

№ 1039

**МИНИСТЕРСТВО ПО РАЗВИТИЮ ИНФОРМАЦИОННЫХ  
ТЕХНОЛОГИЙ И КОММУНИКАЦИЙ РЕСПУБЛИКИ  
УЗБЕКИСТАН  
ТАШКЕНТСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ  
ТЕХНОЛОГИЙ  
ИМЕНИ МУХАММАДА АЛЬ-ХОРЕЗМИ**

**ФАКУЛЬТЕТ «ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫЕ  
ТЕХНОЛОГИИ»**

**КАФЕДРА «ИНЖИНИРИНГ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ»**

**МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ  
к практическим занятиям**

**по дисциплине «ОСНОВЫ ТЕЛЕТРАФИКА»**

**для студентов, обучающихся по направлению образования:**

**5350100 – Телекоммуникационные технологии  
(Телекоммуникации, телерадиовещание, мобильные  
системы)**

**Составитель:**

**Мурадова А.А.**

**Ташкент 2018**

## **Аннотация**

Данное методическое пособие призвано помочь студентам самостоятельно изучить основные положения телетрафики и практическое использование методов расчета различных вероятностных характеристик коммутационных систем. Темы практических занятий расположены в соответствии с программой дисциплины, изучаемой в 3 семестре студентами направления 5350100-Телекоммуникационные технологии (Телекоммуникации, телерадиовещание, мобильные системы).

## Предисловие

Содержание каждого занятия включает:

- цель занятия;
- задание на самостоятельную работу студентов;
- контрольные вопросы;
- методические указания по изучению теоретического материала и решению задач;
- примеры решения задач, иллюстрирующие практическое использование формул и таблиц.

Работа над каждой темой состоит из двух частей: внеаудиторной самостоятельной работы и работы в аудитории. На каждом занятии студент получает задание на самостоятельную работу в виде задач.

Отчет по самостоятельной работе должен содержать краткий конспект ответов на контрольные вопросы и решение задачи своего варианта.

После проверки преподавателем уровня знаний студентов и решения задач в аудитории проводится анализ и оценка проделанной студентами работы.

На аудиторном занятии особое внимание уделяется тому, насколько глубоко усвоен материал, выясняются вопросы, которые были непонятны при самостоятельной работе.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	.....	5
Практ. занятие 1.	Введение. Цель и задачи дисциплины. Математические модели, используемые в дисциплине.....	7
...	.....	
Практ. занятие 2.	Характеристики простейшего потока вызовов. Расчет характеристик простейшего потока вызовов.....	17
Практ. занятие 3.	Расчет интенсивности нагрузки. Расчет межстанционной нагрузки.....	24
Практ. занятие 4.	Расчет характеристик полnodоступных схем в системе с явными потерями.....	33
Практ. занятие 5.	Расчет характеристик полnodоступных схем при обслуживании потока от ограниченного числа источников.....	40
Практ. занятие 6.	Расчет характеристик полnodоступных схем в системах с ожиданием.....	46
Практ. занятие 7.	Расчет характеристик полnodоступных схем при обслуживании простейшего потока вызовов в системе с повторными вызовами.....	54
Практ. занятие 8.	Применение комбинаторного метода Якобеуса при расчете пропускной способности многозвенных схем.....	61
Практ. занятие 9.	Определение количества линий в обходных направлениях.....	71
Литература	.....	78

## ВВЕДЕНИЕ

Дисциплина «Основы телетрафика» относится к числу специальных дисциплин для подготовки бакалавров по направлению «Телекоммуникационные технологии». Предметом теории телетрафика является количественная сторона процессов обслуживания потоков сообщений в системах коммутации и сетях связи.

Теория телетрафика изучает соотношения между величиной и характером информационной нагрузки, количеством обслуживающего оборудования и качеством обслуживания требований на установление соединений.

Основными задачами теории телетрафика являются:

1. Исследование количественных и качественных характеристик потоков требований на установление соединений.
2. Исследование характеристик систем коммутации с точки зрения их способности обслужить потоки сообщений.
3. Получение расчетных соотношений, связывающих информационную нагрузку, число обслуживающих устройств и качество обслуживания.
4. Разработка инженерных методов расчета объема оборудования систем коммутации и сетей связи.

Для изучения дисциплины требуются знания теории вероятностей и математической статистики, дискретной математики, вычислительной техники и информационных технологий, основ построения инфокоммуникационных систем и сетей.

В свою очередь, данная дисциплина, помимо самостоятельного значения, является предшествующей дисциплиной для дисциплин «Системы коммутации», «Сети связи», «Сети и системы радиосвязи», «Проектирование и эксплуатация сетей связи».

В результате изучения дисциплины у студентов должны сформироваться знания, навыки и умения, позволяющие самостоятельно проводить анализ информационных процессов в сетях связи и системах коммутации, знать системы сигнализации, нумерации, синхронизации, принципы технической эксплуатации сетей связи и систем коммутации.

Дисциплина «Основы телетрафика» изучается студентами направления 5350100- Телекоммуникационные технологии. Основы телетрафика изучаются в 3 семестре и включают в себя лекции и практические занятия.

В данном методическом пособии представлены материалы для проведения практических занятий. Каждое занятие содержит теоретические сведения, контрольные вопросы и варианты заданий для проверки усвоения материала.

## **Практическое занятие №1**

### **Введение. цель и задачи дисциплины. математические модели, используемые в дисциплине**

#### **1.1 Цель и содержание занятия**

**Цель занятия** – изучение цели и задач дисциплины «Основы телетрафика», истории развития дисциплины, основных математических моделей и математического аппарата, основоположников теории телетрафика.

В результате выполнения практического занятия студент должен: -**знать** цели и задачи дисциплины, основных ученых, внесших огромный вклад в развитие теории телетрафика, математические модели, используемые в дисциплине; -**уметь** правильно определять математические модели, используемые в дисциплине «Теория телетрафика».

#### **1.2. Задание**

1. При подготовке к занятию изучить материал, изложенный в: [1], [2].

#### **1.3. Контрольные вопросы**

1. Цель и задач дисциплины «Основы телетрафика»?
2. История развития дисциплины?
3. Какие ученые проводили работы в создании «Теории телетрафика»?
4. Какими основными моделями и аппаратами оперирует «Основы телетрафика»?
5. Приведите примеры систем массового обслуживания.
6. Поясните классификацию Кендалла.

#### **1.4. Основные теоретические сведения**

Базовые результаты теории телетрафика были сформулированы только в начале XX века. Количественная

сторона процессов массового обслуживания является предметом раздела прикладной математики, которую математик А.Хинчин назвал теорией массового обслуживания. Теория массового обслуживания родилась вследствие возникновения потребностей разработки математических методов для оценки качества функционирования телефонных сетей. Основоположителем ее прикладной ветви – теории телетрафика (теории распределения информации) – считается датский математик А.К. Эрланг, родившийся в 1878 году. Именно на результаты А.К. Эрланга – как на базовые положения теории массового обслуживания – ссылаются специалисты, занимающиеся исследованиями подобных вопросов, которые характерны для других дисциплин. В теории массового обслуживания все объекты объединяются под общим названием «системы массового обслуживания». Одним из классов массового обслуживания являются системы распределения информации. Системой распределения информации могут быть совокупность коммутационных приборов, часть или весь коммутационный узел в целом или сеть связи. Трафик, циркулирующий в сети связи, представляет собой движение информации по каналам связи. Любое движение характеризуется многими параметрами. Чтобы правильно избрать совокупность количественных и качественных величин, характеризующих движение, надо построить модель – образ реального процесса загрузки физического объекта. Используется два пути оценки характеристик телетрафика.

Первый путь рассматривает весь объект как единый прообраз математической модели. В этом случае не просматриваются многие существенные детали, с другой стороны, обязательным требованием моделирования является адекватность в пределах принятой точности образа. Это приводит к усложнению модели.

Преимущество первого пути заключается в практическом использовании аппарата теории систем массового обслуживания.

Другой путь связан с тем, что современная сеть связи есть по своей сути сложная система, совокупность функционально связанных единой целью физических устройств, процессов и задач с трудно наблюдаемыми и взаимосвязями между ними. Преимущества второго пути очевидны. Изучение трафика на

основе анализа не связано с конкретной целью. Ею может быть как анализ уже существующей, так и проектируемой системы связи.

В настоящее время теория массового обслуживания, помимо инфокоммуникаций, эффективно используется для решения задач торговли, транспорта и других сфер экономической деятельности.

В дисциплине «Основы телетрафика» рассматриваются процессы обработки информации в телекоммуникационных сетях с точки зрения теории систем массового обслуживания. Основными понятиями системы массового обслуживания (СМО) являются заявки (требования) и серверы, называемые также обслуживающими приборами. Заявки образуют входной поток на входе СМО и работа системы состоит в обслуживании этих заявок, затрачивая на каждую некоторое время. Если число серверов недостаточно для обслуживания всех поступивших заявок, то возникает конфликт, разрешение которого состоит в том, что часть заявок отбрасывается или помещается в очередь. В телекоммуникационных системах заявка ассоциируется, прежде всего, с попыткой абонента получить доступ к ресурсам системы для передачи или приема сообщений. Например, снимая трубку телефонного аппарата, абонент телефонной сети порождает сигнал, который является заявкой на обслуживание его этой сетью. Если аппарат включен через блокиратор, и снявший трубку не услышит ничего – то сеть отказывает ему в обслуживании, заявка отбрасывается. Наличие гудка означает, что заявка принята и абонент получает обслуживание. Абонент телефонной сети порождает заявки и другого типа – набор номера вызываемого абонента. Эта заявка также может быть удовлетворена, если ресурсы сети позволяют установить соединение между всеми телефонными станциями, которые обеспечивают передачу речевого сигнала от телефона вызывающего до телефона вызываемого абонента. Однако, это происходит не всегда. Заявка на установление соединения может быть не удовлетворена. Вероятность такого события для абонентов телефонной сети рассматривается как характеристика качества обслуживания этой сети и расчет вероятности отказа в обслуживании является одной из важнейших задач теории телетрафика. Рассмотрим теперь пользователей другой, компьютерной сети, например Internet. Здесь качество сети ассоциируется с другой характеристикой –

временем доступа к тому или иному ресурсу. Причиной замедления работы являются образующиеся в маршрутизаторах очереди, состоящие из пакетов, в которые упакована вся передаваемая по сети информация. В компьютерных сетях заявка на передачу информации от одного узла к другому даже в случае нехватки ресурса, как правило, не отбрасывается, а помещается в очередь на ожидание освобождения необходимого ресурса. Поэтому характеристикой качества обслуживания в этом случае считают время нахождения заявки в очереди на обслуживание. Задача расчета времени ожидания также решается в теории телетрафика.

Исторически первыми в теории распределения информации возникли и заняли доминирующее положение задачи анализа – определение характеристик качества обслуживания в зависимости от параметров и свойств входящего потока сообщений, параметров и структуры системы обслуживания и дисциплины обслуживания. Наряду с этим часто решалась обратная задача – определение параметров системы обслуживания при ее заданной структуре в зависимости от параметров и свойств потока сообщений, дисциплины и качества обслуживания.

Задача оптимизации схемы коммутационного поля электронной АТС тесно увязана с разработкой оптимальных алгоритмов поиска путей. Для снижения нагрузки на процессор времени поиска свободного выхода и пути к нему в коммутационном поле должно быть минимальным. При неудачном алгоритме за счет неограниченного времени поиска потери вызовов могут быть выше по сравнению с потенциальной возможностью коммутационной системы. Таким образом, при исследовании пропускной способности электронной АТС в математической модели появляются новые компоненты- время и алгоритм поиска пути.

В последнее время представляют интерес задачи разработки математических моделей краткосрочного и долгосрочного прогнозов параметров потоков сообщений и исследование свойств потоков в реальных системах. Это вызвано усложнением структуры сети, возросшими капиталовложениями на ее строительство и повышенными требованиями к ее экономичности. Опыт проектирования и эксплуатации сетей связи показывает, что наибольшие просчеты в определении объема станционного и

линейного оборудования возникают из-за ошибок прогноза ожидаемой интенсивности нагрузки.

Нормирование и оптимальное распределение по участкам сети показателей качества обслуживания – еще один круг задач, решаемых в теории телетрафика. Задача нормирования показателей качества по этапам соединения тесно связана с общей задачей оптимального построения систем распределения информации.

Математический аппарат теории телетрафика базируется на теории вероятностей, комбинаторике и математической статистике. Основным инструментом исследования в теории распределения информации является метод уравнений вероятностей состояний, основанный на принципе статистического равновесия. Состояния, определяемые одной переменной, называются макросостояниями системы, а двумя и больше переменными – микросостояниями системы. Интенсивности перехода из одного состояния в другое обычно известны на основании свойств потоков вызовов и освобождений. Это позволяет для каждого микросостояния системы составить уравнение, связывающее между собой вероятности соседних состояний. Решение системы уравнений и дает точное решение задачи в пределах принятой математической модели. Систему можно решить численно или аналитически. Аналитическое решение является предпочтительным, поскольку это наиболее удобная форма для последующего анализа форма представления результата. Примером аналитического решения является распределение Эрланга, Энгсета, Пуассона, Бернулли.

При невозможности решения задачи аналитическим методом используют методы вычислительной математики, например, итерационный метод решения систем уравнений. Итерационным методом пользуются при расчете несложных схем. Наиболее универсальным, пригодным для решения задач любой сложности, является метод статистического моделирования. Математическая модель процесса обслуживания реализуется в виде программы для ЭВМ. Моделирование позволяет получить численные характеристики качеств обслуживания при конкретных параметрах потока. Моделирование обычно сочетают с аналитическими и численными методами. Результаты моделирования используют для

проверки гипотез и предположений. При моделировании получают приближенную оценку характеристик качества обслуживания.

Изучив основные методы теории телетрафика, можно рассчитать характеристики качества обслуживания в телекоммуникационных системах, управлять основными параметрами качества обслуживания реальных сетей и систем и измерять их, а также предложить оптимальные с точки зрения качества обслуживания технические решения при проектировании новых сетей и систем. Вопросы построения сетей с гарантированным качеством услуг являются предметом внимания ITU-International Telecommunication Union (Международного Союза Электросвязи) особенно в связи с развертывание работ по созданию глобальных сетей третьего и четвертого поколений в третьем тысячелетии.

Основные задачи, с которых началось развитие теории телетрафика, можно перечислить, используя классификацию Кендалла. Рассмотрим одну из самых простых СМО (систем массового обслуживания), обозначаемых в классификации Кендалла следующим образом:

$$M/M/1$$

Символ "M" в первой позиции классификации Кендалла определяет вид функции распределения длительности интервалов между моментами поступления соседних заявок –  $A(t)$ :

$$A(t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

Величина  $\lambda$  – интенсивность входящего потока заявок. Она измеряется числом заявок, поступающих в единицу времени. Математическое ожидание (среднее значение) длительности интервалов между моментами поступления соседних заявок (оно обычно обозначается символами  $A'$  или  $\bar{t}_A$ ) определяется следующим соотношением:

$$A' = \bar{t}_A = \frac{1}{\lambda}$$

Величина  $\bar{t}_A$  для любого вида функции  $A(t)$  может быть получена по известному правилу вычисления математического ожидания случайной величины. Символ "M" во второй позиции классификации Кендалла определяет вид функции распределения длительности обслуживания заявок –  $B(t)$ :

$$B(t) = 1 - e^{-\mu t}$$

Величина  $\mu$  — интенсивность обслуживания заявок. Она измеряется числом заявок, которое СМО обслуживает в единицу времени. Математическое ожидание длительности обслуживания ( $B'$  или  $\bar{i}_n$ ) определяется по такой формуле:

$$B' = \bar{i}_n = \frac{1}{\mu}$$

Символ "1" в третьей позиции классификации Кендалла определяет численность обслуживающих приборов.

Модель  $M/M/1$  широко используется в теории телетрафика. Например, пучок СЛ (соединительных линий) между коммутационными станциями в большинстве случаев изучают с помощью модели  $M/M/1$ . Для пучка СЛ заявкой будет вызов, поступающий на вход соответствующей СМО. Длительностью обслуживания становится время занятия линии в пучке СЛ. Обслуживающим прибором следует считать набор из 1-х линий, образующих пучок СЛ.

Все виды СМО принято также делить на однолинейные и многолинейные. Примером однолинейной системы можно считать АЛ, используемую для подключения к АТС двух терминалов, принадлежащих различным абонентам. Речь идет о спаренном включении телефонных аппаратов, ранее широко использовавшимся Операторами ТФОП. Типичный пример многолинейной СМО — пучок СЛ между коммутационными станциями.

В нижней части рисунка показан последний классификационный признак. Он связан с механизмом выбора заявки из очереди на обслуживание. Первые системы автоматической коммутации работали без приоритетов. Это объясняется рядом причин, среди которых можно выделить сложность реализации приоритетного обслуживания без устройств с программным обеспечением. Появление систем коммутации с программным обеспечением позволило ввести (там, где это целесообразно) приоритетное обслуживание. СМО с приоритетами можно разделить на несколько классов, но пока мы ограничимся приведенными выше примерами классификации.

Некоторые процессы обслуживания заявок можно представить только совокупностью нескольких СМО. Подобные модели образуют сеть массового обслуживания (СМО). На

рисунке 1 показана сеть массового обслуживания. Она служит моделью для процесса передачи пакета через IP сеть.

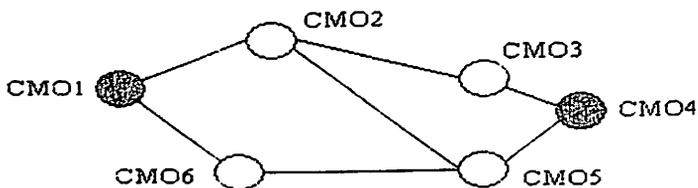


Рис.1. Пример сети массового обслуживания

СМО1 и СМО4 формализуют процессы функционирования центров коммутации пакетов (ЦКП), через которые терминалы осуществляют обмен информацией. Кружки, соответствующие этим двум СМО, окрашены в темный цвет. Четыре другие СМО служат моделями для транзитных ЦКП. Любопытно, что сеть массового обслуживания можно представить в виде графа, структура которого определяется принципом обслуживания заявок.

Маршрут передачи пакета между ЦКП может быть представлен последовательностью СМО. Такая последовательность иногда называется многофазной системой массового обслуживания.

Обычно пучок СЛ работает как СМО с потерями. Это означает, что при занятости всех  $r$  линий поступивший вызов теряется. Вероятность потери вызова обозначим буквой  $\pi$ . Для рассматриваемого примера практический интерес представляют четыре задачи: по известным величинам интенсивности входящего потока вызовов  $\lambda$  и интенсивности обслуживания  $\mu$  найти такую емкость пучка СЛ (величину  $r$ ), чтобы вероятность потерь не превышала заранее выбранный порог  $\pi_0$ ; по известным величинам интенсивности входящего потока вызовов  $\lambda$ , интенсивности обслуживания  $\mu$  и емкости пучка СЛ  $r$  найти вероятность потери вызовов  $\pi$ ; по известным величинам интенсивности входящего потока вызовов  $\lambda$ , емкости пучка СЛ  $r$  и допустимой вероятности потерь вызовов  $\pi_0$  найти допустимую величину интенсивности обслуживания  $\mu$ ; по известным величинам интенсивности обслуживания  $\mu$ , емкости пучка СЛ  $r$  и допустимой вероятности

потерь вызовов  $\pi$ , найти допустимую величину интенсивности входящего потока вызовов  $\lambda$ .

Если удастся составить уравнение с четырьмя неизвестными ( $\lambda, \mu, \Gamma$  и  $\pi$ ), то его всегда можно решить (хотя бы численными методами). Рассматриваемый пример — одна из важнейших практических задач эффективного развития сетей телефонной связи в начале XX века. Ее успешно решил А.К. Эрланг. Он вывел формулу, определяющую зависимость вероятности потерь  $\pi$  от величин  $\lambda, \mu$  и  $\Gamma$ . Она получила название "Первая формула Эрланга".

Рассмотрим цифровой тракт между коммутационными станциями мультисервисной сети. По этому тракту передаются пакеты, для обслуживания которых используется дисциплина с ожиданием. Из очереди пакеты извлекаются с учетом назначенных им приоритетов для обработки и передачи. Понятно, что исследование систем, описывающих процессы обмена пакетами в мультисервисной сети, заметно сложнее, чем анализ модели  $M/M/1$ . К перечисленным выше четырем задачам, представляющим практический интерес, следует добавить такие проблемы: анализ длительности задержки пакетов в узлах мультисервисной сети; выбор оптимальных правил назначения приоритетов с учетом факторов, характерных для мультисервисной сети.

Сложность анализа систем телетрафика зависит от вида функций  $\lambda(t)$  и  $\nu(t)$ , а также от алгоритма обслуживания заявок. Кроме того, сложность этого анализа определяется способом нормирования показателей качества обслуживания. Если показатель качества обслуживания нормируется только средним значением (математическим ожиданием), то анализ систем телетрафика обычно не сложен. Если нормируется параметр, для которого необходимо знать вид распределения случайной величины, то часто требуются сложные исследования.

Основными составляющими частями модели телекоммуникационной системы с точки зрения теории телетрафика являются: поток требований на обслуживание, линии, осуществляющие это обслуживание, и очередь из требований, ожидающих обслуживания. Эта модель полностью соответствует более широкой по своим приложениям и глубоко математичной по

подходу теории систем массового обслуживания. Эта теория рассматривает процессы обслуживания не только относящиеся к передаче и обработке информации, а любые задачи, которые могут быть сведены к приведенной выше модели. Другими задачами теории массового обслуживания являются известная проблема обработки однотипных деталей группой станков или перевозки грузов несколькими транспортными средствами.

Основной количественной характеристикой, описывающей функционирование системы массового обслуживания, является выполненная ею *работа* за некоторый интервал времени. Определим величину работы  $U$ , выполненной системой массового обслуживания за интервал времени  $T$ , как суммарное время, затраченное на обслуживание требований в этой системе всеми входящими в нее серверами в течение этого интервала. Обозначим выполненную работу как

$$U = U(t, t + T)$$

Для системы, содержащей один сервер, максимальная работа, которая может быть выполнена за время  $T$ , равна  $U_{\max} = T$ . Если система содержит  $n$  линий, то за это время может быть выполнена работа  $U \leq U_{\max} = nT$ .

В практической телефонии работу часто измеряют величиной, называемой *часозащитием*, т.е. измеряют работу СМО в часах.

## Практическое занятие №2

### Характеристики простейшего потока вызовов. Расчет характеристик простейшего потока вызовов

#### 2.1 Цель и содержание занятия

**Цель занятия** – изучение математических моделей, описывающих простейший поток вызовов, изучение свойств и характеристик простейшего вызовов.

В результате выполнения практического занятия студент должен: -**знать**, как получена формула Пуассона, основные характеристики простейшего потока, функцию распределения вероятностей промежутков времени между вызовами; -**уметь** выполнять расчеты по определению вероятности поступления точно  $K$ , не более  $K$  и не менее  $K$  вызовов за время  $t$ ; пользоваться таблицей, приведенной в [2], анализировать расчетные данные.

#### 2.2. Задание

1. При подготовке к занятию изучить материал, изложенный в: [2], [3].
2. Решить задачи 2.1 – 2.2 своего варианта, исходные данные приведены в табл. 2.1-2.2.
3. При затруднениях, возникающих при изучении теоретического материала или решении задач, необходимо сформулировать конкретные вопросы и выяснить их с преподавателем на консультации или практическом занятии.

#### 2.3. Контрольные вопросы

- 1.Что называется потоком вызовов? Приведите примеры случайных потоков вызовов.
- 2.Какими способами может быть «определен», задан поток вызовов?
- 3.Какие потоки вызовов называются стационарными ординарными? Поясните на примерах.

4. Каковы основные характеристики потоков вызовов? Дайте определение понятиям «ведущая функция», «интенсивность» и «параметр потока».
5. Дайте определение понятиям: поток без последствия и поток с последствием. Поясните на примерах.
6. Дайте определение простейшего потока вызовов. Покажите математическую модель такого потока.
7. Каковы основные характеристики простейшего потока?
8. Какому закону следует функция распределения промежутков времени между вызовами простейшего потока?
9. Какой поток называется примитивным потоком вызовов?

#### 2.4. Основные теоретические сведения

Потоком вызовов называется последовательность вызовов, поступающих через какие-либо интервалы или в какие-либо моменты времени. Поток вызовов может быть определен тремя способами: последовательностью вызывающих моментов  $t_1, t_2, \dots, t_n$ ; последовательностью промежутков времени между вызывающими моментами  $z_1, z_2, \dots, z_n$  и последовательностью чисел  $k_1, k_2, \dots, k_n$  определяющих количество вызовов, поступающих в течение заданных отрезков времени. Потоки вызовов классифицируются с точки зрения стационарности, ординарности и последствия.

**Стационарность потока.** Поток вызовов является стационарным, если при любом «n» совместный закон распределения числа вызовов за промежутки времени  $[t_0, t_1), [t_0, t_2), \dots, [t_0, t_n)$ :

$$P \{K(t_0, t_1), i = 1, 2, \dots, n\}$$

зависит только от длины промежутков времени и не зависит от момента  $t_0$ .

**Ординарность потока.** Обозначим через  $\pi_k = (t, t + \tau)$  вероятность поступления «k» и более вызовов за промежуток времени  $[t, t + \tau)$ . Поток вызовов является ординарным, если при  $\tau \rightarrow 0$

$$\lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{\pi_k(t, t + \tau)}{\tau} = 0$$

Ординарность потока выражает практическую невозможность поступления двух и более вызовов в любой момент времени  $t$ .

**Последствие потока.** Поток вызовов является потоком без последствия, если вероятность поступления  $K(t_0, t_i)$  вызовов за промежутки  $(t_0, t_i), i = 1, 2, \dots, n$

$$P \{ K(0, t_i) - K(0, t_0) = K(t_0, t_i), i = 1, 2, \dots, n \}$$

не зависит от вероятностного процесса поступления вызовов до момента  $t_0$ . Наиболее распространенной моделью реального потока вызовов, применяемой в системах массового обслуживания, является простейший поток вызовов. Простейшим потоком вызовов называется стационарный ординарный поток без последствия.

Вероятность поступления точно « $k$ » ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ) вызовов за отрезок времени « $t$ » определяется формулой Пуассона:

$$P_k(t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} \cdot e^{-\lambda t}, \quad (2.1)$$

где  $\lambda$ -параметр потока

$P_1(t)$  имеет наибольшее значение при  $\lambda t = k$

Вероятность поступления не менее « $k$ » вызовов определяется по формуле:

$$P_{i \geq k}(t) = \sum_{l=k}^{\infty} \frac{(\lambda t)^l}{l!} e^{-\lambda t} \quad (2.2)$$

Вероятность поступления не более « $k$ » вызовов определяется по формуле:

$$P_{i < k}(t) = 1 - P_{i \geq k+1}(t) \quad (2.3)$$

Значения функций  $P_{i \geq k}(t)$  табулированы [2]. Используя таблицу, можно также определить вероятность поступления точно « $k$ » вызовов  $P_k(t)$  по формуле:

$$P_k(t) = P_{i \geq k}(t) - P_{i \geq k+1}(t) \quad (2.4)$$

## 2.5. Методические указания

Приступая к решению задач, необходимо изучить формулу Пуассона и уметь пользоваться таблицей, приведенной в [2].

**Задача 2.1.** Построить распределение вероятностей  $P_k(t)$  поступления «К» вызовов за промежуток времени  $t$ , сек. для простейшего потока с параметрами  $\lambda$ , выз/час. Указать максимальное значение вероятности  $P_k(t)$  и не менее восьми соседних значений. Построить распределение вероятностей  $P_{i \geq k}(t)$ ,  $P_{i \leq k}(t)$ .

**Задача 2.2.** На двустороннюю межстанционную линию поступают два простейших потока вызовов с параметрами  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ . При занятии линии на противоположном конце передается сигнал блокировки. Время формирования сигнала  $\tau$ , мс. Определить вероятность встречного соединения, то есть одновременного (за время  $\tau$ ) поступления вызовов с обоих концов свободной соединительной линии. Используя следующую формулу:  $P_{\text{встр.соед.}} = (\lambda_1 + \lambda_2) * \tau / 3600$ .

### Пример решения задач

**Задача 2.1.** Рассчитать вероятность поступления точно  $K=5$  вызовов  $P_k(t)$ , вероятность поступления не менее  $K$  вызовов  $P_{i \geq k}(t)$ , вероятность поступления не более  $K$  вызовов  $P_{i \leq k}(t)$  за промежуток времени  $t=100$  сек. для простейшего потока с параметром  $\lambda=100$  выз/час. Указать максимальное значение вероятности  $P_k(t)$  и не менее восьми соседних значений. Построить распределение вероятностей  $P_{i \geq k}(t)$ ,  $P_{i \leq k}(t)$ ,  $P_k(t)$ .

Для простейшего потока:  $\lambda t = \frac{100 \cdot 100}{3600} = 2,77 \approx 3$

Воспользуемся таблицей Пуассона, приведенной в [2] и определим вероятность  $P_{i \geq k}(t)$ , если  $\lambda t = 3$ . При  $k=1, 2 \dots n$  формула (2.4) примет вид:  $P_1(t) = P_{\geq 1}(t) - P_{\geq 2}(t) = 0,9502 - 0,8009 = 0,149$ .  $P_2(t) = 0,8009 - 0,5768 = 0,224$ .  $P_3(t) = 0,5768 - 0,3528 = 0,224$ .  $P_4(t) = 0,3528 - 0,1847 = 0,168$ .  $P_5(t) = 0,1847 - 0,0839 = 0,1$  и т.д

Из расчетов видно, что наибольшее значение  $P_k(t)$  имеет при  $\lambda t = k = 3$ . По полученным расчетам построить распределение вероятностей  $P_k(t)$ ,  $P_{1 \leq k}(t)$ . Для расчета вероятностей  $P_{i \leq k}(t)$  следует воспользоваться формулой (2.3). Построить распределение вероятностей  $P_{i \leq k}(t)$ . Для решения задачи 2.2 следует воспользоваться формулой:  $P_{\text{вст.соед.}} = (\lambda_1 + \lambda_2) * \tau_i / 3600$ .

Таблица 2.1

## Варианты исходных данных для задачи 2.1.

№ вар.	K	t,сек	$\lambda$ , выз/час
1	5	180	160
2	10	100	200
3	7	30	100
4	10	300	60
5	8	90	300
6	4	70	80
7	8	50	150
8	2	20	120
9	6	120	20
10	12	60	140
11	11	300	110
12	5	100	100
13	10	180	60
14	7	300	300
15	25	70	150
16	16	60	200
17	6	360	140
18	7	60	160
19	12	20	180
20	2	40	360
21	3	60	540
22	4	60	200
23	11	30	400
24	12	60	260
25	13	330	190
26	8	20	120
27	2	120	20
28	6	60	140
29	12	360	100
30	11	100	60

Таблица 2.2

Варианты исходных данных для задачи 2.2.

№ вар.	$\lambda_1$ , выз/час	$\lambda_2$ , выз/час	$r$ , MC
1	4	6	50
2	5	5	20
3	3	8	10
4	5	10	100
5	2	4	80
6	6	4	40
7	8	6	30
8	10	15	150
9	12	4	45
10	3	5	25
11	11	7	50
12	12	7	110
13	16	8	120
14	5	4	40
15	2	4	30
16	6	6	45
17	8	4	25
18	12	5	50
19	3	10	80
20	20	10	100
21	18	9	85
22	22	11	90
23	80	60	10
24	70	50	15
25	100	80	5
26	10	12	30
27	4	28	100
28	12	24	70
29	19	3	50
30	30	20	30

## Практическое занятие №3

### Расчёт интенсивности нагрузки и межстанционной нагрузки

#### 3.1. Цель и содержание занятия

Цель занятия – определение понятия «телефонная нагрузка», основных параметров нагрузки. приобретение навыков расчета интенсивности нагрузки.

В результате выполнения практического занятия студент должен: -знать основные параметры нагрузки. различать поступающую, обслуженную и потерянную нагрузку. методы определения ЧНН и распределение нагрузки по видам соединений; -уметь выполнять расчёты интенсивности нагрузок, среднего числа вызовов от одного источника в ЧНН и средние длительности занятия коммутационной системы разными видами соединений, выполнять расчеты нагрузок на входах и выходах ступеней искания, распределять потоки нагрузки по направлениям, объединять потоки нагрузки с разных направлений.

#### 3.2. Задание

1. При подготовке к занятию изучить вопросы, изложенные в [1], [2].
2. Решить задачи 3.1, 3.2, 3.3 своего варианта, исходные данные приведены в таблице 3.1,3.2,3.3.

#### 3.3. Контрольные вопросы

1. Дайте определение телефонной нагрузке и расчётной величине телефонной нагрузки.
2. В каких единицах измеряются нагрузка и интенсивность нагрузки?
3. Сформулируйте теоремы о количественной оценке интенсивности обслуженной и поступающей нагрузок.

4. Дайте определение ЧНН и коэффициента концентрации нагрузки. Чему равен  $K_{\text{чнн}}$ , если нагрузка распределена в течение суток равномерно?
5. Как рассчитываются средние длительности занятий  $t$ ,  $t_p$ ,  $t_{\text{зн}}$ ,  $t_{\text{но}}$ ?
6. Как рассчитывается среднее число вызовов от одного источника в ЧНН?
7. Какие категории источников телефонной нагрузки вы знаете?
8. Могут ли 5 приборов обслужить в течение часа интенсивность нагрузки 15 Эрл?
9. Как определить нагрузку от одного источника, если известно среднее число вызовов от одного источника в ЧНН  $c=2$ , средняя длительность одного занятия  $t = 3 \text{ мин}$ ?
10. Определите  $U_{\text{чнн}}$ , если  $U_{\text{сум}} = 100 \text{ Эрл}$ ,  $K_{\text{чнн}} = 0.2$
11. Как производится расчет интенсивности поступающей на входы и выходы КП АТС нагрузки?
12. Чему равняется нагрузка на выходах КП?
13. Дайте определение и способ задания потоков нагрузки?
14. Как определяется исходящая и входящая нагрузка?
15. Что называется коэффициентом распределения нагрузки?
16. Дайте определение коэффициента тяготения и нормированного коэффициента тяготения.

### 3.4. Основные теоретические сведения

При обслуживании потока вызовов коммутационной системой каждый вызов занимает выход системы на некоторый промежуток времени. Суммарное время обслуживания вызовов называется нагрузкой. Следует различать нагрузки: поступающую, обслуженную и потерянную. За единицу измерения интенсивности нагрузки принят один Эрланг. Один Эрланг представляет собой нагрузку в одно часозанятие за 1 час.

Основными параметрами нагрузки являются: -число источников нагрузки –  $n$ ; -среднее число вызовов, поступающих от одного источника нагрузки в единицу времени –  $c$ ; -средняя длительность занятия коммутационной системы при обслуживании одного вызова –  $t$ . Учитывая эти параметры, можно определить величину интенсивности нагрузки по формуле:

$$Y = nct/3600 \quad (3.1)$$

Для сокращения объёма вычислений  $t$  можно пользоваться приближенной формулой:

$$Y = \alpha n c t_p P_p \quad (3.2)$$

где  $\alpha$  - коэффициент, учитывающий непроизводительную нагрузку при занятиях, не окончившихся разговором.

Расчетное значение нагрузки с учетом колебаний нагрузки определяются по формуле:

$$Y_p = Y + 0,6742 \sqrt{Y} \quad (3.3)$$

Телефонные сети представляют собой совокупность телефонных станций, соединенных пучками межстанционных линий или каналов. Величины потоков телефонной нагрузки полностью определяются взаимной заинтересованностью в телефонной связи абонентов разных станций. Поэтому при проектировании АТС точно установить величины межстанционных потоков невозможно. Это можно сделать только после введения АТС в действие путем специальных наблюдений за потоками нагрузки.

Математическое ожидание межстанционных потоков нагрузки вычисляется по формуле:

$$Y_{ij} = Y_{расчij} \frac{Y_{расчij} \cdot n_{ij}}{\sum_{j=1}^m Y_{расчij} \cdot n_{ij}} \quad (3.4)$$

где  $Y_{ij}$  - интенсивность нагрузки, поступающей от  $i$ -ой (проектируемой) на  $j$ -ую (действующую на сети) станцию;  
 $m$  - количество станций на сети, включая проектируемую;  
 $n_{ij}$  - нормированный коэффициент тяготения, зависит от расстояния между АТС, т.е.  $n_{ij} = f(L_{ij})$ . Значение  $n_{ij}$  определяется по графику [1].

Количественной оценкой телефонного тяготения является коэффициент тяготения  $f_{ij}$ , который определяется по формуле:

$$f_{ij} = \frac{Y_{ij}}{Y_{расчij} \cdot Y_{расчij}} \cdot \sum_{j=1}^m Y_{расчij} \quad (3.5)$$

Коэффициент тяготения  $f_{ij}$  абонентов АТС <sub>$i$</sub>  к абонентам АТС <sub>$j$</sub>  представляет собой отношение фактической интенсивности нагрузки от АТС <sub>$i$</sub>  к АТС <sub>$j$</sub>  к тому значению интенсивности

нагрузки, которое было бы между этими станциями при равномерном тяготении на сети. При равномерном тяготении  $f_n = 1$ .

### 3.5. Методические указания

Приступая к решению задач 3.1, 3.2 необходимо изучить основные параметры нагрузки. При решении задач среднюю интенсивность поступающей нагрузки следует рассчитать по формулам (3.1) и (3.2).

Средняя длительность одного занятия на АТС в целом может быть рассчитана по формуле:

$$t = t_p P_p + t_{zn} P_{zn} + t_{но} P_{но} + t_{ош} P_{ош} + t_{тех} P_{тех},$$

где  $t_p$  - средняя длительность состоявшегося разговора рассчитывается по формуле:

$$t_p = t_{oc} + t_c + t_{пв} + T + t_o$$

где  $t_{oc}$ ,  $t_c$ ,  $t_{пв}$ ,  $T$ ,  $t_o$  - средние продолжительности слушания абонентом сигнала «ответ станции», время установления соединения, посылки вызова вызываемому абоненту, средняя продолжительность разговора, возвращение приборов в состояние отбоя. По статическим данным для АТСЭ при семизначной нумерации на сети:

$$t_{oc} = 3 \text{ сек}, t_c = 11 \text{ сек}, t_{пв} = 7-8 \text{ сек}, t_o = 0$$

$t_{zn}$  - средняя продолжительность занятия, если разговор не состоялся из-за линии вызываемого абонента.

$$t_{zn} = t_{oc} + t_c + t_{сз} + t_o$$

$t_{сз}$  - средняя продолжительность слушания вызывающим абонентом сигнала «занято» при занятости линии вызываемого абонента.

$t_{но}$  - средняя длительность занятия, если разговор не состоялся из-за неответа вызываемого абонента.

$$t_{но} = t_{oc} + t_c + t_{сн} + t_o$$

где  $t_{сн}$  - средняя продолжительность слушания сигнала «Контроль посылки вызова» при отсутствии ответа абонента,  $t_{сн} = 30$  сек.

$t_{ош}$  - разговор не состоялся из-за ошибки вызывающего абонента. По статическим данным  $t_{ош} = 18-20$  сек.

$t_{\text{тех}}$  - разговор не состоялся по техническим причинам  $t_{\text{тех}} = 10-15\text{с}$ .

После расчета величины  $t$  следует расчет нагрузки по формулам (3.1) и (3.2). В формуле (3.2) для определения величины «а» следует воспользоваться графиком, приведенным в [1].

При решении задач 3.2, 3.3 следует воспользоваться формулой 3.4. Значение распределенной нагрузки  $Y_{\text{распр}}$  используемой в формуле (3.4) определяется по формуле:

$$Y_{\text{распр}} = (Y_{\text{цкп}} - Y_{\text{шт}} - Y_{\text{т}}) \cdot$$

$$\text{где } Y_{\text{т}} = 0.03 \cdot Y_{\text{цкп}}$$

$$Y_{\text{шт}} = 0.05 \cdot Y_{\text{цкп}}$$

$Y_{\text{цкп}}$  - нагрузка, поступающая на цифровое коммутационное поле АТСЭ. Значения  $Y_{\text{цкп}}$  заданы в таблице 3.3.

Варианты задач соответствуют порядковому номеру фамилии студента в учебном журнале.

**Задача 3.1.** Группа АК обслуживает  $n$  абонентов. Среднее число вызовов от одного абонента -  $s$  выз/час, среднее время разговора -  $T$ , доля занятий, окончившихся разговором -  $P_p$ , доля не состоявшихся разговоров по причине занятости линии вызываемого абонента -  $P_{\text{зн}}$ , из-за неответа вызываемого абонента -  $P_{\text{но}}$ , из-за ошибки вызывающего абонента -  $P_{\text{ош}}$ , по техническим причинам -  $P_{\text{тех}}$ . Определить среднее время занятия и интенсивность обслуженной АК нагрузки. Расчеты произвести по формуле (3.1) и (3.2). Вычислить расчетное значение нагрузки  $Y_p$  по формуле (3.3). Исходные данные приведены в таблице 3.1

**Задача 2.2.** Интенсивность нагрузки, поступающей на вход КП проектируемой АТС, равна  $U_1$ . Определить интенсивность межстанционной нагрузки  $U_{31}$ , если коэффициенты тяготения  $p_{31}$ ,  $p_{32}$  и  $p_{33}$  известны. Причем действуют АТСЭ1 и АТСЭ2, интенсивность входящей нагрузки которых соответственно равны  $U_{\text{вх}1}$  и  $U_{\text{вх}2}$ . Исходные данные приведены в табл. 3.2.

**Задача 3.3.** На районированной городской телефонной сети имеются районные АТСЭ2 и АТСЭ3. Проектируется третья АТСЭ4. Связь между АТС осуществляется по принципу «каждая с каждой» при семизначной нумерации абонентских линий.

Для проектируемой АТСЭ 4 выполнить:

1. Распределение возникающей телефонной нагрузки по направлениям связи: внутростанционной  $Y_{ij}$ , междоузелной  $Y_{ij,k}$ , АМТС  $Y_{AMTC}$  и узлу спецслужб  $Y_{ycc}$ .

2. Определить величины телефонных нагрузок, поступающих от существующих АТСЭ2 и АТСЭ3 к проектируемой АТСЭ4.

Исходные данные приведены в табл. 3.3.

Таблица 3.1

Варианты исходных данных для задачи 3.1

№ вар.	T,с	n	c, выз/час	P <sub>p</sub>	P <sub>зн</sub>	P <sub>но</sub>	P <sub>ош</sub>	P <sub>гех</sub>
1	120	3000	20	0,4	0,4	0,15	0,04	0,01
2	120	2000	10	0,5	0,35	0,1	0,01	0,04
3	90	6000	15	0,3	0,5	0,12	0,04	0,04
4	80	2500	5	0,6	0,25	0,13	0,01	0,01
5	60	3000	3	0,6	0,2	0,2	0,02	0,08
6	50	2800	8	0,45	0,3	0,15	0,05	0,05
7	150	6000	6	0,6	0,15	0,2	0,03	0,02
8	180	5000	6	0,4	0,2	0,2	0,05	0,15
9	140	6000	12	0,3	0,3	0,3	0,01	0,99
10	200	3700	16	0,3	0,4	0,25	0,02	0,03
11	130	2000	2	0,3	0,5	0,1	0,09	0,01
12	110	4000	4	0,7	0,1	0,1	0,02	0,08
13	125	2000	9	0,7	0,15	0,12	0,01	0,02
14	135	1500	4	0,4	0,3	0,15	0,03	0,02
15	140	4000	8	0,5	0,1	0,3	0,05	0,05
16	70	5000	5	0,8	0,1	0,08	0,01	0,01
17	120	7500	3	0,8	0,1	0,02	0,04	0,04
18	90	3000	8	0,45	0,35	0,1	0,07	0,03
19	80	8000	6	0,55	0,15	0,2	0,05	0,05
20	60	9000	7	0,55	0,2	0,15	0,03	0,07
21	100	1800	8	0,65	0,1	0,1	0,05	0,1
22	105	3000	9	0,65	0,15	0,15	0,04	0,01
23	115	3000	10	0,75	0,1	0,1	0,01	0,04
24	120	4000	4	0,75	0,1	0,05	0,05	0,05
25	125	5000	4	0,6	0,15	0,2	0,01	0,04
26	140	6000	12	0,6	0,2	0,15	0,03	0,03
27	130	7000	11	0,5	0,2	0,02	0,09	0,01
28	110	8000	10	0,05	0,3	0,1	0,01	0,09
29	90	5000	8	0,7	0,15	0,1	0,04	0,01
30	80	4000	6	0,8	0,1	0,05	0,02	0,03

Таблица 3.2

## Варианты исходных данных для задачи 3.2

№ варианта	У <sub>цкп 1</sub> , Эрл	У <sub>цкп 2</sub> , Эрл	У <sub>цкп 3</sub> , Эрл	п31	п32	п33
1	550	500	480	0,26	0,45	0,15
2	400	250	300	0,35	0,5	0,48
3	330	420	270	0,15	0,21	0,33
4	440	180	600	0,48	0,4	0,4
5	620	390	280	0,33	0,45	0,18
6	700	580	620	0,4	0,5	0,35
7	500	400	600	0,18	0,25	0,15
8	320	610	440	0,35	0,56	0,6
9	480	590	340	0,15	0,46	0,17
10	500	480	550	0,45	0,26	0,75
11	200	390	150	0,28	0,46	0,2
12	220	380	160	0,5	0,28	0,3
13	240	370	170	0,55	0,21	0,33
14	250	300	180	0,6	0,18	0,36
15	260	340	190	0,17	0,57	0,6
16	270	150	200	0,75	0,21	0,17
17	280	160	210	0,2	0,52	0,3
18	290	170	215	0,3	0,49	0,2
19	300	190	310	0,33	0,46	0,25
20	320	180	225	0,36	0,42	0,27
21	180	320	320	0,38	0,36	0,65
22	190	300	330	0,42	0,38	0,44
23	170	290	410	0,46	0,33	0,3
24	160	280	420	0,49	0,3	0,57
25	150	270	230	0,52	0,2	0,18
26	340	260	240	0,61	0,25	0,21
27	360	250	430	0,57	0,27	0,28
28	370	240	440	0,18	0,65	0,57
29	380	220	260	0,21	0,44	0,18
30	300	200	270	0,28	0,46	0,21

Таблица 3.3

## Варианты исходных данных для задачи 3.3

№ вар.	Величина возникающей нагрузки Эрл			Расстояние между АТС		
	У <sub>цкп</sub> АТСЭ 2	У <sub>цкп</sub> АТСЭ 3	У <sub>цкп</sub> АТСЭ4	L <sub>23</sub>	L <sub>34</sub>	L <sub>24</sub>
1	480	320	680	3	10	5
2	300	450	730	5	2	4
3	190	500	610	12	4	6
4	490	190	800	4	14	11
5	300	250	970	5	10	7
6	250	480	800	8	3	6
7	450	200	920	3	7	6
8	270	420	600	5	12	8
9	300	280	700	13	8	7
10	250	500	850	12	3	10
11	170	330	950	10	2	9
12	510	250	880	2	10	9
13	310	500	550	4	6	7
14	470	320	790	4	8	6
15	310	130	800	5	10	7
16	150	490	700	14	3	12
17	230	320	630	8	12	6
18	240	470	710	16	2	15
19	500	270	920	3	5	6
20	400	180	910	4	10	8
21	450	500	610	2	6	4
22	125	320	800	10	8	5
23	170	350	770	12	5	8
24	340	190	830	5	14	10
25	500	310	910	3	10	9
26	290	490	850	6	2	5
27	410	190	610	5	12	8
28	450	360	700	3	6	7
29	180	500	630	16	4	13
30	200	340	690	8	3	7

## Практическое занятие №4

### Расчет характеристик полnodоступных схем в системе с явными потерями

#### 4.1. Цель и содержание занятий

Цель занятия - изучение математических моделей, описывающих обслуживание простейшего потока вызовов полnodоступным пучком линий с явными потерями, приобретение навыков расчёта, анализа функциональных зависимостей между параметрами, входящими в первую формулу Эрланга.

В результате выполнения практического занятия студент должен: - знать как получена первая формула Эрланга, область её применения, характеристики качества обслуживания простейшего потока вызовов полnodоступным пучком линий в системе с явными потерями; - уметь выполнять расчёты по первой формуле Эрланга, анализировать расчётные данные, пользоваться таблицами Пальма.

#### 4.2. Задание

1. При подготовке к занятию изучить [1], [3].
2. Выполнить расчёт по первой формуле Эрланга вероятностей потерь  $P=f(V, Y)$ , ёмкости пучка линий  $V=f(Y, P)$ , пропускной способности полnodоступного пучка линий при обслуживании простейшего потока вызовов с явными потерями  $Y=f(V, P)$ . Исходные данные для расчётов приведены в таблице 4.1. Номер варианта соответствует порядковому номеру фамилии студента в учебном журнале.

#### 4.3. Контрольные вопросы

1. Какой поток вызовов называется простейшим?
2. Дайте определение полnodоступному пучку линий.
3. Дайте характеристику дисциплинам обслуживания поступающих вызовов.

4. Какие показатели используются для количественной оценки качества обслуживания с явными потерями?
5. Что понимается под пропускной способностью коммутационной системы?
6. От каких параметров зависит пропускная способность коммутационной системы?
7. Дайте определение вероятностям потерь по вызовам  $P_b$ , по времени  $P_t$  и по нагрузке  $P_n$ .
8. Что означают распределения  $E_{i,n}(Y), E_n(t)$ ?
9. Какое соотношение выполняется между  $P_b, P_t, P_n$  при обслуживании простейшего потока вызовов полнодоступным пучком линий с явными потерями?
10. Как получена первая формула Эрланга?
11. Как зависит вероятность потерь от числа линий в пучке при постоянной поступающей нагрузке?
12. Как зависит вероятность потерь от поступающей нагрузки при постоянной емкости пучка линий?
13. Как зависит емкость пучка линий от поступающей нагрузки при постоянной вероятности потерь и от вероятности потерь при постоянной поступающей нагрузке?
14. Как влияет величина потерь на пропускную способность полнодоступного пучка линий?

#### 4.4. Основные теоретические сведения Определение вероятностей полнодоступного пучка

Полнодоступный пучок емкостью  $V$  ( $1 < V < \infty$ ) линий, который включен в неблокирующую коммутационную систему с потерями, обслуживает вызовы, образующие простейший поток с параметром  $\lambda$ . Длительность обслуживания вызовов коммутационной системой распределена по показательному закону  $F(t) = 1 - e^{-t}$ . Для оценки качества обслуживания вызовов простейшего потока полнодоступным пучком линий необходимо определить вероятности различных состояний пучка, состоящего из  $V$  линий. Вероятность занятия любых  $i$  линий из пучка емкостью  $V$  линий в произвольный момент времени будет определяться распределением Эрланга:

$$P_i = \frac{Y^i}{\sum_{j=0}^V \frac{Y^j}{j!}} = E_{i,v}(Y) \quad (4.1)$$

где  $Y$  - интенсивность поступающей нагрузки  
 $V$  - емкость пучка линий

Выражение (4.1) называется распределением Эрланга. Значения распределения (4.1) при  $i=V$  табулированы и служат для определения вероятностей потерь по времени  $P_t$ , по вызовам  $P_v$ , по нагрузке  $P_n$ .

$$P_t = P_v = P_n = P_v = E_{v,v}(Y) = \frac{Y^v}{\sum_{j=0}^v \frac{Y^j}{j!}} \quad (4.2)$$

Формула (4.2) называется первой формулой Эрланга,  $E_{v,v}(Y)$  - условная упрощенная запись первой формулы Эрланга. Она показывает, что при обслуживании с потерями вызовов простейшего потока линиями полнодоступного пучка вероятность потерь по времени, вызовам и нагрузке равны между собой и равны вероятности того, что пучок находится в состоянии  $V$ .

Функция  $E_{v,v}(Y)$  табулирована [4]. Таблицы первой формулы Эрланга построены так, что по числу линий  $V$  и интенсивности поступающей нагрузки  $Y$  рассчитываются потери  $E_{v,v}(Y)$ . Эти таблицы позволяют по двум любым заданным величинам из  $P, V, Y$  находить третью величину.

#### 4.5. Методические указания

Задачи студентами решаются самостоятельно после изучения теоретического материала [1]. При решении задач 4.1-4.3 использовать справочные таблицы Пальма.

**Задача 4.1.** На полнодоступный пучок ёмкостью  $V$  линий поступает нагрузка  $Y$ , создаваемая простейшим потоком вызовов. Определить вероятность потерь по вызовам  $P_v$ , по времени  $P_t$  и нагрузке  $P_n$ .

**Задача 4.2.** Определить ёмкость пучка линий  $V$ , на который поступает нагрузка  $Y$  при заданном качестве обслуживания  $P$ .

**Задача 4.3.** Определить нагрузку  $Y$ , которая поступает на полностью доступный пучок линий  $V$ , обслуживающий простейший поток вызовов, при заданных значениях вероятности потерь  $P$ .

Исходные данные для расчета  $V$ ,  $Y$ ,  $P$  приведены в таблице 4.1. По результатам расчетов построить графики зависимостей:  $P=f(V)$  при  $Y = \text{const}$ .  $V=f(Y)$  при  $P = \text{const}$ .  $Y=f(V)$  при  $P = \text{const}$ .

### Пример решения задач

**Задача 4.1.** На полностью доступный пучок емкостью  $V=84$  линий поступает нагрузка  $Y=64$  Эрл. Определить вероятность потерь  $P$ .

Непосредственно по первой формуле Эрланга при заданных параметрах  $V$  и  $Y$  вычислить вероятность потерь трудоемко, поэтому определим её по таблицам Пальма [4]. На странице 39 [4] приведены значения от 81 до 90 линий, обслуживающих нагрузку  $Y=46 \dots 200$  Эрл. На пересечении столбца  $V=84$  линий и строки  $Y=64$  Эрл находим значение вероятностей потерь  $P=0,002552$  (в таблицах нуль целых и запятая не указаны).

**Задача 4.2.** Определить емкость пучка линий  $V$ , на который поступает нагрузка  $Y=32$  Эрл, создаваемая простейшим потоком вызовов при вероятности потерь  $P=4\%$ . Определить удельную нагрузку  $\eta$ , обслуженную одной линией.

При вычислении емкости пучка линий  $V$  по первой формуле Эрланга задача решается методом постепенного приближения, ёмкость пучка линий может быть только целым числом, поэтому  $V$  по таблицам Пальма находится так, чтобы при заданном значении нагрузки вероятность потерь не превышала заданного значения, т.е.  $P_{\text{табличное}} \leq P$ ; должно быть меньше или равно  $P$  заданному  $P_3$ ,  $P_T \leq P_3$ .

На странице 33 [4] определяем, что нагрузка  $Y=32$  Эрл, обслуживается с вероятностью потерь  $0,004002 = 0,004$  полностью доступным пучком  $V=46$  линий.

Удельная нагрузка, обслуженная одной линией пучка, рассчитывается по формуле:

$$\eta = \frac{Y_0}{V} = \frac{Y(1-P)}{V} = \frac{32(1-0,004)}{46} = \frac{31,87}{46} = 0,69 \text{ Эрл}$$

**Задача 4.3.** Определить нагрузку, поступающую на полностью доступный пучок ёмкостью  $Y=21$  линий, при вероятности

потерь  $P=0,005$ . Величина нагрузки при известных параметрах  $V$  и  $P$  находится по первой формуле Эрланга, так же, как и количество линий  $V$ , методом постепенного приближения.

Определим величину поступающей нагрузки по таблицам Пальма при заданных  $V=20$  линий и  $P=0,006$ . Величина поступающей нагрузки выбирается из таблиц такой, чтобы в полном доступном пучке емкостью  $V=20$  линий табличное значение вероятности потерь было равно  $0,005$ . На странице 19 [4] определяем, что полностью доступный пучок из  $V=20$  линий обслуживает поступающую нагрузку  $Y=11,1$  Эрл с вероятностью  $0,005034$ . Следовательно, поступающая нагрузка  $Y=11,1$  Эрл.

На практике часто требуется определять вероятность потерь вызовов для значений поступающих нагрузок, не указанных в таблице.

Вероятность потерь для нагрузок, отсутствующих в таблице определяется методом линейной интерполяции. Формула линейной интерполяции:

$$P = E_v(Y') = E_v(Y) + \Delta E_v(Y) \frac{Y' - Y}{h}$$

$$\Delta E_v(Y) = E_v(Y + h) - E_v(Y) \quad (4.3)$$

где  $Y'$  - расчетная нагрузка;

$Y$  - ближайшее табличное значение нагрузки, меньшее  $Y'$ ;

$h$  - шаг значений нагрузки.

**Пример:** Найти вероятность потерь в полностью доступном пучке  $V=62$  линий, на который поступает нагрузка  $Y=53$  Эрл.

На странице 37 [4] приведены значения для нагрузок  $Y$ , равных 52 и 56 Эрл, Шаг значений нагрузок  $h$  равен четырем  $h = 56 - 52 = 4$ . Определим вероятность потерь для  $V=62$  линий при  $Y=53$  Эрл. по интерполяционной формуле (3.3)

$$E_{\text{в}}(53) = 0,022145 + (0,045844 - 0,022145) \frac{53 - 52}{4} = 0,022145 + 0,023699 \cdot 0,25 = 0,028069$$

Таблица 4.1

Варианты исходных данных для задач 4.1, 4.2, 4.3

№ ва р	$P = f(Y), V = const$				$I' = f(Y), P = const$				$Y = f(I'), P = const$			
	Ун	Ув	$\Delta Y$	$I'$	Ун	Ув	$\Delta Y$	P‰	Вн	В в	$\Delta I'$	P‰
1	68	88	4	70;90	38	48	2	2,1 6	10	20	2	4;16
2	3	13	2	5;10	45	55	2	3,2 1	25	35	2	5;15
3	60	80	4	72,85	43	58	3	1,2 0	30	40	2	3;20
4	17	27	2	20,30	58	68	2	3,1 8	32	42	2	7;18
5	13	28	3	15,25	41	51	2	4,2 0	40	55	3	6;18
6	64	84	4	75,90	47	57	2	2,1 8	1	10	2	4;17
7	23	33	2	35,45	29	44	3	1,1 2	11	21	2	2;22
8	15	25	2	20,30	57	67	2	4,2 0	12	22	2	6;20
9	20	30	2	25,35	55	65	2	3,1 8	13	23	2	5;17
10	60	80	4	73,87	34	49	3	1,1 5	11	25	3	2;16
11	12	22	2	16,25	44	54	2	1,2 1	12	27	3	4;17
12	80	100	4	85,13 0	23	38	3	1,1 5	15	28	3	10;2
13	56	76	4	70,80	56	66	2	2,2 5	17	37	4	5;14
14	84	104	4	95,11 0	49	64	3	2,2 0	10	30	4	4;18
15	52	72	4	65,74	54	64	2	1,1 8	20	40	4	3;14

16	92	112	4	105,1 20	52	62	2	3,2 0	5	25	4	5;25
17	72	92	4	85,95	50	60	2	5,1 5	6	31	5	10;5
18	35	55	4	45,54	48	58	2	3,1 5	8	28	4	4;18
19	10	20	2	10,20	46	65	2	4,1 4	9	36	5	6;15
20	49	69	4	50,66	42	62	2	3,1 5	21	41	4	10
21	8	18	2	10,18	27	37	2	4,1 5	21	41	4	10
22	32	47	3	37,50	28	38	2	3,2 0	21	36	3	10
23	10	20	2	12,20	24	34	2	1,1 8	10	30	4	9;15
24	44	64	4	55,65	22	37	3	2,2 5	12	32	4	8;15
25	28	43	3	35,45	26	36	2	1,2 0	7	27	4	8;15
26	76	94	4	85,95	32	42	2	2,1 5	40	50	2	3;20

## Практическое занятие №5

### Расчет характеристик полnodоступных схем при обслуживании потока от ограниченного числа источников

#### 5.1. Цель и содержание занятия

**Цель занятия** - освоение методов расчета пропускной способности однозвенных полnodоступных схем, обслуживающих потоки от ограниченного числа источников с явными потерями, приобретение навыков расчета и анализа функциональных зависимостей между параметрами формул Энгсета.

В результате выполнения практического занятия студент должен: **-знать**, как получены формулы Энгсета, их сущность, в чем отличие формул Энгсета от первой формулы Эрланга, область их применения. **-уметь** выполнять расчеты по формулам Энгсета, анализировать расчетные данные и влияние характера потока вызовов на пропускную способность полnodоступного пучка линий, пользоваться справочным материалом, оценивать степень точности формул Энгсета.

#### 5.2.Задание

1. При подготовке к занятию изучить [1].
2. Решить задачи 5.1- 5.3, исходные данные приведены в табл.5.1, 5.2.
3. При затруднениях, возникающих при изучении теоретического материала или решении задач, сформулировать конкретные вопросы и выяснить их с преподавателем на консультации или практическом занятии.

#### 5.3. Контрольные вопросы

1. К какому классу потоков вызовов относится поток от ограниченного числа источников?
2. Чем отличается поток от ограниченного числа источников от простейшего потока вызовов?

3. Какое соотношение выполняется между параметром потока вызовов от одного свободного источника и интенсивности нагрузки, поступающей от одного свободного источника?
4. Поясните, как получены формулы Энгсета для определения вероятностей  $P_i, P_1, P_V, P_n$ .
5. Каковы соотношения между вероятностями  $P_i, P_1, P_V, P_n$  в полностью доступном пучке, обслуживающем поток от ограниченного числа источников?
6. Как влияет число источников на пропускную способность полностью доступного пучка линий?
7. Сопоставьте пропускную способность полностью доступного пучка линий, обслуживающего поток вызовов от ограниченного числа источников и вызовы простейшего потока.

#### 5.4. Методические указания

Потоки от ограниченного числа источников относятся к потокам с простым последствием [1]. Параметр потока от ограниченного числа источников зависит от состояния коммутационной системы и определяется соотношением:

$$\lambda_i = \alpha(n-i), \quad 0 \leq i \leq V,$$

где  $\alpha$ -параметр потока от одного свободного источника;  $n$ -общее число источников вызовов;  $i$ -число занятых источников.

Если на полностью доступный пучок из  $V$  линий, включенных в выходы неблокирующей коммутационной системы с потерями, поступает поток от ограниченного числа источников с параметром  $\lambda_i$ , то вероятности различных состояний полностью доступного пучка  $P_i$  и вероятности потерь по времени  $P_V$ , нагрузке  $P_n$ , по вызовам  $P_V$  определяются по формулам Энгсета [1]

$$P_i = \frac{C_n^i \left( \frac{a}{1-a} \right)^i}{\sum_{j=0}^V C_n^j \left( \frac{a}{1-a} \right)^j}, \quad i = \overline{0, V} \quad (5.1)$$

$$P_i = \frac{C_n^i \left( \frac{a}{1-a} \right)^V}{\sum_{j=0}^V C_n^j \left( \frac{a}{1-a} \right)^j} \quad (5.2)$$

$$P_B = \frac{C_{n-1}^i \left( \frac{a}{1-a} \right)^i}{\sum_{i=0}^V C_{n-1}^i \left( \frac{a}{1-a} \right)^i} \quad (5.3)$$

$$P_H = (1 - \frac{V}{n}) P_i \quad (5.4)$$

где  $C_{n-1}^i$ ,  $C_{n-1}^v$ ,  $C_{n-1}^{v-1}$  - число сочетаний из  $n$  по  $i$ , из  $n$  по  $v$ , из  $n-1$  по  $V$  соответственно.

Формулы Энгсета для вероятностей потерь по вызовам табулированы [5]. Таблицы [5] построены для различных значений  $n=1-100$  в диапазоне изменения нагрузки  $\alpha$  от 0,005 до 0,5 с шагом 0,005; 0,01; 0,02; для различных  $\alpha$ . Искомые значения вероятностей потерь по вызовам  $P_B(n, a, V)$  и вероятности потерь по времени  $P_t = P_a(n+1, V, a)$  получаем на пересечении столбца и строки соответствующих числу источников нагрузки  $n$  и ёмкости пучка линий  $V$  при фиксированной нагрузке  $a$ .

Изучив теорию (1), приступают к решению задач. Задачи решаются самостоятельно с использованием справочных таблиц [5]. Исходные данные вариантов задач 5.1, 5.2, 5.3 соответствуют порядковому номеру фамилии студента в учебном журнале.

**Задача 5.1.** Определить вероятность потерь по вызовам, по времени, по нагрузке в полнодоступном пучке ёмкостью  $V$ -линий при воздействии на него нагрузки  $Y$ , создаваемой потоком вызовов от числа источников  $n$ . Построить графики зависимостей  $P=f(Y)$  при  $n, V = \text{const}$ . Проанализировать зависимость  $P=f(Y)$  при  $n, V = \text{const}$  и сравнить её с аналогичной зависимостью при обслуживании полнодоступным пучком линий простейшего потока вызовов. Исходные данные приведены в таблице 5.1.

**Задача 5.2.** Определить ёмкость пучка линий  $V$ , обслуживающего поток от  $n$  источников вызовов с вероятностью потерь по вызовам, не превышающих значение  $P_B$ . Нагрузка от одного источника равна  $a = \text{Эрл}$ . Исходные данные приведены в таблице 5.2.

**Задача 5.3.** Определить нагрузку, поступающую на полнодоступный пучок ёмкостью  $V$  линий, если вероятность потерь по вызовам потерь равна  $P_B$ . Исходные данные приведены в таблице 5.2.

## Примеры решения задач

**Задача 5.1.** Определить вероятность потерь по вызовам  $P_v$ , времени  $P_t$ , нагрузке  $P_n$  в полнодоступном пучке из 10 линий при воздействии на него простейшего потока вызовов и потока от  $n=15$  источников вызовов. Нагрузка от одного источника  $a=0,36$  Эрл.

Вероятности потерь  $P_v$ ,  $P_t$  при обслуживании потока от ограниченного числа источников определяем из таблиц [5]. В таблицах вычислена вероятность потерь по вызовам  $P_v$ . Вероятность потерь  $P_v$ ,  $P_t$ ,  $P_n$  в полнодоступной неблокируемой КС, обслуживающий поток от ограниченного числа источников зависит от трех параметров: числа источников вызовов  $n$ , нагрузки  $a$ , ёмкости пучка линий  $V$ . Между ними имеет место неравенство  $P_n < P_v < P_t$ .

Из формул видно, что  $P_t(n, V, a) = P_v(n+1, V, a)$  т.е. вероятность потерь по времени в полнодоступном пучке, на который поступает поток от  $n$  источников, равна вероятности потерь по вызовам для полнодоступного пучка, обслуживающий поток вызовов от  $(n+1)$  источников. Определим по таблицам потери по вызовам  $P_v(n, V, a) = P_v(15; 10; 0,36)$ . Находим в таблице значение  $a=0,36$  Эрл. Затем на пересечении столбца  $n=15$  и строки  $V=10$  находим искомую величину  $P_v(15; 10; 0,36) = 0,006149$ . Так как потери по времени  $P_t = P_v(n+1, V, a) = P_v(16; 10; 0,36)$ , то  $P_t$  находим на пересечении столбца  $n=16$  и строки  $V=10$ ,  $P_t = 0,0118323$ . Вероятность потерь по нагрузке вычисляем по формуле (5.3).  $P_n(15; 10; 0,36) = P_t(1 - V/n) = 0,0118323(1 - 10/15) = 0,003945$ . В задачах 5.2, 5.3 ёмкость пучка линий  $V$  (задача 5.2) и пропускная способность  $Y$  (задача 5.3) определяются методом последовательных приближений, так как в формулах (5.3, 5.4)  $V$  и  $Y$  в явном виде не выражаются.

Например, требуется определить ёмкость пучка линий  $V$ , обслуживающего поток от  $n=40$  источников с вероятностью потерь  $P=100\%$ . Нагрузка от одного источника равна  $a=0,12$  Эрл. В таблицах находим значение  $a=0,12$  Эрл. Затем в столбце  $n=40$  находим  $P_{\text{таб}} \approx P_s = 100\% - 0,1$ , которому соответствует искомое число линий  $V$ . При  $n=40$  вероятность потерь в полнодоступном пучке  $P=0,101151 \approx P=0,1$  для  $V=7$  линий, следовательно,  $V=7$  линий. Методика определения  $Y$  в задаче 4.3 аналогична методике

определения  $V$  с учетом следующего. Из таблиц вначале находится нагрузка от одного источника  $a$  при заданных  $V$ ,  $P$ ,  $a$ , затем нагрузка  $Y$  вычисляется из соотношения  $Y=an$ .

Таблица 5.1

Варианты исходных данных для задачи 5.1

№ варианта	$a_n$	$a_b$	$V$	$N$
1	0,3	0,11	2	5,6
2	0,2	0,1	5	20,21
3	0,19	0,09	10	40,44
4	0,18	0,08	2	6,8
5	0,15	0,07	5	21,23
6	0,14	0,08	10	41,42
7	0,12	0,07	2	7,8
8	0,15	0,04	5	22,24
9	0,14	0,09	10	42,44
10	0,13	0,02	2	8,9
11	0,11	0,12	5	23,24
12	0,1	0,2	10	43,44
13	0,09	0,09	2	7,9
14	0,08	0,13	5	23,24
15	0,07	0,19	10	42,43
16	0,06	0,2	2	5,9
17	0,05	0,14	5	23,24
18	0,08	0,07	10	41,44
19	0,03	0,04	2	5,6
20	0,09	0,17	5	20,23
21	0,3	0,2	10	40,43
22	0,07	0,3	2	6,8
23	0,03	0,2	5	21,24
24	0,13	0,19	10	41,42
25	0,05	0,18	2	7,8
26	0,04	0,17	5	22,23
27	0,02	0,16	10	42,44
28	0,2	0,12	2	8,9
29	0,03	0,15	5	23,24
30	0,3	0,14	10	43,44

Таблица 5.2

Варианты исходных данных для задач 5.2, 5.3

№ варианта	V=f(Y, n, P)			Y=f(V, n, P)		
	Y, Эрл	n	P, %	V	P, %	n
1	0,19	5	145	2	57	5
2	0,11	10	56	5	49	20
3	0,1	20	404	10	33	40
4	0,15	40	380	2	127	6
5	0,05	50	282	5	194	21
6	0,15	5	11	10	68	41
7	0,14	10	23	2	237	7
8	0,13	20	266	5	215	22
9	0,1	40	317	10	95	42
10	0,09	50	151	2	323	8
11	0,18	5	19	5	44	23
12	0,07	10	2	10	150	43
13	0,07	20	588	2	70	9
14	0,06	40	20	5	155	24
15	0,14	50	554	10	161	44
16	0,08	5	40	2	181	10
17	0,04	10	4	5	171	25
18	0,09	20	18	10	172	45
19	0,06	40	1	2	40	5
20	0,03	50	3	5	404	20
21	0,05	5	174	10	96	40
22	0,15	10	302	2	86	6
23	0,14	20	79	5	429	21
24	0,15	40	66	10	128	41
25	0,11	50	452	2	220	7
26	0,01	5	2	5	191	22
27	0,12	10	68	10	20	42
28	0,01	20	10	2	55	8
29	0,12	40	3	5	163	23
30	0,05	50	65	10	23	43

## Практическое занятие № 6

### Расчет характеристик полнодоступных схем в системах с ожиданием

#### 6.1. Цель и содержание занятия

**Цель занятия** - освоение методов расчета пропускной способности однозвенных полнодоступных схем, обслуживающих простейший поток вызовов с ожиданием. Приобретение навыков расчета и анализа функциональных зависимостей между параметрами методов Кроммелина, Берке, Эрланга.

В результате выполнения практического занятия студент должен: -знать сущность методов Кроммелина, Берке, Эрланга для расчета характеристик качества обслуживания простейшего потока вызовов полнодоступным пучком линий с ожиданием. область их применения, достоинства, недостатки: -уметь выполнять расчеты по методам Кроммелина, Берке, Эрланга, анализировать расчетные данные, пользоваться справочным материалом (кривые Кроммелина, Берке и др.), оценивать степень точности изучаемых методов.

#### 6.2. Задание

1. При подготовке к занятию изучить [1].
2. Решить задачи 6.1-6.3. Исходные данные приведены в табл.6.1-6.3.

#### 6.3. Контрольные вопросы

1. Какие характеристики используются для количественной оценки качества обслуживания вызовов в системе с ожиданием?
2. От каких параметров зависит пропускная способность коммутационной системы?
3. По каким формулам при показательно распределенной длительности занятия определяются: -вероятность состояния полнодоступного пучка с  $i = 0, 1 \dots$  занятыми линиями -  $P_i, P_v$ ? - вероятность потерь по времени  $P_t = P(\gamma > 0)$  ?

-функция распределения времени ожидания -  $P(\gamma > t)$  ? -среднее время ожидания начала обслуживания по отношению ко всем поступившие вызовам -  $\gamma$  и по отношению к вызовам, попадающим на ожидание  $\gamma_z$  (задержанным с обслуживанием)? - среднее число вызовов, ожидающих начало обслуживания (средняя длина очереди) -  $r$  ?

4. Какое ограничение введено при выводе второй формулы Эрланга и почему?

5. Как вычисляются при постоянной длительности занятия линий  $P(\gamma > 0)$ ,  $P(\gamma > 1)$ ,  $\bar{\gamma}$ ,  $\bar{\gamma}_z$ .

6. Чем отличаются семейства кривых Кроммелина от семейства кривых Берке?

7. Приведите формулу Полячика - Хинчена для среднего времени ожидания начала обслуживания в однолинейной системе с произвольным распределением длительности занятия. Какой вид получает эта формула при постоянной и показательно распределенной длительности занятия?

8. В каких единицах выражены в формуле параметры -  $\gamma$  и  $t$  ?

9. Какое соотношение вероятностей  $P_1$  и вероятностей потерь по времени  $P_1$  при обслуживании простейшего потока вызовов в системе с явными потерями и в системе с ожиданием?

10. Укажите область применения систем с ожиданием?

#### 6.4. Основные теоретические сведения

В системах с ожиданием характеристики качества обслуживания вызовов простейшего потока зависят от функции распределения длительности занятия линий (показательная, постоянная), способов выбора вызовов из очереди для обслуживания (в порядке очереди или в случайном порядке). В зависимости от дисциплины обслуживания в системах с ожиданием используются кривые Кроммелина, Берке [1], [2], формулы Эрланга для систем с ожиданием [1] [2].

В системах с ожиданием потери по времени  $P_1$  есть доля времени в течении которого все  $V$  линий пучка заняты и на ожидании находится  $r = 0, 1, 2 \dots$  вызовов. Следовательно, потери по времени равны вероятности

$P(\gamma > 0)$  того, что поступивший вызов не будет немедленно обслужен, а будет ожидать начала обслуживания в течение времени больше нуля.

При показательном распределенной длительности занятия линий вероятность потерь по времени в системах с ожиданием равна:

$$P_t = P_i(\gamma > 0) = \frac{(V^v - 1^v) \cdot 1^v / (V - \gamma)}{\sum_{j=0}^v (\gamma^j / j!) + (\gamma^v / v!) \cdot (\gamma / (V - \gamma))} = P_v \cdot \frac{V^v}{V - \gamma} = D_v(\gamma) \quad (6.1)$$

Выражение (6.1) называется второй формулой Эрланга. Формула табулирована [3]. Таблицы позволяют по любым двум из трех параметров  $V$ ,  $V$ ,  $P_t$  - определить третий. Для вычисления вероятностей потерь по времени  $P_t$  в системах с ожиданием можно использовать таблицы для первой формулы Эрланга [4] после преобразования второй формулы Эрланга к виду:

$$P_t = D_v(Y) = \frac{E_v(Y)}{1 - (Y/V) \cdot (1 - E_v(Y))} \quad (6.2)$$

Выражение (6.2) показывает, что в системах с ожиданием потери по времени больше, чем в системах с потерями. Такое соотношение потерь объясняется тем, что при освобождении выхода в системе с явными потерями он предоставляется поступающему вызову, а в системе с ожиданием при наличии очереди – ожидающему. Вновь поступающему вызову в этом случае приходится становиться в очередь.

Вторая формула Эрланга определяет долю вызовов, обслуживание которых происходит после некоторого времени ожидания и не дает ответа на характер распределения времени ожидания начала обслуживания для ожидающих вызовов, который оценивается функцией распределения времени ожидания свыше доступного времени  $t - P(\gamma > t)$

Вероятность  $P(\gamma > t)$  при показательном распределении длительности занятия линий и упорядоченной очереди обслуживания ожидающих вызовов вычисляется по формуле.

$$P(\gamma > t) = P(\gamma > 0) \cdot e^{-(V-\gamma)t} \quad (6.3)$$

В формуле (6.3)  $\gamma$  и  $t$  выражены в условных единицах времени. Формула для определения функции  $P(\gamma > t)$  при постоянной длительности занятия трудоемка, поэтому на практике используются построенные Кроммелином семейства кривых  $P(\gamma > t) = f(t)$  [1.2] при упорядоченной очереди либо кривые, построенные Берке для случайной очереди [1.2].

Средняя длительность ожидания вызовом начала обслуживания зависит от закона распределения длительности занятия. При показательном распределении времени обслуживания средняя длительность ожидания для любого поступившего вызова определяется по формуле:

$$\bar{\gamma} = \frac{P(\gamma > 0)}{(V - Y)} \quad (6.4)$$

и для вызовов, ожидающих обслуживания:

$$\bar{\gamma}_1 = \frac{1}{(V - Y)} \quad (6.5)$$

При постоянном времени обслуживания для однолинейной системы формулы (6.4), (6.5) имеют вид

$$\bar{\gamma} = Y / 2 \cdot (1 - Y); \quad (6.6)$$

$$\bar{\gamma}_1 = 1 / 2 \cdot (1 - Y) \quad (6.7)$$

так как для однолинейного пучка  $P(\gamma > 0) = Y$

Таким образом, при постоянной длительности занятия время ожидания в очереди любого вызова  $\gamma$  и задержанного вызова  $\gamma_1$  вдвое меньше, чем при показательном распределенной длительности занятия. С увеличением емкости пучка линий это соотношение уменьшается, но всегда  $\gamma$ ,  $\gamma_1$  при постоянной длительности занятия меньше, чем  $\gamma$ ,  $\gamma_1$  при показательном распределенной длительности занятия.

Средняя длина очереди определяется по формуле:

$$\bar{r} = P(\gamma > 0) \cdot \frac{Y}{(V - Y)} = \bar{\gamma} \cdot Y \quad (6.8)$$

Изучив методы расчета пропускной способности полнодоступного пучка линий, обслуживающего вызовы простейшего потока, приступают к решению задач.

## 6.5. Методические указания

Задачи решаются самостоятельно с использованием справочных таблиц [3,4] и графиков зависимости  $P(\gamma > t)$  [1], [2].

Исходные данные вариантов задач 6.1-6.3 соответствуют порядковому номеру фамилии студента в учебном журнале.

**Задача 6.1.** Определить вероятность потерь по времени  $P_t$  в полностью доступном пучке из  $V$  линий, если поступающая нагрузка  $Y$ , создаваемая вызовами простейшего потока, обслуживается с условными и явными потерями. Исходные данные приведены в табл. 6.1. Построить график зависимости  $P_t = f(Y)$  (система с ожиданием).  $E_v = f(Y)$  (система с потерями) при  $V = \text{const}$ .

Значения вероятности потерь по времени в системе с ожиданием  $P_t$  находятся из таблицы 3 [3], а значения вероятности потерь  $E_v$  в системе с явными потерями - из таблиц Пальма [4].

**Задача 6.2.** На полностью доступный пучок из  $V$  линий поступает простейший поток вызовов с параметром  $\lambda$ , выз/ч. Время обслуживания одного вызова распределено по показательному закону со средним временем  $t_с$ . Используя формулы 6.1-6.8 и таблицы [3,4], определить: - долю задержанных вызовов -  $P(\gamma > 0)$ ; - долю вызовов, задержанных свыше времени  $t$  -  $P(\gamma > t)$ ; - среднее время ожидания любого поступающего  $\gamma$  и только задержанного вызова  $\gamma_з$ ; - среднюю длину очереди  $г$ . Исходные данные приведены в таблице 6.2.

**Задача 6.3.** При условиях задачи 6.2 определить: - долю задержанных вызовов -  $P(\gamma > 0)$ ; - долю вызовов, задержанных свыше времени  $t$  -  $P(\gamma > t)$ ; - среднее время ожидания любого поступающего  $\gamma$  и только задержанного вызова  $\gamma_з$ ; - среднюю длину очереди  $г$ , если время обслуживания одного вызова постоянная величина  $t$  и вызовы обслуживаются в порядке очереди. Исходные данные приведены в таблице 6.3. Для решения задачи используются кривые Кроммелина, рис. 4.3-4.5 [2] и формулы 6.6, 6.7, если  $V=1$ . Если по исходным данным  $V > 1$ , то для определения величины  $\gamma$  следует воспользоваться графиком [2], а для определения величины  $\gamma_з$  используется формула:

$$\overline{\gamma_з} = \frac{\overline{\gamma}}{P(\gamma > 0)} \quad (6.9)$$

Сопоставьте результаты задач 6.2 и 6.3.

Таблица 6.1

Варианты исходных данных для задачи 6.1

№ вар.	$Y_n$ Эрл.	$Y_n$ Эрл.	$\Delta Y$ Эрл.	V
1	8	18	2	20
2	16	26	2	30
3	29	39	2	47
4	35	45	2	55
5	23	33	2	36
6	45	55	2	67
7	32	42	2	50
8	13	23	2	24
9	28	38	2	46
10	44	54	2	66
11	24	34	2	40
12	32	42	2	51
13	28	38	2	45
14	34	44	2	54
15	15	25	2	27
16	18	28	2	34
17	43	53	2	65
18	26	36	2	43
19	20	30	2	35
20	34	44	2	52
21	37	47	2	56
22	25	35	2	41
23	32	42	2	37
24	41	51	2	62
25	27	37	2	44
26	39	49	2	60
27	37	47	2	57
28	25	35	2	42
29	40	50	2	61
30	10	20	2	22

## Варианты исходных данных для задач 6.2

№ вар.	$\lambda$ , выз/час	$\gamma$ , Эрл	$V$	$t$
1	18	19	21	0,1,2,3,4,5,6 При $V=1$
2	18	25	31	0,1,2, При $V=2$
3	100	125	131	0,1,2,3,4,5,6 При $V=3$
4	96	98	122	0,1,2,3,4,5,6 При $V=5$
5	84	95	113	0,1,2,3, При $V=8$
6	80	88	103	0,1,2,3,4,5,6 При $V=1$
7	72	82	104	0,1,2,3,4,5, При $V=2$
8	68	75	92	0,1,2,3,4,5,6 При $V=3$
9	64	80	95	0,1,2,3,4, При $V=5$
10	60	80	84	0,1,2,3,4,5,6 При $V=4$
11	52	78	81	0,1,2,3,4,5,6 При $V=1$
12	60	65	73	0,1,2,3,4,5,6 При $V=2$
13	52	67	74	0,1,2,3,4,5,6 При $V=3$
14	49	72	76	0,1,2, 3,4,5, При $V=5$
15	47	65	70	0,1,2,3,4,5, При $V=4$
16	45	63	71	0,1,2,3,4,5,6 При $V=1$
17	50	55	64	0,1,2,3,4,5, При $V=2$
18	49	54	67	0,1,2,3,4,5, При $V=3$
19	40	52	63	0,1,2, 3,4,5, При $V=5$
20	38	56	62	0,1,2,3,4,5 При $V=4$
21	36	51	60	0,1,2,3,4,5,6 При $V=1$
22	49	48	52	0,1,2,3,4,5,6 При $V=2$
23	45	47	53	0,1,2,3, При $V=3$
24	44	46	56	0,1,2,3,4,5, При $V=5$
25	42	35	50	0,1,2,3,4,5, При $V=4$
26	41	33	57	0,1,2,3,4,5,6 При $V=1$
27	39	46	53	0,1,2,3,4,5,6 При $V=2$
28	37	48	55	0,1,2, При $V=3$
29	34	44	56	0,1,2,3,4,5, При $V=5$
30	32	41	46	0,1, 2,3,4,5, При $V=4$

Таблица 6.3

## Варианты исходных данных для задач 6.3

№ вар.	$\lambda$ , выз/час	$\gamma$ , Эрл	$V$	$t$
1	4.1	2	5	0,1,2,3,4,5,6 При $V=1$
2	4.2	5	7	0,1,2, При $V=2$
3	4.3	7	8	0,1,2,3,4,5,6 При $V=3$
4	4.4	7	9	0,1,2,3,4,5,6 При $V=1$
5	4.5	5	6	0,1,2, При $V=2$
6	4.7	4	7	0,1,2,3,4,5,6 При $V=3$
7	4.9	3	8	0,1,2,3,4,5,6 При $V=5$
8	5.0	7	9	0,1,2,3, При $V=8$
9	5.2	5	6	0,1,2,3,4,5,6 При $V=1$
10	5.3	5	7	0,1,2,3,4,5,6 При $V=4$
11	5.5	5	8	0,1,2,3,4,5,6 При $V=1$
12	5.6	7	8	0,1,2,3,4,5,6 При $V=2$
13	5.7	6	8	0,1,2,3,4,5,6 При $V=3$
14	5.8	7	9	0,1,2, 3,4,5, При $V=5$
15	6.0	5	7	0,1,2,3,4,5, При $V=4$
16	6.2	8	9	0,1,2,3,4,5,6 При $V=3$
17	6.4	7	8	0,1,2, 3,4,5, При $V=5$
18	6.5	7	9	0,1,2,3,4,5, При $V=4$
19	6.7	6	8	0,1,2,3,4,5,6 При $V=1$
20	6.8	10	11	0,1,2,3,4,5, При $V=2$
21	7.0	12	13	0,1,2,3,4,5,6 При $V=1$
22	7.2	14	15	0,1,2,3,4,5,6 При $V=2$
23	7.4	15	17	0,1,2,3, При $V=3$
24	7.6	9	10	0,1,2,3,4,5, При $V=5$
25	7.7	10	11	0,1,2,3,4,5, При $V=4$
26	7.8	11	12	0,1,2,3,4,5,6 При $V=2$
27	7.9	13	14	0,1,2,3, При $V=3$
28	8.0	15	16	0,1,2,3,4,5, При $V=5$
29	8.1	12	13	0,1,2,3,4,5, При $V=4$
30	8.2	15	16	0,1,2,3,4,5,6 При $V=1$

## Практическое занятие №7

### Расчет характеристик полnodоступных схем при обслуживании простейшего потока вызовов в системе с повторными вызовами

#### 7.1 Цель и содержание занятия

**Цель занятия** - освоение модели системы с повторными вызовами, методов расчета пропускной способности полnodоступного пучка линий, обслуживающего потоки с повторными вызовами. приобретение навыков расчета и анализа характеристик качества обслуживания потоков с повторными вызовами.

В результате выполнения практического занятия студент должен: **-знать** отличие модели системы с повторными вызовами от модели систем с явными и условными потерями, методы расчета характеристик качества работы системы с повторными вызовами и область её применения; **-уметь** выполнять расчеты характеристик качества обслуживания потоков с повторными вызовами, анализировать расчетные данные и влияние характера потока вызовов на пропускную систему полnodоступного пучка линий и пользоваться справочным материалом.

#### 7.2 Задание

- 1 При подготовке к занятию изучить [1]; [2].
2. Решить задачу 7.1, исходные данные вариантов задачи приведены в табл.7.1.

#### 7.3. Контрольные вопросы

1. К какому классу потоков вызовов относится поток с повторными вызовами?
2. Каким потоком вызовов можно охарактеризовать поток первичных вызовов?
3. По каким характеристикам оценивается качество работы системы с повторными вызовами?

4. Что является причиной повторных вызовов?
5. Какие модели систем с повторными вызовами вы знаете?
6. Поясните диаграмму состояний и переходов процесса обслуживания в системе с повторными вызовами.
7. Как вычисляются характеристики качества работы системы с повторными вызовами?
8. В чем заключается отличие системы с повторными вызовами от систем с явными и условными потерями?

#### 7.4. Методические указания

В коммутационных системах с повторными вызовами вызов, поступающий в момент занятости всех линий в пучке емкостью  $V$ , не теряется, а начинает посылать повторные вызовы до тех пор, пока не добьётся требуемого соединения, либо пока не отпадает необходимость в этом соединении.

Поток с повторными вызовами состоит из потока первичных вызовов и потока повторных вызовов. Повторные вызовы возникают при потери первичного вызова или при потери предыдущего повторного вызова. Параметр потока с повторными вызовами  $\lambda_{пов}$  равен сумме параметров потоков первичных и повторных вызовов. Если поток первичных вызовов простейший с параметром  $\lambda$ , то параметр потока с повторными вызовами определяется выражением

$$\lambda_{пов} = \lambda + j\rho ,$$

где  $j$  - число источников повторных вызовов;  $\rho$  - параметр потока вызовов от одного источника, повторяющего вызовы;  $j\rho$  - параметр потока повторных вызовов.

Если в течение заданного времени источник не производит повторного вызова, то рассматриваемый вызов теряется окончательно. Это время принимается распределенным по показательному закону с параметром  $\rho + \gamma$ . Отсюда среднее время между двумя соседними повторными попытками источника добиться обслуживания своего вызова составляет:

$$Z = \frac{1}{(\rho + \gamma)} \quad (7.1)$$

Вероятность того, что источник осуществит повторную попытку вызова есть  $H = \rho / (\rho + \gamma)$  и вероятность того, что источник не будет осуществлять повторную попытку -  $1 - H = \gamma / (\rho + \gamma)$ . Вероятность  $H$  определяет меру настойчивости абонента добиться обслуживания.  $1 - H$  - мера ненастойчивости источника.

В теории распределения информации известны несколько моделей коммутационных систем с повторными вызовами. В литературе [1] рассматривается модель коммутационной системы с повторными вызовами при двухэтапном обслуживании вызова, в которой учитываются повторные вызовы, возникающие не только из-за занятости соединительных путей, но и по другим причинам: вызываемый абонент не ответил, занята абонентская линия, вызывающий абонент допустил ошибку в номере, повреждение на сети.

Первый этап обслуживания включает весь процесс установления соединения кроме разговоров. Второй этап обслуживания характеризуется разговорным состоянием. вызов считается обслуженным, если имели место оба этапа, т.е. вызов завершился вторым этапом - разговором. Вызов считается необслуженным, если его обслуживание завершается первым этапом.

Длительность занятия линии первым и вторым этапами обслуживания вызова распределена по показательному закону с параметрами соответственно  $\alpha$  и  $\beta$ , следовательно, среднее значение длительности обслуживания на первом и втором этапах равны:

$$l_{\alpha} = 1/\alpha \quad \text{и} \quad l_{\beta} = 1/\beta$$

Основными характеристиками качества обслуживания потока с повторными вызовами коммутационной системой приняты [1]: вероятность потери первичного вызова  $P$  и среднее число повторных вызовов, приходящихся на один первичный вызов  $\bar{C}_0$ . При определении  $\bar{C}_0$  учитывается, что повторные вызовы появляются как из-за отсутствия свободных линий в пучке в

момент поступления первичного и повторных вызовов, так и завершением обслуживания вызовов только первым этапом.

Величина  $\bar{C}_0$  определяется по формуле:

$$\bar{C}_0 = \bar{C}_1 + \bar{C}_2 + \bar{C}_1 \bar{C}_2 = L + \bar{C}_1 L - 1 \quad (7.2)$$

где  $\bar{C}_1$  - среднее число повторных вызовов, приходящихся на один первичный или повторный вызов, которые происходят по причине отсутствия свободных линий в пучке в момент поступления вызова;  $\bar{C}_2 = L - 1$  - среднее число повторных вызовов на первом этапе обслуживания;  $L$  - среднее число попыток на первом этапе обслуживания.

Для определения  $P$  и  $\bar{C}_1$  можно использовать таблицы [6]. В этих таблицах приводятся значения  $P$  и  $\bar{C}_1$  для модели обслуживания потока вызовов, в которой учитываются повторные вызовы, появляющиеся только по причине отсутствия свободных линий в пучке в моменты поступления первичных вызовов. В указанных таблицах приведены значения  $P$  и  $\bar{C}_1 = m$  в зависимости от емкости пучка  $V$  при фиксированных значениях величины нагрузки, поступающей на одну линию  $S = C = \lambda / \rho$ , среднего интервала между повторными вызовами  $T = 1 / \rho$  и функции ненастойчивости  $U = \gamma / \rho$ . Между  $T$ ,  $U$  и  $Z$ ,  $H$  справедливы следующие зависимости:

$$Z = T / (1 + U) \quad (7.3)$$

$$H = 1 / (1 + U) \quad (7.4)$$

$$T = Z / H \quad (7.5)$$

$$U = (1 - H) / H \quad (7.6)$$

**Задача 7.1.** На полнодоступный пучок емкостью  $V$  линий поступает поток с повторными вызовами. Среднее время обслуживания первым этапом  $t_a$ , среднее время обслуживания вторым этапом  $t_b$ , функция настойчивости  $H$ , средние значения промежутка времени между повторными вызовами  $Z$ , вероятность того, что вызов останется необслуженным  $\phi$ , интенсивность поступающей нагрузки, создаваемой первичными вызовами  $U$ . Определить суммарную длительность занятия линий пучка полным обслуживанием одного вызова  $t$ , вероятность потери первичного вызова  $P$  и среднее число повторных вызовов, приходящихся на один первичный вызов  $\bar{C}_0$ . Результаты сравнить с вероятностью

потерь в системах с явными потерями. Построить график зависимости  $P = f(Z, H)$  Исходные данные приведены в табл. 7.1.

### Пример решения задачи

Определить суммарную длительность занятия линий  $\bar{t}$ , вероятность потери первичного вызова  $P$  и среднее число повторных вызовов на один первичный вызов  $\bar{c}_0$ , при следующих исходных данных:  $V = 20$  линий,  $U = 17$  Эрл, интервал между повторными вызовами  $Z = 0,066$ ,  $\varphi = 0,6$ ,  $H = 0,66$ ,  $\bar{t}_a = 15$  с,  $\bar{t}_p = 120$  с. Результаты сравнить с вероятностью потерь в системах с явными потерями.

Вычислим суммарную длительность занятия линий пучка полным обслуживанием одного вызова  $t$  по формуле:

$$\bar{t} = \frac{t_a + \varphi t_p}{1 - \varphi H} \quad (7.7)$$

где  $\psi = 1 - \varphi$  – вероятность того, что вызов будет полностью обслужен (завершится вторым этапом обслуживания, т.е. разговором).

$$t = \frac{15 + 0,4120}{1 - 0,6 * 0,66} = \frac{63}{0,604} = 104,3 \text{ с} = 0,029 \text{ ч}$$

Удельная поступающая нагрузка на одну линию

$$S = U/V = 17/20 = 0,85 \text{ Эрл.}$$

Значения  $P$  и  $\bar{c}_1$  определим из таблиц [6], для этого вычислим вспомогательные величины  $T$  и  $U$ :

$$T = Z/H = 0,066/0,66 = 0,1$$

$$U = 1 - H/\varphi = 1 - 0,066/0,6 = 0,515 \approx 0,5$$

По рассчитанным значениям  $U$ ,  $T$ ,  $S$  находим из таблиц значения вероятности потери первичного вызова  $P$  и  $\bar{c}_1$  для  $V = 20$  линий:

$$P = 0,12252, \quad \bar{c}_1 = 0,13923$$

Среднее число повторных вызовов, приходящихся на один первичный вызов  $\bar{c}_0$  вычислим по формуле (7.2), предварительно определив среднее число на первом этапе обслуживания:

$$L = \frac{1}{1 - \varphi H} = \frac{1}{1 - 0,6 * 0,66} = \frac{1}{0,604} = 1,66$$

$$\bar{C}_0 = 1,66 = 0,13923 * 1,66 - 1 = 0,8912$$

Сравним полученные результаты с вероятностью потерь  $P$  в полнодоступном пучке из  $V = 20$  линий, обслуживающем с явными потерями поступающую нагрузку  $Y = 17$  Эрл, создаваемую простейшим потоком вызовов. Из таблиц Пальма имеем :  $P = 0,08586$ .

Студентам предлагается самостоятельно пояснить различие между значениями вероятностей потерь в полнодоступном пучке линий при обслуживании простейшего потока вызовов и потока с повторными вызовами.

Таблица 7.1

Варианты исходных данных для задачи 7.1

№ ар.	$\gamma_n$ , Эрл	$\gamma_m$ , Эрл	$\Delta V$ , Эрл	$V$	$\alpha$	$\beta, c$	Z	H	$\rho$
1	0,5	0,9	0,1	1	16	115	0,066; 1,32	0,66	0,5
2	5	9	1	10	12	160	3,3; 0,066	0,66	0,73
3	18	30	3	30	19	150	1,32; 0,33	0,66	0,45
4	26	56	2	40	11	105	0,33; 3,3	0,66	0,55
5	10	18	2	20	16	116	0,1; 2	1	0,38
6	26	56	2	40	17	130	0,66; 0,33	0,66	0,6
7	21	30	3	30	10	110	0,33; 1,32	0,66	0,2
8	0,5	0,9	0,1	1	15	100	0,33; 1,32	0,66	0,4
9	5	9	1	10	14	114	0,5; 5	1	0,63
10	10	18	2	20	17	165	3,3; 0,66	0,66	0,52
11	0,5	0,9	0,1	1	12	130	0,66; 0,33	0,66	0,25
12	5	9	1	10	20	90	0,33; 1,32	0,66	0,7
13	10	18	2	20	14	150	1,32; 0,066	0,66	0,72
14	18	30	3	30	30	170	1; 0,1	1	0,48
15	26	36	2	40	20	125	0,066; 1,32	0,66	0,3
16	0,5	0,9	0,1	1	10	135	1,32; 0,33	0,66	0,65
17	5	9	1	10	15	80	5; 0,1	1	0,56
18	10	18	3	20	18	95	0,33; 0,66	0,66	0,8
19	18	30	3	30	15	80	0,66; 0,066	0,66	0,75
20	26	36	2	40	20	100	3,3; 0,33	0,66	0,46
21	5	9	1	10	25	140	1,32; 0,066	0,66	0,5
22	10	18	2	20	22	113	0,066; 3,3	0,66	0,4
23	18	30	3	30	10	120	3,3; 0,33	0,66	0,68
24	26	36	2	40	12	85	0,5; 2	1	0,73
25	5	9	1	10	23	118	0,66; 0,066	0,66	0,35
26	10	18	2	20	10	150	1,32; 0,33	0,66	0,8
27	18	30	3	30	17	98	0,33; 3,3	0,66	0,45
28	26	36	2	40	30	160	1,32; 0,066	0,66	0,55
29	0,5	0,9	0,1	1	12	98	3,3; 0,33	0,66	0,32
30	5	9	1	10	15	115	0,066; 1,32	0,66	0,6

## Практическое занятие №8

### Применение комбинаторного метода якобеуса при расчете пропускной способности многозвенных схем

#### 8.1 Цель и содержание занятия

**Цель занятия** – изучение методов расчета пропускной способности блокируемых полнодоступных двухзвенных схем, приобретение навыков расчета и анализа функциональных зависимостей между параметрами комбинаторного метода Якобеуса и скорректированного метода Якобеуса.

В результате выполнения практического занятия студент должен: -знать сущность комбинаторного метода Якобеуса, скорректированного метода Якобеуса, область их применения, достоинства, недостатки. -уметь выполнять расчеты по комбинаторному методу Якобеуса, скорректированному методу Якобеуса, анализировать расчетные данные и влияние структурных параметров двухзвенных полнодоступных Пальма, оценивать степень точности изучаемых методов.

#### 8.2. Задание

1. При подготовке к занятию изучить [1].
2. Решить задачи 8.1- 8.3, исходные данные вариантов задач приведены в табл. 8.1- 8.3.

#### 8.3. Контрольные вопросы

1. Дайте определение звеньевой коммутационной схемы.
2. Как влияют структурные параметры двухзвенной полнодоступной схемы на ее пропускную способность?
3. Поясните физический смысл общего выражения для вероятностей потерь в двухзвенной односвязной схеме.
4. При каких предположениях справедливо общее выражение для вероятностей потерь двухзвенной полнодоступной схемы?
5. Когда используются распределения Эрланга и Бернулли в комбинаторном методе Якобеуса?

6. Запишите формулы Якобеуса для расчета вероятностей потерь в двухзвенной полнодоступной схеме с коэффициентами  $\sigma = 1, \sigma < 1, \sigma > 1$ .

7. По какой формуле определяется пропускная способность блокируемой звеньевой схемы?

#### 8.4. Основные теоретические сведения

Особенности звеньевых коммутационных схем заключаются в том, что в соединении между входом и выходом схемы, кроме точек коммутации, участвуют также промежуточные линии.

Коммутационные схемы, содержащие два и более звеньев в соединительном пути, называют звеньевыми.

Потери в таких схемах возникают в трех случаях:

1. Если заняты все промежуточные линии, которые могут быть использованы;
2. Если заняты все выходы в требуемом направлении;
3. Когда возникают неудачные комбинации свободных промежуточных линий и свободных выходов.

Если вероятность занятия любых  $i$  из  $m$  промежуточных линий, принадлежащих одному коммутатору первого звена, обозначить через  $W_i$ , а вероятность занятия определенных  $m-1$  выходов – через  $H_{m-1}$ , то можно записать следующее выражение для потерь:

$$P = \sum_{i=0}^m W_i \cdot H_{m-i} \quad (8.1)$$

Формула (8.1) называется комбинаторным методом Якобеуса.

Коммутатор первого звена (звена А) характеризуется коэффициентом  $\sigma_A = m_A / n_A$

где  $m_A$  - число выходов из коммутатора;  $n_A$  - число входов в коммутатор.

Коэффициент  $\sigma_A$  может быть равным единице, больше единицы и меньше единицы.

1) Если  $\sigma_A < 1$  и занятие выходов подчиняется распределению Эрланга, а занятие промежуточных линий – распределению Бернулли, то формула (6.1) примет вид:

$$P = \frac{E m_{1,q}(Y)}{E m_{1,q}(Y / B^1)} \quad (8.2)$$

где  $n = (n_1, m_1) \cdot \alpha$

$v$  – удельная нагрузка на одну промежуточную линию  
 $a$  – средняя интенсивность нагрузки, обслуженной одним входом коммутатора первого звена.

2) Если  $\sigma_1 < 1$  и для первого звена сохранить распределение Бернулли, а для второго звена распределение Эрланга то формула (8.1) преобразуется к виду:

$$P = B^{n-1} + \frac{E m_{1,q}(Y)}{E m_{1,q}(Y / B^1)} \quad (8.3)$$

3) Если  $\sigma_A > 1$  и для промежуточных линий принять распределение Бернулли, а для выходов принять распределение Эрланга, то формула (8.1) примет вид:

$$P = \frac{E m_{1,q}(Y)}{E n_{1,q}(Y / \alpha^1)} \quad (8.4)$$

### 8.5. Методические указания

Приступая к решению задач 8.1- 8.3, необходимо изучить структуру двухзвенных схем и методы расчета их пропускной способности [1]. Задачи решаются самостоятельно по комбинаторному методу Якобеуса с использованием справочных таблиц Пальма [4]. Исходные данные вариантов задач 8.1-8.3, соответствуют порядковому номеру фамилии студента в учебном журнале.

**Задача 8.1.** В направлении двухзвенной схемы включен полноступенчатый пучок  $V = k_n \cdot q$  линий. Структурные параметры двухзвенной схемы:  $n_A, m_A, k_B, f, q$ . Удельная нагрузка на один вход схемы –  $a$ , Эрл. Определить вероятность потерь  $P$ , если в направлении поступает нагрузка  $U$ , Эрл.

Результаты расчетов сравнить для аналогичных условий при включении линий полноступенчатого пучка в выходы неблокируемой КС.

Построить график зависимости вероятности потерь  $P$  от величины поступающей нагрузки  $U$  при заданных значениях линий  $V = k_n \cdot q$ .

**Задача 8.2.** В направлении полноступенчатой двухзвенной схемы поступает нагрузка  $U$ , Эрл. Структурные параметры двухзвенной схемы:  $n_1, m_1, k_B, f$ . Величина удельной нагрузки  $a$ , Эрл. Определить емкость пучка линий  $V$ , который обслуживает поступающую нагрузку с вероятностью потерь  $P$ .

Результаты расчетов сравнить для аналогичных условий при включении линий полноступенчатого пучка в выходы неблокируемой КС.

Построить график зависимости числа линий  $V$  от величины поступающей нагрузки  $U$  при заданных значениях вероятностей потерь.

**Задача 8.3.** В направлении двухзвенной схемы включен полноступенчатый пучок линий  $V = k_B q$ . Структурные параметры двухзвенной схемы:  $n_1, m_1, k_B, f, q$ . Величина удельной нагрузки на один вход схемы  $a$ , Эрл. Определить пропускную способность схемы  $U$  при заданном качестве обслуживания  $P$ .

Результаты расчетов сравнить для аналогичных условий при включении линий полноступенчатого пучка в выходы неблокируемой КС.

Построить график зависимости пропускной способности  $U$  от емкости пучка линий при заданных значениях вероятностей потерь  $P$ .

### Примеры решения задач

**Задача 8.1.** В направлении двухзвенной схемы включен полноступенчатый пучок  $i = 40$  линий. Структурные параметры двухзвенной схемы:  $n_A = 15, m_A = 20, K_B = 20, f = 1, q = 1$ . Удельная нагрузка на один вход схемы  $a$ , Эрл. Определить вероятность потерь  $P$ , если в направлении поступает нагрузка  $U = 37$  Эрл.

Результаты расчетов сравнить для аналогичных условий при включении линий полноступенчатого пучка в выходы неблокируемой КС.

Выбор формул Якобеуса (8.2), (8.3), (8.4) для расчета вероятностей потерь зависит от структурных параметров двухзвенных полноступенчатых схем. При коэффициенте  $\sigma = m_1 / n_1 = 1$  расчеты выполняются по формуле (8.2), при  $\sigma > 1$  по

формуле (8.4). Если  $\sigma_A < 1$  и поиск свободных выходов в направлении производится в два этапа, то используется формула (8.3).

В рассматриваемой задаче  $\sigma = m_A/n_A = 20/15 > 1$ , следовательно, вероятность потерь определяется по формуле Якобеуса (8.4)

$$P = \frac{E_{m_A, q}(Y)}{E_{n_A, q}(Y/\alpha^f)} = \frac{E_{k_H, q}(Y)}{E_{n_A, q}(Y/\alpha^f)}$$

Подставляем в формулу значения ее параметров из условия задачи 8.1.

$$P = \frac{E_{40}(37)}{E_{30}(37/0.5)} = \frac{E_{40}(37)}{E_{30}(74)} = \frac{0.077288}{0.602924} = 0.128456$$

В формуле (8.4) в числителе и знаменателе имеем первую формулу Эрланга, поэтому для расчета вероятностей потерь в числителе и знаменателе формулы воспользуемся справочными таблицами Пальма [4]  $E_{40}(37) = 0.077268$  [4.с.30],  $E_{30}(74)$  определяется по формуле линейной интерполяции (4.1), так как значение  $Y=74$  Эрл отсутствует в таблице.

$$\begin{aligned} E_{30}(74) &= E_{30}(72) + (E_{30}(76) - E_{30}(72)) \cdot (74 - 72) = \\ &= 0.592548 + (0.613299 - 0.592548) \cdot 0.5 = 0.602924 \end{aligned}$$

Сравним вычисленное значение вероятностей потерь для двухзвенной полнодоступной схемы  $P_2 = 0,1288456$  с вероятностью потерь в полнодоступной неблокируемой КС. Пропускная способность блокируемых звеньевых схем совпадает с пропускной способностью полнодоступных однозвенных схем при одинаковых величинах нагрузки и емкости пучков линий в направлении. Поэтому для расчета вероятностей потерь в блокируемой схеме используют методы, полученные для однозвенных полнодоступных КС. Тогда по первой формуле Эрланга при  $Y=37$  Эрл.  $r=40$  линий вероятность потерь будет равна  $P_1 = E_{40}(37) = 0.077268$ . Вероятность потерь в направлении двухзвенной полнодоступной схемы больше вероятности потерь однозвенной полнодоступной схемы из-за внутренних блокировок свободных выходов.

**Задача 8.2.** В направлении полнодоступной двухзвенной схемы поступает нагрузка  $Y=56$  Эрл. Структурные параметры двухзвенной схемы:  $n_A=15$ ,  $m_A=20$ ,  $f=1$ . Удельная нагрузка  $a=0,7$  Эрл. Определить емкость полнодоступного пучка  $V$ , который

способен обслужить нагрузку  $Y=56$  Эрл с вероятностью потерь  $P=2\%$ . Так как в задаче 8.2 коэффициент  $\sigma = 20/15 > 1$ , то для расчета полnodоступной двухзвенной схемы используем формулу 8.4. Задача решается методом последовательных приближений, так как в этой формуле число линий  $V$  выражено в неявном виде. Ориентировочно область значений для  $V$  можно определить, исходя из значений числа линий  $V$  для полnodоступной схеме потребуются большее число линий при обслуживании одной и той же нагрузки  $Y=56$  Эрл с заданной вероятностью потерь  $P=0,002$ . число линий в полnodоступном однозвенном пучке, обслуживающим поступающую нагрузку  $Y=56$  Эрл с вероятностью потерь  $P=0,002$  по таблицам Пальма равно 76 линий [4.с.38] ( $P_{\text{пальма}} = 0.001855 \approx P = 0.002$ ) следовательно,  $V = 76$  линий, тогда емкость пучка линий в двухзвенной полnodоступной схеме будет больше 76 линий. Пусть  $V = 84$  линий, тогда  $q = V/k_B = 84/20 = 4,2$ .

$$P = \frac{E_{r_1}(Y)}{E_{n_1, q}(Y / \alpha^r)} = \frac{E_{84}(56)}{E_{n_1, q}(56 / 0.7)} = \frac{E_{84}(56)}{E_{63}(80)}$$

Из таблиц Пальма находим

$$E_{84}(56) = 0.000479 [4.с.38], E_{63}(80) = 0.245892 [4.с.37] \text{ и}$$

подставляем в исходную формулу

$$P' = 0.000479 / 0.245892 = 0.001948$$

Так как  $P' = 0.001948 \approx 0.002$ , то  $V = 84$  линий.

**Задача 8.3.** В направление двухзвенной схемы включен полnodоступный пучок  $V = 20$  линий. Структурные параметры двухзвенной схемы:  $n_A = 20$ ,  $m_A = 20$ ,  $K_B = 20$ ,  $f = 1$ ,  $q = 1$ . Удельная нагрузка на один вход схемы  $a = 0,5$  Эрл. Определить нагрузку, поступающую на полnodоступный пучок  $V = 20$  линий при вероятности потерь  $P = 3\%$ .

В задаче 8.3, коэффициент  $\sigma = m_A / n_A = 20 / 20 = 1$ , поэтому для расчета пропускной способности полnodоступной двухзвенной схемы используется формула 8.2.

$$P = \frac{E_{m_A, q}(Y)}{E_{m_A, q}(Y / B^f)} = \frac{E_{k_B} \cdot q(Y)}{E_{k_B} \cdot q(Y / B^f)},$$

где  $V = k_B \cdot q$ ,  $B = (\alpha \cdot n_A) / m_A$

В формуле 8.2 нагрузка  $Y$  в явном виде не выражается, а определяется методом последовательных приближений.

Ориентировочно область значений поступающей нагрузки  $U$  можно определить, исходя из значений нагрузки, поступающей на полнодоступный пучок линий однозвенной схемы, учитывая, что пропускная способность полнодоступной двухзвенной схемы меньше пропускной способности полнодоступной однозвенной схемы при одинаковых значениях емкости пучка  $l' = 20$  линий и вероятности потерь  $P = 0,003$ . Пропускная способность в однозвенном полнодоступном пучке из  $l' = 20$  линий при вероятности потерь  $P = 0,003$  по таблицам Пальма равна 10,5 Эрл. ( $P_{табл.} = 0.003011 \approx P = 0.003$ , следовательно,  $U = 10,5$  Эрл), тогда пропускная способность в двухзвенной полнодоступной схеме будет меньше 10,5 Эрл. Пусть  $U = 9$  Эрл,  $v = 0,5$  Эрл. рассчитаем вероятность потерь  $P$ .

$$P' = \frac{E_{k_n} \cdot q(Y)}{E_{k_n} \cdot q(Y/B')} = \frac{E_{20}(9)}{E_{20}(9/0.5)} = \frac{E_{20}(9)}{E_{20}(18)}$$

Из таблиц Пальма находим:

$E_{20}(9) = 0.000617$  [4.с.18],  $E_{20}(18) = 0.109213$  [4.с.20] и подставляем в исходную формулу,  $P = 0.000617 / 0.109213 = 0.00565$

Так как вычисленное значение вероятности потерь  $P'$  превышает заданную норму  $P$ , то нагрузку  $U$  необходимо уменьшить. Пусть  $U = 8,2$  Эрл.

$$P' = \frac{E_{20}(8.2)}{E_{20}(8.2/0.5)} = \frac{E_{20}(8.2)}{E_{20}(16.4)} = \frac{0.000213}{0.072715} = 0.00293$$

Вероятность потерь  $P' = 0.00293 \approx P = 0.003$  следовательно,  $U = 8,2$  Эрл.

Двухзвенные коммутационные схемы с коэффициентом  $\sigma = 1$ ,  $\sigma > 1$  как правило, используются для построения ступеней группового искания в системе АТСЭ, с коэффициентом  $\sigma < 1$  для построения ступени абонентского искания при исходящей связи.

Таблица 8.1

## Варианты исходных данных для задачи 8.1

№ вар.	У н	У <sub>В</sub>	ΔУ	т <sub>А</sub>	п <sub>А</sub>	к <sub>В</sub>	а, Э <sub>р</sub> л	q	f
1	6	26	4	5	20	5	0,05	2,4	1
2	20	40	4	20	13	20	0,4	1,2	1
3	24	44	4	15	15	15	0,31	1,3	1
4	10	30	4	14	20	14	0,07	1,2	1
5	36	56	4	20	15	20	0,54	1,3	1
6	23	43	4	14	10	14	0,42	2,3	1
7	30	50	4	25	12	25	0,55	1,2	1
8	8	28	4	20	20	20	0,32	1,2	1
9	37	57	4	20	16	20	0,56	2,3	1
10	6	26	4	5	10	5	0,06	2,4	1
11	40	60	4	20	15	20	0,51	2,3	1
12	12	32	4	16	16	16	0,31	2,3	1
13	13	33	4	14	14	14	0,33	1,2	1
14	14	34	4	20	20	20	0,3	1,3	1
15	33	53	4	18	15	18	0,33	2,3	1
16	16	36	4	17	14	17	0,5	1,2	1
17	34	54	4	20	13	20	0,45	1,3	1
18	8	28	4	6	10	6	0,1	2,4	1
19	17	37	4	22	22	22	0,36	2,3	1
20	31	51	4	18	12	18	0,47	1,3	1
21	22	42	4	20	15	20	0,52	1,2	1
22	32	52	4	18	18	18	0,45	1,3	1
23	16	36	4	20	20	20	0,29	2,3	1
24	31	51	4	20	14	20	0,4	1,3	1
25	40	60	4	20	13	20	0,5	2,3	1
26	20	40	4	19	19	19	0,38	1,2	1
27	30	50	4	17	15	17	0,46	1,3	1
28	21	41	4	20	19	20	0,39	1,2	1
29	12	32	4	16	16	16	0,4	2,3	1
30	9	29	4	4	5	4	0,08	3,5	1

Таблица 8.2

Варианты исходных данных для задачи 8.2

№ вар.	У и	У <sub>В</sub>	Δ У	т <sub>А</sub>	п <sub>А</sub>	к <sub>В</sub>	а, Эрл	f	P,‰
1	12	32	4	16	16	16	0,31	1	1,7
2	26	46	4	20	15	20	0,51	1	3,20
3	3	23	4	5	10	5	0,06	1	1,8
4	42	62	4	20	16	20	0,56	1	2,16
5	21	41	4	20	20	20	0,32	1	1,10
6	33	53	4	25	12	25	0,55	1	2,20
7	11	31	4	14	10	14	0,42	1	5,30
8	34	54	4	14	20	14	0,07	1	3,22
9	20	40	4	15	15	15	0,31	1	9,90
10	30	50	4	20	13	20	0,4	1	1,10
11	6	26	4	5	20	5	0,05	1	4,20
12	27	47	4	20	15	20	0,54	1	5,40
13	38	58	4	17	17	17	0,4	1	6,45
14	40	60	4	20	13	20	0,5	1	1,9
15	25	45	4	20	19	20	0,39	1	2,17
16	30	50	4	17	15	17	0,46	1	3,30
17	23	43	4	19	19	19	0,38	1	1,10
18	31	51	4	20	14	20	0,4	1	6,60
19	24	44	4	18	18	18	0,29	1	5,40
20	37	57	4	18	15	18	0,45	1	2,30
21	32	52	4	20	15	20	0,52	1	4,35
22	22	42	4	18	12	18	0,47	1	3,15
23	28	48	4	22	22	22	0,36	1	2,20
24	50	70	4	6	10	6	0,1	1	4,35
25	47	67	4	23	17	23	0,45	1	3,25
26	19	39	4	17	14	17	0,5	1	1,18
27	23	43	4	18	15	18	0,53	1	3,30
28	30	50	4	22	19	22	0,48	1	4,20
29	15	35	4	14	14	14	0,33	1	1,10
30	21	41	4	16	14	16	0,53	1	6,28

Таблица 8.3

## Варианты исходных данных для задачи 8.3

№ вар.	$U_H$	$U_B$	$\Delta U$	$m_A$	$n_A$	$кв$	$\alpha$ , Эрл	$P, \%$
1	8	28	4	16	16	16	0,31	2,8
2	10	30	4	20	15	20	0,51	1,18
3	5	25	4	5	10	5	0,06	3,7
4	12	32	4	20	16	20	0,56	1,15
5	12	32	4	20	20	20	0,32	2,12
6	11	31	4	25	12	25	0,55	1,10
7	14	34	4	14	10	14	0,42	3,20
8	7	27	4	14	20	14	0,07	1,8
9	6	26	4	15	15	15	0,31	4,50
10	9	29	4	20	13	20	0,4	8,80
11	10	30	4	5	20	5	0,05	2,28
12	8	28	4	20	15	20	0,54	4,35
13	17	37	4	17	17	17	0,4	5,60
14	10	30	4	20	13	20	0,5	3,30
15	5	25	4	20	19	20	0,39	2,18
16	3	23	4	17	15	17	0,46	6,60
17	19	39	4	19	19	19	0,38	1,10
18	10	30	4	20	14	20	0,4	2,30
19	8	28	4	18	18	18	0,29	5,40
20	9	29	4	18	15	18	0,45	3,15
21	10	30	4	20	15	20	0,52	4,35
22	9	29	4	18	12	18	0,47	2,20
23	11	31	4	22	22	22	0,36	1,15
24	6	26	4	6	10	6	0,1	3,25
25	12	32	4	23	17	23	0,45	4,45
26	6	26	4	17	14	17	0,5	1,12
27	9	29	4	18	15	18	0,53	4,21
28	10	30	4	22	19	22	0,48	1,10
29	7	27	4	14	14	14	0,33	3,27
30	8	28	4	16	14	16	0,53	4,32

## Практическое занятие №9

### Определение количества линий в обходных направлениях

#### 9.1 Цель и содержание занятия

**Цель занятия** – изучение метода эквивалентных замен для определения количества линий в обходных направлениях, исследование полнодоступного пучка линий, на который поступает избыточный поток  $\Pi_n$ , характеризующийся средним значением нагрузки  $R$  и коэффициентом рассеяния  $D > 0$ . Расчет полнодоступного пучка заключается в определении числа линий  $\nu$ , если заданы характеристики потока  $R$ ,  $D$  и указана допустимая вероятность потерь  $p$  или потерянная нагрузка  $U_n$ , характеризующие поток потерянных вызовов  $\Pi_{\text{пот}}$ .

В результате выполнения практического занятия студент должен: -**знать** сущность метода эквивалентных замен для определения количества линий в обходных направлениях, область его применения, достоинства, недостатки.

#### 9.2. Задание

1. При подготовке к занятию изучить материал [1].

#### 9.3. Контрольные вопросы

1. Назовите способы управления сетью связи и укажите их отличительные особенности?
2. Каков качественный эффект от управления техническими средствами сети при использовании кроссовой коммутации?
3. Что такое динамическое управление на сети связи и каковы способы выбора путей установления соединения?
4. В чем заключается смысл установления соединений по обходным путям и каков эффект от такого способа?
5. Что такое избыточный поток вызовов и каково его простейшее описание?

6. Чему равен коэффициент рассеяния избыточного потока вызовов и простейшего потока вызовов?
7. В чем заключается идея метода эквивалентных замен?

#### 9.4. Основные теоретические сведения

**Обходные направления.** Установление соединений между абонентами различных АТС районированной телефонной сети осуществляется с помощью межстанционных соединительных линий (СЛ). При этом для улучшения использования соединительных линий и повышения вероятности установления соединения современные системы автоматической коммутации (электронные, цифровые) позволяют помимо основного пути установления соединения (пути первого выбора) использовать один или несколько обходных путей (пути второго и последующего выборов). Например, на сети, содержащей четыре районных АТС, упрощенная схема которой приведена на рис.9.1, установление соединений между абонентами, включенными в АТС А и АТС В, может производиться с использованием одной из СЛ пучка АВ (путь первого выбора), но если все СЛ этого пучка заняты, то можно использовать обходный путь АСВ (путь второго выбора) с занятием одной из СЛ пучка АС и одной из СЛ пучка СВ (с занятием двух соединительных линий, т. е. по одной линии в каждом из пучков, составляющих обходный путь). Если же все СЛ хотя бы в одном из рассматриваемых пучков (АС или СВ) заняты, то можно использовать обходный путь третьего выбора, например АDB.

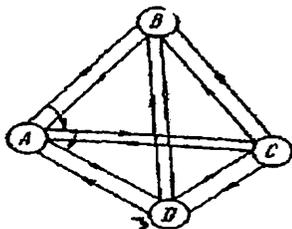


Рис. 9.1 Упрощенная схема сети с четырьмя районными АТС

Таким образом, основная часть телефонной нагрузки, поступающей от абонентов АТС А к абонентам АТС В (интенсивность поступающей нагрузки  $u_{AB}$ ), будет обслужена СЛ пучка АВ, однако некоторая часть этой нагрузки в моменты занятости всех линий пучка АВ будет предлагаться пучкам АС и СВ, составляющим путь второго выбора. Эту часть нагрузки называют избыточной нагрузкой ( $R_{AB}$ ). Следовательно, пучок АС должен обслуживать как поступающую нагрузку  $u_{AC}$ , так и избыточную нагрузку  $R_{AB}$ .

Кроме того, если СЛ пучка АС используются также и для установления соединений между АТС А и D ( $Y_{AD}$ ) по обходному пути АСD в случае, когда все СЛ пучка AD (путь первого выбора) заняты, тогда пучок АС будет обслуживать поступающую нагрузку  $u_{AC}$ , избыточную нагрузку  $R_{AB}$  (оставшуюся часть нагрузки  $u_{AB}$ , не обслуженную пучком АВ), и избыточную нагрузку  $R_{AD}$  (оставшуюся от нагрузки  $u_{AD}$ , предложенной пучку AD).

Если поступающая нагрузка создается простейшим потоком вызовов, то избыточный поток вызовов будет иметь другой характер, его нельзя описать пуассоновским распределением и считать простейшим потоком. Поэтому для описания смеси поступающего и избыточного потоков телефонных вызовов в том случае, когда одни и те же пучки СЛ обслуживают и поступающие, и избыточные потоки, средние значения нагрузки оказываются недостаточными и расчет числа линий в таких пучках не может производиться обычными методами по средним значениям.

**Параметры избыточной нагрузки.** Рассмотрим полнодоступный пучок из  $v$  линий, на первую линию которой поступает поток с интенсивностью  $u$ . Вызовы, поступающие в моменты занятости первой линии, предлагаются для обслуживания второй и последующим линиям пучка и образуют избыточный поток для первой линии пучка. Аналогичным образом можно рассматривать избыточный поток для первых двух линий пучка, поступающий на все остальные линии, и избыточный поток для любого числа первых  $v_1$  линий рассматриваемого пучка, поступающий на остальные  $v$  линий пучка.

На рис.9.2 приведен полностью доступный пучок, содержащий  $u$  линий, на который поступает поток  $\Pi_n$ , характеризующийся интенсивностью нагрузки  $y$ . Избыточный поток  $\Pi_n$  создает интенсивность нагрузки  $R$ . Если считать, что поступающий поток  $\Pi_n$  простейший, то избыточный поток  $\Pi_n$  не будет простейшим. Вызовы этого потока могут появиться не в любой момент рассматриваемого периода, а только в моменты, когда все линии пучка заняты, т. е. вызовы избыточного потока сосредоточены только на части рассматриваемого интервала времени, значит, избыточный поток более концентрирован. При одной и той же нагрузке избыточный поток требует больше линий для своего обслуживания, чем простейший поток.

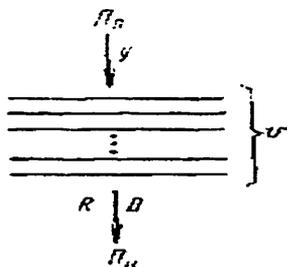


Рис.9.2 Схема полностью доступного пучка

Для характеристики статистических (случайных) колебаний избыточного потока кроме интенсивности нагрузки, т. е. средней величины (первого момента случайной величины), используют также дисперсию  $\sigma^2$  (второй момент). Неравномерность избыточного потока характеризуется чаще всего отношением дисперсии к среднему значению нагрузки — коэффициентом скученности:

$$z = \sigma^2 / R \quad (9.1)$$

или коэффициентом рассеяния:

$$D = \sigma^2 - R, \quad (9.2)$$

представляющим собой разность между дисперсией и средним значением нагрузки.

Если учесть, что для простейшего потока дисперсия  $\sigma^2$  равна среднему значению  $R$ , то указанные коэффициенты будут равны:  $z=1$ ,  $D=0$ . Для выровненных потоков  $z<1$ , а  $D$  отрицательно: для избыточных потоков  $z>1$  и  $D>0$ .

Таким образом, процесс обслуживания поступающего потока полностью доступным пучком, состоящим из  $v$  линий, характеризуется четырьмя величинами:  $y$ ,  $v$ ,  $R$  и  $D$ .

Поступающий поток, который предполагается простейшим, описывается одним параметром - средним значением нагрузки, так как коэффициент рассеяния для простейшего потока  $D=0$ . Избыточный поток характеризуется двумя параметрами: средним значением избыточной нагрузки  $R$  и коэффициентом рассеяния  $D>0$ . Полностью доступный пучок характеризуется одной величиной - числом линий  $v$ .

Значение интенсивности избыточной нагрузки можно рассчитать по формуле Эрланга:

$$R = y\rho = y E_v(y) = f(y, v), \quad (9.3)$$

а для коэффициента рассеяния избыточной нагрузки справедливо следующее выражение:

$$D = R \left( \frac{y}{v + 1 - y + R} - R \right) = \psi(y, v, R). \quad (9.4)$$

В формулах (9.3) и (9.4) каждая пара параметров  $y$ ,  $v$ ,  $R$  определяет два других. Если на один и тот же пучок поступает несколько статистически независимых друг от друга потоков со средними значениями избыточной нагрузки  $R_1, R_2, \dots, R_k$  и коэффициентами рассеяния  $D_1, D_2, \dots, D_k$ , то среднее значение нагрузки и коэффициент рассеяния объединенного потока равны сумме соответствующих параметров этих потоков:

$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_k; \quad D = D_1 + D_2 + \dots + D_k. \quad (5); \quad (9.6)$$

Статистически независимыми потоками можно считать избыточные потоки от различных пучков линий, на каждый из которых поступает простейший поток от отдельной группы

источников нагрузки. Примерами статистически зависимых потоков могут служить поступающий и избыточные потоки одного и того же пучка линий или избыточные потоки, вызовы которых хотя бы частично обслуживались одними и теми же линиями.

**Метод эквивалентных замен.** Рассмотрим метод расчета числа линий в полноступном пучке, на который поступает избыточный поток  $\Pi_{\text{из}}$ , характеризующийся средним значением нагрузки  $R$  и коэффициентом рассеяния  $D > 0$  (рис.9.3а). Избыточный поток  $\Pi_{\text{из}}$  мог образоваться суммированием нескольких избыточных и простейших потоков, и при определении его параметров  $R$  и  $D$  в случае их статистической независимости можно использовать ф-лы (9.5) и (9.6).

Расчет полноступного пучка по рис.9.3а заключается в определении числа линий  $v$ , если заданы характеристики потока  $R$ ,  $D$  и указана допустимая вероятность потерь  $p$  или потерянная нагрузка  $y_n$ , характеризующие поток потерянных вызовов  $\Pi_{\text{пот}}$ .

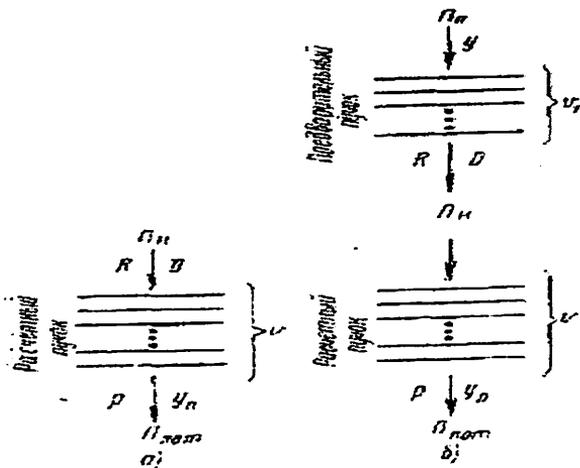


Рис.9.3 Схема, иллюстрирующая метод эквивалентных замен

Основная идея метода эквивалентных замен заключается в том, что поступающий поток  $\Pi_{\text{из}}$  с параметрами  $R$  и  $D$  заменяется

потоком, прошедшим  $v_1$  линий предварительного полнодоступного пучка (рис.9.3б) и имеющим те же самые характеристики R и D.

Пользуясь соотношениями (9.3) и (9.4), по заданным величинам R и D (рис.9.3б) можно определить интенсивность поступающей нагрузки  $u$  простейшего потока вызовов и число линии  $v_1$  в предварительном полнодоступном пучке. С другой стороны предварительный и расчетный пучки составляют один общий полнодоступный пучок линий, для которого известна интенсивность поступающей нагрузки  $u$  простейшего потока и задана вероятность-потерь  $p$  или потерянная нагрузка  $u_n$ . Поэтому, пользуясь первой, формулой Эрланга, можно определить суммарное число линий в полнодоступном пучке, обслуживающем нагрузку  $u$  с потерями  $p$ , т. е. определить сумму  $v_{\Sigma} = v_1 + v$ . Отсюда искомое число линий, в расчетном полнодоступном пучке  $v = v_{\Sigma} - v_1$ .

Число линий  $v_1$  может быть дробным, и его следует использовать в таком виде до получения результатов для  $v$ . Значение  $v$  целесообразно округлить до целого числа в сторону увеличения.

## Основная литература

1. Мирзиёев Ш.М. Стратегия действий по пяти приоритетным направлениям развития Республики Узбекистан в 2017-2021 годах, Приложение № 1, к Указу Президента Руз от 07.02.2017 г. N УП-4947
2. Степанов А. Телетрафик в мультисервисных сетях связи. Эко-Трендз. 2010.
3. Крылов В.В., Самохвалова С.С., «Теория телетрафика и её приложения»СП.б «БХБ-Петрбург»2005.
4. Лидский Э.А. Задачи трафика в сетях связи. Учебное пособие. Екатеринбург, 2006.
5. Башарин Г.П. Лекции по математической теории телетрафика. Российский университет дружбы народов, М.:2004.
6. Лагутин В.С., Степанов С.Н. «Телетрафик мультисервисных сетей связи». М.: «Радио и связь», 2000.
7. Крылов В.В., Самохвалова С.С. «Теория телетрафика и её приложения» СП.б «БХБ-Петербург», 2005..
8. Абдурахманова М.Ф, Ходжаев Н.С, Каюмова Г.А, Султонов И.А Методические указания к практическим занятиям по курсу «Теория распределения информации» - Ташкент, ТУИТ, 2008.

## Дополнительная литература

1. Мирзиёев Ш.М. Критический анализ, жесткая дисциплина и персональная ответственность должны стать повседневной нормой в деятельности каждого руководителя./Ш.М. Мирзиёев. – Ташкент: Ўзбекистон, 2017. - 104 с.
2. Мирзиёев Ш.М. Мы вместе построим свободное, демократическое и процветающее государство Узбекистан./Ш.М. Мирзиёев. – Ташкент : Ўзбекистон, 2016. - 56 с.
3. Мирзиёев Ш.М. Обеспечение верховенства закона и интересов человека-гарантия развития страны и благополучия народа./ Ш.М. Мирзиёев. – Ташкент : Ўзбекистон, 2017. - 50 с.
4. Ш.М. Мирзиёев. Буюк келажакимизни мард ва олижаноб халқимиз билан бирга кураимиз. Тошкент : Ўзбекистон, 2017. – 491б.

## Интернет сайты

1. <https://ru.wikipedia.org/wiki>
2. [http://sernam.ru/lect\\_t.php](http://sernam.ru/lect_t.php)
3. <http://window.edu.ru/catalog/pdf>
4. <http://vunivere.ru/work9907>
5. <http://statistica.ru/local-portals/telecom/vvedenie-v-teoriyu-teletrafika/>
6. <https://studopedia.org/4-120093.html>
7. [https://otherreferats.allbest.ru/radio/00175912\\_0.html](https://otherreferats.allbest.ru/radio/00175912_0.html)

## «ОСНОВЫ ТЕЛЕТРАФИКА»

Методическое пособие для проведения  
практических занятий  
для студентов, обучающихся по  
направлению образования:  
5350100 - «Телекоммуникационные технологии»

Рассмотрено на заседании каф. ИТ и рекомендовано к  
тиражированию. (Протокол заседания кафедры ИТ № 32 от «13»  
марта 2018 г.)

Рассмотрено на заседании Научно-методического совета  
факультета «Телекоммуникационные технологии» и  
рекомендовано к тиражированию. (протокол № 8 от «03»  
апреля 2018 г.)

Методическое пособие утверждёно на заседании Научно-  
методического совета Ташкентского университета  
информационных технологий имени Мухаммада Аль-Хорезми и  
рекомендовано к тиражированию.  
(протокол № 9 от «20» апреля 2018 г.)

Составитель:

Мурадова А.А.

Рецензенты:

Халиков А.А.  
Садчикова С.А.

Отв. Редактор:

Эшмурадов А.М.

Корректор:

Рахимова Н.Х.

Формат 60x84 1/16. Печ. лист 5,25.  
Заказ № 170. Тираж 50.  
Отпечатано в «Редакционно издательском»  
отделе при ТУИТ.  
Ташкент ул. Амир Темур, 108.