. В чем заключается эффект Доплера?

4. Какая величина переносится волной?

5. Какие явления присущи волновым процессам и при каких условиях их можно наблюдать?

6. Как возникают звуковые волны, и какими величинами они характеризуются?

7. Как возникают электромагнитные волны, и какими физическими величинами их характеризуют?

8. Чему равна объемная плотность энергии электромагнитной волны?

9. Каков физический смысл вектора Умова - Пойнтинга?

10. Отчего зависит интенсивность бегущей монохроматической электромагнитной волны?

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ.

Для решения задач по разделу “Механические волны” надо повторить следующие вопросы: 1) виды волн; 2) величины, характеризующую механическую волну, и связь между ними; 3) интерференция и дифракция волн.

Специфическими для механических волн являются их природа и механизм образования в той или иной среде. И совершенно общими и обязательными для любой природы являются чисто волновые линия, как отражение, преломление, интерференция, дифракция и др.

Следует четко разграничивать два понятия: скорость гармонического колебания $\overline{u}$ и фазовую скорость распространения волны ϑ. Скорость гармонического колебательного движения частицы $u = A\omega cos(t)$. Это мгновенная скорость колебания точки для времени t. Скорость же ϑ для данной среды - величина постоянная. Ее называют фазовой скоростью распространения какой-либо фазы волны в пространстве.

Следует также особо подчеркнуть, что при распространении волны не происходит переноса вещества, однако энергия при волновом движении передается в направлении волны.

Решение задач по разделу “Электромагнитные волны” основано на понятиях об электромагнитном поле, законе электромагнитной индукции, явлений в колебательном контуре и на уравнениях Максвелла.

Основные формулы

Процесс распространения колебаний в упругой среде называется **волной**. Если направление колебаний совпадает с направлением распространения волны, то такая волна называется **продольной**, например звуковая волна в воздухе. Если направление колебаний перпендикулярно направлению распространения волны, то такая волна называется **поперечной**. В волновом процессе имеет место следующее соотношение:

$$\lambda = \vartheta T, \tag{4.3.1}$$

где λ – длина волны; T - период колебания; ϑ – скорость распространения волны.

Уравнение плоской волны имеет вид

$$x = A\sin\omega\left(t - \frac{r}{\vartheta}\right) = A\sin(\omega t - kr), \tag{4.3.2}$$

где $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ - волновое число; r – расстояние, пройденное волной от источника колебаний до рассматриваемой точки (рис. 4.3.1).

Разность фаз двух колеблющихся точек, находящихся на расстояниях, r_1 и r_2 от источника колебаний, равна

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi(r_2 - r_1)/\lambda. \tag{4.3.3}$$

При падении плоской волны на границу раздела двух сред возникает отраженная волна, которая, складываясь с падающей волной, образует **стоячую волну**.

Уравнение стоячей волны

$$x = 2A\cos kr \sin\omega t, \tag{4.3.4}$$

где $A(r) = 2A\cos kr$ - амплитуда стоячей волны.

Амплитуда стоячей волны максимальна в точках, удовлетворяющих условию

$$r = 2n\frac{\lambda}{4} \tag{4.3.5}$$

и называемых пучностями стоячей волны. Здесь n=0, 1, 2, ... (рис. 4.3.2; точки A, C, E, ...).

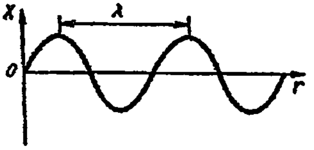


Рис. 4.3.1

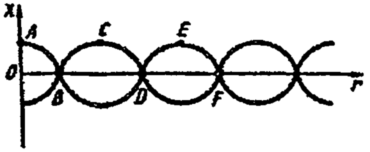


Рис. 4.3.2

Амплитуда стоячей волны минимальна в точках, удовлетворяющих условию

$$r = (2n+1)\frac{\lambda}{4} \tag{4.3.6}$$

и называемых **узлами стоячей волны**. Здесь n=0, 1, 2, ... (рис. 4.3.2; точки B, D, F, ...).

Связь между разницей волновых путей и разницей фаз

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2\pi}\cdot\Delta\varphi; \qquad \Delta x = \frac{v}{2\pi\nu}\cdot\Delta\varphi; \tag{4.3.7}$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\cdot\Delta x; \qquad \Delta\varphi = \frac{2\cdot\pi\cdot\nu}{\upsilon}\cdot\Delta x. \tag{4.3.8}$$

Звуковая интенсивность или звуковая мощность I называется количеством энергии W, проходящей через поверхность S, которая перпендикулярна звуковому направлению в течение времени t

$$I = \frac{W}{St} = \frac{P}{S}. \tag{4.3.9}$$

P - мощность звуковой волны. $\frac{W}{V} = \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot A^2\cdot\omega^2 = 2\pi^2\cdot\rho\cdot A^2\cdot\nu^2$ - объемная плотность энергии волны. $\vartheta = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ - скорость распространения продольной волны в эластичной среде, E - модуль Юнга. $\vartheta = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$ - скорость распространения поперечной волны в эластичной среде, G - модуль перемещения материала.

Такой контур является источником электромагнитных волн, представляющих собой распространение колебаний электрического и магнитного полей. Уравнения плоской электромагнитной волны имеют вид

$$E = E_0 sin\omega(t - r/c), \qquad B = B_0 sin\omega(t - r/c), \qquad (4.3.10)$$

где $c=3\cdot10^8$ м/с - скорость электромагнитных волн в вакууме.

Скорость электромагнитных волн в среде с диэлектрической проницаемостью ε и магнитной проницаемостью μ равна

$$\vartheta = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}, \qquad (4.3.11)$$

где $c=3\cdot10^8$ м/с - скорость электромагнитных волн в вакууме.

Плотность потока энергии (или интенсивность излучения) электромагнитных волн, т.е. количество энергии, переносимой за единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную направлению распространения волны, определяется вектором Пойнтинга:

$$P = [EH], \qquad (4.3.12)$$

где E, H – векторы напряженности электрического и магнитного полей в электромагнитной волне.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 1. Поперечная волна распространяется вдоль упругого шнура со скоростью $\vartheta=15$ *м/с*. Период колебаний точек шнура $T=1,2$ *с*, амплитуда $A=2$ *см*.

Определить: 1) длину волны λ; 2) фазу φ колебаний, смещение y, скорость u и ускорение a точки, отстоящей на расстоянии $x=45$ *м* от источника волны в момент времени $t=4$ с; 3) разность фаз $\Delta\varphi$ колебаний двух точек, лежащих на луче и отстоящих от источника волн на расстояниях $x_1=20$ *м* и $x_2=30$ *м*.

Решение. **1.** Длина волны равна расстоянию, которое волна проходит за один период, и может быть найдена из соотношения $\lambda=\vartheta T$, где ϑ - фазовая скорость. Подставив числовые значения, получим

$$\lambda=15\cdot 1,2=18 \text{ м}.$$

2. Фаза колебаний, смещение, скорость и ускорение точки могут быть найдены с помощью уравнения волны

$$y = A\sin\omega\left(t-\frac{x}{\vartheta}\right) \qquad (1)$$

где y - смещение колеблющейся точки, x - расстояние точки от источника волн, ϑ - фазовая скорость распространения волны.

Фаза колебаний точки с координатой x в момент времени t определяется выражением, стоящим в уравнении волны под знаком синуса:

$$\varphi = \omega\left(t - \frac{x}{\vartheta}\right) \text{ или } \varphi = \frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x}{\vartheta}\right). \qquad (2)$$

Подставив числовые значения, получим

$$\varphi = \frac{2\pi}{1{,}2}\left(4 - \frac{45}{15}\right) = 1{,}67\pi.$$

Смещение точки определим, подставив в уравнение (1) числовые значения амплитуды и фазы

$$y = 2\sin 1{,}67\pi = -1{,}73 \text{ см}.$$

Скорость U точки является первой производной от смещения по времени, поэтому

$$u = \frac{dy}{dt} = A\omega\cos\left(t - \frac{x}{\vartheta}\right) \text{ или } u = \frac{2\pi A}{T}\cos\omega\left(t - \frac{x}{\vartheta}\right). \quad (3)$$

Подставив числовые значения получим u=0,05 м/с.

Ускорение есть первая производная от скорости по времени, поэтому

$$a = \frac{dy}{dt}.$$

После подстановки числовых значений, получим

$$a = \frac{dy}{dt} = A\omega^2 \sin\omega\left(t - \frac{x}{\vartheta}\right) = 0.02\left(\frac{2\cdot 3.14\cdot 2}{1.2}\right)^2 \sin 1.67\pi = 0.475 m/s^2.$$

$$a = -0{,}475 \text{ м/с}^2.$$

3. Разность фаз колебаний двух точек волны связана с расстоянием Δx между этими точками соотношением

$$\Delta\varphi = 2\pi\frac{\Delta x}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1). \qquad (4)$$

Подставив числовые значения в (2), получим

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x = \frac{2\pi}{18}(30 - 20) = 1.1\pi.$$

$$\Delta\varphi = 1{,}1\pi.$$

Задача 2. Поперечная волна распространяется в упругом направлении шнура со скоростью 15 м/с. Период колебаний точек шнура 1,2 с, амплитуда колебаний 2 см. Через 4 с найти длину волны, фазу и смещение точки в 45 м от источника вибрации?

Решение. Длина волны

$$\lambda=\vartheta T;\ \lambda=15\cdot 1{,}2\,m = 18\,m.$$

Смещение фазы и любой точки можно найти из волнового уравнения:

$$x = A\sin\omega\,(t - r/\vartheta).$$

Фаза колебаний равна аргументу синуса в волновом уравнении:

$$\varphi = \omega\left(t-\frac{r}{\vartheta}\right)=\frac{2\pi}{T};$$

$$\varphi=\frac{2\pi}{1{,}2}\left(4-\frac{45}{15}\right)\mathrm{rad}\ \approx\ 5{,}24\ \mathrm{rad}.$$

Сдвиг точки

$$x = 2\cdot 10^{-2}\cdot\sin 5{,}24\ \mathrm{m}\approx -1{,}73\cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}$$

Задача 3. Источник звука частотой ν_0=*18 кГц* приближается к неподвижно установленному резонатору, настроенному на акустическую волну длиной λ=*1,7 см*. С какой скоростью должен двигаться источник звука, чтобы возбуждаемые им звуковые волны вызвали колебания резонатора? Температура воздуха T=290 K.

Решение. Согласно принципу Доплера, частота и звука, воспринимаемая резонатором, зависит от скорости u_{ucm} источника звука и скорости u_{np} прибора. Эта зависимость выражается формулой

$$\nu = \frac{\vartheta + u_{пр}}{\vartheta - u_{ист}} \nu_0 \qquad (1)$$

где ϑ - скорость звука в данной среде; ν_0 - частота звуковых волн, излучаемых источником. Учитывая, что резонатор остается неподвижным ($u_{пр}$= 0), из формулы (1) получим

$$\nu = \vartheta/(\vartheta - u_{ист})\nu_0, \qquad (2)$$

откуда

$$u_{ист} = \vartheta(1 - \nu/\nu_0).$$

В этом выражении неизвестны значения скорости ϑ звука и частоты ν.

Скорость звука в газах зависит от природы газа и температуры и определяется по формуле

$$\vartheta = \sqrt{\frac{\gamma R T}{M}} \qquad (3)$$

Чтобы волны, приходящие к резонатору, вызвали его колебания, частота и воспринимаемых резонатором волн должна совпадать с собственной частотой $\nu_{рез}$ резонатора, т.е.

$$\nu = \nu_{рез} = \vartheta / \lambda_{рез} \qquad (4)$$

где $\lambda_{рез}$ - длина собственных колебаний резонатора.

Подставив выражение ϑ и u из равенства (3) и (4) в формулу (2), получим

$$u_{ист} = \vartheta\left(1 - \frac{\nu_0 \lambda_{рез}}{\vartheta}\right) = \vartheta - \nu_0 \lambda_{рез}$$

или

$$u_{ист} = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} \nu_0 \lambda_{рез} \qquad (5)$$

взяв значение $\gamma=1,4; M=0,029$ *кг/моль*, а также значения R, T, ν_0, $\lambda_{рез}$ и подставив их в последнюю формулу, после вычисления получим

$$u_{ист}=36 \text{ м/с}.$$

Задача 4. Источник звука с частотой $\nu_0=600$ Гц проходит мимо неподвижного наблюдателя со скоростью υ_m = 40 м/с. Насколько различаются частоты приема при приближении источника наблюдателя и удалении от него? Температура воздуха Т = 290 К.

Решение. Согласно эффекту Доплера частота резонансной звуковой волны приемника зависит от источника звука и скорости приемного устройства ϑ_m va ϑ_q. Мы находим его в следующей формуле

$$\nu = \nu_0 \frac{\vartheta_T}{\vartheta_T + \vartheta_П}$$

$$\vartheta_T = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{1,4 \cdot 8,31 \cdot 290}{29 \cdot 10^{-3}}} = \sqrt{\frac{1,4 \cdot 8,31 \cdot 29 \cdot 10}{29 \cdot 10^{-3}}} = 341\_м/с.$$

$$\nu = \nu_0 \frac{\vartheta_T}{\vartheta_T - \vartheta_П} = 600 \cdot \frac{341}{341+40} = 600 \cdot \frac{341}{381} = 537\_Гц.$$

Задача 5. Расстояние между второй и шестой пучностями стоячей волны 20 см. Определить длину волны стоячей волны.

Решение. По условию задачи,

$$\Delta r_{6,2} = r_6 - r_2,$$

где r_6 - расстояние от источника колебаний до шестой пучности стоячей волны; r_2 - расстояние от источника до второй пучности. Но расстояние r от источника до соответствующей пучности связано с длиной волны соотношением

$$r_n = 2n\lambda/4,$$

где n – номер пучности. Тогда

$$r_6 = 2 \cdot \frac{6\lambda}{4} = 3\lambda; r_2 = 2 \cdot \frac{2\lambda}{4} = \lambda;$$

$$\Delta r_{6,2} = 3\lambda - \lambda = 2\lambda,$$

откуда

$$\lambda = \frac{\Delta r_{6,2}}{2}; \qquad \lambda = \frac{0,2}{2} = 0,1 \text{ м.}$$

Задача 6. На шнуре длиной 3 м, один конец которого привязан к стене, а другой конец колеблется с частотой 5 Гц, возбуждаются стоячие волны. При этом между источником и стеной образуется шесть узлов. Найти скорость распространения волны в шнуре (рис. 4.3.3).

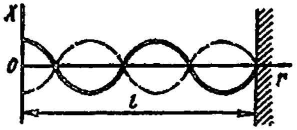


Рис. 4.3.3

Решение. Скорость распространения волны

$$\vartheta = \lambda/T = \lambda\nu.$$

Из рис. 4.3.3 видно, что

$$l = 11\lambda/4,$$

откуда

$$\lambda = 4l/11.$$

Тогда

$$\vartheta = \frac{4lv}{11};\ \vartheta = \frac{4 \cdot 3 \cdot 5}{11} = 5{,}45\ \text{м/с}.$$

Задача 7. От источника, расположенного у поверхности Земли, распространяются звуковые волны. Через какой промежуток времени они достигнут высоты h=10,0 км, если температура воздуха у поверхности Земли t_o=16 °С, а градиент температуры в атмосфере $\Delta T/\Delta h = -7{,}0 \cdot 10^{-3}$ К/м.

Решение. Чтобы найти время распространения волны, зная ее перемещение h, выясним сначала, какова скорость звука в воздухе определяется формулой $c = \sqrt{\gamma p/\rho}$, то, применив уравнение газового состояния, получим

$$c = \sqrt{\gamma pV/m} = \sqrt{\gamma RT/\mu}. \qquad (1)$$

По условию задачи температура воздуха зависит от высоты. Эту зависимость можно записать так:

$$T = T_0 + ah, \qquad (2)$$

где T – темперетура на высоте h; $a = \Delta T/\Delta h$ - градиент температуры, показывающий прирост (в данном случае отрицательный) температуры на каждый метр высоты. Подставив значения T из (2) в (1), имеем

$$c = \sqrt{\gamma R(T_0 + ah)/\mu}. \qquad (3)$$

Таким образом, скорость звука зависит от высоты. Чтобы найти искомое время, будем рассматривать движение звуковой волны как переменное. В таком движение скорость в любой момент времени равна $c = dh/dt$, откуда с учетом формулы (3)

$$dt = \frac{dh}{\sqrt{\gamma R(T_0 + ah)/\mu}}.$$

Это дифференциальное уравнение, выражающее зависимость времени от высоты. При изменении времени от 0 до t высота изменяется от 0 до h. Следовательно,

$$\int_0^t dt = \sqrt{\frac{\mu}{\gamma R}\int_0^h \frac{dh}{\sqrt{T_0 + ah}}}.$$

откуда

$$t = \frac{2}{a}\sqrt{\frac{\mu}{\gamma R}\left(\sqrt{T_0 + ah} - \sqrt{T_0}\right)}.$$

Подставим в формулу числовые значения' величин, выраженные в единицах СИ: $h=10{,}0\cdot 10^3$ м, $T_o=289$ К, $a=-7{,}0\ 10^{-3}$ К/м, $\mu=0{,}029$ кг/моль, $R=8{,}3$ Дж/(моль·К), $\gamma=1{,}4$. Выполнив вычисление, получим

$$t = 30 \text{ с}.$$

Задача 8. Плоская электромагнитная волна распространяется в однородной и изотропной среде $\varepsilon = 2$ и $\mu = 1$. Амплитуда напряженности электрического поля волны $E_o= 12$ В/м. Определите: фазовую скорость волны; амплитуду напряженности магнитного поля волны.

Решение. Фазовая скорость электромагнитных волн

$$\vartheta = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}},$$

где $c=3\cdot 10^8$ м/с – скорость распространения света в вакууме.

В бегущей электромагнитной волне мгновенные значения E и H любой точке связаны соотношением

$$\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0}\text{E} = \sqrt{\mu_0\mu}\text{H}.$$

Тогда для амплитуд напряженностей электрического и магнитного полей волны

$$\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0}\text{E}_0 = \sqrt{\mu_0\mu}\text{H}_0$$

откуда искомая амплитуда напряженности магнитного поля волны

$$\text{H}_0 = \frac{\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon}}{\sqrt{\mu_0\mu}}\text{E}_0.$$

Вычисляя, получаем

$$\vartheta = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{\sqrt{2 \cdot 1}} = 2{,}12 \cdot 10^8 \text{м/с} = 212 \text{ Мм/с};$$

$$\text{H}_0 = \frac{\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon}}{\sqrt{\mu_0\mu}}\text{E}_0 = \frac{\sqrt{8{,}85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}}}{\sqrt{1{,}256 \cdot 10^{-6} \text{ Гн/м}}} 12 \text{ В/м} = 45 \text{ А/м}.$$

__Задача 9.__ Два параллельных провода, погруженные в бензол, индуктивно соединены с генератором Г высокочастотных электромагнитных колебаний (рис. 4.3.4).

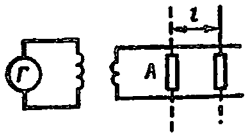


Рис. 4.3.4

При частоте ν=1,00 10^2 МГц в системе устанавливаются стоячие электромагнитные волны. Перемещая вдоль проводов газоразрядную трубку А, по ее свечению определяют положения пучностей напряженности электрического поля. Расстояние между соседними пучностями оказалось равным l = 1,00 м. Найти диэлектрическую проницаемость бензола.

Решение. Стоячие электромагнитные волны возникают в результате интерференции волн, распространяющихся по двухпроводной линии от генератора в прямом направлении, с волнами, отраженными от конца линии. Учтем, что при данной высокой частоте электромагнитных колебаний основные процессы, связанные с распространением электромагнитных волн вдоль линии, происходят не в проводах, а в окружающей их среде.

По теории Максвелла, скорость электромагнитных волн в среде связана с их скоростью в вакууме формулой

$$\vartheta = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}. \qquad (1)$$

Отсюда, учитывая, что для бензола μ≈1, найдем его диэлектрическую проницаемость:

$$\varepsilon = \frac{c^2}{\vartheta^2}.$$

Скорость электромагнитных волн связана с длиной волны λ и частотой ν соотношением $\vartheta = \lambda\nu$. Поскольку расстояние между соседними пчностями в стоячей волне равно половиие длины волны, т.е. $\lambda = 2l$, то получим

$$\varepsilon = \frac{c^2}{\vartheta^2} = \frac{c^2}{\lambda^2\nu^2} = \frac{c^2}{4l^2\nu^2}.$$

Подставив числовые значения велечин: $c=3{,}00\ 10^8$ м/с, $l=1{,}00$ м, $\nu=1{,}00\cdot10^8$ Гц – и выполнив вычисление, найдем ε=2,2.

Задача 10. Определить энергию, которую переносит за время *t=1 мин* плоская синусоидальная электромагнитная волна. Распространяющаяся в вакууме, через площадку *S=10*

$см^2$ перпендикулярную направлению распространения волны. Амплитуда напряженности электрического поля $E_0=1$ *мВ/м*. Период волны $T<<t$.

Решение. Энергия, переносимая электромагнитной волной за единицу времени через единицу поверхности, перпендикулярной направлению распространения волны, определяется вектором Пойнтинга

$$P = [E\bar{H}] \quad (1)$$

Так как ***E*** и ***H*** меняются со временем по закону синуса, соотношение можно записать так:

$$P=E_0 sin\omega t H_0 sin\omega t=E_0 H_0 sin^2\omega t \quad (2)$$

Согласно определению вектора плотности потока энергии $P = \frac{dW}{dt}\frac{t}{s}$. Отсюда энергия dW, переносимая волной через площадку ***S*** за время ***dt***, с учетом формулы (2), равна

$$dW=PSdt=E_0 H_0 sin^2\omega t dt \quad (3)$$

H_0 найдем из условия, что плотности энергии электрического и магнитного полей в любой момент времени равны;

$$\left(\frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2}\right) = \left(\frac{\mu_0 \mu H^2}{2}\right) \quad (4)$$

Так как $\varepsilon = \mu = 1$, то из (4) получим $H = \sqrt{\varepsilon_0/\mu_0}$. Так же связаны между собой амплитудные значения H_0 и E_0.

Тогда уравнение (3) примет вид:

$$dW = \sqrt{\varepsilon_0/\mu_0} E_0^2 S sin^2\omega t dt.$$

Отсюда полная энергия, переносимая волной за время ***t***

$$W = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \cdot E_0^2 S \int_0^t sin^2\omega t dt = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E_0^2 S (\frac{sin^2\omega t}{4\omega}). \qquad (5)$$

Так как циклическая частота неизвестна, воспользуемся условием $T<<t$ для оценки значения дроби $\frac{sin^2\omega t}{4\omega}$. Учитывая, что, имеем $\frac{sin^2\omega t}{4\omega} = 1/8\pi T sin(\frac{4\pi t}{T}) \leq T/8\pi$.

Теперь ясно, что в силу неравенства T<<t членом $\frac{sin^2\omega t}{4\omega}$ в формуле (5) можно пренебречь. Тогда получим

$$W = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \cdot E_0^2 St.$$

Подставив числовые значения, найдем

$$W = \frac{1}{2}\frac{8{,}85 \cdot 10^{-12}}{4\pi \cdot 10^{-7}}(10^{-3})10\ 10^{-4}\ 60 = 8 \cdot 10^{-11} \text{Дж}.$$

Таблица вариантов

№ варианта	Номера задач			№ варианта	Номера задач			Задачи для самостоятельной работы
1	43	53	81	26	17	44	80	42
2	42	53	82	27	16	43	79	61
3	41	54	83	28	14	45	78	76
4	40	55	84	29	15	46	77	82
5	39	56	85	30	12	47	76	83
6	38	57	86	31	13	48	95	84
7	36	63	87	32	11	50	94	86
8	37	62	88	33	10	51	93	89
9	34	61	89	34	8	52	92	90
10	35	60	90	35	9	53	91	91
11	33	59	91	36	7	54	90	92
12	31	58	92	37	6	55	89	95
13	32	68	93	38	5	56	88	96
14	30	67	94	39	4	57	87	97
15	28	66	95	40	3	58	86	98
16	29	65	76	41	2	59	85	99
17	27	64	77	42	1	60	84	100
18	26	49	78	43	33	69	83	101
19	24	50	79	44	34	70	82	102
20	25	51	80	45	31	71	81	103
21	23	48	81	46	35	72	60	104
22	21	47	82	47	37	73	79	105
23	20	46	83	48	36	74	78	106
24	18	45	84	49	40	75	77	107
25	19	44	85	50	41	49	76	108

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Плоская звуковая волна возбуждается источником колебаний, частоты $\nu=200$ *Гц*. Амплитуда A колебаний источника равна *4 мм*. Написать уравнение колебаний источника, если в начальный момент смещение точек источника максимально. Скорость звуковой волны принять равной *300 м/с*. Затуханием пренебречь.

2. Две точки находятся на расстоянии $\Delta x=0,25$ *м* на прямой вдоль которой распространяется волна со скоростью $\vartheta=100$ *м/с*. Период колебаний $T=0,01$ *с*. Найти разность фаз колебаний в этих точках.

3. Уравнение бегущей плоской звуковой волны имеет вид $E=60\cos(1800t-5,3x)$ мкм, где tв секундах, xв метрах. Найти отношение амплитуды смешения "A" частиц среды к длине волны λ.

4. Поперечная волна распространяется вдоль упругого шнура со скоростью $\vartheta=15$ *м/с*. Период колебаний шнура $T=1,2$ *с*, скорость точки, отстоящей на расстоянии $l=45$ *м* от источника волн в момент времени $t=4$ *с*, равна $\vartheta=5,2$ *см/с*. Определить амплитуду колебаний точек шнура.

5. Волна с периодом $T=0,01$ *с* и скоростью $\vartheta=40$ *м/с* распространяется вдоль прямой. Найти расстояние Δx между двумя точками на этой прямой, разность фаз колебаний $\Delta\varphi$ между которыми равна $3/2\pi$.

6. От источника колебаний распространяются волны

вдоль прямой линии. Амплитуда колебаний $A=15$ *см*. Как велико смещение точки *x*, удаленной от источника на $l=0,8$*м*длины волны в момент, когда от начала колебаний источника прошло время $t=0,8$*с*периода колебаний?

7. Определить разность фаз $\Delta\varphi$ колебаний двух точек, отстоящих друг от друга на $\Delta x=15$ см, если скорость распространения волны в упругой среде $\vartheta=15$ м/с. Частота колебаний $\nu=25$ *Гц*.

8. Период колебания вибратора $T=0,01$ *с*, скорость распространения волны$\vartheta=340$ *м/с*. Определить разность фаз колебаний $\Delta\varphi$ в двух точках, лежащих на одном луче, если расстояние Δl между ними соответственно равно 0,4; 1,7; 0,55 м. Определить смещения этих точек в тот же момент времени, если смещение начальной точки равно нулю, амплитуда колебаний всех точек одинакова и равна $A=1$ *см*.

9. Точки находящиеся на одном луче и удаленные от источника колебаний на $l_1=12$ *м* и $l_2=14,7$ *м*, колеблются с разностью фаз $\Delta\varphi=3/2\pi$ *рад*. Определить скорость распространения колебаний в данной среде, если период колебания источника $T=10^{-3}$*с*.

10. С какой скоростью распространяется волна при частоте $\nu=600$ *Гц*, если разность фаз, $\Delta\varphi$двух точек, отстоящих друг от друга на $\Delta x=10$ *см* равна $\pi/4$?

11. Уравнение затухающих колебаний дано в виде $x=4\sin 600\pi t$.Найти смещение от положения равновесия точки, находящейся на расстоянии $l=75$ *см* от источника колебаний,

через $t=0,01$ *с* после начала колебаний. Скорость распространения колебаний $\vartheta=300$ *м/с*.

12. Найти расстояние Δx между двумя и точками на прямой, вдоль которой распространяется волны со скоростью $\vartheta=10$ м/с, если разность фаз колебаний в этих точках $\Delta\varphi=\pi$. Период колебаний $T=0,2$ *с*.

13. Плоская звуковая волна возбуждается источником колебаний частоты $\nu=200$ *Гц*. Амплитуда колебаний источника $A=4$ *мм*, Найти смещение $x(t)$точек среды, находящихся на расстоянии $x=100$ *см* от источника, в момент $t=0,1$ *с*. Скорость ϑзвуковой волны принять равной 300 м/с. Затуханием пренебречь.

14. Уравнение колебаний источника $x=3sin20\pi t$ *см*. Определить смешение точки, расположенной на расстоянии $l=3$ *м* от источника колебаний, через $t=0,1$ *с* после начала колебаний при скорости распространения волны $\vartheta=200$ *м/с*.

15. Движение некоторой точки незатухающей волны описывается уравнением $x=0,05cos2\pi t$. Написать уравнение движения точек, лежащих на луче, вдоль которого распространяется волна и отстоящих от заданной на $l_1=15$ *см* и $l=30$ *см*, Скорость распространения волны $\vartheta=0,6$ м/с.

16. На расстоянии $l=4м$ и от источника плоской волны частотой $\nu=440$ *Гц* перпендикулярно её луче расположена стена. Определить расстояния от источника волн до точек, в которых будут первые три пучности стоячей волны, возникшей в результате сложения бегущей и отраженной от стены волн. Скорость ϑ волны считать равной равной 440 м/с.

17. Плоская звуковая волна имеет период $T=3$ *мс*, амплитуду А=0,2 *мм* и длину волны $\lambda=1,2$ *м*. Для точек среды, удаленных от источника колебаний на расстояние $\Delta x=2$ *м*, найти 1) смещение в момент $t=7$ *с*; 2) скорость ϑ и ускорение a для того же момента времен. Начальную фазу колебаний принять равной нулю.

18. Волна начинает распространяться вдоль резинового шнура при частоте $\nu=2$ *Гц*. Разность фаз колебаний двух точек шнура, находящихся на расстоянии Δx=0,2 м друг от друга равна $\Delta\varphi=5/8\pi$. Через сколько секунд волна дойдет, до точки шнура отстоящей от источника колебания на расстоянии $r=3,2$ *м*?

19. Уравнение незатухающих колебаний дано в виде $x=\sin 2,5\pi t$. Найти ускорение точки, находящейся на расстоянии $l=20$ *м* от источника колебаний, для момента $t=1$ *с* после начала колебаний. Скорость распространения колебаний $\vartheta=100$ *м/с*.

20. Плоская волна распространяется вдоль прямой со скоростью ϑ=20 м/с. Две точки, находящиеся на этой прямой на расстояниях $l_1=12$ *м* и $l_2=15$ *м* колеблются с амплитудами $A=0,1$ *м* и рядностью фаз $\Delta\varphi=0,75\pi$. Найти смещения x_1 и x_2 указанных точек в момент времени $t=1,2$ *с*.

21. Задано уравнение плоской волны $y=A\cos(\omega t-kx)$,где $A=-0,5$ *см*, $\omega=628$ c^{-1}, $k=2м^{-1}$. Определить: 1) частоту колебании и длину волны λ; 2) фазовую скорость ϑ; 3) максимальные значения скорости и ускорения частиц среды.

22. Поперечная волна распространяется вдоль упругого шнура со скоростью $\vartheta=15$ *м/с*. Период колебаний точек шнура $T=1,2$ *с*. Определить разность фаз $\Delta\varphi$ колебаний двух точек, лежащих на луче и отстоящих от источника волн на расстояниях $x_1=20$ *м* и $x_2=30$ м.

23. Покажите, что выражение $x=A\cos(\omega t-kx)$ удовлетворяет волновому уравнению $\frac{d^2\xi}{dx^2}=\frac{1}{\vartheta^2}\frac{d^2\xi}{dt^2}$ при условии, что $\omega = k\vartheta$.

24. Составить уравнение плоской волны, распространяется в воздухе, частицы которой колеблются с частотой $\nu=2$ *кГц* и амплитудой $A=1,7$ *мкм*. Скорость распространения звука в воздухе $\vartheta=340$ *м/с*.

25. В однородной упругой среде распространяется плоская волна вида $y=A\cos(\omega t-kx)$. Изобразить для момента $t=0$ графики зависимостей от x величины y и ϑ_y.

26. Составить уравнение плоской волны, распространяющейся в среде, точки которой колеблются с частотой $\nu=1,5$ *кГц*. Длина волны, соответствующая данной частоте равна $\lambda=15$ *см*. Максимальные смещения точек среды от положения равновесия в $n=200$ *раз* меньше длины волны.

27. Плоская бегущая волна представлена уравнение $y=5\sin(1980t-6x)$м где у смещение частицы см, t– время (с), x– расстояние(м), по оси, вдоль которой распространяется волна. Определить разность фаз между колеблющимися точками, находящимися на расстоянии $\Delta x=35$ *см* друг от друга.

28. На какую длину настроен колебательный контур, ёмкость которого $C=10^{-12}Ф$, если при колебаниях максимальное напряжение на конденсаторе $U=100$ $В$, а максимальный ток в контуре $I=0,628$ $А$?

29. Найти скорость ϑ распространения электромагнитных волн в концентрическом кабеле, в котором пространство между внешним и внутренним проводом заполнено диэлектриком с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon=4,5$. Потерями в кабеле пренебречь.

30. Изменение тока в колебательном контуре соответствует уравнению $I=0,3\sin 15,7t$. Найти длину λ испускаемой контуром электромагнитной волны.

31. Два параллельных провода, погруженные в глицерин, индуктивно соединены с генераторам электромагнитных колебаний частотой $\nu=4,2\cdot10^{8}$ $Гц$. Диэлектрическая проницаемость глицерина равна 26.Магнитная проницаемость его равна единице. Определить расстояние между пучностями стоячих волн на проводах.

32. Колебательный контур состоит из конденсатора с емкостью $C=48$ $мкФ$, катушки с индуктивностью $L=24$ $мГн$ и активным сопротивлением $R=20$ $Ом$. Насколько изменится, длила волны, испускаемой контуром, если пренебречь активным сопротивлением катушки?

33. На какую длину волны λ будет резонировать колебательный контур, состоящий из двух одинаковых конденсаторов емкости $C_0=10$ *мкФ* каждый, соединенных параллельно, катушки с индуктивностью $L=10$ *мГн* и активного сопротивления R=40 Ом.

34. Скорость распространения электромагнитных волн в кабеле уменьшилась на 20 % после того, как пространство между внешним и внутренним проводниками заполнили диэлектриком. Определить относительную электрическую восприимчивость диэлектрика.

35. Найти наименьшую частоту собственных колебаний в двухпроводной линии, если длина проводов $l=10$ *м* и они погружены в керосин.

36. Уравнение изменения со временем разности потенциалов на обкладках конденсаторов в колебательном контуре имеет вид $U=50\cos 10^4\pi t$ В. Емкость конденсатора $C=0,1$ *мкФ* найти длину волны λ, соответствующую этому контуру.

37. Катушка с индуктивностью $L=30$ *мкГн* присоединена к плоскому конденсатору с площадью пластин $S=0,01$ *м*^{2} и расстоянием между ними $d=0,1$ *мм*. Найдите электрическую проницаемость E среды, заполняющей пространство между пластинами, если контур настроен на длину волны $\lambda=750$ *м*.

38. Сколько электромагнитных колебаний (высокой частоты) с длиной волны $\lambda=375$ *м* происходит в течение одного периода звука с частотой $\nu=500$ *Гц* произносимого перед микрофоном передающей станции?

39. При изменении тока в катушке индуктивности на $\Delta I=1$

A за время $\Delta t=0,6$ с в ней индуцируется ЭДС, $\varepsilon=0,2$ *мВ*. Какую длину будет иметь радиоволна, излучаемая генератором, колебательный контур которого состоит из катушки и конденсатора емкости $C=14,1$ *нФ*?

40. В однородной и изотропной среде с $\varepsilon=3$ и $\mu=1$ распространяется плоская электромагнитная волна. Амплитуда напряженности электрического поля волны $E_m=10$ *В/м*. Найти амплитуду напряженности магнитного поля волны H_m и фазовую скорость волны u.

41. Амплитудные значения смешения и скорости плоской акустической волны в воде равны соответственно $A=5\cdot10^{-4}$ ми $\vartheta=1,38$ *м/с*. Составьте уравнения волн смещения и скорости. Найдите смещение к скорость точки, отстоящей от источника колебаний на расстоянии $x=\lambda/6$ по истечении времени $T/4$ после начала колебаний.

42. Если в среде, где распространяются волны, выбрать начало координат так, чтобы оно совпадало с пучностью смещения точек среды, а ось х-с направлением распространения волны, то на расстоянии x смещение точек среды описывается уравнением $\xi = 2\cdot10^{-3}cos\frac{x\pi}{3}sin110\pi t м$. Составьте уравнение бегущих волн. Определить координаты точек, в которых скорости частиц имеют экстремальные значения.

43. Для звуковой волны, описываемой уравнением $x=0,1cos(6280t-18,5)$ найти: 1) амплитуду скорости частиц средыϑ_m2) отношение амплитуды скорости частиц

ϑ_mскорости распространения волны.

44. Ружейная пуля летит со скоростью ϑ=*20 м/с*. Во сколько раз изменится частота тона свиста пули для неподвижного наблюдателя, мимо которого пролетает пуля? Скорость распространения звука в воздухе $\vartheta_{зв}$=*333 м/с*.

45. Наблюдатель на берегу моря слышит звук пароходного гудка. Когда наблюдатель и пароход находятся в покое, частота воспринимаемого наблюдателем звука ν=*420 Гц*. При движении парохода воспринимаемая частота ν_1=*430 Гц*, если пароход приближается к наблюдателю, и ν_2=*415 Гц*, если пароход удаляется от него. Найти скорость парохода в первом и во втором случаях, если скорость звука в воздухе $\vartheta_{зв}$=*338 м/с*.

46. Частота основного тона гудка паровоза ν=*650 Гц*. Какова кажущаяся частота для наблюдателя, к которому паровоз приближается со скоростью ϑ=*54 км/ч*?

47. Летучая мышь летит перпендикулярно к стене со скоростью ϑ=*6 м/с*, издавая ультразвук частотой ν=*45 кГц*. Какие две частоты звукаν_1 и ν_2 слышит летучая мышь? Скорость звука в воздухе $\vartheta_{зв}$=*340 м/с*.

48. Источник, излучающий звук частотой ν_0=*600 Гц* движется мимо неподвижного наблюдателя со скоростью ϑ=*40 м/с*. На сколько отличаются частоты звука, воспринимаемые наблюдателем при приближении и удалении источника. Температура воздуха *T*=*290 К*.

49. Проезд движущиеся со скоростью ϑ=*120 км/ч*, дает свисток длительностью $t_0=5$ *с*. Какова будет кажущаяся продолжительность t свистка для неподвижного наблюдателя, если поезд удаляется от него. Принять скорость звука равной $\vartheta_{зв}=343$ *м/с*.

50. Высота тона свистка пули, пролетающей мимо неподатного наблюдателя изменяется в четыре раза ($\nu_1/\nu_2=4$). С какой скоростью она летит, если скорость звука в воздухе $\vartheta_{зв}=333$ *м/с*?

51. Два поезда ,идут навстречу друг другу со скоростями $\vartheta_1=72$ *км/ч* и $\vartheta_2=54$ *км/ч*. Первый поезд дает свисток с частотой $\nu_0=600$ *Гц*. Найти кажущуюся частоту звука, воспринимаемого пассажиром второго поезда перед встречей поездов. Скорость звука принять равной $\vartheta_{зв}=340$ *м/с*.

52. Источник звука движущейся со скоростью $\vartheta=17$ *м/с*, даёт сигнал в течение $t_0=2$ *с*. Какова продолжительность сигнала для неподвижного наблюдателя, если источник удаляется от наблюдателя? Скорость звука принять равной *341 м/с*.

53. Узкий пучок ультразвуковых волн частотой $\nu_0=50$ *кГц* направлен от неподвижного локатора к приближающейся подводной лодке. Определить ϑ скорость подводной лодки, если частота биений (разность частот колебаний источника и сигнала, отраженного от лодки) равна *250 Гц*. Скорость ультразвука в морской воде принять равной *1,5 км/с*.

54. Когда поезд проходит мимо неподвижного наблюдателя, высота звукового сигнала меняется скачком.

Определить относительное изменение частоты $\Delta\nu/\nu_0$. Если скорость поезда $\vartheta=54$ *км/ч*. Скорость звука в воздухе $\vartheta_{зв}=332$ *м/с*.

55. На шоссе сближаются две автомашины со скоростями $\vartheta_1=30$ *м/с* и $\vartheta_2=20$ *м/с*. Первая из них подает звуковой сигнал частотой $\nu_0=600$ *Гц*. Найти кажущуюся частоту звука, воспринимаемого водителем второй машины до и после встречи. Скорость звука принять равной $\vartheta_{зв}=332$ *м/с*.

56. Скорый поезд приближается к стоящему на путях электропоезду со скоростью $\vartheta=72$ *км/ч*. Электропоезд подает звуковой сигнал частотой $\nu=0,6$ *кГц*. Определить кажущуюся частоту звукового сигнала, воспринимаемого машинистом скорого поезда.

57. Мимо железнодорожной платформы проходит электропоезд со скоростью $\vartheta=120$ *км/ч*. Наблюдатель, стоящий на платформе слышит звук сирены поезда. Когда поезд приближается, кажущаяся частота звука $\nu=1100$ *Гц*, когда удаляется, кажущаяся частота звука $\nu=900$ *Гц*. Определить скорость звука в воздухе.

58. Мимо неподвижного электровоза, гудок которого дает сигнал частотой $\nu=300$ *Гц*, проезжает поезд со скоростью $\vartheta=40$ *м/с*. Какова кажущаяся частота νтона для пассажиров, когда поезд удаляется от него? Скорость звука принять равной 330 *м/с*.

59. Поезд проходит мимо станции со скоростью $\vartheta=40$ *м/с*. Частота ν тона гудка электровоза равна 300 *Гц*. Определить кажущуюся частоту νтона для человека стоящего на платформе когда поезд удаляются. Скорость звука $\vartheta_{зв}$принять равной 330 *м/с*.

60. Паровоз подходит к неподвижному наблюдателю со скоростью $\vartheta=20$ *м/с*. Какую высоту основного тона гудка он услышит, если машинист слышит тон в $\nu=300$ *Гц*? Скорость звука принять равной $\vartheta_{зв}=330$ *м/с*.

61. Резонатор и источник звука частотой $\nu_0=8$ *кГц* расположены на одной прямой. Резонатор настроен на длину волны $\lambda_p=4,2$ *см* и установлен неподвижно. Источник звука может перемещаться по направляющей вдоль прямой. С какой скоростью и в каком направлении должен двигаться источник звука, чтобы возбуждаемые им звуковые волны вызвали колебания резонатора?

62. Покоящийся источник испускает по всем направлениям звуковую волну с длиной, равной λ_0. Как, изменится длина волны, если источник привести в движение со скоростью, рваной половине скорости звука?

63. По прямому шоссе едет со скоростью$\vartheta_1=60$ *км/ч* легковой автомобиль. Его догоняет движущаяся со скоростью $\vartheta_2=90$ *км/ч* специальная автомашина с включенным звуковым сигналом частоты $\nu_0=1$ *кГц*. Сигнал какой частоты νбудут слышать пассажиры автомобиля? Скорость звука считать равней$\vartheta_3=340$ *м/с*.

64. Два электропоезда движутся по прямолинейному участку пути во встречных направлениях с одинаковой скоростью $\vartheta=50$ *км*. Поравнявшись, машинисты приветствуют друг друга продолжительными гудками. Частота обоих сигналов одинакова и равна $\nu_0=200$ *Гц*. Что слышит железнодорожный рабочий находящийся на путях на некотором расстоянии от места встречи поездов? Температура воздуха $t=-10°$ *С*.

65. Навстречу распространяющейся со скоростью $\vartheta=340$ *м/с* плоской звуковой волне частоты $\nu_0=1$ *кГц* движется стенка со скоростью $\vartheta=17$ *м/с*. Найти частоту ν_0 траженной стойкой волны.

66. Два поезда идут навстречу друг другу с одинаковой скоростью. Какова должна быть их скорость ϑ, чтобы частота свисти одного из них, слышимого на другом, изменялась в $n=9/8$ раза? Скорость, звука в воздуха $\vartheta_{зв}=335$ *м/с*.

67. Источник звука, собственная частота которого $\nu_0=1,8$ *Гц*, движется равномерно по прямой, отстоящей от неподвижного наблюдателя на $l=250$ *м*. Скорость источника составляет $\eta=0,8$ скорости звука. Нейти частоту звука, воспринимаемую наблюдателем в момент, когда источник окажется напротив него.

68. Неподвижный наблюдатель воспринимает звуковые колебания от двух камертонов, один из которых приближается, к другой с такой же скоростью удаляется. При этом наблюдатель слышит биение с частотой $\nu=2$ *кГц*. Найти скорость каждого камертона, если их частота колебаний $\nu_0=690$ *Гц* и скорость звука в воздухе $\vartheta=340$ *м/с*.

69. Источник звуковых колебания с частотой $\nu_0=1700$ *Гц* и приемник находятся в одной точке. В момент $t=0$ источник начинает удаляться от приемника с постоянный ускорением, $a=10$ *м/с*. Считая скорость звука $\vartheta=340$ *м/с*. Найти частоту колебаний, воспринимаемых неподвижным приемником через $t=10$ после начала движения источника.

70. На одной и той же нормали к стенке находятся источник звуковых колебаний с частотой $\nu_0=1700$ *Гц* и приемник. Источник и приемник неподвижны, а стенка удаляется от источника со скоростью $\vartheta=6$ *см/с*. Найти частоту биений, которую будет регистрировать приемник. Скорость звука $\vartheta_{зв}=340$ *м/с*.

71. Источник звука с частотой $\nu_0=1800$ *Гц* движется равномерно по прямой, отстоящей от неподвижного наблюдателя на $l=250$ *м*. Скорость источника составляет $l=0,5$ скорости звука. Определить расстояние источником и наблюдателем в момент, когда воспринимаемая наблюдателем частота $\nu=\nu_0$.

72. Наблюдатель, стоящий на шоссе, слышит звуковой сигнал, проезжающего мимо автомобиля. Когда он приближается, частота звука, регистрируемого наблюдателем, $\nu_1=3$ *кГц*, а когда удаляется $\nu_2=2,5$ *кГц*. Какова скорость автомобиля ϑи частота колебаний источника звуке? Скорость звука принять $\vartheta_3=340$ *м/с*.

73. Подводная лодка, погружаясь вертикально излучает короткие звуковые импульсы сигнала гидролокатора длительностью T_0 и направлений дна. Длительность отраженных сигналов, намеренных гидроакустикой на лодке, равна T. Какова скорость погружения лодки? Скорость звука в воде ϑ, дно горизонтальное.

74. Два катера движутся навстречу друг другу с одинаковой скоростью, равной $\vartheta=10$ *м/с*. С первого катера посылается ультразвуковой сигнал частотой $\nu=50$ *Гц*, который отражается от второго катера и принимается на первом. Определить частоту принятого сигнала.

75. Подводная лодке, движущаяся со скоростью $\vartheta=10$*м/с*, посылает ультразвуковой сигнал частотой $\nu=30$ *кГц*, который отразившись от препятствия, возвращается обратно. Определить разницу между частотами посылаемого и принимаемого сигналов.

76. Звуковые колебания распространяется со скоростью $\vartheta=330$ *м/с* в воздухе, плотность которого $\rho=0,0013$ *г/см*^{3}. Амплитуда колебаний $A=3\cdot10^{-4}$ *см*. За $t=2c$ в ухо человека попадает в среднем энергия $W=3\cdot10^{-5}$Дж, если площадь уха принять равной $S=4см^2$. Определить частоту колебаний. (Среднее значение квадрата синуса за период 1/2).

77. Входной контур радиоприемника настроен на длину волны $\lambda=1100м$. В катушке с индуктивностью $L=10^{-5}$ *Гн* при приеме запасается анергия $W=4,10^{-5}$ *Дж*. Каково максимальное напряжение на конденсаторе.

78. Плоская электромагнитная волна распространяется в вакууме (приведите рисунок волны) вдоль оси x. Средний поток энергии, приходящийся на $1\ см^2$, в направлении распространения волны равен $Ф=2,6\cdot10^{-5}\ Вт$. Определить максимальное значение напряжённости электрического поля (среднее значение квадрата синуса за период равна 1/2).

79. Определить мощность *N* изотропного точечного источника звуковых волн, если на расстоянии $r=10м$ от него, средняя объемная плотность $<\omega>$ энергии равно. Температуру воздуха принять равной $T=250\ K$.

80. Вдоль стального стержня с плотностью $\rho=7,8\ г/см^3$ распространяется упругая волна со скоростью $\vartheta=5,10^3\ м/с$. Длина волны $\lambda=5\ м$. Среднее значение величины вектора Умова равно $I=780\ Вт/м^2$. Определите амплитуду квадрата синуса за период равно %).

81. Мощность изотропного точечного источника звуковых волн равна $N=10\ Вт$. Какова средняя объемная плотность <w>энергии на расстоянии $r=10\ м$ от источника волн? Температура ***T*** воздуха принять равной $250\ K$.

82. Звуковые колебания, имеющие частоту $\nu=500Гц$, вызывают болевые ощущения у человека, если амплитуда колебаний $A=2\cdot10^{-4}\ м$. Определите средний поток энергии, достигающих уха и приходящийся на $S=1см^2$ площади, если скорость распространения колебания $\vartheta=350\ м/с$ при плотности воздуха ρ=0,0012 $г/см^3$(среднее значение квадрата синуса за период равно1/2).

83. Энергия звукового ноля, заключенного в цилиндрической трубке диаметром $d=20\ см$ и длиной $l=5м$, заполненной сухим воздухом, равна $W=23,7$ *мкДж*. Определить интенсивность звука I. Скорость звука принять равной $\vartheta=332$ *м/с*.

84. Плоская электромагнитная волна распространяется в вакууме (приведите рисунок волны) вдоль оси x. Средний поток энергии, приходящийся на $1 см^2$ в направлении распространения волны, равен $\Phi=2,6\cdot10^{-3}Вт$. Определите максимальное значение напряженности электрического поля (среднее значение квадрата синуса за период равно 1/2).

85. Средняя объемная плотность энергии звуковой волны $\langle w\rangle=3,01$ *мД/м*^{3}. Определить интенсивность звука, если он распространяется в сухом воздухе при нормальных условиях.

86. Звуковые колебания, имеющие частоту $\nu=50$ *Гц*, воспринимаются ухом человека, если средний поток энергии, достигающий уха и приходящийся на $S=1 см^2$ площади будет не меньше 10^{-9} *Вт*. Определите амплитуду колеблющихся частиц воздуха в такой волне, если скорость распространения колебаний $\vartheta=350$ *м/с* при плотности воздуха (среднее значение квадрата синуса за период, равно 1/2).

87. Интенсивность звука $I=1$ *Вт/м*^{2}. Определить среднюю объёмную плотность $\langle w\rangle$энергии звуковой волны, если звук распространяется в сухом воздухе при нормальных условиях.

88. Плоская электромагнитная волна распространяется в вакууме вдоль оси x (приведите рисунок волны). Максимальное значение электрического поля равно $E_m=300$

В/м. Определить среднее значение величины вектора Умова (среднее значение квадрата синуса за период равно 1/2).

89. Плоская электромагнитная волна распространяется в вакууме. Частота колебаний $\nu=1,0\cdot10^{-3}c^{-1}$. Определите среднюю энергию, проходящую за $t=4$ с через площадку $S=20см^2$, перпендикулярную направлению скорости распространения волны, если максимальное значение напряженности электрического поля равно *100 В/м* (среднее значение квадрата синуса за период равно 1/2). Запишите уравнение волны с числовыми коэффициентами, произвольно выбрав начальные условия.

90. Плоская электромагнитная волна распространяется в вакууме. Частота колебаний $\nu=2,0\cdot10^{6}$ c^{-1}.Максимальное значение напряженности магнитного поля равно *0,50 А/м*. Определить среднее значение величины вектора Пойнтинга за период (среднее значение квадрата синуса за период равно 1/2). Запишите уравнение волны с числовыми коэффициентами, произвольно выбрав запальные условия.

91. Уравнение плоской звуковой волны, распространяющейся в воздухе имеет вид: $y=6\cdot10^{-6}sin(600\pi t-2\pi r)$. Определите значение вектора Умова в точке, находящейся на расстоянии *0,25м* от источника волны в направлении распространения волны через *0,010* с после начала колебаний источника, и интенсивность волны. Плотность воздуха *1,24 кг/м* среднее значение квадрата косинуса за период равно 1/2.

92. Определить энергию, которую переносит за время $t=1$ *мин* плоская синусоидальная электромагнитная волна, распространяющаяся в вакууме, через площадку $S=10 см^2$, расположенную перпендикулярно направлению распространения волны. Амплитуда напряженности электрического поля $E_m=1 мВ/м$. Период волны $T \ll t$.

93. Плоская волна распространяется в среде с плотностью ρ. Уравнение волны имеет вид: $y=A\sin(wt-kx)$. Чему равна интенсивность волны?

94. Плотность энергии в некоторой точке волнового поля. спустя 0,01 с, после прохождения максимума синусоидальной волны равна *0,2* максимальной. Какова частота?

95*. Звуковые колебания, имеющие частоту $\nu=100$ *Гц*, распространяются со скоростью $\vartheta=330$ *м/с* в воздухе с плотностью $\rho=0,0013 г/см^3$. Мгновенное значение вектора Умова-Пойнтинга в точке, которая находится на расстоянии $x=\lambda/4$ от источника колебаний для момента времени $t=T/4$, равно $I=1,6\cdot10^3$ $Вт/м^2$. Определить амплитуду колебаний. (колебания происходят по закону косинуса).

96*. Плоская гармоническая волна с частотой ω распространяется со скоростью vв направлении, составляющем углы α,β,γс осями x,y,z.Найти разность фаз колебаний в точках средс координатами x_1,y_1,z_1иx_2, y_2, z_2.

97*. В однородной среде распространяется плоская упругая волна описываемая уравнением: $\xi=a\exp(-\gamma x)\cdot\cos(\omega t-$

kx). Положив $\lambda = 1\,м$ и $\gamma=0,1 м^{-1}$, найти разность фаз в точках, для которых отношение амплитуд смешения частиц среды $\eta=1,01$.

98*. Плоская волна с частотой ω распространяется так, что не которая фаза колебаний перемещается вдоль осей *x,y,z*со скоростями соответственно $\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3$.Найти волновой вектор kпредполагая орты осей заданными.

99*. В среде К распространяется упругая плоская волна равная $\xi=a\cos(\omega t-kx)$. Найти уравнение этой волны в $к'$-системе отсчета, движущейся в положительном направлении оси x с постоянной скоростью ϑ по отношению к среде *к*.

100*. Плоская электромагнитная волна с частотой $\nu=10$ *МГц* распространяется в слабо проводящей среде с удельной проводимостью $\varsigma=10$ *мСм/м* и электрической проницаемостью $\varepsilon=9$. Найти отношение амплитуд плотностей токов проводимости и смещения.

101*. На оси х находятся источник и приемник звуковых колебаний с частотой $\nu_0=2$ *кГц*, Источник совершает гармонические колебания вдоль этой оси с круговой частотой ω и амплитудой $A=50$ *см*. При каком значении ω ширина частотного интервала, воспринимаемого неподвижным приемником, будет составлять $\Delta\nu=200 Гц$? Скорость звука $\vartheta=340$ *м/с*.

102*. Источник звуковых колебаний частоты $\nu_0=1$ *кГц* движется по нормали К стенке со скоростью $\vartheta=0,17 м/с$. На этой же нормали расположены два неподвижных приемника

Ц-И-П стенка. Какой из приемников будет регистрировать биения и какова их частота?

103*. При наблюдении спектральной линии водорода с длиной волны $\lambda=485,133м$ в спектре Солнца обнаружено, что на противоположных краях диска на экваторе спектральные линии отличаются по длине волны на $\Delta\lambda=0,65$ *нм*. Найти период вращения Солнца вокруг своей оси.

104*. В вакууме распространяется плоская электромагнитная волна с частотой, $\nu=10^{10}$ *Гц*. Амплитуда электрического вектора волны $E_m=0,775$ *В/м*. На пути волны располагается поглощающая волну поверхность, имеющая форму полусферы радиуса $r=0,632$ *м*, обращенная своей вершиной в сторону распространения волны. Какую энергию поглощает эта поверхность за время $t=1с$.

105*. Плоская гармоническая линейно поляризованная электромагнитная волна распространяется в вакууме. Амплитуда напряженности электрической составляющей волны $E_m=50мВ/м$, частота $\nu=100МГц$. Найти среднюю за период колебания плотность потока энергии.

106*. По прямому проводнику круглого сечения течет ток *I*. Найти поток вектора Пойнтинга через боковую поверхность участка данного проводника, имеющего сопротивление *R*.

107*. Изотропный точечный источник, звуковая мощность которого $N=0,1Вт$, находится в центре круглого полого цилиндра радиуса $r=1$ *м*. и высоты h=2 м.Полагая, что стенки

цилиндра полностью поглощают звук, найти средний поток энергии, падающей на боковую поверхность цилиндра.

108*. В вакууме вдоль оси x установилась стоячая электромагнитная волна $E=E_m \cos kx \cdot \cos \omega t$.Найти проекцию вектора Пойнтинга на ось x и её среднее значение за период колебаний.

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. Основные и дополнительные единицы измерений международной системы единиц

Величина	Наименование	Размерность	Обозначения	
			русское	международное
Длина	**метр**	L	м (*м*)	m
Масса	**килограмм**	M	кг (*кг*)	kg
Время	**секунда**	T	с (сек.)	s
Сила электрического тока	**ампер**	I	A (*a*)	A
Термодинамическая температура (температура)	**кельвин** (градус Кельвина)	T	*К* (°*К*)	K
Количество вещества	**моль**	N	моль (*моль*)	mol
Сила света	**кандела** (свеча)	J	кд (*св*)	cd
Плоский угол	**радиан**		рад (*рад*)	rad
Телесный угол	**стерадиан**		ср (*стер*)	sr

2. Некоторые астрономические величины

Средний радиус Земли	$6{,}37\cdot10^{6}$ м
Масса Земли	$5{,}96\cdot10^{24}$ кт
Радиус Солнца	$6{,}95\cdot10^{8}$ м
Масса Солнца	$1{,}9\cdot10^{30}$ кг
Радиус Луны	$1{,}74\cdot10^{6}$ м
Масса Луны	$7{,}3\cdot10^{22}$ кг
Среднее расстояние между центрами Луны и Земли	$3{,}84\cdot10^{8}$ м
Среднее расстояние между центрами Земли и Солнца	$1{,}5\cdot10^{11}$ м
Масса Марса .	$6{,}4\cdot10^{23}$ кг

3. Важнейшие единицы акустических величин

Величина	Наименование	Размерность	Обозначения		Содержит единиц СИ
			русское	международное	
Период, время периода	секунда	T	с (сек.)	s	
Частота (частота периодического события)	герц	T^{-1}	Гц (*гц*)	Hz	
Длина волны	метр	L	М (*м*)	m	
	паскаль	$L^{-1}MT^{-2}$	Па (*па*)	Pa	
Звуковое давление (мгновенное звуковое давление)	ньютон на квадратный метр		Н/м^2	N/m^2	1 Н/м^2 = 1 Па
	дина на квадратный сантиметр (акустический бар)*		дин/см^2	dyn/cm^2	1 *дин/см*^{2} = 10^{-1} Н/м^2
Скорость звука (мгновенная скорость звука), скорость продольных волн, скорость поперечных волн, групповая скорость звука	метр в секунду	LT^{-1}	м/с	m/s	
Звуковая энергия	джоуль	L^2MT^{-2}	Дж (*дж*)	J	
Звуковая мощность, поток звуковой энергии	ватт	L^2MT^{-3}	Вт (*вт*)	W	
Интенсивность звука (сила звука)	ватт на квадратный метр	MT^{-3}	Вт/м^2	W/m^2	
Плотность звуковой энергии	джоуль на кубический метр	$L^{-1}MT^{-2}$	Дж/м^3	J/m^3	
Акустическое сопротивление	паскаль-секунда на кубический метр	$L^{-4}MT^{-1}$	Па·с/м^3	Pa·s/m^3	
Удельное акустическое сопротивление	паскаль-секунда на метр	$L^{-2}MT^{-1}$	Па·с/м	Pa·s/m	
Уровень звуковой мощности, уровень звукового давления, уровень громкости	децибел		дБ	dB	
	фон*		*фон*	—	1 *фон* = 1 дБ

3. Плотность твердых тел, $\left(\frac{г}{см^3} \text{ или } 10^3 \frac{кг}{м^3}\right)$

Алюминий	2,7	Олово	7,3
Береза (сухая)	0,7	Парафин	0,9
Бетон	2,2	Песок (сухой)	1,5
Гранит	2,6	Платина	21,5
Дуб (сухой)	0,8	Пробка	0,24
Ель (сухая)	0,6	Свинец	11,3
Железо, сталь	7,8	Серебро	10,5
Золото	19,3	Сосна (сухая)	0,4
Кирпич	1,6	Стекло оконное	2,5
Латунь	8,5	Фарфор	2,3
Лед	0,9	Цинк	7,1
Медь	8,9	Чугун	7,0
Мрамор	2,7	Янтарь	1,1
Никель	8,9		

4. Плотность жидкостей, $\left(\frac{г}{см^3} \text{ или } 10^3 \frac{кг}{м^3}\right)$

Бензин	0,71	Нефть	0,8
		Растворитель (четырех-хлористый углерод)	1,59
Вода при 4 °С	1,0	Ртуть	13,6
Вода морская	1,03	Серная кислота	1,8
Керосин	0,8	Спирт	0,8
Молоко	1,03	Эфир	0,71

5. Плотность газов

$\left(\frac{г}{см^3} \text{ или } 10^3 \frac{кг}{м^3}\right)$ при 0°С и давлении 760м60мм.р

Воздух	0,00129	Гелий	0,00018
Водород	0,00009	Неон	0,00090
Пропан	0,002	Оксид углерода IV	0,00198

6. Некоторые физические постоянные

Гравитационная постоянная	$G = 6{,}672\cdot10^{-11}$ Н-м^2/кг^2
Число Авогадро	$N_A = 6{,}02\cdot10^{23}$ моль$^{-1}$
Универсальная газовая постоянная	$R = 8{,}314$ Дж/(К ·моль)
Элементарный заряд электрона	$e = 1{,}602\cdot10^{-19}$ Кл
Удельный заряд электрона	$\frac{e}{m} = 1.758\cdot10^{11}$ Кл/кг
Электрическая постоянная	$\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot10^{-12}$ Ф/м $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\cdot10^9$ Н·м^2/Кл^2
Магнитная постоянная	$\mu_0 = 1{,}26\cdot10^{-6}$ Гн/м
Скорость света в вакууме	$c = 2{,}998\cdot10^8$ м/с
Постоянная Планка	$h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ Дж·с $= 4{,}136\cdot10^{-15}$ эВ·с $\hbar = 1{,}055\cdot10^{-34}$ Дж·с $= 0{,}658\cdot10^{-15}$ эВ·с
Атомная единица массы	1а.е.м.= $1{,}661\cdot10^{-27}$ кг
Постоянная Ридберга	$R = 3{,}28\cdot10^{15}$ с$^{-1}$
Ускорение свободного падения	$g = 9{,}8$ м/с^2
Постоянная Больцмана	$k = 1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/К
Постоянная Фарадея	96500 Кл/моль
Магнетон Бора	$\mu_Б = 0{,}92741\cdot10^{-23}$ Дж/Тл
Масса нейтрона	$m_n = 1{,}67495\cdot10^{-27}$ кг $= 939{,}57$ *МэВ*
Масса протона	$m_p = 1{,}67265\cdot10^{-27}$ кг $= 938{,}28$ *МэВ*
Масса электрона	$m_e = 0{,}91096\cdot10^{-30}$ кг $= 0{,}51100$ *МэВ*
1 боровский радиус	$r_0 = 0{,}529\cdot10^{-10}$ м
Скорость электрона на 1 боровской орбите	$v_1 = 2{,}19\cdot10^{-6}$ м/с
Энергия основного состояния водорода	$E_1 = -13{,}6$ эЭ

7. Диэлектрическая проницаемость веществ

Вода	81	Парафин	2,1
Керосин	2,1	Слюда	6
Масло	2,5	Стекло	7
Эбонит	2,6	Фарфор	6
Спирт	26	Полиэтилен	2,3

8. Показатели преломления

(средний для видимых лучей)

Алмаз	2,4	Сероуглерод	1,63
Вода	1,3	Спирт этиловый	1,36
Воздух	1,00029	Стекло	1,6
Лед	1,31	Скипидар	1,48

9. Тригонометрические формулы

$\sin 2x = 2\sin x\cos x$	$\sin(x+y) = \sin x\cos y + \sin y\cos x$
$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$	$\sin(x-y) = \sin x\cos y - \sin y\cos x$
$\sin^2 x = \frac{1}{2}(1-\cos 2x)$	$\cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x\sin y$
$\cos^2 x = \frac{1}{2}(1+\cos 2x)$	$\cos(x-y) = \cos x\cos y + \sin x\sin y$
$\sin ax\sin bx = \frac{1}{2}\cos(a-b)x - \frac{1}{2}\cos(a+b)x$	$tg(x\pm y) = \frac{tgx \pm tgy}{1 \mp tgx\cdot tgy}$
$\sin ax\cos bx = \frac{1}{2}\sin(a+b)x + \frac{1}{2}\sin(a-b)x$	$ctg(x\pm y) = \frac{ctgx\cdot ctgy \mp 1}{ctgy \pm ctgx}$
$\sin x = \frac{1}{\sqrt{1+ctg^2 x}}$	$\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$
$\cos x = \frac{1}{\sqrt{1+tg^2 x}}$	$\sin x - \sin y = 2s\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$
$tg2x = \frac{2tgx}{1-tg^2 x}$	$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$
$ctg2x = \frac{ctg^2 x - 1}{2ctgx}$	$\cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$
$\sin\frac{x}{2} = \sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$	$tgx \pm tgy = \frac{\sin(x\pm y)}{\cos x\cos y}$
$\cos\frac{x}{2} = \sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$	$ctgx \pm ctgy = \pm\frac{\sin(x\pm y)}{\sin x\sin y}$
$2\sin x\sin y = \cos(x-y) - \cos(x+y)$	$2\cos x\cos y = \cos(x-y) + \cos(x+y)$
$2\sin x\cos y = \sin(x-y) + \sin(x+y)$	

10. Функции и их производные

Функция	Производная	Функция	Производная	Функция	Производная
x^n	nx^{n-1}	$\sin x$	$\cos x$	$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\cos x$	$-\sin x$	$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\frac{1}{x^n}$	$-\frac{n}{x^{n+1}}$	tgx	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\arccos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$ctgx$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$	$arctgx$	$\frac{1}{1+x^2}$
e^x	e^x	$\sqrt{u}$	$\frac{u'}{2\sqrt{u}}$	$arcctgx$	$-\frac{1}{1+x^2}$
e^{nx}	ne^{nx}	$\ln u$	$\frac{u'}{u}$		
a^x	$a^x \ln a$	$\frac{u}{v}$	$\frac{vu'-uv'}{v^2}$		

11. Интегралы

$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$	$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$
$\int \frac{dx}{x} = \ln\lvert x\rvert + c$	$\int e^x dx = e^x + c$
$\int \sin x dx = -\cos x + c$	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = tgx$
$\int \cos x dx = \sin x dx$	$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -ctgx$
$\int tgx dx = -\ln\cos x$	$\int \frac{dx}{1+x^2} = arctgx$
$\int ctgx dx = \ln\sin x$	$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x$
$\int y dx = y \cdot x - \int x dy$	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}} = \ln(x+\sqrt{x^2-1})$

12. Приставки и множители для образования десятичных кратных и дольных единиц и их наименований

Приставка	Обозначения		Множитель
	русское	международное	
атто-	а	a	10^{-18}
фемто-	ф	f	10^{-15}
пико-	п	p	10^{-12}
нано-	н	n	10^{-9}
микро-	мк	μ	10^{-6}
милли-	м	m	10^{-3}
санти-	с	c	10^{-2}
деци-	д	d	10^{-1}
дека-	да	da	10^{1}
гекто-	г	h	10^{2}
кило-	к	k	10^{3}
мега-	М	M	10^{6}
гига-	Г	G	10^{9}
тера-	Т	T	10^{12}
пета-	П	P	10^{15}
экза-	Э	E	10^{18}

ЛИТЕРАТУРА

1. Ш.М.Мирзияев. Меры по реализации планов действий по пяти приоритетам развития, утвержденные Указом Президента Республики Узбекистан от 7 февраля 2017 года, ПФ 4947.
2. Q.P.Abduraxmonov, V.S.Xamidov, N.A.Axmedova. "Fizika" darsligi, Toshkent, 2018 yil.
2. Савельев И.В. "Курс общей физики", I том. Москва. Высшая школа, 2009г.
3. Савельев И.В. " Курс общей физики ", II том. Москва. Высшая школа, 2009г.
4. Савельев И.В. " Курс общей физики", III tom. Москва. Высшая школа, 2009г.
5. K.P.Abduraxmonov, O'.Egamov. "Fizika kursi" darsligi, Toshkent, 2015 y.
6. Абдурахманов К.П., Тигай О.Э., Хамидов В.С. Курс мультимедийных лекций по физике, 2012, с.650
7. Трофимова Т.И. Курс физики. Москва. Высшая школа, 1990.
8. П.А.Типлер, Р.А.Ллуэллин. Современная физика (Лучший зарубежный учебник в двух томах).М.: Мир, 2007, с.496 (1-том).
9. П.А.Типлер, Р.А.Ллуэллин. Современная физика (Лучший зарубежный учебник в двух томах).М.: Мир, 2007, с.416 (2-том).
10. Трофимова Т.И. Курс физики.М.:Высшая школа, 1999, с.543
11. Трофимова Т.И. Физика в таблицах и формулах. М.: Высшая школа, 2002, с.424
12. Чертов А.Г., Воробьев А.А.Задачник по физике. –М.: "Высшая школа", 1988, 527 с.
13. Волькенштейн.В.С. Сборник задач по общему курсу физики. -М.: "Наука", 1985. – 384 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Гармонические колебания, механические и электромагнитные колебания, механические и электромагнитные волны. Часть 4.
Сборник задач по физике.

Методическое пособие по дисциплине "Физика" для студентов бакалавриатуры по всем направлениям образования ТУИТ

Рассмотрено и рекомендовано к публикации на заседании кафедры «Физика», протокол № 35, от 23 апреля 2019 г.

Рассмотрено и рекомендовано к публикации на заседании факультета ТТ, протокол №8, 23 апреля 2019 г.

Рассмотрено и рекомендовано к публикации на заседании Совета ТУИТ, протокол № 11 (123) от 23.05.2019 г.

Составители: К.П.Абдурахманов, О.О.Очилова, У.Х.Тахиров, К.Б.Хайдаров

Рецензенты: М.Ф.Рахматуллаева, Х.И.Исаев

Отв. редактор: Х.М.Холмедов

Формат 60x84 1/16. Печ.лист 9,625
Заказ № 92. Тираж 50.
Отпечатано в «Редакционно издательском» отделе при ТУИТ.
Ташкент ул. Амир Темур, 108.