ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

МИРЗО УЛУҒБЕК НОМИДАГИ ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ

ҲИСОБЛАШ УСУЛЛАРИ фанидан

ЎҚУВ-УСЛУБИЙ МАЖМУА

Мазкур мажмуада "Ҳисоблаш усуллари" фанидан ишчи ўқув дастури, таълим технологияси, назорат турлари учун тайёрланган топшириқлар вариантлари, тест саволари, фандан умумий назорат саволлари ва изоҳли луғат жамланган.

Ушбу ўқув-услубий мажмуа олий ўқув юртлари профессор-ўқитувчилари учун тавсия этилади. Шу билан бирга ўқув-услубий мажмуадан илмий ходимлар, аспирант ва тадқиқотчилар ҳамда "Ҳисоблаш усуллари" фанига қизиқувчилар фойдаланишлари мумкин.

Масъул муҳаррир: ф.-м.ф.н.,Худойберганов М.Ў.

Тузувчилар: ф.-м.ф.н., доц. Исматуллаев Г.П.
ф.-м.ф.н., Бахрамов С.А.

Тақризчи: ф.-м.ф.н., Ҳаётов А.Р.

Ўқув-услубий мажмуа Ўзбекистон Миллий университети Илмий техник кенгашининг 16 июндаги № 3 сонли қарорига мувофиқ ўқув жараёнига тадбиқ этиш учун тавсия этилган.

ЎҚУВ-УСЛУБИЙ МАЖМУА МУНДАРИЖАСИ

1. Фан дастурлари

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

Рўйхатга олинди
№________________
20___ йил «___»______

Ўзбекистон Республикаси
Олий ва ўрта махсус
таълим вазирининг
20___ йил «___»
_______даги
«___» – сонли буйруғи
билан тасдиқланган

«ҲИСОБЛАШ МАТЕМАТИКАСИ» фанининг

ЎҚУВ ДАСТУРИ

Билим соҳаси: 400000 – Фан

Таълим йўналиши: 5460100 – Математика

Тошкент – 2010

Фаннинг ўқув дастури Олий ва ўрта махсус, касб — ҳунар таълими ўқув—услубий бирлашмалари фаолиятини мувофиқлаштирувчи кенгашнинг 20__ йил «____»_________даги «_____»— сон мажлис баёни билан маъқулланган.

Фаннинг ўқув дастури МИРЗО УЛУҒБЕК номидаги ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИда ишлаб чиқилди.

Тузувчи:

Исматуллаев Г.П. — «Ҳисоблаш технологиялари ва математик моделлаштириш» кафедраси доценти, ф.—м. ф.н.

Тақризчилар:

Маҳмудов А.А. — Мирзо Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий университети доценти, физика—математика фанлари номзоди.

Шодиметов Х.М. — Математика ва ахборот технологиялари институти бўлим бошлиғи, физика—математика фанлари доктори.

Фаннинг ўқув дастури Мирзо Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий Университети Илмий — методик кенгашида тавсия қилинган. (20__ йил "____"_________даги "_____"— сонли баённома).

Кириш

Мазкур курс олий таълим буйича кадрлар тайёрлаш муаммоларини ҳал этищдаги ҳисоблаш математикаси фанининг асосларини эгаллащдаги ҳал қилувчи аҳамиятга эгадир. Сонли усуллар ҳозирги кунда кўпгина амалиёт масалаларини ечищда, айниқса, моделлари дифференциал тенгламалар терминида ифодаланадиган воқеа, жараёнларни тадқиқ қилишнинг ажралмас қисми сифатида муҳим ўрин эгаллайди. Бундай моделларни самарали реализация қилиш у ёки бу ҳисоблаш алгоритмларини танлаш ва компьютерда дастурлаш усуллари билан бевосита боғлиқ. Шу сабабли масалаларни ечищда тежамли сонли усулларни танлай биладиган ва уларни компьютерда реализация қила оладиган мутахассислар тайёрлаш катта аҳамиятга эга.

Óøáó фан àëãåáðà, математик àíàëèç, îääèé äèôôåðåíöèàë òåíãëàìàëàð, ìàòåìàòèê ôèçèêà òåíãëàìàëàðè фанëàðè áèëàí ÷àìàáð÷àñ áî\ëè=äèð.

Маърузалар мазмуни (44 соат)

Функцияларни яқинлаштириш. Ўртача квадратик яқинланиш. Жадвал кўринишида берилган функцияларни ўртача квадратик маънода яқинлаштириш. Сплайн билан яқинлашиш.

Тақрибий интеграллаш. Чебишев типидаги квадратур формула. Гаусс типидаги квадратур формула. Каррали интегралларни тақрибий ҳисоблаш усуллари.

Алгебраик ва трансцендент тенгламаларни тақрибий ечиш. Алгебраик тенглама илдизлари чегарасини аниқлаш, илдизларни ажратиш. Итерация усули. Ньютон усули. Юқори тартибли итерацион жараён қуришда Чебешев усули.

Чизиқли алгебранинг тақрибий усуллари. Чизиқли алгебрадан баъзи бир маълумотлар. Оддий итерация, Зейдел усуллари. Методларнинг яқинлашиш. Хос қийматларнинг тўлиқ муаммосини ҳал этишда Крилов, Данилевский усуллари. Хос қийматларни қисмий муаммоси; Леверье методи, модули бўйича энг катта хос сон ва унга мос хос векторни топиш.

Оддий дифференциал тенгламалар учун қўйилган Коши масаласини тақрибий ечиш. Бир қадамли методлар: Эйлер ҳамда унинг модификацияланган усуллари; Рунге—Кутта усули. Кўп қадамли методлар: Адамснинг экстраполяцион ва интерполяцион методлари.

Оддий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалаларни тақрибий ечиш. Редукция методи. Тур усули. Хайдаш усули, унинг якинлашиши ва турғунлиги.

Хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалаларни сонли ечиш усуллари. Эллиптик турдаги дифференциал тенгламаларни айирмали тенгламалар билан аппроксимация қилиш. Аппроксимация ва яқинлашиш масаласи ва уларнинг боғлиқлиги. Чегаравий шартларни аппроксимация этиш. Тўр тенгламалар системасининг ечимга эгалиги ва ягоналиги. Тўр тенгламалар системасини ечишда итерацион усул. Гиперболик турдаги тенгламаларни тўр усули билан ечиш. Параболик турдаги тенгламани тўр усули билан ечиш. Ошкор ва ошкормас схемалар. Ошкор схема турғунлиги. Абсолют ва шартли турғун айирмали схемалар.

Вариацион ва проекцион усуллар. Оддий дифференциал тенгламалар учун қўйилган чегаравий масалаларни ечишда Ритц, Коллокация, Галеркин, кичик квадратлар усули. Эллиптик турдаги хусусий ҳосилали дифференциал тенглама учун чегаравий масалани ечишда Ритц, Коллокация, Галеркин ва кичик квадратлар усуллари.

Интеграл тенгламаларни тақрибий ечиш. Квадратуралар усули. Кетма—кет яқинлашиш ва ажралувчи ядролар усули.

Амалиёт машғулотлари мавзулари (30 соат)

Сплайн функциялар билан яқинлашиш.

Каррали интегрални тақрибий ҳисоблаш.

Алгебраик тенглама илдизлари чегарасини аниқлаш, илдизларни ажратиш. Итерация, Ньютон, Чебишев усуллари.

ЧАТСни ечишда оддий итерация, Зейдел усуллари. Яқинлашиш шартлари.

Коши масаласини ечишда бир қадамли усуллар: Эйлер усули ва унинг модификацияси.

Оддий дифференциал тенглама учун чегаравий масалани ечишда редукция методи. Тўр усули.

Ҳайдаш усули, турғунлик. Эллиптик турдаги дифференциал тенгламаларни айирмали тенгламалар билан аппроксимация этиш.

Гиперболик турдаги тенгламаларни ечишда тўр усули.

Параболик турдаги тенгламаларни тўр усули билан ечиш.

Оддий дифференциал тенглама учун қўйилган чегаравий масалани ечишда коллокация, кичик квадратлар, Галеркин усуллари. Ритц методи.

Интеграл тенгламаларни ечишда квадратуралар усули. Кетма—кет яқинлашиш усуллари.

Лаборатория машғулотлари мавзулари (28 соат)

Ўртача квадратик яқинлашиш. Жадвал билан берилган функцияларни ўртача квадратик маънода яқинлаштириш.

Матрица хос қийматларнинг қисмий муаммоси (Леверье методи,модули бўйича энг катта хос сон ва хос векторини топиш).

Рунге—Кутта усули. Унинг хатолиги.

Кўп қадамли методлар: Адамс усуллари. Хатолиги.

Оддий дифференциал тенглама учун чегаравий масалани ечишда редукция методи. Тўр усули. Ҳайдаш усули. Тўр тенгламалар системасини ечишда итерацион усул. Ошкор ва ошкормас схемалар.

Гиперболик турдаги тенгламаларни ечишда тўр усули.

Параболик турдаги тенгламаларни тўр усули билан ечиш.

Оддий дифференциал тенглама учун қуйилган чегаравий масалани ечишда коллокация, кичик квадратлар, Галеркин усуллари. Ритц методи.

Эллиптик типдаги тенглама учун чегаравий масалани ечишда Ритц ва бошқа усуллар.

Интеграл тенгламаларни ечишда квадратуралар, кетма−кет яқинлашиш, хос ядро усуллари.

Адабиётлар

1. Исроилов М.И. Ҳисоблаш методлари. Тошкент: Ўқитувчи, 2000.
2. Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырний П.И. Вычислительные методы высшей математики. 1,2−том. Минск, Выща школа. 1972, 1975.
3. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. −М., Наука. 1989.

Қўшимча адабиётлар

1. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. Т. 1. М.: Физматгиз. 1962.
2. Самарский А.А. Введение в Численные методы. −М., Наука. 1987.
3. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М., Наука. 1989.
4. Бахвалов Н.С. Численные методы. −М., Наука. 1987.
5. Сборник задач по методам вычислений. Под редакцией Монастырного П.И. Минск, Выща школа. 1983.
6. Исматуллаев Ғ.П., Жураев Ғ.У. Ҳисоблаш усулларидан методик қўлланма. Тошкент: Университет, 2005.
7. Исматуллаев Ғ.П., Пўлатов С.И., Фаязов Қ.С. Сонли усуллардан қўлланма. Тошкент: Университет, 2008.
8. Алоев Р.Д., Шарипов Т. Сонли усуллардан маърузалар тўплами.БухДУ,1995.

Ўзбекистон Республикаси
Олий ва ўрта махсус таьлим вазирлиги

Рўйхатга олинди
№________________
2008 йил "____" ____________

Ўзбекистон Рспубликаси
Олий ва ўрта махсус таъми
вазирлигининг
2008 йил "____" _______________
даги "____" сонли буйруғи билан
тасдиқланган

ҲИСОБЛАШ УСУЛЛАРИ
фанининг

ЎҚУВ ДАСТУРИ

Билим соҳаси: 400000 – Фан

Таълим соҳаси: 480000 – Амалий математика ва информатика

Таълим йўналиши: 5480100 – Амалий математика ва информатика

Тошкент – 2008

Фаннинг ўқув дастури Олий ва ўрта махсус, касб—ҳунар таълими ўқув—услубий бирлашмалари фаолиятини мувофиқлаштирувчи Кенгашнинг 2008 йил "_____" __________ даги "_____"— сонли мажлис баёни билан маъқулланган.

Фаннинг ўқув дастури Мирзо Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий университетида ишлаб чиқилди.

Тузувчилар:

Маҳмудов А.А. — "Ҳисоблаш технологиялари ва математик моделлаштириш" кафедраси доц., ф.—м.ф.н.

Бахрамов С.Б. — "Ҳисоблаш технологиялари ва математик моделлаштириш" кафедраси доц., ф.—м.ф.н.

Тақризчилар:

Шодиметов Х.М. — Математика ва ахборот технологиялари институти бўлим бошлиғи, ф.—м.ф.д., проф.

Жўраев Ғ.У. — "Ҳисоблаш технологиялари ва математик моделлаштириш" кафедраси доценти.

Фаннинг ўқув дастури Мирзо Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий университети Илмий—услубий кенгашида тавсия қилинган (2008 йил 27 июнидаги 9— сонли баённома).

Ҳисоблаш усуллар фанидан намунавий ўқув дастури

1. Фаннинг мазмуни. Ушбу курс мақсади математик анализ,алгебра,оддий дифференциал тенгламалар ва математик физика тенгламалари масалаларини сонли ечищдан иборат. Бу фан талабаларни математик моделлаштириш билан ҳақиқий муҳит қонуниятларини ўрганишда ва амалиётида келиб чиқадиган математик масалаларни ЭҲМ ёрдамида қўлланиладиган ҳисоблаш алгоритмларини ишлаб чиқиш ва қўллаш усули билан ечишни ўрганишга бағишланади. Мазкур курс алгебра, анализ, оддий дифференциал тенгламалар математик физика тенгламалари курслари билан чамбарчас боғлиқдир.

Ҳисоблаш экспериментидаги математик моделлаштириш билан ЭҲМ да дастурлаш поғоналари орасида жойлашган сонли усуллар (дискрет модел ва ҳисоблаш алгоритми) математик, амалий математика ва информацион технологиялар бўйича мутахассис тайёрлашда муҳимдир.

Хатоликлар назарияси элемент. Хатоликлар тури ва уларни Ҳисоблаш. Функцияларни яқинлаштириш ва интерполяциялаш масаласининг қўйилиши. Ечимнинг мавжудлиги ва ягоналиги. Лагранж интерполяцион кўпҳади. Қолдиқ ҳад баҳоси. Айирмалар нисбати иштирокида тузилган интерполяцион кўпҳад. Чекли айирмалар. Тенг оралиқлар учун интерполяцион кўпҳадлар. Сонли дифференциаллаш. Уч тугун нуқтали формула. Сплайн билан яқинлашиш(чизиқли ва кубик). Ўртача квадратик яқинлашиш. Яқинлашиш масаласи. Кичик квадратлар усули.

Такрибий интеграллаш. Интерполяцион: тўғритўртбурчак , трапеция, Симпсон формулалари. Умумлашган квадратур формулалар. Алгебраик аниқлиги энг юқори квадратур формула.

Чизиқли алгебранинг тақрибий усуллари. Зейдель ва оддий итерация усуллари. Хос қийматларни тўлиқ ва қисмий муаммоларини ҳал этиш.

Оддий дифференциал тенгламалар учун Коши масаласини ечишнинг сонли усуллари.Бир қадамли усуллар: Эйлер ва Рунге—Кутта усуллари. Оддий дифференциал тенгламаларни ечищда кўп қадамли чекли айирмали усуллардан. Адамс экстраполяцион ва интерполяцион формулалари.

Оддий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалаларни ечишнинг сонли усуллари. Редукция усули. Аппроксимация тартиби.

Хусусий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалаларни ечишнинг сонли усуллари. Элипптик турдаги тенгламани ечищда тўр усули. Чегаравий шартларни аппроксимация этиш. Либман усули.

Гиперболик ва параболик турдаги тенгламаларни тўр усули билан ечиш. Ошкормас схемаларнинг турғунлиги.

Вариацион ва проекцион усуллар. Ритц.коллокация,Галеркин,кичик квадратурлар усули.

2. Амалий ва лаборатория машғулотлари мазмуни. Хатоликлар ва уларни Ҳисоблаш. Функцияларни интерполяцион кўпҳадлар билан яқинлаштириш. Лагранж интерполяцион кўпҳади.Эйткен схемаси ва унинг алгоритми. Айирмалар нисбати иштирокида тузилган интерполяцион кўпҳадлар. Тенг оралиқлар учун интерполяцион кўпҳадлар. Эрмит кўпҳадлари. Сплайнлар билан яқинлашиш (чизиқли ва кубик). Ўртача квадратик яқинлашиш. Кичик квадратлар усули ва алгоритмни тузиш.

Тақрибий интеграллаш. Тўғри тўртбурчак,трапеция,Симпсон формулалари. Хатоликни баҳолашда Рунге қоидаси. ЭҲМ учун алгоритм тузиш. Алгебраик аниқлиги энг юқори квадратур формула.

Чизиқли алгебранинг тақрибий усуллари. Якоби, Зейделъ ва оддий итерация усуллари. Матрицанинг хос қийматларни ва хос сонларни аниқлаш.

Оддий дифференциал тенгламалар учун Коши масаласини ечишнинг сонли усуллари.Эйлер ва Рунге— Кутта усуллари. Оддий дифференциал тенгламаларни ечишда кўп қадамли чекли айирмали усуллар. Адамс экстраполяцион ва интерполяцион формулалари.

Оддий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалаларни ечишнинг сонли усуллари. Редукция усули. Дифференциал ҳайдаш усули.Отиш усули. Тўр усули. Математик физиканинг хусусий ҳосилали чегаравий масаласини ечишнинг сонли усуллари.

3. Мустақил ишлар мазмуни. Чебешев кўпҳади билан функцияларни яқинлаштириш. Интерполяциялашда қолдиқ ҳад баҳоси. қолдиқ ҳадни минимумлаштириш. Чекли айирмалар. Нъютоннинг биринчи ва иккинчи тур интерполяцион формулалари. Тенг оралиқлар учун интерполяцион кўпҳадлар. Каррали тугун нуқтали интерполяцион кўпҳадлар. Сплайнлар билан яқинлашиш (чизиқли ва кубик). Ўртача квадратик яқинлашиш. Яқинлашиш масаласи Кичик квадратлар усули ва алгоритмни тузиш.

Умумлашган квадратур формулалар. Хатоликни баҳолашда Рунге қоидаси. ЭҲМ учун алгоритм тузиш. Алгебраик аниқлиги энг юқори квадратур формула. Чебишев, Эрмит квадратур формулалари. Норегуляр ҳолда интегрални ҳисоблаш. Каррали интегралларни тақрибий ҳисоблаш усуллари.

Оддий дифференциал тенгламалар системаси учун Коши масаласини ечишнинг сонли усуллари. Бир қадамли усуллар. Оддий дифференциал тенгламаларни ечишда кўп қадамли чекли айирмали усуллар,уларни яқинлашиш ва турғунлиги Адамс экстраполяцион ва интерполяцион формулалари.

Оддий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалаларни ечишнинг турли сонли усуллари.

Хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалани ечишнинг сонли усуллари. Эллиптик турдаги тенгламани ечишда тўр усули. Чегаравий шартларни аппроксимация этиш. Либман усули.

Гиперболик ва параболик турдаги тенгламаларни тўр усули билан ечиш. Ошкормас схемаларнинг турғунлиги.

Вариацион ва проекцион усуллар. Ритц коллокация, Галеркин, кичик квадратурлар ва чекли элементлар усули. Интеграл тенгламаларни ечишда квадратурлар, кетма-кет яқинлашиш ва ажралувчи ядролар усуллари.

Адабиётлар

1. Исроилов М.И. Ҳисоблаш методлари. Тошкент: Ўқитувчи, 2000.
2. Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырний П.И. Вычислительные методы высшей математики. 1,2-том. Минск, Выща школа. 1972, 1975.
3. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. -М., Наука. 1989.

Қўшимча адабиётлар

1. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. Т. 1. М.: Физматгиз. 1962.
2. Самарский А.А. Введение в Численные методы. -М., Наука. 1987.
3. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М., Наука. 1989.
4. Бахвалов Н.С. Численные методы. -М., Наука. 1987.
5. Сборник задач по методам вычислений. Под редакцией Монастырного П.И. Минск, Выща школа. 1983.
6. Исматуллаев Ғ.П., Жураев Ғ.У. Ҳисоблаш усулларидан методик қўлланма. Тошкент: Университет, 2005.
7. Исматуллаев Ғ.П., Пўлатов С.И., Фаязов Қ.С. Сонли усуллардан қўлланма. Тошкент: Университет, 2008.
8. Алоев Р.Д., Шарипов Т. Сонли усуллардан маърузалар тўплами.БухДУ,1995.

Ўзбекистон Республикаси
Олий ва ўрта махсус таьлим вазирлиги

Рўйхатга олинди
№________________
20 йил "____" ____________

Ўзбекистон Рспубликаси
Олий ва ўрта махсус таъми
вазирлигининг
2008 йил "____"
______________ даги "____"
сонли буйруғи билан
тасдиқланган

СОНЛИ УСУЛЛАР
фанининг

ЎҚУВ ДАСТУРИ

Билим соҳаси:	400 000 – Фан
Таълим соҳаси:	480 000 – Амалий математика ва информатика
Таълим йўналиши:	5480200 – Информацион технологиялар

Тошкент – 2008

Фаннинг ўқув дастури Олий ва ўрта махсус, касб–ҳунар таълими ўқув–услубий бирлашмалари фаолиятини Мувофиқлаштирувчи Кенгашнинг 20   йил "_____" __________ даги "_____"– сонли мажлис баёни билан маъқулланган.

Фаннинг ўқув дастури Мирзо Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий университетида ишлаб чиқилди.

Тузувчилар:

Маҳмудов А.А. – "Ҳисоблаш технологиялари ва математик моделлаштириш" кафедраси доц., ф.–м.ф.н.

Бахрамов С.А. – "Ҳисоблаш технологиялари ва математик моделлаштириш" кафедраси доц., ф.–м.ф.н.

Тақризчилар:

Шодиметов Х.М. – Математика ва ахборот технологиялари институти бўлим бошлиғи, ф.–м.ф.д., проф.

Жўраев Ғ. У. – "Ҳисоблаш технологиялари ва математик моделлаштириш" кафедраси доценти.

Фаннинг ўқув дастури Мирзо Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий университети Илмий–услубий кенгашида тавсия қилинган (20   йил "_____" __________ даги   – сонли баённома).

Кириш

Сонли усуллар ўрганадиган турли амалий ва назарий фанлар тадқиқотларида учрайдиган масалаларни тақрибий ечиш асосларини етарли даражада ўқитиш ҳамда бу билимлар ёрдамида муайян математик масалани ечишни ўрганади. Хатоликлар назарияси, алгебранинг сонли усуллари, функцияларни яқинлаштириш, тақрибий интеграллаш, оддий дифференциал тенгламаларни ечиш, математик физика масалаларини ечишнинг сонли усуллари, тўр тенгламаларни ечиш усуллари, интеграл тенгламаларни тақрибий ечиш усуллари кўзда тутилган.

Ўқув фанининг мақсади вазифалари

"Ҳисоблаш усуллари" предметининг ўқитилишидан мақсад талабаларда турли математик масалаларни ечишда турли алгоритмларни сифатини ва ишлатиш имкониятларини таҳлил қила билиш ҳамда алгоритмларни ярата билиш кўникмаларни ҳосил қилишдан иборат. Берилган масаланинг турини аниқлай олиш ва маълум алгоритмларни тўғри қўллай билиш ва маълум усулларнинг турғунлигини аниклай билиш. Дастурлаш тилларини қўллаган ҳолда шахсий ЭҲМларда масалаларни еча олиш. Ҳисоб—китоб натижаларини малакали равишда таҳлил қила билиш.

Курс мобайнида функцияларни яқинлаштириш, тақрибий дифференциялаш ва интеграллаш, алгребанинг сонли усуллари ҳамда дифференциал тенгламаларни тақрибий ечишни ўрганади.

Фан бўйича талабаларнинг билимига, кўникма ва малакасига қўйиладиган талаблар

Сонли усуллар ўқув қанини ўзлаштириш жараёнида амалга ошириладиган масалалар доирасида бакалавр:

- Ҳисоблаш жараёнида қўйиладиган хатоликларни таҳлил қилиш;
- жадвал кўринишида берилган функцияни аналитик функция билан алмаштириш; тақрибий диференцилаш ва интеграллашни амалга ошириш;
- трансцендент ва алгебраик тенламаларни тақрибий ечиш; тенгламалар системасини тақрибий ечиш;
- хос ва хос векторларни тақрибий топиш;
- дифференциал ва интеграл тенглаламаларни тақрибий ва сонли ечимлари топиш кўникмасига эга бўлиши керак.

Фаннинг ўқув режадаги бошқа фанлар билан ўзаро боғлиқлиги ва услубий жиҳатдан узвий кетма-кетлиги

Сонли усуллар табиий-илмий фан бўлиб 5,6- семестрларда ўқитилади. Дастурни амалга ошириш учун ўқув режадаги математик анализ, алгебра, аналитик геометрия, дифференциал тенгламалар, математик физика тенгламалари, ЭҲМ ва дастурлаш билан боғлиқ бўлиб, уларнинг натижаларидан кенг фойдаланилади.

Фаннинг ишлаб чиқаришдаги ўрни

Сонли усуллар амалиётда учрайдиган масалаларни тақрибий ечиш билан шуғулланади. Маълумки, табиий фанлар ҳамда техника фанларида учрайдиган кўпгина масалалар чизиқсиз дифференциал тенгламаларга келтирилади, яъни уларнинг аналитик ечимини топиш ниҳоятда мураккаб масала, шу сабабли тақрибий ечиш усулларидан фойдаланиш кўпроқ самара беради.

Фанни ўқитишда замонавий ахборот ва педагогик технологиялар

Сонли усуллар фанини ўзлаштириш учун ўқитишнинг илғор ва замонавий усулларидан фойдаланиш, янги информацион-педағогик технологияларни татбиқ қилиш муҳим аҳамиятга эга. Фанни ўзлаштиришда дарслик, ўқув ва услубий қўлланмалар, маъруза матнлари, тарқатма материаллар, электрон материаллар, виртуал стендлар ҳамда ишчи ҳолатдаги математик моделлардан ва илғор педагогик технологиялардан фойдаланилади.

Асосий қисм

Кириш

Ҳисоблаш усуллари замонавий математиканинг бир ажралмас қисми сифатида. Сонли усуллар кўпгина амалиёт масалаларини ечишда, айниқса, моделлари дифференциал тенгламалар терминида ифодаланадиган жараён, жараёнларни тадқиқ қилишнинг ажралмас қисми эканлиги. Бундай моделларни самарали татбиқ қилиш у ёки бу ҳисоблаш алгоритмларини танлаш ва компьютерда дастурлаш усуллари билан бевосита боғлиқлиги. Дискретлаштириш. Сезгирлик, шартланганлик, хатолик. Ҳисоблаш усули. Масала ечимининг хатолиги.

Хатоликлар назарияси

Хатоликлар манбалари. Абсолют ва нисбий ва лимит нисбий хатолик. Қийматли ва ишончли рақамлар. Ишончли рақамлар сони билан лимит нисбий хатолик ўртасидаги боғланиш. Амал хатоликлари. Функция хатолиги. Хатоликнинг тескари масаласи.

Алгебранинг сонли усуллари

Бир номаълумли тенгламаларнинг илдизлари чегаралари, илдизларни тақрибий топиш: оддий итерация, Ньютон, ватарлар усуллари ва модификациялари. Чизиқли алгебраик тенгламалар системасини ечишнинг аниқ усуллари. Гаусс усули. Тескари матрицани топиш. Чизиқли алгебраик тенгламалар системасини ечимини топишда итерацион усуллар. Чебишев параметрларининг гуруҳи қатнашган итерацион усуллар. Чизиқсиз тенгламалар системасини ечишда Нъютон усусли. Хос сон ва хос векторларни топишнинг сонли усуллари.

Функцияларни яқинлаштириш

Функцияларни яқинлаштириш усуллари. Алгебраик кўпҳадлар билан яқинлаштириш. Интерполяцион масала ечимининг ягоналиги. Лагранж интерполяцион формуласи ва хатолиги. Айирмалар нисбати ва уларнинг хоссалари. Ньютоннинг тенгмас ораликлар учун интерполяцион формуласи. Чекли айирмалар ва уларнинг хоссалари. Тенг ораликлар учун интерполицион формулалар. Сплайн—яқинлаштириш. Сплайн интерполяция. Эйлер типидаги кубик сплайн. Касрли—рационал яқинлаштириш. Ўрта квадратик маънода яқинлаштириш.

Тақрибий интеграллаш

Интерполяцион квадратур формулалар. Ньютон—Котес типидаги квадратур формулалар, трапеция ва симпсон квадратур формулалари ва уларнинг хатоликлари. Ортогонал кўпҳадлар ва уларнинг хоссалари. Гаусс типидаги квадратур формулалар. Хосмас интегралларни тақрибий ҳисоблаш. Каррали интегралларни ҳисоблаш.

Оддий дифференциал тенгламаларни ечиш

Оддий дифференциал тенгламалар учун қўйилган Коши масаласини ечишнинг сонли усуллари. Кетма—кет яқинлашиш, Эйлер, Рунге—Кутта усуллари. Адамснинг интерполяцион ва экстраполяцион усуллари. Системаларни интеграллаш. Чегаравий масалаларни ечишнинг сонли усуллари. Уч диагоналли системага келтириш ва прогонка усули. Вариацион масалага келтириш ва вариацион усуллар, Галеркин, коллокация, Ритц методлари.

Математик физика масалаларини ечишнинг сонли усуллари

Дастлабки тушунчалар. Чекли айирмали схемалар. Айирмали аппроксимация. Иссиқлик ўтказиш масалалари учун айирмали схемалар. Айирмали схемалар учун максимум принципи. Пуассон тенгламаси учун қўйилган Дирихле айирмали масаласининг турғунлиги ва яқинлашиши. Либман процесси. Чегаравий масалаларни ечишда вариацион усуллар. Вариацион ва вариацион—айирмали схемалар.

Интегралли тенгламаларни ечиш усуллари

Интегралли тенгламаларни ечиш усуллари. Биринчи турдаги интегралли тенгламалар. Коррект бўлмаган масалаларни ечиш. Иккичи тур интегралли тенгламалар. Чекли йиғиндилар усули. Ажралувчан (хос) ядро усули.

Лаборатория ишларини ташкил этиш бўйича кўрсатмалар

Лаборатория ишларида талабалар сонли усуллар фанига оид мисол ва масалаларни алгоритмларини тузиб, компьютер имкониятларидан фойдаланиб ечишни ўрганадилар.

Лаборатория ишларга тақдим этиладиган мавзулар:

1. Функцияларини яқинлаштиришда Ньютоннинг интерполяцион формулалари.
2. Чизиқсиз тенгламаларни тақрибий ечиш.
3. Чизиқли тенгламаларни тақрибий ечиш.
4. Хос сонни топишда итерацион усул.
5. Айирмали тенгламаларни ечиш.

Амалий машғулотларни ташкил этиш бўйича кўрсатма ва тавсиялар

Амалий машғулотларда талабалар турли масалаларни тақрибий ечишни усулларини ўрганадилар.

Амалий машғулотларнинг тахминий тавсия этиладиган мавзулари:

1. Амал хатоликларини баҳолаш.
2. Лагранж интерполяцион формуласи ва унинг хатолиги.
3. Тенгмас ораликлар учун Ньютон интерполяцион формуласи.
4. Тенг ораликлар учун Ньютон интерполяцион формуласи.
5. Сплайнлар билан яқинлаштириш.
6. Ўрта квадратик яқинлаштириш.
7. Интегралларни тақрибий ҳисоблашда трапеция формуласи.
8. Интегралларни тақрибий ҳисоблашда Симпсон формуласи.
9. Интегралларни тақрибий ҳисоблашда Гаусс формуласи.
10. Хосмас интегралларни тақрибий ҳисоблаш.
11. Каррали интегралларни тақрибий ҳисоблаш.
12. Бир номаълумли алгебраик тенгламаларнинг илдизлари чегараси.
13. Чизиқсиз тенгламалар системани ечиш учун оддий итерация усули.
14. Чизиқсиз тенгламалар системани ечиш учун Ньютон итерация усули.
15. Чизиқсиз тенгламалар системани ечиш учун ватарлар усули.
16. Чизиқсиз тенгламалар системасини ечишда Ньютон ва Монте Карло усуллари.
17. Чизиқли тенламаларни ечиш.
18. Матрицанинг хос сон ва хос векторини топиш.
19. Оддий дифференциал тенгламаларни ечиш учун Эйлер усули.
20. Оддий дифференциал тенгламаларни ечиш учун Рунге—Кутта усули.
21. Оддий дифференциал тенгламаларни ечиш учун Адамс усули.

22. Оддий дифференциал тенгламаларни ечиш учун вариацион усуллар.

23. Математик физика масалаларини ечиш.

24. Айирмали тенгламаларни ечиш.

25. Математик физика масалаларини вариацион, вариацион—айирмали усул билан ечиш.

26. Интеграл тенгламаларни тақрибий ечиш.

Мустақил ишнинг ташкил этишнинг шакли ва мазмуни

Талаба мустақил ишни тайёрлашда муайян фаннинг хусусиятларини ҳисобга
олган ҳолда қуйидаги шакллардан фойдаланиш тавсия этилади.

- дарслик ва ўқув қўлланмалар бўйича фан боблари ва мавзуларини ўрганиш;
- тарқатма материаллар бўйича маърузалар кисмини ўзлаштириш;
- автоматлаштирилган ўргатувчи ва назорат қилувчи тизимлар билан ишлаш;
- махсус адабиётлар бўйича фанлар бўлимлари ёки мавзулари устида ишлаш;
- янги жараёнлар ва технологияларни ўрганиш;
- талабанинг ўқув—илмий—тадқиқот ишларини бажариш билан боғлик бўлган фанлар бўлимлари ва мавзуларни чуқур ўрганиш;
- фаол ва муаммоли ўқитиш услубидан фойдаланиладиган ўқув машғулотлари;
- масофавий (дистанцион) таълим.

Тавсия этилаётган мустақил ишларнинг мавзулари:

1. Тенг оралиқлар учун Гаусс, Стирлинг ва бошқа интерполяцион кўпҳадлар.
2. Чизиқли алгебраик тенгламалар системасини ечишда квадрат илдизлар усули.
3. Матрицанинг характеристик кўпҳадини топишда Данилевский усули.
4. Иккинчи тартибли аппроксимация шарти.
5. Тор тебраниш тенгламаси учун айирмали схемалар.
6. Айирмали масаланинг қўйилиши ва аппроксимация хатолигини баҳолаш.
7. Турғунлигини текшириш.

Адабиётлар

1. Исроилов М.И. Ҳисоблаш методлари. Тошкент: Ўқитувчи, 2000.
2. Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырний П.И. Вычислительные методы высшей математики. 1,2—том. Минск, Выща школа. 1972, 1975.
3. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. —М., Наука. 1989.

Қўшимча адабиётлар

1. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. Т. 1. М.: Физматгиз. 1962.
2. Самарский А.А. Введение в Численные методы. —М., Наука. 1987.
3. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М., Наука. 1989.
4. Бахвалов Н.С. Численные методы. —М., Наука. 1987.
5. Сборник задач по методам вычислений. Под редакцией Монастырного П.И. Минск, Выща школа. 1983.
6. Исматуллаев Ғ.П., Жураев Ғ.У. Ҳисоблаш усулларидан методик Қўлланма. Тошкент: Университет, 2005.
7. Исматуллаев Ғ.П., Пўлатов С.И., Фаязов Қ.С. Сонли усуллардан Қўлланма. Тошкент: Университет, 2008.

8. Алоев Р.Д., Шарипов Т. Сонли усуллардан маърузалар тўплами.БухДУ,1995.**ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ**

Рўйхатга олинди
№________________
20__ йил «__»_____

Ўзбекистон Республикаси
Олий ва ўрта махсус
таълим вазирининг
20__ йил «__»
______даги
«__» – сонли буйруғи
билан тасдиқланган

«ҲИСОБЛАШ МАТЕМАТИКАСИ» фанининг

ЎҚУВ ДАСТУРИ

Билим соҳаси: 400000 – Фан

Таълим йўналиши: 5440200 – Механика

Тошкент – 2008

Фаннинг ўқув дастури Олий ва ўрта махсус, касб – ҳунар таълими ўқув – услубий бирлашмалари фаолиятини мувофиқлаштирувчи кенгашнинг 20__ йил «___»_________даги «_____» – сон мажлис баёни билан маъқулланган.

Фаннинг ўқув дастури МИРЗО УЛУҒБЕК номидаги ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИда ишлаб чиқилди.

Тузувчи:

Исматуллаев Г.П. – «Ҳисоблаш технологиялари ва математик моделлаштириш» кафедраси доценти, ф. – м. ф.н.

Тақризчилар:

Маҳмудов А.А. – Мирзо Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий университети доценти, физика – математика фанлари номзоди.

Шодиметов Х.М. – Математика ва ахборот технологиялари институти бўлим бошлиғи, физика – математика фанлари доктори.

Фаннинг ўқув дастури Мирзо Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий Университети Илмий – методик кенгашида тавсия қилинган. (20__ йил "___"_________даги "_____" – сонли баённома).

Кириш

Мазкур курс олий таълим буйича кадрлар тайёрлаш муаммоларини ҳал этишдаги ҳисоблаш математикаси фанининг асосларини эгаллашдаги ҳал қилувчи аҳамиятга эгадир. Сонли усуллар ҳозирги кунда кўпгина амалиёт масалаларини ечишда, айниқса, моделлари дифференциал тенгламалар терминида ифодаланадиган воқеа, жараёнларни тадқиқ қилишнинг ажралмас қисми сифатида муҳим ўрин эгаллайди. Бундай моделларни самарали реализация қилиш у ёки бу ҳисоблаш алгоритмларини танлаш ва компьютерда дастурлаш усуллари билан бевосита боғлиқ. Шу сабабли масалаларни ечишда тежамли сонли усулларни танлай биладиган ва уларни компьютерда реализация қила оладиган мутахассислар тайёрлаш катта аҳамиятга эга.

Ушбу фан алгебра, математик анализ, оддий диференциал тенгламалар, математик физика тенгламалари фанлари билан чамбарчас боғлиқдир.

Маърузалар мазмуни (44 соат)

Функцияларни яқинлаштириш. Ўртача квадратик яқинланиш. Жадвал кўринишида берилган функцияларни ўртача квадратик маънода яқинлаштириш. Сплайн билан яқинлашиш.

Тақрибий интеграллаш. Чебишев типидаги квадратур формула. Гаусс типидаги квадратур формула. Каррали интегралларни тақрибий ҳисоблаш усуллари.

Алгебраик ва трансцендент тенгламаларни тақрибий ечиш. Алгебраик тенглама илдизлари чегарасини аниқлаш, илдизларни ажратиш. Итерация усули. Ньютон усули. Юқори тартибли итерацион жараён қуришда Чебешев усули.

Чизиқли алгебранинг тақрибий усуллари. Чизиқли алгебрадан баъзи бир маълумотлар. Оддий итерация, Зейдел усуллари. Методларнинг яқинлашиш. Хос қийматларнинг тўлиқ муаммосини ҳал этишда Крилов, Данилевский усуллари. Хос қийматларни қисмий муаммоси; Леверье методи, модули бўйича энг катта хос сон ва унга мос хос векторни топиш.

Оддий дифференциал тенгламалар учун қўйилган Коши масаласини тақрибий ечиш. Бир қадамли методлар: Эйлер ҳамда унинг модификацияланган усуллари; Рунге—Кутта усули. Кўп қадамли методлар: Адамснинг экстраполяцион ва интерполяцион методлари.

Оддий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалаларни тақрибий ечиш. Редукция методи. Тур усули. Хайдаш усули, унинг яқинлашиши ва турғунлиги.

Хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалаларни сонли ечиш усуллари. Эллиптик турдаги дифференциал тенгламаларни айирмали тенгламалар билан аппроксимация қилиш. Аппроксимация ва яқинлашиш масаласи ва уларнинг боғлиқлиги. Чегаравий шартларни аппроксимация этиш. Тўр тенгламалар системасининг ечимга эгалиги ва ягоналиги. Тўр тенгламалар системасини ечишда итерацион усул. Гиперболик турдаги тенгламаларни тўр усули билан ечиш. Параболик турдаги тенгламани тўр усули билан ечиш. Ошкор ва ошкормас схемалар. Ошкор схема турғунлиги. Абсолют ва шартли турғун айирмали схемалар.

Вариацион ва проекцион усуллар. Оддий дифференциал тенгламалар учун қўйилган чегаравий масалаларни ечишда Ритц, Коллокация, Галеркин, кичик квадратлар усули. Эллиптик турдаги хусусий ҳосилали дифференциал тенглама учун чегаравий масалани ечишда Ритц, Коллокация, Галеркин ва кичик квадратлар усуллари.

Интеграл тенгламаларни тақрибий ечиш. Квадратуралар усули. Кетма–кет якинлашиш ва ажралувчи ядролар усули.

Амалиёт машғулотлари мавзулари (30 соат)

Сплайн функциялар билан яқинлашиш.

Каррали интегрални тақрибий ҳисоблаш.

Алгебраик тенглама илдизлари чегарасини аниқлаш, илдизларни ажратиш. Итерация, Ньютон, Чебишев усуллари.

ЧАТСни ечишда оддий итерация, Зейдел усуллари. Яқинлашиш шартлари.

Коши масаласини ечишда бир қадамли усуллар: Эйлер усули ва унинг модификацияси.

Оддий дифференциал тенглама учун чегаравий масалани ечишда редукция методи. Тўр усули.

Ҳайдаш усули, турғунлик. Эллиптик турдаги дифференциал тенгламаларни айирмали тенгламалар билан аппроксимация этиш.

Гиперболик турдаги тенгламаларни ечишда тўр усули.

Параболик турдаги тенгламаларни тўр усули билан ечиш.

Оддий дифференциал тенглама учун қуйилган чегаравий масалани ечишда коллокация, кичик квадратлар, Галеркин усуллари. Ритц методи.

Интеграл тенгламаларни ечишда квадратуралар усули. Кетма–кет яқинлашиш усуллари.

Лаборатория машғулотлари мавзулари (28 соат)

Ўртача квадратик яқинлашиш. Жадвал билан берилган функцияларни ўртача квадратик маънода яқинлаштириш.

Матрица хос қийматларнинг қисмий муаммоси (Леверье методи,модули бўйича энг катта хос сон ва хос векторини топиш).

Рунге–Кутта усули. Унинг хатолиги.

Кўп қадамли методлар: Адамс усуллари. Хатолиги.

Оддий дифференциал тенглама учун чегаравий масалани ечишда редукция методи. Тўр усули. Ҳайдаш усули. Тўр тенгламалар системасини ечишда итерацион усул. Ошкор ва ошкормас схемалар.

Гиперболик турдаги тенгламаларни ечишда тўр усули.

Параболик турдаги тенгламаларни тўр усули билан ечиш.

Оддий дифференциал тенглама учун қуйилган чегаравий масалани ечишда коллокация, кичик квадратлар, Галеркин усуллари. Ритц методи.Эллиптик типдаги тенглама учун чегаравий масалани ечишда Ритц ва бошқа усуллар.Интеграл тенгламаларни ечишда квадратуралар, кетма–кет яқинлашиш, хос ядро усуллари.

Адабиётлар

1. Исроилов М.И. □исоблаш методлари. Тошкент: □□итувчи, 2000.
2. Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырний П.И. Вўчислительнўе методў вўсшей математики. 1,2–том. Минск, Выща школа. 1972, 1975.
3. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методў. –М., Наука. 1989.

Қўшимча адабиётлар

4. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. Т. 1. М.: Физматгиз. 1962.
5. Самарский А.А. Введение в Численные методы. –М., Наука. 1987.
6. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М., Наука. 1989.
7. Бахвалов Н.С. Численные методы. –М., Наука. 1987.
8. Сборник задач по методам вычислений. Под редакцией Монастырного П.И. Минск, Высща школа. 1983.
9. Исматуллаев Ғ.П., Жураев Ғ.У. Ҳисоблаш усулларидан методик Қўлланма. Тошкент: Университет, 2005.
10. Исматуллаев Ғ.П., Пўлатов С.И., Фаязов Қ.С. Сонли усуллардан Қўлланма. Тошкент: Университет, 2008.
11. Алоев Р.Д., Шарипов Т. Сонли усуллардан маърузалар тўплами.БухДУ,1995.

2. Ишчи дастурлари

ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ

МЕХАНИКА – МАТЕМАТИКА ФАКУЛЬТЕТИ

«ТАСДИҚЛАЙМАН»
ЎзМУ Механика – математика
факультети декани

____
проф. Б.А. Шоимкулов
«____»______________2010 й.

Ҳисоблаш усуллари фани бўйича

5460100 - Математика йўналиши

3 – курс талабалари учун

ИШЧИ ЎҚУВ ДАСТУРИ

Умумий ўқув соати	- 118 с.
Шу жумладан:	
Маъруза	- 30 с.
Амалиёт машғулотлари	- 30 с.
Мустақил таълим соати	- 58 с.

Тошкент – 2010

Фаннинг ишчи ўқув дастури М.Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий Университети механика-математика факультети ҳисоблаш технологиялари ва математик моделлаштириш кафедрасининг 2010 йил "___ " августдаги 1 -сонли_мажлисида муҳокама этилди ва маъқулланди.

"Математика" таълим йўналиши намунавий ўқув дастури ва ўқув режасига мувофиқ ишлаб чиқилди.

Тузувчи: ф.-м.ф.н., доцент Ғ.П.Исматуллаев ____________
(имзо)

Тақризчи: ф.-м.ф.н., доцент А.А.Махмудов ______
(имзо)

Кафедра мудири: ф.-м.ф.д., проф. Х.А.Музафаров__________
(имзо)

Фаннинг ишчи ўқув дастури механика-математика факультети Илмий кенгашининг 2010 йил "___"_______________даги ___-сонли қарори билан тасдиқланди.

Илмий кенгаш раиси:
2010 йил ________________
"___"____________ Б.А.Шоимқулов
(имзо)

Кириш

Ҳисоблаш усуллари ҳозирги кунда кўпгина амалиёт масалаларини ечишда тежамли ҳисоблаш усулларини танлай биладиган ва уларни компьютерда реализация қиладиган мутахассисларни тайёрлашда катта аҳамиятга эга.

Ҳисоблаш экспериментидаги математик моделлаштириш билан ЭҲМда дастурлаш поғоналари орасида жойлашган ҳисоблаш усуллари (дискрет модел ва ҳисоблаш алгоритми) математика, амалий математика ва информацион технологиялар бўйича мутахассис тайёрлашда муҳимдир.

Ушбу фан алгебра, математик анализ, оддий дифференциал тенгламалар, математик физика тенгламалари фанлари билан чамбарчас боғлиқдир.

Маърузалар мазмуни (30 соат)

Хатолик назарияси. Хатоликлар тури ва уларни ҳисоблаш. Функция хатолиги.

Функцияларни яқинлаштириш. Интерполяция масаласининг қўйилиши. Лагранж интерполяцион купхади ва унинг қолдиқ ҳади. Айирмалар нисбати ва уларнинг хоссалари. Тенгмас оралиқлар учун Ньютон кўпҳадлари. Сплайнлар билан яқинлашиш. Ўртача квадратик маънода яқинлашиш (узлуксиз ҳол). Жадвал кўринишида берилган функцияларни ўртача квадратик яқинлаштириш.

Тақрибий интеграллаш. Интерполяцион квадратур формулалар. Трапеция ва Симпсон квадратур формулалари уларнинг хатоликлари. Чебишев ва Гаусс типидаги квадратур формулалар.

Алгебраик ва трансцендент тенгламаларни тақрибий ечиш. Тенглама илдизларини чегаралари. Илдизларни ажратиш. Ньютон методи, ватарлар методи, итерация методи. Метод хатолиги ва яқинлашиш тезлиги.

Чизиқли алгебранинг тақрибий усуллари. Чизикли алгебрадан баъзи маълумотлар. Оддий итерация ва Зейдел усуллари. Методларнинг яқинлашиш шартлари. Хос сон ва хос векторларини топишда Крылов усули. Матрицанинг хос сон ва хос векторларини топишнинг қисмий муаммоси.

Оддий дифференциал тенгламаларга қўйилган Коши масаласини такрибий ечиш. Эйлер ва Рунге—Кутте усуллари. Коши масаласини ечишда кўп қадамли методлар, уларнинг яқинлашиши ва турғунлиги. Адамс формулалари.

Оддий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалаларни сонли ечиш. Ҳайдаш усули. Тўр усули.

Хусусий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалани сонли ечиш. Эллиптик типдаги тенгламани тўр усули билан ечиш. Чегаравий шартларни аппроксимация этиш. Гиперболик ва параболик типдаги тенгламани тўр усули билан ечиш. Ошкор ва ошкормас схемалар. Яқинлашиш.

Амалий машғулотлар мазмуни (30 соат)

Хатолик назарияси. Хатоликлар тури ва уларни ҳисоблаш.Функция хатолиги.

Функцияларни яқинлаштириш. Лагранж интерполяцион купхади ва унинг қолдиқ ҳади. Тенгмас оралиқлар учун Ньютон кўпҳадлари. Сплайнлар билан яқинлашиш. Ўртача квадратик маънода яқинлашиш (узлуксиз ҳол). Жадвал кўринишида берилган функцияларни ўртача квадратик яқинлаштириш.

Тақрибий интеграллаш. Интерполяцион квадратур формулалар. Трапеция ва Симпсон квадратур формулалари уларнинг хатоликлари. Чебишев ва Гаусс типидаги квадратур формулалар.

Алгебраик ва трансцендент тенгламаларни тақрибий ечиш. Тенглама илдизларини чегаралари. Илдизларни ажратиш. Ньютон методи, ватарлар методи, итерация методи.

Чизиқли алгебранинг тақрибий усуллари. Чизикли алгебрадан баъзи маълумотлар. Оддий итерация ва Зейдел усуллари. Методларнинг яқинлашиш шартлари. Хос сон ва хос векторларини топишда Крылов усули. Матрицанинг хос сон ва хос векторларини топишнинг қисмий муаммоси.

Оддий дифференциал тенгламаларга қўйилган Коши масаласини тақрибий ечиш. Эйлер ва Рунге—Кутте усуллари. Коши масаласини ечишда кўп қадамли методлар, уларнинг яқинлашиши ва турғунлиги. Адамс формулалари.

Оддий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалаларни сонли ечиш. Ҳайдаш усули. Тўр усули.

Хусусий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалани сонли ечиш. Эллиптик типдаги тенгламани тўр усули билан ечиш. Чегаравий шартларни аппроксимация этиш. Гиперболик ва параболик типдаги тенгламани тўр усули билан ечиш. Ошкор ва ошкормас схемалар.

КАЛЕНДАР ТЕМАТИК РЕЖА

№	Мавзулар	Жами	Маъ-руза	Амалий машғу-лотлар
1	*2*	*3*	*4*	*5*
1	Хатоликлар тури ва уларни ҳисоблаш.Функция хатолиги.	4	2	2

2	Интерполяция масаласининг қўйилиши. Лагранж интерполяцион кўпҳади ва унинг қолдиқ ҳади.	4	2	2
3	Айирмалар нисбати, чекли айирмалар ва уларнинг хоссалари. Айирмалар иштирокидаги интерполяцион купхадлар	4	2	2
4	Сплайнлар билан яқинлашиш. Ўртача квадратик маънода яқин–лашиш (узлуксиз ва дискрет ҳол) .	4	2	2
5	Интерполяцион квадратур формулалар. Трапеция ва Симпсон квадратур формулалари ва уларнинг хатоликлари.	4	2	2
6	Чебишев квадратур формуласи. Гаусс квадратур формуласи	4	2	2
7	Тенглама илдизларини чегаралари. Илдизларни ажратиш.	4	2	2
8	Ньютон ва ватар усули. Итерация усули. Методлар хатолиги ва яқинлашиш тезлиги.	4	2	2
9	Чизиқли алгебрада баъзи маълуотлар. Оддий итерация ва Зейдель усули. Методларнинг яқинлашиш шартлари.	4	2	2
10	Матрицанинг хос сон ва хос векторини топишда Крилов усули. Матрицанинг хос сон ва хос векторларининг қисмий муаммоси.	4	2	2
11	Коши масаласини ечишда Эйлер методи ва унинг морифинацияси. Рунге–Кутта усули	4	2	2
12	Адамснинг ошкор методи. Адамснинг ошкормас методи.	4	2	2
13	Чегаравий масалани ечишда тўр усули, тўр тенгламаларни системасини ҳосил қилиш. Хатолиги. Ҳайдаш усули. Яқинлашиш ва турғунлик.	4	2	2
14	Эллиптик типдаги тенгламаларни тўр усули билан ечиш. Чегаравий шартларни аппроксимация этиш.	4	2	2
15	Параболик ва Гиперболик типдаги	4	2	2

	тенгламани тўр усули билан ечиш. Ошкор ва ошкормас схемалар. Яқинлашиш ва турунлик.			
	Жами:	**60**	**30**	**30**

Мустақил таълим мавзулари (58 соат)

Ишчи ўқув дастурининг мустақил таълимга оид бўлим ва мавзулари	Мустақил таълимга оид топшириқ ва тавсиялар	Ҳажми (соатда)
Функцияларни яқинлаштириш	Тенг оралиқлар учун Гаусс, Стирлинг ва бошқа интерполяцион кўпҳадлар.	8
	Тригонометрик функцияларни ўртача квадратик маънода яқинлаштириш (узлуксиз ва дискрет ҳоллар).	6
Тақрибий интеграллаш	Каррали интегралларни тақрибий ҳисоблаш усуллари.	6
Чизиқли алгебранинг тақрибий усуллари	Чизиқли алгебраик тенгламалар системасини ечишда градиентлар методи.	4
	Матрицанинг характеристик кўпҳадини топишда ҳошиялаш усули.	4
Алгебраик ва трансцендент тенгламаларни тақрибий ечиш	Алгебраик ва трансцендент тенгламаларни тақрибий ечишнинг график, оралиқни тенг иккига бўлиш ва ватар усули.	8
Оддий дифференциал тенгламаларга қўйилган Коши масаласини тақрибий ечиш	Адамснинг иккинчи ва учинчи тартибли ошкор ва ошкормас формулаларини келтириб чиқариш.	4
Оддий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалаларни сонли ечиш	Оддий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалаларни тўр усули билан ечишда яқинлашиш ва турғунлик.	6
Чегаравий масалаларни ечишда вариацион ва проекцион усуллар	Эллиптик турдаги хусусий ҳосилали дифференциал тенглама учун чегаравий масалани ечишда Ритц, коллокация, Галеркин, кичик квадратлар усуллари.	12
	Жами:	**58**

Ўзлаштириш назорати

ОН №1	ОН №2	ЯН	ЖН			Жами
			Уй топшириқлари	Мустақил топшириқлар	Дарслардаги иштироки ва фаоллиги	
15	**15**	**30**	**15**	**15**	**10**	**100**

Асосий адабиётлар

1. Исроилов М.И. Ҳисоблаш методлари. Тошкент, Ўқитувчи, 2000.
2. Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырний П.И. Вычислительные методы высшей математики. 1,2—том. Минск, Выща школа. 1972, 1975.
3. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. —М., Наука. 1989.

қўшимча адабиётлар

1. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. Т. 1. М.: Физматгиз. 1962.
2. Самарский А.А. Введение в Численные методы. —М., Наука. 1987.
3. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М., Наука. 1989.
4. Бахвалов Н.С. Численные методы. —М., Наука. 1987.
5. Сборник задач по методам вычислений. Под редакцией Монастырного П.И. Минск, Выша школа. 1983.
6. Исматуллаев Ғ.П., Жўраев Ғ.У. Ҳисоблаш усулларидан методик қўлланма. Тошкент, Университет. 2005.
7. Исматуллаев Ғ.П., Пўлатов С.И., Фаязов Қ.С. Сонли усуллардан қўлланма. —Тошкент, Университет. 2006.
8. Алоев Р.Д., Шарипов Т. Сонли усуллардан маърузалар тўплами. БухДУ,1995.

МИРЗО УЛУҒБЕК НОМИДАГИ
ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ

МЕХАНИКА – МАТЕМАТИКА ФАКУЛЬТЕТИ

«ТАСДИҚЛАЙМАН»
ЎзМУ Механика – математика
факультети декани

____
проф. Б.А. Шоимкулов
«____»______________2010 й.

3 – курс Амалий математика ва информатика гуруҳи талабалари учун
«Ҳисоблаш математикаси» фанидан

ИШЧИ ЎҚУВ ДАСТУРИ

Умумий ўқув соати	- 131 с.
Шу жумладан:	
Маъруза	- 40 с.
Амалиёт машғулотлари	- 48 с.
Лаборатория	- 14 с.

Тошкент – 2010

Фаннинг ишчи ўқув дастури М.Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий Университети механика-математика факультети "Ҳисоблаш технологиялари ва математик моделлаштириш" кафедрасининг 2010 йил __ – августдаги __-сонли_мажлисида муҳокама этилди ва маъқулланди.

"Амалий математика ва информатика" таълим йўналиши намунавий ўқув дастури ва ўқув режасига мувофиқ ишлаб чиқилди.

Тузувчи: ф.-м.ф.н., доцент С.А.Бахромов ________________

(имзо)

Тақризчи: ф.-м.ф.н., доцент Ғ.П.Исматуллаев _______________

(имзо)

Кафедра мудири: ф.-м.ф.д., проф. Х.А.Музафаров____________

(имзо)

Фаннинг ишчи ўқув дастури механика-математика факультети Илмий кенгашининг 2010 йил "____"________________даги ____-сонли қарори билан тасдиқланди.

Илмий кенгаш раиси:

2010 йил "____"______________ __________________

Б.А.Шоимқулов

(имзо)

Кириш

Мазкур курс олий таълим буйича кадрлар тайёрлаш муаммоларини ҳал этищдаги ҳисоблаш математикаси фанининг асосларини эгаллащдаги ҳал қилувчи аҳамиятга эгадир. Ҳисоблаш усуллари ҳозирги кунда кўпгина амалиёт масалаларини ечишда тежамли ҳисоблаш усулларини танлай биладиган ва уларни компьютерда реализация қиладиган мутахассисларни тайёрлашда катта аҳамиятга эга.

Ҳисоблаш экспериментидаги математик моделлаштириш билан ЭҲМда дастурлаш поғоналари орасида жойлашган ҳисоблаш усуллари (дискрет модел ва ҳисоблаш алгоритми) математика, амалий математика ва информацион технологиялар бўйича мутахассис тайёрлашда муҳимдир.

Ушбу фан алгебра, математик анализ, оддий диференциал тенгламалар, математик физика тенгламалари фанлари билан чамбарчас боғлиқдир.

Маърузалар мазмуни (56 соат)

Функцияларни яқинлаштириш. Ўртача квадратик маънода яқинлашиш (узлуксиз ҳол). Жадвал кўринишида берилган функцияларни ўртача квадратик яқинлаштириш.

Тақрибий интеграллаш. Ортогонал кўпҳадлар системаси. Баъзи ортогонал кўпҳадлар ва уларнинг хоссалари. Гаусс типидаги квадратур формулалар. Каррали интегралларни тақрибий интеграллаш усуллари.

Алгебраик ва трансцендент тенгламаларни тақрибий ечиш. Тенглама илдизларини чегаралари. Илдизларни ажратиш. Ньютон методи, ватарлар методи, итерация методи. Метод хатолиги ва яқинлашиш тезлиги. Чебишев усули.

Чизиқли алгебранинг тақрибий усуллари. Чизикли алгебрадан баъзи маълумотлар. Оддий итерация ва Зейдел усуллари. Методларнинг яқинлашиш шартлари. Хос сон ва хос векторларини топишда Крылов, Данилевский усуллари. Матрицанинг хос сон ва хос векторларини топишнинг қисмий муаммоси.

Оддий дифференциал тенгламаларга қўйилган Коши масаласини тақрибий ечиш. Эйлер ва Рунге—Кутте усуллари. Коши масаласини ечишда кўп қадамли методлар, уларнинг яқинлашиши ва турғунлиги. Адамс формулалари.

Оддий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалаларни сонли ечиш. Ҳайдаш усули. Отиш усули. Тўр усули. Яқинлашиш ва турғунлик.

Хусусий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалани сонли ечиш. Эллиптик типдаги тенгламани тўр усули билан ечиш. Чегаравий шартларни аппроксимация этиш. Гиперболик ва параболик типдаги тенгламани тўр усули билан ечиш. Ошкор ва ошкормас схемалар. Яқинлашиш.

Чегаравий масалаларни ечишда вариацион ва проекцион усуллар. Ритц методи. Коллокация, Галеркин, кичик квадратлар усули. Чекли элементлар усули.

Интеграл тенгламаларни тақрибий ечиш. Интеграл тенгламаларни тақрибий ечиш квадратуралар усули.

Амалий машғулотлар мазмуни (34 соат)

Хатолик назарияси. Хатоликлар тури ва уларни ҳисоблаш.Функция хатолиги.

Функцияларни яқинлаштириш. Лагранж интерполяцион купхади ва унинг қолдиқ ҳади. Тенгмас ораликлар учун Ньютон кўпҳадлар. Сплайнлар билан яқинлашиш. Ўртача квадратик маънода яқинлашиш (узлуксиз Ҳол). Ортогонал кўпхадлар системаси. Баъзи ортогонал кўпҳадлар ва уларнинг хоссалари. Жадвал кўринишида берилган функцияларни ўртача квадратик яқинлаштириш.

Тақрибий интеграллаш. Интерполяцион квадратур формулалар. Трапеция ва Симпсон квадратур формулалари уларнинг хатоликлари. Чебишев ва Гаусс типидаги квадратур формулалар. Каррали интегралларни тақрибий интеграллаш усуллари.

Алгебраик ва трансцендент тенгламаларни тақрибий ечиш. Тенглама илдизларини чегаралари. Илдизларни ажратиш. Ньютон методи, ватарлар методи, итерация методи. Метод хатолиги ва яқинлашиш тезлиги. Чебишев усули.

Чизиқли алгебранинг тақрибий усуллари. Чизикли алгебрадан баъзи маълумотлар. Оддий итерация ва Зейдел усуллари. Методларнинг яқинлашиш шартлари. Хос сон ва хос векторларини топишда Крылов, Данилевский усуллари. Матрицанинг хос сон ва хос векторларини топишнинг қисмий муаммоси.

Оддий дифференциал тенгламаларга қўйилган Коши масаласини тақрибий ечиш. Эйлер ва Рунге—Кутте усуллари. Коши масаласини ечишда кўп қадамли методлар, уларнинг яқинлашиши ва турғунлиги. Адамс формулалари.

Оддий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалаларни сонли ечиш. Ҳайдаш усули. Отиш усули. Тўр усули. Яқинлашиш ва турғунлик.

Хусусий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалани сонли ечиш. Эллиптик типдаги тенгламани тўр усули билан ечиш. Чегаравий шартларни аппроксимация этиш. Гиперболик ва параболик типдаги тенгламани тўр усули билан ечиш. Ошкор ва ошкормас схемалар. Яқинлашиш.

Чегаравий масалаларни ечишда вариацион ва проекцион усуллар. Ритц методи. Коллокация, Галеркин, кичик квадратлар усули.

Аудитория соатларининг мавзулар Ҳафталар бўйича тақсимланиши

№	Мавзулар	Жами	Маъ-руза	Амалий машғу-лотлар
1	*2*	*3*	*4*	*5*
1	Ўрта квадратик яқинлашиш. Чизикли сплайн. Дефекти 2 тенг кубик сплайн.	4	2	2
2	Дефекти 1 га тенг кубик сплайнлар билан якинлашиш.	2	2	
3	Гаусс квадратур формуласи	3	1	2
4	Каррали интегралларни тақрибий ҳисоблаш	2	1	1
5	Тенглама илдизларини чегаралари.	2	1	1
6	Илдизларни ажратиш.	2	1	1
7	Ньютон ва ватар усули.	3	1	2
8	Итерация усули. Методлар хатолиги ва яқинлашиш тезлиги.	2	1	1
9	Чебышев усули.	3	1	2
10	Чизиқли алгебрада баъзи маълумотлар. Оддий итерация ва Зейдель усули.	4	2	2
11	Методларнинг яқинлашиш шартлари. Матрицанинг хос сон ва хос векторини топишда Крилов усули.	3	1	2
12	Данилевский усули.	3	1	2
13	Матрицанинг хос сон ва хос векторларининг қисмий муаммоси.	3	1	2
14	Коши масаласини ечишда Эйлер методи ва унинг морифинацияси. Рунге – Кутта усули	4	2	2
15	Коши масаласини ечишда кўп қадамли методлар, уларнинг яқинлашиши ва турғунлиги.	4	2	2

16	Адамснинг ошкор методи. Адамснинг ошкормас методи.	4	2	2
17	Чегаравий масалани ечишда редукция методи. Отиш усули.	4	2	2
18	Тўр усули, тўр тенгламаларни системасини ҳосил қилиш. Хатолиги.	4	2	2
19	Ҳайдаш усули. Яқинлашиш ва турғунлик.	4	2	2
20	Эллиптик типдаги тенгламаларни тўр усули билан ечиш.	3	1	2
21	Чегаравий шартларни аппроксимация этиш.	3	1	2
22	Параболик типдаги тенгламаларни тўр усули билан ечиш. Ошкор ва ошкормас схемалар. Яқинлашиш ва турғунлик.	3	1	2
23	Гиперболик типдаги тенгламани тўр усули билан ечиш.	4	2	2
24	Ритц методи методи ва унинг яқинлашиши.	4	2	2
25	Кичик квадратлар, коллокация методлари.	4	2	2
26	Галеркин методи, Чекли элементлар усулида квадратурлар усули.	4	2	2
27	Интеграл тенгламаларни тақрибий ечиш	3	1	2
	Жами:	**88**	**40**	**48**

Лаборатория мавзулари (58 соат)

Лаборатория мавзулари	**Лабораторияга оид топшириқлар ва тавсиялар**	**Ҳажми (соатда)**
Функцияларни яқинлаштириш	Дефекти 1 га кубик сплайн	2
Алгебраик ва трансцендент тенгламаларни тақрибий ечиш	Алгебраик ва трансцендент тенгламаларни тақрибий ечишда итерацион (оддий итерация, Ньютон) усуллари.	2
Оддий дифференциал тенгламаларга қўйилган Коши масаласини	Рунге Кутта усули	2

тақрибий ечиш		
Оддий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалаларни сонли ечиш	Тўр усули (Прогонка усули)	2
Чегаравий масалаларни ечишда вариацион ва проекцион усуллар	Ритц, Галеркин, кичик квадратлар усуллари.	6
	Жами:	**14**

Ўзлаштириш назорати

ОН 1	**ЖН**	**ЖН**	**ЖН**	**ЯН**	**Жами**
	Уй топшириқлари	Мустақил топшириқлар	Дарслардаги иштироки ва фаоллиги		
30	**10**	**15**	**15**	**30**	**100**

Асосий адабиётлар

1. Исроилов М.И. Ҳисоблаш методлари. Тошкент, Ўқитувчи, 2000.
2. Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырний П.И. Вычислительные методы высшей математики. 1,2—том. Минск, Выща школа. 1972, 1975.
3. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. —М., Наука. 1989.

қўшимча адабиётлар

1. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. Т. 1. М.: Физматгиз. 1962.
2. Самарский А.А. Введение в Численные методы. —М., Наука. 1987.
3. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М., Наука. 1989.
4. Бахвалов Н.С. Численные методы. —М., Наука. 1987.
5. Сборник задач по методам вычислений. Под редакцией Монастўрного П.И. Минск, Выша школа. 1983.
6. Исматуллаев Ғ.П., Жўраев Ғ.У. Ҳисоблаш усулларидан методик қўлланма. Тошкент, Университет. 2005.
7. Исматуллаев Ғ.П., Пўлатов С.И., Фаязов Қ.С. Сонли усуллардан қўлланма. —Тошкент, Университет. 2006.
8. Алоев Р.Д., Шарипов Т. Сонли усуллардан маърузалар тўплами. БухДУ, 1995.

МИРЗО УЛУҒБЕК НОМИДАГИ
ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ

МЕХАНИКА–МАТЕМАТИКА ФАКУЛЬТЕТИ

«ТАСДИҚЛАЙМАН»
ЎзМУ Механика–математика
факультети декани

____
проф. Б.А. Шоимкулов
«____»____________2010 й.

Ҳисоблаш математикаси фани бўйича

5521900 – Информацон технологиялари йўналиши
3–курс талабалари учун

ИШЧИ ЎҚУВ ДАСТУРИ

Умумий ўқув соати	- 161 с.
Шу жумладан:	
Маъруза	- 44 с.
Амалиёт машғулотлари	- 30 с.
Лаборатория машғулотлари	- 28 с.
Мустақил таълим соати	- 59 с.

Тошкент – 2010

Фаннинг ишчи ўқув дастури М.Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий Университети механика-математика факультети Параллел технологияларда Ҳисоблаш усуллари кафедрасининг 2010 йил 26 – августдаги 1-сонли_мажлисида муҳокама этилди ва маъқулланди.

"Информатика ва ахборот технологиялари" таълим йўналиши намунавий ўқув дастури ва ўқув режасига мувофиқ ишлаб чиқилди.

Тузувчи: ф.-м.ф.н., доцент С.А.Бахромов ________________
(имзо)

Тақризчи: ф.-м.ф.н., доцент Ғ.П.Исматуллаев ______________
(имзо)

Кафедра мудири: ф.-м.ф.д., проф. Х.А.Музафаров____________
(имзо)

Фаннинг ишчи ўқув дастури механика-математика факультети Илмий кенгашининг 2010 йил "____"_________________даги ____-сонли қарори билан тасдиқланди.

Илмий кенгаш раиси:
2010 йил ________________
"____"____________ Б.А.Шоимкулов
(имзо)

Кириш

Мазкур курс олий таълим буйича кадрлар тайёрлаш муаммоларини ҳал этишдаги ҳисоблаш математикаси фанининг асосларини эгаллашдаги ҳал қилувчи аҳамиятга эгадир. Сонли усуллар ҳозирги кунда кўпгина амалиёт масалаларини ечишда, айниқса, моделлари дифференциал тенгламалар терминида ифодаланадиган воқеа, жараёнларни тадқиқ қилишнинг ажралмас қисми сифатида муҳим ўрин эгаллайди. Бундай моделларни самарали реализация қилиш у ёки бу ҳисоблаш алгоритмларини танлаш ва компьютерда дастурлаш усуллари билан бевосита боғлиқ. Шу сабабли масалаларни ечишда тежамли сонли усулларни танлай биладиган ва уларни компьютерда реализация қила оладиган мутахассислар тайёрлаш катта аҳамиятга эга.

Ушбу фан алгебра, математик анализ, оддий диференциал тенгламалар, математик физика тенгламалари фанлари билан чамбарчас боғлиқдир.

Маърузалар мазмуни (44 соат)

Функцияларни яқинлаштириш. Ўртача квадратик якинланиш. Жадвал кўринишида берилган функцияларни ўртача квадратик маънода якинлаштириш. Сплайн билан яқинлашиш.

Тақрибий интеграллаш. Чебишев типидаги квадратур формула. Гаусс типидаги квадратур формула. Каррали интегралларни тақрибий ҳисоблаш усуллари.

Алгебраик ва трансцендент тенгламаларни тақрибий ечиш. Алгебраик тенглама илдизлари чегарасини аниқлаш, илдизларни ажратиш. Итерация усули. Ньютон усули. Юқори тартибли итерацион жараён қуришда Чебешев усули.

Чизиқли алгебранинг тақрибий усуллари. Чизиқли алгебрадан баъзи бир маълумотлар. Оддий итерация, Зейдел усуллари. Методларнинг яқинлашиш. Хос қийматларнинг тўлиқ муаммосини ҳал этишда Крилов, Данилевский усуллари. Хос қийматларни қисмий муаммоси; Леверье методи, модули бўйича энг катта хос сон ва унга мос хос векторни топиш.

Оддий дифференциал тенгламалар учун қўйилган Коши масаласини тақрибий ечиш. Бир қадамли методлар: Эйлер ҳамда унинг модификацияланган усуллари; Рунге—Кутта усули. Кўп қадамли методлар: Адамснинг экстраполяцион ва интерполяцион методлари.

Оддий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалаларни тақрибий ечиш. Редукция методи. Тур усули. Хайдаш усули, унинг яқинлашиши ва турғунлиги.

Хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалаларни сонли ечиш усуллари. Эллиптик турдаги дифференциал тенгламаларни айирмали тенгламалар билан аппроксимация қилиш. Аппроксимация ва яқинлашиш масаласи ва уларнинг боғлиқлиги. Чегаравий шартларни аппроксимация этиш. Тўр тенгламалар системасининг ечимга эгалиги ва ягоналиги. Тўр тенгламалар системасини ечишда итерацион усул. Гиперболик турдаги тенгламаларни тўр усули билан ечиш. Параболик турдаги тенгламани тўр усули билан ечиш. Ошкор ва ошкормас схемалар. Ошкор схема турғунлиги. Абсолют ва шартли турғун айирмали схемалар.

Вариацион ва проекцион усуллар. Оддий дифференциал тенгламалар учун қўйилган чегаравий масалаларни ечишда Ритц, Коллокация, Галеркин, кичик квадратлар усули. Эллиптик турдаги хусусий ҳосилали дифференциал тенглама учун чегаравий масалани ечишда Ритц, Коллокация, Галеркин ва кичик квадратлар усуллари.

Интеграл тенгламаларни тақрибий ечиш. Квадратуралар усули. Кетма—кет якинлашиш ва ажралувчи ядролар усули.

Амалиёт машғулотлари мавзулари (30 соат)

Сплайн функциялар билан яқинлашиш.

Каррали интегрални тақрибий ҳисоблаш.

Алгебраик тенглама илдизлари чегарасини аниқлаш, илдизларни ажратиш. Итерация, Ньютон, Чебишев усуллари.

ЧАТСни ечишда оддий итерация, Зейдел усуллари. Яқинлашиш шартлари.

Коши масаласини ечишда бир қадамли усуллар: Эйлер усули ва унинг модификацияси.

Оддий дифференциал тенглама учун чегаравий масалани ечишда редукция методи. Тўр усули.

Ҳайдаш усули, турғунлик. Эллиптик турдаги дифференциал тенгламаларни айирмали тенгламалар билан аппроксимация этиш.

Гиперболик турдаги тенгламаларни ечишда тўр усули.

Параболик турдаги тенгламаларни тўр усули билан ечиш.

Оддий дифференциал тенглама учун қуйилган чегаравий масалани ечишда коллокация, кичик квадратлар, Галеркин усуллари.Ритц методи.

Интеграл тенгламаларни ечишда квадратуралар усули. Кетма—кет яқинлашиш усуллари.

Лаборатория машғулотлари мавзулари (28 соат)

Ўртача квадратик яқинлашиш. Жадвал билан берилган функцияларни ўртача квадратик маънода яқинлаштириш.

Матрица хос қийматларнинг қисмий муаммоси (Леверье методи,модули бўйича энг катта хос сон ва хос векторини топиш).

Рунге – Кутта усули. Унинг хатолиги.

Кўп қадамли методлар: Адамс усуллари. Хатолиги.

Оддий дифференциал тенглама учун чегаравий масалани ечишда редукция методи. Тўр усули. Ҳайдаш усули. Тўр тенгламалар системасини ечишда итерацион усул. Ошкор ва ошкормас схемалар.

Гиперболик турдаги тенгламаларни ечишда тўр усули.

Параболик турдаги тенгламаларни тўр усули билан ечиш.

Оддий дифференциал тенглама учун қуйилган чегаравий масалани ечишда коллокация, кичик квадратлар, Галеркин усуллари. Ритц методи.

Эллиптик типдаги тенглама учун чегаравий масалани ечишда Ритц ва бошқа усуллар.

Интеграл тенгламаларни ечишда квадратуралар усули, кетма–кет яқинлашиш, хос ядро усуллари,.

КАЛЕНДАР ТЕМАТИК РЕЖА

№	Мавзулар	Жами	Маъ - руза	Амалий машғу-лотлар	Лабора - тория машғу-лотлари
1	2	3	4	5	
1	Ўртача квадратик яқинлашиш. Жадвал билан берилган функцияларни ўртача квадратик маънода яқинлаштириш	4	2		2
2	Сплайн функциялар билан яқинлашиш	4	2	2	
3	Гаусс типдаги квадратур формула. Чебишев типдаги квадратур формула	2	2		
4	Каррали интегрални тақрибий ҳисоблаш	4	2	2	
5	Алгебраик тенглама илдизлари чегарасини аниқлаш, илдизларни ажратиш	4	2	2	
6	Итерация, Ньютон, Чебишев усуллари	6	4	2	
7	ЧАТСни ечишда оддий итерация, Зейдел усуллари. Яқинлашиш шартлари.	4	2	2	
8	Матрица хос қийматларининг	10	2		4

	тўлиқ муаммоси (Крилов, Данилевский усуллари) Матрица хос қийматларнинг қисмий муаммоси (Леверье методи,модули бўйича энг катта хос сон ва хос векторини топиш)		2		2
9	Коши масаласини ечишда бир қадамли усуллар: Эйлер усули ва унинг модификацияси;	4	2	2	
10	Рунге—Кутта усули. Унинг хатолиги	6	2	2	2
11	Кўп қадамли методлар: Адамс усуллари. Хатолиги	4	2		2
12	Оддий дифференциал тенглама учун чегаравий масалани ечишда редукция методи. Тўр усули. Ҳайдаш усули, турғунлик	12	2 2	2 2	2 2
13	Эллиптик турдаги дифференциал тенгламаларни айирмали тенгламалар билан аппроксимация этиш. Аппроксимация ва яқинлашиш.Чегаравий шартларни аппроксимация этиш.Тўр тенгламалар системасини ечишда итерацион усул. Гиперболик турдаги тенгламаларни ечишда тўр усули.Параболик турдаги тенгламаларни тўр усули билан ечиш.Ошкор ва ошкормас схемалар. Ошкор схема турғунлиги, абсолют турғун ва шартли турғун схемалар	16	2 2 2	2 2	2 2 2
14	Оддий дифференциал тенглама учун қуйидаги чегаравий масалани ечишда коллокация, кичик квадратлар, Галеркин усуллари. Ритц методи Эллиптик типдаги тенглама учун чегаравий масалани ечишда Ритц ва бошқа усуллар	16	2 2 2	2 2	2 2 2
15	Интеграл тенгламаларни ечишда квадратуралар усули Кетма—кет яқинлашиш усуллари	6	2	4	
	Жами:	**102**	**44**	**30**	**28**

Мустақил таълим мавзулари (59 соат)

Ишчи ўқув дастурининг мустақил таълимга оид бўлим ва мавзулари	Мустақил таълимга оид топшириқ ва тавсиялар	Ҳажми (соатда)
Функцияларни яқинлаштириш	Тенг оралиқлар учун Гаусс, Стирлинг ва бошқа интерполяцион кўпҳадлар.	8
	Тригонометрик функцияларни ўртача квадратик маънода яқинлаштириш (узлуксиз ва дискрет ҳоллар).	6
Тақрибий интеграллаш	Каррали интегралларни тақрибий ҳисоблаш усуллари.	6
Чизиқли алгебранинг тақрибий усуллари	Чизиқли алгебраик тенгламалар системасини ечишда градиентлар методи.	4
	Матрицанинг характеристик кўпҳадини топишда ҳошиялаш усули.	4
Алгебраик ва трансцендент тенгламаларни тақрибий ечиш	Алгебраик ва трансцендент тенгламаларни тақрибий ечишнинг график, оралиқни тенг иккига бўлиш ва ватар усули.	8
Оддий дифференциал тенгламаларга қўйилган Коши масаласини тақрибий ечиш	Адамснинг иккинчи ва учинчи тартибли ошкор ва ошкормас формулаларини келтириб чиқариш.	4
Оддий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалаларни сонли ечиш	Оддий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалаларни тўр усули билан ечишда яқинлашиш ва турғунлик.	7
Чегаравий масалаларни ечишда вариацион ва проекцион усуллар	Эллиптик турдаги хусусий ҳосилали дифференциал тенглама учун чегаравий масалани ечишда Ритц, коллокация, Галеркин, кичик квадратлар усуллари.	12
	Жами:	**59**

Ўзлаштириш назорати

ОН1	ОН 2	ЖН	ЖН	Мустакил иш	ЯН	Жами
		Уй топшириқлари	Амалий топшириқлар Лабор. Топшириқлар			
15	15	10	15	15	30	100

Асосий адабиётлар

1. Исроилов М.И. Ҳисоблаш методлари. Тошкент, Ўқитувчи, 2000.
2. Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырний П.И. Вычислительные методы высшей математики. 1,2–том. Минск, Выща школа. 1972, 1975.
3. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. –М., Наука. 1989.

қўшимча адабиётлар

1. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. Т. 1. М.: Физматгиз. 1962.
2. Самарский А.А. Введение в Численные методы. –М.,Наука.1987.
3. МарчукГ.И. Методы вычислительной математики.М.,Наука. 1989.
4. Бахвалов Н.С. Численные методы. –М., Наука. 1987.
5. Сборник задач по методам вычислений. Под редакцией Монастырного П.И. Минск, Выша школа. 1983.
6. Исматуллаев Ғ.П., Жўраев Ғ.У. Ҳисоблаш усулларидан методик қўлланма. Тошкент, Университет. 2005.
7. Исматуллаев Ғ.П., Пўлатов С.И., Фаязов Қ.С. Сонли усуллардан қўлланма. –Тошкент, Университет. 2006.
8. Алоев Р.Д., Шарипов Т. Сонли усуллардан маърузалар тўплами. БухДУ, 1995.

МИРЗО УЛУҒБЕК НОМИДАГИ
ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ

МЕХАНИКА – МАТЕМАТИКА ФАКУЛЬТЕТИ

«ТАСДИҚЛАЙМАН»
ЎзМУ Механика – математика
факультети декани

____
проф. Б.А. Шоимкулов
«____»______________2010й.

Ҳисоблаш усуллари фани бўйича

5440200 - Механика йўналиши

4 – курс талабалари учун

ИШЧИ ЎҚУВ ДАСТУРИ

Умумий ўқув соати	- 150 с.
Шу жумладан:	
Маъруза	- 44 с.
Амалиёт машғулотлари	- 40 с.
Мустақил таълим соати	- 66 с.

Тошкент – 2010

Фаннинг ишчи ўқув дастури М.Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий Университети механика-математика факультети Параллел технологияларда ҳисоблаш усуллари кафедрасининг 2010 йил "26" августдаги ___ -сонли_мажлисида муҳокама этилди ва маъқулланди.

"Механика" таълим йўналиши намунавий ўқув дастури ва ўқув режасига мувофиқ ишлаб чиқилди.

Тузувчи: ф.-м.ф.н., доцент Ғ.П.Исматуллаев ______________
(имзо)

Тақризчи: ф.-м.ф.н., доцент А.А.Махмудов _______
(имзо)

Кафедра мудири: ф.-м.ф.д., проф. Х.А.Музафаров__________
(имзо)

Фаннинг ишчи ўқув дастури механика-математика факультети Илмий кенгашининг 2010 йил "____"_______________даги ____-сонли қарори билан тасдиқланди.

Илмий кенгаш раиси:
2010 йил ________________
"____"_____________ Б.А.Шоимқулов
(имзо)

Кириш

Ҳисоблаш усуллари ҳозирги кунда кўпгина амалиёт масалаларини ечишда, айниқса, математик моделлари дифференциал тенгламалар терминида ифодаланадиган воқеа, жараёнларни тадқиқ қилишнинг ажралмас қисми сифатида муҳим ўрин эгаллайди. Бундай моделларни самарали реализация қилиш у ёки бу ҳисоблаш алгоритмларини танлаш ва компьютерда дастурлаш усуллари билан бевосита боғлиқ. Шу сабабли масалаларни ечишда тежамли ҳисоблаш усулларини танлай биладиган ва уларни компьютерда реализация қиладиган мутахассислар тайёрлаш катта аҳамиятга эга.

Ҳисоблаш экспериментидаги математик моделлаштириш билан ЭҲМда дастурлаш поғоналари орасида жойлашган сонли усуллар (дискрет модел ва ҳисоблаш алгоритми) математика, амалий математика ва информацион технологиялар, механика ҳамда статистика йўналишлари бўйича мутахассислар тайёрлашда муҳимдир.

Ушбу фан алгебра, математик анализ, оддий диференциал тенгламалар, математик физика тенгламалари фанлари билан чамбарчас боғлиқдир.

Маърузалар мазмуни (44 соат)

Хатолик назарияси. Хатоликлар тури ва уларни ҳисоблаш.Функция хатолиги.

Функцияларни яқинлаштириш. Интерполяция масаласининг қўйилиши. Лагранж интерполяцион купхади ва унинг қолдиқ ҳади. Айирмалар нисбати ва уларнинг хоссалари. Тенгмас ораликлар учун Ньютон кўпҳадлар. Сплайнлар билан яқинлашиш. Ўртача квадратик маънода яқинлашиш (узлуксиз ҳол). Ортогонал кўпҳадлар системаси. Баъзи ортогонал кўпҳадлар ва уларнинг хоссалари. Жадвал кўринишида берилган функцияларни ўртача квадратик яқинлаштириш.

Тақрибий интеграллаш. Интерполяцион квадратур формулалар. Трапеция ва Симпсон квадратур формулалари уларнинг хатоликлари. Чебишев ва Гаусс типидаги квадратур формулалар. Каррали интегралларни тақрибий интеграллаш усуллари.

Алгебраик ва трансцендент тенгламаларни тақрибий ечиш. Тенглама илдизларини чегаралари. Илдизларни ажратиш. Ньютон методи, ватарлар методи, итерация методи. Метод хатолиги ва яқинлашиш тезлиги. Чебишев усули.

Чизиқли алгебранинг тақрибий усуллари. Чизикли алгебрадан баъзи маълумотлар. Оддий итерация ва Зейдел усуллари. Методларнинг яқинлашиш шартлари. Хос сон ва хос векторларини топишда Крылов, Данилевский усуллари. Матрицанинг хос сон ва хос векторларини топишнинг қисмий муаммоси.

Оддий дифференциал тенгламаларга қўйилган Коши масаласини тақрибий ечиш. Эйлер ва Рунге—Кутте усуллари. Коши масаласини ечишда кўп қадамли методлар, уларнинг яқинлашиши ва турғунлиги. Адамс формулалари.

Оддий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалаларни сонли ечиш. Ҳайдаш усули. Отиш усули. Тўр усули. Яқинлашиш ва турғунлик.

Хусусий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалани сонли ечиш. Эллиптик типдаги тенгламани тўр усули билан ечиш. Чегаравий шартларни аппроксимация этиш. Гиперболик ва параболик типдаги тенгламани тўр усули билан ечиш. Ошкор ва ошкормас схемалар. Яқинлашиш.

Чегаравий масалаларни ечишда вариацион ва проекцион усуллар. Ритц методи. Коллокация, Галеркин, кичик квадратлар усули. Чекли элементлар усули.

Интеграл тенгламаларни тақрибий ечиш. Интеграл тенгламаларни тақрибий ечиш квадратуралар усули.

Амалий машғулотлар мазмуни (40 соат)

Хатолик назарияси. Хатоликлар тури ва уларни ҳисоблаш.Функция хатолиги.

Функцияларни яқинлаштириш. Лагранж интерполяцион купхади ва унинг қолдиқ ҳади. Тенгмас ораликлар учун Ньютон кўпҳадлар. Сплайнлар билан яқинлашиш. Ўртача квадратик маънода яқинлашиш (узлуксиз ҳол). Ортогонал кўпҳадлар системаси. Баъзи ортогонал кўпҳадлар ва уларнинг хоссалари. Жадвал кўринишида берилган функцияларни ўртача квадратик яқинлаштириш.

Тақрибий интеграллаш. Интерполяцион квадратур формулалар. Трапеция ва Симпсон квадратур формулалари уларнинг хатоликлари. Чебишев ва Гаусс типидаги квадратур формулалар. Каррали интегралларни тақрибий интеграллаш усуллари.

Алгебраик ва трансцендент тенгламаларни тақрибий ечиш. Тенглама илдизларини чегаралари. Илдизларни ажратиш. Ньютон методи, ватарлар методи, итерация методи. Метод хатолиги ва яқинлашиш тезлиги. Чебишев усули.

Чизиқли алгебранинг тақрибий усуллари. Чизикли алгебрадан баъзи маълумотлар. Оддий итерация ва Зейдел усуллари. Методларнинг яқинлашиш шартлари. Хос сон ва хос векторларини топишда Крылов, Данилевский усуллари. Матрицанинг хос сон ва хос векторларини топишнинг қисмий муаммоси.

Оддий дифференциал тенгламаларга қўйилган Коши масаласини тақрибий ечиш. Эйлер ва Рунге – Кутте усуллари. Коши масаласини ечишда кўп қадамли методлар, уларнинг яқинлашиши ва турғунлиги. Адамс формулалари.

Оддий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалаларни сонли ечиш. Ҳайдаш усули. Отиш усули. Тўр усули. Яқинлашиш ва турғунлик.

Хусусий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалани сонли ечиш. Эллиптик типдаги тенгламани тўр усули билан ечиш. Чегаравий шартларни аппроксимация этиш. Гиперболик ва параболик типдаги тенгламани тўр усули билан ечиш. Ошкор ва ошкормас схемалар. Яқинлашиш.

Чегаравий масалаларни ечишда вариацион ва проекцион усуллар. Ритц методи. Коллокация, Галеркин, кичик квадратлар усули.

Мустақил таълим мавзулари

Ишчи ўқув дастурининг мустақил таълимга оид бўлим ва мавзулари	**Мустақил таълимга оид топшириқ ва тавсиялар**	**Ҳажми (соатда)**
Функцияларни яқинлаштириш	Тенг оралиқлар учун Гаусс, Стирлинг ва бошқа интерполяцион кўпҳадлар.	8
	Тригонометрик функцияларни ўртача квадратик маънода яқинлаштириш (узлуксиз ва дискрет ҳоллар).	6
Тақрибий интеграллаш	Каррали интегралларни тақрибий ҳисоблаш усуллари. Монте Карло усули.	6
Чизиқли алгебранинг тақрибий усуллари	Чизиқли алгебраик тенгламалар системасини ечишда градиентлар методи.	6
	Матрицанинг характеристик кўпҳадини топишда ҳошиялаш усули.	6
Алгебраик ва трансцендент тенгламаларни тақрибий ечиш	Алгебраик ва трансцендент тенгламаларни тақрибий ечишнинг график, оралиқни тенг иккига бўлиш ва ватар усули.	8
Оддий дифференциал тенгламаларга қўйилган Коши масаласини	Адамснинг иккинчи ва учинчи тартибли ошкор ва ошкормас формулаларини келтириб чиқариш.	8

тақрибий ечиш		
Оддий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалаларни сонли ечиш	Оддий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалаларни тўр усули билан ечишда яқинлашиш ва турғунлик.	6
Чегаравий масалаларни ечишда вариацион ва проекцион усуллар	Эллиптик турдаги хусусий ҳосилали дифференциал тенглама учун чегаравий масалани ечишда Ритц, коллокация, Галеркин, кичик квадратлар усуллари.	12
	Жами:	**66**

Ўзлаштириш назорати

ОН №1	ОН №2	ЯН	ЖН			Жами
			Уй топшириқлари	Мустақил топшириқлар	Дарслардаги иштироки ва фаоллиги	
15	**15**	**30**	**15**	**15**	**10**	**100**

Асосий адабиётлар

1. Исроилов М.И. Ҳисоблаш методлари. Тошкент, Ўқитувчи, 2000.
2. Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырний П.И. Вычислительные методы высшей математики. 1,2—том. Минск, Высш. школа. 1972, 1975.
3. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. —М., Наука. 1989.

Қўшимча адабиётлар

1. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. Т. 1. М.: Физматгиз. 1962.
2. Самарский А.А. Введение в Численные методы. —М., Наука. 1987.
3. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М., Наука. 1989.
4. Бахвалов Н.С. Численные методы. —М., Наука. 1987.
5. Сборник задач по методам вычислений. Под редакцией Монастырного П.И. Минск, Высща школа. 1983.
6. Исматуллаев Ғ.П., Жўраев Ғ.У. Ҳисоблаш усулларидан методик қўлланма. Тошкент, Университет. 2005.
7. Исматуллаев Ғ.П., Пўлатов С.И., Фаязов қ.С. Сонли усуллардан қўлланма. —Тошкент, Университет. 2006.
8. Алоев Р.Д., Шарипов Т. Сонли усуллардан маърузалар тўплами. БухДУ, 1995.

3. Календар иш режаси

МИРЗО УЛУҒБЕК НОМИДАГИ
ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ

МЕХАНИКА–МАТЕМАТИКА ФАКУЛЬТЕТИ

«ТАСДИҚЛАЙМАН»
ЎзМУ Механика–математика
факультети декани

____
проф. Б.А. Шоимкулов
«____»______________2010й.

Ҳисоблаш усуллари фани бўйича

5440200 - Механика йўналиши

4–курс талабалари учун

КАЛЕНДАР ИШ РЕЖАСИ

Умумий ўқув соати	- 150 с.
Шу жумладан:	
Маъруза	- 44 с.
Амалиёт машғулотлари	- 40 с.
Мустақил таълим соати	- 66 с.

Тошкент – 2010

Тр	Мавзулар	Жами	Маъ-руза	Амалий машғу-лотлар
1	*2*	*3*	*4*	*5*
1	Хатоликлар тури ва уларни ҳисоблаш.Функция хатолиги.	2	1	1
2	Интерполяция масаласининг қўйилиши.	2	2	0
3	Лагранж интерполяцион купхади ва унинг қолдиқ ҳади.	2	0	2
4	Айирмалар нисбати, чекли айирмалар ва уларнинг хоссалари.	2	2	0
5	Айирмалар иштирокидаги интерполяцион купхадлар	2	0	2
6	Сплайнлар билан яқинлашиш.	2	1	1
7	Ўртача квадратик маънода яқинлашиш (узлуксиз ва дискрет ҳол) .	3	1	2
8	Интерполяцион квадратур формулалар.	2	1	1
9	Чебишев квадратур формуласи.	2	1	1
10	Гаусс квадратур формуласи	2	1	1
11	Каррали интегралларни тақрибий Ҳисоблаш	3	1	2
12	Тенглама илдизларини чегаралари.	2	1	1
13	Илдизларни ажратиш.	2	1	1
14	Ньютон ва ватар усули.	3	1	2
15	Итерация усули. Методлар хатолиги ва яқинлашиш тезлиги.	3	2	1
16	Чебишев усули.	3	2	1
17	Чизиқли алгебрада баъзи маълумотлар. Оддий итерация ва Зейдель усули.	4	2	2
18	Методларнинг яқинлашиш шартлари. Матрицанинг хос сон ва хос векторини топишда Крилов усули.	2	1	1
19	Матрицанинг хос сон ва хос векторларининг қисмий муаммоси.	4	2	2
20	Коши масаласини ечишда Эйлер методи ва унинг морифинацияси. Рунге – Кутта усули	4	2	2
21	Коши масаласини ечишда кўп қадамли методлар, уларнинг яқинлашиши ва турғунлиги.	4	2	2
22	Адамснинг ошкор методи.	3	1	2

	Адамснинг ошкормас методи.			
23	Тўр усули, тўр тенгламаларни системасини ҳосил қилиш. Хатолиги.	3	2	1
24	Ҳайдаш усули. Яқинлашиш ва турғунлик.	4	2	2
25	Эллиптик типдаги тенгламаларни тўр усули билан ечиш. Чегаравий шартларни аппроксимация этиш.	6	2 2	1 1
26	Параболик ва Гиперболик типдаги тенгламани тўр усули билан ечиш. Ошкор ва ошкормас схемалар.	4	1 1	1 1
27	Ритц методи методи ва унинг яқинлашиши.	3	2	1
28 29	Кичик квадратлар, Галеркин, коллокация методлари.	3	2	1
30 31	Интеграл тенгламаларни тақрибий ечиш	3	2	1
	Жами:	**84**	**44**	**40**

МИРЗО УЛУҒБЕК НОМИДАГИ
ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ

МЕХАНИКА – МАТЕМАТИКА ФАКУЛЬТЕТИ

«ТАСДИҚЛАЙМАН»
ЎзМУ Механика – математика
факультети декани

____
проф. Б.А. Шоимкулов
«____»_____________2010 й.

3 – курс Амалий математика ва информатика гуруҳи талабалари учун
«Ҳисоблаш математикаси» фанидан

КАЛЕНДАР ИШ РЕЖАСИ

Умумий ўқув соати	- 131 с.
Шу жумладан:	
Маъруза	- 40 с.
Амалиёт машғулотлари	- 48 с.
Лаборатория	- 14 с.

Тошкент – 2010

№	Мавзулар	Жами	Маъ-руза	Амалий машғу-Лотлар
1	*2*	*3*	*4*	*5*
1	Ўрта квадратик яқинлашиш. Чизикли сплайн. Дефекти 2 тенг кубик сплайн.	4	2	2
2	Дефекти 1 га тенг кубик сплайнлар билан яқинлашиш.	2	2	
3	Гаусс квадратур формуласи	3	1	2
4	Каррали интегралларни тақрибий ҳисоблаш	2	1	1
5	Тенглама илдизларини чегаралари.	2	1	1
6	Илдизларни ажратиш.	2	1	1
7	Ньютон ва ватар усули.	3	1	2
8	Итерация усули. Методлар хатолиги ва яқинлашиш тезлиги.	2	1	1
9	Чебишев усули.	3	1	2
10	Чизиқли алгебрада баъзи маълумотлар. Оддий итерация ва Зейдель усули.	4	2	2
11	Методларнинг яқинлашиш шартлари. Матрицанинг хос сон ва хос векторини топишда Крилов усули.	3	1	2
12	Данилевский усули.	3	1	2
13	Матрицанинг хос сон ва хос векторларининг қисмий муаммоси.	3	1	2
14	Коши масаласини ечишда Эйлер методи ва унинг морифинацияси. Рунге—Кутта усули	4	2	2
15	Коши масаласини ечишда кўп қадамли методлар, уларнинг яқинлашиши ва турғунлиги.	4	2	2
16	Адамснинг ошкор методи. Адамснинг ошкормас методи.	4	2	2
17	Чегаравий масалани ечишда редукция методи. Отиш усули.	4	2	2
18	Тўр усули, тўр тенгламаларни системасини ҳосил қилиш. Хатолиги.	4	2	2
19	Ҳайдаш усули. Яқинлашиш ва турғунлик.	4	2	2

20	Эллиптик типдаги тенгламаларни тўр усули билан ечиш.	3	1	2
21	Чегаравий шартларни аппроксимация этиш.	3	1	2
22	Параболик типдаги тенгламаларни тўр усули билан ечиш. Ошко ва ошкормас схемалар. Яқинлашиш ва турғунлик.	3	1	2
23	Гиперболик типдаги тенгламани тўр усули билан ечиш.	4	2	2
24	Ритц методи методи ва унинг яқинлашиши.	4	2	2
25	Кичик квадратлар, коллокация методлари.	4	2	2
26	Галеркин методи, Чекли элементлар усулида квадратурлар усули.	4	2	2
27	Интеграл тенгламаларни такрибий ечиш	3	1	2
	Жами:	**88**	**40**	**48**

ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ

МЕХАНИКА – МАТЕМАТИКА ФАКУЛЬТЕТИ

«ТАСДИҚЛАЙМАН»
ЎзМУ Механика – математика
факультети декани

____
проф. Б.А. Шоимкулов
«____»_______________2010 й.

Ҳисоблаш усуллари фани бўйича

5460100 - Математика йўналиши

3 – курс талабалари учун

КАЛЕНДАР ИШ РЕЖАСИ

Умумий ўқув соати	- 118 с.
Шу жумладан:	
Маъруза	- 30 с.
Амалиёт машғулотлари	- 30 с.
Мустақил таълим соати	- 58 с.

Тошкент – 2010

Тр	Мавзулар	Жами	Маъ-руза	Амалий машғу-Лотлар
1	*2*	*3*	*4*	*5*
1	Хатоликлар тури ва уларни ҳисоблаш.Функция хатолиги.	4	2	2
2	Интерполяция масаласининг қўйилиши. Лагранж интерполяцион купхади ва унинг қолдиқ ҳади.	4	2	2
3	Айирмалар нисбати, чекли айирмалар ва уларнинг хоссалари. Айирмалар иштирокидаги интерполяцион купхадлар	4	2	2
4	Сплайнлар билан яқинлашиш. Ўртача квадратик маънода яқин–лашиш (узлуксиз ва дискрет ҳол) .	4	2	2
5	Интерполяцион квадратур формулалар. Трапеция ва Симпсон квадратур формулалари ва уларнинг хатоликлари.	4	2	2
6	Чебишев квадратур формуласи. Гаусс квадратур формуласи	4	2	2
7	Тенглама илдизларини чегаралари. Илдизларни ажратиш.	4	2	2
8	Ньютон ва ватар усули. Итерация усули. Методлар хатолиги ва яқинлашиш тезлиги.	4	2	2
9	Чизиқли алгебрада баъзи маълуотлар. Оддий итерация ва Зейдель усули. Методларнинг яқинлашиш шартлари.	4	2	2
10	Матрицанинг хос сон ва хос векторини топишда Крилов усули. Матрицанинг хос сон ва хос векторларининг қисмий муаммоси.	4	2	2
11	Коши масаласини ечишда Эйлер методи ва унинг морифинацияси. Рунге–Кутта усули	4	2	2
12	Адамснинг ошкор методи. Адамснинг ошкормас методи.	4	2	2

13	Чегаравий масалани ечишда тўр усули, тўр тенгламаларни системасини ҳосил қилиш. Хатолиги. Ҳайдаш усули. Яқинлашиш ва турғунлик.	4	2	2
14	Эллиптик типдаги тенгламаларни тўр усули билан ечиш. Чегаравий шартларни аппроксимация этиш.	4	2	2
15	Параболик ва Гиперболик типдаги тенгламани тўр усули билан ечиш. Ошко ва ошкормас схемалар. Яқинлашиш ва турғунлик.	4	2	2
	Жами:	**60**	**30**	**30**

МИРЗО УЛУҒБЕК НОМИДАГИ
ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ

МЕХАНИКА–МАТЕМАТИКА ФАКУЛЬТЕТИ

«ТАСДИҚЛАЙМАН»
ЎзМУ Механика–математика
факультети декани

____
проф. Б.А. Шоимкулов
«____»______________2010 й.

Ҳисоблаш математикаси фани бўйича

5521900 – Информацон технологиялари йўналиши

3–курс талабалари учун

ИШЧИ ЎҚУВ ДАСТУРИ

Умумий ўқув соати	- 161 с.
Шу жумладан:	
Маъруза	- 44 с.
Амалиёт машғулотлари	- 30 с.
Лаборатория машғулотлари	- 28 с.
Мустақил таълим соати	- 59 с.

Тошкент – 2010

КАЛЕНДАР ТЕМАТИК РЕЖА

№	Мавзулар	Жами	Маъ-руза	Амалий машғу-лотлар	Лабора-тория машғу-лотлари
1	*2*	*3*	*4*	*5*	
1	Ўртача квадратик яқинлашиш. Жадвал билан берилган функцияларни ўртача квадратик маънода яқинлаштириш	4	2		2
2	Сплайн функциялар билан яқинлашиш	4	2	2	
3	Гаусс типдаги квадратур формула. Чебишев типдаги квадратур формула	2	2		
4	Каррали интегрални тақрибий Ҳисоблаш	4	2	2	
5	Алгебраик тенглама илдизлари чегарасини аниқлаш, илдизларни ажратиш	4	2	2	
6	Итерация, Ньютон, Чебишев усуллари	6	4	2	
7	ЧАТСни ечишда оддий итерация, Зейдел усуллари. Яқинлашиш шартлари.	4	2	2	
8	Матрица хос қийматларининг тўлиқ муаммоси (Крилов, Данилевский усуллари) Матрица хос қийматларнинг қисмий муаммоси (Леверье методи,модули бўйича энг катта хос сон ва хос векторини топиш)	10	2 2		4 2
9	Коши масаласини ечишда бир қадамли усуллар: Эйлер усули ва унинг модификацияси;	4	2	2	
10	Рунге – Кутта усули. Унинг хатолиги	6	2	2	2
11	Кўп қадамли методлар: Адамс усуллари. Хатолиги	4	2		2
12	Оддий дифференциал тенглама учун чегаравий масалани ечишда редукция методи. Тўр усули. Ҳайдаш усули, турғунлик	12	2 2	2 2	2 2

13	Эллиптик турдаги дифференциал тенгламаларни айирмали тенгламалар билан аппроксимация этиш. Аппроксимация ва яқинлашиш.Чегаравий шартларни аппроксимация этиш. Тўр тенгламалар системасини ечишда итерацион усул.Гиперболик турдаги тенгламаларни ечишда тўр усули Параболик турдаги тенгламаларни тўр усули билан ечиш.Ошкор ва ошкормас схемалар Ошкор схема турғунлиги, абсолют турғун ва шартли турғун схемалар	16	2 2 2	2 2	2 2 2
14	Оддий дифференциал тенглама учун қуйидаги чегаравий масалани ечишда коллокация, кичик квадратлар, Галеркин усуллари.Ритц методи Эллиптик типдаги тенглама учун чегаравий масалани ечишда Ритц ва бошка усуллар	16	2 2 2	2 2	2 2 2
15	Интеграл тенгламаларни ечишда квадратуралар усули Кетма-кет яқинлашиш усуллари	6	2	4	
	Жами:	**102**	**44**	**30**	**28**

4. Баҳолаш мезонлари ва баллар тақсимоти

2010−2011 ўқув йили учун бакалавриат Математика йўналиши бўйича "Ҳисоблаш математикаси"фанидан баҳолаш турлари бўйича баллар тақсимоти

I. Машғулот ҳажми.

№	Машғулотлар	Аудитория соатлари			Мус. иш.	Умумий вақт сарфи
		маъруза.	амалиёт.	лаборатория	Мус.шуғ.иш	
1.	Маъруза.	30 с				30
2.	Амалиёт .		30			30
3.	Лабаратория .					
4.	Мустақил иш.				58	58
	Жами					118

II.Рейтинг балларининг тақсимланиши

№	Баҳолаш турлари	Жами	Машғулот тури	Назоратлар сони				Жами
				1	2	3	4	
1.	Ж.Н	40	Амалий ва лаборатория	40				40
2.	О.Н	30	Маъруза	30				30
3.	Я.Н.	30	Маъруза	30				30
	Жами	100						100

III.Ўзлаштириш фоизларига мос баллар оралиқлари

№	Баҳолаш турлари	Жами баллар	Баҳолаш учун баллар			
			Аъло	Яхши	Қон−ли	Қон− сиз
1.	Ж.Н	40	35−40	29−34	23−33	0 − 22
2	О.Н	30	26−30	21−25	17−20	0 − 16
3.	Я.Н.	30	13−15	11−12	8−10	0 − 7
3.	Я.Н.	30	13−15	11−12	8−10	0 − 7

"Ҳисоблаш математикаси" фанидан талабанинг фан бўйича баҳолаш мезони

I. Оралиқ назорат учун

Агар талабанинг мавзу бўйича билими қуйидагиларга жавоб берса, яъни системаларни сонли ечиш учун аниқ методни танлай олса, топилган ечим хоссаларига қараб хулоса ва карор қабул қила олса; ижодий фикрлай олса; Ҳисоблаш жараёни ҳақида мустақил мушоҳада юрита олса; олган билимларини амалда қўллай олса; натижаларнинг моҳиятини тушунса; мавзунинг асосий тушунчаларини билса, айтиб бера олса; бўлаётган жараён ҳақида тасаввурга эга бўлса — *назорат учун ажратилган баллнинг* ***86—100 %*** *гача қўйилади.*

Талаба кўрсатилган мавзулар ва саволлар ҳақида мустақил мушоҳада юрита олса; олган билимларини амалда қўллай олса; Ҳодисаларнинг моҳиятини тушунса; саволарга жавоб бериб билиса ва айтиб берса; жараёнлар ҳақида тасаввурга эга бўлса — *назорат учун ажратилган баллнинг* ***71—85 %*** *гача қўйилади.*

Берилган саволларда асосий тушунчаларнинг моҳиятини тушунса, уларни айтиб бера олса, мавзу ҳақида тасаввурга эга бўлса бўлса, дарсларда иштирок этса, топшириқларни бажариб топширган бўлса — *назорат учун ажратилган баллнинг 55—70 % гача қўйилади.*

Берилган саволларга жавоб бера олмаса; сўралаётган тушунчалар ҳақида аниқ тасаввурга эга бўлмаса; фан бўйича асосий тушунчалар ва уларнинг моҳиятини билмаса бўлса — *назорат учун ажратилган баллнинг* ***0—54 %*** *гача қўйилади.*

II. Жорий назорат учун

Амалий ва лаборатория машғулотлар бўйича:

— талаба бажарган ишининг назарий ва амалий аҳамиятини атрофлича тушунган бўлса;

— амалий машғулотлар пайтида ишлатилган воситалардан тўғри фойдаланиш маҳоратига эга бўлса;

— берилган вазифани мустақил равишда бажариш иқтидорига эга бўлса;

— бехато натижалар олиб, қўлга киритган натижалардан тўғри хулоса чиқара олса;

— натижаларнинг математик қайта ишлаш усулларини мукаммал билса;

— иш бўйича ҳисоботни тўғри ва пухта шакллантира олса

назорат учун ажратилган баллнинг 86—100% гача қўйилади.

Амалий ва лаборатория машғулотлар бўйича:

– талаба амалий машғулот мавзусининг мақсади ва мазмунини тўғри тушуниб етган бўлса;

– бажарган ишининг назарий ва амалий аҳамиятини тушунган бўлса;

– амалий машғулот воситалардан фойдаланишни билса;

– берилган вазифани мустақил бажара олса;

– қўлга киритилган натижалардан тўғри хулосалар чиқара олса;

– натижаларни математик қайта ишлай олса;

– иш юзасидан ҳисобот шакллантира олса

назорат учун ажратилган баллнинг 71–85% гача қўйилади.

Амалий ва лаборатория машғулотлар бўйича:

– ишнинг мақсади ва мазмуни ҳақида умумий тасаввурга эга бўлса;

– компьютердан мустақил фойдаланиш маҳоратига эга бўлмай, иш давомида, четдан бўладиган ҳар хил ёрдамларга муҳтож бўлса;

– иш натижаларини қайта ишлаб чиқиш ва иш бўйича ҳисобот тайёрлашда ёрдамларга муҳтож бўлса;

– Ҳисоботда айрим хатоликларга йўл қўйилган бўлса.

назорат учун ажратилган баллнинг 55–70% гача қўйилади.

Амалий ва лаборатория машғулотлар бўйича:

– режадаги амалий машғулот бажарилмаган бўлса;

– амалий машғулот мавзусига доир ҳеч қандай тасаввурга эга бўлмаса;

– иш натижаларини қайта ишлаш ва олинган натижалар юзасидан ҳисобот тайёрлаш маҳоратига эга бўлмаса;

– иш натижаларининг бошқалардан кўчириб олинганлиги сезилиб турса;

– машғулотга доир воситалар ва компьютердан тўғри фойдалана олмаса ва шу туфайли уларга зарар етказилса.

назорат учун ажратилган баллнинг 0–55% гача қўйилади.

III. Ёзма ишларни баҳолаш мезонлари:
(якуний баҳолаш мезонлари)

– вариант саволларининг барчасига атрофлича, аниқ ва тўғри жавоблар ёзилган бўлса;

– ўқув режадан ташқари (замонавий) материаллардан хабардорлиги билиниб турса;

– қонун – қоидалар, назария ва тахминлар,тушунчалар ва тасаввурлар, формула ва тенгламалар тўғри ва аниқ ёзилган бўлса;

— баёнда илмий хатоликларга йўл қўйилмай, матетиал мазмунининг илмий ва мантиқийлиги сақланган ҳолда пухта ёзилган бўлса;
— баёнда орфографик ва грамматик камчиликлар учрамаса

назорат учун ажратилган баллнинг 86—100% гача қўйилади.

— вариант саволларига ёзилган жавоблар ўқув дастури талаблари доираси билан чекланган, аммо тўғри;
— жавобларда илмийлик бузилмаган:
— баён мазмунида мантиқ сақланган;
— қонун— қоидалар, назария ва тахминлар,тушунча ва тасаввурлар баёнида хатоликлар учрамаса;
— баёнда орфографик ва грамматик хатолар учрамаса;
— берилган топшириқларнинг биттасига тўлиқ жавоблар ёзилмаган бўлса

назорат учун ажратилган баллнинг 71—85% гача қўйилади.

— саволларнинг 2F3 га тўғри жавоб ёзилган бўлса;
— вариант саволларига ёзилган жавоблар юзаки, аммо баъзи бир хатоликлар инобатга олинмаганда, умуман тўғри;
— баёнда баъзан мантиқий чалкашликлар қайд этилса;
— қонун— қоидалар, назария ва тахминлар,тушунча ва тасаввурларда баъзи бир ноаниқликларга йўл қўйилган бўлса;
— баён орфографик ва грамматик томондан яхши бўлмаса

назорат учун ажратилган баллнинг 55—70% гача қўйилади.

— вариант саволларининг 1F3 га ёки умуман жавоб ёзилмаган бўлса;
— вариант саволларига ёзилган жавоблар нотўғри ёки аниқ ёзилмаган бўлса;
— жавобларга мужмаллик, ноаниқлик ва мантиқий чалкашликлар қайд этилса;
— илмий хатоликларга йўл қўйилса;
— баён матнида орфографик ва грамматик жиҳатидан хатолар кўп бўлса

назорат учун ажратилган баллнинг 0—54% гача қўйилади.

2010–2011 ўқув йили учун бакалавриат Амалий математика ва информатика **йўналиши бўйича "Ҳисоблаш математикаси"фанидан баҳолаш турлари бўйича баллар тақсимоти**

I. Машғулот ҳажми.

№	Машғулотлар	Аудитория соатлари			Мус. иш.	Умумий вақт сарфи
		маъруза	амалиёт.	лаборатория	Муста□ил иш	
1.	Маъруза.	40 с				30
2.	Амалиёт .		48			30
3.	Лабаратория			14		
4.	Мустақил иш.				29	29
	Жами					131

II.Рейтинг балларининг тақсимланиши

№	Баҳолаш турлари	Жами	Машғулот тури	Назоратлар сони				Жами
				1	2	3	4	
1.	Ж.Н	40	Амалий ва лаборатория	40				40
2.	О.Н	30	Маъруза	30				30
3.	Я.Н.	30	Маъруза	30				30
	Жами	100						100

III.Ўзлаштириш фоизларига мос баллар ораликлари

№	Баҳолаш турлари	Жами баллар	Баҳолаш учун баллар			
			Аъло	Яхши	Қон–ли	Қон–сиз
1.	Ж.Н	40	35–40	29–34	23–33	0 – 22
2	О.Н	30	26–30	21–25	17–20	0 – 16
3.	Я.Н.	30	13–15	11–12	8–10	0 – 7
3.	Я.Н.	30	13–15	11–12	8–10	0 – 7

"Ҳисоблаш математикаси" фанидан талабанинг фан бўйича баҳолаш мезони

I. Оралиқ назорат учун

Агар талабанинг мавзу бўйича билими қуйидагиларга жавоб берса, яъни системаларни сонли ечиш учун аниқ методни танлай олса, топилган ечим хоссаларига қараб хулоса ва қарор қабул қила олса; ижодий фикрлай олса; Ҳисоблаш жараёни ҳақида мустақил мушоҳада юрита олса; олган билимларини амалда қўллай олса; натижаларнинг моҳиятини тушунса; мавзунинг асосий тушунчаларини билса, айтиб бера олса; бўлаётган жараён ҳақида тасаввурга эга бўлса — *назорат учун ажратилган баллнинг 86—100 % гача қўйилади.*

Талаба кўрсатилган мавзулар ва саволлар ҳақида мустақил мушоҳада юрита олса; олган билимларини амалда қўллай олса; Ҳодисаларнинг моҳиятини тушунса; саволарга жавоб бериб билиса ва айтиб берса; жараёнлар ҳақида тасаввурга эга бўлса — *назорат учун ажратилган баллнинг 71—85 % гача қўйилади.*

Берилган саволларда асосий тушунчаларнинг моҳиятини тушунса, уларни айтиб бера олса, мавзу ҳақида тасаввурга эга бўлса бўлса, дарсларда иштирок этса, топшириқларни бажариб топширган бўлса — *назорат учун ажратилган баллнинг 55—70 % гача қўйилади.*

Берилган саволларга жавоб бера олмаса; сўралаётган тушунчалар ҳақида аниқ тасаввурга эга бўлмаса; фан бўйича асосий тушунчалар ва уларнинг моҳиятини билмаса бўлса — *назорат учун ажратилган баллнинг 0—54 % гача қўйилади.*

II. Жорий назорат учун

Амалий ва лаборатория машғулотлар бўйича:

— талаба бажарган ишининг назарий ва амалий аҳамиятини атрофлича тушунган бўлса;

— амалий машғулотлар пайтида ишлатилган воситалардан тўғри фойдаланиш маҳоратига эга бўлса;

— берилган вазифани мустақил равишда бажариш иқтидориға эга бўлса;

— бехато натижалар олиб, қўлга киритган натижалардан тўғри хулоса чиқара олса;

— натижаларнинг математик қайта ишлаш усулларини мукаммал билса;

— иш бўйича ҳисоботни тўғри ва пухта шакллантира олса

назорат учун ажратилган баллнинг 86—100% гача қўйилади.

Амалий ва лаборатория машғулотлар бўйича:

– талаба амалий машғулот мавзусининг мақсади ва мазмунини тўғри тушуниб етган бўлса;

– бажарган ишининг назарий ва амалий аҳамиятини тушунган бўлса;

– амалий машғулот воситалардан фойдаланишни билса;

– берилган вазифани мустақил бажара олса;

– қўлга киритилган натижалардан тўғри хулосалар чиқара олса;

– натижаларни математик қайта ишлай олса;

– иш юзасидан ҳисобот шакллантира олса

назорат учун ажратилган баллнинг 71–85% гача қўйилади.

Амалий ва лаборатория машғулотлар бўйича:

– ишнинг мақсади ва мазмуни ҳақида умумий тасаввурга эга бўлса;

– компьютердан мустақил фойдаланиш маҳоратига эга бўлмай, иш давомида, четдан бўладиган ҳар хил ёрдамларга муҳтож бўлса;

– иш натижаларини қайта ишлаб чиқиш ва иш бўйича ҳисобот тайёрлашда ёрдамларга муҳтож бўлса;

– Ҳисоботда айрим хатоликларга йўл қўйилган бўлса.

назорат учун ажратилган баллнинг 55–70% гача қўйилади.

Амалий ва лаборатория машғулотлар бўйича:

– режадаги амалий машғулот бажарилмаган бўлса;

– амалий машғулот мавзусига доир ҳеч қандай тасаввурга эга бўлмаса;

– иш натижаларини қайта ишлаш ва олинган натижалар юзасидан ҳисобот тайёрлаш маҳоратига эга бўлмаса;

– иш натижаларининг бошқалардан кўчириб олинганлиги сезилиб турса;

– машғулотга доир воситалар ва компьютердан тўғри фойдалана олмаса ва шу туфайли уларга зарар етказилса.

назорат учун ажратилган баллнинг 0–55% гача қўйилади.

III. Ёзма ишларни баҳолаш мезонлари:
(якуний баҳолаш мезонлари)

– вариант саволларининг барчасига атрофлича, аниқ ва тўғри жавоблар ёзилган бўлса;

– ўқув режадан ташқари (замонавий) материаллардан хабардорлиги билиниб турса;

– қонун– қоидалар, назария ва тахминлар,тушунчалар ва тасаввурлар, формула ва тенгламалар тўғри ва аниқ ёзилган бўлса;

— баёнда илмий хатоликларга йўл қуйилмай, матетиал мазмунининг илмий ва мантиқийлиги сақланган ҳолда пухта ёзилган бўлса;
— баёнда орфографик ва грамматик камчиликлар учрамаса

назорат учун ажратилган баллнинг 86—100% гача қўйилади.

– вариант саволларига ёзилган жавоблар ўқув дастури талаблари доираси билан чекланган, аммо тўғри;
— жавобларда илмийлик бузилмаган:
— баён мазмунида мантиқ сақланган;
— қонун— қоидалар, назария ва тахминлар,тушунча ва тасаввурлар баёнида хатоликлар учрамаса;
— баёнда орфографик ва грамматик хатолар учрамаса;
— берилган топшириқларнинг биттасига тўлиқ жавоблар ёзилмаган бўлса

назорат учун ажратилган баллнинг 71 —85% гача қўйилади.

— саволларнинг 2/3 га тўғри жавоб ёзилган бўлса;
— вариант саволларига ёзилган жавоблар юзаки, аммо баъзи бир хатоликлар инобатта олинмаганда, умуман тўғри;
— баёнда баъзан мантикий чалкашликлар қайд этилса;
— қонун— қоидалар, назария ва тахминлар,тушунча ва тасаввурларда баъзи бир ноаниқликларга йўл қўйилган бўлса;
— баён орфографик ва грамматик томондан яхши бўлмаса

назорат учун ажратилган баллнинг 55—70% гача қўйилади.

– вариант саволларининг 1/3 га ёки умуман жавоб ёзилмаган бўлса;
— вариант саволларига ёзилган жавоблар нотўғри ёки аниқ ёзилмаган бўлса;
— жавобларга мужмаллик, ноаниқлик ва мантиқий чалкашликлар қайд этилса;
— илмий хатоликларга йўл қўйилса;
— баён матнида орфографик ва грамматик жиҳатидан хатолар кўп бўлса

назорат учун ажратилган баллнинг 0—54% гача қўйилади.

2010–2011 ўқув йили учун бакалавриат Механика йўналиши бўйича "Ҳисоблаш математикаси"фанидан баҳолаш турлари бўйича баллар тақсимоти

I. Машғулот ҳажми.

№	Машғулотлар	Аудитория соатлари			Мус. иш.	Умумий вақт сарфи
		маъруза.	амалиёт.	лаборатория	Мус.шуғ.иш	
1.	Маъруза.	44 с				44
2.	Амалиёт .		40			40
3.	Лабаратория.					
4.	Мустақил иш.				66	66
	Жами					150

II.Рейтинг балларининг тақсимланиши

№	Баҳолаш турлари	Жами	Машғулот тури	Назоратлар сони				Жами
				1	2	3	4	
1.	Ж.Н	40	Амалий ва лаборатория	40				40
2.	О.Н	30	Маъруза	30				30
3.	Я.Н.	30	Маъруза	30				30
	Жами	100						100

III.Ўзлаштириш фоизларига мос баллар оралиқлари

№	Баҳолаш турлари	Жами баллар	Баҳолаш учун баллар			
			Аъло	Яхши	Қон–ли	Қон–сиз
1.	Ж.Н	40	35–40	29–34	23–33	0 – 22
2	О.Н	30	26–30	21–25	17–20	0 – 16
3.	Я.Н.	30	13–15	11–12	8–10	0 – 7
3.	Я.Н.	30	13–15	11–12	8–10	0 – 7

"Ҳисоблаш математикаси" фанидан талабанинг фан бўйича баҳолаш мезони

I. Оралиқ назорат учун

Агар талабанинг мавзу бўйича билими қуйидагиларга жавоб берса, яъни системаларни сонли ечиш учун аниқ методни танлай олса, топилган ечим хоссаларига қараб хулоса ва қарор қабул қила олса; ижодий фикрлай олса; Ҳисоблаш жараёни ҳақида мустақил мушоҳада юрита олса; олган билимларини амалда қўллай олса; натижаларнинг моҳиятини тушунса; мавзунинг асосий тушунчаларини билса, айтиб бера олса; бўлаётган жараён ҳақида тасаввурга эга бўлса — *назорат учун ажратилган баллнинг **86—100 %** гача қўйилади.*

Талаба кўрсатилган мавзулар ва саволлар ҳақида мустақил мушоҳада юрита олса; олган билимларини амалда қўллай олса; Ҳодисаларнинг моҳиятини тушунса; саволарга жавоб бериб билиса ва айтиб берса; жараёнлар ҳақида тасаввурга эга бўлса — *назорат учун ажратилган баллнинг **71—85 %** гача қўйилади.*

Берилган саволларда асосий тушунчаларнинг моҳиятини тушунса, уларни айтиб бера олса, мавзу ҳақида тасаввурга эга бўлса бўлса, дарсларда иштирок этса, топшириқларни бажариб топширган бўлса — *назорат учун ажратилган баллнинг 55—70 % гача қўйилади.*

Берилган саволларга жавоб бера олмаса; сўралаётган тушунчалар ҳақида аниқ тасаввурга эга бўлмаса; фан бўйича асосий тушунчалар ва уларнинг моҳиятини билмаса бўлса — *назорат учун ажратилган баллнинг **0—54 %** гача қўйилади.*

II. Жорий назорат учун

Амалий ва лаборатория машғулотлар бўйича:

— талаба бажарган ишининг назарий ва амалий аҳамиятини атрофлича тушунган бўлса;

— амалий машғулотлар пайтида ишлатилган воситалардан тўғри фойдаланиш маҳоратига эга бўлса;

— берилган вазифани мустақил равишда бажариш иқтидорига эга бўлса;

— бехато натижалар олиб, қўлга киритган натижалардан тўғри хулоса чиқара олса;

— натижаларнинг математик қайта ишлаш усулларини мукаммал билса;

— иш бўйича ҳисоботни тўғри ва пухта шакллантира олса

назорат учун ажратилган баллнинг 86 — 100% гача қўйилади.

Амалий ва лаборатория машғулотлар бўйича:

– талаба амалий машғулот мавзусининг мақсади ва мазмунини тўғри тушуниб етган бўлса;

– бажарган ишининг назарий ва амалий аҳамиятини тушунган бўлса;

– амалий машғулот воситалардан фойдаланишни билса;

– берилган вазифани мустақил бажара олса;

– қўлга киритилган натижалардан тўғри хулосалар чиқара олса;

– натижаларни математик қайта ишлай олса;

– иш юзасидан ҳисобот шакллантира олса

назорат учун ажратилган баллнинг 71–85% гача қўйилади.

Амалий ва лаборатория машғулотлар бўйича:

– ишнинг мақсади ва мазмуни ҳақида умумий тасаввурга эга бўлса;

– компьютердан мустақил фойдаланиш маҳоратига эга бўлмай, иш давомида, четдан бўладиган ҳар хил ёрдамларга муҳтож бўлса;

– иш натижаларини қайта ишлаб чиқиш ва иш бўйича ҳисобот тайёрлашда ёрдамларга муҳтож бўлса;

– Ҳисоботда айрим хатоликларга йўл қўйилган бўлса.

назорат учун ажратилган баллнинг 55–70% гача қўйилади.

Амалий ва лаборатория машғулотлар бўйича:

– режадаги амалий машғулот бажарилмаган бўлса;

– амалий машғулот мавзусига доир ҳеч қандай тасаввурга эга бўлмаса;

– иш натижаларини қайта ишлаш ва олинган натижалар юзасидан ҳисобот тайёрлаш маҳоратига эга бўлмаса;

– иш натижаларининг бошқалардан кўчириб олинганлиги сезилиб турса;

– машғулотга доир воситалар ва компьютердан тўғри фойдалана олмаса ва шу туфайли уларга зарар етказилса.

назорат учун ажратилган баллнинг 0–55% гача қўйилади.

III. Ёзма ишларни баҳолаш мезонлари:
(якуний баҳолаш мезонлари)

– вариант саволларининг барчасига атрофлича, аниқ ва тўғри жавоблар ёзилган бўлса;

– ўқув режадан ташқари (замонавий) материаллардан хабардорлиги билиниб турса;

– қонун– қоидалар, назария ва тахминлар,тушунчалар ва тасаввурлар, формула ва тенгламалар тўғри ва аниқ ёзилган бўлса;

— баёнда илмий хатоликларга йўл қўйилмай, матетиал мазмунининг илмий ва мантиқийлиги сақланган ҳолда пухта ёзилган бўлса;
— баёнда орфографик ва грамматик камчиликлар учрамаса

назорат учун ажратилган баллнинг 86—100% гача қўйилади.

— вариант саволларига ёзилган жавоблар ўқув дастури талаблари доираси билан чекланган, аммо тўғри;
— жавобларда илмийлик бузилмаган:
— баён мазмунида мантиқ сақланган;
— қонун— қоидалар, назария ва тахминлар,тушунча ва тасаввурлар баёнида хатоликлар учрамаса;
— баёнда орфографик ва грамматик хатолар учрамаса;
— берилган топшириқларнинг биттасига тўлиқ жавоблар ёзилмаган бўлса

назорат учун ажратилган баллнинг 71—85% гача қўйилади.

— саволларнинг 2/3 га тўғри жавоб ёзилган бўлса;
— вариант саволларига ёзилган жавоблар юзаки, аммо баъзи бир хатоликлар инобатга олинмаганда, умуман тўғри;
— баёнда баъзан мантиқий чалкашликлар қайд этилса;
— қонун— қоидалар, назария ва тахминлар,тушунча ва тасаввурларда баъзи бир ноаниқликларга йўл қўйилган бўлса;
— баён орфографик ва грамматик томондан яхши бўлмаса

назорат учун ажратилган баллнинг 55—70% гача қўйилади.

— вариант саволларининг 1/3 га ёки умуман жавоб ёзилмаган бўлса;
— вариант саволларига ёзилган жавоблар нотўғри ёки аниқ ёзилмаган бўлса;
— жавобларга мужмаллик, ноаниқлик ва мантиқий чалкашликлар қайд этилса;
— илмий хатоликларга йўл қўйилса;
— баён матнида орфографик ва грамматик жиҳатидан хатолар кўп бўлса

назорат учун ажратилган баллнинг 0—54% гача қўйилади.

5. Таълим технологияси

Ҳозирги компьютер технологиялари ривожланаётган даврда фан курсларини шу технологиялар ёрдамида олиб боришни тақозо этмоқда. Фанларни чуқур ўрганиш ва уларни ҳаётга тадбиқ эта билиш давр талаби ҳисобланади.

Ҳисоблаш математикаси курсини ўқитишда 3-курс талабаларига асосан ҳисоблаш методлари ва уларнинг назарий тушунчалари ўргатилади. Назарий тушунчалар асосида тақрибий ҳисоблаш методларининг бирини иккинчисидан афзаллик томонлари амалий мисол-масалалар ечиш орқали аниқланади. Афзалликларни аниқлаш учун компьютер технологияларидан ҳам фойдаланиш мумкин. Бунинг учун таққосланаётган методлар программалаш тилларидан фойдаланиб дастур тузишни тақозо этади. Бирор метод учун дастур тузилиб унинг бир неча қадамлардаги графиклари аниқланиб улар орқали графиклар анимациялари кўриб чиқилади.

Талабаларга ҳам назарий ҳам амалий машғулотлар давомида пухта билим берилади. Бу билимларга қўшимча компьютер технологияларидан фойдаланиш ва уни фанга қўллай билиш мақсадга мувофиқдир.

Талабалар юқоридаги айтиб ўтилган билим кўникмаларига эга бўлган ҳолдагина “Ҳисоблаш математикаси” курсида ижобий қатнашган деб баҳоланади.

6. Маъруза матнлари

МАЪРУЗА МАТНИ

I. ХАТОЛИК НАЗАРИЯСИ

Фараз қилайлик, a — бирор миқдорнинг аниқ қиймати бўлиб, a^* унинг маълум тақрибий қиймати бўлса, у вақтда тақрибий a^* сонининг абсолют хатоси деб $\Delta a^* = |a - a^*|$ га айтилади.

Абсолют хатони тақрибий миқдорнинг абсолют қийматига нисбати тақрибий соннинг *нисбий хатоси δa^* деб айтилади:*

$$\delta a^* = \frac{\Delta a^*}{|a^*|}$$

Абсолют хатодан кичик бўлмаган, ҳар қандай сонга тақрибий a^* соннинг *лимит абсолют хатолиги дейилади* ва у учун қуйидаги тенгсизлик ўринлидир:

$$\Delta a^* \le \Delta(a^*).$$

Худди шунга ўхшаш лимит нисбий хато $\delta(a^*)$ тушунчасини киритиш мумкин.

$$\delta(a^*) = \frac{\Delta(a^*)}{|a^*|}.$$

Бундан $\Delta(a^*) = \delta(a^*)|a^*|$ келиб чиқади.

II. ФУНКЦИЯНИ ИНТЕРПОЛЯЦИЯЛАШ

Масаланинг қўйилиши: даражаси n дан ошмаган шундай алгебраик кўпҳад курилсинки, у берилган турли $n+1$ та $x_0, x_1, \dots, x_n$ тугун нуқталарда берилган

$$f(x_0),\quad f(x_1),\quad \dots,\quad f(x_n)$$

қийматларни қабул қилсин, яъни

$$P_n(x) = a_0 + a_1 x + \dots + a_n x^n \tag{1}$$

кўпҳад учун ушбу

$$a_0 + a_1 x_k + \dots + a_n x_k^n = f(x_k) \quad \left(k = \overline{0, n}\right) \tag{2}$$

тенгликлар бажарилсин. Бу тенгламалар системасининг матрицаси Вандермонд матрицасидир, у эса махсус эмас, чунки

$$x_i \ne x_j, \quad i \ne j.$$

Демак, (2) система ягона ечимга эга, бу эса (1) кўпҳад ягоналигини билдиради. Биз қуйида (2) шартни бажарадиган (1) кўпҳадни турли кўринишларини келтирамиз:

$$P_n(x)=\sum_{i=0}^{n}\frac{\omega_{n+1}(x)}{(x-x_i)\omega'_{n+1}(x_i)}f(x_i), \qquad (3)$$

бу ерда $\omega_{n+1}(x)=(x-x_0)(x-x_1)...(x-x_n)$. Бу кўринишдаги кўпҳад Лагранж интерполяцион кўпҳади дейлади. Агар $f(x)$ функция $[a,b]$ да $(n+1)-$тартибли узлуксиз ҳосилага эга бўлса, у ҳолда интерполяция қолдиқ ҳадини

$$R_n(x)=f^{(n+1)}(\xi)\frac{\omega_{n+1}(x)}{(n+1)!}$$

кўринишда ифодалаш мумкин. Бу ерда $\xi\in[a,b]$. Қолдиқ ҳад баҳоси

$$R_n\le\frac{M_{n+1}}{(n+1)!}\max_{a\le x\le b}|\omega_{n+1}(x)|,$$

бу ерда $M_{n+1}=\max\limits_{a\le x\le b}\left|f^{(n+1)}(x)\right|$.

III. ЎРТА КВАДРАТИК ЯҚИНЛАШИШ

Фараз қилайлик $\{\varphi_i(x)\}_{i=0}^{n}$ функциялар системаси чизиқли эркли бўлиб, етарлича силлиқ бўлсин. $L_p^2[a,b]$га тегишли $f(x)$ функцияни $P_n(x)=\sum\limits_{i=0}^{n}a_i\varphi_i(x)$ — умумлашган кўпҳад билан алмаштирайликки, қуйидаги

$$\delta_n=\int_a^b p(x)[P_n(x)-f(x)]^2dx=\int_a^b p(x)\left[\sum_{i=0}^{n}a_i\cdot\varphi_i(x)-f(x)\right]^2dx$$

ифода энг кичик қийматга эга бўлсин, яъни $\delta_n=\delta(a_0,a_1,...,a_n)$ функция $a_0,a_1,...,a_n$ ларга нисбатан квадратик кўпҳад ва $\delta_n\ge 0$ бўлганлиги учун унинг минимуми мавжуд.

$$\frac{1}{2}\frac{\partial\delta_n}{\partial a_k}\equiv\int_a^b p(x)\left[\sum_{i=0}^{n}a_i\varphi_i(x)-f(x)\right]\cdot\varphi_k(x)dx=0 \quad \left(k=\overline{0,n}\right).$$

IV. ИНТЕРПОЛЯЦИОН КУБИК СПЛАЙН ҚУРИШ

Қуйидаги тўрт шартни қаноатлантирувчи ушбу $S_3(x)$ функция интерполяцион кубик сплайн дейилади:

1. Ҳар бир $[x_i,x_{i+1}]$ $\left(i=\overline{0,n-1}\right)$ оралиқда $S_3(x)\in H_3(P)$ — даражаси учдан ошмайдиган кўпҳадлар тўплами.
2. $S_3(x)\in C_2[a,b]$.
3. $S(x_i)=f(x_i)$ $\left(i=\overline{0,n-1}\right)$

4. $S_3''(x)$ учун

$$S_3''(a)=S_3''(b)=0 \tag{1}$$

чегаравий шартлар ўринли.

$S_3''(x)$ $[x_{i-1},x_i]$ кесмада узлуксиз бўлганлигидан $x_{i-1}\le x\le x_i$ да ушбу

$$S_3''(x)=M_{i-1}\frac{x_i-x}{h_i}+M_i\frac{x-x_{i-1}}{h_i} \tag{2}$$

тенгликни ёзиш мумкин. Бу ерда $h_i=x_i-x_{i-1}$, $M_i=S_3''(x_i)$.

(2) тенгликни икки марта интеграллаймиз:

$$S_3(x)=M_{i-1}\frac{(x_i-x)^3}{6h_i}+M_i\frac{(x-x_{i-1})^3}{6h_i}+A_i\frac{(x_i-x)}{h_i}+B_i\frac{(x-x_{i-1})}{h_i}, \tag{3}$$

бунда A_i ва B_i интеграллаш доимийлари бўлиб, улар таърифнинг учинчи шартидан топилади, яъни (3) да $x=x_{i-1}$, $x=x_i$ деб, мос равишда

$$M_{i-1}\frac{h_i^2}{6}+A_i=f_{i-1},\quad M_i\frac{h_i^2}{6}+B_i=f_i$$

ларни ҳосил қиламиз. Бундан A_i ва B_i ни топиб (3)га қўйиб, қуйидагига эга бўлиш мумкин:

$$S_3(x)=M_{i-1}\frac{(x_i-x)^3}{6h_i}+M_i\frac{(x-x_{i-1})^3}{6h_i}+\left(f_{i-1}-\frac{M_{i-1}h_i^2}{6}\right)\frac{(x_i-x)}{h_i}+$$

$$+\left(f_i-\frac{M_ih_i^2}{6}\right)\frac{(x-x_{i-1})}{h_i}. \tag{4}$$

V.ТЕНГЛАМАЛАРНИ ТАҚРИБИЙ ЕЧИШ

5.1. Алгебраик тенгламаларнинг илдизлари чегараси

Теорема 1. Алгебраик

$$f(x)=a_0x^n+a_1x^{n-1}+...+a_n=0 \tag{1}$$

тенгламанинг барча коэффициентлари ҳақиқий ва $a_0\ne 0, a_n\ne 0$ бўлсин. У ҳолда (1) тенгламанинг барча илдизлари

$$r=\frac{1}{1+A_1}<|x|<1+A=R$$

халқа ичида ётади. Бу ерда

$$A=\max_{1\le k\le n}\left|\frac{a_k}{a_0}\right|,\quad A_1=\max_{0\le k\le n}\left|\frac{a_k}{a_n}\right|. \tag{2}$$

Шуни эслатиш лозимки, (1) тенгламанинг барча мусбат илдизлари (r,R) оралиқда, барча манфий илдизлари эса $(-R,-r)$ оралиқда ётади. Лекин, илдизларнинг чегараси учун бу баҳолар анча қўполдир. Қуйидаги теоремалар бунга нисбатан яхшироқ баҳоларни беради.

Лагранж теоремаси. Агар (1) тенгламанинг манфий коэффициентларидан энг биринчиси (чапдан) a_k бўлиб, B манфий коэффициентларнинг абсолют қийматлари бўйича энг каттаси бўлса, у ҳолда мусбат илдизларнинг юқори чегараси

$$R = 1 + \sqrt[k]{\frac{B}{a_0}} \tag{3}$$

сон билан ифодаланади.

Ньютон теоремаси. Агар $x = c$ учун $f(x)$ кўпҳад ва унинг $f'(x), f''(x), \ldots, f^{(n)}(x)$ ҳосилалари номанфий, яъни $f^{(k)}(c) \geq 0,\ \ k = \overline{0,n}$, бўлса у ҳолда $R = c$ ни (1) тенгламанинг мусбат илдизлари учун юқори чегара деб олиш мумкин.

Қуйидаги кўпҳадларни ҳосил қилайлик

$$f_1(x) = (-1)^n f(-x) = a_0x^n - a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \ldots + (-1)^n a_n,$$

$$f_2(x) = x^n f\left(\frac{1}{x}\right) = a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_0,$$

$$f_3(x) = (-x)^n f\left(-\frac{1}{x}\right) = a_nx^n - a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + (-1)^n a_0.$$

$f(x)$, $f_1(x)$, $f_2(x)$ $f_3(x)$ ларнинг мусбат илдизларининг юқори чегараларини мос равишда R, R_1, R_2, R_3 деб белгилайлик, у ҳолда (1) тенгламанинг барча мусбат илдизлари $\frac{1}{R_2} \leq x^+ \leq R$, ҳамма манфий илдизлари $-R_1 \leq x^- \leq -\frac{1}{R_3}$ тенгсизликларни қаноатлантиришини кўриш мумкин.

5.2. Ньютон методи

Фараз қилайлик,

$$f(x) = 0 \tag{1}$$

Тенгламанинг $[a,b]$ да ягона илдизи $x = \alpha$ мавжуд бўлсин, яъни $f(a)f(b) < 0$ бўлсин. Бундан ташқари $[a,b]$ да $f'(x)$, $f''(x)$ ишора сақласин, яъни $y = f(x)$ функция $[a,b]$ да монотон ва унинг графиги ботиқ ёки қавариқ. У ҳолда

$$x_{n+1}=x_n-\frac{f(x_n)}{f'(x_n)},\ \ n=0,1,... \tag{2}$$

формула ёрдамида α илдизга яқинлашувчи кетма—кетликни ҳосил қиламиз. (2) кетма—кетликни тузиш учун x_0 деб $[a,b]$ га тегишли ва $f(x)f''(x)>0$ шартни қаноатлантирувчи ихтиёрий нуқтани олиш мумкин, хусусан, $x_0=a$ ёки $x_0=b$ бўлади.

Агар $f'(x_n)$ ни ҳисоблашда катта қийинчиликлар ҳосил бўлса, (2) формуланинг қуйидаги модификациясини қўллаш мумкин:

$$x_{n+1}=x_n-\frac{f(x_n)}{f'(x_0)},\ \ n=0,1,... \tag{3}$$

5.3. Ватарлар методи

$f(x)=0$ тенгламанинг $[a,b]$ да ягона $x=\alpha$ илдизи мавжуд ва $f'(x)$, $f''(x)$ лар $[a,b]$ да ишора сақласин. У ҳолда, у илдизга $x_0=a$ бўлса,

$$x_{n+1}=x_n-\frac{f(x_n)}{f(b)-f(x_n)}(b-x_n),\qquad n=0,1,... \tag{4}$$

$x_0=b$ бўлса,

$$x_{n+1}=x_n-\frac{f(x_n)}{f(a)-f(x_n)}(a-x_n),\qquad n=0,1,... \tag{5}$$

кетма—кетликлар орқали яқинлашилади.

Илдизнинг бошланғич қиймати сифатида $[a,b]$ га тегишли ва $f(x)f''(x)<0$ шартни бажарувчи ихтиёрий нуқтани олиш мумкин, хусусан, $x_0=a$ ёки $x_0=b$ дейиш мумкин.

5.4. Оддий итерация методи

Фараз қилайлик, $f(x)=0$ тенгламани $[a,b]$ да ягона илдизи $x=\alpha$ мавжуд бўлсин. Берилган тенгламани унга тенг кучли бўлган

$$x=\varphi(x) \tag{6}$$

тенгламага алмаштирамиз. $[a,b]$ га тегишли ихтиёрий x_0 нуқтани олиб

$$x_{n+1}=\varphi(x_n),\quad n=0,1,2,... \tag{7}$$

кетма—кетликни тузамиз.

Агар

$$\lim_{n\to\infty} x_n = \alpha \tag{8}$$

бўлса (7) жараён яқинлашувчи дейилади. (7) жараён яқинлашувчи бўлишлиги учун ёки (8) лимит мавжуд бўлиши учун қуйидаги шарт ўринли бўлиши керак

$$\max_{x\in[a,b]} |\varphi'(x)| \le q < 1. \tag{9}$$

(9) шарт ўринли бўлса, (7) ёрдамида тузилган $\{x_n\}$ кетма-кетлик фундаментал бўлади ва

$$|\alpha - x_n| \le \frac{\eta}{1-q} q^n \tag{10}$$

тенгсизликни ҳосил қилиш мумкин. Бу ерда $\eta = |x_1 - x_0|$. Бу тенгсизлик итерация жараёнини яқинлашиш тезлигини ифодалайди.

VI. ЧИЗИҚЛИ АЛГЕБРАИК ТЕНГЛАМАЛАР СИСТЕМАСИНИ ЕЧИШДА ИТЕРАЦИОН УСУЛЛАР

6.1. Вектор ва матрицаларнинг нормалари

X векторнинг нормаси деб қуйидаги уч шартни қаноатлантирувчи ҳақиқий $\|X\|$ сонга айтилади:

1. $\|X\| \ge 0$ ва $X = 0$ бўлгандагина $\|X\| = 0$;
2. ҳар қандай α сон учун $\|\alpha X\| = |\alpha| \cdot \|X\|$;
3. $\|X + Y\| \le \|X\| + \|Y\|$ — учбурчак тенгсизлиги.

$X = (x_1 x_2, \dots, x_n)^T$ векторнинг кўп учрайдиган нормаларидан учтасини келтирамиз.

1. Кубик норма:

$$\|X\|_1 = \max_{1\le i\le n} |x_i|.$$

2. Октаэдрик норма:

$$\|X\|_2 = \sum_{i=1}^{n} |x_i|.$$

3. Сферик норма:

$$\|X\|_3 = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} |x_i|^2}.$$

A квадрат матрицанинг нормаси деб қуйидаги тўрт шартни қаноатлантирувчи ҳақиқий сонга айтилади.

1. $\|A\| \ge 0$ ва $A = 0$ бўлгандагина $\|A\| = 0$;
2. Ихтиёрий α сон учун $\|\alpha A\| = |\alpha| \cdot \|A\|$;

3. $\|A+B\| \le \|A\| + \|B\|$;

4. $\|A \cdot B\| \le \|A\| \cdot \|B\|$, хусусан, $\|A^p\| \le \|A\|^p$.

Агар ҳар қандай квадрат A матрица учун ва ўлчами матрица тартибига тенг бўлган ихтиёрий x вектор учун

$$\|Ax\| = \|A\| \cdot \|x\|$$

тенгсизлик бажарилса, у ҳолда матрица нормаси векторнинг берилган нормаси билан мослашган дейилади.

Ҳар қандай A матрица учун Ax вектор нормасининг узлуксизлигига кўра

$$\|A\| = \max_{\|x\|=1} \|Ax\| \tag{1}$$

тенгликда максимумга эришилади, яъни шундай $x^{(0)}$ вектор топиладики, $\|x^{(0)}\| = 1$ ва $\|Ax^{(0)}\| = \|A\|$ тенгликлар бажарилади.

(1) тенглик билан киритилган матрица нормаси векторнинг берилган нормасига бўйсунган дейилади.

Энди матрицанинг векторларнинг юқорида киритилган нормаларига бўйсунган нормаси кўринишларини келтирамиз.

1. Кубик норма:

$$\|A\|_1 = \max_{1 \le i \le n} \sum_{k=1}^{n} |a_{ik}|.$$

2. Октаэдрик норма:

$$\|A\|_2 = \max_{1 < k \le n} \sum_{i=1}^{n} |a_{ik}|.$$

3. Сферик норма:

$$\|A\|_3 = \|A\| = \sqrt{\lambda_1}.$$

Бу ерда λ_1 $A'A$ матрицанинг энг катта хос сони.

6.2. Оддий итерация усули

Фараз қилайлик,

$$Ax = b \tag{2}$$

чизиқли тенгламалар системаси бирор усул билан

$$x = Bx + c \tag{3}$$

кўринишга келтирилган бўлсин. Қандай келтириш кераклигини кейинчалик кўрсатамиз ва дастлабки яқинлашиш вектори $x^{(0)}$ топилган бўлсин. Агар кейинги яқинлашишлар

$$x^{(k)} = Bx^{(k-1)} + c, \qquad k = 1,2,... \tag{4}$$

рекуррент формулалар ёрдамида топилса, бундай метод оддий итерация методи дейилади. Агар (4) кетма—кетликнинг лимити x^* мавжуд бўлса, бу лимит (2) системанинг ечими бўлади. Ҳақиқатан (4) лимитга ўтсак, $x^* = Bx^* + c$ келиб чиқади.

Оддий итерация методининг яқинлашиш шартини келтирамиз.

Теорема 1. (4) оддий итерация жараёни ихтиёрий $x^{(0)}$ да яқинлашувчи бўлиши учун B матрицанинг барча хос сонлари модуллари бўйича бирдан кичик бўлиши зарур ва етарлидир.

Бу теорема назарий жиҳатдан фойдали, лекин амалий ишлар учун ярамайди. Шунинг учун B матрицанинг элементлари орқали ифодаланадиган етарли шартларни келтирамиз.

Теорема 2. (4) оддий итерация жараёнининг яқинлашувчи бўлиши учун B матрицанинг бирор нормаси бирдан кичик бўлиши етарлидир.

Теорема 2 етарли шартни қуйидагича ифодалашга имкон беради.

(4) оддий итерация методи яқинлашиши учун B матрицанинг элементлари қуйидаги

$$\max_i \sum_{j=1}^{n} |b_{ij}| \le \mu < 1, \tag{5}$$

$$\max_j \sum_{i=1}^{n} |b_{ij}| \le \mu < 1, \tag{6}$$

$$\sum_{i,j=1}^{n} |b_{ij}|^2 \le \mu < 1, \tag{7}$$

тенгсизликларнинг бирортасини қаноатлантириши етарлидир.

Энди (2) ни (3) кўринишга келтириш хусусида тўхталиб ўтамиз.

а) Агар $a_{ii} \ne 0$ $\left(i = \overline{1,n}\right)$ бўлиб қуйидаги тенгсизликларнинг

$$\max_i \sum_{j=1,\, j\ne i}^{n} \left|\frac{a_{ij}}{a_{ii}}\right| < 1, \tag{8}$$

$$\max_j \sum_{i=1,\, i\ne j}^{n} \left|\frac{a_{ij}}{a_{ii}}\right| < 1, \tag{9}$$

$$\sum_{j=1}^{n} \frac{1}{|a_{jj}|^2} \sum_{i=1,\, i\ne j}^{n} |a_{ij}|^2 < 1 \tag{10}$$

бирортаси бажарилса, B матрица қуйидагича

$$B=\begin{bmatrix} 0 & -\frac{a_{12}}{a_{11}} & -\frac{a_{13}}{a_{11}} & \dots & -\frac{a_{1n}}{a_{11}} \\ -\frac{a_{21}}{a_{22}} & 0 & -\frac{a_{23}}{a_{22}} & \dots & -\frac{a_{2n}}{a_{22}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -\frac{a_{n1}}{a_{nn}} & -\frac{a_{n2}}{a_{nn}} & -\frac{a_{n3}}{a_{nn}} & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

бўлиб, мос равишда (5) — (7) тенгсизликлар B матрица учун бажарилади ва (4) оддий итерация жараёни яқинлашувчи бўлади.

б) A матрица учун (8) — (10) тенгсизликларнинг ҳеч қайсиси бажарилмаса, у ҳолда (2) тенгламалар системасида шундай чизиқли алмаштиришлар бажариш керакки, ҳосил бўлган янги тенгламалар системасининг коэффициентлари учун (8) — (10) тенгсизликларнинг бирортаси ўринли бўлиши керак.

6.3. Зейдель методи

Бу метод оддий итерация методидан шу билан фарқ қиладики, ҳисоблашлар қуйидаги схема асосида бажарилади:

$$x_1^{(k+1)}=\frac{b_1}{a_{11}}-\sum_{j=2}^{n}\frac{a_{1j}}{a_{11}}x_j^{(k)},$$

$$x_2^{(k+1)}=\frac{b_2}{a_{22}}-\frac{a_{21}}{a_{22}}x_1^{(k+1)}-\sum_{j=3}^{n}\frac{a_{2j}}{a_{22}}x_j^{(k)},$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

$$x_n^{(k+1)}=\frac{b_n}{a_{nn}}-\sum_{j=1}^{n-1}\frac{a_{nj}}{a_{nn}}x_j^{(k+1)}.$$

Бу схемани матрица кўринишга келтириш учун $A=C+D$ деймиз, бу ерда

$$C=\begin{bmatrix} a_{11} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn-1} & a_{nn} \end{bmatrix}, \qquad D=\begin{bmatrix} 0 & a_{12} & \dots & a_{1n-1} & a_{1n} \\ 0 & 0 & \dots & a_{2n-1} & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

У ҳолда $Ax=b$ системани $Cx=-Dx+b$ кўринишда ифодалаб оламиз.

Зейдель методи эса

$$Cx^{(k+1)}=-Dx^{(k)}+b$$

кўринишдаги итерациядан иборат. Бу тенгликни $x^{(k+1)}$ га нисбатан ечсак,

$$x^{(k+1)}=-C^{-1}Dx^{(k)}+C^{-1}b$$

ҳосил бўлади. Бу — матрицаси $-C^{-1}D$ бўлган оддий итерация методининг ўзгинаси. Теорема 1 га асосан буни яқинлашиши учун $-C^{-1}D$ матрицанинг барча хос сонлари модуллари бўйича бирдан кичик бўлиши зарур ва етарлидир. Бу ўз навбатида қуйидаги

$$\begin{vmatrix} a_{11}\lambda & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21}\lambda & a_{22}\lambda & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1}\lambda & a_{n2}\lambda & a_{n3}\lambda & \dots & a_{nn}\lambda \end{vmatrix} = 0$$

тенгламанинг барча илдизлари модуллари бўйича бирдан кичик бўлиши зарур ва етарлигига эквивалентдир. Шуни кўрсатамиз, яъни

$$\det\left(\lambda E + C^{-1}D\right) = 0 \text{ ва } \det\left(\lambda C + D\right) = 0$$

тенгламалар бир хил илдизга эга:

$$\det\left(\lambda E + C^{-1}D\right) = \det(C^{-1}C\left(\lambda E + C^{-1}D\right)) = \det\left[C^{-1}\left(\lambda C + D\right)\right] = \det C^{-1} \det\left(\lambda C + D\right).$$

Бу ерда $\det C^{-1} \neq 0$, демак

$$\det\left(\lambda E + C^{-1}D\right) = \det\left(\lambda C + D\right).$$

Оддий итерация методи билан Зейдель методининг яқинлашиш соҳалари умуман фарқли деган хулосага келамиз. Ҳақиқатан ҳам, шундай системалар мавжудки, улар учун оддий итерация методи яқинлашади, аммо Зейдель методи узоқлашади ва аксинчаси ҳам ўринлидир.

Лекин, қуйидаги

$$\max_i \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} \left|\frac{a_{ij}}{a_{ii}}\right| < 1, \qquad \max_j \sum_{\substack{i=1 \\ i\neq j}}^{n} \left|\frac{a_{ij}}{a_{ii}}\right| < 1$$

шартларнинг бирортаси бажарилса, оддий итерация ҳам Зейдель методи ҳам яқинлашувчи бўлиб, бунда биринчи шарт ўринли бўлса, Зейдель методининг яқинлашиши оддий итерация методининг яқинлашидан секин бўлмайди.

VII. МАТРИЦАЛАРНИНГ ХОС СОН ВА ХОС ВЕКТОРЛАРИНИ ҲИСОБЛАШ

Агар бирор нолдан фарқли x вектор учун

$$Ax = \lambda x$$

тенглик бажарилса, у ҳолда λ сон A квадрат матрицанинг хос сони дейилади. Бу тенгликни қаноатлантирадиган нолдан фарқли x вектор A матрицанинг λ хос сонига мос келадиган хос вектори дейилади.

$$D(\lambda)=\det(A-\lambda E)=\begin{vmatrix} a_{11}-\lambda & a_{12} & \cdots & a_{1n-1} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22}-\lambda & \cdots & a_{2n-1} & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn-1} & a_{nn}-\lambda \end{vmatrix}=0 \qquad (1)$$

тенглама A матрицанинг характеристик тенгламаси дейилади.

$$\det(A-\lambda E)=(-1)^n(\lambda^n-p_1\lambda^{n-1}-...-p_n) \qquad (2)$$

A матрицанинг хос ёки характеристик кўпҳади дейилади.

7.1. Крилов методи

Ихтиёрий нолдан фарқли $y^{(0)}$ вектор оламиз ва $y^{(k)}=A^k y^{(0)}$, $k=\overline{0,n}$ векторларни хосил қиламиз.

Кели – Гамильтон муносабатини ёзамиз:

$$A^n y^{(0)}-p_1A^{n-1}y^{(0)}-...-p_ny^{(0)}=0$$

ёки

$$p_1y^{(n-1)}+p_2y^{(n-2)}+...+p_ny^{(0)}=y^{(n)}$$

вектор тенглама ҳосил қилинади. Буни очиб ёзайлик

$$\left.\begin{array}{l} p_1y_1^{(n-1)}+p_2y_1^{(n-2)}+...+p_ny_1^{(0)}=y_1^{(n)} \\ p_1y_2^{(n-1)}+p_2y_2^{(n-2)}+...+p_ny_2^{(0)}=y_2^{(n)} \\ - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \\ p_1y_n^{(n-1)}+p_2y_n^{(n-2)}+...+p_ny_n^{(0)}=y_n^{(n)} \end{array}\right\} \qquad (3)$$

(3) тенгламалар системасини мисол учун Гаусс методи билан ечамиз ва $p_1,p_2,...,p_n$ ларни топамиз, натижада (2) хос кўпҳад қурилган бўлади, сўнг

$$D(\lambda)=0$$

тенгламани ечиб $\lambda_1,\lambda_2,...,\lambda_n$ лар топилади.

Энди хос векторларни топамиз.

$y^{(k)}$, $k=\overline{0,n-1}$ ларни $x^{(i)}$, $i=\overline{1,n}$ векторлар орқали ёйиб оламиз

$$y^{(k)}=\sum_{i=1}^{n}c_i\cdot A^kx^{(i)}=\sum_{i=1}^{n}c_i\cdot\lambda_i^kx^{(i)}, \quad k=\overline{0,n-1}.$$

Қуйидаги кўпҳадни тузамиз

$$\varphi_i(\lambda)=\lambda^{n-1}+q_{1,i}\lambda^{n-2}+...+q_{n-1,i}, \quad i=\overline{1,n}.$$

$y^{(k)}$, $k=\overline{0,n-1}$ векторларнинг қуйидаги комбинациясини тузамиз

$$y^{(n-1)}+q_{1i}y^{(n-2)}+\ldots+q_{n-1i}y^{(0)}=c_1\varphi_i(\lambda_1)x^{(1)}+c_2\varphi_i(\lambda_2)x^{(2)}+\ldots+c_n\varphi_i(\lambda_n)x^{(n)}. \quad (5)$$

Агар $\varphi_i(\lambda)=\dfrac{D(\lambda)}{\lambda-\lambda_i}$ $\quad i=\overline{1,n}$ десак, $\varphi_i(\lambda_j)=0,\ i\neq j$ бўлганлиги учун

$$C_i\varphi_i(\lambda_i)x^{(i)}=y^{(n-1)}+q_{1,i}y^{(n-2)}+\ldots+q_{n-1,i}y^{(0)} \qquad i=\overline{1,n}$$

бўлади. $q_{j,i}$ коэффициентлар эса

$$q_{0i}=1,$$
$$q_{ji}=\lambda_i q_{j-1,i}+p_j$$

рекуррент формула ёрдамида топилади.

Агар (3) тенгламалар системасини ечишда Гаусс усулини тўғри йўлини m та қадами бажарилса, у ҳолда $y^{(0)},y^{(1)}\ldots y^{(m-1)}$ векторлар чизиқли эрклидир. Шунинг учун (3) тенгламалар ўрнига қуйидаги

$$\left.\begin{array}{l} p_1y_1^{(m-1)}+p_2y_1^{(m-2)}+\ldots+p_my_1^{(0)}=y_1^{(m)} \\ \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \\ p_1y_n^{(m-1)}+p_2y_n^{(m-2)}+\ldots+p_my_n^{(0)}=y_n^{(m)} \end{array}\right\}$$

тенгламалар системасини ечиб $p_1,p_2,\ldots,p_m$ лар топилади ва $\lambda^m-p_1\lambda^{m-1}-\ldots-p_m=0$ тенгламадан $\lambda_1,\lambda_2,\ldots,\lambda_m$ ларни топамиз.

$\lambda^m-p_1\lambda^{m-1}-\ldots-p_m$ кўпҳад A матрицанинг минимал кўпҳади дейилади.

Хос вектор эса қуйидагича топилади

$$x^{(i)}=\beta_{i1}y^{(0)}+\ldots+\beta_{im}y^{(m-1)},$$

бу ерда

$$\beta_{im}=1$$
$$\beta_{im-1}=\lambda_i-p_1$$
$$\beta_{im-2}=\lambda_i^2-p_1\lambda_i-p_2$$
$$\ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots$$
$$\beta_{i1}=\lambda_i^{m-1}-p_1\lambda_i^{m-2}-\ldots-p_{m-1}$$

7.3. Модули бўйича энг катта хос сонни ва унга мос хос векторни топиш

1–ҳол. $|\lambda_1|>|\lambda_2|\geq\ldots\geq|\lambda_n|$ бўлсин.

$$\lambda_1\approx\frac{y_i^{(k+1)}}{y_i^{(k)}}, \qquad i=\overline{1,n}, \quad (1)$$

бу ерда $y^{(k)}=A^ky^{(0)}$, $\quad y^{(0)}\neq(0,0,\cdots,0)^1$, $\quad y^{(k)}=(y_i^{(k)},\cdots,y_n^{(k)})^1$

$$y^{(k)}=A^ky^{(o)}=\sum_{j=1}^n b_jA^kx^{(j)}=\sum_{j=1}^n b_j\lambda_j^kx^{(j)};$$

Агар (1) тақрибий тенглик барча $i=\overline{1,n}$ учун берилган аниқликда бажарилса, λ_1 нинг қиймати топилган бўлади.

Хос векторини $y^{(k)} \approx b_1 \lambda_1^k x^{(1)}$ деб олиш мумкин, чунки $y^{(k)}$ $x^{(1)}$ дан сонли кўпайтувчи билан фарқ қилади.

2–ҳол. $\lambda_1 = \lambda_2 = \cdots = \lambda_s$ бўлсин

$$|\lambda_1| > |\lambda_{s+1}| \geq \cdots \geq |\lambda_n|$$

$$\lambda_1 \cong \frac{y_i^{(k+1)}}{y_i^{(k)}}, \qquad i=\overline{1,n}$$

Хос вектор $x^{(1)}$ 1–ҳолдагидек топилади.

3–ҳол.

$$\lambda_1 = \cdots = \lambda_r = -\lambda_{r+1} = \cdots = -\lambda_{r+p}$$

$$|\lambda_1| = \cdots |\lambda_{r+p}| > |\lambda_{r+p+1}| \geq \cdots \geq |\lambda_n|$$

$$\lambda_1^2 \cong \frac{y_i^{(2k+2)}}{y_i^{(2k)}}, \qquad i=1,n$$

$$\lambda_1^2 \cong \frac{y_i^{(2k+1)}}{y_i^{(2k-1)}}, \qquad i=1,n$$

тақрибий тенгликлардан λ_1, $-\lambda_1$ топилади. $\frac{y_i^{(k+1)}}{y_i^{(k)}}$ нисбат эса $k \to \infty$ да лимитга эга бўлмайди. λ_1 га мос келган хос вектор сифатида $y^{(k+1)} + \lambda_1 y^{(k)}$ ни оламиз. Агар r ва p ёки буларнинг бирортаси бирдан катта бўлса, у ҳолда бошқа дастлабки вектор танлаб жараённи бажариш керак.

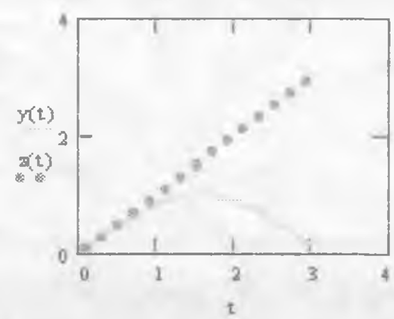
7. Масалалар ва машқлар тўплами

I. КИРИШ

1. Сонли усулларни ўрганишга киришиш

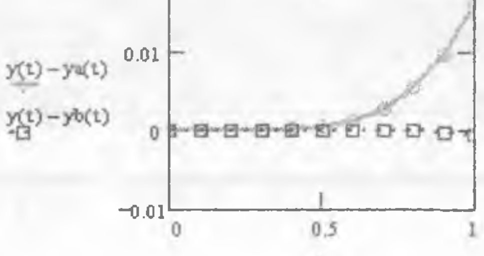
1-мисол. Усул хатолиги. Ушбу мисолда $t := 0.1, 0.2..3$ дискрет нуқталарда $f(t) := \sin(t)$ функция қийматини ҳисоблаб берувчи тақрибий усулнинг хатолиги ҳисобланади. Усул аниқлигини баҳоловчи параметр сифатида $n := 1$ оламиз. Функция қийматини ҳисоблайдиган тақрибий усул сифатида эса қуйидаги қаторни оламиз:

$$Z(t) := \sum_{k=1}^{n} (-1)^{k-1} \cdot \frac{t^{2k-1}}{(2\cdot k-1)!}.$$



1-расм. Аниқ қиймат ва тақрибий усул ёрдамида топилган қийматнинг солиштириш графиги.

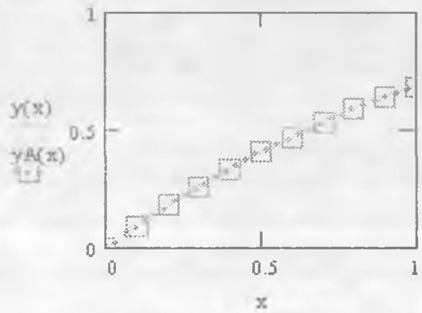
2-мисол. Алгоритмларни солиштириш. Ушбу мисолда $t := 0, 0.1..1$ дискрет нуқталарда $f(t) := \sin(t)$ функция қийматларини ҳисоблаб берадиган иккита алгоритм аниқлиги солиштирилади. Ушбу функция тақрибий қийматини ҳисоблайдиган A-алгоритм сифатида $ya(t) := t - \frac{t^3}{3!}$ ва B-алгоритм сифатида $yb(t) := t - \frac{t^3}{3!} + \frac{t^5}{5!}$ формулаларни оламиз.



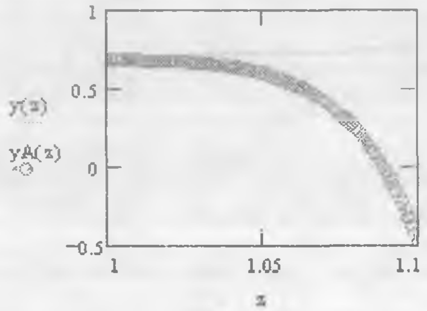
2 расм. A-алгоритм ва B-алгоритм бўйича ҳисобланган функция қийматларини солиштириш графиги.

<u>3-мисол. Турғун бўлмаган усул.</u> Ушбу мисолда $x := 25 \cdot \pi$ нуқтада $y(x) := \sin(x)$ функция қийматини турғун бўлмаган тақрибий усул ёрдамида ҳисоблаганда усул хатолиги жуда катта бўлишини кузатамиз. Тақрибий усул сифатида $ya(x) := x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!}$ формулани оламиз. У ҳолда усул хатолиги $\Delta(x) := y(x) - ya(x)$ формула ёрдамида ҳисобланиб, унинг қиймати $\Delta(x) = 3.633 \cdot 10^9$ тенг бўлади.

<u>4-мисол. Турғун ва турғун бўлмаган усуллар.</u> Бу мисолда $x := 0,0.1..1$ дискрет нуқталарда $y(x) := \ln(1+x)$ функция қийматлари турғун усул ёрдамида ҳисобланади. Ушбу усулнинг ўзи $z := 1,1.1..5$ тугун нуқталарда турғун бўлмаслигининг гувоҳи бўламиз. Усул аниқлигини характерловчи параметр сифатида $N := 50$ оламиз. Функция кийматларини ҳисобловчи турғун усул сифатида $yA(x) := \sum_{k=1}^{N} (-1)^{k+1} \cdot \frac{x^k}{k}$ формулани оламиз.



3-расм. Турғун усул.



4-расм. Турғун бўлмаган усул.

II. АЛГЕБРАНИНГ СОНЛИ УСУЛЛАРИ

2. Чизиқли алгебраик тенгламалар системасини ечишнинг тўғри усуллари

<u>Гаусс усули (умумий ҳол).</u> Гаусс усулининг асосий ғояси

$$A \cdot x = f \tag{1}$$

системани эквивалент алмаштиришлар билан тўғри тўртбурчакли системадан учбурчакли системага олиб келишдан иборат.

<u>Гаусс усулининг тўғри йўли</u>.

(1) - системани қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$\begin{aligned} a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + \ldots + a_{1n} \cdot x_n &= f_1 \\ a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + \ldots + a_{2n} \cdot x_n &= f_2 \\ \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots & \ldots \ldots \ldots \ldots \\ a_{n1} \cdot x_1 + a_{n2} \cdot x_2 + \ldots + a_{nn} \cdot x_n &= f_n \end{aligned} \tag{2}$$

$a_{11} \neq 0$ деб фараз қиламиз, акс ҳолда тенгламаларнинг ўрнини алмаштириш ва қайта белгилаш билан системани шу кўринишга келтирамиз.

Биринчи тенгламани a_{11} га бўлиб,

$$x_1 + c_{12} \cdot x_2 + \ldots + c_{1n} \cdot x_n = y_1 \tag{3}$$

тенгламани ҳосил қиламиз, бу ерда

$$c_{1j} = \frac{a_{ij}}{a_{11}},\ j = 2,\ldots,n,\ y_1 = \frac{f_1}{a_{11}}$$

Энди (2) системанинг қолган тенгламаларини қараймиз

$$a_{i1} \cdot x_1 + a_{i2} \cdot x_2 + \ldots + a_{in} \cdot x_n = f_i,\ i = 2,3,\ldots,n \tag{4}$$

(3) тенгликни a_{i1} - га кўпайтириб, (4) системанинг i-тенгламасидан айирамиз, $i = 2,3,\ldots,n$. Натижада

$$\begin{array}{c} x_1 + c_{12} \cdot x_2 + \ldots + c_{1j} \cdot x_j + \ldots + c_{1n} \cdot x_n = y_1 \\ a_{22}^{(1)} \cdot x_2 + \ldots + a_{2j}^{(1)} \cdot x_j + \ldots + a_{2n}^{(1)} \cdot x_n = f_2^{(1)} \\ \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \\ a_{n2}^{(1)} \cdot x_2 + \ldots + a_{nj}^{(1)} \cdot x_j + \ldots + a_{nn}^{(1)} \cdot x_n = f_n^{(1)} \end{array} \tag{5}$$

тенгламалар системасини ҳосил қиламиз. Бу ерда

$$a_{ij}^{(1)} = a_{ij} - c_{1j} \cdot a_{i1},\ f_i^{(1)} = f_i - y_1 \cdot a_{i1},\ i, j = 2,3,\ldots,n \tag{6}$$

(5)- тенгламалар системасининг матрицаси

$$\begin{bmatrix} 1 & c_{12} & \ldots & c_{1n} \\ 0 & a_{22}^{(1)} & \ldots & a_{2n}^{(1)} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & a_{n2}^{(1)} & \ldots & a_{nn}^{(1)} \end{bmatrix}$$

кўринишга эга. Бундай кўринишдаги матрицани

$$\begin{bmatrix} 1 & \times & \ldots & \times \\ 0 & \times & \ldots & \times \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & \times & \ldots & \times \end{bmatrix}$$

каби белгилаш қабул қилинган. Бу ерда "×" белги билан ноль бўлмаган элементлар белгиланган. (5) системадаги x_1 номаълум фақат (1) тенгламада иштирок этиб, бошқа тенгламалардан йўқотилган.

Шундай қилиб, Гаусс усулининг биринчи қадами амалга оширилди.

Бундан сўнг

$$\begin{array}{c} a_{22}^{(1)} \cdot x_2 + \ldots + a_{2j}^{(1)} \cdot x_j + \ldots + a_{2n}^{(1)} \cdot x_n = f_2^{(1)}, \\ \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \\ a_{n2}^{(1)} \cdot x_2 + \ldots + a_{nj}^{(1)} \cdot x_j + \ldots + a_{nn}^{(1)} \cdot x_n = f_2^{(1)} \end{array} \tag{7}$$

тенгламалар системаси билан ишлаймиз.

Агар $a_{22}^{(1)} \neq 0$ бўлса, у ҳолда (7) системадан худди биринчи қадамдагидек, x_2 ни йўқотиб, (2) системага эквивалент бўлган, матрицаси

$$\begin{bmatrix} 1 & \times & \times & \dots & \times \\ 0 & 1 & \times & \dots & \times \\ 0 & 0 & \times & \dots & \times \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \times & \dots & \times \end{bmatrix}$$

кўринишдаги системага келамиз. Бунда (5) системанинг биринчи тенгламаси ўзгаришсиз қолади. Худди шундай $x_3, x_4, \dots, x_n$ ўзгарувчиларни йўқотиб, (2) системага эквивалент бўлган

$$\begin{gathered} x_1 + c_{12} \cdot x_2 + \dots + c_{1n} \cdot x_n = y_1, \\ x_2 + \dots + c_{2n} \cdot x_n = y_2, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ x_{n-1} + c_{n-1} \cdot x_n = y_{n-1}, \\ x_n = y_n \end{gathered} \tag{8}$$

системага эга бўламиз.

Бу система матрицаси

$$C = \begin{bmatrix} 1 & c_{12} & \dots & c_{1n-1} & c_{1n} \\ 0 & 1 & \dots & c_{2n-1} & c_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & c_{n-1n} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{9}$$

бош диагоналидан пастдаги барча элементлари нолдан иборат. Бундай матрицаларни юқори учбурчакли матрица деб айтиш қабул қилинган.

Гаусс усулининг тескари йўли $x_1, x_2, \dots, x_n$ номаълумларни (8) тенгламалар системасидан кетма-кет топишдан иборат. (8) система матрицаси учбурчакли бўлганлиги учун x_n дан бошлаб кетма-кет $x_{n-1}, x_{n-2}, \dots, x_1$ номаълумларни топиш мумкин.

Ҳақиқатан ҳам, $x_n = y_n, x_{n-1} = y_{n-1} - c_{n-1n} \cdot y_n$ ва ҳоказо. Тескари йўлнинг умумий формулалари

$$\begin{gathered} x_n = y_n, \\ x_i = y_i - \sum_{j=i+1}^{n} c_{ij} \cdot x_j, \quad i = n-1, n-2, \dots, 1 \ . \end{gathered} \tag{10}$$

1-мисол. Гаусс усули. $Ax = f$ чизиқли алгебраик тенгламалар системасини ечиш талаб қилинган бўлсин. Бу ерда A n-ўлчовли квадрат матрица; f n-ўлчовли берилган вектор; x - топилиши лозим бўлган n - ўлчовли номаълум вектор. Ечимни $\varepsilon := 10^{-2}$ аниқлик билан топиш талаб қилинган бўлсин. Соддалик учун A матрица ва f вектор сифатида

$$A := \begin{pmatrix} 6 & 1 & -3 \\ -2 & 8 & -4 \\ 1 & -6 & 10 \end{pmatrix}, \ f := \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}, \ m := rows(A)$$

оламиз. Бу ерда $rows(A)$ - A матрицанинг қаторлар сонини ҳисоблаб берувчи Mathcad тизимининг ички қурилган функцияси. Гаусс усулини қўллашни бошлаймиз. Шу мақсадда A матрица ва f - вектор биринчи қаторини A матрицанинг биринчи қаторидаги биринчи элементига бўламиз. Бунда ушбу элемент нолдан фарқли деб фараз қиламиз.

$$A1 := \frac{submatrix(A,1,1,1,3)}{A_{1,1}}, \quad A1 = \begin{pmatrix} 1 & 0.167 & -0.5 \end{pmatrix},$$

$$y_1 := \frac{f_1}{A_{1,1}}, \quad y_1 = 0.667 .$$

Бу ерда $submatrix(A,ir,jr,ic,jc)$ - A матрицанинг ir қаторидан jr қаторигача ва ic устунидан jc устунигача бўлган элементларидан иборат матрицани қайтарадиган Mathcad тизимининг ички қурилган функцияси.

A матрицанинг биринчи сатр элементларини ва y_1 ни A матрицанинг иккинчи сатрдаги биринчи элементига кўпайтирамиз, сўнг мос равишда A матрица ва f - векторнинг иккинчи қаторидан айирамиз:

$$A2 := submatrix(A,2,2,1,3) - A1 \cdot A_{2,1}, \quad A2 = \begin{pmatrix} 0 & 8.333 & -5 \end{pmatrix}$$

$$f_2 := f_2 - A_{2,1} \cdot y_1, \quad f_2 = 3.333$$

A матрицанинг биринчи сатр элементларини ва y_1-ни A матрицанинг учинчи сатрдаги биринчи элементига кўпайтирамиз, сўнг мос равишда A матрица ва f - векторнинг иккинчи қаторидан айирамиз.

$$A3 := submatrix(A,3,3,1,3) - A1 \cdot A_{3,1}, \quad A3 = \begin{pmatrix} 0 & -6.167 & 10.5 \end{pmatrix}$$

$$f_3 := f_3 - A_{3,1} \cdot y_1, \quad f_3 = 5 .$$

Ушбу амалларни бажаришдан сўнг A матрица

$$AH := stack(A1, A2), \quad AH = \begin{pmatrix} 1 & 0.167 & -0.5 \\ 0 & 8.333 & -5 \end{pmatrix},$$

$$\overline{A} := stack(AH, A3), \quad \overline{A} := \begin{pmatrix} 1 & 0.167 & -0.5 \\ 0 & 8.333 & -5 \\ 0 & -6.167 & 10.5 \end{pmatrix}.$$

кўринишни қабул қилади. Бу ерда $stack(A,B)$ - A ни B тепасига жойлаштириб, ҳосил бўладиган массивни қайтарадиган Mathcad тизимининг ички қурилган функцияси. $A1$ - матрицани хотирага $C1$ - ном билан ёзиб қўямиз: $C1 := A1$. $\overline{A}$ матрица ва f - вектор иккинчи қаторини $\overline{A}$ матрицанинг иккинчи қаторидаги иккинчи элементига бўламиз.

$$A2 := \frac{A2}{A_{2,2}}, \quad A2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -0.6 \end{pmatrix},$$

$$y_2 := \frac{f_2}{A_{2,2}}, \quad y_2 = 0.4\,.$$

$\bar{A}$ матрицанинг иккинчи қатори ва y_2-ни $\bar{A}$ матрицанинг учинчи қаторидаги иккинчи элементига кўпайтирамиз, сўнг мос равишда $\bar{A}$ матрица ва f - векторнинг учинчи қаторидан айирамиз:

$$A3 := A3 - A2 \cdot A_{3,2}, \quad A3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 6.8 \end{pmatrix}$$

$$f_3 := f_3 - A_{3,2} \cdot y_2, \quad f_3 = 6.8\,,$$

$$C2 := A2, \quad C := stack(C1, C2).$$

Ушбу амалларни бажаришдан сўнг $\bar{A}$ матрица

$$\bar{A} := stack(A1, stack(A2, A3)), \quad \bar{A} := \begin{pmatrix} 1 & 0.167 & -0.5 \\ 0 & 1 & -0.6 \\ 0 & 0 & 6.8 \end{pmatrix}$$

кўринишни қабул қилади. Шундай қилиб кетма-кет алмаштиришлар ёрдамида А - матрица учбурчакли кўринишга (диагоналдан пастда жойлашган барча элементларноллардан иборат) келтирилди. Ушбу жараён Гаусс усулининг тўғри йўли дейилади. Гаусс усулидаги тескари йўли ёрдамида илдизларни топамиз:

$$x_3 := \frac{f_3}{A_{3,3}},$$

$$x_2 := y_2 - C_{2,3} \cdot x_3,$$

$$x_1 := y_1 - C_{1,2} \cdot x_2 - C_{1,3} \cdot x_3\,.$$

Илдизлар $x_1 = 1, \quad x_2 = 1, \quad x_3 = 1$ дан иборат бўлади. Ушбу илдизлар дастлабки тенгламалар системасининг ҳақиқий илдизлари эканлигини бевосита ўрнига қўйиш усули билан текширамиз.

$$r := AM \cdot x - fM\,, \quad r = \begin{pmatrix} 0 \\ -1.332 \cdot 10^{-15} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |r| = 1.332 \cdot 10^{-15}.$$

Бу ерда r - хатолик вектори бўлиб, унинг нормаси берилган аниқликдан кичиклиги кўриниб турибти. Демак, масала тўла ҳал қилинди.

Ушбу мисолда Гаусс усулини қўллаш учун

$$\frac{m \cdot (m^2 + 3 \cdot m - 1)}{3} = 17$$

бўлиш ва кўпайтириш амалини бажариш лозим. A матрицанинг шартланганлик сони эса

$$conde(A) = 10.036$$

га тенг бўлади.

2-мисол. Гаусс усули. $Ax = f$ чизиқли алгебраик тенгламалар системасини ечиш талаб қилинган бўлсин. Бу ерда $A - n$ ўлчовли квадрат матрица; $f - n$ ўлчовли берилган вектор; x - топилиши лозим бўлган n - ўлчовли номаълум вектор. Ечимни $\varepsilon := 10^{-3}$ аниқлик билан топиш талаб қилинган бўлсин. Масалан, A матрица ва f вектор сифатида

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 10 & 9 & 13 \\ 2 & 6 & 44 & 14 \\ 3 & 177 & 16 & 15 \\ 4 & 8 & 12 & 26 \end{pmatrix}, \quad f := \begin{pmatrix} 33 \\ 32 \\ 41 \\ 50 \end{pmatrix}$$

оламиз.

А - матрицадаги қаторлар сонини Mathcad системасидаги ички қурилган $m := rows(A)$ функциясидан фойдаланиб ҳисоблаймиз. Бизнинг мисолимиз учун $m = 4$ бўлади. Mathcad системасида $Ax = f$ кўринишидаги чизиқли алгебраик тенгламалар системасини Гаусс усули ёрдамида ечиб, x - номаълум вектор қийматини қайтарувчи $Gauss(A, f)$ функциясини тузамиз:

$$\mathrm{Gauss}(A, f) := \left|\begin{array}{l}
\text{for } k \in 1..m-1 \\
\quad \left|\begin{array}{l}
\text{for } j \in k+1..m \\
\quad \left|\begin{array}{l}
c_{k,j} \leftarrow \dfrac{(A_k)_{k,j}}{(A_k)_{k,k}} \\
\text{for } i \in k+1..m \\
\quad \left|\begin{array}{l}
A1_{i,j} \leftarrow (A_k)_{i,j} - (A_k)_{i,k}\, c_{k,j} \\
y_k \leftarrow \dfrac{(f_k)_k}{(A_k)_{k,k}} \\
f1_i \leftarrow (f_k)_i - (A_k)_{i,k} \cdot y_k
\end{array}\right.
\end{array}\right. \\
A_{k+1} \leftarrow A1 \\
f_{k+1} \leftarrow f1
\end{array}\right. \\
x_m \leftarrow \dfrac{(f_m)_m}{(A_m)_{m,m}} \\
\text{for } i \in m-1..1 \\
\quad x_i \leftarrow y_i - \displaystyle\sum_{j=i+1}^{m} c_{i,j} \cdot x_j \\
x
\end{array}\right.$$

Ушбу функция ёрдамида юқорида келтирилган чизиқли алгебраик тенгламалар системасини ечиб, $x := Gauss(A, f)$ номаълумларни аниқлаймиз. Қаралаётган мисол учун

$$x := \begin{pmatrix} -7.132 \\ 0.094 \\ 0.102 \\ 2.944 \end{pmatrix}$$

бўлади. Энди ушбу топилган ечимни Mathcad системаси ички функцияси ёрдамида топилган ечим билан солиштирамиз:

$$y := (A_1)^{-1} \cdot f_1, \quad y := \begin{pmatrix} -7.132 \\ 0.094 \\ 0.102 \\ 2.944 \end{pmatrix}, \quad x - y := \begin{pmatrix} 3.553 \cdot 10^{-15} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$x_1 = -7.132, \quad x_2 = 0.094, \quad x_3 = 0.102, \; x_4 = 2.944.$$

Ушбу мисолда Гаусс усулини қўллаш учун

$$\frac{m \cdot (m^2 + 3 \cdot m - 1)}{3} = 36$$

бўлиш ва кўпайтириш амалини бажариш лозим. A матрицанинг шартланганлик сони:

$$conde(A_1) = 205.393$$

га тенг бўлади.

МИСОЛЛАР:

Гаусс усулидан фойдаланиб, қуйидаги чизиқли тенгламалар системасини $\varepsilon = 0.5 \cdot 10^{-4}$ аниқлик билан ҳисобланг:

№1. $A = \begin{pmatrix} 1.1161 & 0.1254 & 0.1397 & 0.1490 \\ 0.1582 & 1.1675 & 0.1768 & 0.1871 \\ 0.1968 & 0.2071 & 1.2168 & 0.2271 \\ 0.2368 & 0.2471 & 0.2568 & 1.2671 \end{pmatrix}, \; b = \begin{pmatrix} 1.5471 \\ 1.6471 \\ 1.7471 \\ 1.8471 \end{pmatrix}.$

№2. $A = \begin{pmatrix} 7.9 & 5.6 & 5.7 & -7.2 \\ 8.5 & -4.8 & 0.8 & 3.5 \\ 4.3 & 4.2 & -3.2 & 9.3 \\ 3.2 & -1.4 & -8.9 & 3.3 \end{pmatrix}, \; b = \begin{pmatrix} 6.68 \\ 9.95 \\ 8.6 \\ 1 \end{pmatrix}$. №3. $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 3 & 6 & 4 & 2 \\ 2 & 4 & 6 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}, \; b = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix}$

№4. $A = \begin{pmatrix} 0.14 & 0.24 & -0.84 \\ 1.07 & -0.83 & 0.56 \\ 0.64 & 0.43 & -0.38 \end{pmatrix}, \; b = \begin{pmatrix} 1.11 \\ 0.48 \\ -0.83 \end{pmatrix}$. №5. $A = \begin{pmatrix} 6 & -1 & -1 \\ -1 & 6 & -1 \\ -1 & -1 & 6 \end{pmatrix}, \; b = \begin{pmatrix} 11.33 \\ 32 \\ 42 \end{pmatrix}.$

№6. $A = \begin{pmatrix} 2.74 & -1.18 & 3.17 \\ 1.12 & 0.83 & -2.16 \\ 0.81 & 1.27 & 0.76 \end{pmatrix}, \; b = \begin{pmatrix} 2.18 \\ -1.15 \\ 3.23 \end{pmatrix}.$

Қуйидаги ЧАТС ларни ε аниқликда ечинг:

$$№7.\quad A=\begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_n \\ -x_1 & x_2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -x_2 & x_3 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & x_n \end{pmatrix},\ b_n=\begin{pmatrix} n \\ 1 \\ 1 \\ \dots \\ 1 \end{pmatrix},\ a_k=\left(1+\frac{1}{k}\right),\ x_k=2-\frac{1}{k}$$

бу ерда $\varepsilon=0.5\cdot10^{-3}, n=1000, 1001, 1002, ..., 1010$.

$$№8.\quad A_n=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ 1 & a_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 1 & a_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & a_3 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & a_{n-1} \end{pmatrix},\ b_n=\begin{pmatrix} \sin\left(\frac{\pi}{n}\right) \\ \sin\left(\frac{\pi}{n-1}\right) \\ \dots \\ \sin\left(\frac{\pi}{1}\right) \end{pmatrix},\ a_n=1+n\cdot0.01$$

бу ерда $\varepsilon=0.5\cdot10^{-5}, n=100,101,102,...,120$.

$$№9.\quad A_n=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ x_1 & a_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ x_2 & x_2 & a_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ x_3 & x_3 & x_3 & a_3 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_n & x_n & x_n & x_n & \dots & x_n & a_n \end{pmatrix},\ b_n=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix},\ a_k=k,\ x_k=\frac{1}{k}$$

бу ерда $\varepsilon=0.5\cdot10^{-5}, n=100,101,102,...,110$.

$$№10.\quad A=\begin{pmatrix} x_1 & a_2 & \dots & a_n \\ a_1 & x_2 & \dots & a_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_1 & a_2 & \dots & x_n \end{pmatrix},\ b=\begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} \\ \vdots \\ \frac{1}{n} \end{pmatrix},\ a_k=(-1)^k\cdot k,\ x_k=\frac{1}{k}$$

бу ерда $\varepsilon=0.5\cdot10^{-7}, n=10,11,12,...,20$.

$$№11.\quad A=\begin{pmatrix} 8.64-\alpha & 1.71 & 5.42 \\ -6.39 & 4.25 & 1.84+\alpha \\ 4.21 & 7.92-\alpha & -3.41 \end{pmatrix},\ b=\begin{pmatrix} 10.21-\beta \\ 3.41+\beta \\ 12.29 \end{pmatrix},$$

$\alpha=0.5\cdot k, k=0,1,...,4,\ \beta=0.2\cdot k, k=0,1,...,5$, бу ерда $\varepsilon=10^{-5}$.

№12. $A=\begin{pmatrix} 8.30 & 2.62+\alpha & 4.10 & 1.90 \\ 3.91 & 8.45 & 7.78-\alpha & 2.46 \\ 3.77 & 7.21+\alpha & 8.04 & 2.28 \\ 2.21 & 3.65-\alpha & 1.69 & 6.99 \end{pmatrix}$, $b=\begin{pmatrix} -10.65+\beta \\ 12.21 \\ 15.45-\beta \\ -8.35 \end{pmatrix}$,

$\alpha = 0.2\cdot k, k=0,1,...,4,\ \beta = 0.2\cdot k, k = 0,1,...,5$ бу ерда $\varepsilon = 10^{-5}$.

№13. $A=\begin{pmatrix} 3 & -2 & 5.3 & -2.1 & 1 \\ 1 & 4 & -6 & 4.5 & -6 \\ 3 & 6 & -7.3 & -9 & 3.4 \\ -2 & -3 & 1 & -4 & 6 \\ 1 & -4 & 6.5 & 1 & -3 \end{pmatrix}$, $b_n=\begin{pmatrix} 28.3 \\ -36.2 \\ 24.5 \\ 16.2 \\ 4.3 \end{pmatrix}$ бу ерда $\varepsilon = 10^{-5}$.

№14. $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & -2.1 & 1 \\ 0.4 & 0.5 & 4 & -8.5 \\ 0.3 & -1 & 1 & 5.2 \\ 1 & 0.2 & 2.5 & -1 \end{pmatrix}$, $b=\begin{pmatrix} 2.7 \\ 21.9 \\ -3.9 \\ 9.9 \end{pmatrix}$ бу ерда $\varepsilon = 10^{-5}$.

№15. $A=\begin{pmatrix} 3.24 & -2.18 & 5.09 & -2.37 & 1.21 \\ 0.73 & 3.85 & -6.23 & 4.8 & -5.93 \\ 2.88 & 5.73 & -7.02 & -9.17 & 3.58 \\ 2.1 & 3.02 & -0.78 & 3.85 & -6 \\ 1.2 & -4.13 & 6.48 & 0 & -3.24 \end{pmatrix}$, $b_n=\begin{pmatrix} 28.38 \\ -36 \\ 24.48 \\ -16.23 \\ 4.34 \end{pmatrix}$ бу ерда $\varepsilon = 10^{-5}$.

№16. $A=\begin{pmatrix} 4.21 & 22.42+\alpha & 3.85 \\ 2.31 & 31.49 & 1.52 \\ 3.49 & 4.85 & 28.72+\alpha \end{pmatrix}$, $b=\begin{pmatrix} 30.24 \\ 40.95-\beta \\ 42.81 \end{pmatrix}$, $\alpha = 0.25\cdot k, k=0,1,...,4,$

$\beta = 0.35\cdot k. k = 0,1,....5$ бу ерда $\varepsilon = 10^{-5}$.

№17. $A=\begin{pmatrix} 3.81 & 0.25 & 1.28 & 0.75+\alpha \\ 2.25 & 1.32 & 4.58+\alpha & 0.49 \\ 5.31 & 6.28+\alpha & 0.98 & 1.04 \\ 9.39+\alpha & 2.45 & 3.35 & 2.28 \end{pmatrix}$, $b=\begin{pmatrix} 4.21 \\ 6.47+\beta \\ 2.38 \\ 10.48+\beta \end{pmatrix}$,

$\alpha = 0.5\cdot k, k=0,1,...,4\,;\beta = 0.5\cdot k, k = 0,1,...,5$ бу ерда $\varepsilon = 10^{-5}$.

№18. $A=\begin{pmatrix} 2.6 & -4.5 & -2 \\ 3 & 3 & 4.3 \\ -5 & 3.5 & 3 \end{pmatrix}$, $b=\begin{pmatrix} 19.07 \\ 3.21 \\ -18.25 \end{pmatrix}$, бу ерда $\varepsilon = 10^{-5}$.

№19. $A=\begin{pmatrix} 21.547 & -95.51 & -96.121 \\ 10.223 & -91.065 & -7.343 \\ 51.218 & 12.269 & 86.457 \end{pmatrix}$, $b=\begin{pmatrix} -49.93 \\ -12.465 \\ 60.812 \end{pmatrix}$, бу ерда $\varepsilon=10^{-4}$.

№20. $A=\begin{pmatrix} 2 & 4.2 & 1.6 & -3 \\ -0.4 & 3 & -2.4 & 0 \\ 1.6 & -0.8 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & -1 & 1.5 \end{pmatrix}$, $b=\begin{pmatrix} 3.2 \\ -1.6 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$, бу ерда $\varepsilon=10^{-5}$.

№21. $A=\begin{pmatrix} 2.91121 & 0.52112 & 0.67563 & 0.12144 \\ 0.52111 & 4.00152 & 0.81613 & 0.72184 \\ 0.67563 & 0.81612 & 5.551613 & 0.41404 \\ 0.21141 & 0.72182 & 0.41403 & 6.75504 \end{pmatrix}$, $b=\begin{pmatrix} -0.9964 \\ 0.8683 \\ 2.8520 \\ 6.9013 \end{pmatrix}$, бу ерда $\varepsilon=10^{-5}$.

№22. $A=\begin{pmatrix} 2.1 & -4.5 & -2 \\ 3 & 2.5 & 4.3 \\ -6 & 3.5 & 2.5 \end{pmatrix}$, $b=\begin{pmatrix} 19.07 \\ 3.21 \\ -18.25 \end{pmatrix}$, бу ерда $\varepsilon=10^{-3}$.

№23. $A=\begin{pmatrix} 2 & 6 & -1 \\ 5 & -1 & 2 \\ -3 & -4 & 1 \end{pmatrix}$, $b=\begin{pmatrix} -12 \\ 29 \\ 5 \end{pmatrix}$, бу ерда $\varepsilon=10^{-4}$.

№24. $A=\begin{pmatrix} 0.15 & 2.11 & 30.75 \\ 0.64 & 1.21 & 2.05 \\ 3.21 & 1.53 & 1.04 \end{pmatrix}$, $b=\begin{pmatrix} -26.38 \\ 1.01 \\ 5.23 \end{pmatrix}$.

№25. $A=\begin{pmatrix} 1.15 & 0.42 & 100.71 \\ 1.19 & 0.55 & 0.32 \\ 1 & 0.35 & 3 \end{pmatrix}$, $b=\begin{pmatrix} -198.7 \\ 2.29 \\ -0.65 \end{pmatrix}$.

Қуйидаги мисолларни $\varepsilon=10^{-3}$ аниқлик билан ҳисобланг:

№26. $A=\begin{pmatrix} -4.2 & 3.5 & 4.8 \\ 0.6 & 3.4 & 1.7 \\ 1.7 & 2.4 & -10 \end{pmatrix}$, $b=\begin{pmatrix} 7.6 \\ -0.34 \\ 5.4 \end{pmatrix}$. №27. $A=\begin{pmatrix} 5.4 & -3.3 & 6.4 \\ 5.3 & -2.7 & -2.3 \\ 5.6 & -3.4 & 5.6 \end{pmatrix}$, $b=\begin{pmatrix} -4.5 \\ 2.8 \\ 1.7 \end{pmatrix}$.

№28. $A=\begin{pmatrix} 4.6 & 2.7 & -5.7 \\ 3.7 & -4.6 & 2.9 \\ 2.5 & 5.5 & 4.3 \end{pmatrix}$, $b=\begin{pmatrix} 4.8 \\ 1.4 \\ 2.6 \end{pmatrix}$. №29. $A=\begin{pmatrix} 6.8 & -3.7 & -1.7 \\ 4.4 & -3.6 & -7.7 \\ -1.8 & 1.3 & 3.5 \end{pmatrix}$, $b=\begin{pmatrix} 2.9 \\ -3.4 \\ -2.2 \end{pmatrix}$.

№30. $A=\begin{pmatrix} 0.77 & 0.04 & -0.21 & 0.18 \\ -0.45 & 0.77 & -0.06 & 0 \\ -0.26 & -0.34 & 0.89 & 0 \\ -0.05 & 0.26 & -0.34 & 1.12 \end{pmatrix}$, $b=\begin{pmatrix} 1.24 \\ -0.88 \\ 0.62 \\ -1.17 \end{pmatrix}$.

3. Чизиқли алгебраик тенгламалар системасини ечишнинг итерация усуллари

1-мисол. Якоби усули. $Ax=f$ чизиқли алгебраик тенгламалар системасини ечиш талаб қилинган бўлсин. Бу ерда A $n-$ўлчовли квадрат матрица; f $n-$ўлчовли берилган вектор; x - топилиши лозим бўлган $n-$ўлчовли номаълум вектор.

Якоби усулида дастлаб A матрица $A=L+D+U$ кўринишда ифодаланади, бу ерда L - диагонали нолга тенг бўлган қуйи учбурчакли матрица; U - диагонали нолга тенг бўлган юқори учбурчакли матрица; D- фақат диагоналидаги элементлари нолдан фарқли матрица.

Ечимни $\varepsilon:=10^{-2}$ аниқлик билан топиш талаб қилинган бўлсин. Соддалик учун $L,D,U-$ матрицалар ва $f-$ вектор сифатида

$$L:=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 5 & -3 & 0 \end{pmatrix},\quad D:=\begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix},\quad U:=\begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},\quad f:=\begin{pmatrix} 11 \\ -2 \\ 11 \end{pmatrix}$$

берилган бўлсин. Якоби усулидаги ўтиш матрицасини $B:=-D^{-1}\cdot(L+U)$ формула ёрдамида ҳисоблаймиз. Ўтиш матрицасининг спектрал радиусини эса $\rho:=\max(|eigenvals(B)|)$ формула ёрдамида ҳисоблаймиз. Бу ерда $eigenvals(B)$ B - матрицасининг хос сонларидан ташкил топган вектор. Ечимни ε аниқликда топиш учун лозим бўладиган итерациялар сонини эса

$$n0 := ceil\left[\frac{\ln\frac{1}{\varepsilon}}{\ln\frac{1}{\rho+\varepsilon}}\right]$$

формула ёрдамида ҳисоблаймиз. Бу ерда $ceil[r]$ - r сонидан кичик бўлмаган энг кичик бутун сон. Ҳисоблаш натижаларига кўра $n0\ =11$ бўлади.

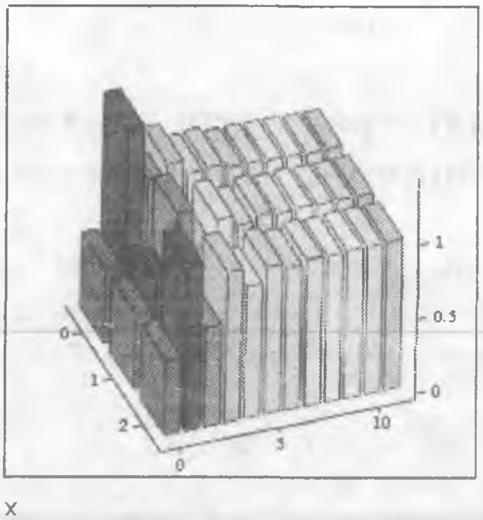
Бошланғич яқинлашиш вектори сифатида

$$x^{\langle 0\rangle}:=\begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}$$

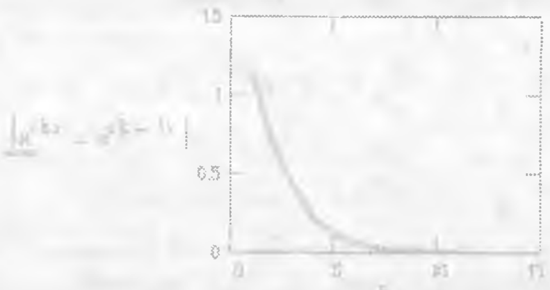
векторни оламиз. Навбатдаги яқинлашишларни Якоби усули ёрдамида топамиз:

$$k:=1..n0,\qquad x^{\langle k\rangle}:=B\cdot x^{\langle k-1\rangle}+D^{-1}\cdot f$$

$$x^{\langle n0\rangle} = \begin{pmatrix} 1.002489779067667 \\ 0.998728943792444 \\ 0.998118379396772 \end{pmatrix}, \qquad \left| x^{\langle n0\rangle} - x^{\langle n0-1\rangle} \right| = 0.003$$



1-расм. Илдизларнинг яқинлашиш диаграммаси (ҳар бир итерация алоҳида рангда).



2-расм. Хатолик функциясининг итерация сонига боғлиқлиги.

x =	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	0.5	1.417	1.044	1.123	1.032	1.044	1.016	1.017	1.007
1	0.5	0.7	1.128	0.876	1.032	0.963	1.006	0.988	1.001
2	0.5	1.111	0.669	1.018	0.89	0.993	0.963	0.993	0.987

Ушбу жадвалда ҳар бир итерация қадамидаги номаълумларнинг қийматлари келтирилган.

2-мисол. Зейдел усули. $A \cdot x = b$ система А матрицасини $A = C + D$ кўринишга келтирамиз, бунда:

$$C = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & 0 & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{n,n+1} & a_{nn} \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 0 & a_{12} & \ldots & a_{1,n-1} & a_{1n} \\ 0 & 0 & \ldots & a_{2,n-1} & a_{2,n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Натижада система $C \cdot x = -D \cdot x + b$ кўринишига келади ва унинг ечимлари $C \cdot x^{k+1} = -D \cdot x^k + b$ кетма-кетлик ёрдамида топилади. Ҳисоблашлар схемаси қуйидагича бўлади: $x_1^0, x_2^0, \ldots, x_n^0$ - бошланғич яқинлашиш,

$$x_1^{k+1} = \frac{b_1}{a_{11}} - \sum_{j=2}^{n}\left[\frac{a_{1j}}{a_{11}} \cdot x_i^{\,k}\right],$$

$$x_2^{k+1} = \frac{b_2}{a_{22}} - \frac{a_{21}}{a_{22}} \cdot x_1^{k+1} - \sum_{j=3}^{n}\left[\frac{a_{2j}}{a_{22}} \cdot x_j^{\,k}\right],$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$x_i^{k+1} = \frac{b_i}{a_{ii}} - \sum_{j=1}^{i-1}\left[\frac{a_{ij}}{a_{ii}} \cdot x_i^{k+1}\right] - \sum_{j=i+1}^{n}\left[\frac{a_{ij}}{a_{ii}} \cdot x_j^{\,k}\right],$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$x_n^{k+1} = \frac{b_n}{a_{nn}} - \sum_{j=1}^{n-1}\left[\frac{a_{nj}}{a_{nn}} \cdot x_j^{k+1}\right].$$

Зейдель усулининг яқинлашиш шарти:

$$\max_{i\neq j}\left(\sum_{j=1}^{n}\frac{a_{ij}}{a_{ii}}\right) < 1 \text{ ёки } \max_{i\neq j}\left(\sum_{i=1}^{n}\frac{a_{ij}}{a_{ii}}\right) < 1.$$

$Ax = f$ чизиқли алгебраик тенгламалар системасини ечиш талаб қилинган бўлсин. Бу ерда A $n-$ ўлчовли квадрат матрица; f $n-$ ўлчовли берилган вектор; x - топилиши лозим бўлган n - ўлчовли номаълум вектор;

Зейдел усулида A матрица дастлаб $A = L + D + U$ кўринишда ёзиб олинади, бу ерда L - диагонали ноль бўлган қуйи учбурчакли матрица; U - диагонали ноль бўлган юқори учбурчакли матрица; D - диагонал матрица.

Ечимни $\varepsilon := 10^{-2}$ аниқлик билан топиш талаб қилинган бўлсин. Соддалик учун L, D, U матрицалар ва f вектор сифатида

$$L := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 5 & -3 & 0 \end{pmatrix}, \quad D := \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}, \quad U := \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad f := \begin{pmatrix} 11 \\ -2 \\ 11 \end{pmatrix},$$

берилган бўлсин. Зейдел усулидаги ўтиш матрицасини $B := -(D + L)^{-1} \cdot U$ формула ёрдамида ҳисоблаймиз. Ўтиш матрицасининг спектрал радиусини эса $\rho := \max(|eigenvals(B)|)$ формула ёрдамида ҳисоблаймиз. Бу ерда $eigenvals(B)$ B - матрицасининг хос сонларидан ташкил топган вектор. Ечимни ε аниқликда топиш учун лозим бўладиган итерациялар сонини эса

$$n0 := ceil\left[\frac{\ln\frac{1}{\varepsilon}}{\ln\frac{1}{\rho+\varepsilon}}\right]$$

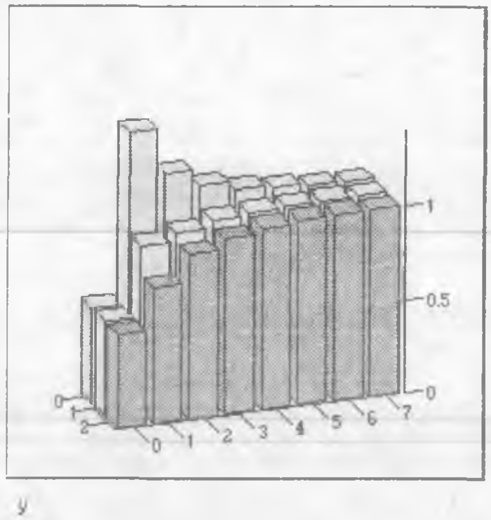
формула ёрдамида ҳисоблаймиз. Ҳисоблаш натижаларига кўра $n0 = 7$ бўлади. Бошланғич яқинлашиш вектори сифатида

$$x^{(0)} := \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}$$

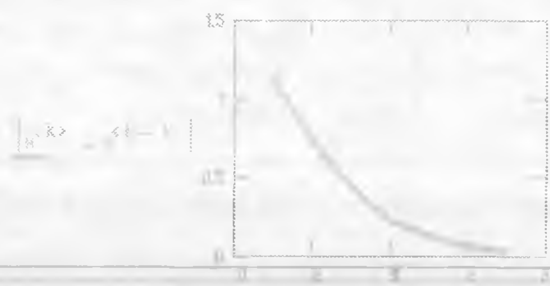
векторни оламиз. Навбатдаги яқинлашишларни Зейдел усули ёрдамида топамиз:

$$k := 1,...,n0, \qquad x^{\langle k \rangle} := B \cdot x^{\langle k-1 \rangle} + (D+L)^{-1} \cdot f,$$

$$x^{\langle n0 \rangle} = \begin{pmatrix} 1.004074296673886 \\ 0.998442156271722 \\ 0.997217220605081 \end{pmatrix}, \qquad \left| x^{\langle n0 \rangle} - x^{\langle n0-1 \rangle} \right| = 0.006$$



1-расм. Илдизларнинг яқинлашиш диаграммаси (ҳар бир илдиз алоҳида рангда).



2-расм. Хатолик функциясининг итерация сонига боғлиқлиги.

$$y = \begin{pmatrix} 0.5 & 1.417 & 1.174 & 1.085 & 1.039 & 1.019 & 1.009 & 1.004 \\ 0.5 & 0.883 & 0.927 & 0.969 & 0.985 & 0.993 & 0.997 & 0.998 \\ 0.5 & 0.73 & 0.879 & 0.942 & 0.973 & 0.987 & 0.994 & 0.997 \end{pmatrix}$$

Ушбу жадвалда ҳар бир итерация қадамидаги номаълумларнинг қийматлари келтирилган.

МИСОЛЛАР:

Мисолларни $\varepsilon = 10^{-3}$ аниқлик билан ҳисобланг:

№1. $A=\begin{pmatrix} -4.2 & 3.5 & 4.8 \\ 0.6 & 3.4 & 1.7 \\ 1.7 & 2.4 & -10 \end{pmatrix},\ b=\begin{pmatrix} 7.6 \\ -0.34 \\ 5.4 \end{pmatrix}$. №2. $A=\begin{pmatrix} 4.6 & 2.7 & -5.7 \\ 3.7 & -4.6 & 2.9 \\ 2.5 & 5.5 & 4.3 \end{pmatrix},\ b=\begin{pmatrix} 4.8 \\ 1.4 \\ 2.6 \end{pmatrix}$.

№3. $A=\begin{pmatrix} 0.77 & 0.04 & -0.21 & 0.18 \\ -0.45 & 0.77 & -0.06 & 0 \\ -0.26 & -0.34 & 0.89 & 0 \\ -0.05 & 0.26 & -0.34 & 1.12 \end{pmatrix},\ b=\begin{pmatrix} 1.24 \\ -0.88 \\ 0.62 \\ -1.17 \end{pmatrix}$.

№4. $A=\begin{pmatrix} 0.87 & -0.22 & 0.33 & -0.7 \\ -0.45 & 1 & 0.23 & -0.7 \\ -0.11 & 0 & 1.08 & -0.78 \\ -0.08 & -0.09 & -0.33 & 0.79 \end{pmatrix},\ b=\begin{pmatrix} 0.11 \\ -0.33 \\ 0.85 \\ -1.7 \end{pmatrix}$.

№5. $A=\begin{pmatrix} 1 & -0.24 & 0.48 & -0.23 \\ 0.05 & 1 & -0.44 & -0.31 \\ 0.1 & -0.03 & 1 & 0.55 \\ -0.12 & 0.07 & -0.11 & 1 \end{pmatrix},\ b=\begin{pmatrix} 0.39 \\ 0.72 \\ 0.56 \\ 0.47 \end{pmatrix}$.

№6. $A=\begin{pmatrix} 1 & -0.22 & 0.11 & -0.31 \\ -0.38 & 1 & 0.12 & 0.22 \\ -0.11 & -0.23 & 1 & 0.51 \\ -0.17 & 0.21 & -0.31 & 1 \end{pmatrix},\ b=\begin{pmatrix} 2.7 \\ -1.5 \\ 1.2 \\ -0.17 \end{pmatrix}$.

№7. $A=\begin{pmatrix} 0.91 & 0.03 & 0 & 0.04 \\ 0 & 0.49 & -0.27 & 0.08 \\ -0.33 & 0 & 0.63 & -0.21 \\ -0.11 & 0 & -0.03 & 0.42 \end{pmatrix},\ b=\begin{pmatrix} -1.2 \\ 0.81 \\ -0.91 \\ 0.17 \end{pmatrix}$.

№8. $A=\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 \\ -5 & 1 & 3 & -4 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -5 & 3 & -3 \end{pmatrix},\ b=\begin{pmatrix} 6 \\ -12 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

№9. $A=\begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 & 0 & 2 \\ 3 & 4 & -5 & 1 & -3 \\ -2 & -5 & 3 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & -2 & 5 & 3 \\ -2 & -3 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix},\ b=\begin{pmatrix} 0.5 \\ 5.4 \\ 5 \\ 7.5 \\ 3.3 \end{pmatrix}$.

№10. $A=\begin{pmatrix} 6.1818 & 0.1818 & 0.3141 & 0.1415 & 0.1516 & 0.2141 \\ 0.1818 & 7.1818 & 0.2141 & 0.1815 & 0.1526 & 0.3114 \\ 0.3141 & 0.2141 & 8.2435 & 0.1214 & 0.2516 & 0.2618 \\ 0.1415 & 0.1815 & 0.1244 & 9.3141 & 0.3145 & 0.6843 \\ 0.1516 & 0.1526 & 0.2516 & 0.3145 & 5.3116 & 0.8998 \\ 0.2141 & 0.3114 & 0.2618 & 0.6843 & 0.8998 & 4.1313 \end{pmatrix}$, $b=\begin{pmatrix} 7.1818 \\ 8.2435 \\ 9.3141 \\ 5.3116 \\ 4.1313 \\ 3.1816 \end{pmatrix}$.

№11. $A=\begin{pmatrix} 1.65 & -1.76 & 0.77 \\ -1.76 & 1.04 & -2.61 \\ 0.77 & -2.61 & 3.18 \end{pmatrix}$, $b=\begin{pmatrix} 2.15 \\ 0.82 \\ -0.73 \end{pmatrix}$.

№12. $A=\begin{pmatrix} 0.53 & -0.75 & 1.83 \\ -0.75 & 0.68 & -1.19 \\ 1.83 & -1.19 & 2.15 \end{pmatrix}$, $b=\begin{pmatrix} 0.68 \\ 0.95 \\ 1.27 \end{pmatrix}$.

№13. $A=\begin{pmatrix} 2.56 & 0.67 & -1.78 \\ 0.67 & -2.67 & 1.35 \\ -1.78 & 1.35 & -0.55 \end{pmatrix}$, $b=\begin{pmatrix} 1.14 \\ 0.66 \\ 1.72 \end{pmatrix}$.

№14. $A=\begin{pmatrix} 4.25 & -1.48 & 0.73 \\ -1.48 & 1.73 & -1.85 \\ 0.73 & -1.85 & 1.93 \end{pmatrix}$, $b=\begin{pmatrix} 1.44 \\ 2.73 \\ -0.64 \end{pmatrix}$.

№15. $A=\begin{pmatrix} 1.54 & -0.75 & 1.36 \\ -0.75 & 0.87 & -0.79 \\ 1.36 & -0.79 & 0.64 \end{pmatrix}$, $b=\begin{pmatrix} 2.45 \\ 1.07 \\ 0.51 \end{pmatrix}$.

№16. $A=\begin{pmatrix} 1.42 & -2.15 & 1.07 \\ -2.15 & 0.76 & -2.18 \\ 1.07 & -2.18 & 1.23 \end{pmatrix}$, $b=\begin{pmatrix} 2.48 \\ 1.15 \\ 0.88 \end{pmatrix}$.

№17. $A=\begin{pmatrix} 1.63 & 1.27 & -0.84 \\ 1.27 & 0.65 & 1.27 \\ -0.84 & 1.27 & -1.21 \end{pmatrix}$, $b=\begin{pmatrix} 1.51 \\ -0.63 \\ 2.15 \end{pmatrix}$.

№18. $A=\begin{pmatrix} 1.35 & -0.72 & 1.38 \\ -0.72 & 1.45 & -2.18 \\ 1.38 & -2.18 & 0.93 \end{pmatrix}$, $b=\begin{pmatrix} 0.88 \\ 1.72 \\ -0.72 \end{pmatrix}$.

№19. $A_n=\begin{bmatrix} a_1 & 2 & -3 & \dots & (-1)^n\cdot n \\ -1 & a_2 & -3 & \dots & (-1)^n\cdot n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -1 & 2 & -3 & \dots & a_n \end{bmatrix}$, $b=\begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} \\ \dots \\ \frac{1}{n} \end{pmatrix}$, $a_k=\frac{1}{k}$, $k=11,12,\dots 19$, $\varepsilon=0.5\cdot 10^{-5}$.

№28. $A=\begin{pmatrix} 1.15 & 0.42 & 100.71 \\ 1.19 & 0.55 & 0.32 \\ 1 & 0.35 & 3 \end{pmatrix}$, $b=\begin{pmatrix} -198.7 \\ 2.29 \\ -0.65 \end{pmatrix}$.

$\varepsilon = 10^{-3}$ аниқликда ҳисобланг:

№29. $A=\begin{pmatrix} -3 & 0 & 2 \\ 1 & 6 & 4 \\ -5 & 6 & 0 \end{pmatrix}$, $b=\begin{pmatrix} -5 \\ 10 \\ -2 \end{pmatrix}$. №30. $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ -3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, $b=\begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$.

4. Чизиқли алгебраик тенгламалар системасини ечишнинг итерация усуллари (давоми)

Оддий итерация усули. Ушбу усулни қўллаш учун $A\cdot x=b$ чизиқли алгебраик тенгламалар системаси $x=B\cdot x+c$ кўринишга келтирилади. Яқинлашишлар

$$x^{k+1}=B\cdot x^k+c^k \quad (k=0,1,2,...) \qquad (11)$$

реккурент формулалар бўйича изланади. Ихтиёрий $\bar{x}^0$ бошланғич яқинлашишда (11) оддий итерация усулининг яқинлашиши учун қуйидаги шартлардан бирининг бажарилиши етарли:

1) $\|B\|_I<1$, бунда $\|B\|_I=\max\limits_i\left(\sum\limits_{j=1}^{n}|b_{ij}|\right)$.

2) $\|B\|_{II}<1$, бунда $\|B\|_{II}=\max\limits_j\left(\sum\limits_{i=1}^{n}|b_{ij}|\right)$

3) $\|B\|_{III}<1$, бунда $\|B\|_{III}=\sqrt{\sum\limits_{i,j=1}^{n}|b_{ij}|^2}$

Итерация усули хатосини баҳолаш қуйидаги тенгсизликдан фойдаланилади:

$$\left|x-x^k\right|\le\frac{\|B\|^{k+1}}{1-\|B\|}\cdot\|c\|$$

1-мисол. Оддий итерация усули. $Ax=f$ чизиқли алгебраик тенгламалар системасини ечиш талаб қилинган бўлсин. Бу ерда A $n-$ўлчовли квадрат матрица; f $n-$ ўлчовли берилган вектор; x - топилиши лозим бўлган n - ўлчовли номаълум вектор;

Ечимни $\varepsilon:=10^{-2}$ аниқлик билан топиш талаб қилинган бўлсин. Соддалик учун A матрица ва f вектор сифатида

$A:=\begin{pmatrix} 6 & 1 & -1 \\ 1 & 7 & 2 \\ -1 & 2 & 8 \end{pmatrix}$, $f:=\begin{pmatrix} 6 \\ 10 \\ 9 \end{pmatrix}$, $E:=identity(rows(A))$, $\tau:=0.12$ - итерацион

параметр берилган бўлсин. Оддий итерация усулидаги ўтиш матрицасини

$B := E - \tau \cdot A$ формула ёрдамида ҳисоблаймиз. Ўтиш матрицасининг спектрал радиусини эса $\rho := \max(|eigenvals(B)|)$ формула ёрдамида ҳисоблаймиз. ε аниқликда ечимни топиш учун лозим бўладиган итерациялар сонини эса

$$n0 := ceil\left[\frac{\ln\frac{1}{\varepsilon}}{\ln\frac{1}{\rho+\varepsilon}}\right]$$

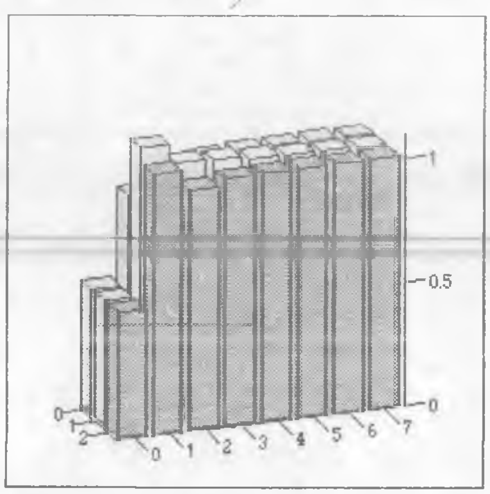
формула ёрдамида ҳисоблаймиз. Ҳисоблаш натижаларига кўра $n0 = 7$, $\rho = 0.486$ (яқинлашиш шарти $\rho < 1$ ўринли) бўлади. Бошланғич яқинлашиш вектори сифатида

$$x^{\langle 0\rangle} := \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}$$

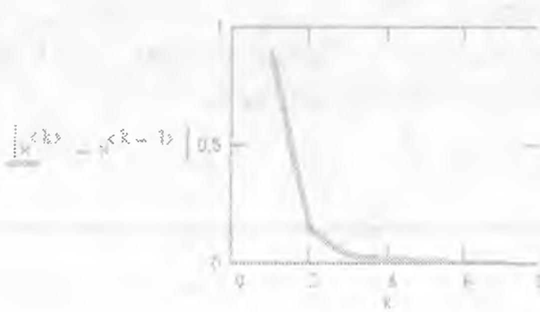
векторни оламиз. Навбатдаги яқинлашишларни оддий итерация усули ёрдамида топамиз:

$$k := 1..n0, \qquad x^{\langle k\rangle} := B \cdot x^{\langle k-1\rangle} + D^{-1} \cdot f,$$

$$x^{\langle n0\rangle} = \begin{pmatrix} 0.99892608622592 \\ 1.00100873068544 \\ 0.99916912173056 \end{pmatrix}, \qquad \left|x^{\langle n0\rangle} - x^{\langle n0-1\rangle}\right| = 0.003$$



1-расм. Илдизларнинг яқинлашиш диаграммаси (x -абцисса ўқи-итерациялар тартиби, y -ордината ўқи-илдизларнинг қиймати, ҳар бир илдиз алоҳида рангда берилган).



2- расм. Хатолик функциясининг итерация сонига боғлиқлиги.

$$x = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.86 & 0.954 & 0.98 & 0.99 & 0.995 & 0.998 & 0.999 \\ 0.5 & 1.1 & 1.023 & 1.019 & 1.008 & 1.004 & 1.002 & 1.001 \\ 0.5 & 1.04 & 0.961 & 0.987 & 0.993 & 0.997 & 0.998 & 0.999 \end{pmatrix}$$

Ушбу жадвалда ҳар бир итерация қадамидаги номаълумларнинг топилган қийматлари келтирилган.

МИСОЛЛАР:

Қуйидаги ЧАТСларни оддий итерация усули билан ε аниқликда ҳисобланг:

№1. $A_n = \begin{bmatrix} a_1 & 2 & -3 & \dots & (-1)^n \cdot n \\ -1 & a_2 & -3 & \dots & (-1)^n \cdot n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -1 & 2 & -3 & \dots & a_n \end{bmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} \\ \vdots \\ \frac{1}{n} \end{pmatrix}$, $a_k = \frac{1}{k}$, $n = 11,12,\dots 19$, $\varepsilon = 0.5 \cdot 10^{-5}$

№2.

$A_n = \begin{bmatrix} 2 & \frac{3}{2} & \frac{4}{3} & \dots & \frac{n}{n-1} \\ -a_1 & a_2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -a_2 & a_3 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_n \end{bmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}$, $a_k = \frac{21}{k}$, $n = 1001,1002,\dots,1013$, $\varepsilon = 0.5 \cdot 10^{-5}$.

№3.

$A_n = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & n-1 & \dots & n \\ -1 & 0 & 3 & n-1 & \dots & n \\ -1 & -2 & 0 & n-1 & \dots & n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -1 & -2 & -3 & -n+1 & \dots & 0 \end{bmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} n \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}$, $a_k = \frac{21}{k}$, $n = 101,102,\dots,113$, $\varepsilon = 0.5 \cdot 10^{-5}$

Қуйидаги мисолларни $\varepsilon = 10^{-3}$ аниқликда ҳисобланг:

№4. $A = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 2 \\ 1 & 6 & 4 \\ -5 & 6 & 0 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} -5 \\ 10 \\ -2 \end{pmatrix}$.

№5. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ -3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$.

№6. $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & -1 & 2\\ 2 & 3 & -1\end{pmatrix},\ b=\begin{pmatrix}-2\\ -7\\ 1\end{pmatrix}.$ №7. $A=\begin{pmatrix}4 & -2 & 3 & -4\\ 2 & -3 & -2 & -1\\ 1 & 4 & 0 & 2\\ 2 & -1 & 1 & 0\end{pmatrix},\ b=\begin{pmatrix}14\\ -1\\ -1\\ 4\end{pmatrix}.$

№8. $A=\begin{pmatrix}10 & -2 & 1\\ 1 & 5 & -1\\ 4 & 2 & 8\end{pmatrix},\ b=\begin{pmatrix}9\\ 8\\ 39\end{pmatrix}.$ №9. $A=\begin{pmatrix}3 & -4 & 5\\ 2 & 4 & -3\\ 1 & -6 & 6\end{pmatrix},\ b=\begin{pmatrix}18\\ 26\\ 0\end{pmatrix}.$

№10. $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1 & 0\\ 1 & 1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 1 & 1\\ 1 & 0 & 1 & 1\end{pmatrix},\ b=\begin{pmatrix}14\\ 10\\ 15\\ 12\end{pmatrix}.$ №11. $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & -1 & 2\\ 3 & -1 & 2 & 6\\ 2 & 8 & -3 & 5\\ 4 & 1 & -12 & -3\end{pmatrix},\ b=\begin{pmatrix}10\\ 19\\ 31\\ 40\end{pmatrix}.$

№12. $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 1\\ 2 & 1 & -1\\ 3 & -1 & 2\end{pmatrix},\ b=\begin{pmatrix}-7\\ 1\\ 2\end{pmatrix}.$ №13. $A=\begin{pmatrix}2.8 & 3.4 & 1.4\\ 3.6 & -1.8 & 2.9\\ 4.2 & 5.2 & -1.7\end{pmatrix},\ b=\begin{pmatrix}2.2\\ 1.8\\ 0.9\end{pmatrix}.$

№14. $A=\begin{pmatrix}4.1 & 3.2 & 2.9\\ 2.9 & 3.1 & 3.1\\ 8.5 & 4.8 & 5.8\end{pmatrix},\ b=\begin{pmatrix}1.2\\ 3.1\\ 6.6\end{pmatrix}.$ №15. $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & -1 & -1\\ 1 & -1 & 1 & -1\\ 1 & -1 & -1 & 1\end{pmatrix},\ b=\begin{pmatrix}36\\ 24\\ 12\\ 0\end{pmatrix}.$

№16. $A=\begin{pmatrix}2.7 & 3.8 & 2.9\\ 3.1 & 3.4 & 2.8\\ 5.2 & -1.7 & 2.3\end{pmatrix},\ b=\begin{pmatrix}1.7\\ 2.1\\ 3.8\end{pmatrix}.$ №17. $A=\begin{pmatrix}10.1 & 5.6 & 7.3\\ 4.8 & 6.1 & 3.8\\ 5.1 & 6.7 & 2.2\end{pmatrix},\ b=\begin{pmatrix}10.6\\ 7.7\\ 6.8\end{pmatrix}.$

№18. $A=\begin{pmatrix}4.3 & 3.1 & 3.8\\ 5.1 & 4.7 & 5.8\\ 3.7 & 3.8 & -2.1\end{pmatrix},\ b=\begin{pmatrix}1.8\\ 6.7\\ 4.3\end{pmatrix}.$ №19. $A=\begin{pmatrix}8.6 & 6.8 & 5.7\\ 4.8 & 5.1 & 3.7\\ 3.9 & -3.1 & 4.8\end{pmatrix},\ b=\begin{pmatrix}2.01\\ 10.7\\ -8.8\end{pmatrix}.$

№19. $$A=\begin{pmatrix}a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_n\\ -x_1 & x_2 & 0 & \dots & 0\\ 0 & -x_2 & x_3 & \dots & 0\\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots\\ 0 & 0 & 0 & \dots & x_n\end{pmatrix},\ b_n=\begin{pmatrix}n\\ 1\\ 1\\ \dots\\ 1\end{pmatrix}\quad a_k=\left(1+\frac{1}{k}\right),\ x_k=2-\frac{1}{k},$$

бу ерда $\varepsilon=0.5\cdot 10^{-3}, n=1000,\ 1001,\ 1002,\dots,\ 1010$

№20. $$A_n=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1\\ 1 & a_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0\\ 1 & 1 & a_2 & 0 & \dots & 0 & 0\\ 1 & 0 & 1 & a_3 & \dots & 0 & 0\\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots\\ 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & a_{n-1}\end{pmatrix},\ b_n=\begin{pmatrix}\sin\left(\frac{\pi}{n}\right)\\ \sin\left(\frac{\pi}{n-1}\right)\\ \dots\\ \sin\left(\frac{\pi}{1}\right)\end{pmatrix},\quad a_k=1+k\cdot 0.01,$$

бу ерда $\varepsilon=0.5\cdot 10^{-5}, n=100,101,102,\dots,120$.

№21. $A_n=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ x_1 & a_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ x_2 & x_2 & a_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ x_3 & x_3 & x_3 & a_3 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_n & x_n & x_n & x_n & \dots & x_n & a_n \end{pmatrix}$, $b_n=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ \dots \\ 1 \end{pmatrix}$, $a_k=k$, $x_k=\frac{1}{k}$,

бу ерда $\varepsilon=0.5\cdot 10^{-5}, n=100,101,102,\dots,110$.

№22. $A=\begin{pmatrix} x_1 & a_2 & \dots & a_n \\ a_1 & x_2 & \dots & a_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_1 & a_2 & \dots & x_n \end{pmatrix}$, $b=\begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} \\ \dots \\ \frac{1}{n} \end{pmatrix}$ $a_k=(-1)^k\cdot k$,

бу ерда $\varepsilon=0.5\cdot 10^{-7}, n=10,11,12,\dots,20$

№23. $A=\begin{pmatrix} 8.64-\alpha & 1.71 & 5.42 \\ -6.39 & 4.25 & 1.84+\alpha \\ 4.21 & 7.92-\alpha & -3.41 \end{pmatrix}$, $b=\begin{pmatrix} 10.21-\beta \\ 3.41+\beta \\ 12.29 \end{pmatrix}$

$\alpha=0.5\cdot k, k=0,1,\dots,4,\ \beta=0.2\cdot k, k=0,1,\dots,5$, бу ерда $\varepsilon=10^{-5}$.

№24. $A=\begin{pmatrix} 8.30 & 2.62+\alpha & 4.10 & 1.90 \\ 3.91 & 8.41 & 7.78-\alpha & 2.46 \\ 3.77 & 7.21+\alpha & 8.04 & 2.28 \\ 2.21 & 3.65-\alpha & 1.69 & 6.99 \end{pmatrix}$, $\vec{b}=\begin{pmatrix} -10.65+\beta \\ 12.21 \\ 15.45-\beta \\ -8.35 \end{pmatrix}$

$\alpha=0.2\cdot k, k=0,1,\dots,4,\ \beta=0.2\cdot k, k=0,1,\dots,5$, бу ерда $\varepsilon=10^{-5}$

№25. $A=\begin{pmatrix} 3 & -2 & 5.3 & -2.1 & 1 \\ 1 & 4 & -6 & 4.5 & -6 \\ 3 & 6 & -7.3 & -9 & 3.4 \\ -2 & -3 & 1 & -4 & 6 \\ 1 & -4 & 6.5 & 1 & -3 \end{pmatrix}$, $b_n=\begin{pmatrix} 28.3 \\ -36.2 \\ 24.5 \\ 16.2 \\ 4.3 \end{pmatrix}$, бу ерда $\varepsilon=10^{-5}$.

№26. $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & -2.1 & 1 \\ 0.4 & 0.5 & 4 & -8.5 \\ 0.3 & -1 & 1 & 5.2 \\ 1 & 0.2 & 2.5 & -1 \end{pmatrix}$, $b=\begin{pmatrix} 2.7 \\ 21.9 \\ -3.9 \\ 9.9 \end{pmatrix}$, бу ерда $\varepsilon=10^{-5}$.

№27. $A=\begin{pmatrix} 3.24 & -2.18 & 5.09 & -2.37 & 1.21 \\ 0.73 & 3.85 & -6.23 & 4.8 & -5.93 \\ 2.88 & 5.73 & -7.02 & -9.17 & 3.58 \\ 2.1 & 3.02 & -0.78 & 3.85 & -6 \\ 1.2 & -4.13 & 6.48 & 0 & -3.24 \end{pmatrix}$, $b_n=\begin{pmatrix} 28.38 \\ -36 \\ 24.48 \\ -16.23 \\ 4.34 \end{pmatrix}$, бу ерда $\varepsilon=10^{-3}$.

№28. $A=\begin{pmatrix} 4.21 & 22.42+\alpha & 3.85 \\ 2.31 & 31.49 & 1.52 \\ 3.49 & 4.85 & 28.72+\alpha \end{pmatrix}$, $b=\begin{pmatrix} 30.24 \\ 40.95-\beta \\ 42.81 \end{pmatrix}$,

$\alpha = 0.25\cdot k, k = 0,1,...,4, \beta = 0.35\cdot k, k = 0,1,...,5$, бу ерда $\varepsilon = 10^{-5}$.

№29. $A=\begin{pmatrix} 3.81 & 0.25 & 1.28 & 0.75+\alpha \\ 2.25 & 1.32 & 4.58+\alpha & 0.49 \\ 5.31 & 6.28+\alpha & 0.98 & 1.04 \\ 9.39+\alpha & 2.45 & 3.35 & 2.28 \end{pmatrix}$, $b=\begin{pmatrix} 4.21 \\ 6.47+\beta \\ 2.38 \\ 10.48+\beta \end{pmatrix}$

$\alpha = 0.5\cdot k, k = 0,1,...,4, \beta = 0.5\cdot k, k = 0,1,...,5$, бу ерда $\varepsilon = 10^{-5}$.

№30. $A=\begin{pmatrix} 2.6 & -4.5 & -2 \\ 3 & 3 & 4.3 \\ -5 & 3.5 & 3 \end{pmatrix}$, $b=\begin{pmatrix} 19.07 \\ 3.21 \\ -18.25 \end{pmatrix}$, бу ерда $\varepsilon = 10^{-5}$.

5. Чебишев параметрлар мажмуаси билан ошкор итерацион усули

$Ax = f$ чизиқли алгебраик тенгламалар системасини ечиш талаб қилинган бўлсин. Бу ерда $A > 0$ n- ўлчовли симметрик квадрат матрица; f n- ўлчовли берилган вектор; x - топилиши лозим бўлган n - ўлчовли номаълум вектор;

Ечимни $\varepsilon := 10^{-2}$ аниқлик билан топиш талаб қилинган бўлсин. Соддалик учун A матрица ва f вектор сифатида

$$A := \begin{pmatrix} 6 & 1 & -1 \\ 1 & 7 & 2 \\ -1 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \quad f := \begin{pmatrix} 6 \\ 10 \\ 9 \end{pmatrix}, \quad E := identity(rows(A)).$$

берилган бўлсин. Бу ерда E - n ўлчовли бирлик матрица. Чебишев параметрлари мажмуасини ҳисоблаш учун зарур бўладиган катталикларни ҳисоблаймиз. A матрицанинг хос сонларидан ташкил топган векторни ҳисоблаш учун Mathcad тизимининг ички қурилган $\Lambda := eigenvals(A)$ функциясидан фойдаланамиз. Унда $\Lambda = \begin{pmatrix} 7.143 \\ 9.571 \\ 4.286 \end{pmatrix}$ бўлади. Бундан эса A матрицанинг энг катта ва энг кичик хос сонларини Mathcad тизимининг ички қурилган $\lambda\max := \max(\Lambda)$ ва $\lambda\min := \min(\Lambda)$ функциялари ёрдамида ҳисоблаймиз. Энди Чебишев параметрлари мажмуасида иштирок этадиган катталикларни ҳисоблаймиз:

$$\tau 0 := \frac{2}{\lambda\max + \lambda\min}, \quad \xi := \frac{\lambda\min}{\lambda\max}, \quad \rho 0 := \frac{1-\xi}{1+\xi}, \quad \rho 1 := \frac{1-\sqrt{\xi}}{1+\sqrt{\xi}}.$$

ε аникликгача ечимни топиш учун лозим бўладиган итерациялар сонини эса

$$n0 := ceil\left[\frac{\ln\frac{1}{\varepsilon}}{\ln\frac{1}{\rho 1}}\right]$$

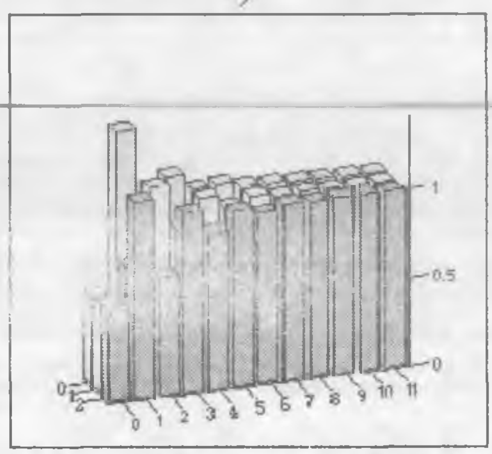
формула ёрдамида ҳисоблаймиз. Ҳисоблаш натижаларига кўра $n0 = 3$, $\rho 1 := 0.198$ бўлади. Чебишев параметрлари мажмуаси бошланғич яқинлашиш вектори сифатида

$$x^{\langle 0\rangle} := \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}$$

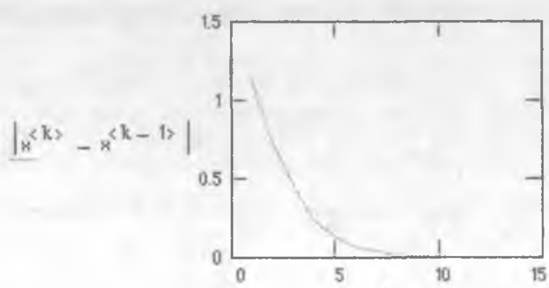
векторни оламиз. Навбатдаги яқинлашишларни Якоби усули ёрдамида топамиз:

$$k := 1,...,n0, \qquad x^{\langle k\rangle} := B\cdot x^{\langle k-1\rangle} + D^{-1}\cdot f,$$

$$x^{\langle n0\rangle} = \begin{pmatrix} 1.002489779067667 \\ 0.998728943792444 \\ 0.998118379396772 \end{pmatrix}, \qquad \left|x^{\langle n0\rangle} - x^{\langle n0-1\rangle}\right| = 0.003$$



1-расм. Илдизларнинг яқинлашиш диаграммаси (ҳар бир илдиз алоҳида рангда).



2-расм. Хатолик функциясининг итерация сонига боғлиқлиги.

$x =$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0.5	1.417	1.044	1.123	1.032	1.044	1.016	1.017	1.007	1.006	1.003
1	0.5	0.7	1.128	0.876	1.032	0.963	1.006	0.988	1.001	0.996	1
2	0.5	1.111	0.664	1.108	0.84	0.993	0.963	0.993	0.987	0.996	0.995

Ушбу жадвалда ҳар бир итерация қадамидаги номаълумларнинг қийматлари келтирилган.

<u>МИСОЛЛАР:</u>

Чебишев параметрлар мажмуаси билан $\varepsilon = 10^{-3}$ аниқликда ҳисобланг:

№1. $A = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 2 \\ 1 & 6 & 4 \\ -5 & 6 & 0 \end{pmatrix}, \; b = \begin{pmatrix} -5 \\ 10 \\ -2 \end{pmatrix}.$ №2. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ -3 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \; b = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}.$

№3. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \end{pmatrix}, \; b = \begin{pmatrix} -2 \\ -7 \\ 1 \end{pmatrix}.$ №4. $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 3 & -4 \\ 2 & -3 & -2 & -1 \\ 1 & 4 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \; b = \begin{pmatrix} 14 \\ -1 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}.$

№5. $A = \begin{pmatrix} 10 & -2 & 1 \\ 1 & 5 & -1 \\ 4 & 2 & 8 \end{pmatrix}, \; \vec{b} = \begin{pmatrix} 9 \\ 8 \\ 39 \end{pmatrix}.$ №6. $A = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 2 & 4 & -3 \\ 1 & -6 & 6 \end{pmatrix}, \; b = \begin{pmatrix} 18 \\ 26 \\ 0 \end{pmatrix}.$

№7. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \; b = \begin{pmatrix} 14 \\ 10 \\ 15 \\ 12 \end{pmatrix}.$ №8. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 2 & 6 \\ 2 & 8 & -3 & 5 \\ 4 & 1 & -12 & -3 \end{pmatrix}, \; b = \begin{pmatrix} 10 \\ 19 \\ 31 \\ 40 \end{pmatrix}.$

№9. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \; b = \begin{pmatrix} -7 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}.$ №10. $A = \begin{pmatrix} 2.8 & 3.4 & 1.4 \\ 3.6 & -1.8 & 2.9 \\ 4.2 & 5.2 & -1.7 \end{pmatrix}, \; b = \begin{pmatrix} 2.2 \\ 1.8 \\ 0.9 \end{pmatrix}.$

№11. $A = \begin{pmatrix} 4.1 & 3.2 & 2.9 \\ 2.9 & 3.1 & 3.1 \\ 8.5 & 4.8 & 5.8 \end{pmatrix}, \; b = \begin{pmatrix} 1.2 \\ 3.1 \\ 6.6 \end{pmatrix}.$ №12. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \; b = \begin{pmatrix} 36 \\ 24 \\ 12 \\ 0 \end{pmatrix}.$

№13. $A = \begin{pmatrix} 2.7 & 3.8 & 2.9 \\ 3.1 & 3.4 & 2.8 \\ 5.2 & -1.7 & 2.3 \end{pmatrix}, \; b = \begin{pmatrix} 1.7 \\ 2.1 \\ 3.8 \end{pmatrix}.$ №14. $A = \begin{pmatrix} 10.1 & 5.6 & 7.3 \\ 4.8 & 6.1 & 3.8 \\ 5.1 & 6.7 & 2.2 \end{pmatrix}, \; b = \begin{pmatrix} 10.6 \\ 7.7 \\ 6.8 \end{pmatrix}.$

№15. $A=\begin{pmatrix} 4.3 & 3.1 & 3.8 \\ 5.1 & 4.7 & 5.8 \\ 3.7 & 3.8 & -2.1 \end{pmatrix},\ b=\begin{pmatrix} 1.8 \\ 6.7 \\ 4.3 \end{pmatrix}.$ №16. $A=\begin{pmatrix} 8.6 & 6.8 & 5.7 \\ 4.8 & 5.1 & 3.7 \\ 3.9 & -3.1 & 4.8 \end{pmatrix},\ b=\begin{pmatrix} 2.01 \\ 10.7 \\ -8.8 \end{pmatrix}.$

№17. $A=\begin{pmatrix} -4.2 & 3.5 & 4.8 \\ 0.6 & 3.4 & 1.7 \\ 1.7 & 2.4 & -10 \end{pmatrix},\ b=\begin{pmatrix} 7.6 \\ -0.34 \\ 5.4 \end{pmatrix}.$ №18. $A=\begin{pmatrix} 5.4 & -3.3 & 6.4 \\ 5.3 & -2.7 & -2.3 \\ 5.6 & -3.4 & 5.6 \end{pmatrix},\ b=\begin{pmatrix} -4.5 \\ 2.8 \\ 1.7 \end{pmatrix}.$

№19. $A=\begin{pmatrix} 4.6 & 2.7 & -5.7 \\ 3.7 & -4.6 & 2.9 \\ 2.5 & 5.5 & 4.3 \end{pmatrix},\ b=\begin{pmatrix} 4.8 \\ 1.4 \\ 2.6 \end{pmatrix}.$ №20. $A=\begin{pmatrix} 6.8 & -3.7 & -1.7 \\ 4.4 & -3.6 & -7.7 \\ -1.8 & 1.3 & 3.5 \end{pmatrix},\ b=\begin{pmatrix} 2.9 \\ -3.4 \\ -2.2 \end{pmatrix}.$

№21. $A=\begin{pmatrix} 0.77 & 0.04 & -0.21 & 0.18 \\ -0.45 & 0.77 & -0.06 & 0 \\ -0.26 & -0.34 & 0.89 & 0 \\ -0.05 & 0.26 & -0.34 & 1.12 \end{pmatrix},\ b=\begin{pmatrix} 1.24 \\ -0.88 \\ 0.62 \\ -1.17 \end{pmatrix}.$

№22. $A=\begin{pmatrix} 0.87 & -0.22 & 0.33 & -0.7 \\ -0.45 & 1 & 0.23 & -0.7 \\ -0.11 & 0 & 1.08 & -0.78 \\ -0.08 & -0.09 & -0.33 & 0.79 \end{pmatrix},\ b=\begin{pmatrix} 0.11 \\ -0.33 \\ 0.85 \\ -1.7 \end{pmatrix}.$

№23. $A=\begin{pmatrix} 1 & -0.24 & 0.48 & -0.23 \\ 0.05 & 1 & -0.44 & -0.31 \\ 0.1 & -0.03 & 1 & 0.55 \\ -0.12 & 0.07 & -0.11 & 1 \end{pmatrix},\ b=\begin{pmatrix} 0.39 \\ 0.72 \\ 0.56 \\ 0.47 \end{pmatrix}.$

№24. $A=\begin{pmatrix} 1 & -0.22 & 0.11 & -0.31 \\ -0.38 & 1 & 0.12 & 0.22 \\ -0.11 & -0.23 & 1 & 0.51 \\ -0.17 & 0.21 & -0.31 & 1 \end{pmatrix},\ b=\begin{pmatrix} 2.7 \\ -1.5 \\ 1.2 \\ -0.17 \end{pmatrix}.$

№25. $A=\begin{pmatrix} 0.91 & 0.03 & 0 & 0.04 \\ 0 & 0.49 & -0.27 & 0.08 \\ -0.33 & 0 & 0.63 & -0.21 \\ -0.11 & 0 & -0.03 & 0.42 \end{pmatrix},\ b=\begin{pmatrix} -1.2 \\ 0.81 \\ -0.91 \\ 0.17 \end{pmatrix}.$

№26. $A=\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 \\ -5 & 1 & 3 & -4 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -5 & 3 & -3 \end{pmatrix},\ b=\begin{pmatrix} 6 \\ -12 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}.$

$$\text{№27.}\quad A=\begin{pmatrix}1 & 3 & -2 & 0 & 2\\ 3 & 4 & -5 & 1 & -3\\ -2 & -5 & 3 & -2 & 2\\ 1 & 1 & -2 & 5 & 3\\ -2 & -3 & 2 & 3 & 4\end{pmatrix},\quad b=\begin{pmatrix}0.5\\ 5.4\\ 5\\ 7.5\\ 3.3\end{pmatrix}.$$

$$\text{№28.}\quad A=\begin{pmatrix}2.56 & 0.67 & -1.78\\ 0.67 & -2.67 & 1.35\\ -1.78 & 1.35 & -0.55\end{pmatrix},\quad b=\begin{pmatrix}1.14\\ 0.66\\ 1.72\end{pmatrix}.$$

$$\text{№29.}\quad A=\begin{pmatrix}1.65 & -1.76 & 0.77\\ -1.76 & 1.04 & -2.61\\ 0.77 & -2.61 & 3.18\end{pmatrix},\quad b=\begin{pmatrix}2.15\\ 0.82\\ -0.73\end{pmatrix}.$$

$$\text{№30.}\quad A=\begin{pmatrix}0.53 & -0.75 & 1.83\\ -0.75 & 0.68 & -1.19\\ 1.83 & -1.19 & 2.15\end{pmatrix},\quad b=\begin{pmatrix}0.68\\ 0.95\\ 1.27\end{pmatrix}.$$

6. Матрица хос қийматлари ва хос векторларини топиш

1-мисол. А.Н. Крилов усули. Фараз қиламиз,

$$A:=\begin{pmatrix}1 & 4 & 1\\ -1 & 1 & 3\\ 1 & 2 & -1\end{pmatrix}\qquad n:=rows(A),\ n=3$$

$n=3$ - ўлчовли квадрат матрица берилган бўлсин. Ушбу матрицанинг хос сон ва хос векторларини топиш талаб қилинган бўлсин.

1) Нолдан фарқли ихтиёрий $c^{\langle 0\rangle}:=\begin{pmatrix}0.31\\ 0.2\\ 0.1\end{pmatrix}$ вектор танланади, қолган $c^{\langle i\rangle}$, $i:=1,2,...,n,\ c^{\langle i\rangle}:=A\cdot c^{\langle i-1\rangle}$ муносабат бўйича аниқланади.

$$c=\begin{pmatrix}0.31 & 0.91 & 2.78 & 5.8\\ 0.2 & 0.39 & 0.41 & 1.77\\ 0.1 & 0.31 & 1.38 & 2.22\end{pmatrix}$$

2) Ушбу

$$p_1\cdot c_{n-1,1}+p_2\cdot c_{n-2,1}+...+p_n\cdot c_{0,1}=c_{n,1},$$
$$p_1\cdot c_{n-1,2}+p_2\cdot c_{n-2,2}+...+p_n\cdot c_{0,2}=c_{n,2},$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$p_1\cdot c_{n-1,n}+p_2\cdot c_{n-2,n}+...+p_n\cdot c_{0,n}=c_{n,n}$$

система тузилади ва ундан p_l лар аниқланади:

$G := submatrix(c,0,n-1,0,n-2),\ j := 0,...,n-1,\quad l := 0,...,n-1, C_{l,j} := G_{l,n-1-j}, p := C^{-1} \cdot c^{\langle n \rangle}$.

Бундан

$$G = \begin{pmatrix} 0.31 & 0.91 & 2.78 \\ 0.2 & 0.39 & 0.41 \\ 0.1 & 0.31 & 1.38 \end{pmatrix},\ C = \begin{pmatrix} 2.78 & 0.91 & 0.31 \\ 0.41 & 0.39 & 0.2 \\ 1.38 & 0.31 & 0.1 \end{pmatrix},\ p = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix},\ c^{\langle n \rangle} := \begin{pmatrix} 5.8 \\ 1.77 \\ 2.22 \end{pmatrix}$$

қийматлар келиб чиқади.

3) $\phi(\lambda) = (-1)^n \cdot \left[\lambda^n - \sum_{I=1}^{n} \left(p_I \cdot \lambda^{n-1}\right)\right]$ характеристик кўпҳад тузилади ва ундан хос сонлар аниқланади:

$$v_{i-1} := -p_{n-i}, v_n := 1,\quad v = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \lambda := polyroots(v)$$

$\lambda = \begin{pmatrix} -1.814 \\ 0.471 \\ 2.343 \end{pmatrix}$ Крилов усули ёрдамида топилган хос сонлардан тузилган вектор ва

$eiganvals(A) = \begin{pmatrix} 0.471 \\ -1.814 \\ 2.343 \end{pmatrix}$ Mathcad системаси ёрдамида топилган хос сонлардан тузилган вектор.

4) Хос векторлар аниқлаймиз:

$$\beta_{i\,n} := 1\ ,\qquad k := n-1,...,1,$$

$$\beta_{i,k} := (\lambda_{i-1})^{n-k} - \sum_{J=0}^{n-k-1} \left(p_J \cdot (\lambda_{i-1})^{(n-k-J)-1}\right), x^{\langle i \rangle} := \sum_{J=1}^{n} \left(\beta_{i,J} \cdot c^{\langle J-1 \rangle}\right),$$

$$submatrix(x,0,n-1,1,n) = \begin{pmatrix} 0.561 & 0.981 & 3.737 \\ -0.577 & -0.221 & 0.848 \\ 0.728 & 0.366 & 1.626 \end{pmatrix}$$

Крилов усули ёрдамида топилган хос векторлардан тузилган матрица ва

$eigenvecs(A) = \begin{pmatrix} 0.917 & 0.517 & 0.898 \\ -0.207 & -0.531 & 0.204 \\ 0.342 & 0.671 & 0.39 \end{pmatrix}$ Mathcad системаси ёрдамида топилган хос векторлардан тузилган матрица.

МИСОЛЛАР:

Матрица хос қийматлари ва хос векторларини топинг.

№1. $A=\begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 \\ -1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$. №2. $A=\begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 2 & -1 & 6 \\ 2 & -3 & -2 \end{pmatrix}$.

№3. $A=\begin{pmatrix} 10 & 2 & 10 \\ -2 & -1 & -6 \\ 1 & -3 & -2 \end{pmatrix}$. №4. $A=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ -2 & 5 & -2 \end{pmatrix}$.

№5. $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & 7 & 5 \\ -3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$. №6. $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

№7. $A=\begin{pmatrix} 1 & 1.2 & 2.5 & 3 \\ 1.2 & 1 & 2 & 1 \\ 2.5 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 & 1.2 \end{pmatrix}$. №8. $A=\begin{pmatrix} 1.5 & 2.5 & 3.5 & 4.5 \\ 2.5 & 3 & 2.1 & 3.1 \\ 3.5 & 2.1 & 4 & 1 \\ 4.5 & 3.1 & 1 & 5 \end{pmatrix}$.

№9. $A=\begin{pmatrix} 1.12 & 0.32 & 0.21 & 0.11 \\ 0.32 & 2.12 & 3.12 & -0.8 \\ 0.18 & 0.24 & 4 & 0.26 \\ 0.24 & 0.56 & 0.6 & -6 \end{pmatrix}$. №10. $A=\begin{pmatrix} 0.5 & 1 & -2 & 0.4 \\ 2 & 0.6 & 3 & -0.6 \\ 0.8 & 0.7 & 2 & -0.2 \\ 1.2 & 0.5 & 2.2 & 6 \end{pmatrix}$.

№11. $A=\begin{pmatrix} 1.75 & 1.72 & 3.32 \\ 1 & 2 & 4 \\ 0.25 & -3 & 6 \end{pmatrix}$. №12. $A=\begin{pmatrix} 2 & 0.5 & 1.3 & -1 \\ 0.4 & 3 & 0.6 & 0.8 \\ 0.5 & 0.7 & 4 & 0.9 \\ 0.8 & 0.9 & 1.2 & 5 \end{pmatrix}$.

№13. $A=\begin{pmatrix} -3.2 & 2.2 & 2.4 & 3.5 \\ -1.3 & 2.3 & 3 & 0.2 \\ 6.22 & 0.14 & 2 & -2.45 \\ 6 & 8 & 1 & 3 \end{pmatrix}$. №14. $A=\begin{pmatrix} 2 & 0.34 & 0.22 & 0.25 \\ 1.56 & 2 & 0.43 & 0.18 \\ 0.34 & 5 & -0.26 & 0.65 \\ 3 & 0.16 & 4 & -5 \end{pmatrix}$.

№15. $A=\begin{pmatrix} 3.8 & 1 & 1.8 \\ 1 & 3.4 & 1.8 \\ 1.8 & 1.8 & 3.8 \end{pmatrix}$. №16. $A=\begin{pmatrix} 4.2 & 1 & 2.3 \\ 1 & 4.4 & 2 \\ 2.3 & 3 & 5 \end{pmatrix}$.

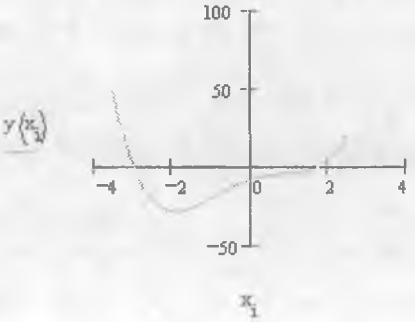
№17. $A=\begin{pmatrix}4 & 1 & 0\\ 1 & 2 & 1\\ 0 & 1 & 1\end{pmatrix}$. №18. $A=\begin{pmatrix}2 & -1 & 0 & 0\\ -1 & 2 & -1 & 0\\ 0 & -1 & 2 & -1\\ 0 & 0 & -1 & 2\end{pmatrix}$.

№19. $A=\begin{pmatrix}0.3 & 0.9 & 0.1\\ 0.9 & 2.2 & 0.3\\ 0.1 & 0.3 & 1\end{pmatrix}$. №20. $A=\begin{pmatrix}2.4 & 1 & 1.1\\ 1 & 3.2 & 1.2\\ 1.1 & 1.2 & 3.6\end{pmatrix}$.

7. Чизиқсиз тенгламаларни тақрибий ечиш усуллари

1-мисол. Оддий итерация усули (тенгламалар учун). $f(x)=0$ тенглама унга эквивалент бўлган $x=\varphi(x)$ кўринишга келтирилади; x_0 бошланғич қиймат (яқинлашиш) танланади; кейинги x_{n+1} яқинлашишлар $x_{n+1}=\varphi(x_n)$, $n=0,1,...$ рекуррент формула бўйича изланади. n чексизга интилганда $\{x_n\}$ кетма-кетликнинг яқинлашиши етарли шарти: $\left|\left(\frac{d}{dx}\varphi(x)\right)\right|\le q<1$ кўринишда берилади.

Масалан, тенгламадаги функция $f(x):=x^4-5\cdot x^2+8\cdot x-8$ бўлсин ва унинг илдизини $\varepsilon:=0.5\cdot 10^{-3}$ аниқликда топиш талаб қилинсин. Ушбу функция графигини $[a,b]$ оралиқда чизиб, унинг илдизлари ётган оралиқларни аниклаймиз. Бунда $a:=-3.5$, $b:=2.5$ деб олиб, оралиқни $N:=100$ бўлакка бўламиз: $i:=0,...,N$, $x_i:=i\cdot\frac{b-a}{N}+a$, $y_i:=f(x_i)$.



1-расм. $y=f(x)$ функция графиги.

Тенглама илдизлари $(-3;-2.9)$ ва $(1.5;1.9)$ оралиқларда ётади. Тенгламани турлича каноник $x=\varphi(x)$ кўринишда ёзиш мумкин, бунда:

$$\varphi 1(x):=-x^4+5x^2-7x+8,\ \varphi 2(x):=\frac{-x^4+5x^2+8}{8},\ \varphi 3(x):=\sqrt{\frac{x^4+8x+8}{5}}.$$

Уларнинг ичидан биз қараётган оралиқларда яқинлашиш шартини бажариладиганини олишимиз керак. Бошланғич яқинлашиш $x_0:=1.7$ бўлсин. Ҳар бир каноник кўриниш учун яқинлашиш шартни текширамиз:

$$q1 := \left|\frac{d}{dt}\varphi 1(t)\right|, \quad q1 = 9.652, \quad q2 := \left|\frac{d}{dt}\varphi 2(t)\right|, \quad q2 = 0.331, q3 := \left|\frac{d}{dt}\varphi 3(t)\right|, \quad q3 = 1.655,$$

$$z := 1.5, 1.51 \ldots, 1.85, \quad q2(z) := \left|\frac{d}{dz}\varphi 2(z)\right|.$$

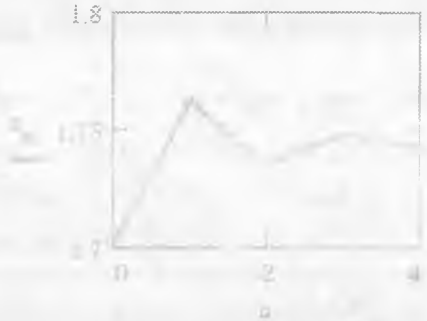
Демак, иккинчи $\varphi 2(x)$ функция билан ёзилган каноник кўриниш яқинлашиш шартини қаноатлантиряпти. Энди ε аниқлик билан ечимни топиш учун керак бўладиган итерациялар сонини

$$|x_N - \xi| \le \frac{q^N}{1-q} \cdot |x_0 - \varphi(x_0)| \le \varepsilon$$

тенгсизликни ечиб N -ни топиш билан аниқлаймиз:

$$N := ceil\left(\frac{\ln\left(\frac{1-q2}{|t-\varphi 2(t)|} \cdot \varepsilon\right)}{\ln(q2)}\right), \qquad N = 100$$

Ҳисоблашларни $n := 0..N-1,\ z_0 := t,\ z_{n+1} := \varphi 2(z_n)$ муносабат бўйича бажарамиз. Натижани график кўринишида намойиш этамиз.



2-расм. Илдизга яқинлашиш графиги (n-абцисса ўқи - итерациялар тартиби; z - ордината ўқи - яқинлашиш қиймати).

Бу ерда хатолик

$$\frac{q2^N}{1-q2} \cdot |t - \varphi 2(t)| = 3.727 \cdot 10^{-4}$$

қийматга тенг бўлади.

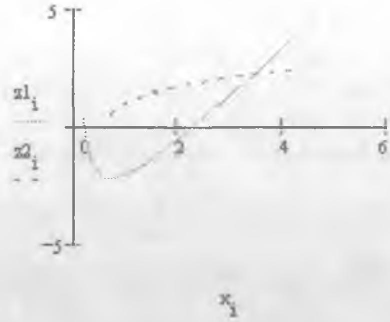
Демак, тенглама илдизи $z_N = 1.7453326362$ бўлади.

<u>2-мисол. Оддий итерация усули (тенгламалар системаси учун).</u> Берилган ушбу

$$\begin{cases} f1(x,y) := 2x^2 - x\cdot(y+5) + 1 = 0, \\ f2(x,y) := x + 3\lg(x) - y^2 = 0 \end{cases}$$

тенгламалар системасининг мусбат илдизлари $\varepsilon = 0.5 \cdot 10^{-4}$ аниқликда топилсин. Системанинг илдизларини график ёрдамида тақрибан аниқлаймиз. Шу мақсадда $f1(x,y) = 0$ ва $f2(x,y) = 0$ тенгламаларни y - га нисбатан ечиб, функция графикларини чизамиз:

$$g1(x) := -5 + \frac{2x^2+1}{x},\quad g2(x) := \sqrt{x + 3\lg(x)}, i := 0,...,100,\quad u_i := 0.2 + \frac{4}{100}i,\quad z1_i := g1(u_i),\quad z2_i := g2(u_i)$$



1-расм. $f1(x,y)$ ва $f2(x,y)$ функция графиклари.

Чизмадан кўринишича, шу илдиз $3.4 < x < 3.6,\ 2.1 < y < 2.3$ ораликда ётади. Бошланғич яқинлашиш сифатида $x_0 := 3.5$, $y_0 := 2.2$ олиб, системани каноник шаклга келтирамиз:

$$\phi 1(x,y) := \sqrt{0.5\cdot(x\cdot(y+5)-1)},\ \phi 2(x,y) := g2(x)$$

Энди $|x-3.5| \le 0.1, |y-2.2| \le 0.1$ соҳада $q = \max\left(\sum_{j=1}^{n}\left|\frac{d}{dx_j}\phi_i\right|\right) < 1$ (яқинлашиш) шартининг бажарилишини текширамиз:

$$\phi 1x(x,y) := \frac{\partial}{\partial x}\phi 1(x,y), \phi 2x(x,y) := \frac{\partial}{\partial x}\phi 2(x,y), \phi 1y(x,y) := \frac{\partial}{\partial y}\phi 1(x,y), \phi 2y(x,y) := \frac{\partial}{\partial y}\phi 2(x,y)$$

$$i := 0..30,\ j := 0..30, x_i := 3.4 + \frac{0.2}{50}i,\ y_j := 2.1 + \frac{0.2}{50}j$$

$$a_{i,j} := |\phi 1x(x_i, y_j)| + |\phi 1y(x_i, y_j)|,\ b_{i,j} := |\phi 2x(x_i, y_j)| + |\phi 2y(x_i, y_j)|$$

$$Q1 := \max(a),\ Q2 := \max(b),\ q := \max(Q1, Q2),\ q = 0.774.$$

Демак, $q < 1$. Итерация жараёни яқинлашади. ε аниқлик билан ечимни аниқлаш учун зарур бўладиган итерациялар сонини

$$\left|\xi - x^{(k)}\right| \le \frac{\eta}{1-q}\cdot q^N \le \varepsilon$$

тенгсизлик ёрдамида ҳисоблаймиз:

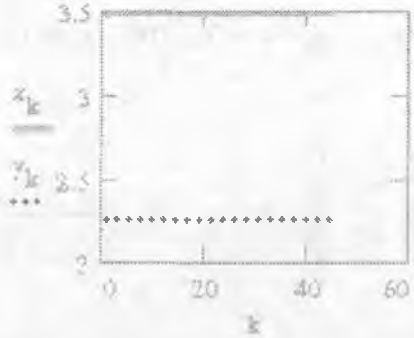
$$x_0 := 3.5,\quad y_0 := 2.2,\ \eta_1 := |x_0 - \phi 1(x_0, y_0)|,\ \eta_2 := |x_0 - \phi 2(x_0, y_0)|,\ \eta 0 := \max(\eta),$$

$$\delta := \frac{\eta 0}{1-q}, \delta = 5.457, \eta = 1.235, N := ceil\left(\frac{\ln\left(\frac{\varepsilon}{\delta}\right)}{\ln(q)}\right)$$

Демак, бажарилиши зарур бўлган итерациялар сони $N = 46$. Кетма-кет яқинлашишларни

$$\begin{pmatrix} x_{k+1} \\ y_{k+1} \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} \phi 1(x_k, y_k) \\ \phi 2(x_k, y_k) \end{pmatrix},\ k := 0..N-1$$

рекуррент формула ёрдамида амалга оширамиз ва $x_{46} = 3.487, y_{46} = 2.262$ эканлигини аниқлаймиз.

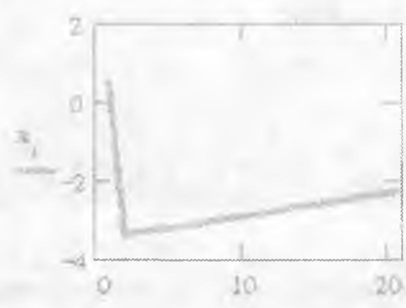


2 -расм. Яқинлашиш графиги.

3-мисол. Релаксация усули (тенгламалар учун).

$1-4x^2=0$ тенгламанинг $[0.1;1.5]$ интервалдаги илдизини топиш талаб этилаётган бўлсин. Ушбу тенгламани релаксация усули билан ечамиз. $a:=0.1$- илдиз жойлашган интервалнинг чап чегараси, $b:=1.5$- илдиз жойлашган интервалнинг ўнг чегараси бўлиб, тенгламани $f(z):=\frac{1}{4}-z^2$ кўринишда ёзиб оламиз. Берилган $[0.1;1.5]$ оралиқни $M:=100$ бўлакка бўлиб, Ушбу нуқталарда функциянинг қийматларини $j:=0..M$ $y_j:=\left|f\left(a+\frac{b-a}{M}\cdot j\right)\right|$ ҳисоблаймиз.

$M1:=\max(y)$ - $|f(x)|$ функция максимуми, $m1:=\min(y)$ - $|f(x)|$ функция минимуми, $\tau:=\frac{2}{M1+m1}$ - оптимал параметр, $N:=21$ итерациялар сони, $x_0:=0.5$ бошланғич яқинлашиш. $x_1:=x_0+\tau\cdot f(x_0)$ - биринчи яқинлашишни ҳисоблаб, $err:=10^{-2}$ аниқликни берилямиз. $i:=1,...,N,\ x_{i+1}:=until\left|(x_i-x_{i-1})^2-err, x_i+\tau\cdot f(x_i)\right|$ ифодаларни ёзиб, навбатдаги яқинлашишларни ҳисоб, $u:=last(x)$, $u=100$, $x_{100}=2.5$ эканлигини аниқлаймиз.



1-мисол. Ньютон усули (тенгламалар учун). $f(x):=x^4-5\cdot x^2+8\cdot x-8$ тенгламанинг $[-3;-2.9]$ оралиқдаги илдизини топинг. Тенгламани Ньютон усули билан ечиш алгоритмини келтирамиз. $f(x)$- узлуксиз дифференциалланувчи функция ва $f(a)\cdot f(b)<0$ бўлсин, яъни $f(x)=0$ тенгламанинг илдизи ξ (a,b)

интервалда ётсин. x_0 – бошланғич қиймат сифатида (a,b) оралиқнинг $f(x)\cdot f'(x)>0$ бажариладиган нуқтаси олинади. Кейинги яқинлашишлар:

$$x_{n+1}=x_n-\frac{f(x_n)}{\frac{d}{dx}f(x_n)},\ \frac{d}{dx}f(x_n)\neq 0, n=0,1,2,...$$

Агар $f''(x)$ ҳосила узлуксиз ва $f'(\xi)\neq 0$ бўлса, у ҳолда

$$\xi-x_{n+1}=\frac{-\frac{d^2}{dx^2}f(\xi_n)\cdot(\xi-x_n)^2}{\frac{d}{dx}f(x_n)}\cdot\xi_n$$

$[\xi,x_n]$ оралиқда ётади. Ньютон усули квадратик яқинлашувчи усул. Усулнинг яқинлашиш шарти:

Л.Канторович теоремаси: $f(x)$ функция $(|x-x_0|\leq\delta)=S$ кесмада аниқланган ва икки марта узлуксиз дифференциалланувчи бўлиб, қуйидаги шартларни қаноатлантирсин:

1. $\frac{d}{dx}f(x_0)\neq 0,\left|\left(\frac{d}{dx}f(x_0)\right)^{-1}\right|\leq B$;

2. $\left|\frac{f(x_0)}{\left(\frac{d}{dx}f(x_0)\right)}\right|\leq\eta$;

3. $\left|\frac{d^2}{dx^2}f(x)\right|\leq K$, x - S кесмада ётувчи ихтиёрий нуқта;

4. $h=B\cdot K\cdot\eta\leq 0.5.\left(a(h)=\frac{1-\sqrt{1-2\cdot h}}{h}\right)\leq\delta$.

У ҳолда, S кесмада $f(x)=0$ тенгламанинг ечими мавжуд бўлиб, x_n кетма-кетлик тенглама ечимига яқинлашади ва $|\xi-x_n|\leq\frac{(2\cdot h)^{2n-1}\cdot\eta}{2^{n-1}}$ баҳо ўринли. Булардан ташқари, агар $h\leq\frac{1}{2}$ бўлса, у ҳолда $f(x)=0$ тенглама $|x-x_0|\leq\delta<t=\frac{1-\sqrt{1-2\cdot h}\cdot\eta}{h}$ оралиқда ягона ечимга эга бўлади.

Энди берилган тенгламанинг илдизини Mathcad тизимида ечамиз.

$g(t):=\frac{d}{dt}f(t)$ $g1(t):=\frac{d^2}{dt^2}f(t)$ $\varepsilon=10^{-9}$ ҳисоблаб, бошланғич яқинлашиш сифатида $x_0:=-3$ ни олиш мумкин, чунки $f(-3)\cdot g1(-3)>0$. Энди Канторович теоремаси шартларини текширамиз:

1. $g(x_n)=-69.99999999$ $B:=\left|(g(x_0))^{-1}\right|$

2. $\eta:=\left|\frac{f(x_0)}{g(x_0)}\right|$

3. $i:=0,1..100$ $Z_i:=\left|g1\left(\frac{-2.9+3.1}{100}\cdot i-3.1\right)\right|$ $K:=\max(Z)$ $K=105.320000000001$

4. $h := B \cdot K \cdot \eta \quad h = 0.085977551 \quad h \le 0.52 \quad \delta := \dfrac{1-\sqrt{1-2\cdot h}}{h} \quad \delta = 1.04713578796336$

Демак яқинлашиш шартлари бажарилади. Сўралаётган аниқликдаги илдизни топиш учун лозим бўладиган итерациялар сонини ҳисоблаймиз:

$$N := 0 \quad N := ceil\left[root\left[\left[\frac{(2\cdot h)^{2^{N-1}}\cdot \eta}{2^{N-1}} - \varepsilon\right], N\right]\right] \quad N = 5$$

Энди ҳисоблашларни Ньютон формуласи билан бажарамиз:

$$j := 0..N-1 \quad x_{j+1} := x_j - \frac{f(x_j)}{g(x_j)}$$

$$x = \begin{bmatrix} -3 \\ -2.9428571428 \\ -2.9404117087 \\ -2.94040734286 \\ -2.94040734285 \\ -2.94040734285 \end{bmatrix}$$

Ушбу кетма-кетликдан тенгламанинг ечими $x_5 = -2.94040734285$ эканлигини аниқлаймиз.

4-мисол. Релаксация усули (тенгламалар системаси учун).

a). $\begin{cases} f1(x) \equiv x^2 - y^2 = 0, \\ f2(x) \equiv x^2 + y^2 = 2 \end{cases}$ чизиқсиз тенгламалар системасини ечиш талаб этилаётган бўлсин. Бунинг учун тенгламалар системасини қуйидаги кўринишда ёзиб оламиз:

$$\begin{pmatrix} x_{i+1} \\ y_{i+1} \end{pmatrix} := \begin{bmatrix} x_i - \tau \cdot \left[(x_i)^2 - (y_i)^2\right] \\ y_i - \tau \cdot \left[\left[(x_i)^2 + (y_i)^2\right] - 2\right] \end{bmatrix}$$

Бошланғич яқинлашиш сифатида $x_0 := 0.5$, $y_0 := 0.5$ олиб, $\tau := -0.3$ итерация параметрини танлаймиз. $N := 20$ - итерация сони, $i := 0..N$ бўлганда

$$f1(x,y) := x^2 - y^2 \qquad \begin{pmatrix} x_{i+1} \\ y_{i+1} \end{pmatrix} := \begin{bmatrix} x_i - \tau \cdot f1(x_i, y_i) \\ y_i - \tau \cdot f2(x_i, y_i) \end{bmatrix} \qquad x_{20} = -1.004 \quad y_{20} = -1.002 .$$

$$f2(x,y) := x^2 + y^2 - 2$$

b).

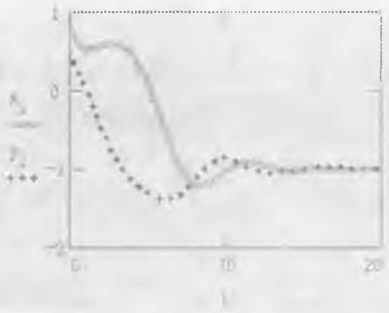
$f(x,y) := x^2 \cdot y^2 - 2\cdot x^3 - 5\cdot y^3 - 2.401; \quad g(x,y) := x^4 - 8\cdot y + 3.474;$

$fx(x,y) := 2x\cdot y^2 - 6\cdot x^2; \quad gx(x,y) := 4x^3; \quad fy(x,y) := 2x^2\cdot y - 15\cdot y^2; \quad gx(x,y) := -8$

$$A_i := \left|\begin{pmatrix} f(x_i,y_i) & fy(x_i,y_i) \\ g(x_i,y_i) & gy(x_i,y_i) \end{pmatrix}\right|, \qquad B_i := \left|\begin{pmatrix} fx(x_i,y_i) & f(x_i,y_i) \\ gx(x_i,y_i) & g(x_i,y_i) \end{pmatrix}\right|, \qquad J_i := \left|\begin{pmatrix} fx(x_i,y_i) & fy(x_i,y_i) \\ gx(x_i,y_i) & gy(x_i,y_i) \end{pmatrix}\right|$$

тengликларни ҳосил қиламиз ва бошланғич яқинлашиш сифатида $x_0 := 0.8$, $y_0 := 0.5$ олиб,

$$\begin{pmatrix} x_{i+1} \\ y_{i+1} \end{pmatrix} := \begin{bmatrix} x_i - \dfrac{A_i}{J_i} \\ y_i - \dfrac{B_i}{J_i} \end{bmatrix}$$ формула ёрдамида чизиқсиз тенгламалар системасининг ечимини топамиз. Қуйидаги расмда x_i, y_i номаълумларнинг қийматлари тасвирланган.



МИСОЛЛАР:

Қуйидаги чизиқсиз тенгламалар системасини $\varepsilon = 1 \cdot 10^{-3}$ аниқликда итерация усули билан ечинг:

№1. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, x > 0, y > 0, \\ \sin(x + y) - 1.6 \cdot x = 0. \end{cases}$ №2. $\begin{cases} x^2 + 2 \cdot y^2 = 1, \\ tg(x \cdot y - 0.1) = x. \end{cases}$ №3. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ \cos(x + y) - 1.2 \cdot x = 0.2. \end{cases}$

№4. $\begin{cases} 0.9 \cdot x^2 + 2 \cdot y^2 = 1, \\ tg(x \cdot y + 0.3) = x^2. \end{cases}$ №5. $\begin{cases} 0.8 \cdot x^2 + 2 \cdot y^2 = 1, \\ ctgxy = x^2. \end{cases}$

№6. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, x > 0, y > 0, \\ \sin(x + y) - 1.5 \cdot x = 0.1. \end{cases}$

№7. $\begin{cases} 0.9 \cdot x^2 + 2 \cdot y^2 = 1, \\ tg(x \cdot y + 0.2) = x^2. \end{cases}$ №8. $\begin{cases} 0.8 \cdot x^2 + 2 \cdot y^2 = 1, \\ tg(x \cdot y + 0.4) = x^2. \end{cases}$ №9. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ \sin(x + y) = y - 0.1. \end{cases}$

№10. $\begin{cases} 0.5 \cdot x^2 + 2 \cdot y^2 = 1, \\ tg(x \cdot y + 0.1) = x^2. \end{cases}$ №11. $\begin{cases} 0.9 \cdot x^2 + 2 \cdot y^2 = 1, \\ tgxy = x^2. \end{cases}$

№12. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ \cos(x + y) - 1.2 \cdot x = 0. \end{cases}$

№13. $\begin{cases} x = lg\left(\dfrac{y}{z}\right) + 1, \\ y = 0.4 + z^2 - 2 \cdot x^2, \\ z = 2 + \dfrac{xy}{20}. \end{cases}$ $\quad x_0 = 1,\ y_0 = 2.2,\ z_0 = 2.$

Тенглама ҳақиқий илдизларининг чегараларини топинг.

№28. $x^4 - 35x^3 + 380x^2 - 1350x + 1000 = 0$.

Тенглама илдизларини ажратинг.

№29. $x^5 - 4x^4 + (6+\alpha)\cdot x^3 - 3x^2 + 2x + \beta = 0, \alpha, \beta = 0(1)$.

8. Чизиқсиз тенгламаларни тақрибий ечиш усуллари (давоми)

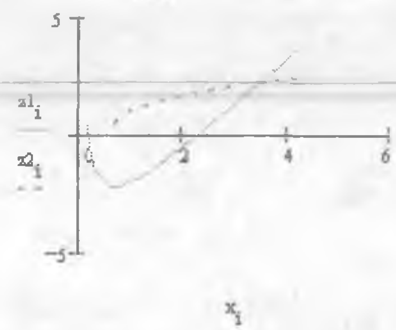
2-мисол. Ньютон усули (тенгламалар системаси учун). Берилган ушбу

$$f1(x,y) := 2x^2 - x\cdot(y+5) + 1 = 0;$$
$$f2(x,y) := x + 3\lg(x) - y^2 = 0$$

тенгламалар системасининг мусбат илдизлари $\varepsilon = 0.5\cdot 10^{-10}$ аниқликда топилсин. Системанинг илдизларини график ёрдамида тақрибан аниқлаймиз. Шу мақсадда $f1(x,y)=0$ ва $f2(x,y)=0$ тенгламаларни y-га нисбатан ҳал қилиб графикларини чизамиз:

$$g1(x) := -5 + \frac{2x^2+1}{x}, \qquad g2(x) := \sqrt{x + 3\lg(x)}$$

$$i := 0..100, \quad u_i := 0.2 + \frac{4}{100}i, \quad z1_i := g1(u_i), \quad z2_i := g2(u_i)$$



1-расм. $f1(x,y)$ ва $f2(x,y)$ графиклари.

Чизмадан кўринишича ушбу илдиз $3.4 < x < 3.6$, $2.1 < y < 2.3$ оралиқда ётади. Бошланғич яқинлашиш сифатида $x_0 := 3.5$, $y_0 := 2.2$ оламиз ва системани Ньютон усули бўйича ечиш учун :

$$In(x,y):=\left|\begin{pmatrix} \frac{d}{dx}f1(x,y) & \frac{d}{dy}f1(x,y) \\ \frac{d}{dx}f2(x,y) & \frac{d}{dy}f2(x,y) \end{pmatrix}\right|,\quad An(x,y):=\left|\begin{pmatrix} f1(x,y) & \frac{d}{dy}f1(x,y) \\ f2(x,y) & \frac{d}{dy}f2(x,y) \end{pmatrix}\right|$$

$$Bn(x,y):=\left|\begin{pmatrix} \frac{d}{dx}f1(x,y) & f1(x,y) \\ \frac{d}{dx}f2(x,y) & f2(x,y) \end{pmatrix}\right|,\quad \phi1(x,y):=x-\frac{An(x,y)}{In(x,y)},\ \phi2(x,y):=y-\frac{Bn(x,y)}{In(x,y)}$$

белгилаш киритамиз. Энди $|x-3.5|\le 0.1, |y-2.2|\le 0.1$ соҳада $q=\max\left(\sum_{j=1}^{n}\left|\frac{d}{dx_j}\phi_i\right|\right)<1$ (яқинлашиш) шартнинг бажарилишини текширамиз:

$$\phi1x(x,y):=\frac{d}{dx}\phi1(x,y),\ \phi2x(x,y):=\frac{d}{dx}\phi2(x,y),\ \phi1y(x,y):=\frac{d}{dy}\phi1(x,y),\ \phi2y(x,y):=\frac{d}{dy}\phi2(x,y)$$

$$i:=0,...,10\ ,\ j:=0,...,30\ x_i:=3.41+\frac{0.2}{10}i\ ,\ y_j:=2.11+\frac{0.2}{10}i$$

$$a_{i,j}:=\left|\phi1x(x_i,y_j)\right|+\left|\phi1y(x_i,y_j)\right|,\ b_{i,j}:=\left|\phi2x(x_i,y_j)\right|+\left|\phi2y(x_i,y_j)\right|$$

$$Q1:=\max(a),\ Q2:=\max(b)\ ,\ q:=\max(Q)\ ,\ q=0.774$$

Демак, $q<1$ бўғанлиги сабабли итерация жараёни яқинлашади. $\varepsilon=0.5\cdot10^{-10}$ аниқлик билан ечимни аниқлаш учун зарур бўладиган итерациялар сонини

$$\left|\xi-x^{(k)}\right|\le\frac{\eta}{1-q}\cdot q^{N}\le\varepsilon$$

тенгсизлик ёрдамида ҳисоблаймиз:

$$x_0:=3.5\ ,\quad y_0:=2.2$$

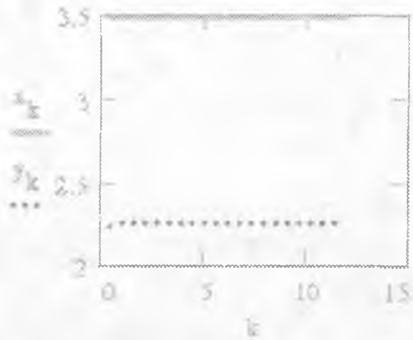
$$\eta_1:=\left|x_0-\phi1(x_0,y_0)\right|\ ,\ \eta_2:=\left|x_0-\phi2(x_0,y_0)\right|\ ,\ \eta0:=\max(\eta)$$

$$\delta:=\frac{\eta0}{1-q}\ ,\ \delta=5.457\ ,\ \eta=1.235\ ,\ N:=ceil\left(\frac{\ln\left(\frac{\varepsilon}{\delta}\right)}{\ln(q)}\right)$$

Демак, бажарилиши зарур бўлган итерациялар сони $N=46$. Кетма-кет яқинлашишларни

$$\begin{pmatrix} x_{k+1} \\ y_{k+1} \end{pmatrix}:=\begin{pmatrix} \phi1(x_k,y_k) \\ \phi2(x_k,y_k) \end{pmatrix},\ k:=0..N-1$$

рекуррент формула ёрдамида амалга оширамиз.



2-расм. Яқинлашиш графиги.

М И С О Л:

$f(t) := t^4 - 5\cdot t^2 + 8\cdot t - 8$ функция берилган.

$g(t) := \frac{d}{dt} f(t)$

$g1(t) := \frac{d^2}{dt^2} f(t)$, $\varepsilon := 10^{-9}$ - аниқлик берилган бўлсин . Тенгламанинг илдизлари $(-3,-2.9)$ ва $(1.5.2)$ оралиқларда етади. Биринчи оралиқни қарайлик.

Бошланғич яқинлашиш сифатида $x_0 := -3$ ни олиш мумкин, чунки $f(-3)\cdot g1(-3) > 0$. Канторович теоремаси шартларини текширамиз:

1. $g(x_0) := -70, B := \left|(g(x_0))^{-1}\right|$
2. $\eta := \left|\frac{f(x_0)}{(g(x_0))}\right|$
3. $i := 0,1,...,100, Z_i := \left|g1\left(\frac{-2.9+3.1}{100}\cdot i - 3.1\right)\right|, K := \max(Z), K = 105.32$
4. $h := B\cdot K\cdot\eta, h = 0.086, h \le 0.5, \delta := \frac{1-\sqrt{1-2\cdot h}}{h}, \delta = 1.047$

Демак, яқинлашиш шартлари бажарилади. Берилган аниқликда илдизни топиш учун лозим бўладиган итерациялар сонини ҳисоблаймиз:

$N := 0$

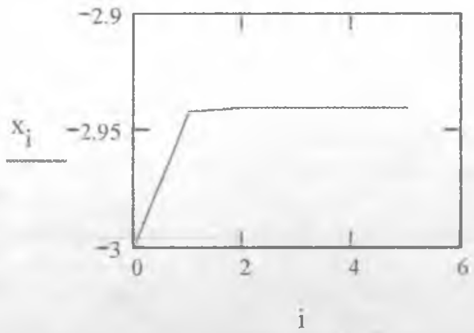
$$N := ceil\left[root\left[\left[\frac{(2\cdot h)^{2\cdot N-1}\cdot\eta}{2^{N-1}} - \varepsilon\right], N\right]\right], N = 2$$

Ҳисоблашларни Ньютон формуласи бўйича бажарамиз:

$$j := 0..N-1$$

$$x_{j+1} := x_j - \frac{f(x_j)}{g(x_j)}$$

$i := 0..N$



Расм 1. Илдизга яқинлашиш графиги.

x -ордината ўқи – яқинлашиш қиймати;
i -абсцисса ўқи - итерациялар тартиби.

$|x_N - x_{N-1}| = 0$ - хатолик.

Тенгламанинг ечими қуйидагича кетмағкетликдан аниқланади:

x =

	0
0	-3
1	-2.943
2	-2.94
3	-2.94
4	-2.94
5	-2.94
6	-3.14
7	-3.08
8	-3.02
9	-2.96
10	-2.9
11	-2.84
12	-2.78
13	-2.72
14	-2.66
15	-2.6

МИСОЛЛАР:

Қуйидаги системалар Ньютон усули қўлланилиб, $\varepsilon = 0.001$ аниқлик билан ечилсин:

№1. $\begin{cases} x^7 - 5\cdot x^2\cdot y^4 + 11.321303 = 0 \\ y^5 - 3\cdot x^4\cdot y - 3.642436 = 0 \end{cases}$

№2. $\begin{cases} (x\cdot y)^3 - 3\cdot x^3 - 6\cdot y^3 + 17.25 = 0 \\ x^4 - 9y - 2.5 = 0 \end{cases}$

№3. $\begin{cases} 3\cdot x^2 - x\cdot y - y^2 + 4\cdot x - 3\cdot y + 1.52 = 0 \\ y\cdot \cos(y) + x - 1.234829 = 0 \end{cases}$

№4. $\begin{cases} \sin(0.7x + y^2) + x^2 - y^2 - 0.8060918 = 0 \\ 25\cdot x^2 - y^2 - 9\,615 = 0 \end{cases}$

№5. $\begin{cases} e^{xy} - x^2 + y = 1.7676106 \\ (x+0.5)^3 + y^3 = 3.234 \end{cases}$

№6. $\begin{cases} \sin(x + 2y) - xy = -0.70201589 \\ x^2 - y^2 = -0.5376 \end{cases}$

№7. $\begin{cases} \sin(x - y) + 2.3x = 4.9256629 \\ x^2 + y^2 = 5.5864188 \end{cases}$

№8. $\begin{cases} 5x - 6y + 20\lg(x) + 16 = 0 \\ 2x + y - 10\lg(y) - 0.834224 = 0 \end{cases}$

№9. $\begin{cases} \sin(x - 2.2y) - xy + 4.6754632 = 0 \\ \dfrac{x^3}{1.75} - y^2 + 1.7142858 = 0 \end{cases}$

№10. $\begin{cases} tg(y - x) + xy = -9.1310061 \\ x^2 + y^2 = 18.32 \end{cases}$

№11. $\begin{cases} \sin(x + \alpha) + \beta y = \gamma \\ ax + b\cos(y + c) = d \end{cases}$ бу ерда: $\alpha = 1, a = 2$; $\beta = -1, b = 1$; $\gamma = 1.2, c = 0$

№12. $\begin{cases} \cos(x + \alpha) + \beta y = \gamma \\ ax + b\cos(y + c) = d \end{cases}$ бу ерда: $\alpha = -1, a = 1$; $\beta = 1, b = -1$; $\gamma = 0\ 5\ c = 0$

№13. $\begin{cases} tg(x + \alpha) + \beta y = \gamma \\ ax + b\sin(y + c) = d \end{cases}$ бу ерда: $\alpha = 0, a = 2$; $\beta = 1, b = -1$; $\gamma = 1.5, c = -0.5$

№14. $\begin{cases} \sin(x + \alpha) + \beta y = \gamma \\ ax + b\sin(y + c) = d \end{cases}$ бу ерда: $\alpha = -1, a = 1$; $\beta = 1, b = -1$; $\gamma = 1.3, c = 1$

$\varepsilon = 0.00001$ аниқлик билан ҳисобланг.

№15. $\begin{cases} tg(xy + k) = x^2 \\ ax^2 + 2\cdot y^2 = 1 \end{cases}$ бу ерда: $x > 0, y > 0$ $\alpha = 0.5 + 0.1\cdot m$; $k = 0.1\cdot m$

№16. $\begin{cases} e^{xy} = x^2 - y + \alpha \\ (x+0.5)^2 + y^2 = k \end{cases}$ бу ерда: $x > 0, y > 0 \quad \alpha = 1 + 0.1 \cdot m$
$m = 0,1,...,4 \quad k = 0.6 + 0.1 \cdot m$

№17. $\begin{matrix} x^2 \cdot y^2 - 3 \cdot x^3 - 6 \cdot y^3 + 8 = 0 \\ x^4 - 9 \cdot y + 2 = 0 \end{matrix}$ №18. $\begin{cases} \sin(x) - y = 1.32 \\ \cos(y) - x = -0.85 \end{cases}$

$y = 0, y = x, x = 0.5$ чизиқлар билан чегараланган соҳадаги ечимларни топинг.

№19. $\begin{cases} 2 \cdot x^2 - xy - y^2 + 2x - 2y + 6 = 0 \\ y - x - 1 = 0, d = 1 \end{cases}$

№20. $\begin{cases} \alpha \cdot x^3 - y^2 - 1 = 0 \\ x \cdot y^3 - y - 4 = 0 \end{cases}$, $\begin{matrix} \alpha = 1 + 0.5 \cdot k \\ k = 0,1,...,5, d = 0.8 \end{matrix}$

№21. $\begin{cases} \alpha \cdot x^3 - y^2 - 1 = 0 \\ x \cdot y^3 - y - 4 = 0 \end{cases}$, $\begin{matrix} \alpha = 1 + 0.5 \cdot k \\ k = 0,1,...,5, d = 2 \end{matrix}$

$\varepsilon = 0.01$ аниқлик билан тенглама илдизларини ҳисобланг.

№22. $x^3 - 1.5x^2 + 0.58x - 0.057 = 0$

№23. $x^4 - 4x^3 + 5.5x^2 + 0.5 = 0$

№24. $x^5 - 5x^4 - 4x^3 + 20x^2 + 25 = 0$

№25. $x^5 + 11x^4 + 101x^2 + 11x + 10 = 0$

№26. $\sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot e^{\alpha x} + \frac{x}{a^2 + x^2} = 0, a = 0.1k, k = 0,1$

№27. $e^{0.724x + a} - 2.831x = 0, a = 0.1k, k = 0,1,2,3$

№28. $x^3 - 2.5x^2 - x + 2 = 0$

№29. $x^4 - 7.99x^3 - 24.10x^2 + 47.81x + 80.21 = 0$

№30. $x^3 - 0.4x + 0.08 = 0$

III. ФУНКЦИЯЛАРНИ ЯҚИНЛАШТИРИШ

9. Функцияларни яқинлаштириш. Алгебраик кўпҳадлар билан интерполяциялаш

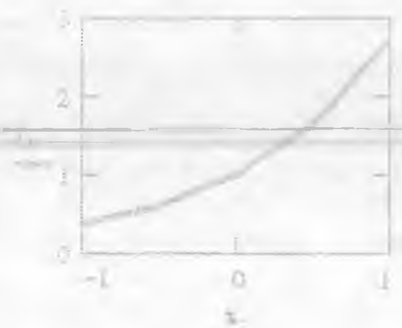
Фараз қиламиз, $[a,b]$ кесмада $a := -1, b := 1$ бўлган ҳолда $N := 4,\ i := 0..N,\ x_i := a + \frac{b-a}{N} \cdot i$ берилган тугун нуқталарда $f(x) := e^x$ функциянинг қийматлари $y_i := f(x_i)$ маълум бўлсин. Берилган x_i тугун нуқталарда қиймати $f(x)$ функция қийматига тенг бўлган n-тартибли Лагранж интерполяцион кўпҳадини қурамиз.

Лагранж интерполяцион кўпҳади.

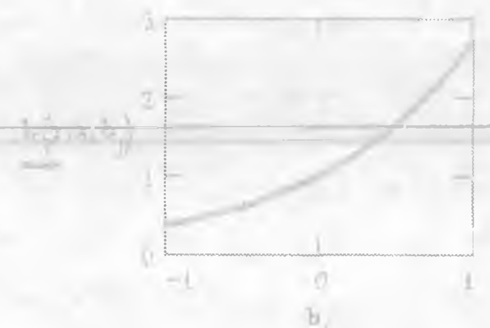
$$L(y,x,t) := \left| \begin{array}{l} N \leftarrow rows(y) - 1 \\ L \leftarrow \sum_{k=0}^{N} if\left(k = 0, 1, \prod_{j=0}^{k-1} \frac{t - x_j}{x_k - x_j}\right) \cdot if\left(k = N, 1, \prod_{j=k+1}^{N} \frac{t - x_j}{x_k - x_j}\right) y_k \end{array} \right.$$

Функция қийматларини Лагранж интерполяцион кўпҳади ёрдамида тугун нуқталардан иборат бўлмаган $[a,b]$ кесмада ётувчи бошқа нуқталарда ҳисоблаш талаб қилинган бўлсин:

$M := 21,\ j := 0..M,\ b_j := a + \frac{b-a}{M} \cdot j$

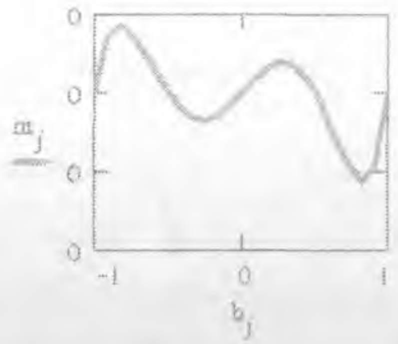


1-расм. Функция графиги.



2-расм. Интерполяцион кўпҳад графиги.

b_j нуқталардаги интерполяция хатолигини ҳисоблаб чиқамиз. Интерполяция хатолиги: $m_j := f(b_j) - L(y,x,b_j)$



3-расм. Хатолик функциясининг графиги.

Ньютон интерполяцион формуласи

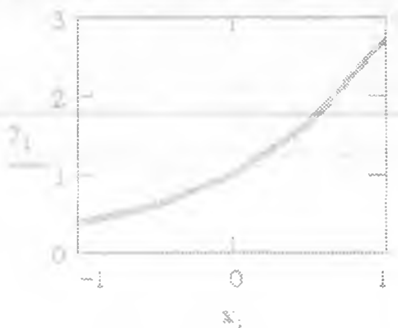
Ньютон интерполяцион формуласини Mathcad дастури ёрдамида тузамиз:

$$\mathrm{NewtonMatrix}(y,x) := \left| \begin{array}{l} N \leftarrow \mathrm{rows}(y) - 1 \\ \text{for } i \in 1..N \\ \quad \text{for } j \in 0..N-i \\ \qquad y_{j,i} \leftarrow \dfrac{y_{j,i-1} - y_{j+1,i-1}}{x_j - x_{j+i}} \\ y \end{array} \right.$$

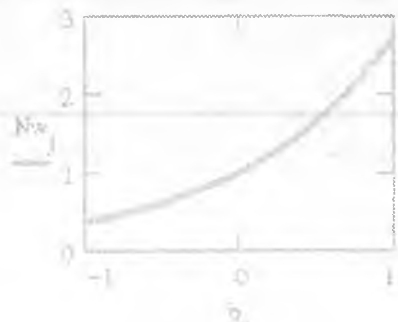
NewtonMatrix функцияси айирмали бўлинмалар қийматлари жадвалини тузади.

$$\mathrm{Newton}(y,x,u) := \left| \begin{array}{l} A \leftarrow \mathrm{NewtonMatrix}(y,x) \\ N \leftarrow \mathrm{rows}(y) - 1 \\ d \leftarrow 0 \\ \text{for } i \in N..1 \\ \quad \left| \begin{array}{l} d \leftarrow d + A_{0,i} \\ d \leftarrow d\left(u - x_{i-1}\right) \end{array} \right. \\ d \leftarrow d + A_{0,0} \\ d \end{array} \right.$$

Тузилган интерполяцион кўпхаднинг b_j нуқталардаги қийматини $Nw_j := Newton(y,x,b_j)$ ифода орқали ҳисоблаймиз ва натижаларни қуйидаги графикларда тасвирлаймиз:



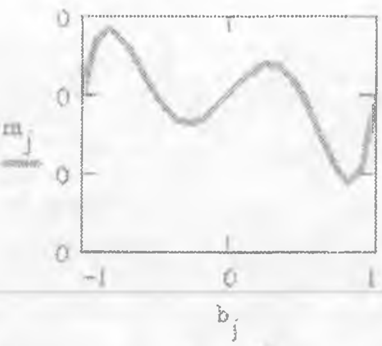
4-расм. Функция графиги.



5-расм. Ньютон интерполяцион

кўпҳади графиги.

b_j нуқталардаги интерполяция хатолиги $m_j := f(b_j) - Nw_j$ ни ҳисоблаб чиқамиз:



3-расм. Ньютон интерполяцион кўпҳади хатолик функциясининг графиги.

МИСОЛЛАР:

Бирор $y = f(x)$ функциянинг $x_i, i = 0,1,...,m$ нуқталардаги $f(x_i)$ қийматлари берилган. Лагранж интерполяцион формуласидан фойдаланиб, $f(x_i)$ қийматлар ҳисоблансин:

№1. $x_i = 0.41 + 0.05 \cdot (i-1), i = 1,5, f(x_i) = 1.5068, 1.5841, 1.6820.1.8220, 1.9155,$
$x_i = 0.43, 0.54, 0.57, 0.62$

№2. $x_i = 11.2 + 0.8 \cdot (i-1), i = 1,6, f(x_i) = 6.403, 6.782, 7.211, 7.746, 8.062,$
$x_i = 11.5, 12.5, 13, 15.3$

№3. $x_i = 50 + 6 \cdot (i-1), i = 1,5, f(x_i) = 0.0488, 0.0531, 0.0581, 0.0644, 0.0681,$
$x_i = 53, 60, 70, 75$

№4. $x_i = 4.1 + 0.3 \cdot (i-1), i = 1,7, f(x_i) = 166.53, 175.06, 185.89, 201.38, 211.70, 221.05$
$x_i = 0.43, 0.54, 0.57, 0.62$

№5. $x_i = 110 + 50 \cdot (i-1), i = 0,5, f(x_i) = 111.63, 117.35, 124.61, 134.98, 141.98, 152.20$
$x_i = 170, 230, 340, 370.$

№6. $x_i = 3.1 + 0.5 \cdot i, i = 0,4, f(x_i) = 1.3634, 1.4333, 1.5068, 1.5841, 1.6653,$
$x_i = 3.3, 4.3, 4.8, 5.3$

№7. $x_i = 0.51 + 0.1 \cdot i, i = 0,7, f(x_i) = 0.4822, 0.5312, 0.5728, 0.6131, 0.6518, 0.6889, 0.7112, 0.7481$
$x_i = 0.65, 0.85, 0.95, 1.22$

№8. $x_i = 41 + 5 \cdot (i-1), i = 1,6, f(x_i) = 64.83, 67.82, 71.41, 78.10, 81.24, 84.76$
$x_i = 49, 53, 64, 67$

№9. $x_i = 1100 + 10 \cdot (i-1), i = 1,5, f(x_i) = 11163, 11735, 12337, 12969, 13534,$
$x_i = 1115, 1125, 1135, 1145.$

№10. $x_i = 31+5\cdot(i-1), i=1,7, f(x_i)=55.68,60,64.81,70.71,74.16,78.74,81.16$

$x_t = 33,40,53,60$

Қуйидаги мисолларда:

1) $[a,b]$ ораликда қуйидаги қийматларни қабул қилувчи энг паст даражали интерполяцион кўпҳад тузилсин;

2) қийматлар 2 марта зичлансин ҳамда ҳар қайси y_t қийматга мос x_t қиймат ва ҳар қайси x_k га мос y_k қиймат топилсин;

3) ҳисоблаш хатолари баҳолансин:

№11. $f(5.50)=23.74$, $f(5.51)=23.84$, $f(5.52)=23.93$, $f(5.53)=24.02$, $f(5.54)=24.11$, $f(5.55)=24.19$, $f(5.56)=24.28$. $f(5.57)=24.37$, $f(5.58)=24.45$, $f(5.59)=24.54$.

№12. $f(5.60)=24.63$, $f(5.61)=24.72$, $f(5.62)=24.81$, $f(5.63)=24.89$, $f(5.64)=24.98$, $f(5.65)=25.07$, $f(5.66)=25.16$, $f(5.67)=25.25$, $f(5.68)=25.34$, $f(5.69)=25.41$.

№13. $f(5.90)=27.34$, $f(5.91)=27.43$, $f(5.92)=27.53$, $f(5.93)=27.62$, $f(5.94)=27.72$, $f(5.95)=27.81$, $f(5.96)=27.90$, $f(5.97)=27.99$, $f(5.98)=28.09$, $f(5.99)=28.18$.

№14. $f(6.30)=31.17$, $f(6.31)=31.27$, $f(6.32)=31.37$, $f(6.33)=31.47$, $f(6.34)=31.57$, $f(6.35)=31.67$, $f(6.36)=31.77$, $f(6.37)=31.87$, $f(6.38)=31.97$, $f(6.39)=32.07$.

№15. $f(6.60)=34.21$, $f(6.61)=34.32$, $f(6.62)=34.42$, $f(6.63)=34.52$, $f(6.64)=34.63$, $f(6.65)=34.73$, $f(6.66)=34.84$, $f(6.67)=34.94$, $f(6.68)=35.05$, $f(6.69)=35.15$.

x нинг берилган қийматларида кўрсатилган қийматларни қабул қилувчи ва даражаси энг паст бўлган кўпҳадлар тузилсин:

№16. $x=350, 353, 359;\quad y=0.0534522, 0.0532246, 0.0527780$.

№17. $x=55, 53, 49;\ y=0.018181818, 0.018867925, 0.02$.

№18. $x=9, 11, 14$, $y=0.3333333, 0.3015113, 0.2672612$.

№19. $x=89, 92, 96$, $y=9.4339811, 9.5916630, 9.7979590$.

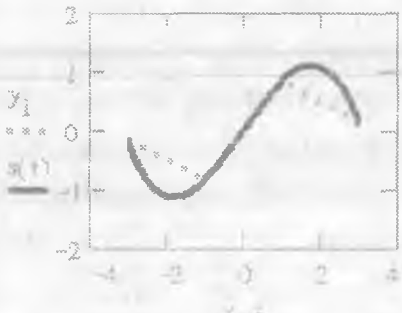
№20. $x=70, 71, 74$, $y=4.1212853, 4.1408177, 4.1983367$.

№21. $x=61, 63, 66$, $y=0.016393443, 0.015873016, 0.015151515$.

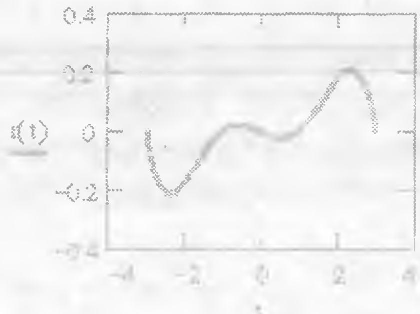
№22-32. 1-10 мисоллар Ньютон интерполяцион формуласидан фойдаланиб ҳал қилинсин. Шу билан бирга кўрсатилган x нуқталарда y' ва y'' ҳосилаларнинг қийматлари топилсин ва хатолик баҳолансин.

10. Сплайн яқинлаштириш

<u>1-мисол.</u> Фараз қиламиз, $[a,b]$ (масалан, $a:=-3, b:=3$) кесмада $N:=3, i:=0..N, x_i:=a+\frac{b-a}{N}\cdot i$ берилган тугун нуқталарда $f(t):=\sin t$ функциянинг қийматлари $y_i:=f(x_i)$ маълум бўлсин. Берилган x_i тугун нуқталарда қиймати $f(x)$ функция қийматига тенг бўлган кубик сплайнни қурамиз. Шу мақсадда аввал кубик сплайннинг иккинчи тартибли ҳосилаларининг тугун нуқталардаги қийматларини ҳисоблаймиз: $c:=cspline(x,y)$. Энди ушбу қийматлардан фойдаланиб туриб $t:=a,a+0.05,...,b$ нуқталарда $f(x)$ функцияси қийматини кубик сплайн ёрдамида ҳисоблаймиз: $s(t):=\mathrm{int}erp(c,x,y,t)$, бу ерда



1-расм. Кубик сплайннинг графиги.



2 -расм. Хатолик функцияси.

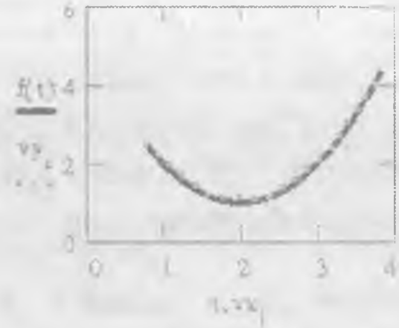
y - интерполяцияланувчи функция; $s(t)$ - кубик сплайн.

Хатолик функциясини $r(t):=s(t)-f(t)$ формула ёрдамида ҳисоблаймиз.

<u>2-мисол.</u> Агарда тугун нуқталар ва ушбу нуқталарда интерполяцияланувчи функция қийматлари

$$vx:=\begin{pmatrix}0.78\\1.56\\2.34\\3.12\\3.81\end{pmatrix} \qquad vy:=\begin{pmatrix}2.5\\1.2\\1.12\\2.25\\4.28\end{pmatrix}$$

жадвал кўринишида берилган бўлса, у ҳолда берилган vx_i тугун нуқталарда қиймати vy_i функция қийматига тенг бўлган кубик сплайнни қуриш учун аввал кубик сплайннинг иккинчи тартибли ҳосилаларининг тугун нуқталардаги қийматларини ҳисоблаймиз: $vc := cspline(vx, vy)$. Энди ушбу қийматлардан фойдаланиб туриб $t := 0.78,\ 0.79,\ \ldots, 3.81$ нуқталарда vy функцияси қийматини кубик сплайн ёрдамида ҳисоблаймиз: $f(t) := \mathrm{int}erp(vc, vx, vy, t)$, $i := 0,1,\ldots,4$.



3-расм. Кубик сплайннинг графиги.
vy - интерполяцияланувчи функция; $f(t)$- кубик сплайн.

МИСОЛЛАР:

№1. $x = 0,\ 1.5,\ 3$ ва $f(x) = 1.8,\ 2.4,\ 3.5$ қийматлар берилган. Ушбу қийматлар билан берилган функцияни интерполяцияловчи а) биринчи тартибли; б) квадратик сплайнлар тузилсин.

№2. $f(x)$ функцияни интерполяциялаш учун тоқ сонли тугунларга эга бўлган текис Δ тўрда параболик сплайн тузилсин, $S_3'(a) = 0$.

$x_i, i = 0,n, x_i - x_{i-1} = h_i, x_0 = a, x_n = b$ тўрда қуйидаги шартлар билан кубик сплайн тузилсин:

№3. $S_3'(a) = 0, S_3'(b) = 1$.

№4. $S_3'(a) = S_3'(b), S_3''(a) = S_3''(b)$.

№5. $S_3''(a) = A, S_3''(b) = B$.

Кўрсатилган қийматларни қабул қилувчи ва даражаси энг паст бўлган кўпҳадлар тузилсин:

№6. $x = 350,\ 353,\ 359,\ y = 0.0534522, 0.0532246, 0.0527780$.

№7. $x = 55,\ 53,\ 49,\ y = 0.018181818,\ 0.018867925,\ 0.02$.

№8. $x = 9,\ 11,\ 14,\ y = 0.3333333,\ 0.3015113,\ 0.2672612$.

№9. $x = 89,\ 92,\ 96,\ y = 9.4339811,\ 9.5916630,\ 9.7979590$.

№10. $x = 70,\ 71,\ 74,\ y = 4.1212853,\ 4.1408177,\ 4.1983367$.

№11. $x = 61,\ 63,\ 66,\ y = 0.016393443,\ 0.015873016,\ 0.015151515$.

11. Каср рационал яқинлаштириш

1-мисол. Фараз қиламиз, $[a,b]$ (масалан $a:=-3, b:=3$) кесмада (N - тугун нуқталар сони).

$$N:=40\ i:=0..N,\ x_i:=a+\frac{b-a}{N}\cdot i$$

берилган тугун нуқталарда $f(t):=\sin(t)$ функциянинг қийматлари $y_i:=f(x_i)$ маълум бўлсин. Берилган x_i тугун нуқталарда қиймати $f(x)$ функция қийматига тенг бўлган каср рационал функцияни қурамиз.

Каср рационал функцияси суратидаги кўпҳаднинг тартиби $k:=5$ $(k<N)$ бўлсин. У ҳолда каср рационал функция махраждаги кўпҳад тартиби $l:=N-k$ тенг бўлади.

Каср рационал функциясидаги номаълум коэффициентларига нисбатан ҳосил бўладиган тенгламалар система матрицаси

$$I:=0..N\quad J:=0..N$$

$$A_{i,j}:=if\left[J\le k,(x_I)^J,-y_I\cdot(x_I)^{J-k-1}\right]$$

ва ўнг томони $F_I:=y_I\cdot(x_I)^1$ формулалар ёрдамида ҳисобланади. Каср рационал функциясидаги номаълум коэффициентларига нисбатан ҳосил бўладиган системанинг ечими эса

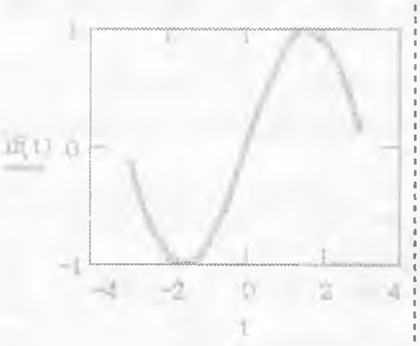
$$z:=A^{-1}\cdot F$$

формула ёрдамида ҳисобланади.

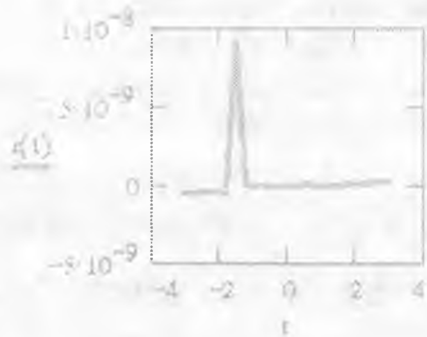
Фараз қиламиз, функция қийматини ҳисоблаш керак бўлган нуқталар сони $M:=20$ бўлсин ва нуқталарнинг ўзи эса $t:=a,\left(a+\frac{b-a}{M}\right)..b$ иборат бўлсин. Бу нуқталардаги каср рационал функциянинг қийматлари

$$rf(t):=\frac{\sum_{n=0}^{k} z_n\cdot(t)^n}{\sum_{n=k+1}^{N} z_n\cdot(t)^{n-k-1}+(t)^1}$$

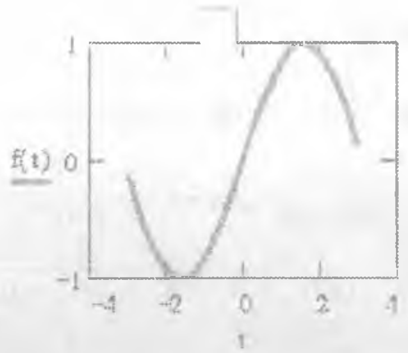
ёрдамида ҳисобланади. Хатолик функцияси $r(t):=rf(t)-f(t)$ кўринишда бўлади.



1-расм. Каср рационал функцияси



2-расм. Хатолик функцияси



3-расм. Функция кўриниши

СОНЛИ ИНТЕГРАЛЛАШ

12. Квадратур формулалар

$[a,b]$ оралиқда интегралланувчи $f(x)$ функцияси берилган бўлсин. $\int_a^b f(x)dx$ аниқ интегрални ҳисоблаш талаб қилинсин. Масалан, a, b, $f(x)$ сифатида $a := 0$, $b := 1$, $f(x) := \sin(x)$ оламиз. $[a,b]$ оралиқнинг ўртасида ётувчи $x_0 := a + \frac{b-a}{2}$ нуқтани танлаб оламиз.

1-мисол. Тўғри тўртбурчак формуласи.

Тўғри тўртбурчак формуласи ёрдамида юқорида келтирилган аниқ интегралнинг тақрибий қиймати

$$TTF := (b-a) \cdot f(x_0), \quad TTF = 0.479$$

формула ёрдамида ҳисобланади. Интегралнинг аниқ қиймати эса

$$I := \int_a^b f(x)dx, \quad I := 0.46$$

формула ёрдамида ҳисобланади. У ҳолда тўғри тўртбурчак квадратур формуласининг хатолиги $TTF - I = 0.02$ га тенг бўлади.

2-мисол. Трапеция формуласи.

Трапеция формуласи ёрдамида юқорида келтирилган аниқ интегралнинг тақрибий қиймати

$$TTF := (b-a) \cdot \frac{f(a) + f(b)}{2}, \quad TTF = 0.4207354924$$

формула ёрдамида ҳисобланади. Интегралнинг аниқ қиймати эса

$$I := \int_a^b f(x)dx, \quad I := 0.4596976941$$

формула ёрдамида ҳисобланади. У ҳолда трапеция квадратур формуласининг хатолиги $TTF - I = -0.0389622017$ тенг бўлади.

3-мисол. Симпсон формуласи.

Симпсон формуласи ёрдамида юқорида келтирилган аниқ интегралнинг тақрибий қиймати

$$SF := \frac{(b-a)}{6} \cdot \left(f(a) + 4 \cdot f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b) \right) \quad SF = 0.4589621899$$

формула ёрдамида ҳисобланади. Интегралнинг аниқ қиймати эса

$$I := \int_a^b f(x)dx \quad I := 0.4596976941$$

формула ёрдамида ҳисобланади. У ҳолда Симпсон квадратур формуласининг хатолиги $SF - I = 1.645 \cdot 10^{-4}$ тенг бўлади.

$[a,b]$ ораликни $n := 100$ бўлакка $h := \frac{b-a}{n}$ қадам билан бўлиб, $i := 0..n$, $x_i := a + i \cdot h$ тугун нуқталарни ҳосил қиламиз. Ҳар бир $[x_{k-1}, x_k]$бўлакча ичида мос равишда $k := 1..n$ $\xi_k := \frac{x_{k-1} + x_k}{2}$ ихтиёрий биттадан нуқталарни танлаб оламиз.

4-мисол. Мураккаблаштирилган тўғри тўртбурчак формуласи.

Мураккаблаштирилган тўғри тўртбурчак формуласи

$$MTTF := h \cdot \sum_{k=1}^{n} f(\xi_k) \quad MTTF = 0.4596996095$$

кўринишда бўлади. Интегралнинг аниқ қиймати эса

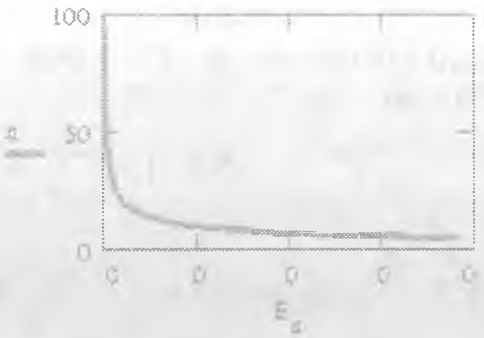
$$I := \int_a^b f(x)dx \quad I := 0.4596976941$$

формула ёрдамида ҳисобланади. У ҳолда мураккаблаштирилган тўғри тўртбурчак квадратур формуласининг хатолиги $MTTF - I = 1.915 \cdot 10^{-6}$ тенг бўлади. Ҳисоблашларнинг Mathcad даги алгоритми

$$MTTF(n) := \left| \begin{array}{l} h \leftarrow \frac{b-a}{n} \\ \text{for } i \in 0..n \\ \quad x_i \leftarrow a + i \cdot h \\ \text{for } k \in 1..n \\ \quad \xi_k \leftarrow \frac{x_{k-1} + x_k}{2} \\ s \leftarrow h \cdot \sum_{k=1}^{n} f(\xi_k) \end{array} \right.$$

$$n := 5..100 \quad E_n := MTTF(n) - I$$

кўринишда бўлади. Хатоликнинг график кўриниши қуйидагича бўлади:



5-мисол. Мураккаблаштирилган трапеция формуласи.

Мураккаблаштирилган трапеция формуласи

$$MTF := h \cdot \sum_{k=1}^{n} \frac{f(x_{k-1}) + f(x_k)}{2} \qquad MTF = 0.4596938633$$

кўринишда бўлади. Интегралнинг аниқ қиймати эса

$$I := \int_a^b f(x)dx \qquad I := 0.4596976941$$

формула ёрдамида ҳисобланади. У ҳолда мураккаблаштирилган трапеция квадратур формуласининг хатолиги $MTF - I = -3.831 \cdot 10^{-6}$ га тенг бўлади.

МИСОЛЛАР:

№1. Қандай n ларда $J = \int_0^1 \left(\frac{1}{2} + \frac{\sin(2x)}{4x} \right) dx$ интеграл қийматини умумлашган трапециялар ва Симпсон формулалари ёрдамида $0.5 \cdot 10^{-6}$ аниқликда топиш мумкин? Берилган интеграл қийматини $n = 5$ учун шу формулалар билан топинг ва аниқлигини баҳоланг.

№2. $J = \int_{-1}^{1} \frac{1}{\sqrt{1 - x^2} \cdot (1 + x^2)} dx$, $n = 5$, интеграл ҳисоблансин.

№3. $J = \int_0^1 \frac{1}{1 + t^3} dt$, $n = 7$, интеграл ҳисоблансин.

№4. $J = \int_1^2 \left(\cos x - \frac{1}{x^2} + shx \right) dx$ интеграл $1 \cdot 10^{-4}$ гача аниқлик билан ҳисоблансин.

№5. $J = \int_2^4 \left[(t^2 - 2) \cdot (t^2 - 4)^{\frac{1}{2}} \right] dt$ интеграл ҳисоблансин.

№6. $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2}dx$ интегрални трапеция формуласидан фойдаланиб, $1\cdot 10^{-3}$ аниқлик билан ҳисобланг.

Қуйидаги интеграллар трапеция ва Симпсон формулалари ёрдамида ҳисоблансин ва хатолик баҳолансин.

№7. $\int_0^1 \frac{x}{(x+3)^2}dx,\ n=10$

№8. $\int_0^3 \frac{x}{(3x+1)^3}dx,\ n=10$

№9. $\int_1^2 \frac{x^2}{(5x+1)^2}dx,\ n=10$

№10. $\int_0^1 \frac{x^3}{(3x+2)^2}dx,\ n=10$

№11. $\int_1^3 \frac{x^3}{(2x+3)^4}dx,\ n=10$

№12. $\int_1^3 \frac{1}{(4x-1)^3\cdot x}dx,\ n=10$

№13. $\int_0^3 \frac{1}{3x^2+x+4}dx,\ n=10$

№14. $\int_0^3 \frac{1}{(9+x^2)^3}dx,\ n=10$

№15. $\int_1^{2.8} \frac{1}{x\cdot(3.2^3+x^3)}dx,\ n=8$

№16. $\int_{-0.2}^{2.4} \frac{x^3}{2.81^4+x^2}dx,\ n=8$

№17. $\int_2^{2.5} \frac{1}{(9x+2)\cdot\sqrt{9.8x+4}}dx,\ n=10$

№18. $\int_{-1.2}^{2.5} \sqrt{2x+3}\cdot\sqrt{(0.8x+4)^3}\,dx,\ n=10$

№19. $\int_{-0.2}^{0.3} \sqrt{1-x^2}\cdot x^3dx,\ n=10$

№20. $\int_{-0.5}^{1} \sqrt{(3-x^2)^2}\,dx,\ n=15$

№21. $\int_{-1}^{1} \frac{x^2}{\sqrt{3.6-x^2}}dx,\ n=8$

№22. $\int_1^{1.5} \frac{1}{x\cdot\sqrt{3.61-x^2}}dx,\ n=10$

№23. $\int_{1.2}^{2.2} \frac{1}{x\cdot\sqrt{x^5+2.25}}dx,\ n=10$

№24. $\int_{1.2}^{2.2} \frac{1}{x\cdot\sqrt{x^5-2.25}}dx,\ n=10$

№25. $\int_{0.7}^{2.2} \sqrt[5]{5.2x-3.08}\,dx,\ n=10$

№26. $\int_{0.3}^{1.9} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{2.1^3-x^3}}dx,\ n=8$

№27. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(0.92x)dx,\ n=6$

№28. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(0.8x)^2dx,\ n=6$

№29. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{1+\sin(0.6x)}dx,\ n=6$

№30. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2(0.8x)dx,\ n=6$

№31. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(0.32x)\cdot\sin(0.8x)dx,\ n=8$

№32. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^3(0.7x)}{\cos^2(0.7x)}dx,\ n=8$

№33. $\int\limits_{0.2}^{\frac{\pi}{2}} ctg^3(2x)dx,\ n=8$

№34. $\int\limits_{0.2}^{\frac{\pi}{2}} \frac{ctg^3(0.3x)}{\sin^2(0.3x)}dx,\ n=12$

№35. $\int\limits_{0}^{1} e^{(x^2)}dx,\ n=10$

№36. $\int\limits_{0}^{2} e^{0.6x}\cdot\sin(0.8x)dx,\ n=10$

№37. $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}} e^{0.6x}\cdot\cos(x)dx,\ n=10$

Қуйидаги мисолларда берилган интеграллар трапеция ёки Симпсон формуласи билан ε аниқликда ҳисоблансин.

№38. $\int\limits_{1}^{2} \frac{x}{(x+3)^2}dx,\ \varepsilon=0.5\cdot10^{-4}$.

№39. $\int\limits_{0}^{3} \frac{x}{(3x+1)^3}dx,\ \varepsilon=0.5\cdot10^{-4}$.

№40. $\int\limits_{0}^{\frac{1}{3}} \frac{1}{\sqrt[3]{1-x^2}}dx,\ \varepsilon=0.5\cdot10^{-3}$.

№41. $\int\limits_{0}^{1} \frac{1}{1-x+x^2}dx,\ \varepsilon=0.5\cdot10^{-3}$.

№42. $\int\limits_{0}^{1} x\cdot\ln(1+x)dx,\ \varepsilon=0.5\cdot10^{-3}$.

№43. $\int\limits_{0}^{1} \frac{\ln(1+x)}{1+x^2}dx,\ \varepsilon=0.5\cdot10^{-3}$.

№44. $\int\limits_{0}^{1} \frac{1}{1+e^{0.3x}}dx,\ \varepsilon=0.5\cdot10^{-4}$.

№45. $\int\limits_{0.5}^{1.5} \sin\ln x dx,\ \varepsilon=0.5\cdot10^{-4}$.

№46. $\int\limits_{0}^{\frac{1}{2}} \frac{arctgx^2}{x}dx,\ \varepsilon=0.5\cdot10^{-3}$.

№47. $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}} \ln\cos x dx,\ \varepsilon=0.5\cdot10^{-5}$.

№48. $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1-0.5\sin^2 x}dx,\ \varepsilon=0.5\cdot10^{-3}$.

№49. $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sqrt{1-\frac{1}{4}\cdot\sin^2 x}}dx,\ \varepsilon=0.5\cdot10^{-3}$.

№50. $\int\limits_{0}^{\frac{1}{2}} \frac{\arcsin x}{x}dx,\ \varepsilon=0.5\cdot10^{-3}$.

№51. $\int\limits_{0}^{\frac{1}{2}} \frac{arctgx}{x}dx,\ \varepsilon=0.5\cdot10^{-3}$.

Қуйидаги масалаларда кўрсатилган x_i нуқталардаги $F(x_i)$ функция қийматларини $1\cdot10^{-6}$ аниқликда топинг.

№52. $F(x)=\int\limits_{0}^{x} \frac{\sin t}{t}dt$ (интеграл синус), $x=\frac{0\left(\frac{\pi}{36}\right)(\pi)}{2}$, $x=0(0.1)10$.

№53. $F(x)=\frac{11}{\sqrt{2\pi}}\cdot\int\limits_{0}^{x} \frac{\sin t}{\sqrt{t}}dt$ (Френел функцияси), $x=0(0.1)10$.

№54. $F(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\cdot\int\limits_0^x e^{-\frac{t^2}{2}}dt$ (Лаплас функцияси), $x=0(0.1)4$.

№55. $F(x)=-\int\limits_0^x \ln\cos t dt$ (Лобачевский функцияси), $x=\frac{0\left(\frac{\pi}{36}\right)(\pi)}{3}$.

№56. $F(x)=-\int\limits_0^x \frac{1}{\sqrt{1-\alpha^2\cdot\sin^2 t}}dt$ (бир жинсли эллиптик интеграл), $x=\frac{0\left(\frac{\pi}{36}\right)(\pi)}{2}$, $\alpha^2=0.1(0.1)0.5$.

13. Каррали интеграллар

1-мисол. Каррали интегралдан такрорий интегралга ўтиш.

$$\iint\limits_D f(u,v)dudv$$

кўринишдаги интегрални $D=(y=\phi1(x), y=\phi2(x), a\le x\le b)$ соҳада ҳисоблаш талаб қилинган бўлсин. Соддалик учун $a:=0$ $b:=1$ $\phi1(z):=0$ $\phi2(z):=1$ деб оламиз. D соҳани x йўналиши бўйича $n:=100$ ва y йўналиши бўйича $m:=100$ бўлакга бўлиб чиқамиз. Натижада x йўналиши бўйича ҳосил бўладиган нуқталар тартибини $k:=0..n$ деб белгилаб, $x_k:=a+\frac{b-a}{n}\cdot k$ тугун нуқталарни ҳосил қиламиз. y йўналиши бўйича ҳосил бўладиган нуқталар тартибини $j:=0..m$ деб белгилаб, $y_{k,j}:=\phi1(x_k)+\frac{\phi2(x_k)-\phi1(x_k)}{m}\cdot j$ тугун нуқталарни ҳосил қиламиз. Интеграл остидаги функция сифатида $f(u,v):=u^2+v^2$ функцияни оламиз. Ҳар бир фиксирланган x -нинг қийматлари учун y-йўналиши бўйича трапециялар формуласини қўллаймиз.

$$F_k:=\frac{\phi2(x_k)-\phi1(x_k)}{m}\cdot\left(\frac{f(x_k,y_{k,0})}{2}+\sum_{l=1}^{m-1}f(x_k,y_{k,l})+\frac{f(x_k,y_{k,m})}{2}\right)$$

Шундан кейин x-йўналиши бўйича трапециялар формуласини яна бир карра қўллаб, қуйидаги интеграл тақрибий қийматини ҳосил қиламиз:

$$J:=\frac{b-a}{m}\cdot\left[\frac{F_0}{2}+\left[\sum_{l=1}^{m-1}(F_l)\right]+\frac{F_m}{2}\right]\qquad J=0.6667$$

Ушбу кубатур формуланинг хатолиги қуйидагича ҳисобланади:

$$R:=J-\int\limits_0^1\int\limits_{\phi1(0)}^{\phi2(1)}f(u,v)dudv\qquad R=3.333\cdot10^{-5}$$

2-мисол. Катакчалар усули.

$$\iint_D f(u,v)dudv$$

кўринишдаги интегрални $D=\{y=\phi 1(x), y=\phi 2(x), a\le x\le b\}$ соҳада ҳисоблаш талаб қилинган бўлсин. Соддалик учун $a:=0$ $b:=1$ $c:=0$ $d:=1$ деб оламиз. D соҳани x йўналиши бўйича $n:=100$ ва y йўналиши бўйича $m:=100$ бўлакга бўлиб чиқамиз. Натижада x йўналиши бўйича ҳосил бўладиган нуқталар тартибини $k:=0..n$ деб белгилаб, $x_k:=a+\frac{b-a}{n}\cdot k$ тугун нуқталарни ҳосил қиламиз. y йўналиши бўйича ҳосил бўладиган нуқталар тартибини $j:=0..m$ деб белгилаб, $y_j:=c+\frac{d-c}{m}\cdot j$ тугун нуқталарни ҳосил қиламиз. Ҳосил бўлган тўр катакчаларининг юзаларини ҳар бир $i:=1..n$ ва $l:=1..m$ учун ҳисоблаб чиқамиз:

$$S_{i,l}:=(x_i-x_{i-1})\cdot(y_l-y_{l-1})$$

Ушбу катакчалар оғирлик марказларининг координаталари қуйидагича ҳисобланади:

$$x0_i:=\frac{x_i+x_{i-1}}{2} \qquad y0_l:=\frac{y_l+y_{l-1}}{2}$$

У ҳолда интегралнинг тақрибий қиймати катакчалар усули ёрдамида қуйидагича ҳисобланади:

$$J:=\sum_{I=1}^{n}\sum_{L=1}^{m}S_{I,L}\cdot f(x0_I,y0_L)$$

Интеграл остидаги функция сифатида $f(u,v):=u^2+v^2$ функцияни оламиз. Ушбу кубатур формуланинг хатолиги қуйидагича ҳисобланади:

$$R:=J-\int_c^d\int_a^b f(u,v)dudv \qquad R=-1.667\cdot 10^{-5}$$

МИСОЛЛАР:

№1. $I=\iint\sqrt{x^2-y^2}\,dxdy$ интеграл ҳисоблансин (Ω соҳада). Ω-учлари $O(0,0)$, $A(1,0)$, $B(1,1)$ нуқталарда жойлашган учбурчак.

№2. $J=\int_0^1\int_0^{1.5}\left(10-\frac{x^2+y^2}{8}\right)dxdy$ интеграл ҳисоблансин.

№3. $I=\iint\sqrt{1+x^2+y^2}\,dxdy$ интеграл ҳисоблансин.

№4. $J=\int_0^1\int_0^1\left(\frac{x^2+y^2}{8}\right)dxdy$ интеграл ҳисоблансин.

№5. $J=\int_0^1\int_0^{1.5}\left(x-\frac{x^2+y^2}{23}\right)dxdy$ интеграл ҳисоблансин.

№6. $I = \iint \sqrt{1 + x^2 y^2 + y^2}\,dxdy$ интеграл ҳисоблансин.

№7. $J = \int_0^{1.5}\int_0^{2.4}\left(4y + \frac{x^2 y^2}{3}\right)dxdy$ интеграл ҳисоблансин.

№8. $I = \iint \left(3.2 + 5x^2 + 4y^2\right)dxdy$ интеграл ҳисоблансин.

№9. $J = \int_{0.5}^{1}\int_{0.5}^{1}\left(\frac{xy}{6} - \frac{6x^2}{4}\right)dxdy$ интеграл ҳисоблансин.

№10. $J = \int_0^{1}\int_0^{1.5}\left(x^2 + y^2 + 1\right)dxdy$ интеграл ҳисоблансин.

№11. $I = \iint \sqrt{x^2 - y^2 - 2xy}\,dxdy$ интеграл ҳисоблансин.

№12. $J = \int_0^{1}\int_0^{0.8}\sqrt{5x^2 + y^2}\,dxdy$ интеграл ҳисоблансин.

№13. $J = \int_0^{1}\int_0^{1.5}\left(\frac{x^2 + 2y}{5} - 4.3\right)dxdy$ интеграл ҳисоблансин.

№14. $J = \int_{0.2}^{1}\int_{0.2}^{1}\left(x^2 + y^2 + 2y^3\right)dxdy$ интеграл ҳисоблансин.

№15. $I = \iint (\sin(x) + \cos(y))y\,dxdy$ интеграл ҳисоблансин.

№16. $I = \iint \sqrt{x^2 + 2xy}\,dxdy$ интеграл ҳисоблансин.

№17. $I = \iint \sqrt{x^2 - y^2 - 2xy}\,dxdy$ интеграл ҳисоблансин.

№18. $J = \int_0^{1}\int_0^{1}\frac{x}{(x+3)^2}\,dxdy$ интеграл ҳисоблансин.

№19. $I = \iint \sqrt{x - xy^2}\,dxdy$ интеграл ҳисоблансин.

№20. $J = \int_0^{1}\int_0^{1}\frac{y}{\sqrt[3]{1 - x^2}}\,dxdy$ интеграл ҳисоблансин.

ОДДИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАРНИ ЕЧИШ

14. Оддий дифференциал тенгламалар учун Коши масаласи

Рунге-Кутта усуллари. Бу усуллар қўлланилганда, $y' = f(x,y)$, $y(x_0) = y_0$ Коши масаласи $y(x)$ хусусий ечимининг h қадам билан тенг узоқликда ётган x_{j+1}, $j = 0,1,2,...$ нуқталарга мос тақрибий қийматлари

$$y_{j+1} = y_j + \Delta y_j \tag{1}$$

формула бўйича изланади, бунда Δy_j орттирма $K_i(h) = h \cdot f(\xi_i, \eta_i)$ миқдорларнинг ушбу чизиқли комбинацияларидан иборат:

$$\Delta y_j = \sum_{i=1}^{q} p_i \cdot K_i \tag{2}$$

бунда

$$\xi_i = x_0 + \alpha_i \cdot h, \quad \eta_i = y_0 + \sum_{m=1}^{i-1} \beta_{im} \cdot K_m(h),\ \alpha_1 = 0;$$

$$K_1(h) = h \cdot f(x,y);$$

$$K_2(h) = h \cdot f[x + \alpha_2 \cdot h, y + \beta_{21} \cdot K_1(h)];$$

$$K_3(h) = h \cdot f[x + \alpha_3 \cdot h, y + \beta_{31} \cdot K_1(h) + \beta_{32} \cdot K_2(h)];$$

....

$$K_q(h) = h \cdot f[x + \alpha_q \cdot h, y + \beta_{q1} \cdot K_1(h) + ... + \beta_{q,q-1} \cdot K_{q-1}(h)].$$

(1) формула қўлланилганда вужудга келадиган $\varepsilon(x_i)$ хато Рунге қоидаси бўйича баҳоланиши мумкин. Унга мувофиқ x нинг ҳар қайси қийматига мос $y(x)$ қиймати h ва H қадамлар билан кетма-кет ҳисобланади, сўнг қуйидаги формуладан фойдаланилади (унда $H = h \cdot k$):

$$\varepsilon(x) \le \frac{|y_h(x) - y_H(x)|}{|h^3 - H^3|} \cdot h^3 \tag{3}$$

бунда s - (1) формуланинг бир қадамда h га нисбатан аниқлик тартиби (ёки даражаси), унинг учун $\Delta y_i = y(x_{j+1}) - y(x_j)$ тақрибий тенглик хатоси h^{s+1} тартибли катталикка эга, k - бирор сон.

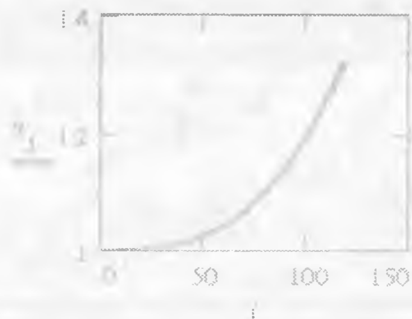
1-мисол. Эйлер усули. Соддалик учун битта тенгламага Коши масаласини қараймиз:

$$\frac{d}{dt}u = f(t,u),\ t > 0;$$
$$u(0) = u_0.$$

Масалан, тенгламанинг ўнг томони сифатида $f(t,u) := t^2$ функцияни ва бошланғич шарт сифатида $u_0 := 1$ олишимиз мумкин. Одатда сонли усуллар ёрдамида Коши масаласи чекли соҳада ечилади. Шу сабабли, фараз қиламиз, қаралаётган масалани $0 < t < T$ соҳада ечиш талаб этилаётган бўлсин. Соддалик учун $T := 1$ деб оламиз. Эйлер усулида берилган $[0,T]$ кесмани n бўлакка бўламиз (масалан $n := 120$). Натижада $\tau := \frac{1}{n}$ қадамли $i := 0..n$ тартибга эга бўлган $t_i := i \cdot \tau$ тугун нуқталар тўпламини ҳосил қиламиз. Ушбу тугун нуқталарда дастлабки Коши масаласининг ечими қуйидаги тартибда топилади: аввал бошланғич шартдан фойдаланиб, $y_0 := u_0$ топилади. Сўнгра $j := 0..n-1$ деб олиб,

$$y_{j+1} := y_j + \tau \cdot f(t_j, y_j)$$

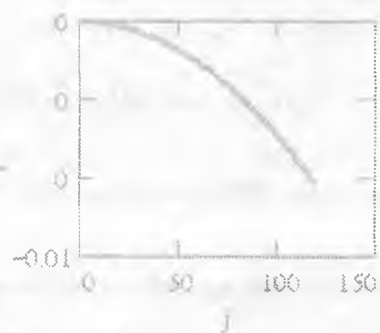
реккурент формулалар орқали $y_1, y_2, ..., y_n$ лар топилади. Топилган ечим графиги қуйидагича бўлади:



Дастлабки Коши масаласининг аниқ ечими $v(t) := \frac{t^3}{3} + 1$ бўлишини кўриш мумкин. Хатолик функцияси эса

$$z_j := y_j - v(t_j)$$

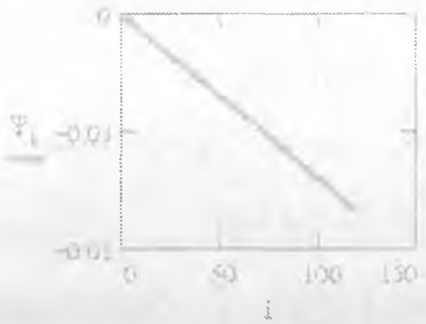
формула ёрдамида ҳисобланади. Унинг графиги қуйидагича бўлади:



Аппроксимация хатолиги

$$i := 0..n-1$$
$$\psi_i = -\frac{v(t_{i+1}) - v(t_i)}{\tau} + f(t_i, v(t_i))$$

формула ёрдамида ҳисобланиб, унинг графиги қуйидаги кўринишда бўлади:



МИСОЛЛАР:

Қуйидаги масалаларда Рунге-Кутта усулларидан бири қўлланилиб, бошланғич шартлар билан берилган дифференциал тенгламалар ва дифференциал тенгламалар системалари ечимининг $[a,b]$ оралиқдаги қийматлар жадвали $h=0.1$ қадам билан тузилсин:

№1. $y' = 0.5xy,\ y(0)=1,\ [0,1];$ №2. $y' = x^2 + y^2,\ y(0)=0,\ [0,1];$

№3. $y' = 1 + x\cdot y^2,\ y(0)=0,\ [0,1];$ №4. $y' = \dfrac{y}{x+1} - y^2,\ y(0)=1,\ [0,1];$

№5. $y' = x^2 - y^2,\ y(0)=0,\ [0.1];$ №6. $y' = x + \sqrt{y},\ y(0.5)=0.7240,\ [0.5,1.5];$

№7. $y' = e^x - y^2,\ y(0)=0,\ [0,0.4];$ №8. $y' = x\cdot\ln y - y\cdot\ln x,\ y(1)=1,\ [1,1.6];$

№9. $\begin{cases} y' = -xz, \\ z' = \dfrac{y}{x},\ y(0)=0,\ z(0)=1,[0;1]; \end{cases}$ №10. $\begin{cases} y' = (z-x)\cdot x, \\ z' = (z+x)\cdot x,\ y(0)=1,\ z(0)=1;[0;1]; \end{cases}$

№11. $x^2\cdot y'' - xy' + y = 3x^3,\ y(1)=1.75,\ y'(1)=4.25,[1;1.5]$

№12. $y'' - 3y' = x^2 + 3x,\ y(0)=1,\ y'(0)=0,[0;1]$

№13. $x\cdot y'' + y' + x\cdot y = 0,\ y(0)=1,\ y'(0)=0,[0;0.5]$

№14. $x^2\cdot(x+1)\cdot y'' - 2\cdot y = 0,\ y(1)=2,\ y'(1)=-1,[1;2]$

№15. $y'' - 3y' + 2\cdot y = x^2 + 3x,\ y(0)=6,\ y'(0)=6,[0;0.5]$

№16. $y'' - 3y' = x^2 + 3x,\ y(0)=1,\ y'(0)=3,[0;0.5]$

№17. $y' = x^2 + y^2,\ y(0)=0;$ №18. $y' = y^2 + xy + x^2,\ y(0)=1;$

№19. $y' = xy + \sqrt{x},\ y(0)=0;$ №20. $y' = y\cdot\sin x + x,\ y(0)=0;$

№21. $y' = xy^3 - 1,\ y(0)=0;$ $y(1)$ нинг қиймати $1\cdot 10^{-2}$ гача аниқликда топилсин.

№22. $y' = x + y,\ y(0) = 1;\ y(1)$ учун бошланғич бешта яқинлашиши топилсин ва уларнинг аниқлиги баҳолансин.

№23. $y' = x^2 + y^2,\ y(0) = 0.5;\ y(0{,}2)$ ҳисоблансин.

№24. $y' = \dfrac{\cos\gamma}{a+x} + y^2,\ y(0) = 0,\ h = 0.05,\ a = 1 + 0.4k,\ k = 0..5$.

№25. $y' = e^{-ax}\cdot\left(y^2 + b\right) + 1,\ y(0) = 0,\ h = 0.05,\ a = 1 + 0.4k,\ k = 0..5,\ b = 1 + 0.4n,\ n = 0..5$.

№26. $\begin{cases} y' = \sin\left(ay^2\right) + x + z,\ z(0) = 0.5, \\ z' = x + y - bz^2;\ y(0) = 1, h = 0.05,\ a = 2 + 0.5k,\ k = 0..3, b = 2 + 0.5n,\ n = 0,\ldots,5. \end{cases}$

№27. $\begin{cases} y' = -2axy^2 + z^2 - x - 1, y(0) = \dfrac{1}{\alpha}, \\ z' = \dfrac{1}{\alpha\cdot z^2} - y - \dfrac{y}{x},\ z(0) = 1, h = 0.05,\ \alpha = 1 + 0.2k,\ k = 0..5, \end{cases}$

№28. $\begin{cases} y' = \ln\left(bx + \sqrt{a^2\cdot x^2 + z^2}\right),\ y(0) = 0.5, h = 0.05, \alpha = 2 + 0.5k,\ k = 0,\ldots,3, \\ z' = \sqrt{a^2\cdot x^2 + y^2},\ z(0) = 1,\ \beta = 2 + 0.5k,\ k = 0,\ldots,5. \end{cases}$

№29. $y' = -\dfrac{y}{x} + \ln x\cdot y^2,\ y(1) = -2,\ h = 0.1,\ a = 1,\ b = 1.5$.

№30. $y' = y^2 + \dfrac{y}{x} + \dfrac{1}{x^2},\ y(1) = 0,\ h = 0.1,\ a = 1,\ b = 1.5$.

15. Чегаравий масалаларни сонли ечиш усуллари

1-мисол. Отишув усули.

$$\frac{d^2}{dx^2}u(x) + p(x)\cdot\frac{d}{dx}u(x) + q(x)\cdot u(x) = f(x)$$

$$\alpha_0\cdot u(a) + \alpha_1\cdot\frac{d}{dx}u(a) = A\ ,\ \ \beta_0\cdot u(b) + \beta_1\cdot\frac{d}{dx}u(b) = B$$

чегаравий масалани сонли ечиш талаб қилинган бўлсин. Бу ерда $p(x), q(x), f(x)$ функциялар берилган ва улар $[a,b]$ оралиқда узлуксиз, $\alpha_0, \alpha_1, \beta_0, \beta_0, A, B$ - ўзгармас сонлар. Масала ягона $u(x)$ ечимга эга бўлиши учун $|\alpha_0| + |\alpha_1| \neq 0, |\beta_0| + |\beta_1| \neq 0$ шартларнинг бажарилиши зарурдир. Мисол учун

$$p(x) := 1\ \ q(x) := x \qquad f(x) := x^3 + 2x + 2$$

$$\alpha_0 := 1\ \ A := 0\ \ \alpha_1 := 1 \qquad \beta_0 := 1\ \ B := 3\ \ \ \beta_1 := 1$$

деб оламиз. У ҳолда, аниқ ечим $u(x) := x^2$ бўлади. Отишув усулида чегаравий масаланинг ечими $u = c\cdot v + w$ кўринишда изланади, бунда v - ушбу

$$\frac{d^2}{dx^2}v(x) + p(x)\cdot\frac{d}{dx}v(x) + q(x)\cdot v(x) = 0;$$

$$v(a) = \alpha_1\ ,\ \ \frac{d}{dx}v(a) = -\alpha_0\ ,$$

Коши масаласининг ечими, w эса

$$\frac{d^2}{dx^2}w(x)+p(x)\cdot\frac{d}{dx}w(x)+q(x)\cdot w(x)=0;$$

$$w(a)=\frac{A}{\alpha_1},\ \frac{d}{dx}w(a)=0,$$

Коши масаласининг ечимидан иборат. c ўзгармас ўнг чегаравий шартларга асосланиб, қуйидаги формула ёрдамида топилади:

$$c=\frac{B-\left(\beta_0 w(b)+\beta_1\frac{d}{dx}w(b)\right)}{\beta_0 v(b)+\beta_1\frac{d}{dx}v(b)}.$$

$v(x)$, $w(x)$ функцияларни мос Коши масалаларидаги айирмали масалалар ёрдамида топамиз. Шу мақсадда $[a,b]$ ораликни $h:=0.001$ қадам билан $n:=1000$ бўлакка бўлиб, $i:=0..n$ тартиб билан $x_i:=i\cdot h$ тугун нуқталарни ҳосил қиламиз. $v(x)$ функцияни ушбу тугун нуқталарда

$$v_0:=\alpha_1\qquad v_1:=\frac{\alpha_1\cdot(1+p(x_1))-\alpha_0\cdot h\cdot\left(1+\frac{p(x_1)}{2}\right)\cdot h}{1+p(x_1)\cdot h+\frac{q(x_1)}{2}\cdot h^2}$$

$$j:=1..n\qquad v_{j+1}:=\frac{v_j\cdot\left(2-q(x_j)\cdot h^2\right)-v_{j-1}\cdot\left(1-\frac{p(x_j)}{2}\cdot h\right)}{1+p(x_1)\cdot h+\frac{q(x_1)}{2}\cdot h^2}$$

айирмали схема орқали ва $w(x)$-ни эса

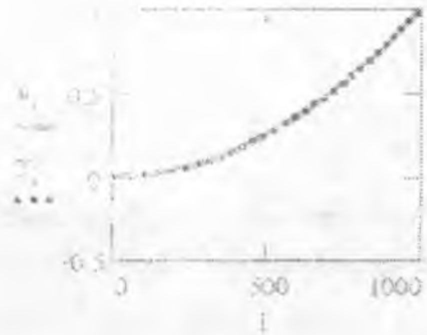
$$w_0:=\frac{A}{\alpha_1},\qquad w_1:=\frac{\frac{1}{2}\cdot f(x_1)\cdot h^2+\frac{A}{\alpha_1}\cdot(1+p(x_1)\cdot h)}{1+p(x_1)\cdot h+\frac{q(x_1)}{2}\cdot h^2},$$

$$j:=1,...,n,\qquad w_{j+1}:=\frac{w_j\cdot\left(2-q(x_j)\cdot h^2\right)-w_{j-1}\cdot\left(1-\frac{p(x_j)}{2}\cdot h\right)+f(x_j)\cdot h^2}{1+\frac{p(x_j)}{2}\cdot h}$$

айирмали схема орқали топилади. c доимий эса

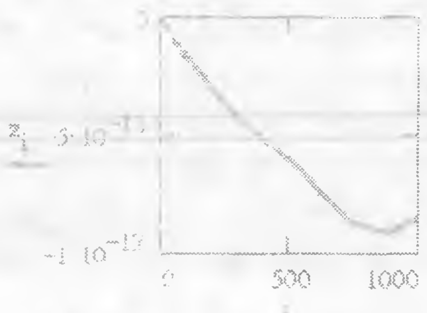
$$c:=\frac{B-\left(\beta_0 w_n+\beta_1\frac{3w_n-4w_{n-1}+w_{n-2}}{2h}\right)}{\beta_0 v_n+\beta_1\frac{3v_n-4v_{n-1}+v_{n-2}}{2h}}$$

формула ёрдамида топилади. Ниҳоят, тақрибий ечим $y_i:=c\cdot v_i+w_i$ орқали топилади. Аниқ ечимни x_i тугун нуқталарда $u_i:=(x_i)^2$ формула ёрдамида ҳисоблаб, тақрибий ечим билан солиштирамиз:



1-расм. Аниқ ечим ва тақрибий ечим графиклари.

Тақрибий ечимнинг аниқ ечимга интилишини (яқинлашиш) кузатиш учун $z_i := y_i - u_i$ хатолик функцияси графигига мурожаат қиламиз.



2-расм. Хатолик функцияси графиги.

2-мисол. Айирмали усул.

$$\frac{d^2}{dx^2}u(x) - p(x)\cdot u(x) = f(x)$$

$$u(a) = A\ ,\ \ u(b) = B\ ,\ \ a \le x \le b$$

чегаравий масалани сонли ечиш талаб қилинган бўлсин. Бу ерда $p(x), f(x)$ функциялар берилган ва улар $[a,b]$ ораликда узлуксиз, A, B - ўзгармас сонлар. Масалан,

$$p(x) := 1,\ \ f(x) := 2 - x^2$$

$$A := 0\ \ a := 0\ \ b := 1\ \ B := 1$$

деб оламиз. У ҳолда аниқ ечим $u(x) := x^2$ бўлади. Шу мақсадда $[a,b]$ ораликни $n := 10$ бўлакка, $h := \frac{b-a}{n}$ қадам билан бўлиб, $i := 0..n$ тартиб билан $x_i := i\cdot h$ тугун нуқталарни ҳосил қиламиз. Айирмали усул чегаравий масалани

$$y_{i-1} - \left(2 + h^2\cdot p_i\right)\ y_i + y_{i+1} = h^2\cdot f\ \ ,\ \ 1 \le i \le n;$$

$$y_0 := A\ \ ,\ \ y_n := B$$

кўринишдаги чизиқли алгебраик тенгламалар системаси билан алмаштиради. Бу алгебраик тенгламалар системасини ҳайдаш усули билан ечиб, тақрибий ечимни топамиз:

Тўғри ҳайдаш

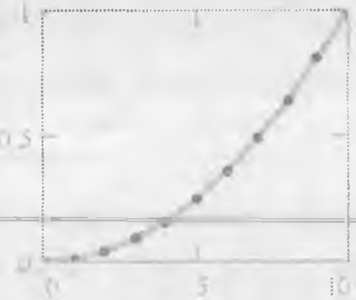
Дастлаб $\alpha_1 := 0 \quad \beta_1 := A \; j := 1..n-1$ бўлганда $\alpha_{j+1} := \dfrac{1}{\left(2+h^2 \cdot p(x_j)\right)-\alpha_j}$

$\beta_{j+1} := \dfrac{\beta_j - h^2 \cdot f(x_j)}{\left(2+h^2 \cdot p(x_j)\right)-\alpha_j}$ коэффициентлар топилади.

Тескари ҳайдаш

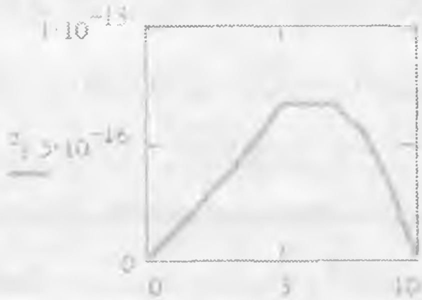
Топилган коэффициентлардан фойдаланиб, $k := n-1, n-2..0$ бўлганда $y_k := \alpha_{k+1} \cdot y_{k+1} + \beta_{k+1}$ ечимлар топилади.

Аниқ ечимни x_i тугун нуқталарда $u_i := (x_i)^2$ формула ёрдамида ҳисоблаб, тақрибий ечим билан солиштирамиз:



1-расм. Аниқ ечим ва тақрибий ечим графиклари.

Тақрибий ечимнинг аник ечимга интилишини (яқинлашиш) кузатиш учун $z_i := y_i - u_i$ хатолик функцияси графигига мурожаат қиламиз:



2-расм. Хатолик функциясининг графиги

МИСОЛЛАР:

№1. $y'' + y \cdot y' - 2 = 0,\ y(0) = 0,\ y'(0) = 0,\ y(x)$ ечимни ифодаловчи қаторнинг дастлабки тўрт ҳади топилсин; $y(0.5)$ қиймат ва $\int_0^x y(x)dx$ интеграл 0,001 гача аниқлик билан топилсин.

№2. $y'' = y \cdot y' - x^2,\ y(0) = 1,\ y'(0) = 1,$ ечим дастлабки олтита ҳади билан даражали қатор кўринишида топилсин.

№3. $y'' + y' + x^2 \cdot y = \dfrac{x}{1-x},\ y(0) = 0,\ y'(0) = 1,\ 0 \le x \le 0.2,\ h = 0.05,\ \varepsilon = 1 \cdot 10^{-4}$.

№4. $y'' - x \cdot y' - 2y = e^{-x^2},\ y(0) = 1,\ y'(0) = 0.5,\ y(x)$ ва $y'(x)$ нинг $0 \le x \le 0.15$ ораликдаги қийматлари $h = 0.05$ қадам билан 0,00001 аниқликда топилсин.

№5. $x \cdot y'' + 2y' + x \cdot y = 0,\ y(0) = 1,\ y'(0) = 0,\ 0 \le x \le 0.2,\ h = 0.05,\ \varepsilon = 1 \cdot 10^{-4}$.

№6. $\begin{cases} y' = x \cdot y + z \\ z' = y - z,\ y(0) = 0,\ z(0) = 1,\ 0 \le x \le 0.2,\ h = 0.05,\ \varepsilon = 1 \cdot 10^{-4}. \end{cases}$

№7. $\begin{cases} y' = x + z^2 \\ z' = y \cdot z,\ y(0) = 1,\ z(0) = -1,\ 0 \le x \le 0.2,\ h = 0.05,\ \varepsilon = 1 \cdot 10^{-4}. \end{cases}$

№8. Ушбу $y' = \dfrac{\alpha}{x^2 + y^2 + \beta},\ y(0) = 0$ масала хусусий ечимининг $[0{,}0.5]$ ораликдаги қийматлари $h = 0.1$ қадам билан $1 \cdot 10^{-5}$ аниқликда топилсин:

a) $\alpha = 1,\ \beta = 2.6$; b) $\alpha = 2.6,\ \beta = 2.2$;

c) $\alpha = 1.8,\ \beta = 1.4$; d) $\alpha = 2.5,\ \beta = 1.9$.

Қуйидаги чегаравий масалаларни ечимлари берилган ораликларда $h = 0.1$ қадам билан 10^{-3} аниқликда топилсин:

№9. $y'' + xy' + y = x + 1,\ y(0.5) + 2y'(0.5) = 1,\ y'(0.8) = 0.2$.

№10. $y'' + 0.5xy' + (1 + 2p^2 \cdot x^2)y = 4x,\ y(0) = 1,\ y(1) = 1.367$.

№11. $y'' + (x-1)y' + 3.125y = 4x,\ y(0) = 1,\ y(1) = 1.367$.

№12. $y'' + 2xy' + 2y = \dfrac{2(5-2x)}{(2-x)^3},\ y(0) = 1,\ y(1) = 1.367$.

№13. $y'' + (1 + x^3)y' + (1 - x^2)y = e^{1-2.5x^2},\ y(0) = 0,\ y(1) = 0$.

IV. МАТЕМАТИК-ФИЗИКА МАСАЛАЛАРИНИ ЕЧИШНИНГ СОНЛИ УСУЛЛАРИ

16. Чекли айирмали схемалар. Айирмали аппроксимация

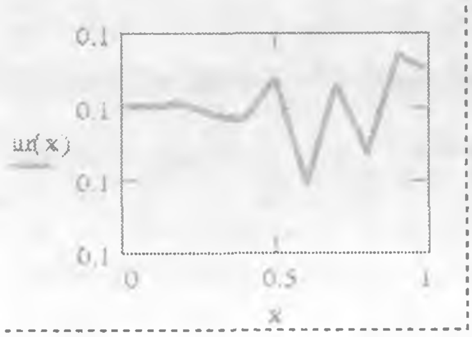
1-мисол. Ҳосиланинг айирмали аппроксимацияси. Фараз қиламиз, $[a,b]$ оралиқда $y=u(x)$ функцияси берилган бўлсин. Ушбу функциянинг ўнг, чап ва марказий айирмали ҳосиласини ҳисоблаш талаб қилинган булсин. Шу мақсадда мисол сифатида $a:=0, b:=1$ деб, $[a,b]$ оралиқни $h:=\frac{b-a}{n}$ қадам билан $n:=10$ бўлакка бўлиб, $x:=a,a+h,...,b$ тугун нуқталарни ҳосил қиламиз. Функция сифатида эса $u(x):=x^2$ функцияни оламиз. Айирмали ҳосилаларни ҳисоблаш билан биргаликда, уларнинг ҳар бири $\frac{d}{dx}u$ ни танланган тугун нуқталарда аппроксимация қилишини ҳам кузатамиз. Шу боис учта $ur(x), ul(x), uc(x)$ - ўнг, чап, марказий айирмали ҳосилаларга мос аппроксимация хатолиги функциялари қийматларини барча тугун нуқталарда ҳисоблаймиз:

$$ur(x):=\frac{u(x+h)-u(x)}{h}-\frac{d}{dx}u(x)$$

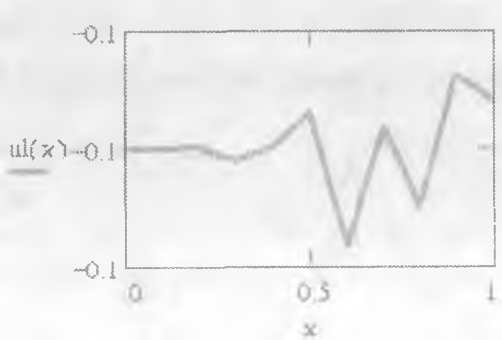
$$ul(x):=\frac{u(x)-u(x-h)}{h}-\frac{d}{dx}u(x)$$

$$uc(x):=\frac{u(x+h)-u(x-h)}{2h}-\frac{d}{dx}u(x)$$

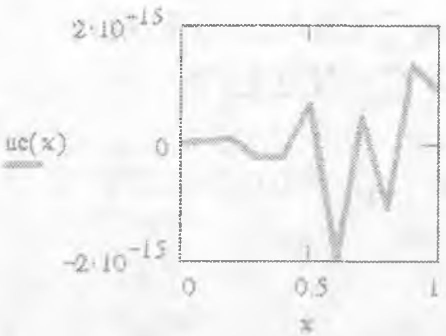
$$us(x):=\frac{u(x+h)-2u(x)+u(x-h)}{h^2}-\frac{d^2}{dx^2}u(x)$$



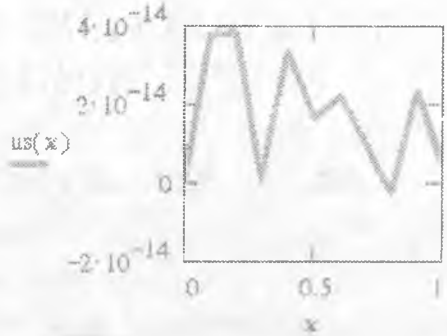
1-расм. Ўнг айирмали ҳосиланинг аппроксимация хатолиги



2-расм. Чап айирмали ҳосиланинг аппроксимация хатолиги



3-расм. Марказий айирмали ҳосиланинг аппроксимация хатолиги хатолиги.



4-расм. Иккинчи тартибли айирмали ҳосиланинг аппроксимация

<u>2-мисол. Лаплас операторининг айирмали аппроксимацияси.</u> Фараз қиламиз, $D := \{(x,y) : a \le x \le b, c \le y \le d\}$ соҳада $u = f(x,y)$ функцияси берилган бўлсин. Лаплас операторининг айирмали аппроксимациясини қуриш ва унинг хатолигини ҳисоблаш талаб қилинган бўлсин. Шу мақсадда мисол сифатида $a := 0$ $b := 1$ $c := 0$ $d := 1$ деб олиб, D соҳани x йўналиши бўйича $n := 10$ бўлакга $hx := \frac{b-a}{n}$ қадам билан ва y йўналиши бўйича $m := 10$ бўлакга $hy := \frac{d-c}{m}$ қадам билан бўлиб, $x := a, a + h \cdot x .. b$ $y := c, c + h \cdot y .. d$ тугун нуқталарни ҳосил киламиз. Функция мисоли сифатида $u(x,y) := \sin(x^2 + y^2) \cdot 10$ функцияни оламиз. Лаплас операторидаги иккинчи тартибли хусусий ҳосилаларни айирмали муносабатлар билан алмаштириб, аппроксимация хатолиги функциялари қийматларини барча тугун нуқталарда ҳисоблаймиз:

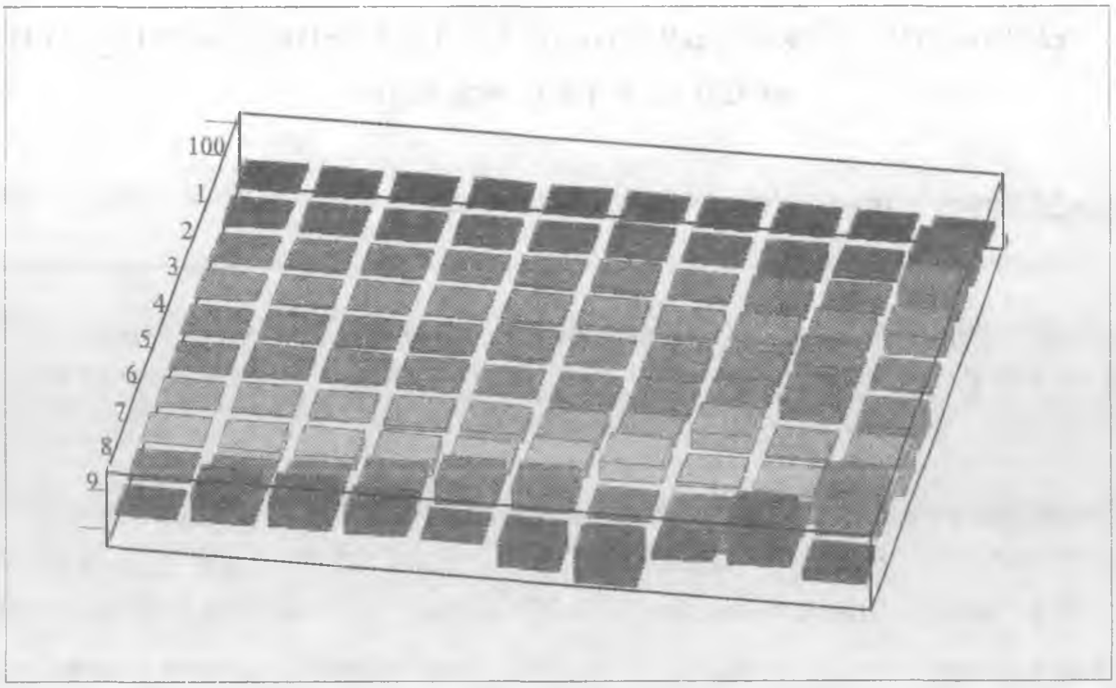
$$Rx(x,y) := \frac{u(x+hx,y) - 2u(x,y) + u(x-hx,y)}{hx^2} - \frac{d^2}{dx^2}u(x,y)$$

$$Ry(x,y) := \frac{u(x,y+hy) - 2u(x,y) + u(x,y-hy)}{hy^2} - \frac{d^2}{dy^2}u(x,y)$$

$$R(x,y) := Rx(x,y) + Ry(x,y)$$

$$i := 1 .. n-1 \qquad j := 1 .. m-1$$

$$S_{i,j} := R(ihx, jhy) \qquad \max(S) = 136.593$$



5-расм. Лаплас операторининг аппроксимация хатолиги

МИСОЛЛАР:

Қуйидаги чегаравий масалаларни ечимларини берилган (x_m, t_n), $x_m = 0{,}2m$, $t_n = 0{,}2n$ тўрда 10^{-3} аниқликда топилсин:

1. $\dfrac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2} = 4, \quad 0 \le x \le 0.8, 0 \le y \le 0.8,$

$u(0,y) = y^2$, $u(0.8,y) = y^2 + 0.64$, $0 \le y \le 0.8$, $u(x,0) = x^2$, $u(x,0.8) = x^2 + 0.64$, $\quad 0 \le x \le 0.8$.

2.

$$\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2} = \frac{2}{1+y}\left[1 + \left(\frac{x+\alpha}{1+y}\right)^2\right], \quad 0 \le x, y \le 1,$$

$u(0,y) = \dfrac{\alpha^2}{1+y}$, $u(1,y) = \dfrac{(1+\alpha)^2}{1+y}$, $0 \le y \le 1$, $u(x,0) = (x+\alpha)^2$, $u(x,1) = \dfrac{(x+\alpha)^2}{2}$, $\quad 0 \le x \le 1$,

$\alpha = 0{,}2k, k = 1,2,\ldots,10$.

3. $\dfrac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2} = 2(1+\alpha), \quad u(x,0) = x^2, u(0,y) = \alpha\, y^2 \le x, y \le 1,$

$u|_{\Gamma} = (1-\alpha)x^2 + \alpha$, Γ соҳа $x^2 + y^2 = 1$ айлананинг $x \ge 0, y \ge 0$ бўлган қисми бўлиб,
$\alpha = 0{,}3k$, $k = 1,2,\ldots,10$.

17. Иссиқлик ўтказувчанлик ва тор тенгламаси учун айирмали схемалар

1-мисол.Ошкор схема. $\{0 \le x \le l, 0 \le t \le T\}$ соҳада

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x,t)$$

Иссиқлик ўтказувчанлик тенгламасини қаноатлантирувчи ва $t = 0$ да $u(x,0) = u0(x)$, $0 \le x \le l$ ҳамда $x = 0$ ва $x = l$ да

$$u(0,t) = \mu 1(t)$$
$$u(l,t) = \mu 2(t)$$

чегаравий шартларни қаноатлантирувчи $u(x,t)$ функция топилсин. Аниқлик учун $l := 1, T := 1, f(x,t) := -1, u0(x) := x^2, \mu 1(t) := t, \mu 2(t) := t^2 + 1$ деб оламиз. Ошкор схемани қўриш мақсадида соҳани x - йўналиши бўйича $N := 5$ бўлакга бўлиб, тугун нуқталар $h := \frac{1}{N}, i := 0..N, x_i := ih$ ни ҳисоблаймиз. Ошкор схема шартли турғун бўлганлиги сабабли, $r := 0.5\ (r < 0.5)$ турғунлик коэффициентини киритамиз. Унда t - йўналиши бўйича бўлиниш қадами $\tau := r \cdot h^2$ формула ёрдамида ҳисобланади ва бўлакчалар сони $K := ceil\left(\frac{T}{\tau}\right)$ орқали, тугун нуқталар $t_n := n \cdot \tau, n := 0..K$ формулалар ёрдамида ҳисобланади. Ушбу тугун нуқталарда аниқ ечим $u_{i,n} := t_n + (x_i)^2$ ёрдамида ҳисобланади. Ошкор схемада тақрибий ечим қатлам бўйича топилади ва унинг Mathcad тизимидаги дастури қуйидагича бўлади:

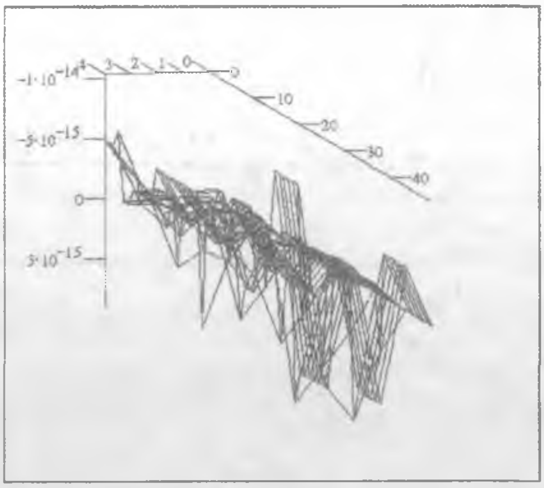
```
y := | for i∈ 0.. N
     |   y[i,0] ← u0(x[i])
     | for n∈ 0.. K
     |   | y[0,n] ← μ1(t[n])
     |   | y[N,n] ← μ2(t[n])
     | for n∈ 0.. K − 1
     |   for i∈ 1.. N − 1
     |     y[i,n+1] ← y[i,n] + r·[(y[i+1,n] − 2·y[i,n]) + y[i−1,n]] + τ·f(x[i], t[n])
     | y
```

Ошкор схема хатолиги $z := y - u$ ёрдамида ва аппроксимация хатолиги

$i := 1..N - 1 \quad n := 0..K - 1$

$$\psi_{i,n} := \frac{u_{i,n} - u_{i,n+1}}{\tau} + \frac{u_{i+1,n} - 2u_{i,n} + u_{i-1,n}}{h^2} + f(x_i, t_n)$$

ёрдамида ҳисобланади.



1-расм.Аппроксимация хатолиги.

2-мисол. Тор тенгламаси учун ошкор схема. $\{0 \le x \le l, 0 \le t \le T\}$ соҳада

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}u = \frac{\partial^2}{\partial x^2}u + f(x,t)$$

Иссиқлик ўтказиш тенгламасини қаноатлантирувчи ва $t = 0$ да $u(x,0) = u0(x)$, $0 \le x \le l$ ҳамда $x = 0$ ва $x = l$ да

$$u(0,t) = \mu 1(t)$$

$$u(l,t) = \mu 2(t)$$

чегаравий шартларни қаноатлантирувчи $u(x,t)$ функция топилсин. Аниқлик учун $l := 1, T := 1, f(x,t) := -1, u0(x) := x^2, \mu 1(t) := t, \mu 2(t) := t^2 + 1$ деб оламиз. Ошкор схемани қуриш мақсадида соҳани x - йўналиши бўйича $N := 10$ бўлакга бўлиб, тугун нуқталарни $h := \frac{1}{N}, i := 0..N, x_i := ih$ ни ҳисоблаймиз. Ошкор схема шартли турғун бўлганлиги сабабли $r := 0.8$ турғунлик коэффициентини киритамиз. Унда t- йўналиши бўйича бўлиниш қадами $\tau := r \cdot h$ формула ёрдамида ҳисобланади ва бўлакчалар сони $K := ceil\left(\frac{T}{\tau}\right)$ орқали, тугун нуқталар $n := 0..K$, $t_n := n \cdot \tau$ формулалар ёрдамида ҳисобланади.Ушбу тугун нуқталарда аниқ ечим $u_{i,n} := (t_n)^2 + (x_i)^2$ ёрдамида ҳисобланади. Ошкор схемада тақрибий ечимлар қатламлар бўйича топилади.

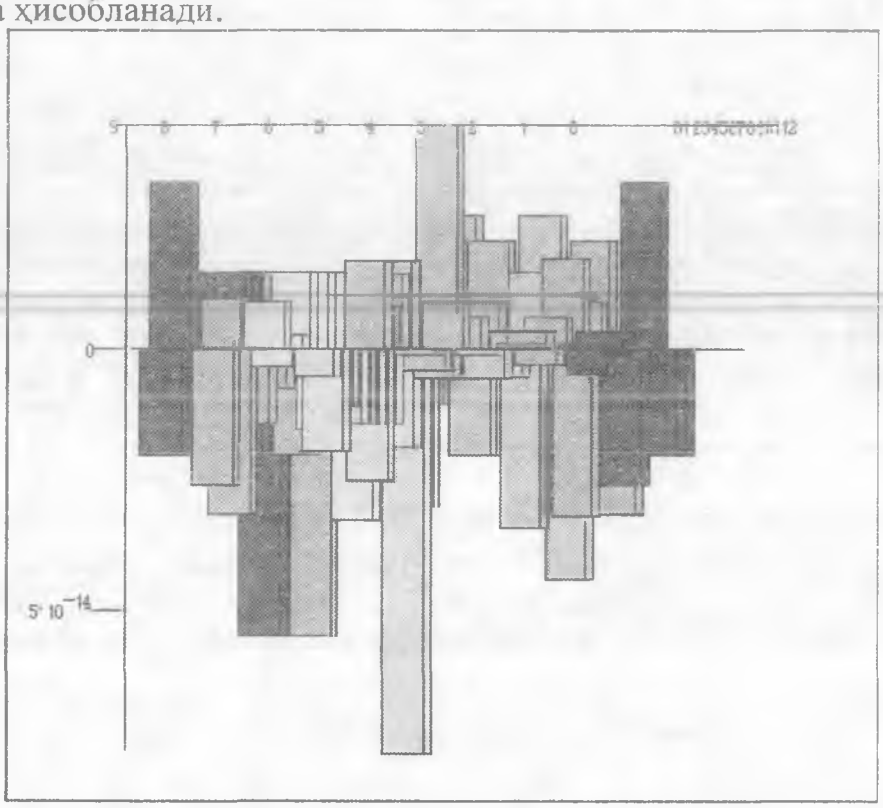
$$
y := \left|
\begin{array}{l}
\text{for } i \in 1..N-1 \\
\quad \left| \begin{array}{l}
y_{i,0} \leftarrow u0(x_i) \\
y_{i,1} \leftarrow y_{i,0} + \tau \cdot u1(x_i) + \dfrac{\tau^2}{2} \cdot \dfrac{u0(x_{i+1}) - 2 \cdot u0(x_i) + u0(x_{i-1})}{h^2}
\end{array} \right. \\
\text{for } n \in 0..K \\
\quad \left| \begin{array}{l}
y_{0,n} \leftarrow \mu 1(t_n) \\
y_{N,n} \leftarrow \mu 2(t_n)
\end{array} \right. \\
\text{for } n \in 1..K-1 \\
\quad \text{for } i \in 1..N-1 \\
\quad\quad y_{i,n+1} \leftarrow (y_{i,n} \cdot 2 - y_{i,n-1}) + r^2 \cdot (y_{i+1,n} - 2 \cdot y_{i,n} + y_{i-1,n}) \\
y
\end{array}
\right.
$$

Ошкор схема хатолиги $z := y - u$ ёрдамида ва аппроксимация хатолиги

$$i := 1..N-1 \quad n := 0..K-1$$

$$\psi_{i,n} := \frac{u_{i,n+1} - 2 \cdot u_{i,n} + u_{i,n+1}}{\tau^2} + \frac{u_{i+1,n} - 2u_{i,n} + u_{i-1,n}}{h^2} + f(x_i, t_n)$$

ёрдамида ҳисобланади.



ψ

2-расм. Аппроксимация хатолиги

МИСОЛЛАР:

Қуйидаги чегаравий масалаларнинг ечимлари айирмали схемалардан фойдаланиб, сонли ечинг.

1. $\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\alpha\left(x^2-2t\right)$, $0\le x\le 1, 0\le t\le 0{,}02$, тенгламанинг $x=0{,}1m$, $m=0{,}1,\dots 10$, $t=0{,}02$ учун $u(x,0)=0$, $u(0,t)=0$, $u(1,t)=\alpha t$, $0\le t\le 0{,}02$ $\alpha=0{,}5k$, $k=1,2,3,4,5,6$ шартларни қаноатлантирувчи ечимларини

а) $h=0.1, \tau=0{,}005$ бўлганда, ошкор схема ёрдамида,

б) $h=0.1, \tau=0{,}02$ бўлганда, ошкормас схема ёрдамида топинг ва натижаларни таққосланг.

2. $\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, $0\le x\le 1, 0\le t\le 0{,}02$, тенгламанинг $x=0{,}1m$, $m=0{,}1,\dots 10$, $t=0{,}02$ учун $u(x,0)=e^{-\alpha x}$, $u(0,t)=e^{\alpha t}$, $u(1,t)=e^{\alpha(t-1)}$, $0\le t\le 0{,}02$ $\alpha=2+0{,}3k$, $k=-4,-3,-2,-1,1,2,3,4$ шартларни қаноатлантирувчи ечимларини

а) $h=0.1, \tau\le\frac{\alpha}{2}h^2$ бўлганда, ошкор схема ёрдамида,

б) $h=0.1, \tau=0.02$ бўлганда, ошкормас схема ёрдамида топинг ва натижаларни таққосланг.

3. $\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\left(-\alpha^2 t+1\right)e^{-\alpha x}$, $0\le x\le 1, 0\le t\le 0.01$ тенгламанинг $u(x,0)=0$, $u(0,t)=t$, $u(1,t)=te^{-\alpha}$, $0\le t\le 0{,}01$ $\alpha=0{,}5k$, $k=1,2,3,4,5,6$ шартларни қаноатлантирувчи $u(x,t)$ ечимининг $t=0.01$ даги қийматларини топинг.

4. $\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\left(1+\alpha x\right)^4-12\alpha^2 t\left(1+\alpha x\right)^2$, $0\le x\le 1, 0\le t\le 0{,}1$ тенгламанинг $u(x,0)=0$, $u(0,t)=t$, $u(1,t)=t(1+\alpha)^4$, $0\le t\le 0{,}1$ $\alpha=1+0{,}4k$, $k=1,2,3,4,5$ шартларни қаноатлантирувчи $u(x,t)$ ечимининг $t=0{,}1$ даги қийматларини топинг.

Гиперболик тенгламага қўйилган аралаш масала ечимининг (x_m,t_n), $x_m=0{,}1m$, $t_n=0{,}1n$, $m,n=0,1,2,\dots 10$ тўрдаги қийматларини топинг.

5. $$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}=\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}+\frac{2\left(\alpha^2-1\right)}{\left(x+\alpha t+1\right)^3},\quad 0\le x\le 1, 0\le t\le 1$$

$u(0,t)=\frac{1}{\alpha t+1}$, $u(1,t)=\frac{1}{\alpha t+2}$, $0\le t\le 1$, $u(x,0)=\frac{1}{1+x}$, $\frac{\partial u(x,0)}{\partial t}=-\frac{\alpha}{(1+x)^2}$, $0\le x\le 1$, $\alpha=0{,}5+0{,}1k$, $k=0,1,\dots,10$.

6. $$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}=\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2},\quad 0\le x\le 1, 0\le t\le 1$$

$u(0,t)=\frac{1}{\alpha+t}$, $u(1,t)=\frac{1}{\alpha+t+1}$, $0\le t\le 1$, $u(x,0)=\frac{1}{\alpha+x}$, $\frac{\partial u(x,0)}{\partial t}=-\frac{1}{(\alpha+x)^2}$, $0\le x\le 1$, $\alpha=0{,}5+0{,}1k$, $k=0,1,\dots,10$.

7. $$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}=\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}+\frac{2\alpha}{\left[\alpha\left(x+t\right)+2\right]^2},\quad 0\le x\le 1, 0\le t\le 1$$

$$u(0,t)=0,\ u(1,t)=\frac{1}{\alpha\left(t+1\right)+2},\quad 0\le t\le 1,\quad u(x,0)=\frac{x}{2+\alpha x},\ \frac{\partial u(x,0)}{\partial t}=-\frac{\alpha x}{\left(2+\alpha x\right)^2},0\le x\le 1,$$

$\alpha=0{,}2k,\ k=0,1,\ldots,10.$

8. $\dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}=\dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2},\quad 0\le x\le 1,\ 0\le t\le 1$

$$u(0,t)=e^{\alpha t},\ u(1,t)=e^{\alpha(t+1)},\quad 0\le t\le 1,\quad u(x,0)=e^{\alpha x},\ \frac{\partial u(x,0)}{\partial t}=\alpha\, e^{\alpha x},0\le x\le 1,$$

$\alpha=0{,}5k,\ k=-5,-4,-3,-2,-1,1,2,3,4,5.$

9. $\dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}=\dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2},\quad 0\le x\le 1,\ 0\le t\le 1$

$$u(0,t)=0,\ u(1,t)=0,\quad 0\le t\le 1,\quad u(x,0)=0,\ \frac{\partial u(x,0)}{\partial t}=\pi\sin\pi x,\ 0\le x\le 1.$$

18. Айирмали схемаларда аппроксимация ва турғунлик тушунчаси

<u>1-мисол. Ошкор схемада аппроксимация.</u> $\{0\le x\le l, 0\le t\le T\}$ соҳада

$$\frac{\partial}{\partial t}u-\frac{\partial}{\partial x}u=0$$

тенгламасини қаноатлантирувчи ва $t=0$ да $u(x,0)=u0(x),\ 0\le x\le l$ ҳамда $x=l$ да

$$u(l,t)=\mu(t)$$

чегаравий шартларни қаноатлантирувчи $u(x,t)$ функция топилсин. Аниқлик учун $l:=l$ $T:=1$ $u0(x):=x$ $\mu(t):=t+1$ деб оламиз. Ошкор схемани қуриш мақсадида соҳани x йўналиши бўйича $N:=50$ бўлакга бўлиб, тугун нуқталарни $h:=\frac{1}{N}$ $i:=0..N$ $x_i:=ih$ бўйича ҳисоблаймиз. Ошкор схема шартли турғун бўлганлиги сабабли $r:=0.9\ (r<1)$ турғунлик коэффициентини киритамиз. Унда t- йўналиши бўйича бўлиниш қадами $\tau:=r\cdot h$ формула ёрдамида ҳисобланади ва бўлакчалар сони $K:=ceil\left(\frac{T}{\tau}\right)$ орқали, тугун нуқталар $n:=0..K$ $t_n:=n\cdot\tau$ формулалар ёрдамида ҳисобланади.Ушбу тугун нуқталарда аниқ ечим $u_{i,n}:=t_n+(x_i)$ ёрдамида ҳисобланади. Ошкор схемада тақрибий ечимлар қатламлар бўйича топилади.

```
y := | for  i ∈ 0.. N
     |   y[i,0] ← u0(x[i])
     | for  n ∈ 0.. K
     |   y[N,n] ← μ(t[n])
     | for  n ∈ 0.. K − 1
     |   for  i ∈ 0.. N − 1
     |     y[i,n+1] ← y[i,n] + r(y[i+1,n] − y[i,n])
     | y
```

Ошкор схема хатолиги $z := y - u$ ёрдамида ва аппроксимация хатолиги

$$i := 1..N-1 \quad n := 0..K-1$$

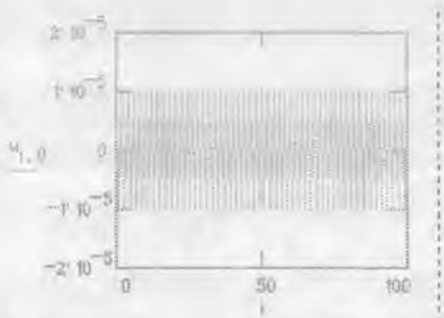
$$\psi_{i,n} := \frac{u_{i,n} - u_{i,n+1}}{\tau} + \frac{u_{i+1,n} - u_{i,n}}{h}$$

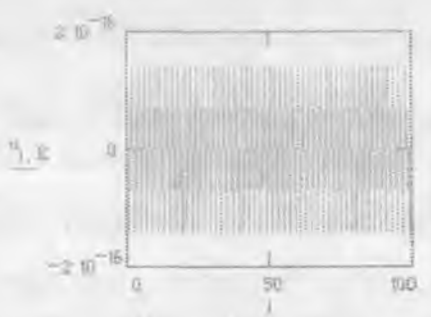
ёрдамида ҳисобланади.

2-мисол. Турғунлик тушунчаси. Агар юқоридаги масала учун $\mu(t) := 0$ ва $u0(x) := 0$ ни $\varepsilon := 10^{-5}$ миқдорга ўзгартирсак, мос айирмали схема ечимини $r < 1$ (масалан $r := 0.9$) да кузатамиз. Аниқлик учун $u_{i,0} := (-1)^i \cdot \varepsilon$ деб олиб айирмали схема аниқ ечими

$$N := 100 \qquad i := 0..N \qquad K := ceil\left(\frac{T}{r \cdot \frac{1}{N}}\right) \qquad n := 0..K \quad u_{i,n} := (1-2r)^n \cdot (-1)^i \cdot \varepsilon$$

кўринишда бўлади. Кўриниб турибдики, N-нинг қиймати ошганлиги сари u ечимнинг қиймати катталашиб боради.





19. Айирмали схемалар учун максимум принципи. Пуассон тенгламаси учун Дирихле масаласининг аппроксимацияси

1-мисол. Пуассон тенгламаси учун Дирихле масаласининг аппроксимацияси.

Фараз қиламиз, $D := \{(x,y): 0 \le x1 \le l1, 0 \le x2 \le l2\}$ соҳада

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} = -f(x,y)$$

тенгламани қаноатлантирувчи ва соҳа чегарасида $u(x) = \mu(x)$ чегаравий шартларни қаноатлантирувчи $u(x)$ функция топилиши талаб қилинсин. Аниқлик учун $l1 := 1$ $l2 := 1$ $f(x1,x2) := -4$ $\mu1(x2) := x2^2$ $\mu2(x2) := x2^2 + l2^2$ $\mu3(x1) := x1^2$ $\mu4(x1) := x1^2 + l1^2$ деб оламиз.

$$\mu(x1,x2) := \begin{array}{|l} \mu1(x2) \text{ if } x1 = 0 \\ \mu2(x2) \text{ if } x1 = l1 \\ \mu3(x1) \text{ if } x2 = 0 \\ \mu4(x1) \text{ if } x2 = l2 \end{array}$$

Айирмали схемани қуриш мақсадида соҳани $x1$- йўналиши бўйича $N1 := 5$ бўлакга бўлиб, тугун нуқталарни $h1 := \frac{1}{N1}$ $i := 0..N1$ $x1_i := i \cdot h1$ бўйича топамиз. Худди шундай, соҳани $x2$- йўналиши бўйича $N2 := 5$ бўлакга бўлиб, тугун нуқталарни $h2 := \frac{1}{N2}$ $j := 0..N2$ $x2_j := j \cdot h2$ бўйича хисоблаймиз. У ҳолда Дирихле масаласининг аниқ ечими $u_{i,j} := (x1_i)^2 + (x2_j)^2$ формула ёрдамида ҳисобланади. Пуассон тенгламаси учун Дирихле масаласининг айирмали аппроксимациясини қуриш ва унинг хатолигини ҳисоблаш талаб қилинган бўлсин. Шу мақсадда мисол сифатида

$$\frac{y_{i+1,j} - 2y_{i,j} + y_{i-1,j}}{h1^2} + \frac{y_{i,j+1} - 2y_{i,j} + y_{i,j-1}}{h2^2} = -f_{i,j} \qquad i := 1..N1-1 \quad j := 0..N2-1$$

$$y_{i,0} := \mu(x1_i, 0) \qquad y_{i,N2} := \mu(x1_i, l2)$$

$$y_{0,j} := \mu(0, x2_j) \qquad y_{N1,j} := \mu(l1, x2_j)$$

айирмали аппроксимация хатолигини ҳисоблаймиз.

$$\psi1_{i,j} := \left| \left(\frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{h1^2} + \frac{u_{i,j+1} - 2u_{i,j} + u_{i,j-1}}{h2^2} \right) + f(x1_i, x2_j) \right|$$

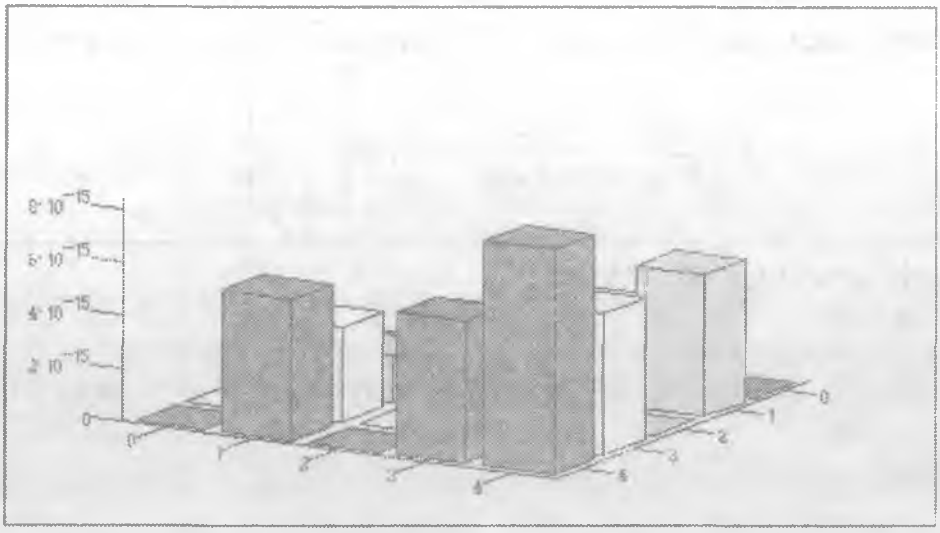
$$\psi2_{i,j} := \left| u_{i,0} - \mu(x1_i, 0) \right| \qquad \psi3_{i,j} := \left| u_{i,N2} - \mu(x1_i, l2) \right|$$

$$\psi4_{i,j} := \left| u_{0,j} - \mu(0, x2_j) \right| \qquad \psi5_{i,j} := \left| u_{N1,j} - \mu(l1, x2_j) \right|$$

турли функциялар ёрдамида аппроксимация хатолиги функцияси

$$\psi_{i,j} := \psi1_{i,j} + \psi2_{i,j} + \psi3_{i,j} + \psi4_{i,j} + \psi5_{i,j}$$

ёрдамида ҳисобланади.



ψ

1-расм. Аппроксимация хатолиги функцияси графиги.

20. Пуассон тенгламаси учун Дирихле айирмали масаласининг турғунлиги ва яқинлашиши

1-мисол. Пуассон тенгламаси учун Дирихле масаласининг аппроксимацияси.

Фараз қиламиз, $D := \{(x,y): 0 \le x1 \le l1, 0 \le x2 \le l2\}$ соҳада

$$\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}u + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2}u = -f(x,y)$$

тенгламани қаноатлантирувчи ва соҳа чегарасида $u(x) = \mu(x)$ чегаравий шартларни қаноатлантирувчи $u(x)$ функция топилиши талаб қилинсин. Аниқлик учун $l1 := 1$ $l2 := 1$ $f(x1,x2) := -4$ $\mu1(x2) := x2^2$ $\mu2(x2) := x2^2 + l2^2$ $\mu3(x1) := x1^2$ $\mu4(x1) := x1^2 + l2^2$ деб оламиз.

$$\mu(x1,x2) := \left| \begin{array}{l} \mu1(x2) \text{ if } x1 = 0 \\ \mu2(x2) \text{ if } x1 = l1 \\ \mu3(x1) \text{ if } x2 = 0 \\ \mu4(x1) \text{ if } x2 = l2 \end{array} \right.$$

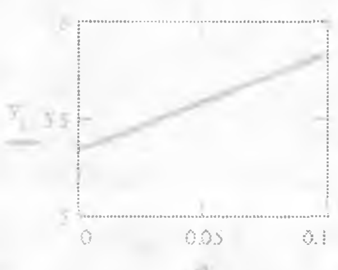
Айирмали схемани қуриш мақсадида соҳани $x1$- йўналиши бўйича $N1 := 5$ бўлакга бўлиб, тугун нуқталарни $h1 := \frac{1}{N1}$ $i := 0..N1$ $x1_i := ih1$ бўйича қурамиз. Худди шундай соҳани $x2$- йўналиши бўйича $N2 := 5$ бўлакга бўлиб тугун нуқталарни $h2 := \frac{1}{N2}$ $j := 0..N2$ $x2_j := jh2$ бўйича ҳисоблаймиз. У ҳолда Дирихле масаласининг аниқ ечими $u_{i,j} := (x1_i)^2 + (x2_j)^2$ формула ёрдамида ҳисобланади. Тақрибий ечимни Якоби усулида $\varepsilon := 10^{-2}$ аниқликда топамиз. Ечимни ушбу аниқликда топиш учун $N0$ - итерациялар сони ҳисобланади:

$$\xi := \tan\left(\frac{\pi \cdot h1}{2}\right)^2 \quad \rho := \frac{1-\xi}{1+\xi} \quad N0 := ceil\left(\frac{\ln\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)}{\ln\left(\frac{1}{\rho}\right)}\right) \quad N0 = 22$$

Ечим эса қуйидагича ҳисобланади:

```
y(ε1,ε2) := | for i∈ 1.. N1 − 1
            |   for j∈ 1.. N2 − 1
            |     w[i,j] ← [[μ3(x1[i])·(1 − x2[j]) + μ4(x1[i])·x2[j]]·x1[i]·(1 − x1[i]) + [μ1(x2[j])·(1 − x1[i]) + μ2(x2[j])·(x1[i])]·x2[j]·(1 − x2[j])]
            | for j∈ 0.. N2
            |   | w[0,j] ← μ1(x2[j]) + ε1
            |   | w[N1,j] ← μ2(x2[j]) + ε1
            | for i∈ 0.. N1
            |   | w[i,0] ← μ3(x1[i]) + ε1
            |   | w[i,N2] ← μ4(x1[i]) + ε1
            | r ← w
            | for I∈ 1.. N0
            |   | v ← w
            |   | for i∈ 1.. N1 − 1
            |   |   for j∈ 1.. N2 − 1
            |   |     w[i,j] ← 1/4·[v[i−1,j] + v[i+1,j] + v[i,j−1] + v[i,j+1] + h1^2·(f(x1[i], x2[j]) + ε2)]
            |   | S[I] ← w
            | S
```

Ушбу функция юқоридаги масала ўнг томонини $\varepsilon 2$ кичик миқдорга ва чегаравий функцияларни $\varepsilon 1$ кичик миқдорга ўзгартирганда ечимни ҳисоблаб беради. Биз ҳозир ана шу боғланишни кузатамиз. Шу мақсадда аввал $\varepsilon 1$ сифатида $l := 1..10$, $\mu 1 := 10^{-1}$ кичик миқдорларга мос $Y_1 := norme(y(\mu 1,0)N0)$ ечим қийматларини ҳисоблаймиз ва графигини кузатамиз.



1-расм. Чегаравий шартларнинг кичик ўзгаришига ечимнинг ҳам кичик ўзгариши мос келиши (турғунлик)

2-расм.Ўнг томонининг кичик ўзгаришига ечимнинг ҳам кичик ўзгариши мос келиши (турғунлик)

$\varepsilon 1$ сифатида $F1 := 10^{-1}$ кичик миқдорларга мос $Z_1 := norme(y(\mu 1,0)_{N0})$ ечим қийматларини ҳисоблаймиз ва графигини кузатамиз.

21. Айирмали схемаларнинг турғунлик назарияси. Икки ва уч қатламли айирмали схемаларнинг каноник кўриниши ва турғунлик шартлари

<u>1-мисол. Иссиқлик ўтказувчанлик тенгламаси учун вазнли схема.</u> $\{0 \le x \le l, 0 \le t \le T\}$ соҳада

$$\frac{\partial}{\partial t}u = \frac{\partial^2}{\partial x^2}u + f(x,t)$$

тенгламасини қаноатлантирувчи ва $t = 0$ да $u(x,0) = u0(x)$, $0 \le x \le l$ ҳамда $x = 0$ ва $x = l$ да

$$u(0,t) = \mu 1(t)$$
$$u(1,t) = \mu 2(t)$$

чегаравий шартларни қаноатлантирувчи $u(x,t)$ функция топилсин. Аниқлик учун $l := 1$ $T := 1$ $f(x,t) := 0$ $u0(x) := \sin\left(\frac{2\pi}{l}x\right)$ $\mu 1(t) := 0$ $\mu 2(t) := 0$ деб оламиз. Вазнли схемани қуриш мақсадида соҳани x йўналиши бўйича $N := 20$ бўлакга бўлиб, тугун нуқталарни $h := \frac{1}{N}$ $i := 0..N$ $x_i := ih$ бўйича ҳисоблаймиз ва t йўналиши бўйича $K := 20$ бўлакга бўлиб, тугун нуқталарни $\tau := \frac{t}{K}$ $n := 0..K$ $t_n := n\tau$ формула ёрдамида ҳисобланади. Ушбу тугун нукталарда аниқ ечим $u_{n,i} := \sin(2\pi \cdot x_i) \cdot e^{-\left(\frac{2\pi}{l}\right)t_n}$ ёрдамида ҳисобланади. Юқоридаги масала учун вазнли айирмали схема:

$$\frac{y_{n+1,i} - 2y_{n,i}}{\tau} = \sigma \cdot \frac{y_{n+1,i+1} - 2y_{n+1,i} + y_{n+1,i-1}}{h^2} + (1-\sigma) \cdot \frac{y_{n,i+1} - 2y_{n,i} + y_{n,i-1}}{h^2} \quad (*),$$

$$y_{n,0} := 0 \qquad y_{n,N} := 0 \qquad y_{0,i} := u0(x_i), i = 1..N-1$$

кўринишида ёзилади. Бу ерда σ - схема вазни дейилади ва у одатда турғунлик шартдан танланади. Ушбу айирмали схемани каноник кўринишда ёзиш учун

$$Ay_i = -\frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{h^2}, \quad y_0 = y_N = 0, \ i = 1..N-1$$

орқали A операторни, $y_n = (y_1^n, ..., y_{N-1}^n)^T$ векторни киритиб, (*) тенгликни

$$\frac{y_{n+1} - y_n}{\tau} = \sigma \cdot (Ay_{n+1}) + (1-\sigma) \cdot (Ay_n)$$

ёки

$$B \cdot \frac{y_{n+1} - y_n}{\tau} + A \cdot y_n = \phi_n$$

кўринишида тасвирлаймиз. Бу ерда $B = E + \sigma\tau A$. У ҳолда вазнли айирмали схеманинг турғунлик шарти $B \ge 0.5 \cdot \tau \cdot A$ ёки $\sigma \ge \frac{1}{2} - \frac{h^2}{4\tau}$ орқали берилади. Биз ҳозир ушбу турғунлик шартини тадқиқ қилиш учун фиксирланган σ

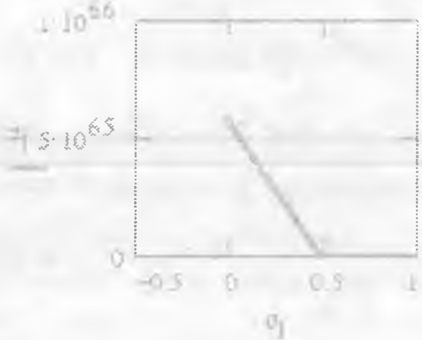
параметрнинг қийматида ечим қийматини ҳисоблаб берувчи функцияни тузамиз. σ параметрининг

$$l := 0..2 \quad , \quad \sigma_l := \left(\frac{1}{2} - \frac{h^2}{4\tau}\right) + \frac{l-1}{2} \quad , \quad \sigma = \begin{pmatrix} -0.013 \\ 0.487 \\ 0.988 \end{pmatrix}$$

қийматлар кетма-кетлиги учун

$$z_l := norme(y(\sigma_l) - u) \quad z = \begin{pmatrix} 5.792 \cdot 10^{65} \\ 0.449 \\ 0.687 \end{pmatrix}$$

хатолик функцияси қийматлари нормаларини ҳисоблаймиз.



1- расм. Хатолик функциясининг
σ -параметрга боғлиқлиги.

Ушбу графикдан кўриниб турибдики, σ_1 учун хатолик киймати жуда ҳам катта, яъни схема турғунмаслигини кузатамиз. Ҳакикатдан ҳам, ушбу қийматда турғунлик шарти бажарилмайди. σ параметрининг қолган қийматларида турғунлик шартлари бажарилган.

V. ТЎР ТЕНГЛАМАЛАРНИ ЕЧИШ УСУЛЛАРИ

22. Матрицавий прогонка усули

Матрицавий прогонка алгоритми.

$$\begin{aligned} &-C_0 \cdot y_0 + B_0 \cdot y_1 = -F_0 \\ &A_i \cdot y_{i-1} - C_i \cdot y_i + B_i \cdot y_{i+1} = -F_i \quad , \quad i = 1..N-1 \quad (1) \\ &A_N \cdot y_{N-1} - C_N \cdot y_N = -F_N \end{aligned}$$

тенгламалар системасини ҳал этиш талаб қилинсин. Бу ерда

A_i , B_i , C_i - M ўлчовли квадрат матрицалар;

F_i - M ўлчовли берилган векторлар;

y - M ўлчовли номаълум векторлар;

Ушбу системани матрицавий прогонка ёрдамида ҳал киладиган функцияни тузамиз:

$$
\mathrm{MatrProg}(A,B,C,F,N) := \left|\begin{array}{l}
\alpha_1 \leftarrow (C_0)^{-1}\cdot B_0 \\
\beta_1 \leftarrow (C_0)^{-1}\cdot F_0 \\
\text{for } i \in 1..N \\
\quad \left|\begin{array}{l}
\alpha_{i+1} \leftarrow (C_i - A_i\cdot\alpha_i)^{-1}\cdot B_i \\
\beta_{i+1} \leftarrow (C_i - A_i\cdot\alpha_i)^{-1}\cdot(A_i\cdot\beta_i + F_i)
\end{array}\right. \\
y_N \leftarrow \beta_{N+1} \\
\text{for } i \in N-1..0 \\
\quad y_i \leftarrow \alpha_{i+1}\cdot y_{i+1} + \beta_{i+1} \\
y
\end{array}\right.
$$

1-мисол. Дирихле масаласи. $G = \{0 < x1 < l1, 0 < x2 < l2\}$ соҳада

$$\frac{\partial^2}{\partial x_1^{\,2}}u + \frac{\partial^2}{\partial x_2^{\,2}}u = -f(x_1, x_2)$$

тенгламани қаноатлантирувчи ва соҳа чегарасида $u(x) = \mu(x)$ чегаравий шартларни қаноатлантирувчи $u(x)$ функция топилсин. Аниқлик учун

$$l1 := 1, l2 := 1,\ f(x1,x2) := -4, \mu1(x2) := x2^2, \mu2(x2) := x2^2 + l1^2,$$
$$\mu3(x1) := x1^2,\ \mu4(x1) := x1^2 + l2^2$$

$$
\mu(x1,x2) := \left|\begin{array}{l}
\mu1(x2) \ \text{ if } x1 = 0 \\
\mu2(x2) \ \text{ if } x1 = l1 \\
\mu3(x1) \ \text{ if } x2 = 0 \\
\mu4(x1) \ \text{ if } x2 = l2
\end{array}\right.
$$

деб оламиз. Айирмали схемани қуриш мақсадида соҳани $x1$ - йўналиши бўйича $N1 := 5$ бўлакга бўлиб, тугун нуқталарни $h1 := \frac{1}{N1}, i := 0..N1, x1_i := ih1$ бўйича аниклаймиз. Худди шундай $N2 := 5$ бўлакга бўлиб тугун нуқталарни $h2 := \frac{1}{N2}, j := 0..N2, x2_j := jh2$ топиб оламиз. У ҳолда Дирихле масаласининг аниқ ечими $u_{i,j} := (x1_i)^2 + (x2_j)^2$ ёрдамида ҳисобланади. Тақрибий ечимни матрицавий прогонка усулида $\varepsilon := 10^{-10}$ аниқликда топамиз. Шу мақсадда

$$\frac{y_{i-1,j} - 2y_{i,j} + y_{i+1,j}}{h1^2} + \frac{y_{i,j-1} - 2y_{i,j} + y_{i,j+1}}{h2^2} = -f_{i,j}$$

$$y_{0,j} = \mu_{0,j} \qquad y_{N1,j} = \mu_{N1,j} \qquad j := 1..N2-1$$

$$y_{i,0} = \mu_{i,0} \qquad y_{i,N2} = \mu_{i,N2} \qquad i := 1..N1-1$$

айирмали схемадан фойдаланамиз. Ушбу системани матрицавий прогонка ёрдамида ечиш учун уни (1) кўринишда ёзиб оламиз. Шу мақсадда $E2$ орқали $N2-1$ ўлчовли бирлик матрицани, ҳамда O оркали нол матрицани белгилаймиз: $E2 := identity(N2-1)$ $\quad O := identity(N2-1) - identity(N2-1)$ ва

$$\Lambda 2 := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0..N1-2 \\ \quad \text{for } j \in 0..N2-2 \\ \quad\quad \Lambda 2_{i,j} \leftarrow \left| \begin{array}{ll} -2 & \text{if } i = j \\ 1 & \text{if } (i = j-1) + (i = j+1) \\ 0 & \text{otherwise} \end{array} \right. \\ \Lambda 2 \leftarrow \Lambda 2 \cdot h2^{-2} \end{array} \right.$$

орқали уч диагоналли $N2-1$ ўлчовли $x2$ - йўналиши бўйича иккинчи тартибли айирмали ҳосила операторининг матрицасини белгилаймиз. MO, MN векторлар ёрдамида эса мос равишда $\mu 1$ ва $\mu 2$ функция қийматларидан ташкил топган векторларни белгилаб оламиз

$$M0 := \left| \begin{array}{l} \text{for } j \in 0..N2-2 \\ \quad M0_j \leftarrow \mu 1\left(x2_{j+1}\right) \\ M0 \end{array} \right. \qquad MN := \left| \begin{array}{l} \text{for } j \in 0..N2-2 \\ \quad MN_j \leftarrow \mu 2\left(x2_{j+1}\right) \\ MN \end{array} \right.$$

Энди (1) системадаги A, B, C, F - матрицалар ва векторни ташкил қилиш билан шугулланамиз. Бизнинг мисолимиз учун

$$F := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..N1-1 \\ \quad \left| \begin{array}{l} \text{for } j \in 1..N2-1 \\ \quad a_{j-1} \leftarrow \left| \begin{array}{ll} f\left(x1_i, x2_1\right) + \dfrac{\mu 3\left(x1_i\right)}{h2^2} & \text{if } j = 1 \\ f\left(x1_i, x2_j\right) & \text{if } 2 \le j \le N2-2 \\ f\left(x1_i, x2_{N2-1}\right) + \dfrac{\mu 4\left(x1_i\right)}{h2^2} & \text{if } j = N2-1 \end{array} \right. \\ F_i \leftarrow a \end{array} \right. \\ F_0 \leftarrow -M0 \\ F_{N2} \leftarrow -MN \\ F \end{array} \right.$$

$$A := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..N1-1 \\ \quad A_i \leftarrow h1^{-2} \cdot E2 \\ A_{N1} \leftarrow O \\ A \end{array} \right.$$

$$B := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..N1-1 \\ \quad B_i \leftarrow h1^{-2} \cdot E2 \\ B_0 \leftarrow O \\ B_{N1} \leftarrow O \\ B \end{array} \right. \qquad C := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..N1-1 \\ \quad C_i \leftarrow (h1)^{-2} \cdot E2 \cdot 2 - \Lambda 2 \\ C_{N1} \leftarrow -E2 \\ C_0 \leftarrow -E2 \\ C \end{array} \right.$$

Ушбу матрицалар ва векторга эга булган (1) системани матрицавий прогонка ёрдамида ҳал қиламиз:

$$y := Matr\,\mathrm{Pr}\,og(A,B,C,F,N1)$$

$\mu 3$ ва $\mu 4$ функция қийматларидан тузилган векторларни

$$i := 0..N1\,,\;\; \mu 0_i := \mu 3(x1_i)\,,\;\; \mu N_i := \mu 4(x1_i)$$

тарзда ҳисоблаймиз. Ва нихоят матрицавий прогонка ёрдамида ҳисобланган тақрибий ечимни, чегаравий қийматлари билан биргаликда

$$v := \left| \begin{array}{l} w_0 \leftarrow y_0 \\ \text{for } j \in 1..N2 \\ \quad w_j \leftarrow \mathrm{augment}(w_{j-1}, y_j) \\ w1 \leftarrow \mathrm{stack}\left(\mu 0^T, w_{N2}\right) \\ w2 \leftarrow \mathrm{stack}\left(w1, \mu N^T\right) \\ w2 \end{array} \right.$$

тартибда езиб оламиз. У ҳолда хатолик функцияси

$$z := u - v$$

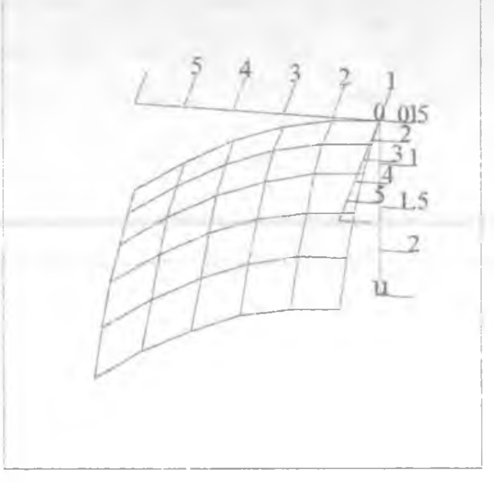
формула ёрдамида ҳисобланади. Аппроксимация хатолиги

$$\psi_{i,j} := \frac{u_{i-1,j} - 2u_{i,j} + u_{i+1,j}}{h1^2} + \frac{u_{i,j-1} - 2u_{i,j} + u_{i,j+1}}{h2^2} + f(x1_i, x2_j)$$

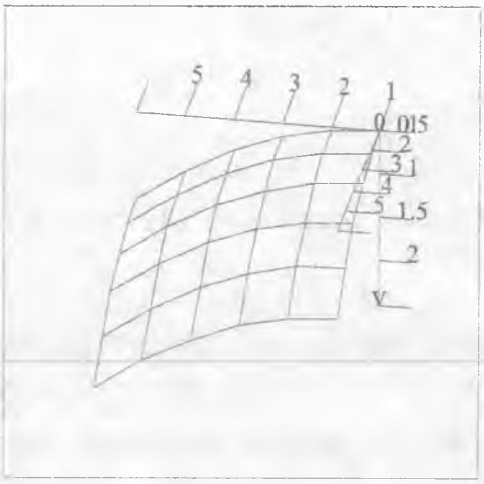
$$j := 1..N2-1 \qquad i := 1..N1-1$$

ёрдамида ҳисобланади.

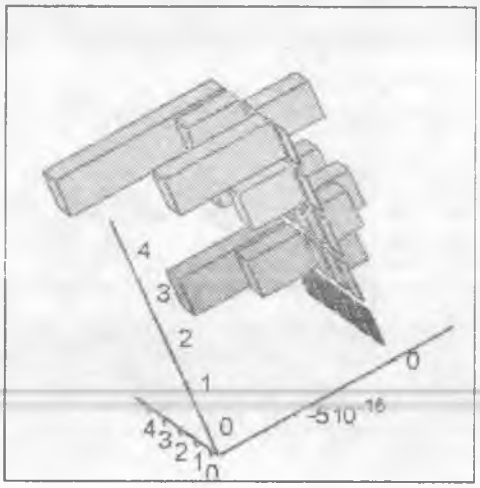
1 расм. Аниқ ечим.



2 расм. Тақрибий ечим.



3 расм. Хатолик функцияси.

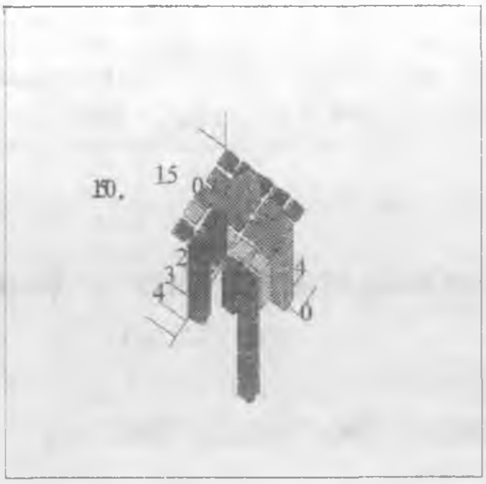


Ψ

$\max(z) = 0.063325739776461 \cdot 10^{-16}$

$\min(z) = 0$

4 расм. Аппроксимация хатолиги функцияси.



$\max(\psi) = 0.029368297104094$
$\min(\psi) = -0.029368297104094$

МИСОЛЛАР:

№2. Учлари $A(0,0), B(0,1), C(1,1), D(1,0)$ нуқталарда жойлашган квадрат учун Лаплас тенгламасининг ечимини топинг. Ечим қийматларири $h = 0.25$ қадам билан ҳисобланг. Чегара шартлари: $u(AB) = 30y$, $u(BC) = 30(1-x)$, $u(CD) = 0$, $u(AD) = 0$

№3. $x = 0.1 \cdot m, m = 0..10, t = 0.02$ тўрда $\frac{\partial}{\partial t}u = \frac{\partial^2}{\partial t^2}u + \alpha \cdot (x^2 - 2t),\ 0 \le x \le 1,\ 0 \le t \le 0.02$ тенгламанинг $u(x,0) = 0$, $u(0,t) = 0$, $u(l,t) = \alpha t$ шартларни қаноатлантирувчи ечими топилсин, $\alpha = 0.5 \cdot k$, $k = 1..6$, $h = 0.1$, $l = 0.02$.

№4. $x = 0.1 \cdot m, m = 0..10, t = 0.02$ тўр учун $\frac{\partial}{\partial t}u = \frac{\partial^2}{\partial t^2}u \cdot \frac{1}{\alpha},\ 0 \le x \le 1,\ 0 \le t \le 0.02$ тенгламанинг $u(x,0) = e^{-\alpha \cdot x}$, $u(0,t) = e^{\alpha \cdot t}$, $u(l,t) = e^{\alpha \cdot (t-1)}$ шартларни қаноатлантирувчи ечими топилсин, $\alpha = 2 + 0.3k$, $k = -4,-3,-2,-1,1,2,3,4....$, $h = 0.1$.

№5.
$\frac{d^2}{dx^2}u(x,y) + \frac{d^2}{dy^2}u(x,y) = 2(1+\alpha),\ 0 \le x,\ y \le 1,\ u(x,0) = x^2,\ u(0,y) = \alpha \cdot y^2,$
$u(\Gamma) = (1-\alpha) \cdot x^2 + \alpha$, Пуассон тенгламаси учун чегаравий масала $(x_m, y_n), x_m = 0.2 \cdot m,\ y_n = 0.2 \cdot n$ тўрда ечилсин, бунда Γ-айлананинг бир қисми, $x \ge 0,\ y \ge 0$ да $x^2 + y^2 = 1, \alpha = 0.3 \cdot k,\ k = 0..10$.

№6. $h = l = 0.1$ квадрат тўрда $u(x,0) = (1.5x^2 + 1.2)\cdot \sin \pi x$, $u_\tau(x,0) = 0.1x$, $u(0,t) = 0$, $u(l,t) = 0$

№7. $h = l = 0.1$ квадрат тўрда $u(x,0) = (1.5x^2 + 0.9)\cdot e^{-x}$, $u_\tau(x,0) = 0$, $u(0,t) = 0$, $u(l,t) = 2.4e^{-1}$

23. Тўр тенгламаларни ечиш усуллари. Итерацион усуллар

1-мисол. Чебишев параметрлари билан ошкор итерацион усул. $G = \{0 < x1 < l1, 0 < x2 < l2\}$ соҳада

$$\frac{\partial^2}{\partial x_1^{\,2}} u + \frac{\partial^2}{\partial x_2^{\,2}} u = -f(x_1, x_2)$$

тенгламани қаноатлантирувчи ва соҳа чегарасида $u(x) = \mu(x)$ чегаравий шартларни қаноатлантирувчи $u(x)$ функция топилсин. Аниқлик учун $l1 := 1, l2 := 1,\ f(x1, x2) := \sin(2\pi \cdot x1)\cdot \sin(2\pi \cdot x2), \mu(x1, x2) := 0$ деб оламиз. Айирмали схемани қуриш мақсадида соҳани $x1$ йўналиши бўйича $N1 := 10$ бўлакга бўлиб тугун нуқталарни $h1 := \frac{1}{N1}, i := 0..N1,\ x1_i := ih1$ бўйича оламиз. Худди шундай $N2 := 10$ бўлакга бўлиб тугун нуқталарни $h2 := \frac{1}{N2}, j := 0..N2,\ x2_j := jh2$ бўйича топиб оламиз. У ҳолда Дирихле масаласининг аниқ ечими $u_{i,j} := \frac{\sin(2\pi \cdot x1)\cdot \sin(2\pi \cdot x2)}{8 \cdot \pi^2}$ ни $\varepsilon := h1^3 + h2^3$ аниқликда топамиз. Шу мақсадда

$$\frac{y_{i-1,j} - 2y_{i,j} + y_{i+1,j}}{h1^2} + \frac{y_{i,j-1} - 2y_{i,j} + y_{i,j+1}}{h2^2} = -f_{i,j}$$

$$y_{0,j} = \mu_{0,j} \qquad y_{N1,j} = \mu_{N1,j} \qquad j := 1..N2 - 1$$

$$y_{i,0} = \mu_{i,0} \qquad y_{i,N2} = \mu_{i,N2} \qquad i := 1..N1 - 1$$

айирмали схемадан фойдаланамиз. Ушбу системани Чебишев итерацион усули ёрдамида ечиш учун уни

$$A \cdot y = f$$

кўринишида ёзиб оламиз. У ҳолда A матрица симметрик бўлади ва унинг энг кичик ва энг катта хос сонлари мос равишда

$$\gamma 1 := \frac{8}{h1^2} \cdot \sin^2\left(\frac{\pi \cdot h1}{2}\right) \qquad \gamma 2 := \frac{8}{h2^2} \cdot \sin^2\left(\frac{\pi \cdot h2}{2}\right)$$

формулалар бўйича ҳисобланади. Демак, ушбу системани Чебишев итерацион усули ёрдамида ҳисоблаш мумкин. Шу мақсадда

$$\xi := \frac{\gamma 1}{\gamma 2}\ ,\ \rho 0 := \frac{1-\xi}{1+\xi}\ ,\ \tau_0 := \frac{2}{\gamma 1+\gamma 2}\ ,\ \rho 1 := \frac{1-\sqrt{\xi}}{1+\sqrt{\xi}}$$

$$n := ceil\left[\frac{\ln\left(\frac{2}{\varepsilon}\right)}{\ln\left(\frac{1}{\rho 1}\right)}\right]\quad k := 1..n\ ,\ t_k := \cos\left[\frac{(2k-1)\cdot\pi}{2n}\right],\qquad \tau_k := \frac{\tau_0}{1+\rho 0\cdot t_k}$$

Чебишев параметрларини ҳисоблаб чиқамиз.

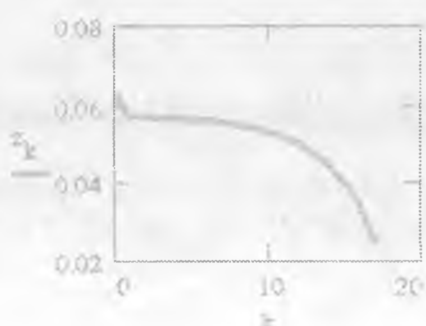
$$n := n - ceil\left(\frac{n}{5}\right)$$

$$F := \left|\begin{array}{l} F_0 \leftarrow y \\ r \leftarrow y \\ \text{for } k \in 1..n \\ \quad \left|\begin{array}{l} \text{for } i \in 1..N1-1 \\ \quad \text{for } j \in 1..N2-1 \\ \qquad r_{i,j} \leftarrow -\left[\left(\frac{y_{i-1,j} - 2\cdot y_{i,j} + y_{i+1,j}}{h1^2} + \frac{y_{i,j-1} - 2\cdot y_{i,j} + y_{i,j+1}}{h2^2}\right) + f(x1_i, x2_j)\right] \\ F_k \leftarrow y - \tau_k\cdot r \\ y \leftarrow F_k \end{array}\right. \\ F \end{array}\right.$$

Хатолик функцияси Евклид нормасининг k- итерация сонига боғлиқлигини кузатамиз:

$$k := 0..n\ ,\ z_k := norme(F_k - u)$$

1 расм. Хатолик нормаси.



$$j := 1..N2-1$$

Аппроксимация хатолиги

$$\psi_{i,j} := \frac{u_{i-1,j} - 2u_{i,j} + u_{i+1,j}}{h1^2} + \frac{u_{i,j-1} - 2u_{i,j} + u_{i,j+1}}{h2^2} + f(x1_i, x2_j)$$

$$j := 1..N2-1 \qquad i := 1..N1-1$$

ёрдамида ҳисобланади.

М И С О Л Л А Р :

№1. Ўзгармас куч таъсири остида квадрат пластинканинг деформацияланиши $\Delta u = -1$ Пуассон тенгламасига келади. Чегара қийматлари нолга тенг. Тенглама тўрлар усули қўлланилиб ечилсин.

№2. Учлари $A(0,0), B(0,1), C(1,1), D(1,0)$ нуқталарда жойлашган квадрат учун Лаплас тенгламасининг ечимини топинг. Ечим қийматларири $h = 0.25$ қадам билан ҳисобланг. Чегара шартлари: $u(AB) = 30y$, $u(BC) = 30(1-x)$, $u(CD) = 0$, $u(AD) = 0$

№3. $x = 0.1 \cdot m,\ m = 0..10,\ t = 0.02$ тўрда $\frac{\partial}{\partial t}u = \frac{\partial^2}{\partial t^2}u + \alpha \cdot (x^2 - 2t),\ 0 \le x \le 1,\ 0 \le t \le 0.02$ тенгламанинг $u(x,0) = 0$, $u(0,t) = 0$, $u(l,t) = \alpha t$ шартларни қаноатлантирувчи ечими топилсин, $\alpha = 0.5 \cdot k$, $k = 1..6$, $h = 0.1$, $l = 0.02$.

№4. $x = 0.1 \cdot m,\ m = 0..10,\ t = 0.02$ тўр учун $\frac{\partial}{\partial t}u = \frac{\partial^2}{\partial t^2}u \cdot \frac{1}{\alpha},\ 0 \le x \le 1,\ 0 \le t \le 0.02$ тенгламанинг $u(x,0) = e^{-\alpha x}$, $u(0,t) = e^{\alpha t}$, $u(l,t) = e^{\alpha(t-1)}$ шартларни қаноатлантирувчи ечими топилсин, $\alpha = 2 + 0.3k$, $k = -4,-3,-2,-1,1,2,3,4....$, $h = 0.1$.

№5.
$\frac{d^2}{dx^2}u(x,y) + \frac{d^2}{dy^2}u(x,y) = 2(1+\alpha),\ 0 \le x,\ y \le 1,\ u(x,0) = x^2$, $u(0,y) = \alpha \cdot y^2$, $u(\Gamma) = (1-\alpha) \cdot x^2 + \alpha$, Пуассон тенгламаси учун чегаравий масала $(x_m, y_n), x_m = 0.2 \cdot m,\ y_n = 0.2 \cdot n$ тўрда ечилсин, бунда Γ-айлананинг бир қисми, $x \ge 0,\ y \ge 0$ да $x^2 + y^2 = 1, \alpha = 0.3 \cdot k,\ k = 0..10$.

№6. $h = l = 0.1$ квадрат тўрда $u(x,0) = (1.5x^2 + 1.2) \cdot \sin \pi x$, $u_\tau(x,0) = 0.1x$, $u(0,t) = 0$, $u(l,t) = 0$

№7. $h = l = 0.1$ квадрат тўрда $u(x,0) = (1.5x^2 + 0.9) \cdot e^{-x}$, $u_\tau(x,0) = 0$, $u(0,t) = 0$, $u(l,t) = 2.4e^{-1}$

VI. МАТЕМАТИК-ФИЗИКА ТЕНГЛАМАЛАРИНИ ЕЧИШНИНГ БОШҚА УСУЛЛАРИ

24. Математик - физика масалаларини ечишнинг вариацион-айирмали усуллари

<u>**1-мисол. Гиперболик тенглама.**</u> $\{0 < x < 1,\ 0 < t < T\}$ соҳада

$$\frac{\partial}{\partial t}u + a\cdot\frac{\partial}{\partial x}u = 0\ ,\ a > 0$$

тенгламани қаноатлантирувчи ва $t = 0$ да $u(x,0) = u0(x)$ бошланғич шартни қаноатлантирувчи, ҳамда $x = 0$ ва $x = 1$ да $u(0,t) = u(l,t)$ чегаравий шартларни қаноатлантирувчи $u(x,t)$ функция топилсин. Аниқлик учун $l := 1$, $T := 1$, $u0(x) := \sin(2\pi x)$ деб оламиз. Соҳани x- йўналиши бўйича $N := 10$ бўлакга бўлиб, тугун нуқталарни $h := \frac{1}{N}$, $i := 0..N$, $x_i := i\cdot h$ ва ҳар бир нуқтага $\phi_i(x)$ базис функцияни мос қўямиз. Соддалик учун $\phi_i(x) = \phi(x, x_{i-1}, x_i, x_{i+1})$, $i := 1..N-1$

$$\phi(x,a,b,c) := \begin{cases} \dfrac{x-a}{h} & \text{if } a \le x \le b \\ \dfrac{c-x}{h} & \text{if } b \le x \le c \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\phi_N(x) = \phi N(x, x_0, x_1, x_{N-1}, x_N),\ \ i := 1..N-1$$

$$\phi N(x,a,b,c,d) := \begin{cases} \dfrac{x-c}{h} & \text{if } c \le x \le d \\ \dfrac{b-x}{h} & \text{if } a \le x \le b \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

деб оламиз. Юқоридаги аралаш масала ечимини

$$u(x,t)_h = \sum_{i=1}^{N} a(t)_i \cdot \phi(x)_i$$

кўринишда излаймиз. Бу ерда $a(t)_i$

$$\left(\frac{d}{dt}u_h, \phi_j\right)\cdot(t) + \left(a\cdot\frac{d}{dx}u_h, \phi_j\right)\cdot(t) = 0$$

$$(u_h, \phi_j)\cdot(0) = \left[u_{(0)}, \phi_j\right]$$

ёки

$$M\cdot\frac{d}{dt}a + A\cdot a = 0$$

$$M\cdot a(0) = a_{(0)}$$

$$a_{(0)} = \left[u_{(0)}, \phi_j\right]$$

оддий дифференциал тенгламалар системасидан аниқланади. Оддий ҳисоблашлардан кейин

$$i := 0..N-1$$

$$j := 0..N-1$$

$$\frac{2}{3}h = 0.067$$

$$M_{i,j} := \begin{vmatrix} \frac{2}{3}\cdot h \ \text{ if } i = j \\ \frac{1}{6}\cdot h \ \text{ if } (i = j+1) + (i = j-1) \\ \frac{1}{6}\cdot h \ \text{ if } (i = N-1)\cdot(j = 0) \\ \frac{1}{6}\cdot h \ \text{ if } (j = N-1)\cdot(i = 0) \end{vmatrix} \qquad A_{i,j} := \begin{vmatrix} 0 \ \text{ if } i = j \\ \frac{1}{2} \ \text{ if } (i = j-1) \\ -\frac{1}{2} \ \text{ if } (i = j+1) \\ \frac{1}{2} \ \text{ if } (i = N-1)\cdot(j = 0) \\ -\frac{1}{2} \ \text{ if } (j = N-1)\cdot(i = 0) \\ 0 \ \text{ otherwise} \end{vmatrix}$$

$$a0_i := \int_0^1 u0(q)\cdot\left(\begin{vmatrix} \phi(q, x_i, x_{i+1}, x_{i+2}) \ if \ \ 0 \le i \le N-2 \\ \phi N(q, x_0, x_1, x_{N-1}, x_N) \ if \ \ i = N-1 \end{vmatrix}\right)dq$$

ҳосил киламиз. Юқоридаги оддий дифференциал тенгламалар системаси учун Коши масаласини қуйидаги кўринишда ёзиб оламиз:

$$\frac{d}{dt}a = -\left(M^{-1}\cdot A\cdot a\right)$$

$$a(0) = M^{-1}\cdot a_{(0)}$$

Ҳосил бўлган Коши масаласини Mathcad системасининг ички қурилган $rkfixed(y, t1, t2, npo\operatorname{int}s, D)$ функцияси ёрдамида $[t1, t2]$ кесмада ҳисоблаймиз.Бу ерда y - бошланғич шартлар вектори; $t1, t2$ - ечим изланаетган кесманинг чегаралари; $npo\operatorname{int}s$ - эса ечим топилиши лозим бўлган тўрдаги нуқталар сони; D - система матрицаси. $rkfixed$ функцияси шундай матрицаки, унинг биринчи устуни тўр нуқталарини ва қолган устунлари эса ечим қийматларидан иборат.

$$y := M^{-1}\cdot a0\ ,\ t1 := 0\ ,\ t2 := T\ ,\ npo\operatorname{int}s := 20\ ,\ D(t, y) := -M^{-1}\cdot A\cdot y$$

$$B := rkfixed(y, t1, t2, npo\operatorname{int}s, D)$$

У ҳолда ечим

$$m := 0..npo\operatorname{int}s\ ,\ Nx := 50\ ,\ j := 0..Nx\ ,\ v_j := j\cdot\frac{1}{Nx}$$

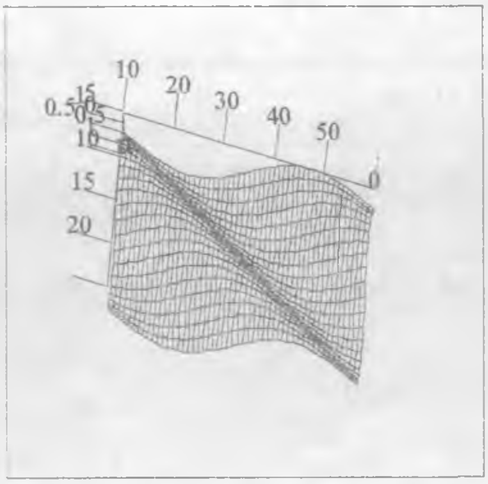
$$uh_{m,j} := \sum_{k=1}^{N} B_{m,k}\left[\begin{vmatrix} \phi N(v_j, x_0, x_1, x_{N-1}, x_N) \ if \ \ k = N \\ \phi(v_j, x_{k-1}, x_k, x_{k+1}) \ if \ \ (1 \le k \le N-1) \end{vmatrix}\right]$$

формула ёрдамида ҳисобланади. Аниқ ечим эса

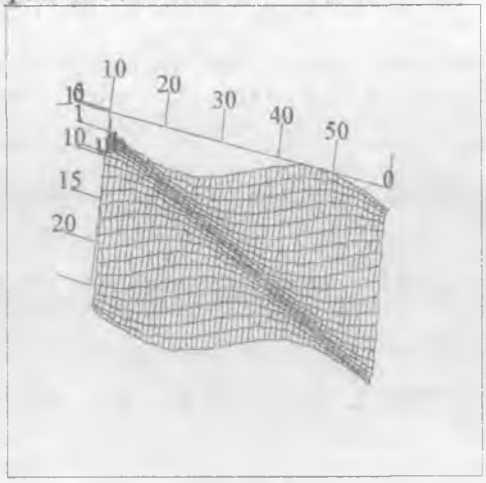
$$u_{m,j} := \sin\left(v_j\cdot 2\pi - m\cdot 2\pi\cdot\frac{T}{npo\operatorname{int}s}\right)$$

формула ёрдамида ҳисобланади. Хатолик функцияси $z := u - u\cdot h$ тенг бўлади.

1 Расм. Аниқ ечим.



2 Расм. Чекли элементлар усули ёрдамида топилган ечим



МИСОЛЛАР:

Ушбу $\frac{\partial^2}{\partial t^2}u = \frac{\partial^2}{\partial x^2}u$ тенгламанинг $0 \le t \le 0.5$, $0 \le x \le 1$ текисликдаги ечими $h = 0.1$ кадам билан топилсин. Бошланғич ва чегаравий шартлар қуйида берилган:

№1. $u(x,0) = (1.2x^2 + 1.1)\cdot \sin \pi x$, $u_t(x,0) = 0$, $u(0,t) = 0$, $u(l,t) = 0$

№2. $u(x,0) = (1.1x^2 + 1)\cdot \sin \pi x$, $u_t(x,0) = 0$, $u(0,t) = 0$, $u(l,t) = 1$

№3. $u(x,0) = (1.3x^2 + 1.1)\cdot \sin \pi x$, $u_t(x,0) = 0$, $u(0,t) = 0$, $u(l,t) = 0$

№4. $u(x,0) = (1.4x^2 + 1.1)\cdot \sin \pi x$, $u_t(x,0) = 0$, $u(0,t) = 0$, $u(l,t) = 0$

№5. $u(x,0) = (1.5x^2 + 1.1)\cdot \sin \pi x$, $u_t(x,0) = 0$, $u(0,t) = 0$, $u(l,t) = 0$

№6. $h = l = 0.1$ квадрат тўрда $u(x,0) = (1.5x^2 + 1.2)\cdot \sin \pi x$, $u_t(x,0) = 0.1x$, $u(0,t) = 0$. $u(l,t) = 0$

№7. $h = l = 0.1$ квадрат тўрда $u(x,0) = (1.5x^2 + 0.9)\cdot e^{-x}$, $u_t(x,0) = 0$, $u(0,t) = 0$, $u(l,t) = 2.4e^{-1}$

№8. $u(x,0) = (x+1)\cdot x$, $u_t(x,0) = \cos x$, $u(0,t) = 0$, $u(l,t) = 2(t+1)$

№9. $u(x,0)=x^2-0.5x-0.5$, $u_t(x,0)=\sin(x+0.2)$, $u(0,t)=t-0.5$, $u(l,t)=3t$

№10. $u(x,0)=-3x^2+3x$, $u_t(x,0)=\cos(x+0.5)$, $u(0,t)=2t$, $u(l,t)=0$

№11. $u(x,0)=0.5\cdot(x^2+1)$, $u_t(x,0)=x\sin 2x$, $u(0,t)=0.5+3t$, $u(l,t)=1$

№12. $u(x,0)=x\cdot\cos\pi x$, $u_t(x,0)=(x+1)^2$, $u(0,t)=2t$, $u(l,t)=0$

№13. $u(x,0)=(x+1)\cdot\sin\pi x$, $u_t(x,0)=x^2+x$, $u(0,t)=0$, $u(l,t)=0.5t$

№14. $u(x,0)=0.5x\cdot(x+1)$, $u_t(x,0)=x\sin x$, $u(0,t)=2t^2$, $u(l,t)=1$

№15. $u(x,0)=(x+1)\cdot\cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)$, $u_t(x,0)=1-x^2$, $u(0,t)=0.5t$, $u(l,t)=2$

№16. $u(x,0)=(1-x^2)\cdot\sin\pi x$, $u_t(x,0)=2x+0.8$, $u(0,t)=1+0.5t$, $u(l,t)=0$

№17. $u(x,0)=(x+0.5)^2$, $u_t(x,0)=(x+1)\cdot\cos x$, $u(0,t)=0.5\cdot(0.5+t)$, $u(l,t)=3$

№18. $u(x,0)=x\cdot(2x-0.5)$, $u_t(x,0)=\sin 2x$, $u(0,t)=t^2$, $u(l,t)=1.8$

№19. $u(x,0)=(x+0.6)\cdot(x+0.5)$, $u_t(x,0)=\sin(x+0.3)$, $u(0,t)=0.5$, $u(l,t)=3-2t$

№20. $u(x,0)=(2-x)\cdot\cos\pi x$, $u_t(x,0)=(x+0.8)^2$, $u(0,t)=0.5t$, $u(l,t)=0$

№21. $u(x,0)=(x+0.6)\cdot\sin\frac{\pi x}{2}$, $u_t(x,0)=0.3\cdot(x^2+1)$, $u(0,t)=0.5$, $u(l,t)=1.2t$

№22. $u(x,0)=(x+0.1)\cdot(0.5x+1)$, $u_t(x,0)=2\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$, $u(0,t)=2$, $u(l,t)=4.5-3t$

№23. $u(x,0)=(x+0.2)\cdot\cos\frac{\pi x}{2}$, $u_\tau(x,0)=1+x^2$, $u(0,t)=0.4t$, $u(l,t)=1.2$

№24. $u(x,0)=(x^2+0.6)\cdot(1-x)$, $u_t(x,0)=1-\cos x$, $u(0,t)=1$, $u(l,t)=0.5t$

№25. $u(x,0)=(x^2+0.6)\cdot\sin\pi x$, $u_t(x,0)=(x+0.3)^2$, $u(0,t)=0.5$, $u(l,t)=2t-1$

$\frac{\partial}{\partial t}u=\frac{\partial^2}{\partial x^2}u$, $u(x,0)=f(x)$, $u(0,t)=\phi(t)$, $u(l,t)=\psi(t)$, $0\le t\le T$ чегаравий масала ечилсин, x бўйича қадам $h=0.1$:

№26. $f(x)=(1.3x^2+1.4)\cdot\sin\pi x$, $\phi(t)=0$, $T=0.02$

№27. $f(x)=e^{-bx}\cdot\sin\frac{\pi}{12}x$, $\phi(t)=e^{-0.1}\cdot\sin\frac{\pi}{12}$, $T=0.02$

VII. ИНТЕГРАЛ ТЕНЛАМАЛАРНИ ТАҚРИБИЙ ЕЧИШ УСУЛЛАРИ

25. Интеграл тенгламаларни тақрибий ечиш

1-мисол. Айниган ядрога алмаштириш усули.

$$\phi(x)-\lambda\cdot\int_0^1 K(x,y)\cdot\phi(y)dy=f(x) \qquad (1)$$

интеграл тенгламани ечиш талаб қилинган бўлсин. Ушбу мисолимиз учун тенгламанинг ўнг томони, коэффициенти ва ядроси мос равишда

$$\lambda:=0.5 \qquad K(x,y):=e^{\frac{xy}{25}}$$

$$f(x):=\sin(2\pi x)-\lambda\cdot\left[-1250\cdot\exp\left(\frac{1}{25}x\right)\cdot\frac{\pi}{(x^2+2500\cdot\pi^2)}+1250\cdot\frac{\pi}{(x^2+2500\cdot\pi^2)}\right]$$

кўринишга эга булсин. Ядрони Тейлор қаторига ёйиш усули билан айниган ядрога келтирамиз. Шу мақсадда Тейлор қаторидаги биринчи тартибли ҳадларии олиш билан кифояланамиз.

$$Kx(x,y):=\frac{\partial}{\partial x}K(x,y) \qquad Ky(x,y):=\frac{\partial}{\partial y}K(x,y)$$

$$K1(x,y,x0,y0):=K(x0,y0)+(x-x0)\cdot(Kx(x0,y0))+(y-y0)\cdot(Ky(x0,y0))$$

Тейлор қаторига ёйишни $x0:=\frac{1}{2}$, $y0:=\frac{1}{2}$ нуқтада амалга оширамиз. $K1(x,y,x0,y0)$ функцияни $K1(x,y,x0,y0)=\alpha 1(x)\cdot\beta 1(y)+\alpha 2(x)\cdot\beta 2(y)$ кўринишда ёзиб оламиз. Бу ерда

$$\alpha 1(x):=K(x0,y0)+(x-x0)\cdot(Kx(x0,y0)), \quad \beta 1(y):=1$$

$$\beta 2(y):=(y-y0)\cdot(Ky(x0,y0)), \quad \alpha 2(x):=1$$

Интеграл тенглама ечимини

$$\phi(x):=f(x)+(A_0\cdot\alpha 1(x)+A_1\cdot\alpha 2(x))$$

кўринишда излаймиз. Номаълум коэффициентлар

$$A_i-\lambda\cdot\sum_{j=0}^{1}A_j\cdot\beta_{i,j}=\lambda\cdot F_i \quad , \qquad i:=0..1$$

алгебраик тенламалар системасидан аниқланади. Ушбу система коэффициентлари ва ўнг томони қуйидаги формулалар ёрдамида ҳисобланади.

$$F_0 := \int_0^1 f(x)\cdot \beta 1(x)dx \qquad F_1 := \int_0^1 f(x)\cdot \beta 2(x)dx$$

$$\beta_{0,0} := \int_0^1 \alpha 1(x)\cdot \beta 1(x)dx \qquad \beta_{0,1} := \int_0^1 \alpha 2(x)\cdot \beta 1(x)dx$$

$$\beta_{1,0} := \int_0^1 \alpha 1(x)\cdot \beta 2(x)dx \qquad \beta_{1,1} := \int_0^1 \alpha 2(x)\cdot \beta 2(x)dx$$

У ҳолда чизиқли алгебраик тенгламалар системасининг ечими ва унга мос интеграл тенгламанинг тақрибий ечими

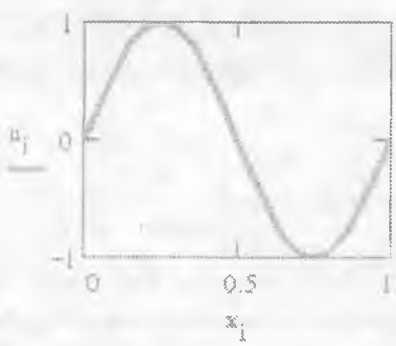
$$A := (identity(2) - \lambda\cdot\beta)^{-1}\cdot\lambda\cdot F$$

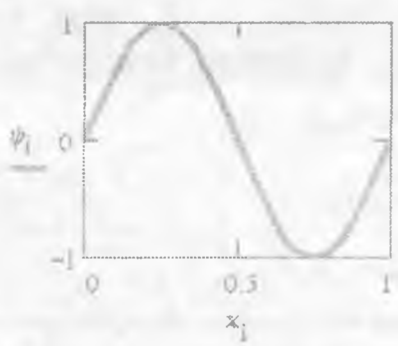
$$\phi(x) := f(x) + (A_0\cdot\alpha 1(x) + A_1\cdot\alpha 2(x))$$

формулалар ёрдамида ҳисобланади.

$$N := 20,\ i := 0..N\ ,\ x_i := i\cdot\frac{1}{N}\ ,\ \psi_i := \phi(x_i)\ ,\ u_i := \sin(2\pi\cdot x_i)$$

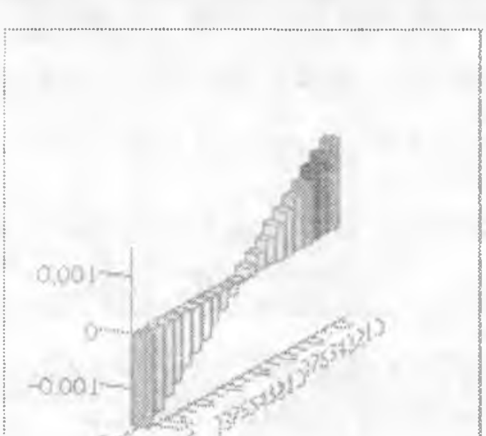
1 расм. Аниқ ечим. 2 расм. Тақрибий ечим.





$r_i := u_i - \psi_i$

3 расм. Хатолик функцияси..



М И С О Л Л А Р :

Кетма-кет яқинлашишлар усулидан фойдаланиб ҳисоблансин:

№1. $y(x)=1+\int_0^1 x\cdot t^2\cdot y(t)dt$

№2. $y(x)=\frac{5}{6}x+\frac{1}{2}\cdot\int_0^1 x\cdot t\cdot y(t)dt$

№3. $y(x)=x^2+\int_0^1 x\cdot t^2 dt$

Қуйидаги мисолларда кўрсатилган квадратур формуладан фойдаланилсин:

№4. $y(x)+\int_0^1 \frac{y(t)}{1+x^2+t^2}dt=1.5-\alpha\cdot x^2$ (трапециялар формуласи, $n=4$, $\alpha=1{,}5$)

№5. $y(x)-0.3\cdot\int_0^1 \frac{1}{\ln(\alpha-xt)}dt=1+e^x$ (трапециялар формуласи, $n=4$, $\alpha=2..10$)

№6. $y(x)-\int_0^{0.96} \frac{(1+\alpha x+t)\cdot y(t)}{2+x^2+t^2}dt=e^{-x}$ (Симпсон формуласи, $n=4$, $\alpha=1..10$)

№7. $y(x)-\frac{1}{3}\cdot\int_0^1 arctg\left(\frac{x}{\beta+y}\right)\cdot y(t)dt=\frac{1}{1+x}$ (Симпсон формуласи, $n=6$, $\beta=1..10$)

№8. $y(x)+\frac{1}{4}\cdot\int_0^1 \cos\left(\frac{x}{\gamma+t}\right)\cdot y(t)dt=e^x$ (Гаусс формулалари, $n=4$, $\gamma=1..10$)

№9. $y(x)-\frac{1}{8}\cdot\int_0^1 \frac{x-t}{10t+\gamma}\cdot y(t)dt=\frac{1}{1+x^2}$ (Гаусс формулаларидан бири, $n=4$, $\gamma=10..15$)

Келтирилган интеграл тенгламаларни ечишда ҳар хил усуллардан фойдаланилсин:

№11. $y(x)=a+\int_0^x x\cdot t^\alpha\cdot y(t)dt$, $\alpha=0..10$, $a=1..10$

№12. $y(x)=e^{-\alpha}+\int\limits_0^x e^{x+\beta t}\cdot y(t)dt$, $\alpha=0..10$, $\beta=1..10$

№13. $y(x)=x^{\alpha}+\int\limits_0^x x\cdot t^{\beta}\cdot y(t)dt$, $\alpha=0..10$, $\beta=1..10$

Интеграл тенглама кўрсатилган квадратур формула қўлланилиб, $1\cdot10^{-3}$ аниқликда ечилсин:

№14. $y(x)+\int\limits_0^{0.5}\frac{(1+t)\cdot y(t)}{2+\sin(\beta\pi(x+t))}dt=1+\alpha\sin(\pi x)$, $\alpha=1$, $\beta=0.3$, (трапеция)

№15. $y(x)-\int\limits_0^{0.8}\frac{y(t)}{1+\gamma\cdot e^{-xt}}dt=\delta\cdot ch(x)$, $\gamma=0.2$, $\delta=1$, (Симпсон)

№16. $y(x)-\int\limits_0^1\frac{\cos(\eta\cdot x\cdot t)}{t}\cdot y(t)dt=f(x)$, $\eta=0.5+0.1\cdot2$, $f(x)=x^2$

№17. $y(x)-\int\limits_0^1(1+t)\cdot\left(e^{\mu\cdot x\cdot t}-1\right)dt=f(x)$, $\mu=0.3+0.2$, $f(x)=x^3$

№18. $y(x)=\int\limits_0^x\frac{y(t)}{(x-t)^{\alpha}}dt$, $0<\alpha<1$

№19. $y(x)=\int\limits_1^n e^{-xt}\cdot y(t)dt=f(x)$, $0<\alpha<1$

№20. $y(x)=\int\limits_0^n e^{-xt}\cdot y(t)dt=f(x)$, $0<\alpha<1$

№21. $y(x)=e^x-x-\int\limits_0^1 x\cdot\left(e^{xt}-1\right)\cdot y(t)dt$

№22. $y(x)=\sin x+\int\limits_0^1(1-x\cdot\cos(xt))\cdot y(t)dt$

№23. $y(x)=1+\int\limits_0^1 xt^2\cdot y(t)dt$

8. Тест топшириқлари

1. Хатоликлар манбаи қуйидагилардан иборат:

а) йўқотилмас хато, қўпол хато, аҳамиятсиз хато;
б) усул ҳатоси, яхлитлаш хатоси;
в) йўқотилмас хато, усул хатоси, ҳисоблаш хатоси;
г) қўпол хато, усул хатоси, тақрибий натижалар хатоси;
д) хеч қайсиси эмас.

2. Бир хил ишорали тақрибий сонлардан иборат бўлган йиғиндининг абсолют хатоси нимага тенг?
а) қўшилувчилар абсолют хатоликларининг энг каттасига;
б) қўшилувчилар абсолют хатоликларининг энг кичигига;
в) қўшилувчилар абсолют хатоликларининг ўрта арифметигига;
г) қўшилувчилар абсолют хатоликларининг йиғиндисига;
д) номаълум

3. Тақрибий сонлар кўпайтмасининг нисбий хатоси.
а) кўпайтувчилар нисбий хатоликларининг кўпайтмасига тенг;
б) кўпайтувчилар нисбий хатоликларнинг энг каттасига тенг;
в) кўпайтувчилар абсолют хатоликларнинг йиғиндисига тенг;
г) аниқланмаган;
д) кўпайтувчилар нисбий хатоликларнинг йиғиндисига тенг;

4. π сонининг олтита ишончли рақами бор, унинг абсолют хатолиги қандай бўлади?

а) $\Delta\pi \le 10^{-6}$, б) $\Delta\pi \le \frac{1}{2}10^{-6}$, в) $\Delta\pi \le \frac{1}{6}$, г) $\Delta\pi - 3\cdot 10^{-6}$, д) $\Delta\pi \le \frac{1}{2}10^{-5}$.

5. $a = 0{,}312$; $b = 1{,}004$ бўлиб, барча рақамлар ишончли бўлса, $c = a\cdot b$ нинг ишончли рақамлари қанча бўлади?
а) 2; б) 3; в) 4; г) 1; д) 12.

6. $tg\frac{\pi}{3}$ нинг нисбий хатолиги 0,5% бўлса, ишончли рақамлари сони нечта бўлади?
а) 1; б) 2; в) 5; г) 4; д) 3.

7. $a = 35{,}92$ ва $b = 3{,}043$ тақрибий сонларнинг барча рақамлари ишончли $c = a:b$ нинг нисбий хатолиги қандай бўлади?

а) $\delta c = 0$, б) $\delta c < 0$, в) $\delta c \le \frac{2}{3}10^{-3}$, г) $\delta c \le 10^{-4}$, д) $\Delta c \le \frac{1}{2}10^{-5}$.

8. $\sqrt{a}, \sqrt{b}$ тақрибий сонларнинг ишончли рақамлари сони бешга тенг бўлса, $c = \sqrt{a} : \sqrt{b}$ – тақрибий соннинг нисбий хатолиги қандай бўлади. Бу ерда $4 < a < 5,\ \ 1- < b < 11$.

а) $\delta c \le \frac{5}{6}10^{-4}$; б) $\delta c \le \frac{1}{6}10^{-4}$; в) $\delta c \le \frac{1}{6}10^{-5}$; г) $\delta c \le \frac{1}{2}10^{-5}$; д) $\delta c \le 10^{-5}$.

9. Агар $\Delta x = \frac{1}{2}10^{-4}$ бўлса, $\left[10^{-2}, 1\right]$ оралиқда $y = ln x$ нинг хатолиги қандай бўлади?

а) $\Delta y \le \frac{1}{2}10^{-2}$; б) $\Delta y \le 10^{-1}$; в) $\Delta y \le \frac{1}{4}10^{-3}$; г) $\Delta y \le \frac{1}{8}10^{-1}$; д) $\Delta y \le \frac{1}{25}10^{-2}$.

10. $y = tgx$ функциянинг $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right]$ оралиқда аргумент қийматининг абсолют хатолиги $\Delta x = \frac{1}{8}10^{-2}$ бўлса функциянинг абсолют хатолиги қандай бўлади?

а) $\Delta y \le \frac{1}{6}10^{-2}$; б) $\Delta y \le 10^{-1}$; в) $\Delta y \le \frac{4}{3}10^{-2}$; г) $\Delta y \le 10^{-3}$; д) $\Delta y \le \frac{1}{8}10^{-3}$.

11. $\sum_{i=0}^{k} l_{ki}(x)$ – йиғинди нимага тенг. Бу ерда

$$l_{ki}(x) = \frac{\omega_{k+1}(x)}{(x - x_i)\omega_{k+1}(x_1)},\ \omega_{k+1}(x) = \prod_{i=0}^{k}(x - x_i)$$

а) 1; б) 2; в) 0; г) k – даражали полином, д) $k+1$ – даражали полином.

12. $[-1,1]$ да берилган $y = f(x)$ функция n – тартибли Лагранж интерполяцион кўпҳадига алмаштирилган. Интерполяция тугун нуқталари $x_i \in [-1,1]$ $i = \overline{0,n}$ лар қандай танланса, интерполяция – лаш хатолиги энг кичик бўлади?

а) тугун нуқталар $[-1,1]$ да тенг тақсимланса;

б) тугун нуқталар жойлашиши хатоликка таъсир этмайди;

в) тугун нуқталар $n+1$ – тартибли Лежандр кўпҳадининг ноллари бўлса;

г) тугун нуқталар $n+1$ – тартибли биринчи тур Чебишев кўпҳади ноллари бўлса;

д) $x_0 = -1,\ x_n = 1$ бўлиб, $x_i,\ i = \overline{1, n-1}$ лар ихтиёрий бўлса.

13. $y = ln x$ функциянинг $x \in [100;200]$ да жадвалини тузишда қадам h қандай бўлса чизиқли интерполяциялашнинг хатолиги $\frac{1}{4}10^{-6}$ дан катта бўлмайди?

а) $h < 1$; б) $h = 1$; в) $h < 10^{-1}$; г) $h \leq \sqrt{0,5}$; д) $h = \frac{5}{3}$.

14. Чекли айирмаларни ишлатувчи интерполяцион кўпҳадларни (и.к) кўрсатинг.
а) Лагранж интерполяцион кўпҳади;
б) Гаусс интерполяцион кўпҳади, Стирлинг интерполяцион кўпҳади;
в) Ньютоннинг тенгмас оралиқлар учун интерполяцион кўпҳади;
г) Ньютоннинг I, II интерполяцон кўпҳади, Сплайн интерполяцион кўпҳади;
д) Барча жавоблар тўғри.

15. $y = tgx$ функциянинг $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$ оралиқда h қадам билан жадвали берилган. Чизиқли интерполяциялаш хатолигини баҳоланг.

а) $R_1 \leq \frac{\sqrt{2}}{4}h^2$; б) $R_1 \leq \frac{h^2}{4}$; в) $R_1 \leq \frac{\sqrt{3}}{24}h^2$; г) $R_1 \leq h^2$; д) $R_1 = 10^{-1}h^2$.

16. Функция жадвал билан берилган.
$f(2)$ нинг қийматини топинг.
а) 4; б) 6; в) 8; г) 0; д) 7.

x	1	3	5
$f(x)$	2	10	2

17. $S(n) = \sum_{k=1}^{n} k^2$ нинг қайси тартибли чекли айирмалари ўзгармас бўлади?
а) ҳеч қандай; б) 5; в) 4; г) 1; д) 3.

18. Қуйидагилардан қайсиси Лагранж интерполяцион кўпҳадининг хатолигини баҳоси эмас.

I. $|R_n(x)| \leq \frac{\max\limits_{[a,b]}|f(x)|}{(n+1)!}|\omega_{n+1}(x)|$, II. $|R_n(x)| \leq \frac{\max\limits_{0 \leq i \leq n}|f^{(n+1)}x_i|}{(n+1)!}|\omega_{n+1}(x)|$,

III. $|R_n(x)| \leq \frac{\max\limits_{0 \leq i \leq n}|f(x_i)|}{(n+1)!}|\omega_{n+1}(x)|$.

а) ҳаммаси; б) I. II; в) I, III; г) II; д) II, III.

19. Қуйидагиларнинг қайсиси нотўғри?

I. $f(x_i, x_{i+1},...,x_{i+k}) = \dfrac{\Delta^k f_i}{k!h^k}$; II. $f(x_i, x_{i+1},...,x_{i+k}) = \dfrac{\Delta^{k+i} f_{k+i}}{(k+i)!h^{k+i}}$;

III. $f(x_i, x_{i+1},...,x_{i+k}) = \dfrac{\Delta^i f_k}{i!h^i}$; IV. $f(x_i, x_{i+1},...,x_{i+k}) = \Delta^k f_i$.

а) ҳаммаси; б) I,II; в) I, II, IV; г) III, IV; д) II, III, IV.

20. $y = \ln x$ нинг $x_i = 100 + i,\ i = \overline{0,5}$ нуқталарда қиймати берилган бўлса, $\ln 102{,}5$ ни ҳисоблагандаги хатоликни баҳоланг.

а) $R_s \le \dfrac{3}{512}10^{-2}$; б) $R_s \le \dfrac{1}{2}10^{-2}$; в) $R_s \le \dfrac{1}{8}10^{-2}$; г) $R_s \le \dfrac{1}{16}10^{-1}$;

д) $R_s \le \dfrac{4}{9}10^{-1}$.

21. $[10^{-1},1]$ оралиқда $y = \ln x$ функцияни чизиқли интерполяциялаш хатолиги $\dfrac{1}{2}10^{-4}$ бўлиши учун қадам h қандай бўлиши керак?

а) $h \le 2\cdot 10^{-3}$; б) $h \le 10^{-1}$; в) $h \le 10^{-2}$; г) $h = \dfrac{1}{2}10^{-3}$; д) $h = 0{,}4\cdot 10^{-1}$.

22. Қуйидагиларнинг қайси бири Ньютоннинг иккинчи интерполяцион кўпҳадининг қолдиқ ҳади.

I. $R_n(x) = h^{n+1}\dfrac{q(q-1)(q-2)...(q-n)}{(n+1)!}f^{(n+1)}(\xi)$;

II. $R_n(x) = \dfrac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!}(x-x_0)...(x-x_n)$;

III. $R_{2n}(x) = \dfrac{h^{2n+1}}{(2n+1)!}q(q^2-1^2)...(q^2-n^2)\cdot f^{(2n+1)}(\xi)$.

а) I; б) II; в) III; г) I, II; д) ҳеч қайси бири.

23. $y = f(x)$ функция $[a,b]$ да k −тартибли $P_k(x) = \sum\limits_{i=0}^{k} c_i\varphi_i(x)$ кўпхад билан ўртача квадратик маънода яқинлаштирилганда, қандай ҳолда коэффициентларни $c_m = (f(x),\varphi_m(x))$, $m = \overline{0,k}$ кўринишда топилади?

а) $\varphi_i(x) = x^i$, $i = \overline{0,k}$;

б) $\{\varphi_i(x)\}_{i=0}^{n}[a,b]$ да чизиқли боғлиқсиз ва тўлиқ бўлса;

в) $\{\varphi_i(x)\}_{i=0}^{n}$ $[a,b]$ да ортонормал система бўлса;

г) $\{\varphi_i(x)\}_{i=0}^{n}$ $[a,b]$ да ортогонал система бўлса;

д) $\{\varphi_i(x)\}_{i=0}^{n}$ $[a,b]$ да Чебишев системасини ташкил этмаса.

24. $x = Ax + b$ чизиқли алгебраик тенгламалар системаси учун оддий итерация жараёнини яқинлашишининг етарли шартини кўрсатинг.
а) $\|A\| \le 1$; б) $\|A\| = 1$; в) $\|A\| > 1$; г) $\|A\| < 1$; д) $\|A\| \le 2$.

25. Чизиқли алгебраик тенгламалар системасини ечишнинг итерацион усулларини кўрсатинг
а) Гаусс усули;
б) Бош элементлар усули;
в) Квадрат илдизлар усули;
г) Зейдел усули, градиентлар усули;
д) Хайдаш усули.

26. $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 4 & -5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$ матрицанинг октаэдрик нормасини топинг.

а) 10; б) 5; в) 0; г) 18; д) 24;

27. $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 4 & -5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$ матрицани нормал Фробениус кўринишига келтиришда Данилевский методидаги M_2 матрицани топинг.

а) $M_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 7 & -8 & -9 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$; б) $M_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\frac{7}{8} & \frac{1}{8} & \frac{9}{8} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$; в) $M_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 7 & 8 & -9 \end{bmatrix}$;

г) $M_2 = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 4 & -5 & 6 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$; д) $M_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\frac{4}{8} & \frac{5}{8} & -\frac{6}{8} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

28. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, $y^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ бўлса $y^{(k)} = Ay^{(k-1)}$ дан фойдаланиб $y^{(3)}$ векторни топинг.
а) $y^{(3)} = (66,71,66)'$; б) $y^{(3)} = (14.11,10)'$; в) $y^{(3)} = (14,22,10)'$;
г) $y^{(3)} = (28,33,20)'$; д) $y^{(3)} = (42,11,10)'$.

29. $x^{(k+1)} = \alpha x^{(k)} + \beta$, $k = 0,1,...$ оддий итерация усули берилган бўлиб $\|\alpha\| = \frac{1}{2}$ лиги маълум бўлса, $\|x - x^{(k)}\| < 10^{-4}$ ўринли бўлиши учун нечта итерация ўтказиш лозим.

а) $k=3$; б) $k=5$; в) $k=2$; г) $k=13$; д) $k=10$.

30. $x^{(k)}=\alpha x^{(k-1)}+\beta,\ k=1,2,...$ итерация жараёнининг ихтиёрий $x^{(0)}$ ва β учун яқинлашувчи бўлиши учун зарурий ва етарли шартни кўрсатинг.

а) $\|\alpha\|=1$; б) $\|\beta\|>1$;

в) α матрицанинг хос сонларининг модули бўйича энг каттаси бирдан кичик;

г) $\|\alpha\|<1$;

д) ҳеч қандай шарт керак эмас.

31. $x^{(k)}=\alpha\, x^{(k-1)}+\beta,\ k=1,2,...$ жараён яқинлашувчилиги шартларини кўрсатинг.

а) $\|\alpha\|<1$; б) $\max\limits_{1\le i\le n}|\lambda_i|<1,\ \lambda_i\ \left(i=\overline{1,n}\right)$ – α матрицанинг хос сонлари;

в) $x^{(0)}=\beta$; г) а) ва б); д) а), б), в).

32. A матрица B матрицага ўхшаш дейилади, агар

а) $\det A=\det B$ бўлса; б) $B=S^{-1}AS$ бўлса;

в) $\det(A-\lambda E)=\det(B-\lambda E)$ бўлса; г) $\det A\cdot\det B=1$ бўлса;

д) а) ва б) ҳолларда.

33. α матрицанинг қайси бири учун $x^{(k)}=\alpha\, x^{k-1}+\beta,\quad k=1,2,...$ оддий итерацион жараён яқинлашувчи бўлади?

а) $\alpha=\begin{bmatrix}1 & -2 & 0,5\\ 0,5 & 1 & 0,5\\ -1,5 & 0,5 & 2\end{bmatrix}$; б) $\alpha=\begin{bmatrix}3 & 4 & 5\\ 2 & -1 & 1\\ -4 & 2 & 3\end{bmatrix}$; в) $\alpha=\begin{bmatrix}0,1 & 0,2 & 0,25\\ 0,2 & 0,1 & 0,3\\ 0,125 & 0,15 & 0,1\end{bmatrix}$;

г) $\alpha=\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{3}\\ \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{4}{7}\\ -\frac{1}{2} & -\frac{4}{5} & -\frac{1}{3}\end{bmatrix}$; д) $\alpha=\begin{bmatrix}0 & 1 & -1\\ -1 & 0 & 1\\ 1 & -1 & 0\end{bmatrix}$.

34. $A=\begin{bmatrix}4 & 1 & 0\\ 1 & 2 & 1\\ 0 & 1 & 1\end{bmatrix}$ матрица характеристик кўпҳади илдизлари йиғиндисини топинг.

а) 5; б) 4; в) 2; г) 7; д) 0.

35. $A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 2 & 1 & 2\\ 3 & 2 & 1\end{bmatrix}$ матрица характеристик кўпҳади илдизларининг квадратлари йиғиндисини топинг.

а) 37; б) 34; в) 3; г) 14; д) 6.

36. Қуйидаги квадратур формулаларни қайсиси Симпсон квадратур формуласи?

а) $\int_a^b f(x)dx \cong \frac{b-a}{2}(f(a)+f(b))$;

б) $\int_a^b f(x)dx \cong \frac{b-a}{6}(f(a)+4f(\frac{a+b}{2})+f(b))$;

в) $\int_a^b f(x)dx \cong \frac{b-a}{2}f(\frac{a+b}{2})$; г) $\int_a^b f(x)d = \frac{b-a}{n}\sum_{i=1}^{n} f(x_i)$;

д) Симпсон квадратур формуласи йўқ.

37. Қандай ортогонал кўпҳадлар учун $P_{n+1}(x)=2xP_n(x)-P_{n-1}(x)$, $n=1,2,...$ рекуррент муносабат ўринли?

а) Лежандр кўпҳадлари;
б) Биринчи ва иккинчи тур Чебишев кўпҳадлари;
в) Эрмит кўпҳадлари;
г) $[-1,1]$ да ортогонал бўлган барча кўпҳадлар;
д) ҳар қандай ортогонал кўпҳадлар.

38. Трапеция квадратур формуласининг қолдиқ ҳадини кўрсатинг.

а) $-\frac{(b-a)^5}{2880}f^{IV}(\xi)$; б) $\frac{(b-a)}{24}f^{II}(\xi)$; в) $-\frac{(b-a)^3}{12}f^{II}(\xi)$;

г) $\frac{b-a}{8}d'(\xi)$; д) $\frac{(b-a)^3}{8}f^4(\xi)$.

39. Алгебраик аниқлик даражаси энг юқори бўлган квадратур формулани кўрсатинг.

а) Симпсон квадратур формуласи;
б) Трапеция квадратур формуласи;
в) Тўғри тўртбурчаклар квадратур формуласи;
г) Гаусс квадратур формуласи;
д) Ньютон—Котес квадратур формуласи.

40. $\int_{-1}^{1}\frac{f(x)}{\sqrt{1-x^2}}dx \cong \frac{\pi}{3}\left(f\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+f(0)+f(\frac{\sqrt{3}}{2})\right)$ квадратур формуланинг алгебраик аниқлик даражаси нечага тенг?

а) 1; б) 2; в) 3; г) 5; д) 4.

41. $\int_{0}^{1}f(x)dx \cong \frac{2}{3}(f(\frac{1}{4})-\frac{1}{2}f(\frac{1}{2})+f(\frac{3}{4}))$ квадратур формуланинг алгебраик аниқлик даражасини топинг.

а) 1; б) 4; в) 5; г) 3; д) 2.

42. $\int_{-1}^{1}f(x)dx \cong \frac{2}{3}(f(-\frac{1}{\sqrt{2}})+f(0)+f(\frac{1}{\sqrt{2}}))$ нинг алгебраик аниқлик даражаси нечага тенг?

а) 3; б) 1; в) 5; г) 2; д) 4.

43. $\int_{a}^{b}p(x)f(x)dx \cong \sum_{i=1}^{k} C_i f(x_i)$ квадратур формуланинг алгебраик аниқлик даражаси $2k-1$ га тенг бўлиши учун $x_i,\ i=\overline{1,n}$ лар қандай бўлиши керак?

а) тугун нуқталарни танлашга боғлиқ эмас;

б) $x_i = a+\frac{b-a}{k}i,\ \ i=\overline{1,k}$; в) $x_i = a+\frac{b-a}{k}(i-1),\ \ i=\overline{1,k}$;

г) $x_i,\ i=\overline{1,n}-p(x)\geq 0$ вазн функция билан $[a,b]$ да ортогонал бўлган k −тартибли кўпҳаднинг ноллари бўлса;

д) б) ва в) ҳолларда.

44.

x	2	3	4
$f(x)$	12	1	6

жадвал кўринишида функция берилган.

$\int_{2}^{4}f(x)dx$ ни умумлашган трапеция квадратур формуласи билан ҳисоблаганда, нечага тенг бўлади?

а) 18; б) 3,5; в) 6,5; г) 10; д) $\frac{22}{3}$.

45. $x=\varphi(x)$ тенгламанинг $[a,b]$ да ягона хақиқий илдизини итерация усули билан топиш лозим. Итерация усулини яқинлашиш шартини кўрсатинг.

а) $|\varphi(x)|<1$; б) $\max\limits_{a\leq x\leq b}|\varphi'(x)|<1$; в) $|\varphi''(x)|<1$;

г) $|\varphi(x')-\varphi(x'')|\leq|x'-x''|,\quad \forall x',\ x''\in[a,b]$; д) $\left|\frac{\varphi(x)}{\varphi'(x)}\right|<1$.

46. $x^3-100x+1=0$ тенгламанинг энг катта мусбат илдизини итерация усули билан топиш учун тенгламани итерация методини қўллаш учун қулай ҳолга келтиринг.

а) $x=\frac{x'^3+1}{100}$; б) $x=x^3-99x+1$; в) $x=x^3-101x+1$;

г) $x=\sqrt[3]{100x-1}$; д) ҳаммаси тўғри.

47. $f(x)\equiv 3x^3-7x^2-9x+21=0$ тенгламанинг $[2;3]$ оралиқдаги ягона илдизини Ньютон методи билан топишда $x_0\in[2;3]$ қандай шартни қаноатлантириши керак.

а) $f'(x_0)<0$; б) $f(x)f'(x)>0$; в) $f'(x_0)f''(x_0)>0$;

г) $f(x_0)\cdot f''(x_0)<0$; д) $f(x_0)\cdot f''(x_0)>0$.

48. Лагранж теоремаси билан $2x^5-100x^2+2x-1=0$ тенгламанинг мусбат илдизларини юқори чегарасини топинг.

а) $R=51$; б) $R=1+\sqrt[3]{50}$; в) $R=1+\sqrt[5]{\frac{1}{2}}$; г) $R=1+\sqrt{2}$;

д) $R=2$.

49. $f(x)=0$ тенгламанинг $[a,b]$ даги ягона илдизини ватар усули билан топишда $x_0\in[a,b]$ қандай шартни қаноатлантириш керак?

а) $f(x_0)f''(x_0)<0$; б) $f'(x_0)\cdot f''(x_0)<0$; в) $f(x_0)\cdot f'(x_0)>0$;

г) $f(x_0)\cdot f''(x_0)>0$; д) а) ва б).

50. $25x^4-x^3+5x^2-125x+1=0$ тенгламанинг барча илдизлари ётган соҳани кўрсатинг

а) $\frac{1}{126}<|x|<6$; б) $\frac{1}{126}<|x|<\frac{6}{5}$; в) $\frac{1}{26}<|x|<6$;

г) $\frac{1}{26}<|x|<\frac{6}{5}$; д) $\frac{1}{6}<|x|<\frac{26}{25}$.

51. Қайси формула Ньютон методининг модификацияси?

а) $x_{n+1}=x_n-\frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$; б) $x_{n+1}=x_n-\frac{f(x_0)}{f'(x_n)}$;

в) $x_{n+1}=x_n-\frac{f(x_n)}{f'(x_0)}$; г) а) ва б); д) ҳеч қайсиси.

52. $y'=f(x,y)$, $y(x_0)=y_0$ Коши масаласи ечимининг x_{i+1} нуқтадаги тақрибий қийматлари қуйидаги формулалар ёрдамида аниқланади.

I. $y_{i+1}=y_i+\frac{h}{2}(f(x_i,y_i)+f(x_{i+1},hf(x_iy_i)))$;

II. $y_{i+1}=y_i+hf(x_i+\frac{h}{2},y_i+\frac{h}{2}f(x_i,y_i))$;

III. $y_{i+1}=y_i+h(\frac{3}{2}f_i-\frac{1}{2}f_{i-1})$; IV. $y_{i+1}=y_i+h(\frac{1}{2}f_{i+1}+\frac{1}{2}f_i)$.

Буларнинг қайси бирлари Рунге—Кутта оиласига мансуб?

а) ҳаммаси; б) I,II; в) I,III; г) II,IV; д) хеч қайсиси.

53. Қуйидагиларнинг қайсиси Адамс экстраполяцион методидаги формулалардир?

I. $y_{n+1}=y_n+hf(x_{n+1},y_{n+1})$; II. $y_{n+1}=y_n+h(\frac{3}{2}f_n-\frac{1}{2}f_{n-1})$;

III. $y_{n+1}=y_n+\frac{h}{12}(23f_n-16f_{n-1}+5f_{n-2})$;

IV. $y_{n+1}=y_n+\frac{h}{24}(9f_{n+1}+19f_n-5f_{n-1}+f_{n-2})$.

а) ҳаммаси; б) ҳеч қайсиси; в) II, III; г) II,IV; д) I, IV.

54. $y'(x_i)\cong\frac{y_{i+1}-y_{i-1}}{2h}$ формуланинг хатолиги қайси формула билан ифодаланади?

I. $\frac{h^2}{12}y'''(x_i+Qh), -1\le Q\le 1$; II. $-\frac{h^2}{12}y''(x_i+Qh), 0\le Q\le 1$;

III. $\frac{h^2}{12}y'''(x_i+Qh), -1\le Q\le 1$.

а) ҳеч қайсиси билан; б) I; в) II; г) III; д) II,III.

55. Қуйидаги чекли айирмаларнинг қайси бири $u'(t_i)$ ни $O(\tau^2)$ хатолик билан аппроксимация қилади?

а) $\frac{u_i-u_{i-1}}{\tau}$; б) $\frac{u_{i+1}-u_{i-1}}{2\tau}$; в) $\frac{u_{i+1}-u_i}{\tau}$; г) $\frac{2u_i-u_{i-1}}{\tau}$;

д) $\frac{u_{i+1}-3u_i}{\tau}$.

56. $Ly\equiv y''(x)+[(x)y'(x)+q(x)y(x)=f(x)$,

$y(a)cos(a)=A,\ y(b)=B$ чегаравий масалани тақрибий ечими $y_n(x)=\varphi_0(x)+\sum_{i=1}^{n}c_i\varphi_i(x)$ кўринишда изланиб, c_i коэффициентлар $\sum_{i=1}^{n}c_i(L\varphi_i,\varphi_k)=(L\varphi_0-f,\varphi_k),\ k=\overline{i,n}$ дан топилса, бу қайси метод?

а) Коллокация;   б) Галеркин;   в) Кичик квадратлар;
г) а) ва б);   д) ҳамма жавоблар тўғри.

56. $[-1,1]$ да берилган $y = f(x)$ функция n – тартибли Лагранж интерполяцион кўпҳадига алмаштирилган. Интерполяция тугун нуқталари $x_i \in [-1;1]$ $i = \overline{0,n}$ лар қандай танланса, интерполяциялаш хатолиги энг кичик бўлади?

а) тугун нуқталар $[-1;1]$ да тенг тақсимланса;
б) тугун нуқталар жойлашиши хатоликка таъсир этмайди;
в) тугун нуқталар $n+1$ – тартибли Лежандр кўпҳадининг ноллари бўлса;
г)* тугун нуқталар $n+1$ – тартибли биринчи тур Чебишев кўпҳади ноллари бўлса;
д) $x_0 = -1$, $x_n = 1$ бўлиб, x_i, $i = \overline{1,n-1}$ лар ихтиёрий бўлса.

57. Чекли айирмаларни ишлатувчи интерполяцион кўпҳадларни (и.к) кўрсатинг.
а) Лагранж интерполяцион кўпҳади;
б)* Гаусс интерполяцион кўпҳади, Стирлинг интерполяцион кўпҳади;
в) Ньютоннинг тенгмас оралиқлар учун интерполяцион кўпҳади;
г) Ньютоннинг I, II интерполяцон кўпҳади, Сплайн интерполяцион кўпҳади;
д) Барча жавоблар тўғри.

58. Функция жадвал билан берилг $f(2)$ нинг қийматини топинг.

x	1	3	5
f(x)	2	10	2

а) 4;   б) 6;   в) 8;   г) 0;   д)* '

59. Қуйидагилардан қайсиси Лагранж интерполяцион кўпҳадининг хатолигини баҳоси эмас.

I. $|R_n(x)| \le \dfrac{\max\limits_{[a,b]}|f(x)|}{(n+1)!}|\omega_{n+1}(x)|$,

II. $|R_n(x)| \le \dfrac{\max\limits_{0\le i\le n}|f^{(n+1)}x_i|}{(n+1)!}|\omega_{n+1}(x)|$,

III. $|R_n(x)| \le \dfrac{\max\limits_{0\le i\le n}|f(x_i)|}{(n+1)!}|\omega_{n+1}(x)|$,

а)* ҳаммаси;   б) I. II;   в) I, III;   г) II: д) II, III.

60. $y = \ell n x$ нинг $x_i = 100 + i$, $i = \overline{0,5}$ нуқталарда қиймати берилган бўлса, $\ell n 102{,}5$ ни ҳисоблагандаги хатоликни баҳоланг.

а)* $R_s \le \frac{3}{512}10^{-2}$; б) $R_s \le \frac{1}{2}10^{-2}$; в) $R_s \le \frac{1}{8}10^{-2}$; г) $R_s \le \frac{1}{16}10^{-1}$; д) $R_s \le \frac{4}{9}10^{-1}$.

61. Қуйидагиларнинг қайси бири Ньютоннинг иккинчи интерполяцион кўпҳадининг қолдиқ ҳади.

I. $R_n(x) = h^{n+1}\frac{q(q-1)(q-2)...(q-n)}{(n+1)!}f^{(n+1)}(\xi)$;

II. $R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!}(x-x_0)...(x-x_n)$;

III. $R_{2n}(x) = \frac{h^{2n+1}}{(2n+1)!}q(q^2-1^2)...(q^2-n^2)\cdot f^{(2n+1)}(\xi)$;

а)* I.; б) II; в)III; г) I, II; д) ҳеч қайси бири.

62. Хатоликлар манбаи қуйидагилардан иборат:
а) йўқотилмас хато, қўпол хато, аҳамиятсиз хато;
б) усул ҳатоси, яхлитлаш хатоси;
в)* йўқотилмас хато, усул хатоси, ҳисоблаш хатоси;
г) қўпол хато, усул хатоси, тақрибий натижалар хатоси;
д) хеч қайсиси эмас.

63. Бир хил ишорали тақрибий сонлардан иборат бўлган йиғиндининг абсолют хатоси нимага тенг?
а) қўшилувчилар абсолют хатоликларининг энг каттасига;
б) қўшилувчилар абсолют хатоликларининг энг кичигига;
в) қўшилувчилар абсолют хатоликларининг ўрта арифметигига;
г)* қўшилувчилар абсолют хатоликларининг йиғиндисига;
д) номаълум

64. Тақрибий сонлар кўпайтмасининг нисбий хатоси.
а) кўпайтувчилар нисбий хатоликларининг кўпайтмасига тенг;
б) кўпайтувчилар нисбий хатоликларнинг энг каттасига тенг;
в) кўпайтувчилар абсолют хатоликларнинг йиғиндисига тенг;
г) аниқланмаган
д)* кўпайтувчилар нисбий хатоликларнинг йиғиндисига тенг:

65. π сонининг олтита ишончли рақами бор, унинг абсолют хатолиги қандай бўлади?
а) $\Delta\pi \le 10^{-6}$, б) $\Delta\pi \le \frac{1}{2}10^{-6}$, в) $\Delta\pi \le \frac{1}{6}$, г) $\Delta\pi - 3\cdot 10^{-6}$, д)* $\Delta\pi \le \frac{1}{2}10^{-5}$.

66. $a = 0{,}312$; $b = 1{,}004$ бўлиб, барча рақамлар ишончли бўлса, $c = a\cdot b$ нинг ишончли рақамлари қанча бўлади?

а)* 2; б) 3; в) 4; г) 1; д) 12.

67. $y=f(x)$ функция $[a,b]$ да k – тартибли $P_k(x)=\sum_{i=0}^{k} c_i\varphi_i(x)$ кўпхад билан ўртача квадратик маънода яқинлаштирилганда, қандай ҳолда коэффициентларни $c_m=(f(x),\varphi_m(x))$, $m=\overline{0,k}$ кўринишда топилади?

а) $\varphi_i(x)=x^i$, $i=\overline{0,k}$;

б) $\{\varphi_i(x)\}_{i=0}^{n}[a,b]$ да чизиқли боғлиқсиз ва тўлиқ бўлса;

в)* $\{\varphi_i(x)\}_{i=0}^{n}$ $[a,b]$ да ортонормал система бўлса;

г) $\{\varphi_i(x)\}_{i=0}^{n}$ $[a,b]$ да ортогонал система бўлса;

д) $\{\varphi_i(x)\}_{i=0}^{n}$ $[a,b]$ да Чебишев системасини ташкил этмаса.

68. Чизиқли алгебраик тенгламалар системасини ечишнинг итерацион усулларини кўрсатинг

а) Гаусс усули,

б) Бош элементлар усули,

в) Квадрат илдизлар усули,

г)* Зейдел усули, градиентлар усули,

д) Хайдаш усули.

69. $A=\begin{pmatrix}-1 & 2 & 3\\ 4 & -5 & 6\\ 7 & 8 & -9\end{pmatrix}$ матрицани нормал Фробениус кўринишига келтиришда Данилевский методидаги M_2 матрицани топинг.

а) $M_2=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 7 & -8 & -9\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$; б)* $M_2=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ -\frac{7}{8}, & \frac{1}{8}, & \frac{9}{8}\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$; в) $M_2=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 7 & 8 & -9\end{pmatrix}$;

г) $M_2=\begin{pmatrix}-1 & 2 & 3\\ 4 & -5 & 6\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$; д) $M_2=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ -\frac{4}{8}, & \frac{5}{8}, & -\frac{6}{8}\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$;

70. $x^{(k+1)}=\alpha x^{(k)}+\beta$, $k=0,1,\ldots$ оддий итерация усули берилган бўлиб $\|\alpha\|=\frac{1}{2}$, $\|\beta\|=1$ лиги маълум бўлса, $\|x-x^{(k)}\|<10^{-4}$ ўринли бўлиши учун нечта итерация ўтказиш лозим.

а) $k=3$; б) $k=5$; в) $k=2$; г)* $k=13$; д) $k=10$.

71. $x^{(k)}=\alpha\, x^{(k-1)}+\beta$, $k=1,2,\ldots$ жараён яқинлашувчилиги шартларини кўрсатинг.

а) $\|\alpha\|<1$; б) $\max\limits_{1\le i\le n}|x_i|<1$, λ_i $i=\overline{1,n}$ α матрицанинг хос сонлари

в) $x^{(0)}=\beta$,

г)* а) ва б),
д) а), б), в).

72. A матрица В матрицага ўхшаш дейилади агар
а) $\det A = \det B$ бўлса,
б) $B = S^{-1}AS$ бўлса,
в) $\det(A - \lambda E) = \det(B - \lambda E)$ бўлса,
г) $\det A \cdot \det B = 1$ бўлса,
д)* а) ва б) холларда.

73. α матрицанинг қайси бири учун $x^{(k)} = \alpha x^{k-1} + \beta$, $k = 1,2,...$ оддий итерацион жараён яқинлашувчи бўлади?

а) $\alpha = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0,5 \\ 0,5 & 1 & 0,5 \\ -1,5 & 0,5 & 2 \end{pmatrix}$; б) $\alpha = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 2 & -1 & 1 \\ -4 & 2 & 3 \end{pmatrix}$; в)* $\alpha = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,2 & 0,25 \\ 0,2 & 0,1 & 0,3 \\ 0,125 & 0,15 & 0.1 \end{pmatrix}$;

г) $\alpha = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{4}{7} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{4}{5} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$; д) $\alpha = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

74. $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ матрица характеристик кўпҳади илдизлари йиғиндисини топинг.
а) 5;
б) 4;
в) 2;
г)* 7;
д) 0.

75. Қуйидаги квадратур формулаларни қайсиси Симпсон квадратур формуласи?

а) $\int_a^b f(x)\,dx \cong \frac{b-a}{2}(f(a) + f(b))$, б)* $\int_a^b f(x)\,dx \cong \frac{b-a}{6}(f(a) + 4f(\frac{a+b}{2}) + f(b))$,

в) $\int_a^b f(x)\,dx \cong \frac{b-a}{2} f(\frac{a+b}{2})$, г) $\int_a^b f(x)\,d = \frac{b-a}{n}\sum_{i=1}^{n} f(x_i)$,

д) Симпсон квадратур формуласи йўқ.

76. Трапеция квадратур формуласининг қолдиқ ҳадини кўрсатинг.

а) $-\frac{(b-a)^5}{2880} f^{IV}(\xi)$,

б) $\frac{(b-a)}{24} f^{II}(\xi)$,

в)* $-\frac{(b-a)^3}{12} f^{II}(\xi)$,

г) $\frac{b-a}{8} d'(\xi)$,

д) $\frac{(b-a)^3}{8} f^4(\xi)$.

77. $\int_{-1}^{1} \frac{f(x)}{\sqrt{1-x^2}} dx \cong \frac{\pi}{3}\left(f\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + f(0) + f(\frac{\sqrt{3}}{2}) \right)$ квадратур формуланинг алгебраик аниқлик даражаси нечага тенг?

а) 1; б) 2; в) 3; г)* 5; д) 4.

78. $\int_{-1}^{1} f(x)\,dx \cong \frac{2}{3}(f(-\frac{1}{\sqrt{2}}) + f(0) + f(\frac{1}{\sqrt{2}}))$ нинг алгебраик аниқлик даражаси нечага тенг?

а)* 3; б) 1; в) 5; г) 2; д) 4.

79. $tg\frac{\pi}{3}$ нинг нисбий хатолиги 0,5% бўлса, ишончли рақамлари сони нечта бўлади?

а) 1; б) 2; в) 5; г) 4; д)* 3.

80. $a = 35{,}92$ ва $b = 3{,}043$ тақрибий сонларнинг барча рақамлари ишончли $c = a : b$ нинг нисбий хатолиги қандай бўлади?

а) $\delta c = 0$, б) $\delta c < 0$, в)* $\delta c \le \frac{2}{3}10^{-3}$, г) $\delta c \le 10^{-4}$, д) $\Delta c \le \frac{1}{2}10^{-5}$.

81. $\sqrt{a}, \sqrt{b}$ тақрибий сонларнинг ишончли рақамлари сони бешга тенг бўлса, $c = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ – тақрибий соннинг нисбий хатолиги қандай бўлади. Бу ерда $4 < a < 5$, $10 < b < 11$.

а)* $\delta c \le \frac{5}{6}10^{-4}$; б) $\delta c \le \frac{1}{6}10^{-4}$; в) $\delta c \le \frac{1}{6}10^{-5}$;

г) $\delta c \le \frac{1}{2}10^{-5}$; д) $\delta c \le 10^{-5}$.

82. Агар $\Delta x = \frac{1}{2}10^{-4}$ бўлса, $[10^{-2},1]$ оралиқда $y = \ell nx$ нинг хатолиги қандай бўлади?

а)* $\Delta y \le \frac{1}{2}10^{-2}$; б) $\Delta y \le 10^{-1}$; в) $\Delta y \le \frac{1}{4}10^{-3}$;

г) $\Delta y \le \frac{1}{8}10^{-1}$; д) $\Delta y \le \frac{1}{25}10^{-2}$.

83. $y = tgx$ функциянинг $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right]$ оралиқда аргумент қийматининг абсолют хатолиги $\Delta x = \frac{1}{8}10^{-2}$ бўлса функциянинг абсолют хатолиги қандай бўлади?

а)* $\Delta y \le \frac{1}{6}10^{-2}$.

б) $\Delta y \le 10^{-1}$.

в) $\Delta y \le \frac{4}{3}10^{-2}$.

г) $\Delta y \le 10^{-3}$.

д) $\Delta y \le \frac{1}{8}10^{-3}$.

84.

x	2	3	4
f(x)	12	1	6

жадвал кўринишида функция берилган. $\int_2^4 f(x)dx$ ни умумлашган трапеция квадратур формуласи билан ҳисоблаганда, нечага тенг бўлади?

а) 18; б) 3,5; в) 6,5; г)* 10; д) $\frac{22}{3}$.

85. $x = \varphi(x)$ тенгламанинг $[a,b]$ да ягона ҳақиқий илдизини итерация усули билан топиш лозим. Итерация усулини яқинлашиш шартини кўрсатинг.

а) $|\varphi(x)| < 1$,

б)* $\max\limits_{a \le x \le b} |\varphi'(x)| < 1$,

в) $|\varphi''(x)| < 1$,

г) $|\varphi(x') - \varphi(x'')| \le |x' - x''|$, $\forall x', x'' \in [a,b]$,

д) $\left|\frac{\varphi(x)}{\varphi'(x)}\right| < 1$.

86. $f(x) \equiv 3x^3 - 7x^2 - 9x + 21 = 0$ тенгламанинг $[2;3]$ оралиқдаги ягона илдизини Ньютон методи билан топишда $x_0 \in [2;3]$ қандай шартни қаноатлантириши керак.

а) $f'(x_0) < 0$,

б) $f(x)f'(x) > 0$,

в) $f'(x_0)f''(x_0) > 0$,

г) $f(x_0) \cdot f''(x_0) < 0$,

д)* $f(x_0) \cdot f''(x_0) > 0$.

87. Лагранж теоремаси билан $2x^5-100x^2+2x-1=0$ тенгламанинг мусбат илдизларини юқори чегарасини топинг.

а) $R=51$,

б)* $R=1+\sqrt[3]{50}$,

в) $R=1+\sqrt[5]{\frac{1}{2}}$,

г) $R=1+\sqrt{2}$,

д) $R=2$.

88. $f(x=0)$ тенгламанинг $[a,b]$ даги ягона илдизини ватар усули билан топишда $x_0\in[a,b]$ қандай шартни қаноатлантириш керак?

а)* $f(x_0)f''(x_0)<0$,

б) $f'(x_0)\cdot f''(x_0)<0$,

в) $f(x_0)\cdot f'(x_0)>0$,

г) $f(x_0)\cdot f''(x_0)>0$,

д) а) ва б).

89. Қайси формула Ньютон методининг модификацияси?

а) $x_{n+1}=x_n-\frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$,

б) $x_{n+1}=x_n-\frac{f(x_0)}{f'(x_n)}$,

в)* $x_{n+1}=x_n-\frac{f(x_n)}{f'(x_0)}$,

г) а) ва б),

д) ҳеч қайсиси.

90. $y'=f(x,y)$, $y(x_0)=y_0$ Коши масаласи ечимининг x_{i+1} нуқтадаги тақрибий қийматлари қуйидаги формулалар ёрдамида аниқланади

I. $y_{i+1}=y_i+\frac{h}{2}(f(x_i,y_i)+f(x_{i+1},hf(x_iy_i))$

II. $y_{i+1}=y_i+hf(x_i+\frac{h}{2},y_i+\frac{h}{2}f(x_i,y_i))$

III. $y_{i+1}=y_i+h(\frac{3}{2}f_i-\frac{1}{2}f_{i-1})$

IV. $y_{i+1}=y_i+h(\frac{1}{2}f_{i+1}+\frac{1}{2}f_i)$

Қайси бирлари Рунге – Кутта оиласига мансуб?

а) ҳаммаси; б)* I,II; в) I,III; г) II,IV; д) хеч қайсиси

91. Қуйидагиларнинг қайсиси Адамс экстраполяцион методидаги формулалар

I. $y_{n+1}=y_n+hf(x_{n+1},y_{n+1})$,

II. $y_{n+1} = y_n + h(\frac{3}{2} f_n - \frac{1}{2} f_{n-1})$,

III. $y_{n+1} = y_n + \frac{h}{12}(23 f_n - 16 f_{n-1} + 5 f_{n-2})$,

IV. $y_{n+1} = y_n + \frac{h}{24}(9 f_{n+1} + 19 f_n - 5 f_{n-1} + f_{n-2})$,

а) ҳаммаси; б) ҳеч қайсиси; в)* II, III; г) II,IV; д) I, IV.

92. $\int_{-1}^{1} \frac{f(x)}{\sqrt{1-x^2}} dx \cong \frac{\pi}{3}\left(f\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + f(0) + f(\frac{\sqrt{3}}{2}) \right)$ квадратур формуланинг алгебраик аниқлик даражаси нечага тенг?

а) 1; б) 2; в) 3; г)* 5; д) 4.

93. $\int_0^1 f(x)dx \cong \frac{2}{3}(f(\frac{1}{4}) - \frac{1}{2} f(\frac{1}{2}) + f(\frac{3}{4}))$ квадратур формуланинг алгебраик аниқлик даражасини топинг.

а) 1; б) 4; в) 5; г)* 3; д) 2.

94. $\int_{-1}^{1} f(x)dx \cong \frac{2}{3}(f(-\frac{1}{\sqrt{2}}) + f(0) + f(\frac{1}{\sqrt{2}}))$ нинг алгебраик аниқлик даражаси нечага тенг?

а)* 3; б) 1; в) 5; г) 2; д) 4.

95. $\int_a^b p(x) f(x)dx \cong \sum_{i=1}^{k} C_i f(x_i)$ квадратур формуланинг алгебраик аниқлик даражаси

2 k — 1 га тенг бўлиши учун x_i, $i = \overline{1,n}$ лар қандай бўлиши керак?

а) тугун нуқталарни танлашга боғлиқ эмас,

б) $x_i = a + \frac{b-a}{k} i, \ i = \overline{1,k}$,

в) $x_i = a + \frac{b-a}{k}(i-1), \ i = \overline{1,k}$,

г)* x_i, $i = \overline{1,n} - p(x) \geq 0$ вазн функция билан $[a,b]$ да ортогонал бўлган k — тартибли кўпҳаднинг ноллари бўлса,

д) б) ва в) ҳолларда.

96.

x	2	3	4
f(x)	12	1	6

жадвал кўринишида функция берилган. $\int_2^4 f(x)dx$ ни умумлашган трапеция квадратур формуласи билан ҳисоблаганда, нечага тенг бўлади?

а) 18; б) 3,5; в) 6,5; г)* 10; д) $\frac{22}{3}$.

97. Лагранж теоремаси билан $2x^5-100x^2+2x-1=0$ тенгламанинг мусбат илдизларини юқори чегарасини топинг.

а) $R=51$,
б)* $R=1+\sqrt[3]{50}$,
в) $R=1+\sqrt[5]{\frac{1}{2}}$,
г) $R=1+\sqrt{2}$,
д) $R=2$.

98. $f(x=0)$ тенгламанинг $[a,b]$ даги ягона илдизини ватар усули билан топишда $x_0\in[a,b]$ қандай шартни қаноатлантириш керак?

а)* $f(x_0)f''(x_0)<0$,
б) $f'(x_0)\cdot f''(x_0)<0$,
в) $f(x_0)\cdot f'(x_0)>0$,
г) $f(x_0)\cdot f''(x_0)>0$,
д) а) ва б).

99. $25x^4-x^3+5x^2-125x+1=0$ тенгламанинг барча илдизлари ётган соҳани кўрсатинг

а)* $\frac{1}{126}<|x|<6$,
б) $\frac{1}{126}<|x|<\frac{6}{5}$,
в) $\frac{1}{26}<|x|<6$,
г) $\frac{1}{26}<|x|<\frac{6}{5}$,
д) $\frac{1}{6}<|x|<\frac{26}{25}$.

100. Қайси формула Нъютон методининг модификацияси?

а) $x_{n+1}=x_n-\frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$,
б) $x_{n+1}=x_n-\frac{f(x_0)}{f'(x_n)}$,
в)* $x_{n+1}=x_n-\frac{f(x_n)}{f'(x_0)}$,
г) а) ва б),
д) ҳеч қайсиси.

9. Назорат саволлари

I даражали саволлар

1. Тақрибий соннинг абсолют, нисбий хатоликлари ва ишончли рақамлари сони
2. Функциянинг абсолют ва нисбий хатоликлари
3. Лагранж интерполяцион кўпҳадини ёзинг
4. Айирмалар нисбати ва уларнинг хоссаларини ёзинг
5. Чекли айирмалар ва уларнинг айирмалар нисбати билан боғланиши
6. Ньютоннинг биринчи интерполяцион кўпҳадини ёзинг
7. Алгебраик тенгламанинг мусбат илдизларининг юқори чегараси ҳақидаги Лагранж ва Ньютон теоремаларини ёзинг
8. Алгебраик тенгламани ечишда Ньютон усули
9. Ньютон усулининг модификацияси
10. Вектор нормаларини ёзинг
11. Матрица нормаларини ёзинг
12. Чизиқли алгебраик тенгламалар системасини ечишда оддий итерация усули
13. Матрицанинг характеристик кўпҳади. Хос сон ва хос векторлари тушунчаси
14. Матрицанинг характеристик кўпҳадини топишда Крилов усули
15. Ўхшаш матрицанинг характеристик кўпҳадлари бир хил бўлишини кўрсатинг
16. Оддий дифференциал тенглама учун Коши масаласини ечишда Эйлер усули
17. Оддий дифференциал тенглама учун Коши масаласини ечишда ошкор Адамс усули
18. $y'(x)$ни x_i нуқтадаги чап, ўнг ва марказий аппроксимацияларини ёзинг
19. $y''(x)$ни x_i нуқтадаги аппроксимациясини ёзинг
20. Иккинчи тартибли чизиқли дифференциал тенгламага қўйилган чегаравий масалани x_i нуқтадаги аппроксимациясини ёзинг

II даражали саволлар

1. π сонининг 6та ишончли рақами бор, унинг абсолют хатолиги қандай бўлади.
2. Лагранж кўпҳадининг хатолигини ёзинг
3. Интерполяцион масала ечимининг ягоналик шарти нимадан иборат
4. Тенгмас оралиқлар учун Ньютон интерполяцион кўпҳади

5. Кубик сплайн таърифи

6. Ўртача квадратик яқинлашиш. (узуликсиз ҳол)

7. Алгебраик тенгламанинг барча илдизларининг чегараси ҳақидаги теорема

8. Алгебраик тенгламани итерация усули билан ечишда жараённинг яқинлашиш шарти

9. Трапеция квадратур формуласини ва унинг хатолигини ёзинг

10. Умумлашган трапеция квадратур функциясини ёзинг

11. Симпсон квадратур формуласини ёзинг

12. Умумлашган Симпсон квадратур формуласини ёзинг

13. Ўрта тўртбурчаклар квадратур формуласини ёзинг

14. Умумлашган тўртбурчаклар квадратур формуласини ёзинг

15. Чебишев I−тур кўпҳадлари $T_n(x) = cos(narccos\,x)$ учун рекуррент формулани ёзинг

16. Чебишев II−тур кўпҳадлари $U_n(x) = \frac{sin(n+1)arccos\,x}{\sqrt{1-x^2}}$ учун рекуррент формулани ёзинг

17. Ортогонал кўпҳадларнинг илдизлари ҳақидаги теоремани келтиринг

18. Гаусс типидаги квадратур формуланинг хоссаларини келтиринг

19. Алгебраик тенгламани ечишда итерация усулининг хатолиги баҲоси

20. ЧАТС ни оддий итерация усули билан ечиш. Жараённинг яқинлашишнинг шарти

III даражали саволлар

1. $tg60^0$ нисбат хатолиги 0,5% бўлса, ишончли рақамларини топинг

2. Агар $\Delta x = 0{,}5 \cdot 10^{-4}$ бўлса, $[10^{-2}, 1]$ оралиқда $y = ln\,x$ нинг абсолют хатолиги қандай бўлади?

3. Интерполяциялашдан фойдаланиб, $S(n) = \sum_{k=1}^{n} k^2$ учун формула чиқаринг

4. Ўртача квадратик яқинлашиш (дискрет ҳол)

5. Гаусс типидаги квадратур формула

6. Интерполяцион квадратур формула

7. Алгебраик тенгламани Ньютон усули билан ечишни геометрик интерпретациясини кўрсатинг

8. Алгебраик тенгламани ватар усули билан ечишни геометрик интерпретациясини кўрсатинг

9.Симметрик матрицанинг октаэдрик ва кубик нормалари тенглигини исботланг

10. $A=\begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 4 & -5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$ нинг кубик ва октаэдрик нормаларини топинг

11. $f(x_i, x_{i+1}, \ldots, x_{i+k}) = \dfrac{\Delta^k f_i}{K!h^k}$ эканлигини исботланг

12. $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ матрицанинг хос сонларини йиғиндисини топинг

13. $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ матрицанинг хос сонларининг квадратлари йиғиндисини топинг.

14. Тўр қадами $h=0{,}1$ бўлса, $y=x^2$ функцияни $x=5$ нуқтадаги иккинчи тартибли айирмали ҳосиласи нимага тенг?

15. $y'(x)$ нинг x_i нуктадаги марказий аппроксимациясининг хатолигини чиқаринг

16. $y''(x)$ нинг x_i нуқтадаги аппроксимациясининг хатолигини чиқаринг

17. $\dfrac{\partial u(x,y)}{\partial x}$ нинг (x_i, y_j) нуқтадаги марказий аппроксимациясининг хатолигини чиқаринг

18. $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ нинг (x_i, y_j) нуқтадаги аппроксимациясини чиқаринг

19. $x^{(k+1)} = \alpha x^{(k)} + \beta,\ k=0,1,,,$ оддий итерация берилган бўлиб, $x^{(0)}=(0,0'',0),\ \|\alpha\|=\dfrac{1}{2},\ \|\beta\|=1$ бўлса, $\left\|x-x^{(k)}\right\|\le 10^{-4}$ бўлишлиги учун нечта итерация ўтказиш керак?

20. $A=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix},\ y^{(0)}=(1,0,0)^1$ бўлса $y^{(k)}=Ay^{(k-1)}$ дан фойдаланиб $y^{(3)}$ ни топинг.

10. Реферат мавзулари

1. Функцияларни яқинлаштириш.
2. Тенг оралиқлар учун Гаусс, Стирлинг ва бошқа интерполяцион кўпҳадлар.
3. Тригонометрик функцияларни ўртача квадратик маънода яқинлаштириш (узлуксиз ва дискрет ҳоллар).
4. Тақрибий интеграллаш
5. Каррали интегралларни тақрибий ҳисоблаш усуллари.
6. Чизиқли алгебранинг тақрибий усуллари
7. Чизиқли алгебраик тенгламалар системасини ечишда градиентлар методи.
8. Матрицанинг характеристик кўпҳадини топишда ҳошиялаш усули.
9. Алгебраик ва трансцендент тенгламаларни тақрибий ечиш

10. Алгебраик ва трансцендент тенгламаларни тақрибий ечишнинг график, оралиқни тенг иккига бўлиш ва ватар усули.

10. Оддий дифференциал тенгламаларга қўйилган Коши масаласини тақрибий ечиш
11. Адамснинг иккинчи ва учинчи тартибли ошкор ва ошкормас формулаларини келтириб чиқариш.
12. Оддий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалаларни сонли ечиш
13. Оддий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалаларни тўр усули билан ечишда яқинлашиш ва турғунлик.
14. Чегаравий масалаларни ечишда вариацион ва проекцион усуллар
15. Эллиптик турдаги хусусий ҳосилали дифференциал тенглама учун чегаравий масалани ечишда Ритц, коллокация, Галеркин, кичик квадратлар усуллари.
16. Вариацион методлар.
17. Интеграл тенгламаларни тақрибий ечиш усуллари.
18. Вольтера типидаги интеграл тенгламаларни тақрибий ечишнинг квадратуралар усули.

19. Фредгольм типидаги интеграл тенгламаларни тақрибий ечишнинг квадратуралар усули.

11. Курс ишлари

1	Гиперболик система учун айирмали схеманинг турғунлиги
2	Гиперболик тенгламани ечиш учун чекли элементлар усули
3	Кўчириш тенгламаси учун айирмали схемалар ва уларнинг турғунлиги
4	Юқори тартибли айирмали схемалар қуриш
5	"Сквозной счет"айирмали схемалар
6	Узилишга эга бўлган ечимларни топиш
7	Риман масаласини тақрибий ечиш усуллари
8	Ҳисоблаш натижаларини визуаллаштириш
9	Чизиқсиз тенгламаларни сонли тадкик килиш
10	Параллел алгоритмларни тадқиқ қилиш
11	Масалаларни паралеллаштирищда MPI технологиясини қўллаш
12	Тақсимланган ҳисоблаш тизимларида масалаларни параллеллаштириш
13	Тақрибий интеграллаш формулалари ҳақида
14	Ҳосила қийматлари иштирок этувчи квадратур формулар
15	Чегаравий масалаларни ечищда вариацион ва проекцион усуллар
16	Эллиптик турдаги хусусий хосилали дифференциал тенглама учун
17	Алгебраик ва трансцендент тенгламаларни тақрибий ечиш
18	Оддий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалаларни сонли ечиш
19	Сплайн – функция
20	Синфлар ҳақида
21	функцияни интерполяциялаш
22	Лагранж интерполяцион кўпҳадининг тадбиқлари
23	Ньютон интерполяцион кўпҳаднинг тадбиқлари
24	Сплайн функцияларнинг хоссалари
25	Эрмит интерполяцион кубик сплайни
26	Гриффиннинг интерполяцион кубик сплайни
27	Квадратур формулалар ва уларнинг тадбиқлари
28	Интерполяцион квадратур формулалар
29	Квадратур формулаларнинг тадбиқлари
30	Гаусс квадратур формуласи
31	Чебишев квадратур формуласи
32	Кичик квадратлар усулининг тадбиқи
33	Чизиқли алгебраик тенгламалар системасини Зейдел усулини MathCad да бажариш
34	Матрицани хос сон ва векторларини топилиши Крылов усули

35	Матрицани хос сон векторларини топилиши Данилевский усули
36	Коши масаласини тақрибий ечишни оптимал усуллари
37	Оддий дифференциал тенгламага қўйилган чегаравий масаласини тақрибий ечиш коллекация усули
38	Оддий дифференциал тенгламага қўйилган чегаравий масаласини тақрибий ечиш коллекация усули галёркин усули
39	Оддий дифференциал тенгламага қўйилган чегаравий масаласини тақрибий ечиш коллекация усули энг кичик квадратлар усули
40	Хусусий хосилани дифференциал тенгламаларни аппрокцимация қилиш
41	Хусусий хосилани диффекенционал тенгламага қўйилган чегаравий масалани тақрибий ечишнинг тўрт усули
42	Хусусий хосилани диффекенционал тенгламага қўйилган чегаравий масалани тақрибий ечишнинг либман усули
43	Хусусий хосилани диффекенционал тенгламага қўйилган чегаравий масалани тақрибий ечишнинг ҳайдаш усули
44	Интеграл тенгламалар ҳақида
45	Интеграл тенгламаларни тақрибий ечиш ҳақида

12. Малакавий битирув иши мавзулари

Иследование кубических сплайнов
Численное моделирование задач солепереноса
Численное моделирование задач теории фильтрации
Квадратик сплайнларнинг $W_2^{(1)}[a, b]$ функциялар синфидаги қолдиғи баҳоси
Биринчи даражали рационал сплайнлар
Иккинчи даражали рационал сплайнлар
Ўрта квадратик яқинлашувчи сплайнлар
Параболик сплайнларнинг C(1)[a,b] функция синфидаги қолдиғи баҳоси
Учбурчакли турдаги икки узгарувчили,чизиқли сплайнлар
Ўрта квадратик яқинлашувчи параболик сплайнлар
Параболик сплайнларнинг C(2)[a,b] даги қолдиғи баҳоси
Тўр тенгламаларини ечиш усуллари
Гиперболик система учун айирмали схеманинг турғунлиги
Гиперболик тенгламани ечиш учун чекли элементлар усули
Тўлқин тарқалиш тенгламаси учун қўйилган аралаш масалани сонли ечиш
Кўчириш тенгламаси учун айирмали схемалар ва уларнинг турғунлиги
Юқори тартибли айирмали схемалар қуриш
"Сквозной счет"айирмали схемалар
Узилишга эга бўлган ечимларни топиш
Риман масаласини тақрибий ечиш усуллари
Сплайн функциялар ёрдамида квадратур формулалар қуриш
Квадратур формуланинг татбиқи
Дефект 1 га тенг бўлган лакалъ кубик сплайн қуриш
Локалъ интерполяцион кубик сплайннинг хатоликларини баҳолаш
Локалъ интерполяцион кубик сплайнлар ёрдамида функцияларни яқинлаштириш
Сплайн функциялар ҳақида
Квадратур формулалар ҳақида
Параболик сплайн функциялар ҳақида
Интегралларни тақрибий Ҳисоблашда сплайн функциянинг қўлланилиши ҳақида
Ҳисоблаш натижаларини визуаллаштириш
Ҳисоблаш математикаси масалаларини паралеллаштириш
Чизиқсиз тенгламаларни сонли тадкик килиш
Тугун нуқталари олдиндан берилган кубатур формулалар
Тугун нуқталари каррали бўлган квадратур формулалар

13. Мустақил таълим учун саволлар

I–даражали саволлар

1. Тақрибий соннинг абсолют, нисбий хатоликлари ва ишончли рақамлари сони
2. Функциянинг абсолют ва нисбий хатоликлари
3. Лагранж интерполяцион кўпҳадини ёзинг
4. Айирмалар нисбати ва уларнинг хоссаларини ёзинг
5. Чекли айирмалар ва уларнинг айирмалар нисбати билан боғланиши
6. Ньютоннинг биринчи интерполяцион кўпҳадини ёзинг
7. Алгебраик тенгламанинг мусбат илдизларининг юқори чегараси ҳақидаги Лагранж ва Ньютон теоремаларини ёзинг
8. Алгебраик тенгламани ечишда Ньютон усули
9. Ньютон усулининг модификацияси
10. Вектор нормаларини ёзинг
11. Матрица нормаларини ёзинг
12. Чизиқли алгебраик тенгламалар системасини ечишда оддий итерация усули
13. Матрицанинг характеристик кўпҳади. Хос сон ва хос векторлари тушунчаси
14. Матрицанинг характеристик кўпҳадини топишда Крилов усули
15. Ўхшаш матрицанинг характеристик кўпҳадлари бир хил бўлишини кўрсатинг
16. Оддий дифференциал тенглама учун Коши масаласини ечишда Эйлер усули
17. Оддий дифференциал тенглама учун Коши масаласини ечишда ошкор Адамс усули
18. $y'(x)$ни x_i нуқтадаги чап, ўнг ва марказий аппроксимацияларини ёзинг
19. $y''(x)$ни x_i нуқтадаги аппроксимациясини ёзинг
20. Иккинчи тартибли чизиқли дифференциал тенгламага қўйилган чегаравий масалани x_i нуқтадаги аппроксимациясини ёзинг
21. Чегаравий масалани ечишда коллокация методи
22. Чегаравий масалани ечишда Галеркин методи
23. Чегаравий масалани ечишда кичик квадратлар усули
24. Хусусий ҳосилали иккинчи тартибли дифференциал тенгламанинг турлари
25. Эллиптик турдаги дифференциал тенгламага қўйиладиган чегаравий масалаларни ёзинг

26. $\dfrac{\partial u}{\partial x}$ ни $\left(x_i, y_j\right)$ нуқтадаги ўнг, чап, марказий аппроксимацияларини ёзинг

27. $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ ни $\left(x_i, y_j\right)$ нуқтадаги аппроксимациясини ёзинг

28. $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$ ни $\left(x_i, y_j\right)$нуқтадаги аппроксимациясини ёзинг

29. $\dfrac{\partial u}{\partial x} + a(x, y)\dfrac{\partial u}{\partial y}$ ни $\left(x_i, y_j\right)$ нуқтадаги аппроксимациясини ёзинг

30. $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ тенгламани $\left(x_i, y_j\right)$ нуқтадаги аппроксимациясини ёзинг

II−даражали саволлар

1. π сонининг 6та ишончли рақами бор, унинг абсолют хатолиги қандай бўлади.
2. Лагранж кўпҳадининг хатолигини ёзинг
3. Интерполяцион масала ечимининг ягоналик шарти нимадан иборат
4. Тенгмас оралиқлар учун Ньютон интерполяцион кўпҳади
5. Кубик сплайн таърифи
6. Ўртача квадратик яқинлашиш. (узуликсиз ҳол)
7. Алгебраик тенгламанинг барча илдизларининг чегараси ҳақидаги теорема
8. Алгебраик тенгламани итерация усули билан ечишда жараённинг яқинлашиш шарти
9. Трапеция квадратур формуласини ва унинг хатолигини ёзинг
10. Умумлашган трапеция квадратур функциясини ёзинг
11. Симпсон квадратур формуласини ёзинг
12. Умумлашган Симпсон квадратур формуласини ёзинг
13. Ўрта тўртбурчаклар квадратур формуласини ёзинг
14. Умумлашган тўртбурчаклар квадратур формуласини ёзинг
15. Чебишев I−тур кўпҳадлари $T_n(x) = cos(narc\,cos\,x)$ учун рекуррент формулани ёзинг
16. Чебишев II−тур кўпҳадлари $U_n(x) = \dfrac{sin(n+1)arccos\,x}{\sqrt{1-x^2}}$ учун рекуррент формулани ёзинг

21. Ортогонал кўпҳадларнинг илдизлари ҳақидаги теоремани келтиринг

22. Гаусс типидаги квадратур формуланинг хоссаларини келтиринг

23. Алгебраик тенгламани ечишда итерация усулининг хатолиги баҳоси

24. ЧАТС ни оддий итерация усули билан ечиш жараённинг яқинлашишнинг шарти

25. Данилевский методининг асосий ғояси

26. Коши масаласини Рунге – Кутта усули билан ечишнинг асосий ғояси

27. Иккинчи тартибли Рунге – Кутта усулини ёзинг

28. Иккинчи тартибли Адамснинг экстраполяцион усулини ёзинг

29. Иккинчи тартибли Адамснинг интерполяцион усулини ёзинг

30. $y''(x)$ни x_i нуқтадаги аппроксимацияси хатолиги тартиби қандай бўлади

31. $y'(x)$нинг x_i нуқтадаги марказий аппроксимацияси хатолигини тартиби қандай бўлади.

32. $\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$нинг (x_i, y_j) нуқтадаги ошкор схема бўйича аппроксимациясини ёзинг

33. $\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ нинг (x_i, y_j) нуқтадаги ошкормас схема бўйича аппроксимациясини ёзинг

30. Параболик типдаги дифференциал тенгламага қўйилган чегаравий масалани ёзинг.

31. Интерполяциялар бобида кўрсатилган барча методларни бир хил мисол асосида таққослаш. Аниқ мисоллар тариқасида методлар орасидаги фарқларни аниқлаш.

32. Тақрибий интеграллаш методлари орасидаги муносабатни аниқ мисоллар тариқасида (IBM дастуридан фойдаланиб) аниқлаш.

14. Глоссарий

1) Интерполяция – жадвал кўринишида берилган функцияни тақрибий аналитик кўринишини алгебраик кўпҳад кўринишида ифодалаш;
2) Сплайн функция – бўлакли силлиқ бир хил структурали функция;
3) Квадратур формула – аниқ интегрални тақрибан чекли йиғиндига олмаштириш;
4) метод– усул;
5) Сингуляр нуқта – мавҳум нуқта оптимал;
6) Итерацион метод – ечимга кетма–кет яқинлашиш усули;
7) Тўр – тартиблашган нуқталар тўплами;
8) Тўр функция –тартиблашган нуқталар тўпламида аниқланган функциянинг қийматлари;
9) Тўр тенглама – тўрнинг нўқталарида номаълумларни қиймати қатнашадиган тенгламалар;
10) Турғунлик – бошланғич ечимнинг берилганларга узлуксиз боғлиқлиги;
11) Спектр радиус – матрица хос сонларининг энг каттаси;
12) Ўтиш матрицаси – итерацион кетма–кетликда бир қадамдан иккинчи қадамга ўтишда купайтириладиган матрица;
13) Дискрет масала – тугун нуқталарда ечимни топиш ҳақидаги масала;
14) Аппроксимация – яқинлаштириш.

15. Норматив ҳужжатлар

Олий таълим муассасаларида талабалар билимини назорат қилиш ва баҳолашнинг рейтинг тизими тўғрисида

НИЗОМ

(Ушбу Низом Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим вазирлигининг 2009 йил 11 июндаги 204-сон буйруғи билан тасдиқланган ва Ўзбекистон Республикаси Адлия вазирлигида 2009 йил 10 июлда 1981-сон билан давлат рўйхатидан ўтказилган.

Топшириққа мувофиқ Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим вазирлигининг 2010 йил 25 августдаги 333-сон буйруғи билан Низомга ўзгартириш ва қўшимчалар киритилган ҳамда Ўзбекистон Республикаси Адлия вазирлигида 2010 йил 26 августда 1981-1-сон билан давлат рўйхатидан қайта ўтказилган.)

Мазкур Низом Ўзбекистон Республикасининг "Таълим тўғрисида"ги (Ўзбекистон Республикаси Олий Мажлисининг Ахборотномаси, 1997 й., 9-сон, 225-модда) ва "Кадрлар тайёрлаш миллий дастури тўғрисида"ги (Ўзбекистон Республикаси Олий Мажлисининг Ахборотномаси, 1997 й., 11-12-сон, 295-модда) қонунларига ҳамда Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамасининг 2001 йил 16 августдаги 343-сон "Олий таълимнинг давлат таълим стандартларини тасдиқлаш тўғрисида" қарорига (Ўзбекистон Республикаси Қонун ҳужжатлари тўплами, 2001 й., 15-16-сон, 104-модда) мувофиқ олий таълим муассасаларида талабалар билимини назорат қилиш ва баҳолашнинг рейтинг тизимини тартибга солади.

I. Умумий қоидалар

1. Талабалар билимини назорат қилиш ва рейтинг тизими орқали баҳолашдан мақсад таълим сифатини бошқариш орқали рақобатбардош кадрлар тайёрлашга эришиш, талабаларнинг фанларни ўзлаштиришида бўшлиқлар ҳосил бўлишини олдини олиш, уларни аниқлаш ва бартараф этишдан иборат.

2. Рейтинг тизимининг асосий вазифалари қуйидагилардан иборат:

а) талабаларда Давлат таълим стандартларига мувофиқ тегишли билим, кўникма ва малакалар шаклланганлиги даражасини назорат қилиш ва таҳлил қилиб бориш;

б) талабалар билими, кўникма ва малакаларини баҳолашнинг асосий тамойиллари: Давлат таълим стандартларига асосланганлик, аниқлик, ҳаққонийлик, ишончлилик ва қулай шаклда баҳолашни таъминлаш;

в) фанларнинг талабалар томонидан тизимли тарзда ва белгиланган муддатларда ўзлаштирилишини ташкил этиш ва таҳлил қилиш;

г) талабаларда мустақил ишлаш кўникмаларини ривожлантириш, ахборот ресурслари манбаларидан самарали фойдаланишни ташкил этиш;

д) талабалар билимини холис ва адолатли баҳолаш ҳамда унинг натижаларини вақтида маълум қилиш;

е) талабаларнинг фанлар бўйича комплекс ҳамда узлуксиз тайёргарлигини таъминлаш;

ж) ўқув жараёнининг ташкилий ишларини компьютерлаштиришга шароит яратиш.

3. Фанлар бўйича талабалар билимини семестрда баҳолаб бериш рейтинг назорати жадваллари ва баҳолаш мезонлари асосида амалга оширилади.

II. Назорат турлари ва уни амалга ошириш тартиби

4. Назорат турлари, уни ўтказиш тартиби ва мезонлари кафедра мудири тавсияси билан олий таълим муассасасининг (факультет) ўқув-услубий кенгашида муҳокама қилинади ва тасдиқланади ҳамда ҳар бир фаннинг ишчи ўқув дастурида машғулот турлари билан биргаликда кўрсатилади.

5. Рейтинг назорати жадваллари, назорат тури, шакли, сони ҳамда ҳар бир назоратга ажратилган максимал балл, шунингдек жорий ва оралиқ назоратларнинг саралаш баллари ҳақидаги маълумотлар фан бўйича биринчи машғулотда талабаларга эълон қилинади.

6. Талабаларнинг билим савияси ва ўзлаштириш даражасининг Давлат таълим стандартларига мувофиқлигини таъминлаш учун қуйидаги назорат турларини ўтказиш назарда тутилади:

жорий назорат – талабанинг фан мавзулари бўйича билим ва амалий кўникма даражасини аниқлаш ва баҳолаш усули. Жорий назорат фаннинг хусусиятидан келиб чиққан ҳолда, семинар, лаборатория ва амалий машғулотларида оғзаки сўров, тест ўтказиш, суҳбат, назорат иши, коллоквиум, уй вазифаларини текшириш ва шу каби бошқа шаклларда ўтказилиши мумкин;

оралиқ назорат – семестр давомида ўқув дастурининг тегишли (фаннинг бир неча мавзуларини ўз ичига олган) бўлими тугаллангандан кейин талабанинг билим ва амалий кўникма даражасини аниқлаш ва баҳолаш усули. Оралиқ назоратининг сони (бир семестрда икки мартадан кўп ўтказилмаслиги лозим) ва шакли (ёзма, оғзаки, тест ва ҳоказо) ўқув фанига ажратилган умумий соатлар ҳажмидан келиб чиққан ҳолда белгиланади;

якуний назорат – семестр якунида муайян фан бўйича назарий билим ва амалий кўникмаларни талабалар томонидан ўзлаштириш даражасини баҳолаш усули. Якуний назорат асосан таянч тушунча ва ибораларга асосланган "Ёзма иш" (тиббиёт олий таълим муассасалари учун "Ёзма иш" ёки ОТКС (объектив тизимлаштирилган клиник синов)) шаклида ўтказилади.

Таълим йўналиши ва мутахассисликлари айрим фанларининг хусусиятларидан келиб чиққан ҳолда факультет Илмий кенгаши қарори асосида кўпи билан 40% фанларни якуний назоратлар бошқа шаклларда (оғзаки, тест ва ҳоказо) ўтказилиши мумкин.

7. Оралиқ назоратни ўтказиш жараёни кафедра мудири томонидан тузилган комиссия иштирокида даврий равишда ўрганиб борилади ва уни ўтказиш тартиблари бузилган ҳолларда, оралиқ назорат натижалари бекор қилинади ҳамда оралиқ назорат қайта ўтказилади.

8. Олий таълим муассасаси раҳбарининг буйруғи билан ички назорат ва мониторинг бўлими раҳбарлигида тузилган комиссия иштирокида якуний назоратни ўтказиш жараёни даврий равишда ўрганиб борилади ва уни ўтказиш тартиблари бузилган ҳолларда, якуний назорат натижалари бекор қилинади ҳамда якуний назорат қайта ўтказилади.

9. Ўқув йили тугаганидан кейин рейтинг назорати натижаларига кўра талабаларни кейинги курсга ўтказиш тўғрисида белгиланган тартибда қарор қабул қилинади.

III. Баҳолаш тартиби ва мезонлари

10. Талабаларнинг билим савияси, кўникма ва малакаларини назорат қилишнинг рейтинг тизими асосида талабанинг ҳар бир фан бўйича ўзлаштириш даражаси баллар орқали ифодаланади.

11. Ҳар бир фан бўйича талабанинг семестр давомидаги ўзлаштириш кўрсаткичи 100 баллик тизимда бутун сонлар билан баҳоланади.

Ушбу 100 балл назорат турлари бўйича қуйидагича тақсимланади:

якуний назоратга – 30 балл;

жорий ва оралиқ назоратларга – 70 балл (фаннинг хусусиятидан келиб чиққан ҳолда 70 балл кафедра томонидан жорий ва оралиқ назоратларга тақсимланади).

12.

13. Талабанинг рейтинг дафтарчасига алоҳида қайд қилинадиган курс иши (лойиҳаси, ҳисоб-график ишлари), малакавий амалиёт, фан (фанлараро) бўйича якуний давлат аттестацияси, битирув малакавий иши ва магистратура талабаларининг илмий-тадқиқот ва илмий-педагогик ишлари, магистрлик диссертацияси бўйича ўзлаштириш даражаси – 100 баллик тизимда баҳоланади.

14. Талабанинг фан бўйича ўзлаштириш кўрсаткичини назорат қилишда қуйидаги намунавий мезонлар (кейинги ўринларда намунавий мезонлар деб юритилади) тавсия этилади:

а) 86-100 балл учун талабанинг билим даражаси қуйидагиларга жавоб бериши лозим:

хулоса ва қарор қабул қилиш;

ижодий фикрлай олиш;

мустақил мушоҳада юрита олиш;

олган билимларини амалда қўллай олиш;

моҳиятини тушуниш;

билиш, айтиб бериш;

тасаввурга эга бўлиш.

б) 71-85 балл учун талабанинг билим даражаси қуйидагиларга жавоб бериши лозим:

мустақил мушоҳада юрита олиш;

олган билимларини амалда қўллай олиш;

моҳиятини тушуниш;

билиш, айтиб бериш;

тасаввурга эга бўлиш.

в) 55-70 балл учун талабанинг билим даражаси қуйидагиларга жавоб бериши лозим:

моҳиятини тушуниш;

билиш, айтиб бериш;

тасаввурга эга бўлиш.

г) қуйидаги ҳолларда талабанинг билим даражаси 0-54 балл билан баҳоланиши мумкин:

аниқ тасаввурга эга бўлмаслик;

билмаслик.

15. Намунавий мезонлар асосида муайян фандан жорий ва оралиқ назоратлар бўйича аниқ мезонлар ишлаб чиқилиб, кафедра мудири томонидан тасдиқланади ва талабаларга эълон қилинади.

16. Намунавий мезонларга мувофиқ мутахассислик фанлар бўйича таянч олий таълим муассасалари томонидан якуний назорат учун баҳолаш мезонлари
ишлаб чиқилиб, олий таълим муассасаси Илмий-услубий кенгаши томонидан тасдиқланади ва турдош олий таълим муассасаларига етказилади.

17. Талабаларнинг ўқув фани бўйича мустақил иши жорий, оралиқ ва якуний назоратлар жараёнида тегишли топшириқларни бажариши ва унга ажратилган баллардан келиб чиққан ҳолда баҳоланади.

18. Талабанинг фан бўйича бир семестрдаги рейтинги қуйидагича аниқланади:

$$R_j = \frac{V \cdot O'}{100}$$

бу ерда:

V – семестрда фанга ажратилган умумий ўқув юкламаси (соатларда);

O' – фан бўйича ўзлаштириш даражаси (балларда).

19. Фан бўйича жорий ва оралиқ назоратларга ажратилган умумий баллнинг 55 фоизи саралаш балл ҳисобланиб, ушбу фоиздан кам балл тўплаган талабалар якуний назоратга киритилмайди.

Жорий ва оралиқ назорат турлари бўйича 55 ва ундан юқори баллни тўплаган талаба фанни ўзлаштирган деб ҳисобланади ва ушбу фан бўйича якуний назоратга кирмаслигига йўл қўйилади.

Тиббиёт олий таълим муассасаларида фан бўйича жорий, оралиқ ва якуний назоратларнинг ҳар бирига ажратилган баллнинг 55 фоизи саралаш балл этиб белгиланади ва бунда жорий ва оралиқ назоратларнинг ҳар бирига ажратилган баллнинг 55 ва ундан юқори фоиздаги баллни тўплаган талабалар ушбу фан бўйича якуний назоратга киритилади.

20. Талабанинг семестр давомида фан бўйича тўплаган умумий балли ҳар бир назорат туридан белгиланган қоидаларга мувофиқ тўплаган баллари йиғиндисига тенг.

IV. Назорат турларини ўтказиш муддати

21. Оралиқ ва якуний назорат турлари календарь тематик режага мувофиқ деканат томонидан тузилган рейтинг назорат жадваллари асосида ўтказилади. Якуний назорат семестрнинг охирги 2 ҳафтаси мобайнида ўтказилади.

22. Талаба фан бўйича курс лойиҳаси (иши)ни ушбу фан бўйича тўплаган баллари умумлаштирилишига қадар топшириши шарт.

23. Жорий ва оралиқ назоратларда саралаш баллидан кам балл тўплаган ва узрли сабабларга кўра назоратларда қатнаша олмаган талабага қайта топшириш учун, навбатдаги шу назорат турига, сўнгги жорий ва оралиқ назоратлар учун якуний назоратгача бўлган муддат берилади.

Касаллиги сабабли дарсларга қатнашмаган ҳамда белгиланган муддатларда жорий, оралиқ ва якуний назоратларни топшира олмаган талабаларга факультет декани фармойиши асосида, ўқишни бошлаганидан сўнг икки ҳафта муддатда топширишга рухсат берилади.

24. Талабанинг семестрда жорий ва оралиқ назорат турлари бўйича тўплаган баллари ушбу назорат турлари умумий баллининг 55 фоизидан кам бўлса ёки семестр якунида жорий, оралиқ ва якуний назорат турлари бўйича тўплаган баллари йиғиндиси 55 баллдан кам бўлса, у академик қарздор ҳисобланади.

Тиббиёт олий таълим муассасаларида семестр якунида фан бўйича жорий, оралиқ ёки якуний назорат турларини ҳар бири бўйича саралаш баллидан кам балл тўплаган талаба академик қарздор ҳисобланади.

Академик қарздор талабаларга семестр тугаганидан кейин қайта ўзлаштириш учун бир ой муддат берилади. Шу муддат давомида фанни ўзлаштира олмаган талаба, факультет декани тавсиясига кўра белгиланган тартибда ректорнинг буйруғи билан талабалар сафидан четлаштирилади.

25. Талаба назорат натижаларидан норози бўлса, фан бўйича назорат тури натижалари эълон қилинган вақтдан бошлаб бир кун мобайнида факультет деканига ариза билан мурожаат этиши мумкин. Бундай ҳолда факультет деканининг тақдимномасига кўра ректор буйруғи билан 3 (уч) аъзодан кам бўлмаган таркибда апелляция комиссияси ташкил этилади.

Апелляция комиссияси талабаларнинг аризаларини кўриб чиқиб, шу куннинг ўзида хулосасини билдиради.

26. Баҳолашнинг ўрнатилган талаблар асосида белгиланган муддатларда ўтказилиши ҳамда расмийлаштирилиши факультет декани,

кафедра мудири, ўқув бўлими ҳамда ички назорат ва мониторинг бўлими томонидан назорат қилинади.

V. Рейтинг натижаларини қайд қилиш ва таҳлил этиш тартиби

27. Талабанинг фан бўйича назорат турларида тўплаган баллари семестр якунида рейтинг қайдномасига бутун сонлар билан қайд қилинади. Рейтинг дафтарчасининг "Ўқув режасида ажратилган соат" устунига семестр учун фанга ажратилган умумий ўқув юклама соатлари, "Фандан олинган баҳо" устунига эса 100 баллик тизимдаги ўзлаштириши қўйилади.

Талабанинг саралаш балидан паст бўлган ўзлаштириши рейтинг дафтарчасига қайд этилмайди.

28. Ҳар бир фан бўйича ўтказиладиган назорат турларининг натижалари гуруҳ журнали ҳамда қайдномада қайд этилади ва шу куннинг ўзида (назорат тури ёзма иш шаклида ўтказилган бўлса, 2 (икки) кун муддат ичида) талабалар эътиборига етказилади.

29. Якуний назорат натижаларига кўра фан ўқитувчиси талабаларнинг фан бўйича рейтингини аниқлайди ҳамда рейтинг дафтарча ва қайдномаларнинг тегишли қисмини тўлдиради.

30. Талабанинг рейтинги унинг билими, кўникмаси ва малакалари даражасини белгилайди. Талабанинг семестр (курс) бўйича умумий рейтинги барча фанлардан тўпланган рейтинг баллари йиғиндиси орқали аниқланади.

31. Талабалар умумий рейтинги ҳар бир семестр ва ўқув йили якунлангандан сўнг эълон қилинади.

32. Диплом иловаси ёки академик маълумотномани деканат томонидан расмийлаштиришда фан бир неча семестр давом этган бўлса, рейтинглар йиғиндиси олинади.

Талабага имтиёзли диплом белгилашда унинг ҳар бир семестр якунидаги фанлар бўйича ўзлаштириш кўрсаткичи ҳисобга олинади.

33. Талабаларнинг назорат турлари бўйича эришган натижалари кафедралар, деканатлар ва ўқув-методик бўлинмаларида компьютер хотирасига киритилиб, мунтазам равишда таҳлил қилиб борилади.

34. Жорий, оралиқ ва якуний назорат натижалари кафедра йиғилишлари, факультет ва олий таълим муассасаси Илмий кенгашларида мунтазам равишда муҳокама этиб борилади ва тегишли қарорлар қабул қилинади.

VI. Якуний қоидалар

35. Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим вазирлиги ҳамда Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамаси ҳузуридаги Давлат тест маркази тест баҳолари ва рейтинг балларининг ҳолислигини текширишни ташкил этади ва назорат қилади.

36. Ушбу Низомда белгиланган масалалар бўйича келиб чиққан низолар қонун ҳужжатлари асосида ҳал қилинади.

37. Ушбу Низом Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамаси ҳузуридаги Давлат тест маркази, Халқ таълими вазирлиги, Соғлиқни сақлаш вазирлиги, Маданият ва спорт ишлари вазирлиги, Қишлоқ ва сув хўжалиги вазирлиги, Ташқи ишлар вазирлиги, Ўзбекистон Бадиий академияси, "Ўзбекистон темир йўллари" давлат-акциядорлик компанияси, Ўзбекистон алоқа ва ахборотлаштириш агентлиги, Давлат солиқ қўмитаси ва Навоий кон-металлургия комбинати билан келишилган.

16. Слайдлар

Ўзбекистон Миллий Университети

Хисоблаш технологиялари ва математик моделлаштириш

Ҳисоблаш математикаси

ДОЦ. Г.Н.ИСМАТУЛЛАЕВ
ДОЦ. А.А.МАХМУДОВ
ДОЦ. С.А БАХРОМОВ

ХАТОЛИК НАЗАРИЯСИ

Фараз қилайлик, a - бирор миқдорнинг аниқ қиймати бўлиб, a^* унинг маълум тақрибий қиймати бўлса, у вақтда тақрибий a^* сонининг абсолют хатоси деб $\Delta a^* = |a - a^*|$ га айтилади.

Абсолют хатони тақрибий миқдорнинг абсолют қийматига нисбати тақрибий соннинг *нисбий хатоси* *деб айтилади* δa^*

$$\delta a^* = \frac{\Delta a^*}{|a^*|}$$

235

АБСОЛЮТ ХАТОДАН КИЧИК БЎЛМАГАН, ҲАР ҚАНДАЙ СОНГА a^* ТАҚРИБИЙ СОННИНГ *ЛИМИТ АБСОЛЮТ ХАТОЛИГИ ДЕЙИЛАДИ* ВА У УЧУН ҚУЙИДАГИ ТЕНГСИЗЛИК ЎРИНЛИДИР:

$$\Delta a^* \le \Delta(a^*)$$

- Худди шунга ўхшаш лимит нисбий хато $\delta(a^*)$ тушунчасини киритиш мумкин:

$$\delta(a^*) = \frac{\Delta(a^*)}{|a^*|}$$

Бундан $\Delta(a^*) = \delta(a^*)|a^*|$ келиб чиқади.

ФУНКЦИЯНИ ИНТЕРПОЛЯЦИЯЛАШ

Масаланинг қўйилиши: даражаси n дан ошмаган шундай алгебраик кўпҳад қурилсинки, у берилган турли $n+1$ та $x_0, x_1, \ldots, x_n$ тугун нуқталарда берилган

$$f(x_0),\ f(x_1),\ \ldots,\ f(x_n) \qquad (1)$$

Қийматларни қабул қилсин, яъни

$$P_n(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_n x^n$$

кўпҳад учун ушбу

$$a_0 + a_1 x_k + \cdots + a_n x_k^n = f(x_k) \quad \left(k = \overline{0,n}\right), \qquad (2)$$

тенгликлар бажарилсин.

Бу тенгламалар системасининг матрицаси Вандермонд матрицасидир, у эса махсус эмас, чунки $x_i \neq x_j, \quad i \neq j$

Демак, (2) система ягона ечимга эга, бу эса (1) кўпҳад Ягоналигини билдиради. Биз қуйида (2) шартни бажарадиган (1) кўпҳадни турли кўринишларини келтирамиз:

$$P_n(x) = \sum_{i=0}^{n} \frac{\omega_{n+1}(x)}{(x-x_i)\omega'_{n+1}(x_i)} f(x_i) \qquad (3)$$

бу ерда $\omega_{n+1}(x) = (x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_n)$.

Бу кўринишдаги кўпхад Лагранж интерполяцион кўпхади дейлади. Агар $f(x)$ функция $[a,b]$ да $(n+1)$-тартибли узлуксиз ҳосилага эга бўлса, у ҳолда интерполяция қолдиқ ҳадини

$$R_n(x) = f^{(n+1)}(\xi)\frac{\omega_{n+1}(x)}{(n+1)!}$$

кўринишда ифодалаш мумкин. Бу ерда $\xi \in [a,b]$.

қолдиқ ҳад баҳоси

$$R_n \le \frac{M_{n+1}}{(n+1)!} \max_{a \le x \le b} \left|\omega_{n+1}(x)\right|$$

бу ерда $\quad M_{n+1} = \max_{a \le x \le b} \left| f^{(n+1)}(x) \right|$

ЎРТА КВАДРАТИК ЯҚИНЛАШИШ

Фараз қилайлик $\{\varphi_i(x)\}_{i=0}^n$ функциялар системаси чизиқли эркли бўлиб, етарлича силлиқ бўлсин.

$L_p^2[a,b]$ га тегишли $f(x)$ функцияни

$$P_n(x)=\sum_{i=0}^n a_i\varphi_i(x)$$

умумлашган кўпҳад билан алмаштирайликки, қуйидаги

$$\delta_n=\int_a^b p(x)[P_n(x)-f(x)]^2dx=\int_a^b p(x)\left[\sum_{i=0}^n a_i\cdot\varphi_i(x)-f(x)\right]^2dx$$

ифода энг кичик қийматга эга бўлсин, яъни

$$\delta_n = \delta(a_o, a_1, \ldots, a_n)$$

- функция $a_0, a_1, \ldots, a_n$ ларга нисбатан квадратик кўпҳад ва бўлганлиги учун унинг минимуми мавжуд.

$$\frac{1}{2}\frac{\partial\delta_n}{\partial a_k} \equiv \int_a^b p(x)\left[\sum_{i=o}^{n} a_i\varphi_i(x) - f(x)\right]\cdot \varphi_k(x)dx = 0 \quad \left(k = \overline{0,n}\right)$$

ИНТЕРПОЛЯЦИОН КУБИК СПЛАЙН ҚУРИШ

Қуйидаги тўрт шартни қаноатлантирувчи $S_3(x)$ ушбу функция интерполяцион кубик сплайн дейилади:

1. Ҳар бир $[x_i, x_{i+1}]$ $(i=\overline{0,n-1})$ оралиқда $S_3(x) \in H_3(P)$ даражаси учдан ошмайдиган кўпҳадлар тўплами.

2. $S_3(x) \in C_2[a,b]$

3. $S_3(x_i) = f(x_i)$ $(i=\overline{0,n-1})$

4. $S_3''(x)$ учун

$$S_3''(a) = S_3''(b) = 0 \qquad (1)$$

чегаравий шартлар ўринли.

$S_3''(x)$ $[x_{i-1}, x_i]$ кесмада узлуксиз бўлганлигидан

$$x_{i-1} \le x \le x_i$$

да ушбу

$$S_3''(x) = M_{i-1}\frac{x_i - x}{h_i} + M_i\frac{x - x_{i-1}}{h_i} \qquad (2)$$

тенгликни ёзиш мумкин. Бу ерда

$$h_i = x_i - x_{i-1}, \quad M_i = S_3''(x_i)$$

(2) тенгликни икки марта интеграллаймиз:

$$S_3(x) = M_{i-1}\frac{(x_i - x)^3}{6h_i} + M_i\frac{(x - x_{i-1})^3}{6h_i} + A_i\frac{(x_i - x)}{h_i} + B_i\frac{(x - x_{i-1})}{h_i} \qquad (3)$$

бунда A_i ва B_i интеграллаш доимийлари бўлиб, улар таърифнинг учинчи шартидан топилади, яъни (3) да $x = x_{i-1}$, $x = x_i$ деб, мос равишда

$$M_{i-1}\frac{h_i^2}{6}+A_i=f_{i-1},\quad M_i\frac{h_i^2}{6}+B_i=f_i$$

ларни ҳосил қиламиз. Бундан A_i ва B_i топиб (3) га қўйиб, қуйидагиларга ега бўлиш мумкин:

$$S_3(x)=M_{i-1}\frac{(x_i-x)^3}{6h_i}+M_i\frac{(x-x_{i-1})^3}{6h_i}+\left(f_{i-1}-\frac{M_{i-1}h_i^2}{6}\right)\frac{(x_i-x)}{h_i}+$$

$$+\left(f_i-\frac{M_ih_i^2}{6}\right)\frac{(x-x_{i-1})}{h_i}\qquad(4)$$

17. Муаллифлар ҳақида маълумот

Ўзбекистон Миллий университети механика-математика факультети,
Ҳисоблаш технологиялари ва математик моделлаштириш кафадраси

Ғайбуллла Патхуллаевич Исматуллаев, физика-математика фанлари номзоди, доцент,

Абдукарим Абдумажидович Маҳмудов физика-математика фанлари номзоди, доцент

СайфиддинАкбарович Бахрамов физика-математика фанлари номзоди

18. Адабиётлар

1. Исроилов М.И. Ҳисоблаш методлари. 1, 2 қисм. Тошкент: Ўқитувчи, 2000.
2. Исматуллаев Ғ.П., Жўраев Ғ.У. Ҳисоблаш усулларидан методик қўлланма. Тошкент: Университет, 2005.
3. Исматуллаев Ғ.П., Пўлатов С.И., Фаязов Қ.С. Сонли усуллардан қўлланма. Тошкент: Университет, 2008.
4. Алоев Р.Д., Шарипов Т. Сонли усуллардан маърузалар тўплами. БухДУ, 1995.
5. Алоев Р.Д., Худойберганов М.Ў.Ҳисоблаш усуллари курсидан лаборатория машғулотлари тўплами. ЎзМУ 2008 й.Ўқув қўлланма. 110б.

19. Хорижий адабиётлар

1. Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырний П.И. Вычислительные методы высшей математики. 1,2-том. Минск, Выща школа. 1972, 1975.
2. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. -М., Наука. 1989.
3. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. Т. 1. М.: Физматгиз. 1962.
4. Самарский А.А. Введение в численные методы. -М., Наука. 1987.
5. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М., Наука. 1989.
6. Бахвалов Н.С. Численные методы. -М., Наука. 1987.
7. Сборник задач по методам вычислений. Под редакцией Монастырного П.И. Минск, Выща школа. 1983.

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

МИРЗО УЛУҒБЕК НОМИДАГИ ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ

ҲИСОБЛАШ УСУЛЛАРИ фанидан

ЎҚУВ-УСЛУБИЙ МАЖМУА

518.12(07) Численные методы

Мазкур мажмуада “Ҳисоблаш усуллари” фанидан ишчи ўқув дастури, таълим технологияси, назорат турлари учун тайёрланган топшириқлар вариантлари, тест саволари, фандан умумий назорат саволлари ва изоҳли луғат жамланган.

Ушбу ўқув-услубий мажмуа олий ўқув юртлари профессор-ўқитувчилари учун тавсия этилади. Шу билан бирга ўқув-услубий мажмуадан илмий ходимлар, аспирант ва тадқиқотчилар ҳамда “Ҳисоблаш усуллари” фанига қизиқувчилар фойдаланишлари мумкин.

Масъул муҳаррир: ф.-м.ф.н.,Худойберганов М.Ў.

Тузувчилар: ф.-м.ф.н., доц. Исматуллаев Г.П.
ф.-м.ф.н., Бахрамов С.А.

Тақризчи: ф.-м.ф.н., Ҳаётов А.Р.

Ўқув-услубий мажмуа Ўзбекистон Миллий университети Илмий техник кенгашининг 16 июндаги № 3 сонли қарорига мувофиқ ўқув жараёнига тадбиқ этиш учун тавсия этилган.

ЎҚУВ-УСЛУБИЙ МАЖМУА МУНДАРИЖАСИ

1. Фан дастурлари

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

Рўйхатга олинди
№_______________
20__ йил «__»_____

Ўзбекистон Республикаси
Олий ва ўрта махсус
таълим вазирининг
20__ йил «__»
______даги
«__» – сонли буйруғи
билан тасдиқланган

«ҲИСОБЛАШ МАТЕМАТИКАСИ» фанининг

ЎҚУВ ДАСТУРИ

Билим соҳаси: 400000 – Фан

Таълим йўналиши: 5460100 – Математика

Тошкент – 2010

Фаннинг ўқув дастури Олий ва ўрта махсус, касб – ҳунар таълими ўқув – услубий бирлашмалари фаолиятини мувофиқлаштирувчи кенгашнинг 20__ йил «___»________даги «_____» – сон мажлис баёни билан маъқулланган.

Фаннинг ўқув дастури МИРЗО УЛУҒБЕК номидаги ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИда ишлаб чиқилди.

Тузувчи:

Исматуллаев Г.П. – «Ҳисоблаш технологиялари ва математик моделлаштириш» кафедраси доценти, ф.–м. ф.н.

Тақризчилар:

Маҳмудов А.А. – Мирзо Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий университети доценти, физика–математика фанлари номзоди.

Шодиметов Х.М. – Математика ва ахборот технологиялари институти бўлим бошлиғи, физика–математика фанлари доктори.

Фаннинг ўқув дастури Мирзо Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий Университети Илмий – методик кенгашида тавсия қилинган. (20__ йил "___"________даги "_____" – сонли баённома).

Кириш

Мазкур курс олий таълим буйича кадрлар тайёрлаш муаммоларини ҳал этищдаги ҳисоблаш математикаси фанининг асосларини эгаллащдаги ҳал қилувчи аҳамиятга эгадир. Сонли усуллар ҳозирги кунда кўпгина амалиёт масалаларини ечишда, айниқса, моделлари дифференциал тенгламалар терминида ифодаланадиган воқеа, жараёнларни тадқиқ қилишнинг ажралмас қисми сифатида муҳим ўрин эгаллайди. Бундай моделларни самарали реализация қилиш у ёки бу ҳисоблаш алгоритмларини танлаш ва компьютерда дастурлаш усуллари билан бевосита боғлиқ. Шу сабабли масалаларни ечишда тежамли сонли усулларни танлай биладиган ва уларни компьютерда реализация қила оладиган мутахассислар тайёрлаш катта аҳамиятга эга.

Óøáó фан àëãåáðà, математик àíàëèç, îääèé äèôôåðåíöèàë òåíãëàìàëàð, ìàòåìàòèê ôèçèêà òåíãëàìàëàðè фанëàðè áèëàí ÷àìààð÷àñ àî\ëè=äèð.

Маърузалар мазмуни (44 соат)

Функцияларни яқинлаштириш. Ўртача квадратик яқинланиш. Жадвал кўринишида берилган функцияларни ўртача квадратик маънода яқинлаштириш. Сплайн билан яқинлашиш.

Тақрибий интеграллаш. Чебишев типидаги квадратур формула. Гаусс типидаги квадратур формула. Каррали интегралларни тақрибий ҳисоблаш усуллари.

Алгебраик ва трансцендент тенгламаларни такрибий ечиш. Алгебраик тенглама илдизлари чегарасини аниқлаш, илдизларни ажратиш. Итерация усули. Ньютон усули. Юқори тартибли итерацион жараён қуришда Чебешев усули.

Чизиқли алгебранинг тақрибий усуллари. Чизиқли алгебрадан баъзи бир маълумотлар. Оддий итерация, Зейдел усуллари. Методларнинг яқинлашиш. Хос қийматларнинг тўлиқ муаммосини ҳал этишда Крилов, Данилевский усуллари. Хос қийматларни қисмий муаммоси; Леверье методи, модули бўйича энг катта хос сон ва унга мос хос векторни топиш.

Оддий дифференциал тенгламалар учун қўйилган Коши масаласини тақрибий ечиш. Бир қадамли методлар: Эйлер ҳамда унинг модификацияланган усуллари; Рунге—Кутта усули. Кўп қадамли методлар: Адамснинг экстраполяцион ва интерполяцион методлари.

Оддий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалаларни тақрибий ечиш. Редукция методи. Тур усули. Хайдаш усули, унинг яқинлашиши ва турғунлиги.

Хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалаларни сонли ечиш усуллари. Эллиптик турдаги дифференциал тенгламаларни айирмали тенгламалар билан аппроксимация қилиш. Аппроксимация ва яқинлашиш масаласи ва уларнинг боғлиқлиги. Чегаравий шартларни аппроксимация этиш. Тўр тенгламалар системасининг ечимга эгалиги ва ягоналиги. Тўр тенгламалар системасини ечишда итерацион усул. Гиперболик турдаги тенгламаларни тўр усули билан ечиш. Параболик турдаги тенгламани тўр усули билан ечиш. Ошкор ва ошкормас схемалар. Ошкор схема турғунлиги. Абсолют ва шартли турғун айирмали схемалар.

Вариацион ва проекцион усуллар. Оддий дифференциал тенгламалар учун қўйилган чегаравий масалаларни ечишда Ритц, Коллокация, Галеркин, кичик квадратлар усули. Эллиптик турдаги хусусий ҳосилали дифференциал тенглама учун чегаравий масалани ечишда Ритц, Коллокация, Галеркин ва кичик квадратлар усуллари.

Интеграл тенгламаларни тақрибий ечиш. Квадратуралар усули. Кетма—кет яқинлашиш ва ажралувчи ядролар усули.

Амалиёт машғулотлари мавзулари (30 соат)

Сплайн функциялар билан яқинлашиш.

Каррали интегрални тақрибий ҳисоблаш.

Алгебраик тенглама илдизлари чегарасини аниқлаш, илдизларни ажратиш. Итерация, Ньютон, Чебишев усуллари.

ЧАТСни ечишда оддий итерация, Зейдел усуллари. Яқинлашиш шартлари.

Коши масаласини ечишда бир қадамли усуллар: Эйлер усули ва унинг модификацияси.

Оддий дифференциал тенглама учун чегаравий масалани ечишда редукция методи. Тўр усули.

Ҳайдаш усули, турғунлик. Эллиптик турдаги дифференциал тенгламаларни айирмали тенгламалар билан аппроксимация этиш.

Гиперболик турдаги тенгламаларни ечишда тўр усули.

Параболик турдаги тенгламаларни тўр усули билан ечиш.

Оддий дифференциал тенглама учун қуйилган чегаравий масалани ечишда коллокация, кичик квадратлар, Галеркин усуллари. Ритц методи.

Интеграл тенгламаларни ечишда квадратуралар усули. Кетма—кет яқинлашиш усуллари.

Лаборатория машғулотлари мавзулари (28 соат)

Ўртача квадратик яқинлашиш. Жадвал билан берилган функцияларни ўртача квадратик маънода яқинлаштириш.

Матрица хос қийматларнинг қисмий муаммоси (Леверье методи,модули бўйича энг катта хос сон ва хос векторини топиш).

Рунге—Кутта усули. Унинг хатолиги.

Кўп қадамли методлар: Адамс усуллари. Хатолиги.

Оддий дифференциал тенглама учун чегаравий масалани ечищда редукция методи. Тўр усули. Ҳайдаш усули. Тўр тенгламалар системасини ечищда итерацион усул. Ошкор ва ошкормас схемалар.

Гиперболик турдаги тенгламаларни ечищда тўр усули.

Параболик турдаги тенгламаларни тўр усули билан ечиш.

Оддий дифференциал тенглама учун қуйилган чегаравий масалани ечищда коллокация, кичик квадратлар, Галеркин усуллари. Ритц методи.

Эллиптик типдаги тенглама учун чегаравий масалани ечищда Ритц ва бошқа усуллар.

Интеграл тенгламаларни ечищда квадратуралар, кетма—кет яқинлашиш, хос ядро усуллари.

Адабиётлар

1. Исроилов М.И. Ҳисоблаш методлари. Тошкент: Ўқитувчи, 2000.
2. Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырний П.И. Вычислительные методы высшей математики. 1,2—том. Минск, Выща школа. 1972, 1975.
3. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. —М., Наука. 1989.

Қўшимча адабиётлар

1. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. Т. 1. М.: Физматгиз. 1962.
2. Самарский А.А. Введение в Численные методы. —М., Наука. 1987.
3. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М., Наука. 1989.
4. Бахвалов Н.С. Численные методы. —М., Наука. 1987.
5. Сборник задач по методам вычислений. Под редакцией Монастырного П.И. Минск, Выща школа. 1983.
6. Исматуллаев Ғ.П., Жураев Ғ.У. Ҳисоблаш усулларидан методик қўлланма. Тошкент: Университет, 2005.
7. Исматуллаев Ғ.П., Пўлатов С.И., Фаязов Қ.С. Сонли усуллардан қўлланма. Тошкент: Университет, 2008.
8. Алоев Р.Д., Шарипов Т. Сонли усуллардан маърузалар тўплами.БухДУ,1995.

Ўзбекистон Республикаси
Олий ва ўрта махсус таьлим вазирлиги

Рўйхатга олинди
№_______________
2008 йил "___"__________

Ўзбекистон Рспубликаси
Олий ва ўрта махсус таъми
вазирлигининг
2008 йил "___" ____________
даги "___" сонли буйруғи билан
тасдиқланган

ҲИСОБЛАШ УСУЛЛАРИ
фанининг

ЎҚУВ ДАСТУРИ

Билим соҳаси: 400000 – Фан

Таълим соҳаси: 480000 – Амалий математика ва информатика

Таълим йўналиши: 5480100 – Амалий математика ва информатика

Тошкент – 2008

Фаннинг ўқув дастури Олий ва ўрта махсус, касб—ҳунар таълими ўқув—услубий бирлашмалари фаолиятини мувофиқлаштирувчи Кенгашнинг 2008 йил "____" __________ даги "_____"— сонли мажлис баёни билан маъқулланган.

Фаннинг ўқув дастури Мирзо Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий университетида ишлаб чиқилди.

Тузувчилар:

Маҳмудов А.А. — "Ҳисоблаш технологиялари ва математик моделлаштириш" кафедраси доц., ф.—м.ф.н.

Бахрамов С.Б. — "Ҳисоблаш технологиялари ва математик моделлаштириш" кафедраси доц., ф.—м.ф.н.

Тақризчилар:

Шодиметов Х.М. — Математика ва ахборот технологиялари институти бўлим бошлиғи, ф.—м.ф.д., проф.

Жўраев Ғ.У. — "Ҳисоблаш технологиялари ва математик моделлаштириш" кафедраси доценти.

Фаннинг ўқув дастури Мирзо Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий университети Илмий—услубий кенгашида тавсия қилинган (2008 йил 27 июнидаги 9— сонли баённома).

Ҳисоблаш усуллар фанидан намунавий ўқув дастури

1. Фаннинг мазмуни. Ушбу курс мақсади математик анализ,алгебра,оддий дифференциал тенгламалар ва математик физика тенгламалари масалаларини сонли ечишдан иборат. Бу фан талабаларни математик моделлаштириш билан ҳақиқий муҳит қонуниятларини ўрганишда ва амалиётида келиб чиқадиган математик масалаларни ЭҲМ ёрдамида қўлланиладиган ҳисоблаш алгоритмларини ишлаб чиқиш ва қўллаш усули билан ечишни ўрганишга бағишланади. Мазкур курс алгебра, анализ, оддий дифференциал тенгламалар математик физика тенгламалари курслари билан чамбарчас боғлиқдир.

Ҳисоблаш экспериментидаги математик моделлаштириш билан ЭҲМ да дастурлаш поғоналари орасида жойлашган сонли усуллар (дискрет модел ва ҳисоблаш алгоритми) математик, амалий математика ва информацион технологиялар бўйича мутахассис тайёрлашда муҳимдир.

Хатоликлар назарияси элемент. Хатоликлар тури ва уларни Ҳисоблаш. Функцияларни яқинлаштириш ва интерполяциялаш масаласининг қўйилиши. Ечимнинг мавжудлиги ва ягоналиги. Лагранж интерполяцион кўпҳади. Қолдиқ ҳад баҳоси. Айирмалар нисбати иштирокида тузилган интерполяцион кўпҳад. Чекли айирмалар. Тенг оралиқлар учун интерполяцион кўпҳадлар. Сонли дифференциаллаш. Уч тугун нуқтали формула. Сплайн билан яқинлашиш(чизиқли ва кубик). Ўртача квадратик яқинлашиш. Якинлашиш масаласи. Кичик квадратлар усули.

Тақрибий интеграллаш. Интерполяцион: тўғритўртбурчак , трапеция, Симпсон формулалари. Умумлашган квадратур формулалар. Алгебраик аниқлиги энг юқори квадратур формула.

Чизиқли алгебранинг тақрибий усуллари. Зейделъ ва оддий итерация усуллари. Хос қийматларни тўлиқ ва қисмий муаммоларини ҳал этиш.

Оддий дифференциал тенгламалар учун Коши масаласини ечишнинг сонли усуллари.Бир қадамли усуллар: Эйлер ва Рунге–Кутта усуллари. Оддий дифференциал тенгламаларни ечишда кўп қадамли чекли айирмали усуллардан. Адамс экстраполяцион ва интерполяцион формулалари.

Оддий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалаларни ечишнинг сонли усуллари. Редукция усули. Аппроксимация тартиби.

Хусусий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалаларни ечишнинг сонли усуллари. Элипптик турдаги тенгламани ечишда тўр усули. Чегаравий шартларни аппроксимация этиш. Либман усули.

Гиперболик ва параболик турдаги тенгламаларни тўр усули билан ечиш. Ошкормас схемаларнинг турғунлиги.

Вариацион ва проекцион усуллар. Ритц.коллокация,Галеркин,кичик квадратурлар усули.

2. Амалий ва лаборатория машғулотлари мазмуни. Хатоликлар ва уларни Ҳисоблаш. Функцияларни интерполяцион кўпҳадлар билан якинлаштириш. Лагранж интерполяцион кўпҳади.Эйткен схемаси ва унинг алгоритми. Айирмалар нисбати иштирокида тузилган интерполяцион кўпҳадлар. Тенг оралиқлар учун интерполяцион кўпҳадлар. Эрмит кўпҳадлари. Сплайнлар билан якинлашиш (чизиқли ва кубик). Ўртача квадратик якинлашиш. Кичик квадратлар усули ва алгоритмни тузиш.

Тақрибий интеграллаш. Тўғри тўртбурчак,трапеция,Симпсон формулалари. Хатоликни баҳолашда Рунге коидаси. ЭҲМ учун алгоритм тузиш. Алгебраик аниқлиги энг юқори квадратур формула.

Чизикли алгебранинг тақрибий усуллари. Якоби, Зейделъ ва оддий итерация усуллари. Матрицанинг хос қийматларни ва хос сонларни аниқлаш.

Оддий дифференциал тенгламалар учун Коши масаласини ечишнинг сонли усуллари.Эйлер ва Рунге – Кутта усуллари. Оддий дифференциал тенгламаларни ечишда кўп қадамли чекли айирмали усуллар. Адамс экстраполяцион ва интерполяцион формулалари.

Оддий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалаларни ечишнинг сонли усуллари. Редукция усули. Дифференциал ҳайдаш усули.Отиш усули. Тўр усули. Математик физиканинг хусусий ҳосилали чегаравий масаласини ечишнинг сонли усуллари.

3. Мустақил ишлар мазмуни. Чебешев кўпҳади билан функцияларни яқинлаштириш. Интерполяциялашда қолдик ҳад баҳоси. қолдиқ ҳадни минимумлаштириш. Чекли айирмалар. Нъютоннинг биринчи ва иккинчи тур интерполяцион формулалари. Тенг оралиқлар учун интерполяцион кўпҳадлар. Каррали тугун нуқтали интерполяцион кўпҳадлар. Сплайнлар билан яқинлашиш (чизиқли ва кубик). Ўртача квадратик яқинлашиш. Яқинлашиш масаласи Кичик квадратлар усули ва алгоритмни тузиш.

Умумлашган квадратур формулалар. Хатоликни баҳолашда Рунге қоидаси. ЭҲМ учун алгоритм тузиш. Алгебраик аниқлиги энг юқори квадратур формула. Чебишев, Эрмит квадратур формулалари. Норегуляр ҳолда интегрални ҳисоблаш. Каррали интегралларни тақрибий ҳисоблаш усуллари.

Оддий дифференциал тенгламалар системаси учун Коши масаласини ечишнинг сонли усуллари. Бир қадамли усуллар. Оддий дифференциал тенгламаларни ечишда кўп қадамли чекли айирмали усуллар,уларни яқинлашиш ва турғунлиги Адамс экстраполяцион ва интерполяцион формулалари.

Оддий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалаларни ечишнинг турли сонли усуллари.

Хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалани ечишнинг сонли усуллари. Эллиптик турдаги тенгламани ечишда тўр усули. Чегаравий шартларни аппроксимация этиш. Либман усули.

Гиперболик ва параболик турдаги тенгламаларни тўр усули билан ечиш. Ошкормас схемаларнинг турғунлиги.

Вариацион ва проекцион усуллар. Ритц коллокация, Галеркин, кичик квадратурлар ва чекли элементлар усули. Интеграл тенгламаларни ечишда квадратурлар, кетма—кет яқинлашиш ва ажралувчи ядролар усуллари.

Адабиётлар

1. Исроилов М.И. Ҳисоблаш методлари. Тошкент: Ўқитувчи, 2000.

2. Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырний П.И. Вычислительные методы высшей математики. 1,2—том. Минск, Выща школа. 1972, 1975.

3. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. —М., Наука. 1989.

Қўшимча адабиётлар

1. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. Т. 1. М.: Физматгиз. 1962.
2. Самарский А.А. Введение в Численные методы. —М., Наука. 1987.
3. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М., Наука. 1989.
4. Бахвалов Н.С. Численные методы. —М., Наука. 1987.
5. Сборник задач по методам вычислений. Под редакцией Монастырного П.И. Минск, Выща школа. 1983.
6. Исматуллаев Ғ.П., Жураев Ғ.У. Ҳисоблаш усулларидан методик қўлланма. Тошкент: Университет, 2005.
7. Исматуллаев Ғ.П., Пўлатов С.И., Фаязов Қ.С. Сонли усуллардан қўлланма. Тошкент: Университет, 2008.
8. Алоев Р.Д., Шарипов Т. Сонли усуллардан маърузалар тўплами.БухДУ,1995.

Ўзбекистон Республикаси
Олий ва ўрта махсус таьлим вазирлиги

Рўйхатга олинди
№_______________
20   йил "___" ___________

Ўзбекистон Рспубликаси
Олий ва ўрта махсус таъми
вазирлигининг
2008   йил "____"
_____________ даги "____"
сонли буйруғи билан
тасдиқланган

СОНЛИ УСУЛЛАР
фанининг

ЎҚУВ ДАСТУРИ

Билим соҳаси: 400 000 – Фан

Таълим соҳаси: 480 000 – Амалий математика ва информатика

Таълим йўналиши: 5480200 – Информацион технологиялар

Тошкент – 2008

Фаннинг ўқув дастури Олий ва ўрта махсус, касб—ҳунар таълими ўқув—услубий бирлашмалари фаолиятини Мувофиқлаштирувчи Кенгашнинг 20   йил "_____" __________ даги "_____"— сонли мажлис баёни билан маъқулланган.

Фаннинг ўқув дастури Мирзо Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий университетида ишлаб чиқилди.

Тузувчилар:

Маҳмудов А.А. — "Ҳисоблаш технологиялари ва математик моделлаштириш" кафедраси доц., ф.—м.ф.н.

Бахрамов С.А. — "Ҳисоблаш технологиялари ва математик моделлаштириш" кафедраси доц., ф.—м.ф.н.

Тақризчилар:

Шодиметов Х.М. — Математика ва ахборот технологиялари институти бўлим бошлиғи, ф.—м.ф.д., проф.

Жўраев Ғ. У. — "Ҳисоблаш технологиялари ва математик моделлаштириш" кафедраси доценти.

Фаннинг ўқув дастури Мирзо Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий университети Илмий—услубий кенгашида тавсия қилинган (20   йил "_____" __________ даги   — сонли баённома).

Кириш

Сонли усуллар ўрганадиган турли амалий ва назарий фанлар тадқиқотларида учрайдиган масалаларни тақрибий ечиш асосларини етарли даражада ўқитиш ҳамда бу билимлар ёрдамида муайян математик масалани ечишни ўрганади. Хатоликлар назарияси, алгебранинг сонли усуллари, функцияларни яқинлаштириш, тақрибий интеграллаш, оддий дифференциал тенгламаларни ечиш, математик физика масалаларини ечишнинг сонли усуллари, тўр тенгламаларни ечиш усуллари, интеграл тенгламаларни тақрибий ечиш усуллари кўзда тутилган.

Ўқув фанининг мақсади вазифалари

"Ҳисоблаш усуллари" предметининг ўқитилишидан мақсад талабаларда турли математик масалаларни ечишда турли алгоритмларни сифатини ва ишлатиш имкониятларини таҳлил қила билиш ҳамда алгоритмларни ярата билиш кўникмаларни ҳосил қилищдан иборат. Берилган масаланинг турини аниқлай олиш ва маълум алгоритмларни тўғри қўллай билиш ва маълум усулларнинг турғунлигини аниқлай билиш. Дастурлаш тилларини қўллаган ҳолда шахсий ЭҲМларда масалаларни еча олиш. Ҳисоб—китоб натижаларини малакали равишда таҳлил қила билиш.

Курс мобайнида функцияларни яқинлаштириш, тақрибий дифференциялаш ва интеграллаш, алгребанинг сонли усуллари ҳамда дифференциал тенгламаларни тақрибий ечишни ўрганади.

Фан бўйича талабаларнинг билимига, кўникма ва малакасига қўйиладиган талаблар

Сонли усуллар ўқув қанини ўзлаштириш жараёнида амалга ошириладиган масалалар доирасида бакалавр:

- Ҳисоблаш жараёнида қўйиладиган хатоликларни таҳлил қилиш;
- жадвал кўринишида берилган функцияни аналитик функция билан алмаштириш; тақрибий диференцилаш ва интеграллашни амалга ошириш;
- трансцендент ва алгебраик тенламаларни тақрибий ечиш; тенгламалар системасини тақрибий ечиш;
- хос ва хос векторларни тақрибий топиш;
- дифференциал ва интеграл тенглаламаларни тақрибий ва сонли ечимлари топиш кўникмасига эга бўлиши керак.

Фаннинг ўқув режадаги бошқа фанлар билан ўзаро боғлиқлиги ва услубий жиҳатдан узвий кетма-кетлиги

Сонли усуллар табиий-илмий фан бўлиб 5,6- семестрларда ўқитилади. Дастурни амалга ошириш учун ўқув режадаги математик анализ, алгебра, аналитик геометрия, дифференциал тенгламалар, математик физика тенгламалари, ЭҲМ ва дастурлаш билан боғлиқ бўлиб, уларнинг натижаларидан кенг фойдаланилади.

Фаннинг ишлаб чиқаришдаги ўрни

Сонли усуллар амалиётда учрайдиган масалаларни тақрибий ечиш билан шуғулланади. Маълумки, табиий фанлар ҳамда техника фанларида учрайдиган кўпгина масалалар чизиқсиз дифференциал тенгламаларга келтирилади, яъни уларнинг аналитик ечимини топиш ниҳоятда мураккаб масала, шу сабабли тақрибий ечиш усулларидан фойдаланиш кўпроқ самара беради.

Фанни ўқитишда замонавий ахборот ва педагогик технологиялар

Сонли усуллар фанини ўзлаштириш учун ўқитишнинг илғор ва замонавий усулларидан фойдаланиш, янги информацион-педагогик технологияларни татбиқ қилиш муҳим аҳамиятга эга. Фанни ўзлаштиришда дарслик, ўқув ва услубий қўлланмалар, маъруза матнлари, тарқатма материаллар, электрон материаллар, виртуал стендлар ҳамда ишчи ҳолатдаги математик моделлардан ва илғор педагогик технологиялардан фойдаланилади.

Асосий қисм

Кириш

Ҳисоблаш усуллари замонавий математиканинг бир ажралмас қисми сифатида. Сонли усуллар кўпгина амалиёт масалаларини ечишда, айниқса, моделлари дифференциал тенгламалар терминида ифодаланадиган жараён, жараёнларни тадқиқ қилишнинг ажралмас қисми эканлиги. Бундай моделларни самарали татбиқ қилиш у ёки бу ҳисоблаш алгоритмларини танлаш ва компьютерда дастурлаш усуллари билан бевосита боғлиқлиги. Дискретлаштириш. Сезгирлик, шартланганлик, хатолик. Ҳисоблаш усули. Масала ечимининг хатолиги.

Хатоликлар назарияси

Хатоликлар манбалари. Абсолют ва нисбий ва лимит нисбий хатолик. Қийматли ва ишончли рақамлар. Ишончли рақамлар сони билан лимит нисбий хатолик ўртасидаги боғланиш. Амал хатоликлари. Функция хатолиги. Хатоликнинг тескари масаласи.

Алгебранинг сонли усуллари

Бир номаълумли тенгламаларнинг илдизлари чегаралари, илдизларни тақрибий топиш: оддий итерация, Ньютон, ватарлар усуллари ва модификациялари. Чизиқли алгебраик тенгламалар системасини ечишнинг аниқ усуллари. Гаусс усули. Тескари матрицани топиш. Чизиқли алгебраик тенгламалар системасини ечимини топишда итерацион усуллар. Чебишев параметрларининг гуруҳи қатнашган итерацион усуллар. Чизиқсиз тенгламалар системасини ечишда Нъютон усусли. Хос сон ва хос векторларни топишнинг сонли усуллари.

Функцияларни яқинлаштириш

Функцияларни яқинлаштириш усуллари. Алгебраик кўпҳадлар билан яқинлаштириш. Интерполяцион масала ечимининг ягоналиги. Лагранж интерполяцион формуласи ва хатолиги. Айирмалар нисбати ва уларнинг хосслари. Ньютоннинг тенгмас ораликлар учун интерполяцион формуласи. Чекли айирмалар ва уларнинг хосслари. Тенг ораликлар учун интерполицион формулалар. Сплайн—яқинлаштириш. Сплайн интерполяция. Эйлер типидаги кубик сплайн. Касрли—рационал яқинлаштириш. Ўрта квадратик маънода яқинлаштириш.

Тақрибий интеграллаш

Интерполяцион квадратур формулалар. Ньютон—Котес типидаги квадратур формулалар, трапеция ва симпсон квадратур формулалари ва уларнинг хатоликлари. Ортогонал кўпҳадлар ва уларнинг хоссалари. Гаусс типидаги квадратур формулалар. Хосмас интегралларни тақрибий ҳисоблаш. Каррали интегралларни ҳисоблаш.

Оддий дифференциал тенгламаларни ечиш

Оддий дифференциал тенгламалар учун қўйилган Коши масаласини ечишнинг сонли усуллари. Кетма—кет яқинлашиш, Эйлер, Рунге—Кутта усуллари. Адамснинг интерполяцион ва экстрапроляцион усуллари. Системаларни интеграллаш. Чегаравий масалаларни ечишнинг сонли усуллари. Уч диагоналли системага келтириш ва прогонка усули. Вариацион масалага келтириш ва вариацион усуллар, Галеркин, коллокация, Ритц методлари.

Математик физика масалаларини ечишнинг сонли усуллари

Дастлабки тушунчалар. Чекли айирмали схемалар. Айирмали аппроксимация. Иссиқлик ўтказиш масалалари учун айирмали схемалар. Айирмали схемалар учун максимум принципи. Пуассон тенгламаси учун қўйилган Дирихле айирмали масаласининг турғунлиги ва яқинлашиши. Либман процесси. Чегаравий масалаларни ечишда вариацион усуллар. Вариацион ва вариацион—айирмали схемалар.

Интегралли тенгламаларни ечиш усуллари

Интегралли тенгламаларни ечиш усуллари. Биринчи турдаги интегралли тенгламалар. Коррект бўлмаган масалаларни ечиш. Иккичи тур интегралли тенгламалар. Чекли йиғиндилар усули. Ажралувчан (хос) ядро усули.

Лаборатория ишларини ташкил этиш бўйича кўрсатмалар

Лаборатория ишларида талабалар сонли усуллар фанига оид мисол ва масалаларни алгоритмларини тузиб, компьютер имкониятларидан фойдаланиб ечишни ўрганадилар.

Лаборатория ишларга тақдим этиладиган мавзулар:

1. Функцияларини яқинлаштиришда Ньютоннинг интерполяцион формулалари.
2. Чизиқсиз тенгламаларни тақрибий ечиш.
3. Чизиқли тенгламаларни тақрибий ечиш.
4. Хос сонни топишда итерацион усул.
5. Айирмали тенгламаларни ечиш.

Амалий машғулотларни ташкил этиш бўйича кўрсатма ва тавсиялар

Амалий машғулотларда талабалар турли масалаларни тақрибий ечишни усулларини ўрганадилар.

Амалий машғулотларнинг тахминий тавсия этиладиган мавзулари:

1. Амал хатоликларини баҳолаш.
2. Лагранж интерполяцион формуласи ва унинг хатолиги.
3. Тенгмас оралиқлар учун Ньютон интерполяцион формуласи.
4. Тенг оралиқлар учун Ньютон интерполяцион формуласи.
5. Сплайнлар билан яқинлаштириш.
6. Ўрта квадратик яқинлаштириш.
7. Интегралларни тақрибий ҳисоблашда трапеция формуласи.
8. Интегралларни тақрибий ҳисоблашда Симпсон формуласи.
9. Интегралларни тақрибий ҳисоблашда Гаусс формуласи.
10. Хосмас интегралларни тақрибий ҳисоблаш.
11. Каррали интегралларни тақрибий ҳисоблаш.
12. Бир номаълумли алгебраик тенгламаларнинг илдизлари чегараси.
13. Чизиқсиз тенгламалар системани ечиш учун оддий итерация усули.
14. Чизиқсиз тенгламалар системани ечиш учун Ньютон итерация усули.
15. Чизиқсиз тенгламалар системани ечиш учун ватарлар усули.
16. Чизиқсиз тенгламалар системасини ечишда Ньютон ва Монте Карло усуллари.
17. Чизиқли тенламаларни ечиш.
18. Матрицанинг хос сон ва хос векторини топиш.
19. Оддий дифференциал тенгламаларни ечиш учун Эйлер усули.
20. Оддий дифференциал тенгламаларни ечиш учун Рунге—Кутта усули.
21. Оддий дифференциал тенгламаларни ечиш учун Адамс усули.

22. Оддий дифференциал тенгламаларни ечиш учун вариацион усуллар.

23. Математик физика масалаларини ечиш.

24. Айирмали тенгламаларни ечиш.

25. Математик физика масалаларини вариацион, вариацион—айирмали усул билан ечиш.

26. Интеграл тенгламаларни тақрибий ечиш.

Мустақил ишнинг ташкил этишнинг шакли ва мазмуни

Талаба мустакил ишни тайёрлашда муайян фаннинг хусусиятларини ҳисобга олган ҳолда қуйидаги шакллардан фойдаланиш тавсия этилади.

- ♦ дарслик ва ўқув қўлланмалар бўйича фан боблари ва мавзуларини ўрганиш;
- ♦ тарқатма материаллар бўйича маърузалар қисмини ўзлаштириш;
- ♦ автоматлаштирилган ўргатувчи ва назорат қилувчи тизимлар билан ишлаш;
- ♦ махсус адабиётлар бўйича фанлар бўлимлари ёки мавзулари устида ишлаш;
- ♦ янги жараёнлар ва технологияларни ўрганиш;
- ♦ талабанинг ўқув—илмий—тадқиқот ишларини бажариш билан боғлик бўлган фанлар бўлимлари ва мавзуларни чуқур ўрганиш;
- ♦ фаол ва муаммоли ўқитиш услубидан фойдаланиладиган ўқув машғулотлари;
- ♦ масофавий (дистанцион) таълим.

Тавсия этилаётган мустақил ишларнинг мавзулари:

1. Тенг оралиқлар учун Гаусс, Стирлинг ва бошқа интерполяцион кўпҳадлар.
2. Чизиқли алгебраик тенгламалар системасини ечищда квадрат илдизлар усули.
3. Матрицанинг характеристик кўпҳадини топищда Данилевский усули.
4. Иккинчи тартибли аппроксимация шарти.
5. Тор тебраниш тенгламаси учун айирмали схемалар.
6. Айирмали масаланинг қўйилиши ва аппроксимация хатолигини баҳолаш.
7. Турғунлигини текшириш.

Адабиётлар

1. Исроилов М.И. Ҳисоблаш методлари. Тошкент: Ўқитувчи, 2000.

2. Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырний П.И. Вычислительные методы высшей математики. 1,2—том. Минск, Выща школа. 1972, 1975.

3. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. —М., Наука. 1989.

Қўшимча адабиётлар

1. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. Т. 1. М.: Физматгиз. 1962.
2. Самарский А.А. Введение в Численные методы. —М., Наука. 1987.
3. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М., Наука. 1989.
4. Бахвалов Н.С. Численные методы. —М., Наука. 1987.
5. Сборник задач по методам вычислений. Под редакцией Монастырного П.И. Минск, Выща школа. 1983.
6. Исматуллаев Ғ.П., Жураев Ғ.У. Ҳисоблаш усулларидан методик Қўлланма. Тошкент: Университет, 2005.
7. Исматуллаев Ғ.П., Пўлатов С.И., Фаязов Қ.С. Сонли усуллардан Қўлланма. Тошкент: Университет, 2008.

8. Алоев Р.Д., Шарипов Т. Сонли усуллардан маърузалар тўплами.БухДУ,1995.**ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ**

Рўйхатга олинди
№________________
20___ йил «___»_____

Ўзбекистон Республикаси
Олий ва ўрта махсус
таълим вазирининг
20___ йил «___»
______даги
«___» — сонли буйруғи
билан тасдиқланган

«ҲИСОБЛАШ МАТЕМАТИКАСИ» фанининг

ЎҚУВ ДАСТУРИ

Билим соҳаси: 400000 — Фан

Таълим йўналиши: 5440200 — Механика

Тошкент — 2008

Фаннинг ўқув дастури Олий ва ўрта махсус, касб — ҳунар таълими ўқув — услубий бирлашмалари фаолиятини мувофиқлаштирувчи кенгашнинг 20__ йил «___»________даги «_____» — сон мажлис баёни билан маъқулланган.

Фаннинг ўқув дастури МИРЗО УЛУҒБЕК номидаги ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИда ишлаб чиқилди.

Тузувчи:

Исматуллаев Г.П. — «Ҳисоблаш технологиялари ва математик моделлаштириш» кафедраси доценти, ф. — м. ф.н.

Тақризчилар:

Маҳмудов А.А. — Мирзо Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий университети доценти, физика — математика фанлари номзоди.

Шодиметов Х.М. — Математика ва ахборот технологиялари институти бўлим бошлиғи, физика — математика фанлари доктори.

Фаннинг ўқув дастури Мирзо Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий Университети Илмий — методик кенгашида тавсия қилинган. (20__ йил "___"________даги "_____" — сонли баённома).

Кириш

Мазкур курс олий таълим буйича кадрлар тайёрлаш муаммоларини ҳал этищдаги ҳисоблаш математикаси фанининг асосларини эгаллашдаги ҳал қилувчи аҳамиятга эгадир. Сонли усуллар ҳозирги кунда кўпгина амалиёт масалаларини ечищда, айниқса, моделлари дифференциал тенгламалар терминида ифодаланадиган воқеа, жараёнларни тадқиқ қилишнинг ажралмас қисми сифатида муҳим ўрин эгаллайди. Бундай моделларни самарали реализация қилиш у ёки бу ҳисоблаш алгоритмларини танлаш ва компьютерда дастурлаш усуллари билан бевосита боғлиқ. Шу сабабли масалаларни ечищда тежамли сонли усулларни танлай биладиган ва уларни компьютерда реализация қила оладиган мутахассислар тайёрлаш катта аҳамиятга эга.

Ушбу фан алгебра, математик анализ, оддий диференциал тенгламалар, математик физика тенгламалари фанлари билан чамбарчас боғлиқдир.

Маърузалар мазмуни (44 соат)

Функцияларни яқинлаштириш. Ўртача квадратик яқинланиш. Жадвал кўринишида берилган функцияларни ўртача квадратик маънода яқинлаштириш. Сплайн билан якинлашиш.

Тақрибий интеграллаш. Чебишев типидаги квадратур формула. Гаусс типидаги квадратур формула. Каррали интегралларни тақрибий ҳисоблаш усуллари.

Алгебраик ва трансцендент тенгламаларни тақрибий ечиш. Алгебраик тенглама илдизлари чегарасини аниқлаш, илдизларни ажратиш. Итерация усули. Ньютон усули. Юқори тартибли итерацион жараён куришда Чебешев усули.

Чизиқли алгебранинг тақрибий усуллари. Чизиқли алгебрадан баъзи бир маълумотлар. Оддий итерация, Зейдел усуллари. Методларнинг яқинлашиш. Хос қийматларнинг тўлиқ муаммосини ҳал этищда Крилов, Данилевский усуллари. Хос қийматларни қисмий муаммоси; Леверье методи, модули бўйича энг катта хос сон ва унга мос хос векторни топиш.

Оддий дифференциал тенгламалар учун қўйилган Коши масаласини тақрибий ечиш. Бир қадамли методлар: Эйлер ҳамда унинг модификацияланган усуллари; Рунге—Кутта усули. Кўп қадамли методлар: Адамснинг экстраполяцион ва интерполяцион методлари.

Оддий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалаларни тақрибий ечиш. Редукция методи. Тур усули. Хайдаш усули, унинг яқинлашиши ва турғунлиги.

Хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалаларни сонли ечиш усуллари. Эллиптик турдаги дифференциал тенгламаларни айирмали тенгламалар билан аппроксимация қилиш. Аппроксимация ва яқинлашиш масаласи ва уларнинг боғлиқлиги. Чегаравий шартларни аппроксимация этиш. Тўр тенгламалар системасининг ечимга эгалиги ва ягоналиги. Тўр тенгламалар системасини ечишда итерацион усул. Гиперболик турдаги тенгламаларни тўр усули билан ечиш. Параболик турдаги тенгламани тўр усули билан ечиш. Ошкор ва ошкормас схемалар. Ошкор схема турғунлиги. Абсолют ва шартли турғун айирмали схемалар.

Вариацион ва проекцион усуллар. Оддий дифференциал тенгламалар учун қўйилган чегаравий масалаларни ечишда Ритц, Коллокация, Галеркин, кичик квадратлар усули. Эллиптик турдаги хусусий ҳосилали дифференциал тенглама учун чегаравий масалани ечишда Ритц, Коллокация, Галеркин ва кичик квадратлар усуллари.

Интеграл тенгламаларни тақрибий ечиш. Квадратуралар усули. Кетма – кет якинлашиш ва ажралувчи ядролар усули.

Амалиёт машғулотлари мавзулари (30 соат)

Сплайн функциялар билан яқинлашиш.

Каррали интегрални тақрибий ҳисоблаш.

Алгебраик тенглама илдизлари чегарасини аниқлаш, илдизларни ажратиш. Итерация, Ньютон, Чебишев усуллари.

ЧАТСни ечишда оддий итерация, Зейдел усуллари. Яқинлашиш шартлари.

Коши масаласини ечишда бир қадамли усуллар: Эйлер усули ва унинг модификацияси.

Оддий дифференциал тенглама учун чегаравий масалани ечишда редукция методи. Тўр усули.

Ҳайдаш усули, турғунлик. Эллиптик турдаги дифференциал тенгламаларни айирмали тенгламалар билан аппроксимация этиш.

Гиперболик турдаги тенгламаларни ечишда тўр усули.

Параболик турдаги тенгламаларни тўр усули билан ечиш.

Оддий дифференциал тенглама учун қуйилган чегаравий масалани ечишда коллокация, кичик квадратлар, Галеркин усуллари. Ритц методи.

Интеграл тенгламаларни ечишда квадратуралар усули. Кетма – кет яқинлашиш усуллари.

Лаборатория машғулотлари мавзулари (28 соат)

Ўртача квадратик яқинлашиш. Жадвал билан берилган функцияларни ўртача квадратик маънода яқинлаштириш.

Матрица хос қийматларнинг қисмий муаммоси (Леверье методи,модули бўйича энг катта хос сон ва хос векторини топиш).

Рунге – Кутта усули. Унинг хатолиги.

Кўп қадамли методлар: Адамс усуллари. Хатолиги.

Оддий дифференциал тенглама учун чегаравий масалани ечишда редукция методи. Тўр усули. Ҳайдаш усули. Тўр тенгламалар системасини ечишда итерацион усул. Ошкор ва ошкормас схемалар.

Гиперболик турдаги тенгламаларни ечишда тўр усули.

Параболик турдаги тенгламаларни тўр усули билан ечиш.

Оддий дифференциал тенглама учун қуйилган чегаравий масалани ечишда коллокация, кичик квадратлар, Галеркин усуллари. Ритц методи.Эллиптик типдаги тенглама учун чегаравий масалани ечишда Ритц ва бошқа усуллар.Интеграл тенгламаларни ечишда квадратуралар, кетма – кет яқинлашиш, хос ядро усуллари.

Адабиётлар

1. Исроилов М.И. □исоблаш методлари. Тошкент: □□итувчи, 2000.
2. Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырний П.И. Вўчислительнўе методў вўсшей математики. 1,2 – том. Минск. Выща школа. 1972, 1975.
3. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методў. – М., Наука. 1989.

Қўшимча адабиётлар

4. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. Т. 1. М.: Физматгиз. 1962.
5. Самарский А.А. Введение в Численные методы. – М., Наука. 1987.
6. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М., Наука. 1989.
7. Бахвалов Н.С. Численные методы. – М., Наука. 1987.
8. Сборник задач по методам вычислений. Под редакцией Монастырного П.И. Минск, Высща школа. 1983.
9. Исматуллаев Ғ.П., Жураев Ғ.У. Ҳисоблаш усулларидан методик Қўлланма. Тошкент: Университет, 2005.
10. Исматуллаев Ғ.П., Пўлатов С.И., Фаязов Қ.С. Сонли усуллардан Қўлланма. Тошкент: Университет, 2008.
11. Алоев Р.Д., Шарипов Т. Сонли усуллардан маърузалар тўплами.БухДУ,1995.

2. Ишчи дастурлари

ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ

МЕХАНИКА – МАТЕМАТИКА ФАКУЛЬТЕТИ

«ТАСДИҚЛАЙМАН»
ЎзМУ Механика – математика
факультети декани

____
проф. Б.А. Шоимкулов
«____»_____________2010 й.

Ҳисоблаш усуллари фани бўйича

5460100 - Математика йўналиши

3 – курс талабалари учун

ИШЧИ ЎҚУВ ДАСТУРИ

Умумий ўқув соати	- 118 с.
Шу жумладан:	
Маъруза	- 30 с.
Амалиёт машғулотлари	- 30 с.
Мустақил таълим соати	- 58 с.

Тошкент – 2010

Фаннинг ишчи ўқув дастури М.Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий Университети механика-математика факультети ҳисоблаш технологиялари ва математик моделлаштириш кафедрасининг 2010 йил "____ " августдаги 1 -сонли_мажлисида муҳокама этилди ва маъқулланди.

"Математика" таълим йўналиши намунавий ўқув дастури ва ўқув режасига мувофиқ ишлаб чиқилди.

Тузувчи: ф.-м.ф.н., доцент Ғ.П.Исматуллаев ______________
(имзо)

Тақризчи: ф.-м.ф.н., доцент А.А.Махмудов ______
(имзо)

Кафедра мудири: ф.-м.ф.д., проф. Х.А.Музафаров__________
(имзо)

Фаннинг ишчи ўқув дастури механика-математика факультети Илмий кенгашининг 2010 йил "____"________________даги ____-сонли қарори билан тасдиқланди.

Илмий кенгаш раиси:
2010 йил ________________
"____"_____________ Б.А.Шоимқулов
(имзо)

Кириш

Ҳисоблаш усуллари ҳозирги кунда кўпгина амалиёт масалаларини ечишда тежамли ҳисоблаш усулларини танлай биладиган ва уларни компьютерда реализация қиладиган мутахассисларни тайёрлашда катта аҳамиятга эга.

Ҳисоблаш экспериментидаги математик моделлаштириш билан ЭҲМда дастурлаш поғоналари орасида жойлашган ҳисоблаш усуллари (дискрет модел ва ҳисоблаш алгоритми) математика, амалий математика ва информацион технологиялар бўйича мутахассис тайёрлашда муҳимдир.

Ушбу фан алгебра, математик анализ, оддий дифференциал тенгламалар, математик физика тенгламалари фанлари билан чамбарчас боғлиқдир.

Маърузалар мазмуни (30 соат)

Хатолик назарияси. Хатоликлар тури ва уларни ҳисоблаш. Функция хатолиги.

Функцияларни яқинлаштириш. Интерполяция масаласининг қўйилиши. Лагранж интерполяцион купхади ва унинг қолдиқ ҳади. Айирмалар нисбати ва уларнинг хоссалари. Тенгмас ораликлар учун Ньютон кўпҳадлари. Сплайнлар билан яқинлашиш. Ўртача квадратик маънода яқинлашиш (узлуксиз ҳол). Жадвал кўринишида берилган функцияларни ўртача квадратик яқинлаштириш.

Тақрибий интеграллаш. Интерполяцион квадратур формулалар. Трапеция ва Симпсон квадратур формулалари уларнинг хатоликлари. Чебишев ва Гаусс типидаги квадратур формулалар.

Алгебраик ва трансцендент тенгламаларни тақрибий ечиш. Тенглама илдизларини чегаралари. Илдизларни ажратиш. Ньютон методи, ватарлар методи, итерация методи. Метод хатолиги ва яқинлашиш тезлиги.

Чизиқли алгебранинг тақрибий усуллари. Чизикли алгебрадан баъзи маълумотлар. Оддий итерация ва Зейдел усуллари. Методларнинг яқинлашиш шартлари. Хос сон ва хос векторларини топишда Крылов усули. Матрицанинг хос сон ва хос векторларини топишнинг қисмий муаммоси.

Оддий дифференциал тенгламаларга қўйилган Коши масаласини тақрибий ечиш. Эйлер ва Рунге—Кутте усуллари. Коши масаласини ечишда кўп қадамли методлар, уларнинг яқинлашиши ва турғунлиги. Адамс формулалари.

Оддий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалаларни сонли ечиш. Ҳайдаш усули. Тўр усули.

Хусусий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалани сонли ечиш. Эллиптик типдаги тенгламани тўр усули билан ечиш. Чегаравий шартларни аппроксимация этиш. Гиперболик ва параболик типдаги тенгламани тўр усули билан ечиш. Ошкор ва ошкормас схемалар. Яқинлашиш.

Амалий машғулотлар мазмуни (30 соат)

Хатолик назарияси. Хатоликлар тури ва уларни ҳисоблаш.Функция хатолиги.

Функцияларни яқинлаштириш. Лагранж интерполяцион купхади ва унинг қолдиқ ҳади. Тенгмас оралиқлар учун Ньютон кўпҳадлари. Сплайнлар билан яқинлашиш. Ўртача квадратик маънода яқинлашиш (узлуксиз ҳол). Жадвал кўринишида берилган функцияларни ўртача квадратик яқинлаштириш.

Тақрибий интеграллаш. Интерполяцион квадратур формулалар. Трапеция ва Симпсон квадратур формулалари уларнинг хатоликлари. Чебишев ва Гаусс типидаги квадратур формулалар.

Алгебраик ва трансцендент тенгламаларни тақрибий ечиш. Тенглама илдизларини чегаралари. Илдизларни ажратиш. Ньютон методи, ватарлар методи, итерация методи.

Чизиқли алгебранинг тақрибий усуллари. Чизикли алгебрадан баъзи маълумотлар. Оддий итерация ва Зейдел усуллари. Методларнинг яқинлашиш шартлари. Хос сон ва хос векторларини топишда Крылов усули. Матрицанинг хос сон ва хос векторларини топишнинг қисмий муаммоси.

Оддий дифференциал тенгламаларга қўйилган Коши масаласини тақрибий ечиш. Эйлер ва Рунге – Кутте усуллари. Коши масаласини ечишда кўп қадамли методлар, уларнинг яқинлашиши ва турғунлиги. Адамс формулалари.

Оддий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалаларни сонли ечиш. Ҳайдаш усули. Тўр усули.

Хусусий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалани сонли ечиш. Эллиптик типдаги тенгламани тўр усули билан ечиш. Чегаравий шартларни аппроксимация этиш. Гиперболик ва параболик типдаги тенгламани тўр усули билан ечиш. Ошкор ва ошкормас схемалар.

КАЛЕНДАР ТЕМАТИК РЕЖА

№	Мавзулар	Жами	Маъ-руза	Амалий машғу-лотлар
1	*2*	*3*	*4*	*5*
1	Хатоликлар тури ва уларни ҳисоблаш.Функция хатолиги.	4	2	2

2	Интерполяция масаласининг қўйилиши. Лагранж интерполяцион кўпхади ва унинг қолдиқ ҳади.	4	2	2
3	Айирмалар нисбати, чекли айирмалар ва уларнинг хоссалари. Айирмалар иштирокидаги интерполяцион купхадлар	4	2	2
4	Сплайнлар билан яқинлашиш. Ўртача квадратик маънода яқин–лашиш (узлуксиз ва дискрет ҳол) .	4	2	2
5	Интерполяцион квадратур формулалар. Трапеция ва Симпсон квадратур формулалари ва уларнинг хатоликлари.	4	2	2
6	Чебишев квадратур формуласи. Гаусс квадратур формуласи	4	2	2
7	Тенглама илдизларини чегаралари. Илдизларни ажратиш.	4	2	2
8	Ньютон ва ватар усули. Итерация усули. Методлар хатолиги ва яқинлашиш тезлиги.	4	2	2
9	Чизиқли алгебрада баъзи маълуотлар. Оддий итерация ва Зейдель усули. Методларнинг яқинлашиш шартлари.	4	2	2
10	Матрицанинг хос сон ва хос векторини топишда Крилов усули. Матрицанинг хос сон ва хос векторларининг қисмий муаммоси.	4	2	2
11	Коши масаласини ечишда Эйлер методи ва унинг морифинацияси. Рунге–Кутта усули	4	2	2
12	Адамснинг ошкор методи. Адамснинг ошкормас методи.	4	2	2
13	Чегаравий масалани ечишда тўр усули, тўр тенгламаларни системасини ҳосил қилиш. Хатолиги. Ҳайдаш усули. Яқинлашиш ва турғунлик.	4	2	2
14	Эллиптик типдаги тенгламаларни тўр усули билан ечиш. Чегаравий шартларни аппроксимация этиш.	4	2	2
15	Параболик ва Гиперболик типдаги	4	2	2

	тенгламани тўр усули билан ечиш. Ошкор ва ошкормас схемалар. Яқинлашиш ва турунлик.			
	Жами:	**60**	**30**	**30**

Мустақил таълим мавзулари (58 соат)

Ишчи ўқув дастурининг мустақил таълимга оид бўлим ва мавзулари	Мустақил таълимга оид топшириқ ва тавсиялар	Ҳажми (соатда)
Функцияларни яқинлаштириш	Тенг ораликлар учун Гаусс, Стирлинг ва бошқа интерполяцион кўпҳадлар.	8
	Тригонометрик функцияларни ўртача квадратик маънода яқинлаштириш (узлуксиз ва дискрет ҳоллар).	6
Тақрибий интеграллаш	Каррали интегралларни тақрибий ҳисоблаш усуллари.	6
Чизиқли алгебранинг тақрибий усуллари	Чизиқли алгебраик тенгламалар системасини ечишда градиентлар методи.	4
	Матрицанинг характеристик кўпҳадини топишда ҳошиялаш усули.	4
Алгебраик ва трансцендент тенгламаларни тақрибий ечиш	Алгебраик ва трансцендент тенгламаларни тақрибий ечишнинг график, оралиқни тенг иккига бўлиш ва ватар усули.	8
Оддий дифференциал тенгламаларга қўйилган Коши масаласини тақрибий ечиш	Адамснинг иккинчи ва учинчи тартибли ошкор ва ошкормас формулаларини келтириб чиқариш.	4
Оддий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалаларни сонли ечиш	Оддий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалаларни тўр усули билан ечишда яқинлашиш ва турғунлик.	6
Чегаравий масалаларни ечишда вариацион ва проекцион усуллар	Эллиптик турдаги хусусий ҳосилали дифференциал тенглама учун чегаравий масалани ечишда Ритц, коллокация, Галеркин, кичик квадратлар усуллари.	12
	Жами:	**58**

Ўзлаштириш назорати

ОН №1	ОН №2	ЯН	ЖН			Жами
			Уй топшириқлари	Мустақил топшириқлар	Дарслардаги иштироки ва фаоллиги	
15	**15**	**30**	**15**	**15**	**10**	**100**

Асосий адабиётлар

1. Исроилов М.И. Ҳисоблаш методлари. Тошкент, Ўқитувчи, 2000.
2. Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырний П.И. Вычислительные методы высшей математики. 1,2—том. Минск, Выща школа. 1972, 1975.
3. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. —М., Наука. 1989.

қўшимча адабиётлар

1. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. Т. 1. М.: Физматгиз. 1962.
2. Самарский А.А. Введение в Численные методы. —М., Наука. 1987.
3. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М., Наука. 1989.
4. Бахвалов Н.С. Численные методы. —М., Наука. 1987.
5. Сборник задач по методам вычислений. Под редакцией Монастырного П.И. Минск, Выша школа. 1983.
6. Исматуллаев Ғ.П., Жўраев Ғ.У. Ҳисоблаш усулларидан методик қўлланма. Тошкент, Университет. 2005.
7. Исматуллаев Ғ.П., Пўлатов С.И., Фаязов Қ.С. Сонли усуллардан қўлланма. —Тошкент, Университет. 2006.
8. Алоев Р.Д., Шарипов Т. Сонли усуллардан маърузалар тўплами. БухДУ,1995.

МИРЗО УЛУҒБЕК НОМИДАГИ
ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ

МЕХАНИКА – МАТЕМАТИКА ФАКУЛЬТЕТИ

«ТАСДИҚЛАЙМАН»
ЎзМУ Механика – математика
факультети декани

____
проф. Б.А. Шоимкулов
«____»______________2010 й.

3 – курс Амалий математика ва информатика гуруҳи талабалари учун
«Ҳисоблаш математикаси» фанидан

ИШЧИ ЎҚУВ ДАСТУРИ

Умумий ўқув соати	- 131 с.
Шу жумладан:	
Маъруза	- 40 с.
Амалиёт машғулотлари	- 48 с.
Лаборатория	- 14 с.

Тошкент – 2010

Фаннинг ишчи ўқув дастури М.Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий Университети механика-математика факультети "Ҳисоблаш технологиялари ва математик моделлаштириш" кафедрасининг 2010 йил __ – августдаги __-сонли__мажлисида муҳокама этилди ва маъқулланди.

"Амалий математика ва информатика" таълим йўналиши намунавий ўқув дастури ва ўқув режасига мувофиқ ишлаб чиқилди.

Тузувчи: ф.-м.ф.н., доцент С.А.Бахромов ____________________
(имзо)

Тақризчи: ф.-м.ф.н., доцент Ғ.П.Исматуллаев ______________
(имзо)

Кафедра мудири: ф.-м.ф.д., проф. Х.А.Музафаров___________
(имзо)

Фаннинг ишчи ўқув дастури механика-математика факультети Илмий кенгашининг 2010 йил "____"_________________даги ____-сонли қарори билан тасдиқланди.

Илмий кенгаш раиси:
2010 йил ___________________
"____"_____________ Б.А.Шоимқулов
(имзо)

Кириш

Мазкур курс олий таълим буйича кадрлар тайёрлаш муаммоларини ҳал этишдаги ҳисоблаш математикаси фанининг асосларини эгаллашдаги ҳал қилувчи аҳамиятга эгадир. Ҳисоблаш усуллари ҳозирги кунда кўпгина амалиёт масалаларини ечишда тежамли ҳисоблаш усулларини танлай биладиган ва уларни компьютерда реализация қиладиган мутахассисларни тайёрлашда катта аҳамиятга эга.

Ҳисоблаш экспериментидаги математик моделлаштириш билан ЭҲМда дастурлаш поғоналари орасида жойлашган ҳисоблаш усуллари (дискрет модел ва ҳисоблаш алгоритми) математика, амалий математика ва информацион технологиялар бўйича мутахассис тайёрлашда муҳимдир.

Ушбу фан алгебра, математик анализ, оддий диференциал тенгламалар, математик физика тенгламалари фанлари билан чамбарчас боғлиқдир.

Маърузалар мазмуни (56 соат)

Функцияларни яқинлаштириш. Ўртача квадратик маънода яқинлашиш (узлуксиз ҳол). Жадвал кўринишида берилган функцияларни ўртача квадратик яқинлаштириш.

Тақрибий интеграллаш. Ортогонал кўпҳадлар системаси. Баъзи ортогонал кўпҳадлар ва уларнинг хоссалари. Гаусс типидаги квадратур формулалар. Каррали интегралларни тақрибий интеграллаш усуллари.

Алгебраик ва трансцендент тенгламаларни такрибий ечиш. Тенглама илдизларини чегаралари. Илдизларни ажратиш. Ньютон методи, ватарлар методи, итерация методи. Метод хатолиги ва яқинлашиш тезлиги. Чебишев усули.

Чизиқли алгебранинг тақрибий усуллари. Чизикли алгебрадан баъзи маълумотлар. Оддий итерация ва Зейдел усуллари. Методларнинг яқинлашиш шартлари. Хос сон ва хос векторларини топишда Крылов, Данилевский усуллари. Матрицанинг хос сон ва хос векторларини топишнинг қисмий муаммоси.

Оддий дифференциал тенгламаларга қўйилган Коши масаласини такрибий ечиш. Эйлер ва Рунге – Кутте усуллари. Коши масаласини ечишда кўп қадамли методлар, уларнинг яқинлашиши ва турғунлиги. Адамс формулалари.

Оддий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалаларни сонли ечиш. Ҳайдаш усули. Отиш усули. Тўр усули. Яқинлашиш ва турғунлик.

Хусусий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалани сонли ечиш. Эллиптик типдаги тенгламани тўр усули билан ечиш. Чегаравий шартларни аппроксимация этиш. Гиперболик ва параболик типдаги тенгламани тўр усули билан ечиш. Ошкор ва ошкормас схемалар. Яқинлашиш.

Чегаравий масалаларни ечишда вариацион ва проекцион усуллар. Ритц методи. Коллокация, Галеркин, кичик квадратлар усули. Чекли элементлар усули.

Интеграл тенгламаларни тақрибий ечиш. Интеграл тенгламаларни тақрибий ечиш квадратуралар усули.

Амалий машғулотлар мазмуни (34 соат)

Хатолик назарияси. Хатоликлар тури ва уларни ҳисоблаш.Функция хатолиги.

Функцияларни яқинлаштириш. Лагранж интерполяцион купхади ва унинг қолдиқ ҳади. Тенгмас ораликлар учун Ньютон кўпҳадлар. Сплайнлар билан яқинлашиш. Ўртача квадратик маънода яқинлашиш (узлуксиз Ҳол). Ортогонал кўпхадлар системаси. Баъзи ортогонал кўпҳадлар ва уларнинг хоссалари. Жадвал кўринишида берилган функцияларни ўртача квадратик яқинлаштириш.

Тақрибий интеграллаш. Интерполяцион квадратур формулалар. Трапеция ва Симпсон квадратур формулалари уларнинг хатоликлари. Чебишев ва Гаусс типидаги квадратур формулалар. Каррали интегралларни тақрибий интеграллаш усуллари.

Алгебраик ва трансцендент тенгламаларни тақрибий ечиш. Тенглама илдизларини чегаралари. Илдизларни ажратиш. Ньютон методи, ватарлар методи, итерация методи. Метод хатолиги ва яқинлашиш тезлиги. Чебишев усули.

Чизиқли алгебранинг тақрибий усуллари. Чизикли алгебрадан баъзи маълумотлар. Оддий итерация ва Зейдел усуллари. Методларнинг яқинлашиш шартлари. Хос сон ва хос векторларини топишда Крылов, Данилевский усуллари. Матрицанинг хос сон ва хос векторларини топишнинг қисмий муаммоси.

Оддий дифференциал тенгламаларга қўйилган Коши масаласини тақрибий ечиш. Эйлер ва Рунге—Кутте усуллари. Коши масаласини ечишда кўп қадамли методлар, уларнинг яқинлашиши ва турғунлиги. Адамс формулалари.

Оддий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалаларни сонли ечиш. Ҳайдаш усули. Отиш усули. Тўр усули. Яқинлашиш ва турғунлик.

Хусусий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалани сонли ечиш. Эллиптик типдаги тенгламани тўр усули билан ечиш. Чегаравий шартларни аппроксимация этиш. Гиперболик

ва параболик типдаги тенгламани тўр усули билан ечиш. Ошкор ва ошкормас схемалар. Яқинлашиш.

Чегаравий масалаларни ечишда вариацион ва проекцион усуллар. Ритц методи. Коллокация, Галеркин, кичик квадратлар усули.

Аудитория соатларининг мавзулар Ҳафталар бўйича тақсимланиши

№	Мавзулар	Жами	Маъ-руза	Амалий машғу-лотлар
1	*2*	*3*	*4*	*5*
1	Ўрта квадратик яқинлашиш. Чизикли сплайн. Дефекти 2 тенг кубик сплайн.	4	2	2
2	Дефекти 1 га тенг кубик сплайнлар билан яқинлашиш.	2	2	
3	Гаусс квадратур формуласи	3	1	2
4	Каррали интегралларни тақрибий ҳисоблаш	2	1	1
5	Тенглама илдизларини чегаралари.	2	1	1
6	Илдизларни ажратиш.	2	1	1
7	Ньютон ва ватар усули.	3	1	2
8	Итерация усули. Методлар хатолиги ва яқинлашиш тезлиги.	2	1	1
9	Чебышев усули.	3	1	2
10	Чизиқли алгебрада баъзи маълумотлар. Оддий итерация ва Зейдель усули.	4	2	2
11	Методларнинг яқинлашиш шартлари. Матрицанинг хос сон ва хос векторини топишда Крилов усули.	3	1	2
12	Данилевский усули.	3	1	2
13	Матрицанинг хос сон ва хос векторларининг қисмий муаммоси.	3	1	2
14	Коши масаласини ечишда Эйлер методи ва унинг морификацияси. Рунге—Кутта усули	4	2	2
15	Коши масаласини ечишда кўп қадамли методлар, уларнинг яқинлашиши ва турғунлиги.	4	2	2

16	Адамснинг ошкор методи. Адамснинг ошкормас методи.	4	2	2
17	Чегаравий масалани ечишда редукция методи. Отиш усули.	4	2	2
18	Тўр усули, тўр тенгламаларни системасини ҳосил қилиш. Хатолиги.	4	2	2
19	Ҳайдаш усули. Яқинлашиш ва турғунлик.	4	2	2
20	Эллиптик типдаги тенгламаларни тўр усули билан ечиш.	3	1	2
21	Чегаравий шартларни аппроксимация этиш.	3	1	2
22	Параболик типдаги тенгламаларни тўр усули билан ечиш. Ошкор ва ошкормас схемалар. Яқинлашиш ва турғунлик.	3	1	2
23	Гиперболик типдаги тенгламани тўр усули билан ечиш.	4	2	2
24	Ритц методи методи ва унинг яқинлашиши.	4	2	2
25	Кичик квадратлар, коллокация методлари.	4	2	2
26	Галеркин методи, Чекли элементлар усулида квадратурлар усули.	4	2	2
27	Интеграл тенгламаларни тақрибий ечиш	3	1	2
	Жами:	**88**	**40**	**48**

Лаборатория мавзулари (58 соат)

Лаборатория мавзулари	**Лабораторияга оид топшириқлар ва тавсиялар**	**Ҳажми (соатда)**
Функцияларни яқинлаштириш	Дефекти 1 га кубик сплайн	2
Алгебраик ва трансцендент тенгламаларни тақрибий ечиш	Алгебраик ва трансцендент тенгламаларни тақрибий ечишда итерацион (оддий итерация, Ньютон) усуллари.	2
Оддий дифференциал тенгламаларга қўйилган Коши масаласини	Рунге Кутта усули	2

тақрибий ечиш		
Оддий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалаларни сонли ечиш	Тўр усули (Прогонка усули)	2
Чегаравий масалаларни ечишда вариацион ва проекцион усуллар	Ритц, Галеркин, кичик квадратлар усуллари.	6
	Жами:	**14**

Ўзлаштириш назорати

ОН 1	**ЖН**	**ЖН**	**ЖН**	**ЯН**	**Жами**
	Уй топшириқлари	Мустақил топшириқлар	Дарслардаги иштироки ва фаоллиги		
30	**10**	**15**	**15**	**30**	**100**

Асосий адабиётлар

1. Исроилов М.И. Ҳисоблаш методлари. Тошкент, Ўқитувчи, 2000.
2. Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырний П.И. Вычислительные методы высшей математики. 1,2—том. Минск, Выща школа. 1972, 1975.
3. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. —М., Наука. 1989.

қўшимча адабиётлар

1. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. Т. 1. М.: Физматгиз. 1962.
2. Самарский А.А. Введение в Численные методы. —М., Наука. 1987.
3. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М., Наука. 1989.
4. Бахвалов Н.С. Численные методы. —М., Наука. 1987.
5. Сборник задач по методам вычислений. Под редакцией Монастўрного П.И. Минск, Выша школа. 1983.
6. Исматуллаев Ғ.П., Жўраев Ғ.У. Ҳисоблаш усулларидан методик қўлланма. Тошкент, Университет. 2005.
7. Исматуллаев Ғ.П., Пўлатов С.И., Фаязов Қ.С. Сонли усуллардан қўлланма. —Тошкент, Университет. 2006.
8. Алоев Р.Д., Шарипов Т. Сонли усуллардан маърузалар тўплами. БухДУ, 1995.

МИРЗО УЛУҒБЕК НОМИДАГИ
ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ

МЕХАНИКА–МАТЕМАТИКА ФАКУЛЬТЕТИ

«ТАСДИҚЛАЙМАН»
ЎзМУ Механика–математика
факультети декани

____
проф. Б.А. Шоимкулов
«____»______________2010 й.

Ҳисоблаш математикаси фани бўйича

5521900 – Информацон технологиялари йўналиши

3–курс талабалари учун

ИШЧИ ЎҚУВ ДАСТУРИ

Умумий ўқув соати	- 161 с.
Шу жумладан:	
Маъруза	- 44 с.
Амалиёт машғулотлари	- 30 с.
Лаборатория машғулотлари	- 28 с.
Мустақил таълим соати	- 59 с.

Тошкент – 2010

Фаннинг ишчи ўқув дастури М.Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий Университети механика-математика факультети Параллел технологияларда Ҳисоблаш усуллари кафедрасининг 2010 йил 26 – августдаги 1-сонли_мажлисида муҳокама этилди ва маъқулланди.

"Информатика ва ахборот технологиялари" таълим йўналиши намунавий ўқув дастури ва ўқув режасига мувофиқ ишлаб чиқилди.

Тузувчи: ф.-м.ф.н., доцент С.А.Бахромов ________________
(имзо)

Тақризчи: ф.-м.ф.н., доцент Ғ.П.Исматуллаев _______________
(имзо)

Кафедра мудири: ф.-м.ф.д., проф. Х.А.Музафаров___________
(имзо)

Фаннинг ишчи ўқув дастури механика-математика факультети Илмий кенгашининг 2010 йил "____"________________даги ____-сонли қарори билан тасдиқланди.

Илмий кенгаш раиси:
2010 йил ________________
"____"____________ Б.А.Шоимқулов
(имзо)

Кириш

Мазкур курс олий таълим буйича кадрлар тайёрлаш муаммоларини ҳал этишдаги ҳисоблаш математикаси фанининг асосларини эгаллашдаги ҳал қилувчи аҳамиятга эгадир. Сонли усуллар ҳозирги кунда кўпгина амалиёт масалаларини ечишда, айниқса, моделлари дифференциал тенгламалар терминида ифодаланадиган воқеа, жараёнларни тадқиқ қилишнинг ажралмас қисми сифатида муҳим ўрин эгаллайди. Бундай моделларни самарали реализация қилиш у ёки бу ҳисоблаш алгоритмларини танлаш ва компьютерда дастурлаш усуллари билан бевосита боғлиқ. Шу сабабли масалаларни ечишда тежамли сонли усулларни танлай биладиган ва уларни компьютерда реализация қила оладиган мутахассислар тайёрлаш катта аҳамиятга эга.

Ушбу фан алгебра, математик анализ, оддий диференциал тенгламалар, математик физика тенгламалари фанлари билан чамбарчас боғлиқдир.

Маърузалар мазмуни (44 соат)

Функцияларни яқинлаштириш. Ўртача квадратик яқинланиш. Жадвал кўринишида берилган функцияларни ўртача квадратик маънода яқинлаштириш. Сплайн билан яқинлашиш.

Тақрибий интеграллаш. Чебишев типидаги квадратур формула. Гаусс типидаги квадратур формула. Каррали интегралларни тақрибий ҳисоблаш усуллари.

Алгебраик ва трансцендент тенгламаларни тақрибий ечиш. Алгебраик тенглама илдизлари чегарасини аниқлаш, илдизларни ажратиш. Итерация усули. Ньютон усули. Юқори тартибли итерацион жараён қуришда Чебешев усули.

Чизиқли алгебранинг тақрибий усуллари. Чизиқли алгебрадан баъзи бир маълумотлар. Оддий итерация, Зейдел усуллари. Методларнинг яқинлашиш. Хос қийматларнинг тўлиқ муаммосини ҳал этишда Крилов, Данилевский усуллари. Хос қийматларни қисмий муаммоси; Леверье методи, модули бўйича энг катта хос сон ва унга мос хос векторни топиш.

Оддий дифференциал тенгламалар учун қўйилган Коши масаласини тақрибий ечиш. Бир қадамли методлар: Эйлер ҳамда унинг модификацияланган усуллари; Рунге—Кутта усули. Кўп қадамли методлар: Адамснинг экстраполяцион ва интерполяцион методлари.

Оддий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалаларни тақрибий ечиш. Редукция методи. Тур усули. Хайдаш усули, унинг яқинлашиши ва турғунлиги.

Хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалаларни сонли ечиш усуллари. Эллиптик турдаги дифференциал тенгламаларни айирмали тенгламалар билан аппроксимация қилиш. Аппроксимация ва яқинлашиш масаласи ва уларнинг боғлиқлиги. Чегаравий шартларни аппроксимация этиш. Тўр тенгламалар системасининг ечимга эгалиги ва ягоналиги. Тўр тенгламалар системасини ечишда итерацион усул. Гиперболик турдаги тенгламаларни тўр усули билан ечиш. Параболик турдаги тенгламани тўр усули билан ечиш. Ошкор ва ошкормас схемалар. Ошкор схема турғунлиги. Абсолют ва шартли турғун айирмали схемалар.

Вариацион ва проекцион усуллар. Оддий дифференциал тенгламалар учун қўйилган чегаравий масалаларни ечишда Ритц, Коллокация, Галеркин, кичик квадратлар усули. Эллиптик турдаги хусусий ҳосилали дифференциал тенглама учун чегаравий масалани ечишда Ритц, Коллокация, Галеркин ва кичик квадратлар усуллари.

Интеграл тенгламаларни тақрибий ечиш. Квадратуралар усули. Кетма—кет яқинлашиш ва ажралувчи ядролар усули.

Амалиёт машғулотлари мавзулари (30 соат)

Сплайн функциялар билан яқинлашиш.

Каррали интегрални тақрибий ҳисоблаш.

Алгебраик тенглама илдизлари чегарасини аниқлаш, илдизларни ажратиш. Итерация, Ньютон, Чебишев усуллари.

ЧАТСни ечишда оддий итерация, Зейдел усуллари. Яқинлашиш шартлари.

Коши масаласини ечишда бир қадамли усуллар: Эйлер усули ва унинг модификацияси.

Оддий дифференциал тенглама учун чегаравий масалани ечишда редукция методи. Тўр усули.

Ҳайдаш усули, турғунлик. Эллиптик турдаги дифференциал тенгламаларни айирмали тенгламалар билан аппроксимация этиш.

Гиперболик турдаги тенгламаларни ечишда тўр усули.

Параболик турдаги тенгламаларни тўр усули билан ечиш.

Оддий дифференциал тенглама учун қуйилган чегаравий масалани ечишда коллокация, кичик квадратлар, Галеркин усуллари.Ритц методи.

Интеграл тенгламаларни ечишда квадратуралар усули. Кетма—кет яқинлашиш усуллари.

Лаборатория машғулотлари мавзулари (28 соат)

Ўртача квадратик яқинлашиш. Жадвал билан берилган функцияларни ўртача квадратик маънода яқинлаштириш.

Матрица хос қийматларнинг қисмий муаммоси (Леверье методи,модули бўйича энг катта хос сон ва хос векторини топиш).

Рунге–Кутта усули. Унинг хатолиги.

Кўп қадамли методлар: Адамс усуллари. Хатолиги.

Оддий дифференциал тенглама учун чегаравий масалани ечишда редукция методи. Тўр усули. Ҳайдаш усули. Тўр тенгламалар системасини ечишда итерацион усул. Ошкор ва ошкормас схемалар.

Гиперболик турдаги тенгламаларни ечишда тўр усули.

Параболик турдаги тенгламаларни тўр усули билан ечиш.

Оддий дифференциал тенглама учун қуйилган чегаравий масалани ечишда коллокация, кичик квадратлар, Галеркин усуллари. Ритц методи.

Эллиптик типдаги тенглама учун чегаравий масалани ечишда Ритц ва бошқа усуллар.

Интеграл тенгламаларни ечишда квадратуралар усули, кетма–кет яқинлашиш, хос ядро усуллари,.

КАЛЕНДАР ТЕМАТИК РЕЖА

№	Мавзулар	Жами	Маъ-руза	Амалий машғу-лотлар	Лабора-тория машғу-лотлари
1	*2*	*3*	*4*	*5*	
1	Ўртача квадратик яқинлашиш. Жадвал билан берилган функцияларни ўртача квадратик маънода яқинлаштириш	4	2		2
2	Сплайн функциялар билан яқинлашиш	4	2	2	
3	Гаусс типдаги квадратур формула. Чебишев типдаги квадратур формула	2	2		
4	Каррали интегрални тақрибий ҳисоблаш	4	2	2	
5	Алгебраик тенглама илдизлари чегарасини аниқлаш, илдизларни ажратиш	4	2	2	
6	Итерация, Ньютон, Чебишев усуллари	6	4	2	
7	ЧАТСни ечишда оддий итерация, Зейдел усуллари. Яқинлашиш шартлари.	4	2	2	
8	Матрица хос қийматларининг	10	2		4

	тўлиқ муаммоси (Крилов, Данилевский усуллари) Матрица хос қийматларнинг қисмий муаммоси (Леверье методи,модули бўйича энг катта хос сон ва хос векторини топиш)		2		2
9	Коши масаласини ечишда бир қадамли усуллар: Эйлер усули ва унинг модификацияси;	4	2	2	
10	Рунге—Кутта усули. Унинг хатолиги	6	2	2	2
11	Кўп қадамли методлар: Адамс усуллари. Хатолиги	4	2		2
12	Оддий дифференциал тенглама учун чегаравий масалани ечишда редукция методи. Тўр усули. Ҳайдаш усули, турғунлик	12	2 2	2 2	2 2
13	Эллиптик турдаги дифференциал тенгламаларни айирмали тенгламалар билан аппроксимация этиш. Аппроксимация ва яқинлашиш.Чегаравий шартларни аппроксимация этиш.Тўр тенгламалар системасини ечишда итерацион усул. Гиперболик турдаги тенгламаларни ечишда тўр усули.Параболик турдаги тенгламаларни тўр усули билан ечиш.Ошкор ва ошкормас схемалар. Ошкор схема турғунлиги, абсолют турғун ва шартли турғун схемалар	16	2 2 2	2 2	2 2 2
14	Оддий дифференциал тенглама учун қуйидаги чегаравий масалани ечишда коллокация, кичик квадратлар, Галеркин усуллари. Ритц методи Эллиптик типдаги тенглама учун чегаравий масалани ечишда Ритц ва бошқа усуллар	16	2 2 2	2 2	2 2 2
15	Интеграл тенгламаларни ечишда квадратуралар усули Кетма—кет яқинлашиш усуллари	6	2	4	
	Жами:	**102**	**44**	**30**	**28**

Мустақил таълим мавзулари (59 соат)

Ишчи ўқув дастурининг мустақил таълимга оид бўлим ва мавзулари	Мустақил таълимга оид топшириқ ва тавсиялар	Ҳажми (соатда)
Функцияларни яқинлаштириш	Тенг оралиқлар учун Гаусс, Стирлинг ва бошқа интерполяцион кўпҳадлар.	8
	Тригонометрик функцияларни ўртача квадратик маънода яқинлаштириш (узлуксиз ва дискрет ҳоллар).	6
Тақрибий интеграллаш	Каррали интегралларни тақрибий ҳисоблаш усуллари.	6
Чизиқли алгебранинг тақрибий усуллари	Чизиқли алгебраик тенгламалар системасини ечишда градиентлар методи.	4
	Матрицанинг характеристик кўпҳадини топишда ҳошиялаш усули.	4
Алгебраик ва трансцендент тенгламаларни тақрибий ечиш	Алгебраик ва трансцендент тенгламаларни тақрибий ечишнинг график, оралиқни тенг иккига бўлиш ва ватар усули.	8
Оддий дифференциал тенгламаларга қўйилган Коши масаласини тақрибий ечиш	Адамснинг иккинчи ва учинчи тартибли ошкор ва ошкормас формулаларини келтириб чиқариш.	4
Оддий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалаларни сонли ечиш	Оддий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалаларни тўр усули билан ечишда яқинлашиш ва турғунлик.	7
Чегаравий масалаларни ечишда вариацион ва проекцион усуллар	Эллиптик турдаги хусусий ҳосилали дифференциал тенглама учун чегаравий масалани ечишда Ритц, коллокация, Галеркин, кичик квадратлар усуллари.	12
	Жами:	**59**

Ўзлаштириш назорати

ОН1	ОН 2	ЖН	ЖН	Мустакил иш	ЯН	Жами
		Уй топшириқлари	Амалий топшириқлар Лабор. Топшириқлар			
15	15	10	15	15	30	100

Асосий адабиётлар

1. Исроилов М.И. Ҳисоблаш методлари. Тошкент, Ўқитувчи, 2000.
2. Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырний П.И. Вычислительные методы высшей математики. 1,2—том. Минск, Выща школа. 1972, 1975.
3. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. —М., Наука. 1989.

қўшимча адабиётлар

1. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. Т. 1. М.: Физматгиз. 1962.
2. Самарский А.А. Введение в Численные методы. — М.,Наука.1987.
3. МарчукГ.И. Методы вычислительной математики.М.,Наука. 1989.
4. Бахвалов Н.С. Численные методы. —М., Наука. 1987.
5. Сборник задач по методам вычислений. Под редакцией Монастырного П.И. Минск, Выша школа. 1983.
6. Исматуллаев Ғ.П., Жўраев Ғ.У. Ҳисоблаш усулларидан методик қўлланма. Тошкент, Университет. 2005.
7. Исматуллаев Ғ.П., Пўлатов С.И., Фаязов Қ.С. Сонли усуллардан қўлланма. —Тошкент, Университет. 2006.
8. Алоев Р.Д., Шарипов Т. Сонли усуллардан маърузалар тўплами. БухДУ, 1995.

МИРЗО УЛУҒБЕК НОМИДАГИ
ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ

МЕХАНИКА – МАТЕМАТИКА ФАКУЛЬТЕТИ

«ТАСДИҚЛАЙМАН»
ЎзМУ Механика – математика
факультети декани

____
проф. Б.А. Шоимкулов
«____»_____________2010й.

Ҳисоблаш усуллари фани бўйича

5440200 - Механика йўналиши

4 – курс талабалари учун

ИШЧИ ЎҚУВ ДАСТУРИ

Умумий ўқув соати	- 150 с.
Шу жумладан:	
Маъруза	- 44 с.
Амалиёт машғулотлари	- 40 с.
Мустақил таълим соати	- 66 с.

Тошкент – 2010

Фаннинг ишчи ўқув дастури М.Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий Университети механика-математика факультети Параллел технологияларда ҳисоблаш усуллари кафедрасининг 2010 йил "26" августдаги ____ -сонли_мажлисида муҳокама этилди ва маъқулланди.

"Механика" таълим йўналиши намунавий ўқув дастури ва ўқув режасига мувофиқ ишлаб чиқилди.

Тузувчи: ф.-м.ф.н., доцент Ғ.П.Исматуллаев _______________
(имзо)

Тақризчи: ф.-м.ф.н., доцент А.А.Махмудов ________
(имзо)

Кафедра мудири: ф.-м.ф.д., проф. Х.А.Музафаров___________
(имзо)

Фаннинг ишчи ўқув дастури механика-математика факультети Илмий кенгашининг 2010 йил "____"________________даги ____-сонли қарори билан тасдиқланди.

Илмий кенгаш раиси:
2010 йил ________________
"____"_____________ Б.А.Шоимқулов
(имзо)

Кириш

Ҳисоблаш усуллари ҳозирги кунда кўпгина амалиёт масалаларини ечишда, айниқса, математик моделлари дифференциал тенгламалар терминида ифодаланадиган воқеа, жараёнларни тадқиқ қилишнинг ажралмас қисми сифатида муҳим ўрин эгаллайди. Бундай моделларни самарали реализация қилиш у ёки бу ҳисоблаш алгоритмларини танлаш ва компьютерда дастурлаш усуллари билан бевосита боғлиқ. Шу сабабли масалаларни ечишда тежамли ҳисоблаш усулларини танлай биладиган ва уларни компьютерда реализация қиладиган мутахассислар тайёрлаш катта аҳамиятга эга.

Ҳисоблаш экспериментидаги математик моделлаштириш билан ЭҲМда дастурлаш поғоналари орасида жойлашган сонли усуллар (дискрет модел ва ҳисоблаш алгоритми) математика, амалий математика ва информацион технологиялар, механика ҳамда статистика йўналишлари бўйича мутахассислар тайёрлашда муҳимдир.

Ушбу фан алгебра, математик анализ, оддий диференциал тенгламалар, математик физика тенгламалари фанлари билан чамбарчас боғлиқдир.

Маърузалар мазмуни (44 соат)

Хатолик назарияси. Хатоликлар тури ва уларни ҳисоблаш.Функция хатолиги.

Функцияларни яқинлаштириш. Интерполяция масаласининг қўйилиши. Лагранж интерполяцион купхади ва унинг қолдиқ ҳади. Айирмалар нисбати ва уларнинг хоссалари. Тенгмас ораликлар учун Ньютон кўпҳадлар. Сплайнлар билан яқинлашиш. Ўртача квадратик маънода яқинлашиш (узлуксиз ҳол). Ортогонал кўпҳадлар системаси. Баъзи ортогонал кўпҳадлар ва уларнинг хоссалари. Жадвал кўринишида берилган функцияларни ўртача квадратик яқинлаштириш.

Тақрибий интеграллаш. Интерполяцион квадратур формулалар. Трапеция ва Симпсон квадратур формулалари уларнинг хатоликлари. Чебишев ва Гаусс типидаги квадратур формулалар. Каррали интегралларни тақрибий интеграллаш усуллари.

Алгебраик ва трансцендент тенгламаларни тақрибий ечиш. Тенглама илдизларини чегаралари. Илдизларни ажратиш. Ньютон методи, ватарлар методи, итерация методи. Метод хатолиги ва яқинлашиш тезлиги. Чебишев усули.

Чизиқли алгебранинг тақрибий усуллари. Чизикли алгебрадан баъзи маълумотлар. Оддий итерация ва Зейдел усуллари. Методларнинг яқинлашиш шартлари. Хос сон ва хос векторларини топишда Крылов, Данилевский усуллари. Матрицанинг хос сон ва хос векторларини топишнинг қисмий муаммоси.

Оддий дифференциал тенгламаларга қўйилган Коши масаласини тақрибий ечиш. Эйлер ва Рунге—Кутте усуллари. Коши масаласини ечишда кўп қадамли методлар, уларнинг якинлашиши ва турғунлиги. Адамс формулалари.

Оддий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалаларни сонли ечиш. Ҳайдаш усули. Отиш усули. Тўр усули. Яқинлашиш ва турғунлик.

Хусусий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалани сонли ечиш. Эллиптик типдаги тенгламани тўр усули билан ечиш. Чегаравий шартларни аппроксимация этиш. Гиперболик ва параболик типдаги тенгламани тўр усули билан ечиш. Ошкор ва ошкормас схемалар. Яқинлашиш.

Чегаравий масалаларни ечишда вариацион ва проекцион усуллар. Ритц методи. Коллокация, Галеркин, кичик квадратлар усули. Чекли элементлар усули.

Интеграл тенгламаларни тақрибий ечиш. Интеграл тенгламаларни тақрибий ечиш квадратуралар усули.

Амалий машғулотлар мазмуни (40 соат)

Хатолик назарияси. Хатоликлар тури ва уларни ҳисоблаш.Функция хатолиги.

Функцияларни яқинлаштириш. Лагранж интерполяцион купхади ва унинг қолдиқ ҳади. Тенгмас ораликлар учун Ньютон кўпҳадлар. Сплайнлар билан яқинлашиш. Ўртача квадратик маънода яқинлашиш (узлуксиз ҳол). Ортогонал кўпҳадлар системаси. Баъзи ортогонал кўпҳадлар ва уларнинг хоссалари. Жадвал кўринишида берилган функцияларни ўртача квадратик яқинлаштириш.

Тақрибий интеграллаш. Интерполяцион квадратур формулалар. Трапеция ва Симпсон квадратур формулалари уларнинг хатоликлари. Чебишев ва Гаусс типидаги квадратур формулалар. Каррали интегралларни тақрибий интеграллаш усуллари.

Алгебраик ва трансцендент тенгламаларни тақрибий ечиш. Тенглама илдизларини чегаралари. Илдизларни ажратиш. Ньютон методи, ватарлар методи, итерация методи. Метод хатолиги ва яқинлашиш тезлиги. Чебишев усули.

Чизиқли алгебранинг тақрибий усуллари. Чизикли алгебрадан баъзи маълумотлар. Оддий итерация ва Зейдел усуллари. Методларнинг яқинлашиш шартлари. Хос сон ва хос векторларини топишда Крылов, Данилевский усуллари. Матрицанинг хос сон ва хос векторларини топишнинг қисмий муаммоси.

Оддий дифференциал тенгламаларга қўйилган Коши масаласини тақрибий ечиш. Эйлер ва Рунге – Кутте усуллари. Коши масаласини ечишда кўп қадамли методлар, уларнинг яқинлашиши ва турғунлиги. Адамс формулалари.

Оддий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалаларни сонли ечиш. Ҳайдаш усули. Отиш усули. Тўр усули. Яқинлашиш ва турғунлик.

Хусусий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалани сонли ечиш. Эллиптик типдаги тенгламани тўр усули билан ечиш. Чегаравий шартларни аппроксимация этиш. Гиперболик ва параболик типдаги тенгламани тўр усули билан ечиш. Ошкор ва ошкормас схемалар. Яқинлашиш.

Чегаравий масалаларни ечишда вариацион ва проекцион усуллар. Ритц методи. Коллокация, Галеркин, кичик квадратлар усули.

Мустақил таълим мавзулари

Ишчи ўқув дастурининг мустақил таълимга оид бўлим ва мавзулари	Мустақил таълимга оид топшириқ ва тавсиялар	Ҳажми (соатда)
Функцияларни яқинлаштириш	Тенг оралиқлар учун Гаусс, Стирлинг ва бошқа интерполяцион кўпҳадлар.	8
	Тригонометрик функцияларни ўртача квадратик маънода яқинлаштириш (узлуксиз ва дискрет ҳоллар).	6
Тақрибий интеграллаш	Каррали интегралларни тақрибий ҳисоблаш усуллари. Монте Карло усули.	6
Чизиқли алгебранинг тақрибий усуллари	Чизиқли алгебраик тенгламалар системасини ечишда градиентлар методи.	6
	Матрицанинг характеристик кўпҳадини топишда ҳошиялаш усули.	6
Алгебраик ва трансцендент тенгламаларни тақрибий ечиш	Алгебраик ва трансцендент тенгламаларни тақрибий ечишнинг график, оралиқни тенг иккига бўлиш ва ватар усули.	8
Оддий дифференциал тенгламаларга қўйилган Коши масаласини	Адамснинг иккинчи ва учинчи тартибли ошкор ва ошкормас формулаларини келтириб чиқариш.	8

тақрибий ечиш		
Оддий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалаларни сонли ечиш	Оддий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалаларни тўр усули билан ечишда яқинлашиш ва турғунлик.	6
Чегаравий масалаларни ечишда вариацион ва проекцион усуллар	Эллиптик турдаги хусусий ҳосилали дифференциал тенглама учун чегаравий масалани ечишда Ритц, коллокация, Галеркин, кичик квадратлар усуллари.	12
	Жами:	**66**

Ўзлаштириш назорати

ОН №1	ОН №2	ЯН	ЖН			Жами
			Уй топшириқлари	Мустақил топшириқлар	Дарслардаги иштироки ва фаоллиги	
15	**15**	**30**	**15**	**15**	**10**	**100**

Асосий адабиётлар

1. Исроилов М.И. Ҳисоблаш методлари. Тошкент, Ўқитувчи, 2000.
2. Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырний П.И. Вычислительные методы высшей математики. 1,2—том. Минск, Высш. школа. 1972, 1975.
3. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. —М., Наука. 1989.

Қўшимча адабиётлар

1. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. Т. 1. М.: Физматгиз. 1962.
2. Самарский А.А. Введение в Численные методы. —М., Наука. 1987.
3. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М., Наука. 1989.
4. Бахвалов Н.С. Численные методы. —М., Наука. 1987.
5. Сборник задач по методам вычислений. Под редакцией Монастырного П.И. Минск, Высща школа. 1983.
6. Исматуллаев Ғ.П., Жўраев Ғ.У. Ҳисоблаш усулларидан методик қўлланма. Тошкент, Университет. 2005.
7. Исматуллаев Ғ.П., Пўлатов С.И., Фаязов қ.С. Сонли усуллардан қўлланма. —Тошкент, Университет. 2006.
8. Алоев Р.Д., Шарипов Т. Сонли усуллардан маърузалар тўплами. БухДУ, 1995.

3. Календар иш режаси

МИРЗО УЛУҒБЕК НОМИДАГИ
ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ

МЕХАНИКА–МАТЕМАТИКА ФАКУЛЬТЕТИ

«ТАСДИҚЛАЙМАН»
ЎзМУ Механика–математика
факультети декани

____
проф. Б.А. Шоимкулов
«____»______________2010й.

Ҳисоблаш усуллари фани бўйича

5440200 - Механика йўналиши

4–курс талабалари учун

КАЛЕНДАР ИШ РЕЖАСИ

Умумий ўқув соати	- 150 с.
Шу жумладан:	
Маъруза	- 44 с.
Амалиёт машғулотлари	- 40 с.
Мустақил таълим соати	- 66 с.

Тошкент – 2010

Тр	Мавзулар	Жами	Маъруза	Амалий машғу-лотлар
1	*2*	*3*	*4*	*5*
1	Хатоликлар тури ва уларни ҳисоблаш.Функция хатолиги.	2	1	1
2	Интерполяция масаласининг қўйилиши.	2	2	0
3	Лагранж интерполяцион купхади ва унинг қолдиқ ҳади.	2	0	2
4	Айирмалар нисбати, чекли айирмалар ва уларнинг хоссалари.	2	2	0
5	Айирмалар иштирокидаги интерполяцион купхадлар	2	0	2
6	Сплайнлар билан яқинлашиш.	2	1	1
7	Ўртача квадратик маънода яқинлашиш (узлуксиз ва дискрет ҳол) .	3	1	2
8	Интерполяцион квадратур формулалар.	2	1	1
9	Чебишев квадратур формуласи.	2	1	1
10	Гаусс квадратур формуласи	2	1	1
11	Каррали интегралларни тақрибий Ҳисоблаш	3	1	2
12	Тенглама илдизларини чегаралари.	2	1	1
13	Илдизларни ажратиш.	2	1	1
14	Ньютон ва ватар усули.	3	1	2
15	Итерация усули. Методлар хатолиги ва яқинлашиш тезлиги.	3	2	1
16	Чебишев усули.	3	2	1
17	Чизикли алгебрада баъзи маълумотлар. Оддий итерация ва Зейдель усули.	4	2	2
18	Методларнинг яқинлашиш шартлари. Матриицанинг хос сон ва хос векторини топишда Крилов усули.	2	1	1
19	Матрицанинг хос сон ва хос векторларининг кисмий муаммоси.	4	2	2
20	Коши масаласини ечишда Эйлер методи ва унинг морифинацияси. Рунге – Кутта усули	4	2	2
21	Коши масаласини ечишда кўп қадамли методлар, уларнинг яқинлашиши ва турғунлиги.	4	2	2
22	Адамснинг ошкор методи.	3	1	2

	Адамснинг ошкормас методи.			
23	Тўр усули, тўр тенгламаларни системасини ҳосил қилиш. Хатолиги.	3	2	1
24	Ҳайдаш усули. Яқинлашиш ва турғунлик.	4	2	2
25	Эллиптик типдаги тенгламаларни тўр усули билан ечиш. Чегаравий шартларни аппроксимация этиш.	6	2 2	1 1
26	Параболик ва Гиперболик типдаги тенгламани тўр усули билан ечиш. Ошкор ва ошкормас схемалар.	4	1 1	1 1
27	Ритц методи методи ва унинг яқинлашиши.	3	2	1
28 29	Кичик квадратлар, Галеркин, коллокация методлари.	3	2	1
30 31	Интеграл тенгламаларни тақрибий ечиш	3	2	1
	Жами:	**84**	**44**	**40**