

51

51(07)

796

Н. Ж. ТҮЙЧИЕВ

# БИЗНЕСДА ИҚТИСОДИЙ МАТЕМАТИКА УСУЛЛАРИ

*Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим  
вазирлиги олий ўқув юртлари талабалари учун ўқув  
қўлланма сифатида тавсия этган*

П. 2622

2032878

ЎҚУВ ЗАЛИ

TATU  
KUTUBXONASI

ТОШКЕНТ  
«ЎЗБЕКИСТОН» НАШРИЁТ-МАТБАА ИЖОДИЙ УЙИ  
2004

51'33(075)

Мазкур китобчада халқ ҳужалигида, хусусан бозор иқтисодига утган тизимда ҳар хил соҳалардаги масалаларнинг энг оптимал: энг самарадор, энг арзон, энг даромадли ва энг яхши вариантнинг математик усулда топниш мумкинлиги амалий мисоллар, ҳикоялар ва воқеалар асосида соддалаштириб кўрсатилган.

Китоб олий ва урта махсус ўқув юртлари талабаларига, қолаверса тадбиркорлик фаолиятини юритувчи барча китобхонларга мўлжалланган.

Муҳаррир: Ю. Музаффархужаев

T 0605010404-92 2004  
354(05)2004

ISBN 5-640-02957-9

© «ЎЗБЕКИСТОН» НМИУ, 2004

О'QUV ХАЛИ

## 1. УМУМИЙ МАЪЛУМОТ

### 1. Кириш

Қаранги, математика фанининг салоҳияти катта бўлиши ва унинг узоқ тарихга эга эканлигига қарамасдан оптимал (мақбул) ечим масалаларини еча оладиган усуллар бор-йўғи олтмиш йиллар муқаддам яратила бошланди.

Ушбу йуналиш иқтисодий математика усуллари номи-ни олиб, унга академик Л. В. Кантарович аёвсиз ёлди. У биринчи бўлиб 1939 йилда чизиқли математик-дастурлаш усулини таклиф қилди.

Таклиф қилинаётган билимлар «Етти улчаб, бир кес» мақолига мос келади, китобчада асосан «етти улчасангда энг самарали кес» деган луқма бор.

Уттизинчи йилларнинг охирларида собиқ иттифоқда саноат жадал ривожланиб, тараққий топган хорижий давлатлар даражасига кўтарилган ва баъзи курсаткичлар бўйича рақобат қилишга кодир бўлиб қолган эди.

Бу даврда Ленинград мебел корхонаси шу шаҳарнинг номдор Ленинград Давлат Университети олимларига турли хил мебеллар учун ишлатишда қиммат тушадиган Финляндия фанераси қандай бичилса чиқинди кам чиқади, деган масала билан мурожаат қилди. Бундай ва шу каби муаммолар илгари ҳам мавжуд бўлсада, бундай масалаларни ечадиган математик усуллар йўқ эди. Масала содда кўринсада, унинг шартлари муаммони мураккаблаштирар эди. Ҳақиқатан ҳам фанерани бичишда ҳар хил шартлар (техник имкониятлар, қирқиладиган юза улчамлари, фанеранинг ҳажми ва ҳ. к.) қўйилган эди.

Бу антиқа масалани ўша университетнинг аспиранти, ёш олим Л. В. Кантарович мавжуд математик усуллар ёрдамида ечиб бўлмаслигини, унга ёрдамчи аппарат (Лагранж

купайтмаси)дан фойдаланиш кераклигини исботлади ва юқорида қўйилган (ва бошқа) масалаларни ечишнинг оптимал (мақбул) вариантини топишга муяссар бўлди. Бу масалани олим кўпгина муҳим муаммоларни ечиш имконини берадиган «Қорхона режаси ва уни ташкил қилишда математик усуллар» монографиясида келтиради.

Бу усуллар ҳозирги даврда кенг тарқалди ва катта аҳамиятга эга бўлиб қолди. Л.В. Кантарович 1965 йил В.С. Нимчинов, проф, В.В. Новожиловлар билан иқтисодий математика усулларини яратганликлари учун давлат мукофотлари ва 1975 йил америкалик олим проф. Т. Купмансон билан бирга Нобел мукофотига сазовор бўлишди.

Сунгги 20 йил давомида жумҳуриятимизда иқтисодий математика фани тез ривожланди ва кенг тарқалди. Бу фаннинг ривожланишига Ўзбекистон Фанлар Академиясининг Кибернетика, Иқтисодиёт Университети, Миллий Университет, Тошкент архитектура қурилиш ва Тошкент Давлат Авиация Институтларининг олимлари катта ҳисса қўшдилар. Кейинги даврда бу фан олий ва ўрта махсус ўқув юртларининг дастурларига алоҳида фан сифатида киритилган.

Иқтисодий математик усуллар бозор иқтисодида жуда қўл келади, чунки бундай тизимда рақобатда энг самарадор, энг даромадли ва энг яхши ечим — оптимал (мақбул) ечим ютиб чиқишга асос бўлади.

Оптималлаштириш назарияси: Бошқарув — Кибернетика — Ечим қабул қилиш — Операцияларини тадқиқ қилиш фанларининг ташкилий қисми ҳамдир.

Республикамизнинг бозор иқтисоди тизимига ўтиши муносабати билан оптималлаштириш, яъни иқтисодий математика фанидан чуқур, кенг ва самарали фойдаланиш зарурияти туғилди. Шунинг учун бу фан деярли ҳамма таълим йўналиши ва мутахассисликларга жорий қилиниши мақсадга мувофиқдир. Таълим тизимига жорий қилинаётган иқтисодий математика фанида асосан унинг назарий қисми, усулларининг моҳиятлари келтирилган бўлса, ушбу ўқув қўлланмада шу усулларни қўллашдаги самарани кўрсатишга асос бўладиган мисол ва масалалар оммавий тарзда, кизиқарли ҳикоялар кўринишида келтирилган.

Бозор иқтисоди бўйича мавжуд адабиёт математик мураккаблиги билан фарқ қилади. Ундан ташқари адабиётларнинг асосий қисми рус тилида чиққанлиги ўзбек китобхонининг шу фанни ўрганишига ва ундан амалий фойдаланишига кенг имкон бермайди.

Мазкур ўқув қўлланмаси «минг бир бизнес» номи билан 2001 йилда чоп этилган китобча асосида, талабларнинг қизиқишларини инobatга олган ҳолда Олий ва ўрта махсус таълим Вазирлиги режаси асосида қайта чоп этилди.

Мазкур китобнинг асосий мақсади кенг доирадаги китобхонлар, тадбиркорлар ва ишлаб чиқарувчиларнинг ўз фаолиятларида муваффақиятга эришишлари учун бизнесни режалаштиришда илмий ёндашувдан фойдаланиш, ишончли иқтисодий ва бошқарув йўллари танлай билишлари ҳамда ҳар бир оилада тадбиркорликка қизиқиш уйғотишдир.

Китобча маълум математик тайёргарликка эга бўлган иқтисод ва математика дарслари утиладиган ўрта махсус ва олий ўқув юртлари талабаларига мулжалланган бўлиб, унда турли масалаларни ечиш имкониятига эга бўлган содда математик усуллар кўрсатилган.

Фермерлар, коммерсантлар ва бошқа ишбилармонлар тажрибасининг ортиши ўзаро рақобатни кучайтиради, бу эса даромаднинг ортишига имконият туғдиради. Ўз навбатида бу аҳвол, умуман масала ечимининг самарадорлигини оширишга, хусусан товар сифатининг яхшиланишига сабабчи бўлади. Табиийки, бунда ишбилармонлар тажрибасининг ортишига, рақобатбардошликни оширишга, ҳамда ишлаб чиқаришдаги чиқимни камайтиришга олиб келадиган ҳол юзага келади.

Китобчада ёритилган муаммолар ва математик усуллар. халқ хўжалигининг ҳамма тармоқларида: саноатда, қишлоқ хўжалигида, транспорт, оилада ва бошқа соҳаларда кам харажат қилиб, катта даромад олиш йўллари (оптимал ечим) қидираётган мутахассисларга, ишбилармонларга ва кенг оммага жуда қўл келади.

Китобни тайёрлашда бир қанча олим ва мутахассисларнинг (А. Я. Ҳалмайзер, В. А. Абчук, А. А. Грешилов, Т. Шоди-

ев ва бошқалар) ишларидаги (1—10) мисол ва масалалардан кенг фойдаланилди.

Муаллиф дарсликни тайёрлашда катта ёрдам кўрсатган физика-математика фанлари номзоди, доцент Ризаевага ва муҳандислар А. Усманов, Ш. Абдувахобов, А. Муратовларга ўз миннатдорчилигини билдиради.

## 2. Ютуқ нимада?

Ҳаёт муаммоларини ҳал қилишда кўпинча энг яхши ечимлар борлигини инобатга олмаймиз. Бу ортиқча харажатга, имкониятни қўлдан бой беришга сабаб бўлади. Буни қўйидаги мисолдан кўришимиз мумкин.

Гозивой дала ҳовлисининг бир чеккасига қўшни уйи деворидан фойдаланиб қўйхона қурмоқчи бўлибди ва унинг атрофини ўрашга шаҳардан узунлиги 36 метрли сим тўр олиб келибди. Қўриш вақтида тўрни қандай ўраш кераклигини оила аъзолари билан маслаҳат қилибди.

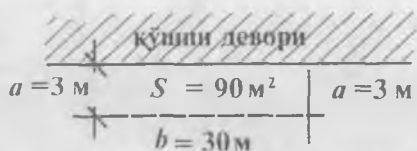
— Қўшни деворидан уч-тўрт метр масофада узун тўртбурчак шаклида ўралса, чиройлироқ бўлармиди? — дебди хотини.

— Асосийси — ажратиладиган майдон сатҳи энг катта бўлиши лозим, далада унинг чиройли бўлиши шарт эмас, — дебди математик бўлмоқчи бўлган ўғли.

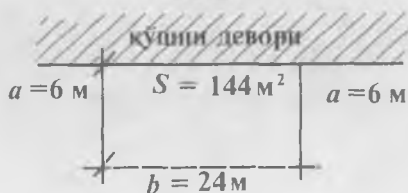
— Қандай ўрасангла, майдон сатҳи бир хил бўлмай-дими? — деб ўртага тушибди отаси, тўрга қараб.

— Йўқ адажон, мана қаранг, — деб ерга чизиб кетибди ўғил, агарда қўйхонанинг бир томони қўшни девори бўлиб, эни  $a = 3$  м бўлса, унда иккала эни 6 м, бўйи эса  $b = 36 - 6 = 30$  м га тенг бўлади, бу ҳолда ўраладиган юза  $S = a \cdot b = 3 \cdot 30 = 90$  м<sup>2</sup>, деб тушунтирибди (1-вариант). Агарда эни  $a = 4$  м бўлсачи, унда иккита эни — 8 м, бўйи эса  $b = 36 - 8 = 28$  м бўлиб, майдон сатҳи  $S = 28 \cdot 4 = 112$  м<sup>2</sup> бўлади. Қўрдингизми, шу тўрнинг ўзи билан ҳар хил майдонни ўраб олиш мумкин — деб завқланиб гапирди ўғил.

Буни эшитган сезгир она: «Балким бундан ҳам катта-роқ майдон сатҳини ажратиш мумкин-дир?» — деб ўғлига тикилди.



1 вариант



2 вариант

1-расм.

— Мана қаранг, деб угил яна бир вариантни таклиф қилди. — буйи 24 м. эни эса 6 м, бу ҳолда майдон  $S = 144 \text{ м}^2$  (2-вариант), ундан ҳам яхши, — деди.

Отаси:

— Уғлим энини узайтирган сари майдон сатҳи катта була-верса, жуда узун қуйхона булар экан, у бутун ҳовлини тутиб кетадику, — деса, угил.

— Йўқ, бунинг чегараси ҳам бор деб, — масаланинг математик ифодасини қоғоз-қалам билан ишлаб чиқди.

Қандай ечим (тўртбурчакнинг буйи ва эни) берилган тўрдан фойдаланиб қўшни девори орқасига энг катта сатҳ ажратади, яъни катта ютукқа олиб келади, деган саволга жавоб учун қуйидаги ифодаларни келтирамыз:

Айтайлик, ураб олинадиган майдон тўғри тўртбурчак бўлиб, эни  $x$  метр десак, бу ҳолда, буйи  $36 - 2x$  дир, чунки тўрнинг узунлиги 36 м эди. Бу, қидирилаётган  $S$  юзанинг қуйидаги математик ифодасини беради:

$$S = x(36 - 2x) \text{ м}^2 \quad (1)$$

Математикада узлуксиз тартибли функциядан ҳосила олиш асосида функциянинг экстремал (катта ёки кичик) счимини топиш мумкин.

Шу боғланишдан хусусий ҳосила олсак (VIII бобга қаранг), қуйидаги кўринишга эга функцияни ҳосил қила-миз:

$$S = x(36 - 2x)' = (36x - 2x^2) = 36 - 4x.$$

$S$  — ни нолга тенгласак,  $x^*$  — оптимал ечимни топса бўлади.

$$4x - 36 = 0 \text{ яъни } x^* = 9,0.$$

Демак, энг катта  $S = 162 \text{ м}^2$  юзага  $x = 9$  булганда эришиш мумкин экан. Яъни қидирилган тўртбурчакнинг эни  $a = 9 \text{ м}$ , узунлиги  $b = 18 \text{ м}$  булса, сатҳи энг катта қўйхона қуриш мумкин экан.

Куруниб турибдики, мақбул ечим юқоридаги 1 ва 2 вариантларга нисбатан 1,5 – 2,0 барабар кўп майдонни аниқлашга имкон беради. Уғил шу ҳисобларни кўрсатса дадаси билан онаси бир оғиздан: «Ўқитувчингга балли уғлим, мана буни ютуқ деса бўлади», деб миннатдор бўлишипти.

Маълумки, бундай масала ва муаммолар ҳаётда жуда кўп учрайди ҳамда уларни мақсадга мувофиқ тарзда ечиш катта ютуқларга олиб келади.

### 3. Алдовсиз ютуқ

Илмий ёндашиш асосида ҳар қандай масалада ютуққа эришиш мумкинлиги ҳаммага аён. Аксарият гаровда, лотереяда ва бошқа шу каби уйинларда катта ютуққа эришиш мумкин.

Албатта, ютуқ омадга, тасодифга боғлиқ булса-да, у маълум бир қонуниятга бўйсунганини исботлашга ҳаракат қилайлик.

Битта, иккита, учта тош ташлаб уйналадиган уйин (шошқол) Шарқ, Европа ва бошқа мамлакатларда кенг тарқалган. Булар орасида энг кўп учрайдиган уйин уч тошлигидир, унинг шарти жуда қизиқ. Ҳикояни эшитинг:

— Ҳар бир уйновчи бир сўм қўйиб, ун сўм ютиши мумкин. — деб ҳаммани ўзига қаратарди бир йигитча бозорда, учта тошни уртага ташлар экан. Иккинчиси уйин қондасини тушунтирарди:

— Ютмоқчи булсанг бир сўм қўй ва уччала тошни думалат, шунда ютуқ сеники бўлиши мумкин.



Ҳар бир кубсимон тошда олтита томон мавжуд: уларга тартиб билан 1, 2, ..., 6 рақамлари ёзиб қўйилган бўлади. Ҳар бир чиққан рақам очко деб ҳисобланган.

— Қаранглар, чиққан очколар йиғиндиси 1,5 сўмдан 10 сўмгача ютуқ беради, — деб фанерага бўр билан ёзилган жадвални кўрсатарди, йигитча.

1-жадвал

Очколар йиғиндиси	3	4	5	6	7	8, 9, 10, 11, 12	14	15	16	17	18
Ютуқ ҳажми, сўм	10	5	3	2	1,5	0	1,5	2	3	5	10

Бу ютуқли ўйинни кўрган ишқибозлар сўм тўлаб, кетма-кет тошларни думалатишар, атрофдаги мухлислар кулги ва ишқибозлик билан ўйинни томоша қилишар эди. Баъзилари 7 ёки 14 очко тўплаб, 50 тийинга бойишар, ҳар замонда 5, 6, 15, 16 очколар тушиб, бир ёки 2 сўм қўшимча ютишарди, аммо кўпчилик ишқибозлар ютуқсиз кетишарди.

Оқибатда ютмаганлар тошларни қайта ташлаб кўришар, ундаги сонларни санашарди. Афсуски, тошлар бир хил бўлиб, ҳамма талаб қонунларига мослигини кўришгач, қўл силтаб кетишар ёки яна ўйинни давом эттиришарди.

Хўш, бу ерда ютуқнинг сирини нимада? Бунинг учун бу содда кўринган ўйиннинг арифметикасини куриб чиқамиз. Масалан, фақат бир тошни ташлаб бир, икки уч, тўрт, беш ва олти очко олиш мумкин. Ҳар бир сон чиқиши бир хил эҳтимолликка эга, яъни олтита рақамнинг ҳар бири  $1/6$  эҳтимоллик билан чиқади.

Агарда иккита тошни олсак, бу ҳолда  $6 \cdot 6 = 36$  хил вариантга эга бўлинади ва умуман қуйидаги рақамлар қайд қилинади (2-жадвал).

Иккита тошдан очколар сопи						
1 тош 2 тош	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Кўриниб турибдики, 2 очко фақат бир мартагина тушиши мумкин экан, 8 очко эса беш марта. Демак 8 очко 2 очкога нисбатан беш марта куп тушади. Агар ҳар очконинг чиқиш эҳтимоллигини аниқласак, яъни 2 рақами  $p(2) = 1/36$  ( $6 \cdot 6 = 36$  вариантдан), бу ерда  $p$  французча — «эҳтимоллик» сўзининг биринчи ҳарфидан олинган. 2-жадвалдаги ҳадларнинг эҳтимолликлари қуйидагичадир.

$p(3) = 2/36; p(4) = 3/36; p(5) = 4/36; p(6) = 5/36; p(7) = 5/36;$   
 $p(8) = 5/36; p(9) = 4/36; p(10) = 3/36; p(11) = 2/36$  ва ниҳоят  
 $p(12) = 1/36;$

Агарда 13 очко олмоқчи бўлсангиз, икки тош билан бу очкони олиш мумкин эмас албатта:  $p(13) = 0$ , бу деган сўз мумкин бўлмаган эҳтимоллик  $p(мб) = 0$ , аксинча, теска-риси, аниқ бўлган воқеанинг эҳтимоллиги 1 га тенгдир.

Муҳокамани 3 тошлик ўйин ҳақида давом эттирсак, учта тош билан ўйин  $6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$  вариантдан иборат-дир: яъни 3, 4, ..., 15, 16, 17, 18 бўлиб, 3 очко фақат бир марта  $(1 + 1 + 1) = 3,5$  очко эса олти марта тушиши мумкин.

Қуйида 5 очко вариантлари келтирилган:

$$1 + 1 + 3 = 5$$

$$1 + 3 + 1 = 5$$

$$3 + 1 + 1 = 5$$

$$1 + 2 + 2 = 5$$

$$2 + 2 + 1 = 5$$

$$2 + 1 + 2 = 5$$

Агарда 10 (11) очко керак бўлса 27 вариантда, 9 (12) очко 50 вариантда чиқиши мумкин. Демак, энг кўп тушадиган очколар: 8, 9, 10, 11, 12, 13 бўлиб, буларга ютуқ белгилаш фойдасиздир (1-жадвалга қаранг).

Кўриниб турибдики, бу ўйинда фақат ўйин эгаси ютади. Шунинг учун яхшиси бу ўйинни ўйнамаган маъқул.

#### **4. Қишлоқ хужалиги маҳсулотини консервациядан даромад**

Маълумки, қишлоқда йилнинг баъзи ойларида иш бошқа ойлардагига нисбатан анча кам бўлади. Аҳамият берсак, ишламаган вақтдаги оила харажатлари ишлаган вақтидагидан бир мунча кўп ҳам экан.

Хўш, қандай қилиб қишлоқ аҳли шундай вақтда (айтайлик қиш даврида, бординги, хоҳлаган даврда) ишлаши ва қўшимча даромад олиши мумкин?

Бу муаммони ҳал қилиш йўлларида бири қишлоқ хужалик маҳсулотини вақтида арзон нархларда сотишдан сақлаш имконини беради. Маълумки, баъзи давлатлар, хусусан Болгария, шу йўлдан бориб, ўз деҳқонларини бойитди ва жаҳонга танилди.

Матғози ака бригада бошлиқларини йиғиб:

— Мен Болгарияда бўлиб, шунинг гувоҳи бўлдимки, улар умуман чиқинди чиқармай помидор дейсизми, гармдори ва бодринг дейсизми, кукатлар ёки саримсоқ пиёз дейсизми, қўйинги, ҳамма қишлоқ хужалик маҳсулотларини банкларга жойлаб консерва қилишар экан, — деди.

— Э, бу Болгарияда шунақа бўлса, бизда бундай шартшароит қани, бизда ҳамма яхши умидлар билан бошланган ҳаракат охирига етмай барбод бўлади. Қўйсангчи, ўзи-

мизнинг ота-бобомиз қилганини қилаверсакчи, — деб атрофдагиларга қараб қўйди Мустафо полвон.

Бу гапларнинг фойдали томонини кўзлаб, агроном Йўлчибой ўз раиси Матғози акани қўллаб:

— Бу жуда яхши, фойдали маслаҳат, менинг хабарим бор, қўшни вилоятда баъзи жамоа хўжаликларида бундай ишни аллақачон бошлашган. Фақат баъзи масалаларни олдиндан ҳал қилиш керак, хусусан консерва банкаси масаласи. Унга биз ўзимиз тунука топишимиз керак, чунки металл ҳозир энг муаммоли бир масала.

Шу фикрлар билан бригада аъзолари қишлоққа дам олишга келган олим Ҳошим акани шу ишга жалб қилишга келишдилар. Олим олдига қўйилган масаланинг шарти қуйидагичадир: металл банканинг шакли, ўлчамлари қандай бўлса, тунукани энг кам сарфлаш мумкин?

Ҳошим ака масалани диққат билан эшитиб, мен-ку тушундим, аммо ўзингиз қандай ўйлайсизлар, масалан, консерва банкасининг шакли шарсимон бўлиши мумкин, бу ҳолда унинг сиртқи юзаси энг кичик, ҳажми эса энг катта бўлади деди. Йўлчибой кулиб юборди.

— Бизга оддий банка бўлса ҳам бўлаверади, — деб уқтирмоқчи бўлди.

Шунда Ҳошим ака кулгига қўшилиб, деди:

— Албатта, шар кўринишида банка ясаш ҳозирча техник томондан мураккаб масала, шунинг учун энг яхши вариантлардан бири сизлар учун цилиндрсимон банкадир, бу ерда банканинг баландлиги ва диаметри орасидаги нисбат энг кам тунука сарфланишини таъминлаши мумкин.

— Менинг тушунишимча, энг катта ҳажмли ва энг кам тунука сарфланадиган банкалар ўлчамларини аниқлаш керак. Шундайми? — деди агроном.

Ҳа, деган тасдиқни олгач, қоғоз-қалам олиб қуйидагиларни тушунтира кетди:

— Мактабда қуйидаги ҳисоблашни ўргатишган эди, яъни банканинг сиртқи юзаси ( $S$ ) ни:

$$S = 2\pi rh + 2\pi r^2 \quad (1)$$

деб белгилаймиз, айти пайтда бу металл сарфидир; бу ерда  $r$  — банка асосининг радиуси,  $h$  — банканинг баландлиги.

Банка ҳажмини эса  $V = \pi r^2 h$  формула ёрдамида аниқлаш мумкин. Бундан банканинг баландлиги  $h = V/\pi r^2$  ни аниқлаб банка юзасининг юқоридаги ифодасига қўйсақ, банка сирти

$$S = 2\pi r V/\pi r^2 + 2\pi r^2 = 2V/r + 2\pi r^2 \quad (2)$$

ифода билан аниқланиши мумкин экан.

Бундай масалаларнинг энг катта (кичик) қийматларини ҳосила орқали топиш мумкинлиги мактабда ўргатилганлигини эсласак,

$$S'(r) = 4\pi r - 2V/r^2 = 2/r^2 (2\pi r^3 - V) = 0 \quad (3)$$

бўлади.

Бундан  $2\pi r^3 = V$  чиқади, ёки  $2\pi r^3 = V = \pi r^2 h$ ; бу ифодадан  $h = 2r$  натижа келиб чиқади, деб хулоса қилди Ҳошим ака.

Демак, шар ичига томонлари тиралган цилиндр энг кам тунука талаб қилар экан, шунинг учун мен дастлаб шар сўзини айтгандим, деди у.

Шу-шу баландлиги асосининг диаметрига тенг банка жамоа хўжалиги консерваси учун асос бўлиб, кўпдан-кўп муаммоларни ҳал қилишга ёрдам берибди. Бир йилда бир неча тонна тунукани тежашга эришганига хурсанд бўлиб, Матғози ака аҳён-аҳёнда бошқа корхонанинг банкаларини кўрсатиб мазах қилгандай, уларда тунука бемалол эканда, деб киноя ҳам қилиб қўярди.

## 5. Аҳмад юк етказишни режалаштирмоқчи

Буни қарангки, Аҳмаджон акани шаҳардаги янги ташкил бўлган «Зарафшон нон» савдо корхонасининг транспорт бўлими бошлиғи қилиб тайинлашди.

Унинг асосий иши ҳар куни шаҳардаги 3 та нон корхонасидан 5 та дўконга нон етказиб берилишини ташкил қилишдан иборат.

3-жадвалда бир суткада ҳар корхонада пишириладиган нон миқдори ва дўконларнинг нон олиш имкониятлари келтирилган.

Жадвалда нон корхонасидан дўконгача бўлган масофа (км) ҳам кўрсатилган.

3-жадвал

Нон корхоналари	Нон миқдори, (тонна)	Нон дўконлари, уларнинг имкониятлари ва масофа				
		1 25 т	2 20 т	3 15 т	4 55 т	5 35 т
<i>A</i>	50 т	25 (4)	20 (5)	5 (2)	(2)	(3)
<i>B</i>	40 т	(3)	16	10 (5)	30 (4)	(2)
<i>B</i>	60 т	(2)	(5)	(3)	25 (2)	35 (4)

Масаланинг моҳияти: 3 та нон корхонасидан ҳар хил масофада жойлашган 5 та нон дўконига нонларни ҳар куни кам харажат билан етказиш.

Минг афсуски, Аҳмаджон ака бундай масалалар билан олдин шуғулланмаган. Югуриб бош муҳандис олдига борди ва жадвални кўрсатди.

Бош муҳандис Юнус ака суради: Менга қара, шу ҳам муаммоми, шу пайтгача нон қандай ташилар экан?

— Билмадим, — деб жавоб берди Аҳмаджон ака.

Бош муҳандис Аҳмаджон акани ўтказиб маслаҳат бера бошлади.

— Мана, масалан, *A* дан 1-дўконга 25 тоннани, агар етса 20 т ни 2-дўконга, қолган 5 т ни эса 3-дўконга юборсак, шунинг нимаси қийин экан?

— Қолган дўконларчи? — деди ҳайрон бўлиб Аҳмаджон ака.

— Худди шу каби, 3-дўконга яна 10 т керак, 4 т ни 5-дан олиб борамиз. 4-дўконга қолганини, яъни 5-дан 30 т олиб борамиз. Курибсанки, *B* нинг нонини тақсимласак кифоя дедида 4-дўконга 25 ва 5-га 35 деб ёзиб қўйди.

— Э дўстим, олий маълумот билан шундай оддий масалани еча олмадингми? — деб кулиб ҳам қўйди.

Аҳмаджон ака бош муҳандис хонасидан чиқиб кетаркан, уйларди, қизиқ нега нон *A* дан 1-дўконга олиб бори-

лади, ахир  $A$  дан энг яқини 3 ва 4-дўконлар-ку, деган фикрда уз хонасига келди. Утириб, булган харажатни кўрсатадиган функция  $\Phi$  ни (йўл масофасини «нон оғирлиги  $Q$  га кўпайтириб  $\Phi(x) = \sum QL$  йиғиндини) аниқлади:

$\Phi = 4 \cdot 25 + 5 \cdot 20 + 2 \cdot 5 + 5 \cdot 10 + 4 \cdot 30 + 7 \cdot 25$ , ёки  $\Phi = 695$  ткм, (бу ерда тонна, · километр ткм деб белгиланган).

Бу кўпми ё камми, яхши билолмади. Шундан сўнг ўзи-ча бошқа вариант қидира бошлади. Биринчи дўконга энг яқин заводдан олиб борадиган булди,  $B$  дан 25 т,  $A$  дан 4-дўконга 25 т мулжаллади ва хурсанд булиб давом этди.

Бу ерда  $A$ ,  $B$ ,  $B$  лар нон корхоналари,  $L$  — заводлардан дўконгача масофа. Шунда

$$\Phi = 5 \cdot 20 + 2 \cdot 5 + 2 \cdot 25 + 5 \cdot 10 + 4 \cdot 30 + 2 \cdot 25 + 4 \cdot 35 = 520 \text{ ткм}$$

кўрсаткичга эришибди.

Қаранг-а шунча ютуқ, агар мисол учун 1 ткм харажати 100 сум булса,  $(695 - 520) \cdot 10 = 1750$  ткм иқтисод қилиниши мумкин. Демак, бутун  $B$  корхонанинг нонини 1- ва 3-дўконларга ташиш деярли текинга тушади.

Аммо, Аҳмаджон ака ютуқни кўргач яна бош қотира бошлади, ёмонми ҳар куни шунчадан тежам булса, бир йилда  $365 \cdot 17500 = 6$  млн 377 минг сум иқтисод қилса булади.

Аҳмаджон ака югуриб бош муҳандисга, сўнг директорга ҳисобини кўрсатади, улар албатта дарров ишонишгани йўқ.

Аҳмаджон ака ўзига унчалик ишонмай Тошкент давлат авиация институтини ҳисоблаш марказидаги дўсти билан учрашишга қарор қилди.

Дўсти унга бу ва шунга ўхшаш масалаларни кичик компьютерда ечиш мумкинлигини, бу «транспорт масаласи» деб номланишини тушунтирди. Аҳмаджон аканинг олдида рақамларни ЭХМ га киритиб ечимни 3—4 дақиқада олди. Машина ечими энг арзон вариант булиб, қуйидагича тақсимланган эди:

$$A4(50) \text{ т, } B4(5), B5(35) \\ B2(25) \text{ т, } B2(20), B3(15)$$

Шундай тузилган маршрутда умумий харажат:

$$\Phi = 2 \cdot 50 + 4 \cdot 50 + 2 \cdot 35 + 2 \cdot 25 + 5 \cdot 20 + 3 \cdot 15 = 385$$

ткм га тенг бўлди. Бу вариантдаги харажат, яъни биринчи вариантга нисбатан тежам  $(695 - 385) = 310$  ткм эди. Агарда ҳар 100 км га 20 л бензин кетишини инобатга олсак, бир йилда  $3,1 \cdot 20 \cdot 305 = 22630$  литр бензин иқтисод қилиниши мумкин эди.

Аҳмаджон ака институтдан қайтар экан, бош муҳандиснинг гапини эслар, агарда ҳар бир транспорт масаласи шу усулда ҳисобланса, қанча бензин, қанча машина вақти тежалиши мумкинлигини, машиналар бошқа бир қанча фойдали ишларни бажариши мумкинлигини уйларди. Эссиз қанча пул, бензин, одамлар иш куни бекорга кўчаларда қолиб кетишини куз олдига келтирди. Энг қизиғи, нон аҳоли қўлига тез, сифатли ва иссиқлигича етиб боришини айтмайсизми.

## II. ТўПЛАМ

Математикада умумлаштирувчи номлар қўлланилади, масалан, команда (футболчи-спортчилар), оломон (одамлар), колонна (автомашиналар) ва Ҳ. к. Бир нечта асосий хусусиятлари билан мужассамланувчи йигиндига *тўплам* деб ном берилган. Аксарият сон, нуқта ва алгоритм белгилари *математик тўплам* дейилади.

Тўплам, агарда унинг элементлари аниқ бўлса берилган деб қабул қилинади. Масалан, 9 га бўлинадиган икки хонали сонлар тўплами топилсин, деган шарт қўйилган бўлса, бу ҳолда бу тўплам қуйидагича бўлади: 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99, ёки шоирлар номи билан аталадиган шаҳар кўчалари тўғрисида А. Навоий, Ҳ. Олимжон, З. Фурқат... — тўпламни таҳлил қилса бўлади.

Аммо, баъзан, ноаниқ тўплам тўғрисида сўз юритиш ҳам мумкин.

### 6. Мантиқсиз буйруқ

Армияда командир Валижонни чақириб, — сен эшитишимча, олдин сартарош бўлиб ишлаган экансан, эрта-



га буладиган байрам олдидан ўз сафдошларингнинг соқолини олиб қуйсанг, фақат ўзи ололмайдиган кишиларникини. — деб қушиб қўйди.

Валижон кимлар тўғрисида гап кетаётганлигини аниқ тушунолмади, буйруқни қайта тушунтиришни суради.

— Нимаси тушунарли эмас, деди командир койиб. Валижон эса, — ўз соқолини ўзи ололмайдиганларнинг соқолини ол деяпсиз-ку, аммо...

— Нима аммо?

— Мен, — деди Валижон, ўзимнинг соқолимни нима қилай, уз соқолимни сизнинг буйруғингиз билан ўзим олишим керак, агарда ўзимнинг соқолимни ўзим олсам сизнинг буйруғингизга қарши чиққан бўламан.

Командир гап нимада эканлигини энди тушуниб, буйруқни аниқ бермаганидан изза бўлибди.

Ҳақиқатдан, буйруқ услуби тўпламни аниқ белгилай олмади, яъни Валижоннинг соқол олиши шарт бўлган аскарлар сони ноаниқ бўлиб қолди.

Бундан хулоса: Оптимал (мақбул) ечимни топиш учун қўйилган масала аниқ, ойдин ва мантиқли бўлиши шарт.

## 7. Одам Ато ва Момо Ҳавонинг қўйлари

Қуйидаги ҳикоя асосида А.Я. Халмайзернинг китоби [5] ётади. Унда «тўплам»га доир бир неча ҳикоялар киритилган, ушалардан бирининг мазмунини келтирамыз.

Қадим Замонда Одам Ато ва Момо Ҳаво яшаган экан, уларнинг асосий фаолиятларидан бири қуй боқиш бўлган экан. Одам ҳар куни эрта билан қўйларни дала-қирларга ҳайдаб, куни билан боқиб, кечга томон ҳайдаб олиб келар экан.

Йилдан йилга қўйлар сони сезиларли купайиб уларни бошқариш ва ҳисобини олиш мураккаблашиб кетибди. Аксарият Момо Ҳаво Одам даладан қўйларни кеч қайтариб келганда: «Қўйларнинг ҳаммасини қайтариб келдингми?» деган саволга тўлиқ жавоб ололмас экан. Бунга сабаб Одам Ато ҳам Момо Ҳаво ҳам ҳисобни билишмас экан.

Бир куни Одам қўйларни анҳордан кечиб ўтказганда ҳар бир ўтган қўйга қирғоқда битта тошдан халтага тўплай

бошлабди, кечкурун қайта ўтганда тошларни биттадан халтадан олиб-олиб қўйларнинг ҳаммаси қайтдимиди, сувдан кечиб ўтдимиди назорат қилиб борар экан. Келгусида Момо Ҳавонинг маслаҳати билан халтачага қора ва оқ тошлар туша бошлабди, қораси қўчқорлар учун оқи эса урғочи қўйларнинг ҳисоби учун фойдаланилар экан.

Ой ва йиллар ўтиб қўйларнинг сони ошиб борибди, халтадаги тошлар сони кўпайиб уни кўтариб юриш қийинлашибди.

Одам ҳисоб ишини осонлаштириш учун бир катта тошга ҳар бир қўйни белгилаш мақсадида чизиқ чизиш амалиётини қўллабди. Бу амал ҳам иш бермабди, чунки бир неча кунга узоққа кетганида уша ерда қўйларни санаш ва назорат қилишнинг иложи бўлмабди.

Шунда Одам терига ҳар бир қўй учун чизиқча чизишни одат қилибди. Бир терига қўчқорлар сонини, иккинчи терига эса урғочи қўйлар рўйхати — белгисини чизиб қўядиган бўлибди ва уларни ўраб олиб юрадиган бўлишпти.

Кунлардан бир кун: — Қўчқорларнинг сони кўпми? — деб сўрабди Одамнинг катта ўғли. Шунда Одам менда қўчқорлар кўпку-я, сенларда урғочилар қанчайкин, деб сўрабди. Улар ўртасида меники кўпроқ, деган бахс кетибди. Шунда Момо Ҳаво, шошилманглар иккала теридаги белгиларни бирма бир санангларчи, деб таклиф қилибди.

Одам ва унинг ўғли: бири, яъни Одам эркак қўйлар рўйхатини, ўғли урғочи қўйлар рўйхатини ўқиб кетибди ва ҳар гал биттадан чизиқларини учира бошлабдилар.

Ниҳоят, Одам чизиқларни учириб бўлганда ўғлининг қўлидаги терида битта ортиқча чизиқ чиқибди.

Одам буни кўриб бироз жаҳли чиққан бўлибди, чунки фарқи борлигини ҳаёлига келтирмаган экан.

### III. ЭҲТИМОЛЛИК

#### 8. Олчи ёки пукка?

Ҳар бир инсон ўзининг ёшлигини эъзозлаб, ҳаяжон билан эслайди, чунки ёшлик даври бу эркин ҳаёт, эркин фикр ва эркин вақт ўтказиш давридир.

Бир бола эшиги тагида юқорига танга отиб олчи (орел), ёки пукка (режка) ўйнаётган экан, қўшни йигит:

— Нима қилаяпсан? — деб қизиқпти.

— Тангани олчи тушишга ўргатаётиман, — дебди ва яна қайта отиб, — амаки мана уч марта кетма-кет отаман, танганинг қайси томони кўп тушади? — деб сўрабди.

Йигитча:

— Менку уч марта отганингда айтадиган гапим аниқ, аммо кўп марта отсанг тангани ҳар қайси томони қанча тушишини ҳам айтиб беришим мумкин, — дебди.

— Қандай қилиб, сиз узингизнинг хусусий тангаларингиз билан тажриба ўтказганмисиз?

— Йўқ тангаларда эмас гап, бунинг ҳисоб-китоби — математикаси бор. Агарда 10 марта отсанг, албатта пукка томони ёки тўрт марта ёки беш марта тушади, балким олти марта тушиши ҳам мумкин.

— Қандай математика бу, агарда 10 марта чикка тушса-чи?

— Мумкин, аммо бундай бўлишининг эҳтимоллиги жуда кичик, у деярли бўлмайди, текшириб кўришинг мумкин.

— Қандай текширса бўлади?

— Жуда осон, масалан 10 марта, 20 марта ёки 100 марта отиб кўр, ҳар гал натижани бир йула ёзиб борсанг ушанда кўрасан.

— Акажон буни сиз қаердан биласиз, нима сиз тангани ўргатганмисиз?

— Йўқ, тангани ўргатиб бўлмайди-ку, аммо ҳар бир нарсанинг ҳаётда ҳисоб-китоби бор. Масалан, математикада эҳтимоллик назарияси бор ва шу назария бўйича тангани қанча кўп отсанг, шунча кўп 50 фоизга яқин пукка ва 50 фоизга яқин олчи тушади.

— Ие, қандай математика экан бу, олдиндан айтиб берадиган, менда ҳам, ун марта отсам, ҳеч 10 та пукка тушадими?

— Албатта, бундай бўлиши қийин, — деб жавоб олди бола.

Эҳтимоллик назарияси XVII асрда математиканинг энг қизиқ, энг мураккаб ва энг долзарб йўналиши сифатида

дунёга келди. Бу назария қимор (карта, ошиқ, кубик ва хоказо) курунишдаги уйинларни ва асли ҳаётда кўп ва тез учрайдиган воқеаларни ўрганади ҳамда олдиндан натижаларини билишга имкон беради.

Эҳтимоллик назариясидан физик, химик, биолог, медик, тарихчи, қадимшунос, археологлар, тилшунос, авиатор, курувчи каби касблар эгалари кенг фойдаланишади.

Бу фан айниқса ишлаб чиқариш соҳаларида кенг қўлланилади. Корхоналар ишлаб чиқарадиган маҳсулотнинг сифатини ва техник асбоб-ускуналарнинг чидамлилигини аниқлашда фойдаланилади.

Хориждаги ривож топган (Франция, Япония каби) давлатларда эҳтимоллик назарияси фани мактабларда ўқитилади.

## 9. Мухлиса қайси қаватда яшайди?

Анвар анчадан бери Мухлиса кетидан кузатиб юрар, баъзида дугоналари билан кетаётган Мухлисанинг орқасидан уйигача кузатиб ҳам кўяр эди. Ниҳоят кунлардан бир куни мактабни тугатиш кечасидан қайтаётганда, Анвар Мухлисани кузатиб уйигача бирга борди. Шунда Мухлиса:

— Булди, мен уйимга келдим, бизники лифт эшиги қаршисида деб 9 қаватли уйнинг йўлаги олдида тўхтади.

Албатта Анвар кўп нарсаларни, унинг телефонини, уй рақамини, қайси қаватда туришини билгиси келарди, чунки ўқиш тугагач Мухлисани йўқотиб қўйишдан ҳавотирда эди. Аммо Мухлиса унинг саволларига жавоб бергиси йўқ эди.

Шундай бўлса, ҳам қайси қаватда яшайсиз, деб сўради.

— Топингчи! — деди кулиб қиз.

Анвар ўзича юқори қаватларда яшаса керак деб ўйлади ва лифтда 2-қаватнинг тугмачаси йўқлигини кўриб, математик таҳлил қила бошлади.

— Агарда топсам аниқлигини тасдиқлайсизми? — сўради Анвар.

— Жавобим «ҳа» ва «йўқ» бўлади деб, шарт қўйди қиз:

— Ҳамма қаватларини биттадан сурамайсиз, умуман учта саволгагина жавоб бераман деб, — кулиб қўйди у.

Йигит уйланиб қолди, чунки шарт анча мураккаб эди-да. Анвар энди 3-қаватдами деб сурамоқчи эди, уйланиб қолди. чунки бор-йўғи учта савол беришга ҳаққи бор эди. Агарда шу саволига йўқ жавобини олса, тўғри жавобнинг эҳтимоллиги  $3/7$  бўлиб, у қийин аҳволда қолар эди.

Шунинг учун уйланиб баъзи ҳисоб-китобдан сўнг:

— Сиз 6 қаватдан пастда яшайсиз! — деб қизга тикилди.

— Йўқ.

Демак, паст қаватларни инобатга олмаса ҳам бўлади деб, иккинчи саволни берди: — Сиз 8 қаватдан пастда яшайсиз, тўғрими? — деди.

— Ҳа.

Булди топдим, демак 6 қаватда эканда, — деган эди.

— Йўқ — деб қизча йигитга қаради.

Шу тариқа Анвар қизнинг 7-қаватда яшашини аниқлади ва хурсанд бўлиб, иккаласи мамнун хайрлашишди.

Анвар уйга келиб бўлган воқеани эслар, ўзича математик талқин қилар ва янгилишмаганлигидан суюнар эди. У ҳамма бўлиши мумкин бўлган вариантларни кўриб чиқиш ва баҳо бериш учун қуйидаги жадвалларни тузди (4-жадвал).

4-жадвал

Керакли қаватни қидириш				
Жавоб	Жавоб	Қават	Жавоб	Қават (натижа)
Ҳа	Ҳа, Ҳа	III	Йўқ, Ҳа, Ҳа	VII
Ҳа	Ҳа, Йўқ	IV	Йўқ, Ҳа, Йўқ	VIII
Ҳа	Йўқ, Ҳа	V	Йўқ, Йўқ, Ҳа	IX
Ҳа	Йўқ, Йўқ	VI		

У, агарда «Ҳа» сўзи «О», «йўқ» сўзи «1» деб — ифодаланса, яна бир жадвал тузиш ва 0 дан 7 гача ифодалаш мумкин эканлигига ишонч ҳосил қилди (5-жадвал).

Керакли қаватни қидириш						
000	001	010	011	101	110	111
0	1	2	3	5	6	7

Умуман «Ҳа» — (0), ва «Йўқ» — (1) деб белгилаш мурраккаб масалаларни ЭҲМда ҳисоблаш имконини беради ва ҳисоблашда катта имкониятларга эришилади.

### 10. Математик Комилжон учрашувга шошиляпти

Комилжон ўзининг шахсий юмушларининг, уйдаги хизматларнинг, боз устига бува ва бувиларининг топшириқларининг кўплигига қарамай мусиқага, санъатга ҳам жуда ишқибоз. Шу ишқибозлиги туфайли, у ёш, ўзига ўхшаган вақти тежовглик Хуршида билан танишиб қолди. Куйида уларнинг телефон орқали гаплашган суҳбатлари, учрашувга шошиляётгандаги мулоқотлари келтирилган;

— Комилжон ака эртага консерваториядаги ижодий учрашувга борадиган буляяпсизми?

— Ҳа албатта

— Мени олакета оласизми?

— Йўқ, лекциядан чиқиб марказга ўтаман, ундан сўнг етиб боришга ҳаракат қиламан.

— Ана кўрдингизми, яна вақтингиз йўқ. Дугоналарим устимдан кулишади, келиб олиб кетмайдими, дейишади.

— Майли унда консерваториянинг олдида кўриша қолайлик.

— Қаерида?

— Консерваториянинг қаршисидаги китоб магазинида, деди Комилжон.

— Қаерда?! Эшигининг тагида бўзрайиб тургим йўқ.

— Бўзрайишга ҳожат йўқ. Ким олдин келса китоб магазини ичида китобларни куриб туриши мумкин, деб жавоб берди Комилжон.

— Хўп, соат нечада? Тагин ҳамма китобларни ўқиб чиқишга тўғри келмасин.

— Йўқ, балким мен олдин борарман, мен машинадаман, адамлардан амаллаб олдим.

— Яхши, нечага бор дейсиз?

— Бир аниқ вақтни айтишим қийин, аммо 18<sup>00</sup> дан 19<sup>00</sup> гача етиб бораман.

— Оббо, айтдимку китобларни анчасини ўқишимга тўғри келмаса деб, бир соат кутишнинг ўзи бўладими?

— Булмасам иккаламиз ҳам 17<sup>40</sup> билан 18<sup>40</sup> орасида келишга ҳаракат қиламиз, шунда 20 минутча кутиш, булмаса консерваторияга кириб кетавериш.

— Тушунмадим, мен 17<sup>40</sup> да келсам, сиз жаноблари 18<sup>40</sup> да, унда қандай қилиб мен фақатгина 20 минут кутган бўламан ўртоқ математик?

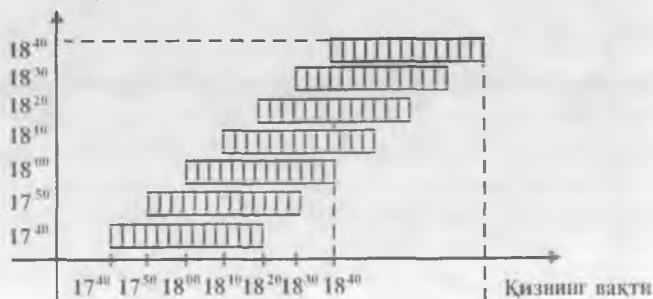
— Мана эшитинг, математик ҳисоби қўйидагича бўлади, деб чап қўлида телефон, ўнг қўлида чизма (2-расм) чиза бошлади ва куришганда курсатаман деб гапни тугатди.

Графикнинг горизонтал ўқига қизнинг келиш вақтини, вертикал ўқига ўзининг келиш вақтини белгилади.

Масаланинг моҳияти қўйидагича, яъни 17<sup>40</sup> — 18<sup>40</sup> ичида 20 минут кутишнинг ва учрашишнинг эҳтимоллик даражасини аниқлашдир.

Штрихланган юза 20 минут орасида учрашиш даври, икки чеккадаги штрихланмаган учбурчак юзалар 20 минутдан кўп ёки ташқари вақтда учрашиш эҳтимолликла-

Комилжоннинг вақти



3-расм

ридир. Бу учбурчак юзалар йиғиндиси  $F = 40 \cdot 40 = 1600$ , умумий юза эса  $F = 60 \cdot 60 = 3600$ .

Йигитнинг қиз билан 20 минут орасида учрашиш эҳтимоллиги

$$P = (3600 - 1600)/3600 = 5/9.$$

Бу қиймат анча юқори бўлганлиги учун учрашиш содир бўлиши, яъни қиз билан йигитнинг консерваторияга бирга кириш эҳтимоллиги катталигини кўрсатади.

Қиз Комилжон билан агарда:

— қиз  $17^{40}$  да кела олса, Комилжон эса  $18^{00}$  гача келса (ABC):

— қиз  $18^{20}$  да келса, йигит эса  $17^{40} - 18^{20}$  гача келса (BDEF);

— қиз  $18^{20}$  да келса ҳам, йигит эса  $18^{00}$  дан  $18^{40}$  гача келиши кифоядир.

Комилжоннинг учрашувга шошилганлигига қараб, Хуршида билан учрашуви аниқ деса бўлади.

## 11. Дала ҳовлида қурилиш — «Сюрприз»

Фарҳод билан Жамшид дала ҳовли олишганига анча бўлди, онаси «Чевар» фирмасида ишлаб, таниқли иқтисодчи-бухгалтер сифатида илғор ходимлар қаторида дала ҳовли олган эди. Аммо дала ҳовли 5—6 йил ўтса ҳамки, шундайлигича ётаверди. Чунки аввало уйдан узок, сув йўқ, ер тошлоқ ва айниқса бензин ниҳоятда қимматлик қиларди.

Кунлар, йиллар ўтиб (яхши кунлар келиб), дала ҳовлига эътибор бериб қолишди. Чунки Фарҳод энди олим ва банкир, Жамшид эса дўконида ташқари мебел фирмасида бош муҳандис даражасига етишиб, қўлидан у-бу иш келадиган бўлиб қолди. Шуниси қизиқки, Жамшид бир акасига янгилик кўрсатай деб, дала ҳовлига ишхонадан 340 та катта, аммо енгил блоклар олиб келса, не кўз билан кўрсинки, дала ҳовлида ундан кўпроқ бошқа блоклар чиройли қилиб териб қўйилибди.

У уйга қайтгач акасига бўлган воқеани айтса, Фарҳод.



— Мен сенга «Сюрприз» қилувдим, хонаси келиб қолувди ўзимиз чиқарган 480 та блокни бир ҳафтада келтириб олдим — деб мийиғида кулиб қўйди.

Ака-ука қурилишга шу блокларни ишлатиб дам олиш учун иморат солиш режаси ҳақида уйлашибди. Шунда Фарҳод, менинг ҳисобим бўйича икки хонали уйга менинг блокимдан (Ф)—15 та, сенинг блокингдан (Ж)—20 дона, уч хонали уйга 30 та (Ф) дан ва 15 та (Ж) кетаркан. Хуш хоналар сони энг кўп бўлиши учун нечта 2 хонали ва 3 хонали уй қуриш мумкин?

Агар 2 ва 3 хонали уйлар сонини  $x_1$  ва  $x_2$  деб белгиласак, қуйидаги ифодаларни ёзиш мумкин.

Масаланинг шартига қура,

$$\begin{aligned}N &= 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max, \\15x_1 + 30x_2 &\leq 480, \\20x_1 + 15x_2 &\leq 340.\end{aligned}$$

Масалан счиш учун тенгсизликни тенглама қуринишига (7 бўлим) келтирамыз.

$$\begin{aligned}15x_1 + 30x_2 &= 480, \\20x_1 + 15x_2 &= 340\end{aligned}$$

ёки

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 &= 32, \\4x_1 + 3x_2 &= 68.\end{aligned}$$

Жавоби: икки хонали уйдан  $x_1 = 8$ , уч хонали уйдан  $x_2 = 12$  қурилиб, энг яхши ечимга, яъни уйларнинг оптимал сони  $N = 52$  га келинади экан. Жамшид уйлаган вариантда  $x_1 = 10$ ,  $x_2 = 9$  эди, у ҳолда хоналар сони 47 та бўлар эди холос.

## 12. Сирли-махфий хатнинг мазмуни

Қуддус ака 9-май арафасида жуда бошқача бўлиб кетар эдилар. Ҳақиқатан, Ватан уруши даври фахрийларимизнинг қалбларига муҳрланган. Уруш даври қанчалик ортда қолма-

син. унинг аччиқ сабоқлари, ўчмас хотиралар эсдан чиқмасди.

Бу сатрларда тилга олинган ҳикоя шу уруш давридаги бир воқеага бағишланган. Қуддус аканинг айтишларича, уруш даврида бир асир-офицернинг қулидан ёқиб юборилаётган ҳужжатни тортиб олишган, ундаги қолган ёзув белгиларни ҳеч ким ўқиб беролмаган. Шу куйган ҳужжатни марказга Москвага юборишган ва бир неча кундан сўнг офицер қулидан ҳужжатни тортиб олган солдатга катта мукофот берилган. Эшитишимча, дердилар уруш қатнашчиси Қуддус ака, ҳужжатдаги рақамлар, белгилар деярли куйиб кетган бўлса ҳам, математик усулларни қўллаш орқали шу ҳужжатдан зарур ахборот олинган.

Шу мавзуга атаб ёзилган «Тилла қўғиз» номли ҳикояда ҳам ҳарфларнинг такрорланиши асосида кодлаштирилган ахборотнинг мазмунини қайта тиклаш кўрсатилган. Қуйида китобда келтирилган ҳикояни келтирамиз.

Сири аниқланиши керак бўлган ҳужжатда куйидаги ҳарфлар ва имлолар келтирилган:

53##+305//6\*;4826)4#(ва ҳ. к. ҳаммаси 194 белги). Маълум бўлишича бу текст инглиз тили асосида тузилган бўлиб, имлоларнинг учраши, яъни фойдаланилиши ва қайтарилишини ўрганиш учун куйидаги жадвални тузишга тўғри келган:

8 рақамининг учраши 34 марта  
; белгисининг учраши 24 марта  
# белгисининг учраши 21 марта  
4 рақамининг учраши 19 марта  
? белгисининг учраши 3 марта  
// белгисининг учраши 2 марта  
= белгисининг ва J нинг учраши 1 мартадан ва ҳоказо.

Инглиз ёзувида энг кўп фойдаланиладиган ҳарф е ва а, о... ҳисобланади. Шуниси эътиборга сазоворки, инглиз тилида е ҳарфининг кўп учрашининг сабаби бор. Мисол учун е ҳарфи аксарият, кетма-кет икки мартадан жуфт кўринишда келадиган ҳолларда кўп учрайди; meet ёки fleet, speed ёки seen ва seed, been, agree ва ҳ. к. Ўрганилаётган текстда имло ёки 8 рақами беш мартадан кўпроқ жуфт кўринишда учраганлигини инобатга олинса, бу е ҳарфи деб қабул қилиш мумкин.

Агарда инглиз тилида жуда кўп ишлатиладиган сўз the лигини инобатга олинса, имло (4; 8) текстда 7 мартадан кўп учраётганлиги асосида; бу 4-т.; h, 8-е деб белгилаш мумкин.

Ана шундай ўрганишлар орқали сирли текст мазмуни-ни босқичма-босқич ўрганиш мумкин.

Шу каби муаммоларни А. К. Дойлнинг «Уйнаётган одам-чалар» ҳикоясида, Ўзбекистон Миллий Университетининг ёзувчиларимиз асарларидаги ҳарфларнинг такрорланиш сонини тадқиқот қилувчи илмий ишларида ҳам кўрсатилди. Университетда Ойбек асарларида сўз ва ҳарфлардан фойдаланиш даражаси ўрганилган ва шу асосда илмий хулосалар қилинган.

Албатта бундан ташқари сирли ҳужжатлар мазмунини аниқлаш усуллари кўп бўлсада, улар асосан юқоридаги мисол каби изланиш-талқикот қилиш асосида олиб борилади. Бундай муаммоларни ўрганиш ва ҳал қилиш учун ЭХМ га киритилган бир неча хил дастурлар ҳам бор.

### 13. Бизнесда ким аниқ ютади?

Тарихдан чет элларда, аксарият ўзимизда ҳам, тош ўйини кенг тарқалган эди, бу ўйинлар учун махсус жойлар ажратилган. Шуниси қизиқки, бу ўйинда негадир ким (мисол учун) 1 сўм ташласа, ютқазди дейилади. Ахир бир сўмга баъзан беш сўм, ҳатто 10 сўм ҳам ютишадими!

Бу муаммони ўрганиш учун учта тош (кубик) ташлаб ютиш (2-жадвалнинг давоми) эҳтимоллигини кўрсатадиган қуйидаги 6-жадвални келтирамиз.

6-жадвал

Очколар Йиғиндиси	Эҳтимоллик $P(A)$	Ютуқ миқдори (сўм)
3 ёки 18	$1/26=0.005$	10
4 ёки 17	$3/216=0.014$	5
5 ёки 16	$6/216=0.03$	3
6 ёки 15	$10/216=0.046$	2
7 ёки 14	$15/216=0.070$	1.5
8 ёки 13	$21/216=0.1$	0
9 ёки 12	$25/216=0.1158$	0
10 ёки 11	$27/216=0.12$	0

Кўриниб турибдики, ютуқ миқдори ютиш эҳтимоллиги очколар йиғиндиси энг кам бўлганда катта. Аксинча, очколар йиғиндиси ўртача бўлса, ютуқ нолга тенг, ёки нолга яқин бўлар экан.

Агарда шу қабул қилинган миқдорлардаги ўйиндан кутилаётган ютуқни ўргансак, у ҳолда математик кутиш:

$$MK = 1/216 \cdot 10 + 3/216 \cdot 5 + 6/216 \cdot 3 + 10/216 \cdot 2 + 15/216 \cdot 1,5 + 10/2;$$

$$16 \cdot 2 + 6/216 \cdot 3 + 3/216 \cdot 5 + 1/216 \cdot 10 = 1/216;$$

$2 \cdot (1 \cdot 10 + 3 \cdot 5 + 6 \cdot 3 + 10 \cdot 2 + 15 \cdot 1,5) = 19/24$  сўм бўлади.

Масалан, ўйин 216 марта такрорланса ва ҳамма мумкин бўлган очколар (3–18,1 марта: 4–17,3 марта: 5–16,6 марта: 6–15, 10 марта: 7–14,15 марта ва қолганларида 8, 9, 10, 11, 12, 13 тушса, бу ҳолда ўйин эталон жадвалга биноан 261 сўмдан  $2 \cdot 10 + 6 \cdot 5 + 12 \cdot 3 + 20 \cdot 2 + 30 \cdot 1,5 = 171$  сўм туланади.

Демак, ютуқнинг математик кутилиши  $MK = 19/24 = 80$  тийин. Шунинг учун бир сўм тулаган ўйинчи аксарият ютқазди аксинча, ўйин эгалари эса ҳар гал камида 20 тийиндан ютади.

Агарда ўйин 1 сўм эмас 10 сўм бўлса-чи, бу ҳолда эгаси энг камида 450 сўмлик ютуққа эга бўлар эди.

#### 14. Қайси кунлари савдо яхши бўлади

Саъдулла уз ўйи олдиға кичик сут дўкони очганиға анча булган, харидорлар унга яхши ўрганишган, сут фермасидагилар у сутни айтган ҳамжмда уз вақтида идишларға солиб юборишар эди. Қаранги, вақт утган сари сут даромади нафақат сут сифатиға ва ҳажмиғагина боғлиқ бўлмай, балки ҳафтанинг қайси куни ва қайси соатида сотилишиға ҳам сезиларли боғлиқ экан.

Масалан, душанба кунлари ўрта ҳисобда 600—1000 л сут сотилар экан, шу кунға қанча сутға буюртма берилса энг катта даромадға эға бўлиш мумкинлиги Саъдуллани қизиқтириб қолди. Агарда 600 л га буюртма берса, ютуқ катта бўлмайди, сут ололмаган харидорлар ундан айниди. Агарда бирмунча кўпроқ олиб келишса, ортиқчасини

сақлайдиган шароит булмагани учун ортиқча харажат бўлади. Қандай қилса, душанба куни ва бошқа кунлари сут талабини энг яхши қондиради?

Шу фикрлар билан математикага қизиқадиган акаси Фарҳодга мурожаат қилди. Акаси унинг кирим китобини кўриб аниқласа:

20 душанбада 600 литр атрофида, шулардан:

3 марта — 600 л сут сотилди,

6 марта — 700 л сут сотилди,

5 марта — 800 л сут сотилди,

4 марта — 900 л сут сотилди,

2 марта — 1000 л (тахминан) сут сотилганлиги маълум бўлди.

— Бу масалани, математик усуллар ёрдамида аниқ ечиш мумкин, — деди акаси ва қўйидаги жадвални тузди.

7-жадвал

Душанба куни сотилган сут	
жами	Эҳтимоллик
600	$3/20=0,15$
700	0,3
800	0,25
900	0,2
1000	0,1

Бу жадвалдаги миқдорларнинг математик қўтилиши (МК) Саъдуллани қизиқтирган миқдор бўлиб, у қўйидагича топилади:

$$\begin{aligned}
 МК &= 0,15 \cdot 600 + 0,3 \cdot 700 + 0,25 \cdot 800 + \\
 &+ 0,2 \cdot 900 + 0,1 \cdot 1000 = 780 \text{ л.}
 \end{aligned}$$

Шу таклиф асосида Саъдулла ҳар душанба куни 780 л атрофида сутга буюртма берар ва урта ҳисобда сутнинг ҳаммасини сотар, баъзан уйига ортиқча сут кўтариб ҳам келар эди.

## IV. МАТЕМАТИКА ЁРДАМ БЕРМОҚЧИ

### 15. Туртта омборчи учтасидан арзон?

Бозор иқтисодига утиш сабабли тажрибавий электро-техника заводига купдан-куп талабномалар туша бошлади. Ахир деярли барча ускуналарни энди ўзимиз чиқаришимизга туғри келиб қолди. Айниқса, бир сменада юздан куп ходим ишлайдиган йиғувчи цехнинг бошлиғи Темирвой аканинг ишлари купайиб, ҳар бир участкани, ҳар бир ишчининг иш жойини ва иш ҳажмини ҳисоблаш куп вақт-ни ола бошлади.

Олдин яхши эди, штат бўйича ишчилар олинарди, цех бошлиғи бажарилмаган ишнинг харажат-даромадига бош оғритмасди. Эндичи, ҳар бир ишчи, унга кетадиган харажат, ундан келадиган даромадларни ҳисобламаса бўлмай қолди.

Муаммолардан бири асбоб-анжом омборчасидаги ишчилар сони эди, 1996 йиллари бу омборда 2 ишчи ишлар, асбоб олишга ёки алмаштиришга келганлар навбатда турадиган бўлиб қолишди. Шунинг учун Темирбой ака омборчи сонини купайтириш режасини ўйлаб кўрди, шу асосда навбат ҳам йуқ бўлиб, иш унуми ошиши керак эди.

— Кечирасиз, Темирбой ака, нима шу пайтгача бемалол уддалаётган икки ишчи кам бўлиб қолдимиз? Ахир яна битта одам олсангиз харажатимизни купайтириб юборадик — деди завод бош муҳандиси.

— Айтганингиз туғрику-я, аммо иш куни ва ҳажмининг ҳисоб-китоби шуни курсатаптики, омборчи 8 соат иш кунидан 7 соат банд бўлади, бунда 2—3, баъзида 5 дақиқа ҳеч ким асбобга келмайди холос, аммо аксарият ҳолда одам купайиб, йиғилиб қолишмоқда. Иккита омборчи олиб яна 2400 сўм ойлик берсак, биз чиқарадиган маҳсулот ҳажмини ошириб ишчиларнинг навбатга кетган вақтини тежаймиз.

— Бу фикрларингиз балки асослидир, аммо ҳозир ҳисоб-китоб зарур, ҳар бир узгариш асосли бўлиши лозим, — деди бош муҳандис.

Темирвой ака икки ҳафта хонасига кириб олиб ҳисобкитоб қилди ва бош муҳандис олдига чиқиб,

— Биз шу икки ҳафта ичида ҳар хил вақтда 100 марта ишчиларнинг омборга келиш сонини, вақтини (уртача 10 дақиқа) аниқладик, — деб қуйидаги жадвални кўрсатди.

8-жадвал

10 дақиқа ичида келган ишчилар сони	Асбобга келган ишчилар сони						
	5—7	8—10	11—13	14—16	17—19	20—22	23—25
Назорат сони	1	6	19	31	25	13	5

Бу деган сўз 10 дақиқа ичида урта ҳисобда келган ишчилар сони  $I_c = (1 \cdot 6 + 6 \cdot 9 + 19 \cdot 12 + 31 \cdot 15 + 25 \cdot 18 + 13 \cdot 21 + 5 \cdot 24) = 15,96$  ёки  $\approx 16$ , яъни ҳар бир дақиқада 1,6 ишчи келади. Ҳисобимизча асбоб беришга кетган вақт эса урта ҳисобда 1,1 дақиқага тенг экан.

Ҳар дақиқала 1,6 ишчи учун бир иш кунинда 1,6 ишчи кунинда  $1,6 \cdot 60 \cdot 8 = 768$  ишчи омборга келса, у  $768 \cdot 1,1 = 845$  дақиқа ёки 14 соат вақтини омборда йўқотди. Агарда хизматни икки омборчи бажарса, 7 соат вақт омборда асбоб олишига кетар экан. Омборда кутиб турган вақтлари тўрт дақиқа булиб  $768$  ишчи учун  $4 \cdot 768 = 3072$  дақиқа, яъни 51 соат бир сменада йўқотиладиган экан. Бу деган сўз завод бир иш кунинда 10000 сўмдан кўпроқ маблағ йўқотар экан.

— Агарда омборчи учта бўлсачи? — деди бош муҳандис қизиқиш билан.

— У ҳолда уртача кутиш вақти 0,31 дақиқа булиб, бунда бир сменада  $0,31 \cdot 768 = 233$  дақиқа ёки 4 соат йўқотилади. Бунинг учун бир ойда (10000 ўрнига) 1000 сўм йўқотилади, аммо қўшимча 1200 сўм маош бўлади.

— Нега бўлмаса сиз 4 омборчи ишласин деяпсиз?

— Тўртта омборчида ҳеч қандай кутиш бўлмайди, аммо 2400 сўм маош ютқазамиз бунда 10000 сўм иқтисод қиламиз.

— Ҳай майли, учта омборчи бўлақолсин.

— Йуқ, тўртта бўлиши мақсадга мувофиқ чунки биттаси асбобларни тозалаб, созлаб туради, баъзида бир киши у ёқ-бу ёққа чиқиб кетса ҳам билинмайди.

— Ҳай, майли ишонтирдингиз, тўртта бўлса тўрттада, агарда иш етиб, даромад ошса нима ҳам қилардик, — деди бош муҳандис.

## 16. Темир йўл станциясини қаерга қўрган маъқул?

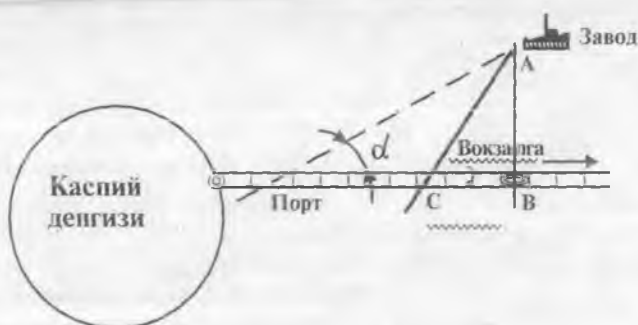
Каспий денгизининг қирғоғидаги Бекдош портининг темир йули йуналишида Уқча деган шаҳарча бўлиб, унда катта завод жойлашган. Бу завод учун портнинг В-пунктига станция қуриш мўлжалланган эди. Мақсад: В пунктдан заводга тўғри йўл билан юкларни автотранспортда ташиш ва вагонларни зудликда бўшатиш эди.

Йўл харажатлари маълум бўлиб, темир йўл орқали ҳар бир тонна километр 3 сўм, автомобил орқали 5 сўмга тенгдир.

Юқорида келтирилган лойиҳа маҳкамадан ўтмади, бунинг сабаби ҳақида, норозилик билан ҳайъат аъзоси Адиб Анваровичга мурожаат қилишган экан:

— Юк фақат заводга олиб бориладими ёки заводдан портга ҳамми? — деб сўради у.

— Йуқ, — жавоб берди Ходихўжа ака, заводнинг бош муҳандиси — ҳамма юк фақат портдан келтирилади.



3-расм.



— У ҳолда  $B$  да станция қуриш узини оқламайди, агарда  $C$  да қурсангиз яхши бўлади, — деб лойиҳани кўрсатди Адиб Анварович ва  $CA$  нуқталарни туташтирувчи  $AC$  чизигини чизди.

— Аммо бунда автомашина юрадиган йўл узоқлашади-ку, автомашинада юк ташишда ҳар километр темир йўлга нисбатан 1,5—2 баробар қимматку, деб туриб олди Ходихўжа ака.

— Мана қаранг, қайси бири қулай экан, — деди осойишталик билан Адиб Анварович, — агар  $CB$  масофани  $x$  деб белгиласак, ҳар бир тонна юкдан биз  $3x$  тийин иқтисод қиламиз, чунки биз юкни портдан  $C$  станциясигача олиб келяпмиз,  $CB$  да харажат йўқ. Сўнгра юкни  $C$  дан заводга олиб борамиз бунда тежам  $C = 5 \cdot 60 + 3x - 5(60^2 + 2x)$ га тенг бўлади, чунки  $5 \cdot 60$  — автомобилда  $BA$  йулидаги харажат,  $3x$  — пастда  $CB$  йулидаги харажат,  $5(60^2 + 2x)$  — автомобилда  $AC$  йулидаги харажат.

— Бу ҳолда иқтисод эмас, балки ортиқча харажат ҳам бўлиши мумкин, — деди Ходихўжа ака; мана масалан  $x = 120$  км  $C = 300 + 360 - 5(60 \cdot 2 + 120 \cdot 2) = -10$  сўм бўлади, бу деган сўз ҳар бир тонна юк 10 сўмдан қимматга тушмайди-ми? — дебди,

— Йўқ, ўртоқ бош муҳандис,  $x$  — кичик бўлган ҳолда иқтисод яққол кўриниб турибди,  $x = 120$  км функциясининг энг кам қийматидир. Биз шу функциясининг энг маъқул ечимини қидирсак, бу ҳолда унинг  $x$  га нисбатан ҳосиласини аниқлаймиз:

$$C(x) = \frac{3-5 \cdot 2x}{260^2+x^2} = \frac{360^2+x^2-5x}{60^2+x^2}.$$

Агар суратни нолга тенглаштирсак,

$$3 \cdot 60^2 + x^2 - 5x = 0, \text{ яъни } 3 \cdot 60^2 + x^2 = 5x,$$

$$\text{бу ҳолда } 9(60^2 + x^2) = 25x^2, 9 \cdot 60^2 = 16x^2,$$

$$\text{Бу деган сўз } 4x = 3 \cdot 60, \text{ яъни } x = 45 \text{ км.}$$

Мана қаранг-а, агар станцияни портга нисбатан 45 км яқинроқ жойлаштирсангиз,

$$C(45) = 5 \cdot 60 + 3 \cdot 45 - 5 \cdot 60^2 - 45^2 = 60 \text{ сўм}$$

бўлади.

Ташилаётган бир суткада портдан заводга урта ҳисобда 500 тонна юк ташилса, бу ҳолда бир йиллик қўшимча даромад:

$$C = 500 \cdot 360 \cdot 60 = 10 \text{ млн. } 800 \text{ минг сўм}$$

га тенг бўлади.

### 17. «Материаллар қаршилиги»ни топширдингми, уйлансанг бўлади

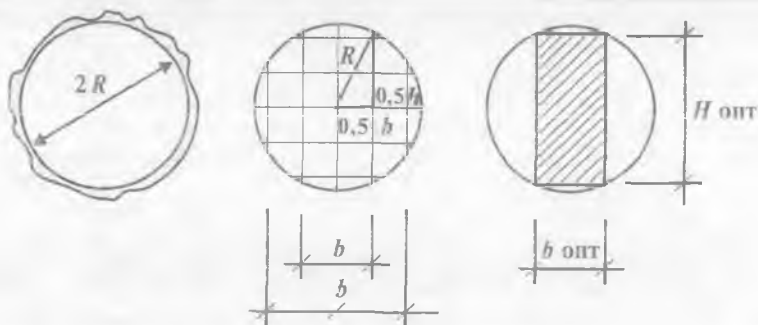
Қодиржон тенгдошлари ичида энг олдин уйланади, бунга сабаб «Материаллар қаршилиги» фани бўйича имтиҳонни тезкор ва аъло баҳога топширган эди.

Талабалар, домлалар орасида бир неча нақл, ривоят, тарихлар йилдан-йилга, даврдан-даврга ўтар экан. Қизиғи шуки, ҳар бир олий ўқув юртининг нақллари бўлиб, техник олийгоҳларда теормехни, яъни назарий механикани топширидингми, қиз билан танишишинг, сопроматни-топширдингми, уйланишинг мумкин, деган хазил домлаларга ҳам маълум эди.

Қуйидаги келтирилган мисол ҳақиқатан материаллар қаршилиги, яъни сопроматга оид масала бўлса ҳам, ҳаётда кўп учрайдиган муаммодир. Чунки иморат солмаган оила бўлмаса керак.

Масаланинг мазмуни:

Цилиндр кўринишга эга бўлган дарахтдан кесиб олинган (радиуси  $R = 20$  см ли) ёғочдан кесими тўртбурчакли



4-расм.

тўсин арралаш керак бўлиб қолди. Эгилишдаги тўсиннинг қаршилиги балка кесимининг эни ( $B$ ) ва баландлигининг ( $H$ ) квадратига тўғри муносиб.

Масаланинг шarti:

Арраланадиган тўсиннинг кўндаланг кесимининг қайси улчамларида тўсиннинг кўтариш қобилияти, яъни қаршилиги энг катта қийматга эга бўлади?

Масаланинг ечими:

Айтайлик тўсиннинг қаршилик курсатиш қобилияти  $W = K \cdot B \cdot H^2$  бўлсин, бу ерда  $K$  — икки томондаги улчамларни мослаштирувчи коэффициент.

Юқоридаги шартга биноан доира ичига чизилган тўртбўрчак улчамлари қуйидаги боғланишга эга:

$$B^2 + H^2 = (2R)^2. \quad (1)$$

Бу боғланишдан

$$H^2 = (2R)^2 - B^2$$

эканлигини инобатга олсак, бу ҳолда қаршилик

$$H^2 = (4R - B)(4R + B), \quad (2)$$

$$W = K \cdot B \cdot (4R^2 - B^2) = 4K \cdot R^2 B - K \cdot B^3 \quad (3)$$

кўринишга келади.

$$4KBR^2 - KB^3 / (4KR^2 - 3KB^2). \quad (4)$$

Агар бизни  $W$  нинг энг катта қиймати қизиқтирса, бу ҳолда қуйидаги ҳосилани оламиз: уни нолга тенглаб

$$4KR^2 - 3KB^2 = 0,$$

соддалаштирсак

$$4R^2 - 3B^2 = 0,$$

Тўсиннинг баландлиги эса

$$B^2 = (4R^2 / 3); B = 2R / \sqrt{3}, \quad (5)$$

$$H^2 = 4R^2 - 4R^2 / 3; H = 2R / \sqrt{2} / 3. \quad (6)$$

Агарда қўйилган мисолнинг сон қийматини  $R = 20$  см қўйсақ қўйидаги катталиклар

$$B = 2 \cdot 20 / \sqrt{3} = 40 / \sqrt{3} \text{ см,}$$

$$H = 2 \cdot 20 / \sqrt{2} / 3 \text{ см}$$

кутариш қобилияти энг юқори бўлган тўсин ўлчами бўлади.

### 18. Мингбулоқ нефти — туман бойлик бўлсин десак

Республикамызда янги нефть кони — Мингбулоқ топилиши бу катта иқтисодий, борингки сиёсий аҳамиятга эга, чунки жумҳуриятимиз шундай, бой ва бадавлат бўлишига қарамасдан кўп хомашёни (темир, ёғоч, буғдой ва бошқалар) чет давлатлар қўйган бозор нархларида сотиб олишга мажбурмиз.

Узимизда топилган нефть бизнинг бойлигимиз, ундан самарали ва режали фойдаланишимиз зарур. Нефть топилган кунларида ойлаб фонтан бўлиб чиқаётган нефтни сақлаш муаммоси туғилган. Мажбуран катта-катта ҳавзалар қазилди, қанча-қанча харажатлар қилинди, кўп нарсани инобатга олмаганимиз ва қўлламаганимиз учун бир неча миллионлаб зарар ҳам курилди. Ерда кавланган ҳавзалардаги нефтнинг бир қисми ер ости атрофларига тарқалиб шимилиб кетиши ҳосилдор ерларнинг захарланишига ва ишдан чиқишига, ер ости сувларининг ифлосланишига қисман сабаб бўлди.

Аслида нефтни, қўйингки, бошқа шу каби ёқилғи ва химикатларни иқтисодий ва режали сақлаш усуллари бор. Масалалан, бир чуқур ҳавза кавлаб, унинг асоси, ёнлари маълум материал билан қопланса, суюқлик ерга сизиб ўтмайди. Албатта, катта ҳавзалар учун бундай материал анча қиммат тушиши мумкин.

Аммо иқтисодий математика усуллари бундай шароитда ҳам энг тежамли ҳавза ўлчамларини топиш имкони-

ни беради. Масалан, ҳажми ( $V = 400$  л) бўлган ўра кавлаш зарур бўлсин, дейлик.

Ўранинг қайси ўлчамларида керакли  $V$  ҳажмдаги суюқлик —нефтни сақлаш учун ўра деворларига ишлатиладиган материалнинг қиймати энг паст бўлади, деган муаммо қўйилган бўлсин. Бундай масаланинг ечимини топиш учун номаълум ўлчамларни белгилаймиз:

$H$  — ўра чуқурлиги

$a$  — квадрат асосининг ўлчами

Ўрганилаётган юзанинг ўлчами

$$S = 4aH + a^2, \quad (1)$$

бу ерда  $4aH$  — ўра деворининг юзаси,  $a^2$  — асос юзаси.

Икки ( $a$  ва  $H$ ) номаълумларнинг сонини камаййтириш учун берилган ҳажмдан фойдалансак, яъни

$$V = a^2 \cdot H, \quad (2)$$

бу ҳолда  $H = V/a^2$ .

Бу деган сўз юза ифодаси қуйидаги кўринишга эгадир:

$$S = (4V/a) + a^2. \quad (3)$$

Энг кичик юзани ҳосила ёрдамида топамиз:

$$S = 4V/a^2 + 2a = 0 \quad (4)$$

бу ердан

$$a = \sqrt[3]{4V/2} = \sqrt[3]{2V}. \quad (5)$$

Демак, энг оптимал ўра (сиғим) ўлчамларини

$$a = \sqrt[3]{2V}, \quad H = \sqrt[3]{V/4V}$$

кўринишда топса булар экан.

Агар ўра ҳажми  $V = 4000$  л нефть (суюқлик)га мўлжалланган бўлса, бу ҳолда

$$a = \sqrt[3]{2 \cdot 4,000} = 1,33 \quad \sqrt[3]{8,000} = 2,0 \text{ м,}$$

$$H = 4,00 / 4,00 = 1,0 \text{ м}$$

бўлади.

Биз бу ерда энг сәдда ура туғрисидаги мисолни келтирдик, ваҳоланки ура деворлари тик бўлмаслиги ҳам мумкин, масала бу билан узининг мазмунини йўқотмайди.

Бундай масалалар халқ хужалиги учун зарур бўлган бошқа материаллар (цемент, парафин, шифобахш лой ва ҳ.к.) учун ҳам кўп учрайди.

### 19. Зафар шошаяпти....

Зафар поездда Тошкентдан Фарғонага шошилинич масала буйича кетаяпти, у йўлда газета ўқишдан чарчасадан, пастдаги пассажирлар билан суҳбатга тушгиси келмасди. Ойнага қараб кетаркан, ўйлади — намунча секин юрмаса, қандай тезликда кетаётган эканми? — деб масофани белгилайдиган кўрсаткичдаги километрларни ўқий бошлади. Иккита олдинма-кетин келган кўрсаткичларга ва соатига қараб, 6 км масофани 7,5 минут вақтда ўтган бўлсак, поезднинг тезлиги 48 км/соат эканлигини аниқлади.

Ҳақиқатан поезднинг шу вақт ичидаги ўртача тезлиги 48 км/соат. Аммо шу вақт ичида поезд баландликка ҳам кўтарилгани ва ундан тушган бўлиши, ҳаттоки тўхташи ҳам мумкин, у ҳолда ҳақиқий тезликни қандай аниқлаш мумкин?

Албатта, бундай тезликни поезд бир текисда, бир меъёрда юрганида олиш мумкин, аммо афсуски, бундай йўл узоқ давом этмайди. Поезд Фарғона йўлининг ҳар хил қисмида ҳар хил тезликда қатнайди.

Шу масалани ўрганиш ва ечиш учун физиканинг мактабдан маълум бўлган мисолини эслайлик; маълум  $H$  баландликдан бошланғич тезликсиз тушаётган жисмнинг ҳаракат қонуни, куйидаги ифода билан аниқланади:

$$H = ht^2/2, \quad (1)$$

бу ерда  $g$  жисминг эркин тушиш тезланиши, тахминан  $g = 10 \text{ m/c}^2$  га тенг,  $t$  — жисмининг баландликдан тушиш вақти сек.

Агар ҳаракат траекторияси маълум бир функция билан ифодаланса  $S = S(t)$ , у ҳолда жисм тезлигининг  $t_1$  ва  $t_2$  вақт ичидаги ўртача қиймати қуйидагича аниқланади:

$$(S_2 - S_1)/(t_2 - t_1) \text{ ёки } S/t. \quad (2)$$

Аммо, айтганимиздек вақт ичида тезлик ўзгаради ва жуда қисқа вақтдаги тезликни шундай аниқлаш мумкин. Бу деган сўз, тезлик босилган йўлнинг босиб ўтишга кетган вақтга нисбатан ҳосиласидир, яъни

$$V(t) = dS/dt = S(t). \quad (3)$$

Эркин тушаётган жисмининг тезлиги эса  $V(t) = S(t) = gt$ ,

Бу келтирилган муносабат — ҳосила жуда кўп масалаларни ечишга ёрдам беради, шунинг учун ҳам у мактаб ўқув дастурига киритилган.

Мисол сифатида шу математик усулнинг қўлланилишини кўриб чиқамиз. Бунда бирор бир дифференциаланувчи функциянинг экстремал (энг кичик ёки энг катта) қиймати аниқланади.

Биз китоб бошида тур билан қўйхона ажратиш масаласини кўриб, энг катта юза топишни ўрганган эдик. Эсласак 36 м турдан тўртбурчакли қўйхонанинг икки томони (эни)ни —  $x$ , буйи эса  $2x$  деб қабул қилиб, юзанинг формуласини

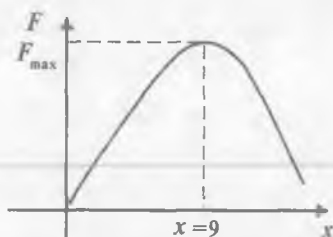
$$S = x \cdot (36 - 2 \cdot x) \quad (4)$$

кўринишда чиқарган эдик. Бу функциянинг содда кўриниши

$$S = 2x^2 + 36x$$

булиб, унинг график ифодаси параболадир (5-расм).

$$x = 9.$$



5-расм.

Кўриниб турибдики, экстремал нуқта  $x = 9$  да бўлиб, уни бошқача ҳам ҳисоблаш мумкин. Бунинг учун функция  $A$  дан  $X$  бўйича ҳосила олсак

$$(dS/dx) = (-2x^2 + 36x) = -4x + 36.$$

Ҳосиладан чиққан функциянинг ечимини  $-4x + 36 = 0$  деб, номуълум  $x = 9$  ва  $S = 162 \text{ м}^2$  га тенглигини аниқласа бўлади.

Демак, функциянинг экстремал нуқтасини ҳосила орқали топиш мумкин ва қулайдир, фақат шу функция ҳосила талабига бўйсунадиган бўлса бас.

## 20. Тешавой бензиндан иқтисод қилмоқчи

Замоннинг зайли билан Тешавойга денгиз флотиди хизмат қилишига туғри келиб қолибди. Бир ой утибди, бир йил, қўйингки учинчи йили ҳам ўтай деб қолибди. Шунда у крейсерни анча ўзлаштирган, крейсернинг капитани билан яқин бўлиб, соатлаб суҳбатлашадиган бўлиб қолибди.

Тешавойнинг математикага, фикрлаш ва ҳисоб-китобга ишқибозлигини билган капитан бир кун унга бир масала қўйибди.

— Бизнинг крейсеримиз, — дебди у, тезлиги  $10 \text{ км/соат}$  бўлганда  $40$  сўмлик бензин ёқади. Ёқилги сарфини қўпайтирилса тезлик ошади. Бундан ташқари, крейсеридан фойдаланишдаги харажатлар (таъмирлаш, маош, озиқ-овқат ва бошқалар) соатига  $640$  сўм бўлиб, кема тезлигига бог-



лиқ эмас. Мана сенга масала: крейсернинг қайси тезлигида умумий харажатлар энг кам бўлади?

Мана шу қўйилган масаладан сўнг Тешавой бир неча кун уйлаб, фикрлаб, қоғозга нималарнидир ёзибди ва ниҳоят капитанга хурсанд бўлиб масаланинг ечимини кўрсатибди:

— Агар крейсернинг тезлиги 10 км/соатга нисбатан  $x$  марта кўп деб қабул қилсак, бу ҳолда соатига  $40x^3$  сўмлик бензин сарфланади, демак  $40x^3$ :  $10x^3$  ёки ҳар 1 км йўлга  $4x^2$  сўмлик ёқилғи кетади.

— Эътибор берсак, — деб тушунтиришда давом этибди Тешавой, —  $x = 0,1$  бўлганида тезлик 1 км/соат, 1 км масофага 4 тийинлик ёқилғи сарфланади, аммо ҳар километрга 640 сўмлик бошқа харажатлар тўғри келади. Шунинг учун кичик тезлик иқтисодий жиҳатдан зиён келтиради.

$x = 5$  ва тезлик 50 км/соат бўлганида ҳар 1 км га 100 сўмлик ёқилғи сарфланиб, бу ҳам иқтисодий жиҳатдан фойдасиздир. Шунинг учун  $x = 0,1$  дан катта ва  $x = 5$  дан кичик тезликларни топиш керакки, умумий харажатлар кам бўлсин.

Бунинг учун тезликни  $10 \cdot x$  км/с деб қабул қилсак, унда ҳар бир км масофага  $640/10 \cdot x$  ёки  $64/x$  сўм бошқа харажатлар тўғри келади. Умумий йўл босишга кетадиган харажат эса

$$C = 4x^2 + 64/x \text{ (сўм)}.$$

Капитаннинг қизиқиб утирганини кўриб, Тешавой хурсанд давом этди.

Агарда шу  $C$  — функциясидан  $x$  — бўйича ҳосила олсак,

$$C(x) = 8x - 64/x^2 = (8x^3 - 64)/x^2 = 8(x^3 - 8)/x^2,$$

масаланинг ечими

$$8(x^3 - 8)/x^2 = 0 \text{ ёки } x^3 = 8, \text{ ёки } x = 2$$

бўлади.

Бу деган сўз, энг маъқул-қулай тезлик 20 км/соат бўлиб, бунда ҳам бензиндан, ҳам умумий харажатдан режали фойдаланишга олиб келар экан.

Албатта, баъзи ҳолларда зарур вақтда тезликни 30, 40 км/соатга кутариш мумкин, аммо бунда харажат катта бўлади.

Бу тушунтириш ва баъзи савол жавобдан сўнг капитан Тешавойни мақтаб, қўлини сиқар, ич-ичидан хурсанд булар эди. Чунки қирғоқда тежалган бензинни спиртга алмашиш имконига эга бўлар эди.

## 21. Иморатнинг баландлиги ва бошқа ўлчамлари

— Ҳукуматимиз барака топсин, ҳаммага ер берди, экин эк, иморат сол, ахволингни яхшила деб. Экиннику экимиз-а, аммо иморат қуриш, жуда мушкул бўлиб қолдида, — деди Фиёсхўжа почча. — Иморатни тиклашга бетон ва гишт энг асосий материал бўлиб, аммо улар жуда қиммат. Шунинг учун кўпчиликнинг боши қотиб қолди.

Фиёсхўжа аканинг ташвиши ҳақиқатдан халқ ташвиши, унинг ечимини топиш даркор. У ҳам бўлса харажатни камайтирадиган, гиштни тежаш йўлини қидириш керак. Бундай масаланинг математик ифодаси қуйидагича.

Айтайлик, уйимиз тўғри тўртбурчак бўлиб, бўйи  $y$ , эни  $x$  ва баландлиги  $H$  бўлсин, бу ҳолда иморат ҳажми

$$V = x \cdot y \cdot H, \quad (1)$$

унинг сиртқи сатҳи (гишт сарфи)  $2 \cdot y \cdot H + 2 \cdot x \cdot H$  га тенг.

Бор гишtdан шундай иморат солинсинки, бу иморатнинг ички фойдали сатҳи энг катта қийматга эга бўлсин.

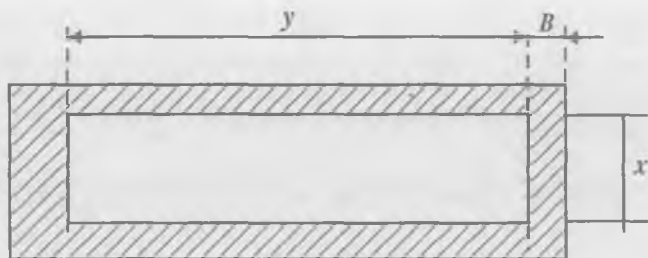
$$S = x \cdot y \text{ max.} \quad (2)$$

Масалан: айтайлик, гиштнинг ҳажми  $V_1$ , уйнинг баландлиги  $H$ , деворнинг қалинлиги  $B$  бўлсин. 6-расмда иморатнинг режаси кўрсатилган.

Ҳамма гиштнинг ҳажми

$VF = (2(x + 2 \cdot B) \cdot B + 2 \cdot y \cdot B) \cdot H$  берилган деб фараз қилиб, формуладан номаълум  $y$  ни топсак,

$$2 \cdot B \cdot H \cdot x + 4 \cdot B^2 \cdot H + 2 \cdot H \cdot x \cdot B = V, \quad (3)$$



6-расм.

$$y = V - 4B^2 \cdot H - 2B \cdot H \cdot x / 2H \cdot B.$$

Бизни қизиқтирадиган сатҳ

$$F = x \cdot y = (VF - 4B^2 \cdot H - 2B \cdot H \cdot x / 2B \cdot H) \cdot x = \\ = V \cdot x / 2B \cdot H - 2B \cdot x - x^2$$

Бу функциянинг  $x$  га нисбатан ҳосиласи

$$F(x) = (VF / (2B \cdot H) - 2B - 2x = 0 \text{ ёки } x = (VF / 4B \cdot H) - B, \\ y = (VF / 4B \cdot H) \cdot B,$$

$$F_{\max} = ((VF / 4B \cdot H) - B) \cdot ((VF / 4B \cdot H) - B) = yx.$$

Демак: (1) формуладан куринадики, тўртбурчаклар ичида энг катта сатҳга эга буладигани квадрат экан:

$$F_{\max} = ((VF / 4B \cdot H) - B)^2.$$

Бу деган сўз бор ғишдан энг катта сатҳли иморат солиш зарур бўлса, бу ҳолда уйнинг томонлари квадрат бўлиши шарт ва унинг улчамлари

$$x = y = (V / 4B \cdot H) - B$$

га тенг бўлади.

**Мисол:** 20 минг дона ғишдан шундай иморат солинсинки, бу иморатнинг фойдали ички сатҳи энг катта қийматга эга бўлсин. Бор ғишнинг ҳажми  $V = 36 \text{ м}^3$ , яъни битта ғишнинг ҳажми  $V_1 = 0,225 \cdot 0,125 \cdot 0,65 = 0,0018 \text{ м}^3$  га тенг.

Бизда 20 мингга гишт бор, яъни  $V = V_1 \cdot 20\,000 = 0018 \cdot 20\,000 = 36 \text{ м}^3$ . Бинонинг баландлиги  $H = 3,0 \text{ м}$ , деворнинг қалинлиги  $B = 0,4 \text{ м}$ .

Тўртбурчакли гиштин иморатнинг энг катта сатҳга эга бўладиган бўйи ва эни аниқлансин.

Е ч и ш : юқорида ҳисоблаб чиқарилган формулалар ёрдамида бинонинг ўлчамларини ҳисоблаймиз.

Эни  $x = (V/BH) - B = 36/4 \cdot 0,4 \cdot 3 - 0,4 = 7,1 \text{ м}$ ,  
 Бўйи  $y = (V/BH) - B = 36/4 \cdot 3 - 0,4 = 2,6 \text{ м га тенг}$ .  
 Энди бинонинг энг катта юзасини ҳисоблаймиз.

$$F = x \cdot y = 7,1 \cdot 7,1 = 50,41 \text{ м}^2.$$

Бу ҳолда, яъни бино квадрат шаклида бўлганда энг катта сатҳга эга бўларкан.

Агар бино квадрат эмас, тўғри тўртбурчак шаклида бўлганда қандай бўлади?

Тўғри тўртбурчак бўлганда, яъни бўйи энига нисбатан икки баравар катта яъни  $y = 2x$  бўлганда ҳажм учун  $V = (2y + 2B) \cdot B + 2x \cdot B \cdot H = 2B \cdot H \cdot y + 4 \cdot B^2 \cdot H + 2x \cdot B \cdot H$  ифодага эга бўламиз! Бу формуладан  $2x$  ўрнига  $y$  ни қўйиб,  $y$  ни аниқлаб оламиз.

Бинонинг умумий ҳажми

$$V = 2yB + 4B^2 + y \cdot B \cdot H. \quad (6)$$

(2) формуладан  $y$  ни аниқлаймиз:

$$y = (V/3BH) - (4/3) \cdot B \quad (7)$$

бўлади

Энди  $x$  ни аниқлаб оламиз:

$$x = y/2(V/6 \cdot B \cdot H) - 4 \cdot B/6 \quad (8)$$

экан. Энди тўртбурчакнинг сатҳини аниқлаймиз:

$$S = x \cdot y = ((V/6B \cdot H) - 4 \cdot B/6) \times ((V/3B \cdot H) - 4 \cdot B/3). \quad (9)$$

Мисол:  $V = 36 \text{ м}^3$ ,  
 $B = 0,4 \text{ м}$ ,  
 $H = 3,0 \text{ м}$ .

топиш керак:  $x = ?$   $y = ?$   $F = ?$

Е ч и ш : юқорида тўртбурчак учун аниқланган (2), (3), (4), (5) формулалардан фойдаланиб, тўртбурчак ўлчаларини аниқлаймиз.

$$x = ((V/6B \cdot H) - 4 \cdot B/6) =$$

$$= ((36/6 \cdot 0,4 \cdot 4) - 4 \cdot 0,4/6) = 4,73,$$

$$y = ((V/4B \cdot H) - 4 \cdot B/x) =$$

$$= ((36/3 \cdot 0,4 \cdot 4) - 4 \cdot 0,4/3) = 9,46.$$

Энди тўртбурчак сатҳини аниқлаймиз.

$$F = x \cdot y = 4,73 \cdot 9,46 = 44,75 \text{ м}^2.$$

Бундан кўриш мумкинки, квадрат бўлган ҳолда, биз сатҳдан 11% ютишимиз мумкин экан.

## 22. Энг катта ва энг арзон

Айниқса ҳозирги вақтда кўп нарса, хусусан тунука жуда танқис нарсалардан бири бўлиб қолди. 5—10 тонна тунука олиш учун вагонлаб хўл-мева етказиб беришга тўғри келаяпти. Шунинг учун ҳамма жойда уни тежаб ишлатиш мақсадга мувофиқдир. Бунинг учун ҳар бир темирни, тунукани, умуман бошқа камёб нарсаларни математик усуллар ёрдамида тежаб ишлатиш зарур.

Мана ҳаётдан яна бир мисол: Уста Абдуфаттоҳ шогирди Абдувоҳидга оқ тунукадан қутига ўхшаш идиш тайёрлаш керак, тунукани шундай бичиш керакки, кам чиқиндилди катта ҳажмли идиш олинсин, деди.

— Қандай қилиш керак бу идишни? — деб сўради Абдувоҳид.

— Жуда содда, бурчакларини квадрат ўлчамига мос қилиб эгиш ва қирқилган жойни улаш керак, — деб қоғозни буклаб кўрсатди ва қопқоқ керак эмас, — деб қўшиб қўйди уста.

Ишлатилган тулука тўртбурчак бўлиб, улчамлари 45\* 21 см экан. Абдувоҳид қалам ва қоғоз олиб расм чизиб ҳисоб қила бошлади.

Агар — деди у, — қирқиладиган квадратнинг томони номаълум  $x$  бўлса, у ҳолда биринчи беришда  $x = 3$  см десак, унда қути баландлиги ҳам  $x = 3$  см бўлади. Тунуканинг икки томони 3 см дан букилса, унинг томонлари: 45 – 6 – 39 см, 21 – 6 – 15 см га тенг ва қути сатҳи (асосининг юзаси)  $F = 39 \cdot 15$  см<sup>2</sup> бўлади ва унинг ҳажми

$V = 39 \cdot 15 \cdot 3 = 1755$  см<sup>3</sup> га тенг. Агарда  $x = 5$  бўлса, у ҳолда  $x = 5$  учун,  $F = 35 \cdot 11 \cdot 5 = 1925$  см<sup>3</sup>. Шунингдек,  $x = 7$  см бўлган ҳолда  $x = 7$ ,  $F = 31 \cdot 7$  ва  $V = 31 \cdot 7 \cdot 7 = 1519$  см<sup>3</sup> ҳажмга эга бўлади деб, ҳисобни тухтатди. Қараса, қизиқ аҳвол, қутининг ҳажми  $x$  — баландликка боғлиқ бўлиб,  $x = 5$  атрофида энг яхши ечимга эга экан (7-расм).

— Уста, деб суюниб келибди у, мана қаранг, мен 5 см га тенг квадрат қирқаман, чунки ундаги ҳажм энг катта, деб мағрурланиб қўйди.

Шунда уста,

— Йўқ, Абдувоҳидвой, бундай қилиш керакмас, чунки  $x = 5$  см дан ҳам яхши вариант бор — деди.

Масаланинг аниқ ечимини топиш учун математикадан тўғри фойдаланиш керак, яъни тунуканинг бурчакларини  $x$  — баландликда қирқсак у ҳолда бизни қизиқтирадиган ҳажм

$$V = (45 - 2 \cdot x) \cdot (21 - 2 \cdot x) \cdot x = 4x^3 - 132x^2 + 945 \cdot x$$

қуринишга эга бўлади, ундан ҳосила олсак,

$$V'(x) = 12 \cdot x^2 - 264 \cdot x + 945.$$



7-расм.

Энг катта ҳажмли идишнинг ҳажми буйича олинган ҳосила нолга тенглигида топилади:

$$12x^2 - 264x + 945 = 0$$

бу тенгламанинг иккита ечими бор.

$$x_1 = 17,5 \text{ см ва } x_2 = 4,5 \text{ см.}$$

Куриниб турибдики,  $x_1 = 17,5$  см ечим берилган масалани қаноатлантира олмайди, шунинг учун  $x_2 = 4,5$  см ни танлаш мақсадга мувофиқдир. Бу ечимда ясаладиган идишнинг энг катта ҳажми

$$V = (45 - 9) \cdot (21 - 9) = 1944 \text{ см}^3$$

булади.

— Мана бу вариант бизни қизиқтиради ва тунукани анча тежашга имкон беради, — деб Абдувоҳиднинг елкасига қокиб қуйди уста.

### 23. Салима шамни қаерга қўйсин?

Бир вақтлар шамли оила энг бадавлат оила ҳисобланар, тун киргач шам атрофида тикиш, бичиш, уқиш ва ёзиш имкони буларди. Ҳозирги вақтда электр чироқ, худди биз билан бирга туғилгандек, уни беминнат хоҳлаган вақтда ёқамиз, учирамиз. Бирор вақт учиб қолса, қушнлардан хабар олиб, тегишли жойга, «қани электр», деб дуқ ҳам урамиз. Электрнинг келиши уз-узидан булмаслигини, унинг учун қанчалан-қанча меҳнат, харажат кетаётганини билсакда, аксарият ундан хоҳлаганча ва балки ортиқчароқ ҳам фойдаланамиз.

Аммо бу неъматни ҳам ардоқлаб, ундан тўғри фойдаланилса, зиён қилмайди.

Айтайлик, думалоқ (радиуси  $R = 1,2$  м) стол тепасида чироқ осилган булса, столнинг ёритилиши энг яхши булиши учун чироқни қайси баландликда осиб керак?

Бу масала физика фанига оид булиб, ҳақиқатдан ҳам столнинг ёритилиши тушаётган ёруғликнинг тушиш бурчаги синусига тўғри ва чироқ билан ёритилаётган жой орасидаги масофанинг квадратига тескари мутаносибдир.

Агар шу чироқ билан стол орасидаги масофани  $H$  билан ифодаласак, бу ҳолда чироқдан столнинг энг чеккасигача бўлган масофа

$$d^2 = R^2 + H^2 \quad (1)$$

синус бурчак эса,

$$\sin \alpha = 1 / \sqrt{R^2 + H^2}$$

ифода буйича аниқланади. Физикадаги ёритилиш формуласига кўра

$$L = k \frac{\sin \alpha}{d^2} = k \frac{H}{R^2 + H^2} \frac{1}{R^2 + H^2} = k \frac{H}{(R^2 + H^2)^{3/2}}, \quad (2)$$

бу ерда  $k$  — ўзгармас қиймат бўлиб, чироқнинг ёритувчанлигини кўрсатади.

Маълумки, чироқни пасайтира борсак, чироқ нурлари столни ёритишни кучайтира бошлайди. Агарда чироқни баландроқ кўтара бошласак, масофанинг квадратига мутаносиб равишда ёритилиш камая боради. Хўш, нима қилиш керак? Қандай қилсак, қайси баландликда чироқдан тушаётган ёруғлик мақсадга мувофиқ бўлади, яъни стол юзаси энг кўп ёритилган бўлади.

Бунинг учун  $H$  ни ўзгарувчан деб, юқоридаги ёритилиш формуласининг  $H$  га нисбатан ҳосиласини қидирамиз:

$$L'(H) = k \frac{R^2 - 2H^2}{(R^2 + H^2)^{3/2}}, \quad (3)$$

Максимум (минимум) шартига кўра ҳосила нолга тенг бўлиши керак. Бу деган сўз

$$R^2 - 2H^2 = 0. \quad (4)$$

Бундан  $H$  ни аниқлаймиз:

$$H_2 = R\sqrt{2}. \quad (5)$$

Демак:  $H = 0,7 R = 85$  см бўлади.



Умуман, хулоса шуки, фақат лампочка учун эмас, балки исталган ёритувчи манбани, жумладан шамни ҳам шу масофага кутарсангиз, энг яхши ёритилишни оласиз.

## 24. Шуҳрат кўприк курмоқчи

Шуҳрат билан Хожиакбар устозлари Нодир Жамоловични кўргани уйлари жойлашган Аҳмад Дониш кўчасига кетишаётган эди. Автобус Себзор даҳаси билан Юнусободни бирлаштириб турувчи янги кўприкдан аста кутарила бошлади. Шунда Хожиакбар қизиқиб сўради:

— Шуҳрат ака, кейинги йилларда шаҳримизда жуда кўп кўприклар қурилаяпти. Шаҳримиз чиройига чирой кўшилаяпти. Бизда ҳам қурса булар экан-ку.

— Албатта бўлади. Чет элда ҳатто икки, уч қаватли кўприклар ҳам бор. Уларни кўриб мени ҳам жуда ҳавасим келувди.

— Нега авваллари бундай кўприклар қурилмаган? Ёки бизларда илм фан ва технологиялар савияси паст бўлганми?

— Йўқ Бизда илм фан савияси юқори бўлган, ҳозир ҳам шундай. Фақат мустақилликдан олдинги йилларда фан ютуқлари халқ хўжалигига тадбиқ қилинавермаган.

Орқа ўриндикда ўтириб кетаётган кексароқ аёл беихтиёр суҳбатга қўшилди.

— Ўғлим ҳозирги иқтисодий қийинчилик пайтида қанчадан қанча пул сарфлаб, шу кўприкларни қуриш шартмиди?

— Холажон, бу каби кўприкларнинг иқтисодиётимизга фойдаси кўп. Масалан, — давом этди Шуҳрат, — Юнусободгача йўл узунлиги анча қисқарган. Бу эса ёқилғи тежамкорлиги ва вақтдан ютишга олиб келади. Машиналар ҳам бир-бирига ҳалақит бермайди. Ундан ташқари шаҳримиз чиройли бўлиб, чет эл инвесторларини жалб қилишга ёрдам беради.

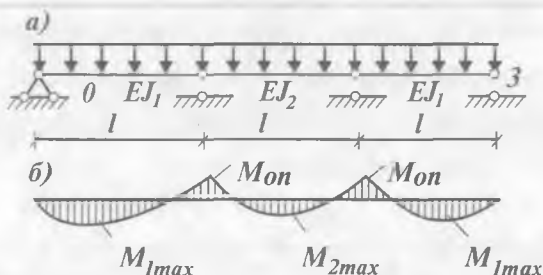
Хожиакбар суҳбатга янада қизиқиб кетди:

— Шуҳрат ака, менимча қурилиш конструкциясининг оптимал бўлиши ҳам иқтисодий тежамкорликка олиб келса

керак. Бу кўприклар ўзи қайси конструкция асосида қурилади?

— Тўғри айтасан Хожиакбар. Конструкция иложи бори-ча кам материал сарф бўладиган ва шу билан бирга кўтариш қобилияти энг юқори бўлиши керак. Бу кўприклар «Устқурма» конструкцияси асосида қурилади. Бизга Нодир Жамолович бир мисол кўрсатган эдилар. Қоғоз қаламинг бўлса ол бу ёққа. Ҳозир сенга шу мисол орқали тушунтириб беришга ҳаракат қиламан.

Мана қара. Кўприк вазифасини бажарувчи уч оралиқли симметрик балка учун:



8-расм.

Шу каби статик ноаниқ конструкцияларни лойиҳалаш ва ҳисоблашда ҳар бир оралиқдаги балканинг кўндаланг кесимларининг ўлчамини ифодаловчи бирликлар нисбатларини ( $EJ = E \cdot bk^3/12$ ) олдиндан билиш шарт. Шундан келиб чиққан ҳолда кўндаланг кесимларнинг бирликлари нисбатларини аниқлаш лозим

$$[\alpha = (EJ_1)/(EJ_2)]. \quad (1)$$

Бунда

$$M_{1\max} = |M_{on}|. \quad (2)$$

Масаланинг ечими эса мана бундай. Уч моментлар тенгламасидан ва  $M_{on} = 0,086 ql^2$  (бу қиймат q ва  $M_{on}$  лар билан юкланган бир оралиқли балкани ҳисоблашда ҳам аниқ-

ланган)дан оптимал бикрлик муносабати  $\alpha = 9,75$  га тенглама аниқланган.

— Ана шундай муносабат балкалар тизимини энг енгил (арзон) бўлишини таъминлайди, — деб гапини тугатди Шўхрат.

## 25. Кўп юришди, кўп уйлашди, ниҳоят кўплаб кўришди

Молиячи Ҳикматилла ва математик Равшан кўрилиш соҳасига ўзларининг ҳиссаларини кўшиш мақсадида кичик бир ишбилармонликни йўлга кўйишди. Улар кўрилишда кўп ишлатиладиган икки хил турдаги рамаларни ишлаб чиқармоқчи бўлдилар.

Ҳикматилла 1-рамадан 10 дона, иккинчисидан эса 20 дона ишлаб чиқармоқчи. Ҳикматилланинг ўзи математика ва материаллар қаршилиги соҳасидан анча йироқда бўлгани учун математик Равшандан маслаҳат ва ёрдам суради. Равшан эса бу соҳаларни анча чуқур ва пухта эгаллаган.

Равшан материал ва элементлардан тежаш мақсадида Ҳикматиллага кўйилагича маслаҳат берди: рама элементларига шундай кесимлар танлаш лозимки, бунда барча элементларнинг биргаликдаги таннархи минимал қийматга эга бўлиши керак. Шунда биз ишлаб чиқаришда анча ютуқлар қозонамиз ва ишлаб чиқарган маҳсулотларимиз харидорбоб бўлади, — деди. Лекин унификация (бир хиллаштириш) шарти бўйича тўсин — ригел ва устунлар иккала рамалар учун ҳам бир хил бўлиши лозимлигини Равшан жуда ҳам яхши биларди.

Шунга асосан, улар яна бир мутахассис билан маслаҳатлашиб рама уқларининг жойлашуви ва эгилаётган иккита рамали конструкция учун юкланиш тарҳини кўришди.



9-расм

Равшан масалани унификацияни ҳисобга олмаган ҳолда ечишни бошлади. Бунда иккала рама учун мақсад функциянинг (конструкция харажатини ифодалайдиган функция) қуриниши қуйидагича бўлади, деб ҳисоб бошлади:

$$z_1 = M_c^{(1)} + M_p^{(1)} \rightarrow \min; \quad z_2 = 2M_c^{(2)} + M_p^{(2)} \rightarrow \min, \quad (1)$$

бу ерда,  $M_p$ ,  $M_c$  — ригел ва устуннинг чегравий пластик моменти:

Сунгра  $P_1$  ва  $P_2$  номаълумларга эга бўлган куч усулининг асосий тизимларини киритди.

Агар иккала рамада соддалаштирилган элементлар ишлатилса, у ҳолда мақсад функцияси қуйидагича бўлади:

$$z = 50M_c + 30M_p \rightarrow \min. \quad (2)$$

Чизикли дастурлаш масаласининг бу ечими

$$P_1 = 10/3; \quad P_2 = 5/6; \quad M_c = 10/3; \quad M_p = 25/3; \quad z = 416\frac{2}{3} \quad (3)$$

ни беради.

Равшан ҳисоб-китоблар натижасида шундай хулосага келди:

Унификация қилинган элементларда индивидуал лойиҳалаштирилган конструкцияларга нисбатан материалларнинг харажатлари ҳар доим баланд бўлар экан:

$$(35/3 \times 10 + 10 \times 20 = 316\frac{2}{3} < 416\frac{2}{3}),$$

аммо бирхиллаштирилган конструкциялар тайёрлаш технологияси жиҳатидан афзалроқ бўлиши мумкин, деб хулоса қилди Равшан.

Шундай қилиб, молиячи Хикматилла ва математик Равшан қурилиш соҳасини кенгайтиришга ўзларининг хиссаларини қўшибгина қолмасдан, балки ишлаб чиқаришда керак бўладиган харажатларни камайтирадиган бир неча хил математик усуллардан фойдаланиб, уларнинг ҳаётга тадбиқи ҳозирги вақтда қанчалик зарурлигини англаб етишди.

## V. ЧИЗИҚЛИ ДАСТУРЛАШ НИМА?

### 26. Мебелдан даромад

— Шундай қилиб, келаси ҳафтадан режадан ташқари мебел тайёрлашга киришамиз, — деб эълон қилди мажлисда мебел фирмасининг раҳбари Маъруф ака, — аммо хом ашё камроқ, ҳаммаси бўлиб кенг истеъмол молларига 40 та 1-навли, 19 та 2-навли тахта ажратилган. Мен бош муҳандис Жамшиджондан қайси тахтадан қанча керак ва қайси мебел даромадли эканлигини айтиб беришини илтимос қилардим, — деб жойига ўтирди.

— Стол учун 4 та 1-навли ва битта 2-навли, стулга эса битта 1-навли ва битта 2-навли тахта керак. Шуни инобатга олингки, ҳар столдан фирма 80 сўм, стулдан 60 сўм даромад олади.\* Ана энди ўзингиз ҳисоблаб кўринг, қайси бири фойдалироқ экан, менга эртага ўз таклифларингизни айтарсиз, — деб цех бошлиғига имо қилди Жамшиджон.

Шундан сунг цех бошлиғи Жамшиджон олдига келиб маслаҳат қилди:

— 10 дан ортиқ стол ясаб бўлмайди, чунки 1-навли тахта кам, демак, 800 сўмдан ортиқ даромад олиб бўлмайди. Агарда, — деди сўзида давом этиб цех бошлиғи, — фақат стуллар чиқарилса, 19 тадан ортиқ тайёрлаб бўлмайди, бу ҳолда даромад 1140 сўм булар экан. Ҳамма тахтадан самарали фойдаланиб қанча стол, стул чиқарсак натижада энг катта даромад олиш мумкинлигини аниқлаш лозим.

Жамшид олий ўқув юртини аълога тугатган, математикадан кучли ва ўзи чуқур мулоҳазали йигит бўлгани учун бўлса керак,

— Бу муаммони фақат математиканинг чизиқли дастурлаш усуллари ёрдамида ҳал қилиш мумкин, — деб столдаги дафтарга ёза бошлади, — мана масалан, ҳар куни  $x_1$  та стол,  $x_2$  та стул тайёрладик, деб фараз қилайлик. Бу ҳолда биринчи навли тахтадан  $4x_1 + x_2$ , иккинчи навлидан эса  $x_1 + x_2$

---

\*Ҳозирги кунда нархлар ўзгарган, албатта, аммо бунинг аҳамияти йиқ.

ишлатиб,  $80x_1 + 60x_2$  сўм даромадга эга бўлиш мумкин. Аммо иккала нав тахта чекланганлиги сабабли

$$4x_1 + x_2 < 40, \quad (1)$$

$$x_1 + x_2 < 19 \quad (2)$$

ва тахта ҳақиқий аниқ бўлганлиги учун

$$x_1 > 0, \quad x_2 > 0 \quad (3)$$

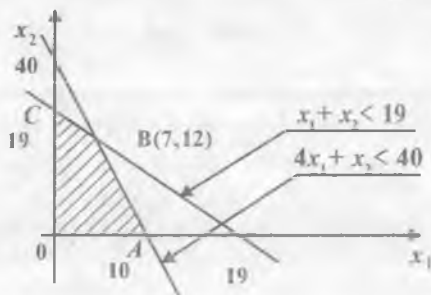
тенгсизликларни ҳосил қиламиз.

Агарда шу тенгсизликларни қаноатлантирувчи ҳамда даромад ( $\Phi$ ) ни  $\Phi = 80x_1 + 60x_2$  максимум, яъни энг катта қийматига келтириш мумкин бўлса, у ҳолда масалани ечган буламиз, — деб қаламни столга қўйди.

Куриниб турибдики, масаладаги номаълумлар сони иккита бўлгани учун уларнинг геометрик ифодасини қуриш мумкин бўлади. Бунинг учун координата ўқларини « $x_1$ » ва « $x_2$ » орқали ифодаласак, 10-расмда кўрсатилган график ҳосил бўлади.

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &< 19, \\ 4x_1 + x_2 &< 40. \end{aligned}$$

Кидирилаётган ечим (1) — (4) тенгламаларни қаноатлантириши учун у шакл ичида ёки унинг чегарасида бўлиши мумкин. Агарда ечим сифатида  $A(10, 0)$ : 10 стол,  $O$



10-расм.

стул олинса, у ҳолда даромад  $\Phi = 10 \cdot 80 = 800$  сўм  $E(6,9)$  нуқта олинса, даромад:  $\Phi = 6 \cdot 80 + 9 \cdot 60 = 480 + 540 = 1020$  сўм булар экан.

$C(0,19)$  нуқтада  $\Phi_2 = 1140$  сўм ва  $B(7,12)$  нуқтада даромад  $\Phi_3 = 1280$  сўм буларкан. Расмдан кўриниб турибдики, ечим В нуқтадан юқорида бўлиши мумкин эмас. Шунга кўра еттита стол ва ун иккита стул тайёрланса, энг катта даромад олиш мумкин экан. Демак, энг мақбул ечим  $x = 7$  стол,  $y = 12$  стул бўлса, энг даромадли ечимга эга бўлинар экан, — деб тушунтиришни яқунлади бош муҳандис.

Қарангки, бу ечим олдингиларига нисбатан анча самарали экан.

## 27. Алишер аккумулятор тузатади

Жамоа хужалиги раиси гараж мудирини чақириб,

— Алишержон ҳозирги аҳволни кўриб турибсан, нархнаво кундан-кунга ошиб кетяпти, эҳтиёт қисмлар қиммат, нимадир қилиш керак, — деди.

Алишер худди кунгилдаги гап булганлигини англаб, нимасини айтасиз раис, аккумуляторни йиғишга пластиналар оз қолди, қопқоғи ундан ҳам кам, ҳайронман энди нима қиламиз.

— Булмаса, деди раис, — айтчи, қайси хил аккумулятор йиғиш бизга фойдали: каттасиними ёки кичигиними? Билиб қуй ҳар бир аккумуляторни йиғишда биз кичигидан 100 сўм, каттасидан 150 сўм тежаймиз.

Алишер гаражга бориб эҳтиёт қисмларни санаб кўрди, омборда 17 та қопқоқ, 45 та рухли пластина, мислисидан 21 пластина бор экан. Уйлаб қараса, кичик аккумуляторга битта, каттасига 5 та рухли, мислидан кичик аккумуляторга 1 та, каттасига эса, 2 та керак экан.

Раиснинг гапини эслаб, агарда 17 та катта аккумуляторни тикласакчи деб уйлади, аммо рухли пластиналар етмаслигини тушуниб энг кўпи 9 та катта аккумулятор йиғиш мумкинлигини аниқлади.

Аммо бу ҳолда  $C = 150 \cdot 9 = 1350$  сўм иқтисод қилиш мумкин бўлсада, кичик аккумуляторга зарур нарса қолмас-

лигини сезди. Агарда кичик аккумулятор йиғса, унда 17 тадан ортиқ бўлмайди, тежамкорлик  $C = 100 \cdot 17 = 1700$  сўм бўларкан деб, бир оз хотиржам бўлди.

Қарасаки, мавжуд қисмлардан уларни тежашнинг ҳар хил варианты бўлиб, қандай қилса тежамкорлик энг катта бўлади?, — деб ўйлаб қолди.

Ўтириб олиб бир неча вариантни ҳисоблаб чиқди, аммо қидирилган ечим дарров топила қолмади. Чунки топилган ечим бошқа вариантлардан яхши кўринса-да, бу энг яхши, охирги ечим эканлигига ишончи йўқ эди.

Аммо аккумулятор йиғиш масаласини ҳам чизиқли дастурлаш йўли билан ечиш мумкин бўлиб, унинг математик ифодаси қуйидагичадир:

Фараз қилайлик,  $x_1$  катта,  $x_2$  кичик аккумуляторлар сони. Агарда қопқоқ ва пластиналар сони чекланганлигини инобатга олсак, у ҳолда қуйидаги тенгсизликларни келтириш мумкин:

- 1)  $x_1 + x_2 \leq 17$  қопқоқ,
- 2)  $5x_1 + x_2 \leq 45$  рухли пластина,
- 3)  $2x_1 + x_2 \leq 21$  мис пластина,

бундан ташқари,  $x_1 > 0$ ,  $x_2 > 0$  эканлиги ва  $x_1, x_2$  бутун сонлигини унутмаслик керак.

Масаладан мақсад юқоридаги (1) ва (2) шартларни ба-  
жарган ҳолда тежамни энг катта қийматга олиб келадиган  $x_1$  ва  $x_2$  миқдорларни топишдир, яъни

$$C = 150 \cdot x_1 + 100 \cdot x_2 - \max.$$

Бу масалани график усулда ечсак (11-расм)  $AB, BC, CD$  чизиқлар кесишган  $AI, BI, C$  ва  $D$  характерли нуқталарга эга бўламиз.

Уларнинг ечимлари:

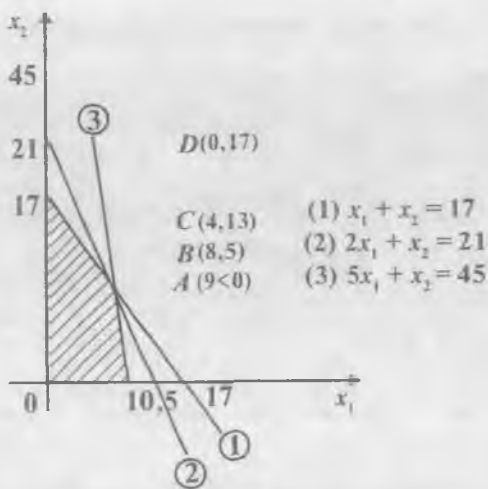
$A(9,0)$  бўлгандаги даромад  $C_1 = 1\,350$  сўм;

$B(8,5)$  бўлгандаги даромад  $C_2 = 1\,700$  сўм;

$D(0,17)$  бўлгандаги даромад  $C_3 = 1\,700$  сўм;

$C(4,13)$  бўлгандаги даромад  $C_4 = 1\,900$  сўм;





$$\begin{array}{r}
 x_1 + x_2 = 17 \\
 2x_1 + x_2 = 21 \\
 \dots\dots\dots \\
 5x_1 + x_2 = 45
 \end{array}$$

Кўришиб турибдики, энг яхши вариант *AB*, *BC*, *CD* чизиқлари кесишган нуқталарда бўлиши ва уларнинг урни булмиш 1) ва 3), 2) ва 3) тенгсизликларни тенглама деб қабул қилинса ва улар бирга тенгламалар тизими кўри-нишда ҳисобланса:

- 1) ва 3) дан  $x_1 = 4$   $x_2 = 13$   $C = 1900$  сўм
- 2) ва 3) дан  $x_1 = 8$   $x_2 = 5$   $C = 1700$  сўм тежаш мумкин экан.

Бу билан топилган ечимларнинг энг яхшиси *C* нуқта-лигини исбот этган бўламиз.

Бундай ечимни кўрган Алишер аккумуляторлардан катта даромад олиш мумкинлигини кўриб севиниб кетди, раис эса Алишердан миннатдор бўлди.

## 28. Лутфулла меҳмонхона ташкил қилмоқчи

Бозор иқтисоди инсонларни ҳаракатга тушириб қўйди. Кўпчилик ўзининг бор ҳунарини ишга солишга, лозим бўлса ўзгартиришга мажбур бўлди. Нима қиласиз энди, «замон сенга боқмаса, сен замонга боқ» деб, ҳаракат қилмасдан илож қанча.

Шундай ҳаёл билан Лутфулла анчадан бери ўйлаб юрган фикрини уйдагилари ва яқинлари ҳукмига ҳавола этди; у ҳам бўлса, шаҳардаги бушаб қолган комсомоллар уйини сотиб олиб, унинг асосида меҳмонхона ташкил қилиш эди. Иморат шаҳарнинг сўлим жойида, 17 хоналик бўлиб, уларда бир ўринли ва икки ўринли люкс хоналар ташкил қилиш мумкин эди.

Маслаҳат бошида Фарҳод акаси тургани учунми, ёки Лутфулланинг ўз ниятлари шундай эдими, ҳар ҳолда ҳамма нарса ҳисоб-китобдан, даромадни аниқлашдан бошланди. Чунки комсомол уйи жуда қимматга тушадиганга ўхшарди.

Лутфулла рақамлар келтириб, уларни тушунтира бошлади. Хоналарни таъмирлаш, жиҳозлаш 50 мингга, бир ўринли хоналар эса 10 мингга тушар экан. Давлат шартига кўра шахсий меҳмонхоналардаги ўринлар сони 21 дан ортмаслиги керак.

Аммо ака-укалардан меҳмонхона учун йиғилаётган пул 450 минг сўм эди.

— Хуш, — деди Фарҳод, — Лутфулланинг мақсади аниқ, у ҳам бўлса меҳмонхонадан кўпроқ даромад келадиган бир ва икки ўринли хоналар сонини аниқлашдир. Бу хоналарнинг ҳар бири келтирадиган даромад ҳам ҳозирча маълум. Масалан 2 ўринли люкс бир кунда 150 сўм, бир ўринлиси эса 100 сўм даромад келтиради. Қандай ечим бизнинг мақсадимизни қаноатлантиради?

Шунда Лутфулла, албатта хоналарнинг кўпи люкс бўлгани маъқул, чунки улардан 1,5 марта кўпроқ даромад олса бўлади, бунинг учун 17 хона бор, аммо бор пул фақат  $450 : 50 = 9$  хонага етади, ундаги даромад  $\Phi_2 = 150 \cdot 9 = 1350$  сўмдир, деб атрофидагиларга қаради.

Шунда ўтирганлардан Шаҳноза.

— Ака балки бир уринли хоналардан кўпроқ имконият булар, масалан унинг учун бир йула барча 17 хонадан фойдаланилса, пулингиз ҳам ортиб қолади ( $450 - 170 = 280$  минг сум) ва даромад.

$$\Phi_2 = 17 \cdot 100 = 1700 \text{ сум}$$

булади, — деб илжайиб куйди.

Шунда Фарҳод,

— Кўрдинглари, муаммони ҳисоблаб ечсак, даромад катта бўлиши мумкин, деб ҳисобни бошлади:

— Айтайлик  $x_1$  — икки уринли ва  $x_2$  — бир уринли люкс хоналар сони бўлсин, бу ҳолда хоналарнинг йиғиндиси 17 дан ортиқ бўлиши мумкин эмаслиги сабабли

$$x_1 + x_2 \leq 17, \quad (1)$$

демак, ҳаммаси бўлиб 21 уринли шахсий меҳмонхона бўлиши учун

$$2x_1 + x_2 \leq 21 \quad (2)$$

харажатга йиғилган бор пул маълум бўлгани учун

$$50x_1 + 10x_2 \leq 450$$

десақ, унда даромад  $\Phi = 150x_1 + 100x_2$  булади.

Бу масаланинг ечими, — деди Фарҳод, — (1) ва (2) тенгсизликдан тенгламалар олиш йули билан топилади.

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= 17, \\ 2x_1 + x_2 &= 21. \end{aligned}$$

Люкс хоналар сони  $x_1 = 4$ , бир уринли хоналар сони  $x_2 = 13$  талигини аниқлаймиз ва ундан тушадиган даромад  $\Phi = 150 \cdot 4 + 100 \cdot 13 = 1900$  сум эканлигини топамиз.

— Мана Лутфулла, шу тартибдаги хоналарга эга меҳмонхона сенинг мушкулингни осон қилиб, қарзингдан тез озод қилади ва келгусида энг даромадли меҳмонхоналардан бири бўлиб қолади, — деб укасининг елкасига енгил уриб куйди Фарҳод.

## 29. «Машхура»дан машхур тикувчилар чиқади

Кумушхон республикамизда энг номдор «Машхура» фирмасида тикувчилик сирларини ўрганиб чиқиб, болалар кийими тикадиган «Оймомо» ишлаб чиқариш ательесида иш бошлаганига кўп бўлгани йўқ.

Ҳар куни эрталаб ишга ошиқади, устози Дилфуза опанинг курсатмаларини сидқидилдан бажаришга ҳаракат қилади. Уз устида ишлашни, тикувчиликка оид журналларни ўқиб ўрганишни яхши кўради.

Бугун дугонаси Замира билан ишдан кейин музқаймоқ емоқчи бўлиб, сув ва музқаймоқ олиб қулай жойга ўтиришдилар. Шу пайт учта аёл ҳам ҳар хил ёшдаги ўғил-қизлари билан уларнинг ёнига ўтиришдилар. Болаларнинг қий-чувларига кўниккач, Кумуш бир зум болаларнинг устидаги костюмларига тикилиб қолди, чунки ўзларида тикилаётган болалар кийимини дарров таниб олган эди.

— Ҳа, «Хушрўй», «Мода» костюмларимизга маҳлиё бўлиб қолдингми, ол музқаймоғингни тезроқ егин, эриб кетади. — деб туртиб қўйди Замира.

— Топдинг, эшит, — деб гапира кетди Кумушхон — аниқроғи цех йиғилишида Мақсуда опанинг «Хушрўй» ва «Мода» болалар костюмлари комиссияда уч ва икки балл олди. Уч баллик баҳода бу ёмон курсаткич эмас. Бу костюмларни бир хил рентабелликда ишлаб чиқиш учун икки хил материал ишлатилади, яъни бир дона «Хушрўй» учун 1- ва 2-хил материаллардан икки ва бир бирлик керак.

«Мода» костюми учун эса 1-хилидан бир бирлик ва 2 хилидан эса икки бирлик материал керак. Бир сменада бизга 1-хил материалдан саккиз бирлик ва 2-хил материалдан 6 бирлик сарфлашимиз мумкин. Шундай экан, баллар йиғиндиси энг кўп бўлган костюмлар сонини аниқлашимиз керак эди.

Муҳандис ёрдамчиси Равшанжоннинг ҳисоби бўйича, (у икки хил усулда топибди):

— «Хушрўй»дан  $3 \cdot (1/3)$  та, «Мода»дан  $1 \cdot (1/3)$  та тайёрласак, баллар йиғиндиси  $12 \cdot (2/3)$  га, агар 4 та «Хушрўй»дан тайёрлаганимизда баллар йиғиндиси 12 га тенг булар экан. Эсингдами у шундай деган эди.

— Шунда икки нарсага тушунмадим, нима учун балл билан белгиладик, бу ҳол костюм баҳосини ва бошқа томонларини ҳисобга олмаяптику, иккинчидан эса  $3 \cdot (1/3)$ ,  $1 \cdot (1/3)$ ,  $12 \cdot (2/3)$  ва 4, 4, 12 сонларини қаердан келтириб чиқарди?

— Биринчи саволингга жавоб шуки, балл маъноси остида уша костюм баҳоси, тикиш вақти ва ниҳоят даромад тушунчаси ётибди, яъни баллнинг юқори булиши сену менга, корхонага фойдадир. Иккинчи саволингга эса жавоб шуки, бир иш билан Равшан аканинг хонасига кирганимда, у киши айнан Мақсуда опа айтган нарсаларни ҳисоб қилаётган экан, шунда кўзим беихтиёр (биласанки, мен математикани яхши кўраман)

$$\begin{aligned} y(x) &= 3x_1 + 2x_2 - \max, & (1) \\ (x_2 + 2x_1 &\leq 8), \\ (2x_2 + x_1 &\leq 6) \end{aligned}$$

ёзувларига тушиб қолди, — деди Замира.

Бу математик ифодалар нимани англатади, деб сўраганимда, у шундай тушунтирган эди:

— Мана қаранг, бизга номаълум нарса бу «Хушрўй» ва «Мода» костюмларидан қанчадан чиқариш мақсадга мувофиқлигидир. Бунинг учун номаълумларни  $x_1$  — «Хушрўй» костюми сони,  $x_2$  — «Мода» костюми сони деб белгилаймиз. У ҳолда 1-хил матодан «Хушрўй» костюмига  $2x_1$  метр, «Мода»га  $1x_1$  кетаркан, аммо бу материалдан бир кунда 8 м дан кўп бўлмаган миқдорда ишлатиш мумкин, яъни

$$2x_1 + x_2 \leq 8 \text{ м.}$$

Иккинчи хил матодан ҳар бир «Хушрўйга»  $1 \cdot x_1$ , «Мода»га  $2 \cdot x_2$  ишлатилса, унда бир кунда фақат

$$x_1 + 2x_2 \leq 6 \text{ м}$$

ишлатиш мумкин экан. Шу имкониятда энг кўп балл олиш режаси қуйидаги мезон орқали ифодаланади; «Хушрўй»-нинг ҳар биридан 3 балл. «Мода»нинг ҳар биридан 2 балл

олиш мумкин бўлса, ҳамма  $(x_1, x_2)$  костюмлардан олинаниган баллар йиғиндисининг мезон сифатида белгиси:

$$\Phi(x) = 3x_1 + 2x_2 - \text{тах (энг кўп)}.$$

— Демак, математик тенглама ёрдамида ҳисоблаб топилган экан-да, — деб уйланиб қолди Кумуш.

— Ҳа, энг мақбул математик ечим икки тенгламани ечиб топилади, яъни

$$2x_1 + x_2 = 8 \text{ м},$$

$$x_1 + 2x_2 = 6 \text{ м}.$$

Ечсак,  $x_1 = 10/3$  м.  $x_2 = 4/3$  м., мақсадли мезони  $\Phi(x) = 12,67$ . Бу энг юқори баллдир.

Тез, бежирим тикишдан ташқари ҳисоб-китоб билан боғлиқ бўлган томонлари ҳам бор экан-да, энди бу томонларини ҳам аста-секин ўрганиб оламан, — деб аҳд қилиб қўйди ўзича Кумуш. Лекин у бир ишга аҳд қилса астойдил киришади, уддасидан чиқади ҳам албатта.

### **30. Самода унумли парвоз қилиш — ердаги тинимсиз изланишлар маҳсулидир**

Асроржон ёшлигидан самолётда учишни орзу қилар эди. Дадаси ундаги бу қизиқишни сезиб, ҳа, самолётни бошқариш учун чуқур билимга эга бўлиш керак, айниқса математика, физика фанларидан, деб қўярди. Ўрта мактабда бир неча йил ўқитувчилик қилган дадаси ҳозир туман марказидаги ишлаб чиқариш кичик корхонасида ишларди. Дадасининг ҳар бир сўзига қатъий амал қиладиган Асрорнинг меҳнатлари зое кетмади, кўп ўтмай у Тошкент Давлат Авиация Институтини талабаси бўлди. Дунё янгиликларига доимо ташна бўлиб юрувчи дадаси ҳар сафар Асрорни саволга тутар, у бундан баъзан жуда қийналиб ҳам қолар эди. Чунки саволлар оддий бўлиб туюлсада, лекин назарий билимсиз жавоб бериш қийин эди. Жавобсиз қолган саволларга дадаси Арслон ака «ҳечқиси йўқ, янаги гал келишингда жавобни айтарсан», деб уни

бу мушкул аҳволдан қутқарарди Асрорнинг тиришқоқлигига ишонган ҳолда.

Мана бугун ҳам сешанба куни кечқурун оила аъзолари билан кечки овқатни еб бўлишгач, Арслон ака учувчи-талаба ўғли Асроржоннинг «мясани чархлаш» мақсадида яна секин гап бошлади. Буни олдиндан сезиб юрган аяси Мавлуда опанинг «дарсдан чарчаб-ҳориб келгани етмагандай яна саволларингизга нима бор, қўйинг озроқ дам олсин, ахир» дейишига қарамасдан «сенинг нима ишинг бор, хотин, кўп фикр қилишдан, айниқса, фойдали изланишдан ҳеч ким чарчамаган», деб ўғлига «аввал айтганингдек, самолётлар мудофаа, пассажирларни ташиш, юк ташиш мақсадларига қараб бир неча турга бўлинар экан. Шу юк ташувчи самолётлар ҳам парвоз қиляптиларми, олдин асосан давлат юклари ташиларди, ҳозирги бозор иқтисодида аҳвол қалай экан?» деб кулимсираб му-рожаат қилди.

— Ҳа албатта, парвоз қиляпти, энди аксарият тижоратчилар, ишбилармонларнинг юклари ташиляпти, — деб жавоб берди, сўнг:

— Келинг сизнинг саволингизга қўйидаги мисол орқали жавоб берай: Масалан юк кутариш қобилияти  $M = 83$  шартли бирликка тенг бўлган самолётга 4 хил юк ташиш режаси қўйилган, жумладан:

биринчи хил юк,  $P_1 = 10$  бу ҳолда, даромад  $C_1 = 20$ ,  
иккинчи хил юк,  $P_2 = 16$  бу ҳолда, даромад  $C_2 = 50$ ,  
учинчи хил юк,  $P_3 = 22$  бу ҳолда, даромад  $C_3 = 85$ ,  
туртинчи хил юк,  $P_4 = 24$  бу ҳолда, даромад  $C_4 = 96$ ,

Сиз айтгандек масала шarti қўйидагича бўлади; Самолётни шундай юклаш лозимки, ундаги даромаднинг ҳажми энг кўп, яъни максимал бўлсин.

Дада, сиз математика ўқитувчиси бўлганингиз учун қисқароқ тушунтиришга ҳаракат қиламан, бошқалар учун эса албатта бу кўп вақтни олади. Топшириққа мос келувчи математик модел — шундай миқдордаги  $x_1, x_2, x_3, x_4$  юклар самолётга юклансинки, мос ҳолда 1, 2, 3, 4 хил юк учун умумий даромад  $\Phi(x) = \sum x_i C_i = \max \Phi(x)$  бўлсин. Албатта, бунинг учун самолёт имкониятидан келиб чиқадиган  $x_1 P_1 + x_2 P_2 + x_3 P_3 + x_4 P_4 \leq 83$  шarti бажарилиши лозим.

Ана энди жавобини топамиз: бунинг учун  $x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$  динамик дастурлаш усулини қўллаш мумкин, албатта сизга бошқа йўллари ҳам маълум:

$$\Phi = 1 \cdot 20 + 0 \cdot 50 + 0 \cdot 85 + 3 \cdot 96 = 308 \text{ бирлик.}$$

Демак, бу  $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 3$  га тенглигини билдиради. Сизнинг саволингизга жавоб шуки, самолётдаги юкда даромад максимал булиши учун, биринчи хил юкдан 120 бирлик, тўртинчи хил юкдан эса 28 бирлик ортишимиз керак экан.

— Ҳа раҳмат ўғлим, бу сафар аниқ ва тез жавоб бердинг, шундай давом эттиравер деди хурсанд булиб дадаси. У ҳар кимни ҳам мақтайвермас эди, шунинг учун бу Асрор учун катта мукофотга тенг эди, иккинчидан эса саволга жавобни кейинги сафарга қолдирмаганидан шод бўлди. Осмондаги самолётнинг овози уни сергак қилди, дадаси эса унга кулимсираб қараб турар эди.

Эрталаб кечроқ турган Асрор, нонушта қилаётганда дадасининг иш столи устида ёзилган варақларни кўриб ичида «осон қутулолмасам керак, яна бир нарсаларни ўйлаб кўйганга ўхшайдилар дадам, кечагидай лўнда-лўнда жавоб бераманда кўяман» деб қўйди. Шу пайт дадасини бир киши машинада чиқираётганини укаси Аброр югуриб келиб айтди. Шоша-пиша ташқарига чиқаётган Арслон ака Аброрга «мана шу стол устидаги қоғоз сенга, майли, мен кетишим керак, келгуси ҳафтада жавобини берарсан», деб уйдан чиқиб кетди. «Ана холос, айтганим бўлди», — деб халёлидан ўтказди у. Қоғозни олиб қуйидаги масалани ўқиди: « $A_1, A_2, A_3$  шаҳарларидан битта парвозда  $B_1, B_2, B_3, B_4$ , истеъмолчиларга мос ҳолда 40, 60 ва 100 тонна миқдорда юкни самолётда етказиш керак.  $B_1, B_2, B_3, B_4$ , истеъмолчиларга мос ҳолда жами 200, 400, 800 ва 600 т юк етказиш керак.

Масала шarti: Учта шаҳар билан истеъмолчилар (улар ҳам турли жойларда жойлашган) шундай алоқа боғлашлари керакки, уларнинг юкларини ташиш ишига энг кам ёқилғи сарф бўлсин.

Масала ва унинг шarti Асрор ўйлагандек осон эмас эди. Йўлда кетар экан, у гоҳ масаланинг математик модели қан-



дай бўлиши, гоҳ эса дастурий маълумотларига нималарни киритиш кераклиги ҳақида ўйлаб борар эди.

Азиз китобхонлар, сизга ҳам билимингизни синаб қуришга имконият берилди, ҳа айтгандек сизга ёрдам тариқасида жавобларни ҳам келтираемиз:

$x_{11} = x_{12} = x_{13} = 0$ ,  $x_{12} = x_{24} = x_{32} = 0$ ,  $x_{14} = 400$ ,  $x_{23} = 200$ ,  $x_{31} = 200$ ,  $x_{33} = 500$ ,  $x_{34} = 200$ . Шу вариантда самолётнинг юк билан учадиган масофаси энг кам миқдорда булар экан, яъни  $y(x^*) = 11200$  т.км.

Йўлда транспорт масаласини ўйлаб кетаётган Асрорга ҳам омад тилаймиз.

### 31. Сут-қатиқни тезликда эгасига етказсанг, ютуқ сеники

Маълумки, сут-қатиқ бу энг тоза ва энг фойдали нарса. Агарда уни уз вақтида эскимасидан, бузилмасидан аввал истеъмол қилсанг савобига ким етсин. Хонадонларда, фермаларда, жамоа хўжаликлариди, қўйингки Республикамизда ҳар куни минглаб литр сут олинади, уни тезликда ўз эгасига — истеъмолчига етказиш катта ва долзарб масаладир. Сутни уз вақтида, тезликда ва кам харажат етказиш масаласини куриб чиқайлик.

Масалан тўртта  $A_1, A_2, A_3, A_4$  сут фермаларида 40, 20, 30, 10 тоннадан сут мавжуд бўлиб, уларни талаб қилинган хўжаликларга 30, 40, 30 тоннадан етказиб бериш керак. Ундаги шарт: сут маҳсулотини фермалардан хўжаликларга етказиб беришда вақт ёки қилинадиган транспорт харажатлари энг кам бўлсин. Сут ташиш харажатлари 9-жадвалда келтирилган, (сумларда).

9-жадвал

Жўнатиш пунктлари	Қабул қилиш жойларидаги харажат, сум/кг			Умумий сут ҳажми, т
	$B_1$	$B_2$	$B_3$	
$A_1$	3	4	5	40
$A_2$	7	2	3	20
$A_3$	6	1	4	30
$A_4$	5	2	3	10
Сутга бўлган талаб	30	40	30	100

Сутни ташиш учун кетган харажатни,  $C_{ij}$  билан, ташилиши керак бўлган сут миқдорини эса  $x_{ij}$  билан белгилаймиз. Транспорт масаласини тақсимлаш усули [1,2,8,10] билан ечганда жадвалнинг юқорига чап бурчагига тариф ( $C_{ij}$ )лар, пастки ўнг бурчагига эса ташилаётган юк миқдорлари ( $x_{ij}$ ) ёзилади.

Масаланинг математик модели жадвал маълумотлари асосида қуйидагича тузилади:

$$\begin{aligned}x_{11} + x_{12} + x_{13} &= 40, \text{ биринчи фермадаги сут тақсими,} \\x_{21} + x_{22} + x_{23} &= 20, \text{ иккинчи фермадаги сут тақсими,} \\x_{31} + x_{32} + x_{33} &= 30, \text{ учинчи фермадаги сут тақсими,} \\x_{41} + x_{42} + x_{43} &= 20, \text{ тўртинчи фермадаги сут тақсими,} \\x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} &= 30, \text{ қабул қилиш тақсими,} \\x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} &= 40, \\x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} &= 30.\end{aligned}$$

Бу тенгламалар тизимининг ечимини топиш натижа-сида чизиқли мақсад функцияси

$$\begin{aligned}z &= 3x_{11} + 4x_{12} + 5x_{13} + 7x_{21} + 2x_{22} + 3x_{23} + 6x_{31} + x_{32} + \\&+ 4x_{33} + 5x_{41} + 2x_{42} + 3 \\x_{43} &(\min) \text{ қийматга эга бўлсин.}\end{aligned}$$

Масалани ечишда жадвални «шимолий-шарқ» бурчак усули бўйича юқоридан қуйи бурчакка қараб юкларни тақсимлаб чиқамиз ва масаланинг бошланғич режасини тузамиз, натижада қуйидаги жадвалга эга бўламиз (10-жадвал).

10-жадвал

Жунатиш жойлари	Қабул қилиш пунктларидаги харажат ва талаб			Умумий сут ҳажми, т
	$B_1$	$B_2$	$B_3$	
$A_1$	3 30	4 10	5	40
$A_2$	7	2 20	3	20
$A_3$	6	1 10	4 20	30
$A_4$	5	2	3 10	10
Сутга бўлган талаб	30	40	30	100

Бу жадвалда тақсимланган юкнинг мақбуллик миқдори масаланинг мақсад функцияси орқали тўлдирилган катаклар бўйича ҳисоблаб топилади. Шунга асосан жадвал кўрсаткичлари бўйича мақсад функциясининг қиймати

$$z_{\min} = 30 \cdot 3 + 10 \cdot 4 + 20 \cdot 2 + 10 \cdot 1 + 20 \cdot 4 + 10 \cdot 3 = 90 + 40 + 40 + 10 + 80 + 30 = 290 \text{ сўмни ташкил этади.}$$

Бу режа масаланинг ҳақиқий мақбул ечими эканлигини тақсимлаш усули ёрдамида текшириб кўрамиз. Бунинг учун жадвалнинг пастки (энг охири) ва уннг томонига қўшимча график чизиб, уларни ҳал қилувчи қўшилувчилар деб юри-тамиз (11-жадвал).

11-жадвал

Жўнатиш пунктлари	Қабул қилиш пунктлари			Умумий сут ҳажми	Ҳал қиливчи қўшилувчилар
	$B_1$	$B_2$	$B_3$		
$A_1$	3 30	4 10	5	40	0
$A_2$	7	2 20	3	20	+2
$A_3$	6	1 10	4 20	30	+3
$A_4$	5	2	3 10	10	+4
Сутга булган талаб	30	40	30	100	
Ҳал қилувчи қўшилувчи	-3	-4	-7		

11-жадвалда келтирилган ҳал қилувчи қўшилувчилар ёрдамида тўлдирилган катакчалардаги тарифларни нолларга айлантирамиз, бу қуйидагича бажарилади:  $A_1B_1$  тўлдирилган катакдаги масофа 3 км булганлигидан уни нолга айлантириш учун (пастки қаторга) 3 ни ҳал қилувчи деб олиб, унинг уннг томонига нолни қўшсак, уларнинг йиғиндиси нолга тенг бўлади.  $A_1B_2$  ни нолга тенглаш-

тириш учун унга пастдан (-4) ҳал қилувчини қўшамиз ва ҳоказо. Шулар ёрдамида ҳамма тўлдирилган катакчалардаги (тарифлар) масофалар нолга айлангунча режани яхшилаб давом эттирилади. Бундай алмаштиришлар услуги 12-жадвалда келтирилган.

12-жадвал

Жунатиш жойлари	Қабул қилиш жойлари			Сут ҳажми
	$B_1$	$B_2$	$B_3$	
$A_1$	0 30	2	0 10	40
$A_2$	4	0 20	-2	20
$A_3$	4	0 20	0 10	30
$A_4$	4	2	0 10	10
Сутга бўлган талаб	30	40	30	100

Ҳосил бўлган тўғри тўртбурчакнинг мусбат бурчақларидаги юклардан энг кичик миқдордагисини олиб, бу ерда у 10 га тенг, уни ўзгартирмасдан манфий катакчалардаги юк миқдориға қўямиз, мусбат катакчалардаги юк миқдорларидан олиб ташлаймиз, натижада юкларнинг янгича тақсимланиши қуйидаги кўринишида бўлади. (13-жадвал).

Бундай алмаштиришларни масаланинг маъқул ечимига эга бўлгунча давом эттирамиз. Келгуси жадвалларни тўлдиришда юқорида кўриб утилган қоидаларға амал қилинади. Бу кўрсаткичлар бўйича функция қиймати.

$$z(x)_{\min} = 30 \cdot 3 + 5 \cdot 10 + 2 \cdot 20 + 1 \cdot 20 + 10 \cdot 4 + 3 \cdot 10 = 90 + 50 + 40 + 20 + 40 + 30 = 270 \text{ минг сўм.}$$

Жунатиш жойлари	Қабул қилиш жойлари			Сут ҳажми	Ҳал қилувчи қушилувчилар
	$B_1$	$B_2$	$B_3$		
$A_1$	0 30	2	0 10	40	-2
$A_2$	4	0 10	-2 10	20	0
$A_3$	4	0 30	0	30	0
$A_4$	4	2	0 10	10	-2
Сутга булган талаб	30	40	30	100	
Ҳал қилувчи қушилувчи	+2	0	+2		

Бироқ юқорида тўлдирилган катакчаларда манфий кўрсаткичли масофалар бор.

Кейинги жадваллар юқоридаги қоидаларга асосланиб тўлдирилади (14-жадвал).

Жунатиш жойлари	Қабул қилиш жойлари			Сут ҳажми
	$B_1$	$B_2$	$B_3$	
$A_1$	0 30	0	0 10	40
$A_2$	6	0 10	0 10	20
$A_3$	6	0 30	2	30
$A_4$	4	0	0 10	10
Сутга булган талаб	30	40	30	100

Қидирилаётган ечим натижаси 14-жадвалда кўрсатилган бўлиб мақсад функцияси қиймати.

$$z_{\min} = 3 \cdot 30 + 5 \cdot 10 + 2 \cdot 10 + 3 \cdot 10 + 1 \cdot 30 + 3 \cdot 10 = \\ = 90 + 50 + 20 + 30 + 30 + 30 = 250 \text{ минг сўм.}$$

14-жадвалдаги ҳамма тўлдирилмаган каттакчалардаги масофалар мусбат ишорали булади. Шунинг учун масала ечимини ниҳоясига етган деб ҳисоблаймиз. Куришиб турибдики, мақсад функцияси қиймати  $\Phi(x)_{\min} = 250$  минг сўмга тенг булади. Шу йўл билан фермаларда сут ташувчи корхоналар ташкил этсак, бошланғич режага нисбатан  $\Phi(x)_{\min} = 290 - 250 = 40$  минг сўм иқтисод қилишга муваффақ бўламиз ва тақсимланган сутлар  $x_{11} = 30$  т;  $x_{13} = 10$ ;  $x_{22} = 10$  т;  $x_{32} = 30$  т;  $x_{43} = 10$  т миқдориди жунатилар экан.

Масаланинг ечими компьютерда жуда тез ва аниқ топилади, фақат мақбуллаштирувчи ЭХМ дастури булса бас.

## 32. Фермер нималарни қанча ерга эккани маъқул

Қизиғи шундаки, ҳар йили экинларни экиш олдида катта, мураккаб ва иқтисодий долзарб масалани ечишга тўғри келади.

Ҳар йили бир хил экин экиш ва ундан юқори самара олиб, бойиб кетиш қийин. Албатта бозор талабини, ер техника ва озуқа, ҳамда фермер имкониятларини инобатга олибгина катта даромад олиш мумкин. Бир қарашда содда, аммо математик ҳисобларга боғлиқ бу иқтисодий масала ҳамма хўжаликда, фермерда, борингки уй, ер эгасида бир йилда камида бир марта учрайди. Ҳар томонлама тўғри ечилса нур устига аъло нур, аксинча, гардкамига ечилса ва нима булса шуни экса, деҳқон қиши билан нон-чой ичиб келгуси йилни пойлашига тўғри келади.

Чучварани хом санамаслик учун ердан унумли фойдаланиш керак, бу ўтмишдан қолган нақл. Агарда шу муаммони аниқ усуллар ёрдамида ечилса даромад катта бўлиши муқаррар. Бу муаммо моҳиятини кўрсатиш учун мисол кўрайлик.

Берилган майдонларга экин турларини ҳар бир участкада экин ҳосилдорлиги маълум бўлган ҳолда шундай тақсимлаш керакки, натижада у ялпи максимум маҳсулотни берсин ёки максимум соф даромад келтирсин. Мисол учун

дон экинлари ёки ҳамма озуқабоп экинлар учун максимум маҳсулотни аниқлаш талаб этилсин.

Масалада функционалнинг максимумини аниқлаш ҳам худди минимумни аниқлаш сингари бажарилади. Фарқи шундаки, режанинг биринчи варианты тузилгандан кейин жадвал катагидаги мавжуд режани мусбат баҳога кўчириш йўли билан амалдаги ер участкалари буйича ҳосилдорлиги берилган. Экинларни шундай жойлаштириш талаб этиладики, натижада максимум озуқага эга бўлайлик. Озуқабоп экинлар ҳосилдорлиги, экин турлари ва участка ҳажми қуйидаги 15-жадвалда берилган.

15-жадвал

Озуқабоп экинлар	Ер майдонидаги ҳосилдорлик центнер				Жами экин майдони (га)
	1	2	3	4	
А. Маккажўхори	10	40	70	100	1400
Б. Хонаки нухат	8	12	16	30	1300
В. Кузги жавдар (озуқа учун)	9	14	24	35	900
Г. Қанд лавлаги (озуқа учун)	10	24	36	50	150
Д. Полиз экинлари	3	5	15	25	250
Ер майдони сатҳи	700	800	1500	1000	4000

Бу ерда қўйилган масаланинг математик модели келтирилди. Бу кўринишдаги масалаларнинг математик моделлари олдинги бобларда атрофлича курсатилиб утилганлиги учун бу ерда изоҳ берилмади. Масала жадвал ёрдамида ечилади. 16-жадвалда бош «шимолий-шарқ» усулини қўллаб, ер майдонлари буйича озуқабоп экинлар экиладиган ер майдонига тақсимланишининг бошланғич режасини тузамиз. 15-жадвалдаги маълумотлардан фойдаланиб, жами экин майдонларини озуқабоп экин майдонлари буйича юқоридаги усулда тақсимлаймиз ва 16-жадвалга эга бўламиз.

Озуқабоб экинлар	1	2	3	4	Жами экин майдони	Ҳал қилувчи қушилув- чилар
<i>A</i>	10 700	40 700	70	100	1400	0
<i>B</i>	8	12 100	16 120 0	30	1300	+28
<i>B</i>	9	14	24 300	35 600	900	+20
<i>Г</i>	10	24	36	50 150	150	+5
<i>Д</i>	3	5	15	25 250	250	+30
Участкалар сатҳи	700	800	150 0	100	4000	
Ҳал қилувчи қушилувчилар	-10	-40	-44	-55		

Биз 16-жадвалдан мақсад функцияси, яъни умумий ҳосил ҳажми ( $z$ ) нинг максимум қийматини топамиз. Бу ерда

$$z = 700 \cdot 10 + 700 \cdot 40 + 100 \cdot 12 + 1200 \cdot 16 + 300 \cdot 24 + 600 \cdot 35 + 150 \cdot 50 + 250 \cdot 25 = 7000 + 2800 + 1200 + 19200 + 7200 + 21000 + 7500 + 6250 = 97350 \text{ ц.}$$

Агар жами экин майдонларини участкалар бўйича шундай тақсимласак  $z = 97350$  центнер ҳосил олишга эришар эканмиз.

Мақсад шу олинган ҳосилнинг ҳақиқатдан ҳам максимум, яъни энг кўп ҳосил эканлигини кўрсатишдир. Бунинг учун 16-жадвалдан ҳал қилувчи қушилувчилар танланади. Бунда улар шундай танланиши керакки, натижада тўлдирилган катакчаларда тарифлар нолга айлансин. Буни берилган мисолимиз ёрдамида кўриб чиқамиз.

$$z(x) = L_1x_1 + L_2x_2 + L_3x_3 + L_4x_4 \dots \quad (1)$$

А қатор 1 устунда турган 700 ни нолга айлантириш учун пастки томонга ҳал қилувчи қушилувчи (-10) ва уннг то-



монига эса 0 ни қўшиш керак, акс ҳолда нол булмайди. (17-жадвалда эса 700 турибди).

Қолган қаторлардаги сонлар ҳам шу йул билан топилади. 16-жадвалнинг Б қатори 1 устунидаги 8 сони урнига буш катакча турган сонга ҳал қилувчи қўшилувчилар қўшилиб,  $(-10 + 8 + 28 - 26)$  ҳосил қилинади ва ҳоказо. Натижада режанинг янги вариантини ҳосил қилдик (17-жадвал).

Биз бундай тақсимлашда мақбул режага эришмадик, чунки буш катакчаларда мусбат қийматли сонлар сақланиб қолди. Ҳамма буш катакчалардаги сонлар манфий бўлгандагина мақбул ечимга эришилади.

Масаланинг мақбул ечимини топиш учун буш катакчадаги энг катта ҳосилдорликдан бошлаб (қолган катакчалар тўлдирилган ёки баландлик нол бўлиши керак) тўғри бурчак ясаймиз. Биз тўғри бурчакни қайси катакчадан бошлаган бўлсак, шу катакчага манфий ишорани, қолганларига эса мусбат, манфий ва ҳоказо ишораларни қўямиз. Манфий катакчалардаги миқдордан айириб ташлаймиз. Натижада тақсимлашнинг янги вариантига эга бўламиз. Бундай вариантни масаланинг мақбул ечимига, яъни максимум ҳосилдорликка эга бўлгунга қадар давом эттираемиз.

17-жадвал

Озуқабоп экинлар	1	2	3	4	Жами экин майдони
А	0 700	0- 700	26	45+ 600	1400
Б	26	0+ 100	0- 1200	3	1300
В	19	-6	0 300+	0 600	900
Г	5	-1	-3	0 150	150
Д	23	-5	1	0 250	250
Ер майдони улчами(га)	700	800	1500	1000	4000

17-жадвалда энг катта ҳосилдорлик биринчи қаторнинг тўртинчи устунидаги 45 дир. Биз тўғри бурчакни шу ердан

бошлаймиз. Навбатдаги ҳисоблаш ишларини бажариб 18-жадвалга эга бўламиз.

18-жадвал

Озуқабоп экинлар	1	2	3	4	Жами экин майдони	Ҳал қилувчи қўшилувчилар
<i>A</i>	0 700	0 100	26	45 600	1400	0
<i>B</i>	26	0 700	0 600	3	1300	
<i>B</i>	19	-6	0 900	0	900	0
<i>Г</i>	5	-1	-3	0 150	150	+45
<i>Д</i>	23	-5	1	0 250	250	+45
Ер майдони улчами (га)	700	800	150 0	100 0	4000	
Ҳал қилувчи қўшилувчилар	0	0	0	-45		

Биз жадвалга ҳал қилувчи қўшилувчиларни қўшиб, ма-саланинг мақбул ечимини топишга киришамиз, яъни юқорида келтирилган амалларни яна такрорлаймиз ва навбатдаги 19-жадвалга эга бўламиз.

19-жадвал

Озуқабоп экинлар	1	2	3	4	Жами экин майдонлари
<i>A</i>	0 700	0 700	26	0 600	1400
<i>B</i>	26	0 700	0 600	-42	1300
<i>B</i>	19	-6	0 900	-45	900
<i>Г</i>	50	34	42	0 150	150
<i>Д</i>	68	40	46	0 250	250
Участкалар сатҳи	700	800	1500	1000	4000

Бу жадвалда мусбат ҳосил сақланиб қолди, энди тўғри тўртбурчак тузишга тўғри келади. 19-жадвалдаги ҳисоблаш ишлари ҳам юқоридагидек амалларни бажаришни талаб этганлиги учун тўғридан-тўғри охириги энг мақбул вариантни 20-жадвални тавсия қилиш афзал қурилди.

20-жадвал

Озуқабоб экинлар	1 гектар майдондан олинадиган ҳосил				Жами экин майдонлари
	1	2	3	4	
<i>A</i>	-48	-22	0 400	0 1000	1400
<i>B</i>	0 500	0 800	-4	-20	1300
<i>B</i>	-3	-2	0 900	-19	900
<i>Г</i>	-14	-4	0 150	-16	150
<i>Д</i>	0 200	-2	0 50	-16	250
Участка-ларга қараб талаб қилинадиган миқдор	700	800	1500	1000	4000

Бу жадвалдан кўриниб турибдики, тўлдирилган катакчаларнинг ҳеч бирида мусбат ишорали ҳосилдорлик қолмади, шунинг учун масаланинг ечимини давом эттириш мумкин эмас. Демак, биз масаланинг мақбул ечимига, яъни максимум ҳосилдорликка эга бўлдик.

Бу ерда:

$$z = 400 \cdot 70 + 1000 \cdot 100 + 8 \cdot 500 + 800 \cdot 12 + 900 \cdot 24 + 150 \cdot 36 + 200 \cdot 3 + 50 \cdot 15;$$

ёки

$$z = 28000 + 100000 + 4000 + 96000 + 21600 + 5400 + 600 + 750 = 169950 \text{ ц.}$$

Майдонларга озуқабоп экинларни фақат мақбул режа асосида тақсимлаганимизда, энг юқори ҳосилдорликка эришиш мумкин.

Мақбул режани унинг биринчи варианты билан солиштирсак, жами маҳсулотнинг 72700 ц га ошганини кўрамиз.

### 33. Мол боққанга барака

Энг савобли, энг қийин ва энг керакли иш — бу мол боқиш десак, катта хато қилмаган бўлмиз. Шунинг учун булса керак, республика мустақил булиб бозор иқтисодига утиши билан ҳар бир меҳнаткаш қишлоқ ходими бошқа қишлоқ хўжалик ишлари каби мол боқишга ва гушт-сутни кўпайтиришга бел боғлашди. Мол боқишнинг ўзи бўлмайди, ундан фойда олишни кўпайтириш учун катта меҳнат ва билим керак, шундагина қисқа вақтда катта натижа олиш мумкин.

**Масала.** Қорамол фермасида ҳар бир бош мол учун ҳафталик тузиладиган озуқа рационни А моддали озуқадан 6 бирлик, В моддали озуқадан 8 бирлик, С моддали озуқадан 12 бирлик қилиб тузиш талаб этилган бўлсин.

Бу озуқа рационини тузиш учун фермадаги мавжуд бўлган бир неча хил озуқабоп моддалардан фойдаланилади. Мавжуд озуқабоп моддаларнинг ҳар биридан неча бирликдан олиниши 21-жадвалда кўрсатилган:

21-жадвал

Озуқа турлари	Озуқабоп моддалар			Мавжуд булган озуқа бирликлари
	I	II	III	
A	2	1	3	6
B	1	2	1,5	8
C	3	4	2	12

Агар I озуқабоп модданинг 1 кг нинг баҳоси 2 сўм, II озуқабоп модданинг 1 кг нинг баҳоси 3 сўм, ва III озуқабоп модданинг 1 кг нинг баҳоси 2 сўм 50 тийиндан бўлса, моллар учун энг арзон рацион тузилсин.

Берилган шартлар бўйича озуқа турларини  $x_1, x_2, x_3$  лар билан белгилаб, масалага доир тенгсизликлар тизимини ва ечим функциясини тузамиз:

$$2x_1 + x_2 + 3x_3 \geq 6 \text{ биринчи озуқа харажати,}$$

$$x_1 + 2x_2 + 1,5x_3 \geq 8 \text{ иккинчи озуқа харажати,} \quad (1)$$

$$3x_1 + 4x_2 + 2x_3 \geq 12 \text{ учинчи озуқа харажати,}$$

$$\Phi(x)_{\min} = 2x_1 + 3x_2 + 2,5x_3 \text{ жами озуқа нархи,} \quad (2)$$

$$x_1 > 0, x_2 > 0, x_3 > 0; \text{ номаълумлар чегараси.} \quad (3)$$

Лагранж усулига биноан тенгсизликлар тизимига қўшимча номаълумлар киритиб, қуйидаги тенгламалар тизимига эга буламиз:

$$2x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 = 6,$$

$$x_1 + 2x_2 + 1,5x_3 - x_5 = 8, \quad (4)$$

$$3x_1 + 4x_2 + 2x_3 - x_6 = 12.$$

Бу тенгламалар тизимига киритилган  $x_4, x_5, x_6$  номаълумларнинг олдидаги коэффициентлар манфий бўлиб, улар фақат тенгсизликларни тенгликка келтириш учун қўйилди. Шунинг учун булар асосий номаълумлар ўрнини боса олмайди.

Шунга кўра юқоридаги тенгламалар тизимига сунъий ўзгарувчилар, яъни  $y_1, y_2$  ва  $y_3$  ларни киритамиз. У ҳолда (4) тенгламалар тизимининг кўриниши қуйидагича бўлади:

$$2x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 + y_1 = 6,$$

$$x_1 + 2x_2 + 1,5x_3 - x_5 + y_2 = 8, \quad (5)$$

$$3x_1 + 4x_2 + 2x_3 - x_6 + y_3 = 12.$$

Ана шу тенгламалар тизимига сунъий ўзгарувчилар киритилгани учун ечим функциясига ҳам (+M) сонини қўшамиз.

Масаланинг шarti бўйича минимум қийматни топиш талаб этилганлиги учун, M ни мусбат ишора билан, акс ҳолда эса манфий ишора билан қўшилади. Масала шартига кўра мақсад функциясининг кўриниши қуйидагича бўлади:

$$\Phi(x)_{\min} = 2x_1 + 3x_2 + 2,5x_3 + M(y_1 + y_2 + y_3) \quad (6)$$

Энди  $y_1, y_2, y_3$ , сунъий узгарувчиларни топиш керак.

Бунинг учун (5) тенгламалар тизимини  $y_1, y_2, y_3$ , ларга нисбатан ечиб, натижада ушбу тенгликларга эга буламиз:

$$\begin{aligned} y_1 &= 6 - (2x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4), \\ y_2 &= 8 - C(x_1 + 2x_2 + 1,5x_3 - x_5), \\ y_3 &= 12 - (3x_1 + 4x_2 + 2x_3 - x_6), \\ y_1 + y_2 + y_3 &= 26 - (6x_2 + 7x_2 + 6,5x_3 - x_4 - x_5 - x_6). \end{aligned} \quad (7)$$

Бу сунъий узгарувчиларнинг топилган йиғиндисини (6)га қўйсақ,  $Z_{\min}$  қуйидагича булади:

$$\begin{aligned} z_{\min} &= 2x_1 + 3x_2 + 2,5x_3 + M(y_1 + y_2 + y_3) = \\ &= 2x_1 + 3x_2 + 2,5x_3 + M[26 - 6(6x_1 + 7x_2 + 6,5x_3 - x_4 - x_5 - x_6)] = \\ &= 26M - [6M - 2)x_1 + (7M - 3)x_2 + (6,5M - 2,5)x_3 - Mx_4 - \\ &- Mx_5 - Mx_6]. \end{aligned}$$

Топилган маълумотлар асосида 22-жадвални тузамиз.

22-жадвал

Асосий номаълумлар	Озод ҳадлар	Асосий булмаган номаълумлар					
		$-x_1$	$-x_2$	$-x_3$	$-x_4$	$-x_5$	$-x_6$
$y_1$	6	2	1	3	-1	0	0
$y_2$	8	1	2	1,5	0	-1	0
$y_3$	12	3	4	2	0	0	-1
$x$	26 м	$6M^{-2}$	$7M^{-3}$	$6,5M$ $-2,5$	-M	-M	-M

Масаланинг шarti буйича минимум қийматни топиш талаб этилганлиги учун 22-жадвалдаги бош устунни топишда  $Z$  қаторидаги асосий булмаган номаълумлар коэффицентлари орасидан энг каттасини танлаймиз ва у турган устунни бош устун деб оламиз. Мисолда энг катта мусбат сон  $x$  нинг коэффицентини  $+(7M-3)$  дир.

Бош қаторни топишда эса озод ҳадларни бош устундаги узларига мос келган сонларга бўлиб, шулар орасида энг кичигини танлаймиз. Агар масалани ечиш жараёнида бир

неча марта бош устун ва қаторни топиш талаб этилса, юқоридаги жараёни шунча марта такрорлаймиз. Ҳар сарфар янги жадвални тулдиришда биз илгариги усуллардан фойдаланамиз ва бу жадвалларни Жорданнинг модификацияланган ечим усулини қўллаб мақбул ечими топилгунча шундай давом эттираемиз. Шу асосда 23-жадвал вужудга келади.

23-жадвал

Асосий номаълумлар	Озод ҳадлар	Асосий бўлмаган номаълумлар					
		$-x_1$	$-y_3$	$-x_2$	$-x_4$	$-x_5$	$-x_6$
$y_1$	3	5/4	1/4	5/2	-1	0	1/4
$y_2$	2	-1/2	1/2	-1/2	0	-1	1/2
$y_2$	3	3/4	1/4	1/2	0	0	-1/4
$x =$	$5m+9$	$3m+1$	$-7m$	$-7m$	$3m-1$	$-m-9m$	$3m+3$
		4	4	4		20	4

23-жадвалдан 24-жадвалга ўтишда у қатнашган устунни ташлаб кетиш ҳам мумкин. ( $y_1, y_2, y_3$ )ларни сунъий узгарувчилар деб олган эдик. Булар масала ечимига таъсир этмайди.

24-жадвал

Асосий номаълумлар	Озод ҳадлар	Асосий бўлмаган номаълумлар				
		$-x_1$	$-y_1$	$-x_2$	$x_3$	$x_6$
$x_3$	6/5	1/2	2/51	-2/5	0	1/10
$y_2$	7/5	-3/4	5	1/5	-1	9/20
$x_2$	12/5	1/42	-1/5	1/3	0	-3/10
$x =$	$\frac{7m+51}{5}$	$\frac{3m+3}{4}$	$\frac{-6m+2}{5}$	$\frac{8m+2}{5}$	$\frac{-m-9m}{20}$	-13/20

24-жадвалда симплекс алмаштиришни қўллаб, 25-жадвалга келамиз. Бу жадвални бошқа давом эттириш мумкин эмас, чунки манфий ишоралидир.

Асосий номаълумлар	Озод хадлар	Асосий булмаган номаълумлар			
		$-x_1$	$-x_2$	$x_3$	$x_4$
$x_1$	8/9	2/3	-	-	2/10
$x_2$	28/9	5/3	4/9	-20/9	20/9
$x_3$	10/9	-	-	-	2/3
$\Phi(x)$	110/9	-1/3	-1/9	-13/9	-M-13/9

25-жадвалда изланган мақбул вариант топилди, бу жадвал курсаткичлари асосида қуйидагиларга эга бўламиз.

$$x_1 = 0; x_2 = 10/3 = 3,3 \text{ кг}; x_3 = 8/9 = 0,9 \text{ кг}.$$

Номаълумларнинг топилган бу қийматлари шуни кўрсатадики, II моддали озуқадан, 3,3 кг, III моддали озуқадан эса 0,9 кг олиб рацион тузиш лозим. Бу ерда I моддали озуқа талабга жавоб бермаганлиги учун рациондан чиқарилади.

Топилган маълумотлар мақсад ёки ечим функциясининг минимум қийматга эришганлигини кўрсатади. Бу маълумотларнинг туғрилигини аниқлаш учун номаълумларнинг қийматларини  $z$  мақсад функциясига қўйиб кўрамиз.

$$z(x) = 2x_1 + 3x_2 + 2,5x_3 = 2 \cdot 0 + 3 \cdot 10/3 + 2,5 \cdot 8/9 = 0 + 10 + 20/9 = 90 + 20/9 = 110/9 = 12 \text{ сўм } 20 \text{ тийин}.$$

Ҳар бир мол учун 12 сўм 20 тийинлик озуқа рациондан фойдаланиш лозим. Демак, масаланинг мақбул ечими  $\Phi(X)_{\min} = 12 \text{ сўм } 20 \text{ тийин}$ .

Бозор иқтисодиётига утиш шароитида бу келтирилган курсаткичлар йилдан-йилга ўзгариб бормоқда, аммо курсаткичлар қандай бўлишидан қатъи назар, у ёки бу кўринишда қўйилган масалаларни ечиш услуги ўзгармасдан қолаверади.

### 34. Автотранспортнинг камҳаражат режаси

Маълумки транспорт хужаликнинг қон томиридир, ундан мақсадли ва самарали фойдалансак юк ҳам тезликда



етиб боради, бензин ҳам кам ишлатилади, машинанинг аҳволи ҳам бекорга ёмонлашмайди.

Ҳозирги кунимизда аксарият ҳамма юк машиналари иттифоқдан қолган машиналар, ўзимизда бундай машиналарни катта миқёсда чиқаришга имконият йўқ. Бундан маълум даражада чарчаб қолган, аммо бизга ниҳоятда зарур транспортни авайлаб, ардоқлаб мақсадли фойдаланишимиз керак, деган хулоса чиқади.

Масалан, Андижон шаҳрининг Асака туманида транспорт ҳаракати охириги 3 йилда жуда авжига чиқди. Юкларни тез ва кам харажат қилиб ташиш шаҳар транспорт корхоналари ва юк эгаллари учун катта аҳамият касб этган эди.

Автомобилларни шундай тақсимлаш керакки, натижада юк жўнатувчиларнинг автомашиналарга бўлган талаби қондирилсин. Масаланинг шарти қуйидаги 26-жадвалда берилган.

26-жадвал

Автохужаликлар	Автохужаликлар билан юк юборувчилар орасидаги масофалар (км)					Мавжуд автомашиналар
	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$	
$A_1$	2	4	1	3	5	200
$A_2$	7	3	9	4	1	600
$A_3$	10	15	14	8	4	500
$A_4$	9	13	12	11	7	300
Автомашиналарга бўлган талаб	300	500	400	200	180	1600 1580

Бу ерда автомашиналар сони талаб қилинаётган автомашиналарга нисбатан кўп, шунинг учун биз машиналарга бўлган талабни умумий машиналар сони билан тенглаштирамиз.

Бу масаланинг дастлабки ечими (юкнинг тақсимланиши) 27-жадвалда кўрсатилган.

Автохужаликлар	Автохужаликлар билан юк юборувчилар орасидаги масофа (км ҳисобида)						Мавжуд автомашиналар
	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$	$P_1$	
$A_1$	2	4	1 200	3	5	0	200
$A_2$	7	3 420	9	4	1 180	0	600
$A_3$	10	15 80	14 200	8 200	4	20	500
$A_4$	9 300	13	12	11	7	0	300
Автомобилга бўлган талаб	300	500	400	200	180	20	1600

Масалала қўйилган шарт: Талаб этилаётган ва мавжуд автомашиналар ёрдамида юкларни шундай ташиш ташкил этилсинки, унга кетган харажатлар: ёнилғи, машина меҳнати энг кам миқдорда бўлсин. Бу талабни ифодалайдиган ёки қониқтирадиган мезон қуйидаги боғланишга эгадир:

$$z(x) = P_1 L_1,$$

бу ерда  $P_1$  — юк бирлиги,  $L_1$  — масофа.

Бу масалада умумий харажат ҳажми

$$z_{\min} = 200 \cdot 1 + 420 \cdot 3 + 180 \cdot 1 + 15 \cdot 80 + 200 \cdot 14 + 200 \cdot 8 + 300 \cdot 9 = 9940$$

Биз потенциал усул ёрдамида бу қиймат унинг мақбул ечими эканлигини текширамиз.

$(A_2, B_5)$ ,  $(A_4, B_3)$ ,  $(A_1, B_5)$  катакчаларга потенциаллар шarti  $V_i - U_j < C_{ij}$  бажарилмади. Шунинг учун шу катакчалардаги узун масофа орқали юк тақсимлашни давом эттирамиз; бир неча ҳисоблаш (итерация)дан кейин мақбул ечимга эга бўлган натижа 28-жадвалда келтирилган.

Автоҳужалик-лар	Автоҳужаликлар юк юборувчилар орасидаги масофа (км ҳисобида)					$P_i$	Мавжуд автомашина-лар
	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$		
$A_1$	2	4	$\frac{1}{200}$	3	5	0	200
$A_2$	7	$\frac{3}{500}$	9	4	$\frac{1}{100}$	0	600
$A_3$	$\frac{10}{200}$	15	14	$\frac{8}{200}$	$\frac{4}{80}$	$\frac{0}{20}$	500
$A_4$	$\frac{9}{100}$	13	$\frac{12}{200}$		7	0	300
Автомобилга булган талаб	300	500	400	200	180	20	1600

Охирги жадвалга асосан машиналарини шундай тақсимласак, у потенциал усулнинг қонуниятларини қаноатлантиради ва биз мақбул ечимга эга бўламиз:

$$\begin{aligned} \Phi(x)_{\min} &= 200 \cdot 1 + 500 \cdot 3 + 100 \cdot 1 - \\ &- 200 \cdot 10 + 200 \cdot 8 + 80 \cdot 4 + 100 \cdot 9 + 200 \cdot 12 = \\ &= 200 + 1500 + 100 + 2000 + 1600 + 320 + \\ &+ 900 + 2400 = 9020 \text{ т/км}. \end{aligned}$$

Демак, берилган масаланинг шартларига биноан энг кам йўл 9020 т/км ни ташкил этар экан.

### 35. Танлаб олсанг толмассан, уятга ҳам қолмассан

Харид қилаётган киши буюмнинг сифати, баҳоси ва ташқи кўриниши, агар буюм ишлаб чиқариш дастгоҳи бўлса, зарурият бўлганда эҳтиёт қисмларининг топилиши, таъмирлаш томонларини ҳам ҳисобга олиши керак. Акс ҳолда катта маблағга келтирилган дастгоҳ ўз баҳосини чиқара олмасдан корхонага зарар келтириши мумкин.

Шунинг учун ҳам корхонага асбоб-ускуна олишга одатда Хуршидни юборишга ҳаракат қилишарди. У камгап, вазмин, сермулоҳаза ва билимдон муҳандис. Аммо янги директор ҳали деярли ҳеч кимни яхши билмасди, ҳамма билан танишди-ю фақат, Хуршидни Россияга дастгоҳ олиб келишга кетганлиги учун кўргани йўқ.

Директор икки кун утмасдан сафардан дастгоҳлар олиб келган Хуршид билан танишди. «Бир суҳбатданок хулоса чиқариш қийин, қани аввал иш юзасидан сурайлик-чи» — деди директор Ҳузича.

— Ҳуш Хуршиддон, чарчамасдан бориб келдингизми, рўйхатда дастгоҳлар тури йигирмага яқин экан, қандай танлаб олдингиз, уларни? — деди директор муовинига қараб қўйиб.

Хуршид бир оз қизарган ҳолда, секин гап бошлади:

— Янги ишлаб чиқариш дастгоҳининг баҳоси 20 минг сўмдан ошмаслиги керак эди, ундан ташқари у эгаллайдиган майдон 38 м<sup>2</sup> атрофида бўлиши керак.

Корхонамизнинг қўйган асосий талаби эса дастгоҳ, максимал ишлаб чиқарувчанликка эга бўлиши керак эди.

Кейин директор хонасидаги ёзув тахтасига бўр билан ёзиб тушунтиришни давом эттирди:

— Биринчи  $A$  хил дастгоҳ 5000 сўм бўлиб 8 м<sup>2</sup> жойини эгаллар, ишлаб чиқарувчанлиги бир суткада 7 минг маҳсулот бирлигига тенг экан, иккинчи  $B$  хили эса мос ҳолда 2000 сўм 4 м<sup>2</sup> сатҳни эгаллар ва 30 минг маҳсулот бирлигини ҳар суткада берар экан.

Биз  $A$  ва  $B$  хил дастгоҳда шундай  $x_1$  ва  $x_2$  маҳсулот миқдорини топдикки,

$$F = 7x_1 + 3x_2 - \max F(x)$$

бўлиши керак эди, бунинг учун

$$5x_1 + 2x_2 \leq 20; 8x_1 + 4x_2 \leq 38$$

шарт ўринли бўлиши лозим, бу ерда  $x_1, x_2 > 0$  бутун сонлардир.

Ҳисоблаб чиққанимда

а) усулда  $x(1,7,5)$   $F = 29,5$  минг маҳсулот бир суткада чиқарар экан, аммо дастгоҳ 1,7, яъни яхлитмас сон бўлиши мумкин эмаслиги сабабли б усули танланади.

б) усулда эса  $x(2,5)$  га тенг бўлиб ишлаб чиқарувчанлик, яъни бир суткада ишлаб чиққан маҳсулотлар сони 29 минг донани ташкил қилар экан.

Янги директор бу муаммони ҳал этишда ҳам дастгоҳ баҳоси, ҳам у эгаллайдиган майдони ва энг асосийси иш-

лаб чиқарувчанлигини аниқлаб корхонага мос келувчи дастгоҳларни адашмай танлаган Хуршиджондан жуда хурсанд бўлди.

### 36. Кучингиз етса фабрика, бўлмаса цех очинг

— Бир маслаҳат билан келдим сизнинг олдингизга, Журабой ака, агар майли десангиз фикримни айтсам?

— Марҳамат, Самариддин, сиз билан беш йилга яқин бирга ишладик, тўғри энди мен нафақага чиқдим, ёшлар эса ишимизни давом эттиришяпти. Кафел плиталар чиқарадиган корхона очиб олибсан деб эшитдим, ишлар қандай бўлаяпти?

— Мен ҳам айнан шу хусусда, маслаҳат сўрамоқчи эдим, Журабой ака, заводда топшириқларни бажариб юрaverиб, ишни ташкил этиб, купроқ даромад олиш ҳақида мулоҳаза қилмаган эканмиз. Ҳозирги шароитда эса масаланинг шу томонини ҳисобга олиш жуда керак бўлаяпти. Ҳақиқатдан ҳам плиталар чиқарадиган завод ёки корхоналар мавжуд бўлиб, қандай қилсак биз ишлаб чиқариш самарадорлигини оширишимиз мумкин? Қандай қилиб куп миқдорда шундай товар етказиш йўлларини тушунтириб берсангиз.

— Яхши, Самариддинжон, ростини айтсам, ишларингиздан оз-моз хабарим бор. Агар адашмасам, корхона бир хил миқдорда хом ашё зарур бўлган икки хил кафел плиталар чиқаради. Шундан бир хилига ранг билан ишлов берасизлар. Хуллас хом ашё сарфи билан боғлиқ ҳолда ҳар иккала хил плиталар чиқариш нормаси ва ундан келадиган даромад белгиланган. Шундайми?

— Худди шундай Журавой ака, аммо мени, лўнда қилиб айтганда, максимал даромад олишимиз учун ҳар бир плита туридан неча тонна ишлаб чиқишимиз кераклиги қизиқтиради.

Манга қолса биринчи кафелдан 4, иккинчисидан 2 тонна чиқарсам деб турибман, деди Самариддин.

— Тушунишимиз осон бўлиши учун мен буни қуйидагича қилиб қоғозга туширдим, — деди Журавой ака, — менинг тузган жадвалим қуйидагича:

Ресурснинг номи	Техник курсаткичлар		Жами мавжуд бирликлар
	1-плита ( $x_1$ )	2-плита ( $x_2$ )	
Машина вақти	2	1	10
Иш вақти	3	3	24
1 тоннадан даромад	2	0	
	3	2	8

Шу жадвал асосида математик тенгламалар тузиб ишланган, масала анча ойдинлашади. Самараддинжон, Жадвалдаги ҳолга кўра  $y(a) = 3x_1 + 2x_2$  — тах бўлиши керак эди. Бунинг учун эса

$$2x_1 + x_2 \leq 10,$$

$$3x_1 + 3x_2 \leq 24$$

шарт бажарилиши керак.

Сенинг вариантингда даромад қуйидагича бўларди, яъни:

$$y(x) = 3 \cdot 4 + 2 \cdot 2 = 12 + 4 = 16$$

— менинг таклифим бўйича қоғоз, ручка ва калькуляторда жавобини топчи?

— Журавой ака, жавоби  $x_1 = 2$ ,  $x_2 = 6$ ,  $y = 18$  чиқди.

Демак, биринчи ва иккинчи хил плиталардан энг кўп 18,0 минг сўм даромад олишинг мумкин экан.

Бу деган суз, сизнинг вариантингизга кура 12% куп даромад олса бўлар экан, деди Самариддин.

Журабой ака билан Самариддин олдин фабрика, сўнг кафел чиқазадиган цех очишни мўлжаллашди, чунки кафелга Республикада талаб катта, хом-ашё етарли. Самариддин эса «Қурилиш материаллари» кафедрасида ишлаган.

### 37. Нон тандирда, даромад ошириш йўли мияда пишади

Ўткир ва Ўктам талабалар шаҳарчасидаги нонвойхонадан ҳар куни нон олишади. Ўктамга тандир нони ёқади.

Ўткирга эса булка нон. Шунинг учун ҳар сафар кимнинг навбати бўлса, ўшанинг етказган нони кўпроқ харид қилинарди.

Охирги дам олиш куни улар чой ичиб бўлишгач, нимагадир нон турлари ва улардан келадиган даромадни ҳисобламоқчи бўлиб қолишди. Нонвойхонадан ишлаб чиқариш керак бўлган маҳсулот турлари, уларни тайёрлаш учун кетган вақтни билгач қуйидагича баҳс бошланди. Ўткир:

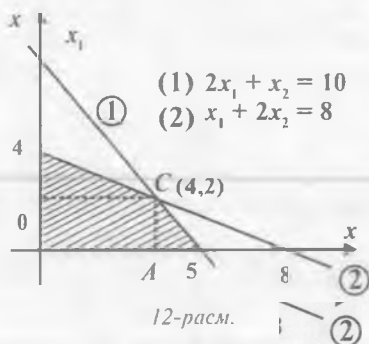
— Цехда иккита, дейлик  $M$  ва  $N$  дастгоҳлар сен ёқтирадиган тандир ( $A$ ) ва менга хуш келадиган булка ( $B$ ) нонларни ёпади, шартли равишда уларни  $A$  ҳамда  $B$  деб белгилаймиз. Маҳсулотларни тайёрлаш вақти ва уларни сотишдан келадиган даромад ҳам ҳар хил.

Нонвойхона технигининг айтишича,  $A$  маҳсулот  $M$  дастгоҳдан бир соатда  $N$  дастгоҳидан 2 марта куп чиқади. Шунда даромад 5 минг сўмга тенгдир. Энди  $N$  дастгоҳда эса шу вақт ичида  $M$  дастгоҳдагидан  $B$  маҳсулот 2 марта куп ишлаб чиқарилиб, даромад 4 минг сўмни ташкил этади. Дастгоҳларнинг ишлаш вақти  $M$  ва  $N$  учун мос ҳолда 10 ва 8 соатдир. Хуш бу ёғига қандай давом эттирамиз ўртоқ «иқтисодчи», — деб ҳазиллашди Ўткирга.

Тўғри, Ўткир иқтисод факультети талабаси, лекин у бор-йўғи биринчи курсда, шундай булсада математикадан дарс берадиган профессор Лахаевнинг иқтисодий масалаларни ечишда тенгламалар ёки графиклардан фойдаланиш лозим, деган сузини эслади. Ҳа, нон ейиш осон иш эмаслигини биларди-ю, лекин нон пиширишда ҳам етарлича ҳисоб-китоб қилинмаса, фойдасидан зарари ошиб кетар экан, деб қўйди ичида.

Дафтарларини титкилаб, бир жойига келганда юзи ёришиб кетди, ахир шу масалага ўхшаш жойини у топган эди. Хурсанд бўлиб, бирпасда қоғозда масала шarti ва талабини қуйидагича ёзди. «Икки хил маҳсулот чиқаришда самарали миқдор ва маҳсулотларни сотишдан келадиган максимал даромадни аниқлаш керак». Ўзича жадвал ва қуйидаги графикни чизди:

Демак



$y = 5x_1 + 4x_2 \rightarrow y_{\max}(x_1, x_2)$   
булиши учун

- а)  $2x_1 + x_2 = 10$
- б)  $x_1 + 2x_2 = 8$

тенглама шарти бажарилиши керак

Энди масалани ишлашга киришди, Ўткир ҳам бир оз

ёнида турди-ю, зерикдими ёки математикадан узоқлиги учун-ми, ҳар ҳолда бошқа иш билан машғул бўлди. Ўткирнинг дафтарида узундан-узун ҳисоблар охирида эса ечим қуйидагича топилган эди.

$$x_1 = 0 \text{ да а) } x_2 = 10, x_1 = 0 \text{ да в) } x_2 = 4, \\ x_2 = 0 \text{ да а) } x_1 = 5, x_2 = 0 \text{ да в) } x_1 = 8,$$

Масала шартини қаноатлантирувчи жавоб  $C(4, 2)$ ,  $y_{\max} = 28$  минг сўм. Нонвойхонада ҳам дастгоҳ имконияти ва маҳсулот тури ҳисобга олинishi керак экан. Биз ҳаётii мисолда юқоридаги курсаткичли нонвойхона кўп даромад (28 минг сўм) олиш учун, айнан тандир нондан булка нонга нисбатан 2 баравар кўп ёпилиши керак экан.

Ҳар сафар икки ўртоқ нонвойхона олдидан утишаётганда иссиқда, олов олдида турган нонвойлар уларга қўли нон пишириш билан овора-ю, аммо фикрида даромадни ошириш ҳисоб-китобини пишираётгандек туюлади.

### 38. Абдусаттор қурилиши бошқариш билан машғул

«Инқурилиш» акционерлик жамоасида ишлаб чиқариш мажлиси тугалланмоқда.

— Шундай қилиб, ЭҲМ дан олинган маълумотларга кўра, келгуси йилги ишлаб чиқаришнинг оптимал фойдаси тузатишларсиз қабул қилинмоқда. Қаршиликлар йўқми? — деб, сўради директор Абдусаттор.



— Бундан ҳам яхшироқ режа қидириб кўрсак бўлмай-дими? — деган овоз чиқди.

— Машинаку ўз йўлига, нима бўлганда ҳам келишиб олиш керак.

— Яхши таклиф! Уни қондиришга ҳаракат қиламиз. Фараз қилайлик, математика ютуқларига асосан қурилишда винерит ва колмогорит деб аталадиган иккита янги қурилиш материаллари пайдо бўлди. Иккала материалнинг сифати бир хил, аммо биттаси комбинатга 5,0 минг сум фойда, иккинчиси эса 6,0 минг сум фойда келтиради.

Винерит  $x_1$  миқдорда, колмогорит эса  $x_2$  миқдорда ишлаб чиқарилсин, дейлик. У ҳолда корхонага материалнинг иккала тури ҳам фойда келтирувчи умумий фойда  $P$  қуйидагича ифодаланади:

$$P = 5x_1 + 6x_2$$

деб ҳисоб-китоб қила бошлади директор.

Режани шундай тузиш керакки, умумий максимал бўлсин. Бу ердан...

— Нима бупти? — сабрсиз овоз гапни бўлди. — Масала янада тушунарсиз бўлди: агар  $x_1$  ёки  $x_2$ ни чексизга оширсак, у ҳолда чексиз фойда оламиз.

— Тўғри, масалада нимадир етишмаяпти. Буни билиб олиш қийин эмас. Ҳатто агар материалга талаб чексиз бўлса ҳам уларни кўп миқдорда ишлаб чиқариш мумкин бўлмайди, бунга ресурслар етмайди.

Ҳар қандай ишлаб чиқариш бир неча ўнлаб турдаги ресурсларни талаб қилади. Материаллар ишлаб чиқариш учун қандай ресурслар керак? Улар қуйидаги жадвалда келтирилган.

30-жадвал

Ресурслар номи	1 м <sup>3</sup> га сарфланадиган харажат		Режалаштириш лавридаги ресурслар миқдори
Цемент т ...	0,3	0,2	1 минг
Пўлат, т ...	0,1	0,2	0,6 минг т.
Гравий, м <sup>3</sup>	0,3	0,3	1,5 минг м <sup>3</sup> .
Ишчи кучи, одам	0,1	0,1	қунига 0,6 одам

Энди эса ресурсларни таҳлил қиламиз. Бир кубометр винерит учун 0,3 т цемент сарф бўлади.  $x_1$  кубометр учун  $x_1$  марта куп сарф бўлади, яъни 0,3  $x_1$  тонна. Ўз навбатида колмогорит 0,2  $x_2$  т цемент талаб этади Иккала материалга сарф буладиган умумий цемент миқдори 1 минг тоннадан ошмаслиги керак, яъни

$$0,3x_1 + 0,2x_2 \leq 1$$

Худди шундай чекланишлар пулат, гравий ва ишчилар кучи учун ҳам талаб қилинади:

$$0,1x_1 + 0,2x_2 \leq 0,6;$$

$$0,3x_1 + 0,3x_2 \leq 1,5;$$

$$0,1x_1 + 0,1x_2 \leq 0,6.$$

Бу ерга яна иккита тенгсизликни қўшиш керак:

$$x_1 \geq 0; x_2 \geq 0.$$

Нима булганда ҳам бизнинг мақсадимиз материалларни йўқ қилиш эмас, балки уларни ишлаб чиқаришдир.

Шундай қилиб, ресурсларни чеклашдан максимум фойда  $P$  олиб келадиган  $x_1$  ва  $x_2$  ларни топиш талаб қилинмоқда. Мақсад функция ва чекланишлар тўғри чизиқли эканлигини эслатиб ўтамиз, яъни доимий коэффициентлар билан фақат бир даражали  $x_1$  ва  $x_2$  номаълумларни ўз ичига олди. Бу математик масала дастурлашнинг чизиқли масалаеи деб аталади.

Масаланинг ечими  $x_1 = 2$  ва  $x_2 = 2$  бўлади, яъни оптимал режа 2000 м<sup>3</sup> винерит ва 2000 м<sup>3</sup> колмогорит ишлаб чиқишдан иборат. Бу режа  $P = 5 \cdot 2 + 6 \cdot 2 = 22$  минг сўм фойда келтиради.

### 39. Транспорт ташувларини оптимал режалаштириш

Транспорт ташувларини режалаштириш хусусий ва қурилиш масалаларини ўз ичига олади. Аммо қурилиш транспорт билан шунчалик узвий боғланганки, улар орасида мутаносиблик булиб, қурилишда транспорт ҳаракатларининг улуши юқори (40% гача). Бу ҳақда тулиқроқ тўхта-

лишга туғри келади. Павел Ивановичнинг иш кунини тас-  
вирлаш жараёнида биз транспорт масаласини ечиш дастури  
қанчалик унга ёрдам бериши мумкин эканлигини гапириб  
ўтдик. Агар уқувчини масаланинг маъноси қизиқтирадиган  
булса, у ҳолда биз винерит ва колмогорит материалларидан  
конкрет бетонга ўтишимизга туғри келади. Бетонни учта  
бетон заводлари ишлаб чиқаради ва тўртта қурилиш объект-  
ларида ишлатилади.

Берилган барча масалаларни қуйидаги жадвал қури-  
нишида келтирамыз:

31-жадвал

Етказиб бсрувчилар	Истеъмолчилар				Қуввати
	№	1	2	3	
1	2	3	4	1	100
2	3	3	6	2	150
3	3	2	4	5	180
Талаблар	30	120	200	30	Жами: 430

31-жадвалнинг марказий қисмида, юқори унғ бурчаги-  
да тарифлар келтирилган (яъни ҳар бир заводдан ҳар бир  
истеъмолчига етказиб бериладиган бир куб метр бетоннинг  
ташиш баҳоси). Масалан, иккинчи заводдан учинчи объект-  
га ташиш тарифи (маршрут 2—3) 6 сумни, биринчидан  
тўртинчига (маршрут 1—4) эса — 1 сумни ташкил этади.  
Бир кунлик қувват йиғиндиси 430 м<sup>3</sup> бетонга булган талаб  
йиғиндисига тенг.

#### 40. Зиёдиллага зиёбахш зал лозим бўлиб қолди

Ватанимиз мустақилликка эришгандан сўнг, халқ хўжа-  
лигининг турли соҳаларида, хусусан қурилиш соҳасида ҳам  
сезиларли узгаришлар юзага кела бошлади. Йирик уй-жой  
қуриш комбинатлари урнига кичик-кичик хусусий фер-  
малар пайдо булмоқда.

Лойиҳалаштириш институтларида тайёрланадиган ти-  
пик лойиҳалар урнига индивидуал лойиҳалар асосида қури-  
лаётган бинолар пайдо була бошлади.

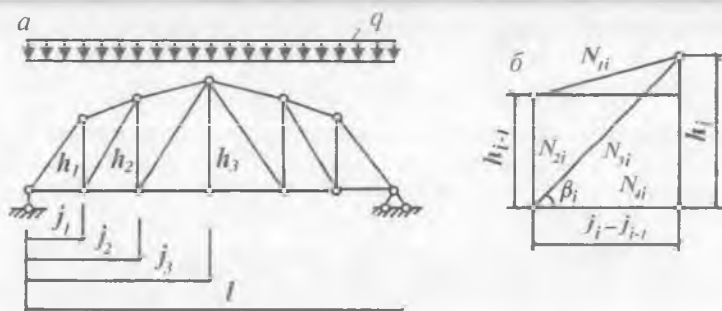
Ҳикоямиз қаҳрамони булмиш Зиёдуллахон ўтган йили ҳовлида янги қурилишни бошлаб қўйган эди.

Иморатнинг лойиҳаси расмий буюртма асосида бажарилмаганлиги сабабли катта залнинг устини ёпиш муаммоси пайдо бўлди.

Том ёпилмаси сифатида тайёрланган фермадан фойдаланиш кўзда тутилган. Аммо «ферма элементлари, хусусан, ферма устунларининг баландлиги қанча миқдорда бўлиши лозим?» деган савол пайдо бўлди. Зиёдиллахон бу савол билан узининг яқин уртоғи булмиш Тошкент Давлат Авиация институти доценти Усмонов Алишер Саъдуллаевичга мурожаат қилди.

— Бундай масалаларни ечиш учун авваламбор, мақсад функциясини тузмоқ керак — деди Алишер. — буни қуйидагича тушунтириш мумкин. — дея масалани тушунтира кетди. — агарда раскослар, тусинли ферманинг панеллар узунлиги ва юкланиш схемаси берилган бўлса, — деб ҳисоб бошлади Алишер, — минимал оғирликка эга ферманинг  $h_1, h_2, \dots, h_n$  устунларининг баландлигини топиш масаласи учун мақсад функциясини тузиш талаб қилинади, — деди.

— Ечимни аниқлаш қуйидагича бўлади, — деб ҳисобни давом эттирди Алишер, — ферманинг  $n$  та панелини кўриб чиқамиз  $i$  — панелдаги кучланишларнинг статик аниқмаслигини топиш формуласи қуйидагича:



13-расм.

$$N_{ii} = -\frac{M_{i-1}}{h_{i-1} \cos \alpha_i}; N_{2i} = Q_i - N_i \sin \alpha_i; \quad (1)$$

$$N_{3i} = -\frac{N_{2i}}{\sin \beta_i}; N_{4i} = \frac{M_i}{h_i}. \quad (2)$$

Бу ерда,  $M_i$  —  $i$  нуқтадаги оддий тўсиннинг эгувчи моменти, оралиғи ферманинг оралиғига тенг;  $Q_i$  —  $i$  панелдаги кесувчи куч.

$$\cos \alpha_i = \frac{l_i - l_{i-1}}{\sqrt{(l_i - l_{i-1})^2 + (h_i - h_{i-1})^2}}; \quad \sin \alpha_i = \frac{h_i - h_{i-1}}{\sqrt{(l_i - l_{i-1})^2 + (h_i - h_{i-1})^2}};$$

$$\sin \beta_i = \frac{h_i}{\sqrt{(l_i - l_{i-1})^2 + h_i^2}}. \quad (3)$$

Бизга маълум бўлган кучлар ва стержен узунлиги бўйича уларнинг конструктив чекловлар, устуворлик ва мустаҳкамликни ҳисобга олган ҳолда талаб қилинган юзаларини топиш мумкин. Шундай қилиб, ҳар бир панелнинг оғирлиги  $g_i$  устунлар баландлигининг  $h_{i-1}$ ,  $h_i$  функциясидир. Ферманинг тўлиқ оғирлиги эса қуйидагига тенг:

$$z = \sum_{i=1}^3 g_i(h_{i-1}, h_i). \quad (4)$$

Иқтисод математикасини динамик дастурлаш усулидан фойдаланиб бундай масаланинг оптимал ечими топилади. Шундай қилиб, АЛГОЛ дастуридан фойдаланиб, учта панелдан иборат ярим ферманинг минимал оғирлиги 174 кг ни ташкил этиб, узунлиги  $l_2 = 7$  м. бўлишини топиш мумкин.

## VI. ЯНА БИР НЕЧА ХИЛ МУАММОЛАР

### 41. Деҳқончилик туман бойлик

Бозор иқтисодига ўтиш даврида энг катта ислоҳот қишлоқда бўлди, десак муболаға бўлмас. Аввал ҳамма нарса колхозда, совхозда бўлиб, меҳнат қилсангиз бир аммалаб кун кўрар эдингиз.

Ҳозирчи, хоҳланг ер сотиб олинг, хоҳланг қишлоқ фирмаси ёки фермасини ташкил этинг, хоҳланг ташкил этилаётган жамоа хўжалигига аъзо бўлинг. Аммо қаерда бўлсангиз ҳам бозор иқтисоди ҳисоб-китобини билганингиз маъқул.

Янги ривож топаётган жамоа хўжалиги бўлса, бу ерда техникадан самарали фойдаланилса мақсадга мувофиқ булур эди.

Айтайлик, жамоа хўжалигида қуйидаги тракторлар мавжуд: ДТ-54 дан 36 дона, «Белорусь» 30 дона, ДТ-20 эса 12 дона.

Бундан ташқари, хўжаликда 12000 гектар майдонда иш бажариш талаб этилсин. Бунда унинг 8000 гектарини икки марта культивация қилиш ва 4000 гектар жойдаги пичанни уриш керак бўлсин. Дарҳақиқат, бир турдаги трактор бирор ишни кам харажат қилиб бажарса, иккинчи турдаги трактор эса кўпроқ харажат қилган ҳолда бажаради. Бундан кўринадики, тракторларни иш турларига қараб тақсимлаш ҳамма ишларга кетган умумий харажатни минимумга келтиришга имкон беради. Бунинг учун тракторларни иш турларига қараб шундай тақсимлаш керакки, ҳар бир трактор билан маълум ишни бажариш учун кетган харажатлар энг кам (минимум) бўлсин. Буни исботлаш учун кичикроқ бир мисол билан танишиб чиқамиз. Тўғри, ДТ-54 билан 6000 га ерда, «Белорусь» билан эса қолган 6000 га ердаги ишни бажариш мумкин бўлсин. Бир гектар ернинг ишини бажаришда (шартли ҳайдаладиган гектар) унинг таннархи қуйидагича (сўм ва тийинлар ҳисобиди) бўлсин:

1) культивация ДТ-54 да 4 сўм 50 тийин, «Белорусь» да 4 сўм 10 тийин, ДТ-20 да 5 сўм 40 тийин;

2) пичан уриш ДТ-54 да 3 сўм 50 тийин, «Белорусь» да 3 сўм 00 тийин, ДТ-20 да 4 сўм 30 тийин;

3) ер ҳайдаш ДТ-54 да 2 сўм 70 тийин, «Белорусь» да 2 сўм 80 тийин;

4) қатор ораларига ишлов бериш «Белорусь» да 4 сўм, ДТ-20 да 4 сўм 40 тийин;

5) бороналаш ДТ-54 да 3 сўм 10 тийин, ДТ-20 да 5 сўм 00 тийин.

Албатта, хўжаликда мавжуд тракторларни иш турларига қараб тақсимлашда ишнинг бажарилиш вақти ва бо-

шқа кўпгина омилларни ҳисобга олиш шарт. Ҳар доим бажарилаётган ишларга кетган харажатнинг энг кам булишига ва ресурслардан унумли фойдаланишга эришиш лозим. Юқорида айтганимиздек, бундай масала чизиқли дастурлашнинг тақсимлаш усули ёрдамида ҳал этилади.

Шундай қилиб, ҳужаликда 36 дона ДТ-54, 30 дона «Белорусь» ва 12 дона ДТ-20 мавжуд. Мавжуд тракторлар ёрдамида қуйидаги ҳажмдаги ишлар бажарилади:

1. Культивация (икки марта) — 4400 га.
2. Ер ҳайдаш — 12000 га.
3. Қатор ораларига ишлов бериш — 1000 га.
4. Пичан ўриш — 4600 га.
5. Бороналаш — 3200 га.

Бир гектар юмшоқ ерни ҳайдаш учун тракторларнинг маркасига қараб, уларнинг мавсум нормасини белгилаймиз. Айтайлик, ҳамма иш мавжуд тракторлар ёрдамида бажарилган.

Мавсумий норма (ёзги давр):

ДТ-54 тракторлари учун  $400 \text{ га} \cdot 36 = 14400 \text{ га}$ ,

«Белорусь» тракторлари учун  $300 \text{ га} \cdot 30 = 9000 \text{ га}$ ,

ДТ-20 тракторлари учун  $150 \text{ га} \cdot 12 = 1800 \text{ га}$ ,

Жами — 25200 га.

Ҳозир тракторларнинг мақбул сонини ҳисоблашда барча зарурий маълумотларга эгамиз. Тақсимлаш ҳисоби маҳсул жадваллар ёрдамида бажарилади.

Масала шартини жадвалга ёзамиз (32-жадвал).

32-жадвал

Иш турлари	Бир гектар юмшоқ ер - ҳайдашнинг таннархи			Ишнинг умумий ҳажми (юмшоқ ер ҳайдаш)
	ДТ-54	"Беларусь"	ДТ-20	
Культивация	4.50	4.10	5.40	4400
Ер ҳайдаш	7.70	2.80	—	12000
Қатор ораларига ишлов бериш	—	4.00	4.20	1000
Пичан ўриш	3.50	3.00	4.30	4600
Бороналаш	3.40	3.10	5.00	3200
Мавсумда жами (юмшоқ ер ҳайдаш)	14400	9000	1800	25200

Биз жадвалдаги ҳар бир катакчани икки булакка буламиз, катакчанинг юқори қисмига ишнинг таннархини, пастки қисмига ишнинг ҳажмини ёзамиз.

Бунда ишнинг умумий ҳажми, ишнинг тури ва тракторлар маркасини ҳисобга олиб, масаланинг математик формасини ифода қилиш учун қуйидаги белгиларни киритамиз:  $x_1$  — ДТ-54,  $x_2$  — «Белорусь» ва  $x_3$  — ДТ-20 тракторлари ёрдамида бажариладиган ишлар ҳажми. Бажариладиган ишлар қатор ва устунлар буйича қуйидаги қурнишга эга бўлади:

$$\begin{aligned}x_{11} + x_{12} + x_{13} &= 4400, \\x_{21} + x_{22} + x_{23} &= 12000, \\x_{31} + x_{32} + x_{33} &= 1000, \\x_{41} + x_{42} + x_{43} &= 4600, \\x_{51} + x_{52} + x_{53} &= 3200, \\x_{12} + x_{21} + x_{32} + x_{42} + x_{52} &= 9000, \\x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} + x_{51} &= 14400, \\x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} + x_{53} &= 1800.\end{aligned}$$

Бу тенгламалар тизимининг шундай манфий бўлмаган ечимини топиш керакки, натижада

$$z = 4,5x_{11} + 4,1x_{12} + 5,4x_{13} + 2,7x_{21} + 2,8x_{22} + x_{23} + x_{31} + 4x_{32} + 3,5x_{41} + 3x_{42} + 4,3x_{43} + 3,4x_{51} + 3,1x_{52} + 5x_{63}$$

чизиқли функция ўзининг энг кичик қийматига эришсин,

Демак, масалада « $x$  лар ва  $z$ »нинг қийматини топиш керак. Бу масалани чизиқли дастурлашнинг тақсимлаш усули ёрдамида ечганимизда, у юқорида қўйилган талабга жавоб бериши керак.

Бунинг учун биз жадвалда кўрсатилган тракторларнинг маркаларига қараб ишни тақсимлашнинг бошланғич режасини тузишда «шимолий-шарқ» усулига амал қилган ҳолда 33-жадвални тузамиз.



Иш турлари	ДТ-54	«Белорусь»	ДТ-20	Ишнинг ҳажми	Ҳал қилувчи қушилувчилар
I	4,50 4400	4,10	5,40	4400	0
II	2,700 10000	2,80 2000	x x	12000	+1,8
III	x x	4,00 1000	4,40	1000	+0,6
IV	3,50	3,00 4600	4,30	4600	+1,6
V	3,40	3,10 1400	5,00 1800	3200	+1,5
Жами	14400	9000	1800	25200	
Ҳал қилувчи қушилувчилар	4,5	-4,6	-6,5		

Натижада бош диагонал бўйлаб трактор маркасига қараб ҳамма бажариладиган иш ҳажмини тақсимлаб чиқдик ва режанинг биринчи вариантини туздик. Бундан қуйидаги заруратлар келиб чиқади:

1. Мавжуд режанинг оптимал эканлигини аниқлаш (исботлаш).

2. Агар режа оптимал бўлмаса, уни яхшилаш лозим. Мақбул режа эса ҳал қилувчи қушилувчилар ёрдамида текширилади. Бу қушилувчиларни биз шундай танлаб оламизки, харажатлар нолга тенг бўлиши керак. Бизнинг мисолда устун ва қаторлар бўйича 4—50, 2—70, 2—80, 4—00, 3—00, 3—100, 5—00 ларни қараб чиқиш керак. Демак, шу катакчаларда курсатилган харажатлар нолга айланиши керак. Шундан кейин янги жадвал тузилади, ҳамма катакчаларда «нолинчи» бурчак бўйича тракторларнинг турига қараб иш ҳажми тақсимланади.

Кейинчалик эса ҳамма катакчалардаги харажатларни устун ва қаторларга қўйилган ҳал қилувчи қушилувчиларга қўшиб ёки айириб янги жадвалга эга бўламиз. Шунинг учун бу ерда мусбат ва манфий харажатлар ҳосил бўлади:

Иш турлари	ДТ-54	«Белорусь»	ДТ-20	Ишнинг ҳажми
I	0 0,5	+	-1,1	4400
II	400 10000	-2000	x x	12000
III	x x	0 1000	-1,5	1000
IV	0,6	0 4600	-0,6	4600
V	0,4	0 1400	0 1800	3200
Жами	14400	9000	1800	25200

Бу жадвалда ҳамма тўлдирилган катакчалар нолга айлантирилди. Энди бизнинг олдимизда янги таннархни бошқа ҳамма кўрсаткичлар билан бирлаштириш, яъни мақбул режани топиш ёки уни яхшилаш вазифаси туради.

34-жадвалдан қўрамизки, таннарх 1-устуннинг 4- ва 5-қаторларида мусбат: 60 тийин ва 40 тийин. Қолган ҳамма катакларда (тўлдирилганлардан ташқари) таннарх манфий. Тўлдирилган катакларда таннарх нолга тенг.

Энди режани яхшилашга киришамиз, бунинг учун учта ёки бир нечта нол харажат қатнашган катакчанинг бир бурчагига ишораси манфий бўлган харажат бўйича ёпиқ контур чизамиз. Бу ерда манфий катакчалар бир нечта бўлса, контурни манфий катакчадаги сонларнинг абсолют қиймат жиҳатидан энг катта бўлган таннархи бўйича тўлдирамиз. А режада берилганлар, яъни нолинчи катакдаги таннархи манфий катакчадаги таннархга ўтказиш ишлари қуйидагича бажарилади. Жадвалдаги бир неча катакчалар бирлаштирилиб, тўртбурчак чизилади. Ундаги танланган катакчалардан биттасининг бурчаги албатта манфий таннархли катакчада ётиши керак, катакчалардаги бошқа баландликлар режа бўйича тўлдирилади. Кейинчалик қатор ёки устундаги манфий таннархли катакчадан тўртбурчакнинг томонлари режадаги рақам бўйича тўртбурчакнинг бир бурчагидан иккинчи бурчагига қараб ҳаракатлантири-

лади. Бу ерда шундай тартиб сақланади: тўлдирилган каттакчаларда кам қатнашган тўртбурчакнинг баландлигидаги юкнинг миқдорини ўзгартирмасдан, мусбат каттакчалардаги юк миқдоридан олиб ташлаймиз ва манфий каттакчалардаги миқдорлар устига қўшамиз.

Бунда тўртбурчакдаги каттакчаларни тартиб билан белгилаб, биринчи тўлдирилмаган каттакчада манфий таннарх, қолган каттакчалар эса тўлдирилган булиб, унинг таннархи нол бўлиши зарур. Демак, юкни тўртбурчакдаги мусбат каттакчада қатнашган энг кам юкни олиш йўли билан тақсимлаймиз. Натижада 35-жадвалга эга бўламиз.

35-жадвал

Иш турлари	Тракторлар маркази			Ишнинг ҳажми	Ҳал қилувчи қушилувчилар
	ДТ-54	«Белорусь»	ДТ-20		
I	0 2400	-0,5 2000	-1,1	4400	0
II	0 2000	0	x	12000	0
III	x x	0 1000	-1,5	1000	-0,5
IV	0,6	0 2800	-0,6 1800	4600	-0,5
V	0,4	0 3200	0	3200	-0,5
Жами	1440 0	9000	1800	25200	
Ҳал қилувчи қушилувчилар	0	+0,5	+1,1		

Унинг оптимал эканлигини ва учинчи вариантнинг оптималлигини текшириш учун навбатдаги 36-жадвални тузамиз.

Иш турлари	Тракторлар маркаси			Ишнинг ҳажми
	ДТ-54	«Белорусь»	ДТ-20	
I	0 2400	0 2000	-2,2	4400
II	0 12000	0,5	x x	12000
III	x x	0 1000	-3,1	1000
IV	0,1	0 2800	0 1800	4600
V	-0,1	0 3200	-1,6	3200
Жами	14400	9000	1800	25200

Бу жадвалдан кўриниб турибдики, биринчи устун бешинчи қатордаги катакчада, учинчи устунда эса 3 ва 5-қаторда манфий ишорали таннархи сақланган. Демак, режанинг учинчи варианты мақбул эмас. Шунинг учун юқоридагидек алмаштиришларни бажариб, режанинг тўртинчи вариантыни текширамиз ва унинг мақбул эканлигига ишониш учун навбатдаги 37-жадвални тузамиз.

37-жадвал

Иш турлари	Тракторлар маркаси			Иш ҳажми	Ҳал қилувчи қушилувчилар
	ДТ-54	«Белорусь»	ДТ-20		
I	0 2400	0 2000	-2,2	4400	-3,1
II	0 12000	0,5	x x	12000	-3,1
III	x x	0 1000	-3,1	1000	0
IV	-0,1	0 3800	0	800 4600	-3,1
V	-0,1	0 3200	-1,6	3200	-3,1
Жами	14400	9000	1800	25200	
Ҳал қилувчи қушилувчилар	+3,1	+3,1	+3,2		

Бу жадвалда биринчи устун бешинчи қатор, учинчи устундаги биринчи ва бешинчи қаторларида манфий таннарх сақланади. Шунинг учун бу топилган режа ҳам мақбул ечимга эга эмас. Режанинг мақбул ечимини ҳал қилувчи қўшилувчилар ёрдамида текшираемиз.

37-жадвалдан мусбат катакчалардаги энг кам миқдорни олиб, манфий катакчаларга қўшамиз ва мусбат катакчалардан айирамиз. Натижада, тақсимлашнинг навбатдаги вариантга эга бўламиз.

38-жадвал

Иш турлари	Тракторлар маркази			Ишнинг ҳажми
	ДТ-54	«Белорусь»	ДТ-20	
I	0 2400	0 2000	2,2	4400
II	0 1200	0,5	x x	12000
III	x x	3,1	0 1000	1000
IV	0,1	0 3800	0 800	4600
V	-0,1	0 3200	-1,6	3200
Жами	14400	9000	1800	25200

38-жадвалда биринчи устундаги 5-қатор ва учинчи устундаги 5-қаторларда манфий таннарх сақланган. Шунинг учун биз ҳали мақбул ечимга эга бўлганимиз йўқ, буни ҳал қилувчи қўшилувчилар ёрдамида аниқлаймиз ва уни 36-жадвал кўринишида ёзамиз. Мазкур ҳисоблаш ишларини бажариб 39-жадвални тузамиз.

Иш турлари	Тракторлар маркаси			Ишнинг ҳажми	Ҳал қилувчи қушилувчилар
	ДТ-54	«Белорусь»	ДТ-20		
I	0 2400	0 1200	2,2 800	4400	0
II	— 1200	0,5	x x	12000	0
III	x x	3,1	0 1000	1000	-2,2
IV	0,1	0 4600	-0,6	4600	0
V	-0,1	0 3200	-1,6	3200	0
Жами	1440	9000	1800	25200	
Ҳал қилувчи қушилувчилар	0	0	+2,2		

Иш турлари	Тракторлар маркаси			Ишнинг ҳажми
	ДТ-54	«Белорусь»	ДТ-20	
I	0 2400	0 2000	0 800	4400
II	0 2000	0,5	x x	12000
III	x x	0,9	0 1000	1000
IV	0,1	0 4600	2,2	4600
V	-0,1	0 3200	0,6	3200
Жами	14400	9000	1800	25200

40-жадвалда мусбат катакчадаги энг кам миқдорни олиб, манфий катакчаларга қўшамиз ва мусбат катакчалардан ай-

ирамиз, натижада тақсимлашнинг навбатдаги вариантига эришамиз (41-жадвал).

41-жадвал

Иш турлари	Тракторлар маркази			Ишнинг ҳажми	Ҳал қилувчи қушилувчилар
	ДТ-54	«Белорусь»	ДТ-20		
I	0 2400	0 3600	0 800	4400	0
II	0 1200	0,5	x x	1200 0	-0,1
III	x x	0,9	9 1000	1000	0
IV	0,1	0 4600	2,2	4600	0
V	0,1 2400	0 800	0,6	3200	0
Жами	14400	9000	1800	2520	
Ҳал қилувчи қушилувчилар	-0,1	0	0	0	

41-жадвалда ҳал қилувчи қушилувчилар ёрдамида ҳисоблаш ишларини бажариб ва ниҳоят қуйилган транспорт масаласининг энг мақбул варианты бўлган охириги 41-жадвални ҳосил қиламиз.

42-жадвал

Иш турлари	Тракторлар маркази			Ишнинг ҳажми
	ДТ-54	«Белорусь»	ДТ-20	
I	0,1	0 3600	0 800	4400
II	0 12000	0,4	X X	12000
III	X X	0,9	9 1000	1000
IV	0,2	04600	2,2	4600
V	0 2400	0 800	0,6	3200
Жами	14400	9000	1800	25200

42-жадвалда ҳеч қайси катакчада иш таниархи манфий эмас. Демак, тузилган режанинг охириги варианти мақбул. 39-жадвалдан кўришиб турибдики, ишни тракторларнинг маркасига қараб тақсимлаганда ДТ-54 трактори 12000 га ни бороналайди, ДТ-20 эса 1000 га жойни культивация ва 800 га жойни икки марта культивация қилади, қолган ҳамма ишларни «Белорусь» трактори бажаради. Ишни тракторларнинг турларига қараб шундай мақбул тақсимлаганда қуйидагича харажат талаб қилинган эди:

$$z_{\min} = 3600 \cdot 4,1 + 800 \cdot 5,4 + 12000 \cdot 2,7 + 1000 \cdot 4,4 + 4600 \cdot 3,0 + 2400 \cdot 3,4 + 800 \cdot 3,1 = 80320 \text{ сўм.}$$

Режанинг биринчи вариантыда ишларни бажаришга қуйидагича харажат талаб қилинган эди:

$$z = 4400 \cdot 4,5 + 10000 \cdot 22,7 = 2000 \cdot 2,8 + 1000 \cdot 4,0 + 4600 \cdot 3,0 + 1400 \cdot 3,1 + 1800 \cdot 5,0 = 83540 \text{ сўм.}$$

Шундай қилиб, режанинг биринчи вариантыни мақбули билан солиштирганимизда мақбул вариантда 3220 сўм (4%) иқтисод қилинганини кўрамиз.

#### 42. Катта қурилиш катта билимни талаб қилади

Қурилиш трести ҳовлиси рўпарасидаги чойхонага қурувчилар доим келишиб овқатланиб, дам олиб кетишарди. Чойхоначи Ашур бобога ҳозирги пайтда таътилда бўлган ўғли Муҳиддин ёрдам бериб турли хил кишиларнинг халқаро воқеалар, уз ишлари ҳақидаги қизғин баҳсларини завқланиб эшитарди.

Ўзи амалий математика бўйича олий ўқув юртида таълим олгани учунми, ҳар бир нарсани рақамлар билан белгилашга ҳаракат қиларди. Яқинда эса амалий ёрдам ҳам кўрсатиши мумкинлигини сезди.

Чойхонага келган учта қурувчи йигит узоқ вақт баҳс қилишди. Шу нарсани тушундики, улар трест энг кўп даромад олиши учун йиллик режани қандай тузиш керак, деган масалани ҳал этишга уринардилар. Муҳиддин масалани математик ифодалашларини илтимос қилди ва ёрдамлашди.



— Яна бир марта трестимиз фаолияти ҳақида такрорлайман: биринчи унинг қурилиш объектлари қуйидагича:

а) А, Б ва В серияли темир-бетон элементдан йигилган уйлар;

б) Г — ғишт уйлар;

в) Д — мактаб биноси — деди ўрта бўйли тез-тез гапирадиган йигит.

— Бир йил мобайнида элементлар монтажи — 15 та, темир-бетон плиталар монтажи — 16 та, ғиштан девор ясаш — 14, бетонни тайёрлаш қурилмаси — 5 ҳажмдаги ишларни бажаради, — деб қўшимча қилди семизроқ йигит.

— Тушундим, менинг ишим шу кўрсаткичларни асос қилиб олиб, масалани ҳал этишим керак, — деди сариқ узун йигит узини анча билагон кўрсатиб.

Эртасига улар яна тупланишдилар, аммо «билагон» кўрсаткичларни қуйидаги жадвал кўринишга келтирганлигини ҳисобга олмаганда ҳеч нарсани ҳал қила олмагани кўриниб турарди.

43-жадвал

Иш турлари	Уйлар серияси				
	А	Б	В	Г	Д
Элементлар монтажи	157	119	970	—	—
Темир-бетон плита монтажи	0 740	0 120	470 —	850 210	900 1900
Ғишт девор териш	—	0	140	0	250
Бетонни тайёрлаш қурилмаси	230	— 300		240	
Бир объектдан келадиган даромад режаси (минг сум)	5	6	2	4	3

Масалани ҳал этиш чорасини топа олмаган йигитларни бу аҳволдан чиқариш мумкинлигини Муҳиддин уларга айтганда, улар ҳеч ишонишмади. Аммо сариқ йигитнинг олди-дан қоғоз ва ручкани олиб ёзишга киришганда улар энди умид билан қарашдилар.

— Жадвални куриб, трест курсаткичларини билиб, шуни айтиш мумкинки, даромад масаласини математик тенглама тузиб ҳал қилиш мумкин, — деди Муҳиддин ва ёза бошлади:

$$y(x) = 5x_1 + 6x_2 + 2x_3 + 4x_4 + 3x_5 \rightarrow \max (y(x)) \quad (1)$$

тенгламани ечиш учун

$$\begin{aligned} 1,57x_1 + 1,19x_2 + 9,7x_3 &\leq 1,5, \\ 0,74x_1 + 1,2x_2 + 0,47x_3 + 0,85x_4 + 0,95x_5 &\leq 16, \\ 2,1x_4 + 1,9x_5 &< 24, \\ 0,23x_1 + 0,3x_2 + 0,14x_3 + 0,24x_4 + 0,25x_5 &\leq 5 \end{aligned}$$

шарт бажарилиши керак.

Тайёр тенгламани еча оласизларми? — деб мурожаат қилди Муҳиддин.

— Албатта, — дейишди иккаласи сариқ йигитни назарда тутиб, — буни еча оламиз, лекин эртага ишлаб келамиз.

Эртасига улар масалани  $x_1 = 5,685$ ;  $x_2 = 5,167$ ;  $x_3 = x_5 = 0$ ;  $x_4 = 6,668$  даромад  $y(x) = 85,734$  минг сум жавоблари билан ечиб келишдилар. Бу жавоблар эса трестнинг куп даромад олишини таъминловчи кўрсаткичлар эди.

Бу учала қурувчи-ўртоқ ҳар сафар чойхонага кирганларида Муҳиддинга оддий чойхоначи йигитга эмас, балки ўз билимини пухта эгаллаган ёш олимга қарагандек ҳурмат билан муомала қилишарди.

### 43. Кичкина Маҳмуднинг катта ўйлари

Маҳмуджонларникига меҳмон келиб, уй ҳақида гап очилганда ҳар сафар нуқул келишиб олганидек улар бир хил гапни айтишарди ойисига:

— Мана сизларга яхши бўлди, уйларингизни қурган ташкилот ваъда берган бир йил ичида бинони қуриб топширишди, бизлар эса ҳали ҳам сарсон бўлиб юрибмиз.

Ушандан бери Маҳмуджон кенг ва ёруғ чиройли хоналарга кирганда ўзида қандайдир мамнунлик сезса-да, нега бошқа бировлар ҳанузгача уй ололмай юргани эсига ту-

шиб, савол туғиларди «ҳамма бир маромда ишласа, нега бир хил қурувчи ташкилотлар ўз вақтида улгуради-ю, бир хиллари эса аксинча?».

Бир кун амакиси Шерзод ака уларникига ўз ўртоғи билан меҳмон бўлиб келганда, бу муаммо яна кўтарилди. Ойиси Шерзод амакисига «бизнинг Маҳмуджонда ҳам уй-жой қурилиши бўйича саволлар тупланиб қолган, қурувчи бўлиб сиз тушунтириб беролмасангиз биз бу соҳадан анча йироқмиз», деди ва қисқагина қилиб муаммони тушунтириб берди.

Шерзод амакиси Маҳмуджонда пайдо бўлган бу саволга жавобан:

— Ҳозир биз мана бу амакинг билан сенга бирорта мисол ёрдамида тушунтириб беришга ҳаракат қиламиз, — деди.— Албатта ҳар бир қурилиш корхонасида етарлича техника ва ишчи кучи бўлишига қарамасдан, бир хил корхоналар белгиланган муддатда бажариш бўйича ваъда устидан чиқолмайди. Бунга сабаблардан бири техника-машина сарфининг ҳар хил қўйилишидир. Масалан, уй-жой массив қурилишида смета нархи ва қаватлари бир хил бўлган иккита бинони ўз ичига олиши мумкин.

Кран ва бульдозернинг конструкция монтажи учун ва бошқа ишлар учун машина вақти сарфи ҳар хил бўлиш талаби қўйилади, яъни

— А типдаги бино учун экскаватор ва кранга мос ҳолда 5 ва 200 машина сменаси.

— Б типдаги бино учун эса ушандай техника учун 15 ва 100 машина сменаси кетади.

Экскаватор учун йиллик машина вақти фонди 3,0 минг машина смена, кран учун эса 40,0 минг машина сменасини ташкил этади.

Энди асосий масала, юқоридаги шароитда бир йил ичида қанча турар-жой биносини қуриб топшириш мумкинлигини аниқлашдир.

— Қолган томонини менга қўйиб бергин, — деди шунча вақтгача суҳбатга аралашмай турган амакисининг ўртоғи ва юқоридагиларга кўра давом этди:

$$y(x) = x_1 + x_2 - \max$$

тенглама тузамиз, бунинг учун эса

$$200x_1 + 100x_2 \leq 40000.$$

$$5x_1 + 15x_2 \leq 3000$$

шарт бажарилиши лозим.

Ҳисоблаб чиқиб агар  $x(120, 160)$ ,  $y(x) = 280$  бўлса, ўша ташкилот техникадан максимал фойдаланиб энг қулайлик билан бинони қуриб топширар экан, — деди меҳмон.

Демак, гап ишни қандай ташкил этиш, техникадан ўринли фойдаланишда экан. Маҳмуджоннинг ҳаёлидан «Агар ҳамма қурувчилар техникадан унумли фойдаланишганда эди, ушанда келган меҳмонлар, бизлар ҳам ўз вақтида олдик квартирани, барака топкур қурувчилар жуда тез ва ортиқча харажатларсиз ишлашди, деб айтишарди» — деган фикр ўтди.

#### 44. Фермер хўжалигидан икки лавҳа

##### Биринчи лавҳа

Самад ака узоқ йиллар ўз туғилган юртида чорвачилик билан шуғулланиб келди, ем-хашак бригадаси бошлиғи, ферма мудирини ва шу каби лавозимларда ишлади. Аммо нафақа ёшига етганда ўз ўрнига қишлоқ хўжалиғи институтини тугатиб, қулида беш йилдан бери ферма зоотехниғи лавозимида ишлаб келаётган Исожонни таклиф этти-да, ўзи нафақага чиқиб кетди. Нафақада ҳам бекор юрмай оила аъзолари билан келишган ҳолда, чорвачиликка ихтисослашган фермер хўжалиғини ташкил этдилар. Асосий жисмоний ишларни фарзандлари бажарарди. Лекин бутун ташкилий хўжалик ишларининг оғирлиғи Самад ака зиммасида эди. Самараси ёмон бўлмади: икки йилдан бери мўлжалдагидан анча ошиқ даромад олишди. Узоқ йиллар бу соҳадаги тажрибага эғалиғи ўз таъсирини кўрсатди албатта.

Ҳаммаси яхши-ю, ёшлиқдан ўртоғи Арслон аканинги иши юришмагани чатоқ бўлаяпти-да. Бутун оила аъзолари билан эртадан кечгача ишлашади-ю, лекин натижаси кўнгилдагидек эмас-да.

Бир куни бўш пайтида Арслон уларникига бориб, аввалига роса ўтган-кетгандан чақчақлашишди, кейин эса Са-

мад акада ва Арслон акада тўпланиб турган муаммолар, харажатдаги оқсоқлик сабабини топишга ўтишди. Арслон ака ўзининг серғайратлигига ишонади-ми, унча-мунча баҳсда ён бермади.

— Сен кўп ҳовлиқма Шер, — деди Самад ака — сенинг кўп гапларингда асос йўқ, яхшиси кел менга қулоқ сол, менга фермер хўжалигинг ҳақида ахборот бер-чи?

Арслон ака: Менга ажратилган майдондан хашак олиш самарасини ҳисоб-китоб қилолмаяпман. Мана қара, мудири, хўжалигим:

- 200 га ерга ем-хашак экади,
- 1200 одам /кун меҳнат ресурсига эга,
- 200 машина /смена техникага эга.

Шундай бўлса-да иш кўнгилдагидек эмас, нима учун?

— Ана энди ўзингга келаяпсан, жура, юқоридаги маълумотларга қура вазифа қўйидагича қўйилади, энг кўп даромад олиш учун ўша майдонга қанча кузги дон, қанд лавлаги ва бир йиллик ем экиш керак?

Блокнотидан бир варақ йиртиб, жадвал чизишга киришди:

44-жадвал

Курсаткичлар	Экинлар			Жами ресурслар
	Қишки озуқа	Қанд лавлаги	Бир йиллик ўт	
Сарф:	1	1	1	200
— майдон (га)	2	25	0,3	1200
—техника (маш/см)	0,5	5	0,1	200
—маҳсулотнинг 1 га даги нархи (сум)	100	500	75	—

Кейин қўйидаги тартибда ҳисоблаш қолди:

$$y(x) = 100x_1 + 500x_2 + 25x_3 - \max \quad (1)$$

булиши учун

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 &\leq 200, \\ 2x_1 + 25x_2 + 0,3x_3 &\leq 1200 \end{aligned}$$

шарт бажарилиши керак, деб

$$0,5x_1 + 5x_2 + 0,1x_3 \leq 200$$

шартни ёзди.

Уйланиб-уйланиб бир нималар ёзди-да, деди:

— Агар майдоннинг 36, 74 га сига қанд лавлаги ва 163,26 га қисмига бир йиллик ўт эксанг, даромадинг энг кўп булиб 30 минг 614 сўмни ташкил этар экан.

— Улар анча вақтгача мириқиб гурунглашдилар. Бир-бирларига омад тилаб турганларида кўёш энди ботаётган эди.

### **Иккинчи лавҳа.**

Шанба кунни тонгда туриб оила аъзолари билан хужалик ишини бажариб нонуштага утирганда Самад акани йўқлаб Арслон ака келиб қолди, ўзи ҳар ҳолда хурсанд, чунтагида дафтар кўриниб турарди. Ҳол-аҳвол сўрашгач савол аломати билан Самад акага қаради.

— Хўш, яна қандай «проблема» полвон, — деб кулимсираб қараб сўради Самад ака.

— Ўтган гал, «проблема»нинг ярмини ҳал қилибмизу, ярми қолибдида, мудир. Тошкентда бизнесчи-фермерлар мактабида ўқийдиган ўғлим Тўлқин келиб қолди. Мен сен билан бўлган суҳбатни сўзлаб бердим, энди ўзим бориб молларни озиқлантиришнинг қандай фойдали йўллари борлигини сўраб-келаман, дегандим.

— Дада, ўқиш давомида бизлар Тошкент атрофида энг зўр чорвачилик фермерларининг иш тажрибаси билан танишдик. Шулардан биттасида мўллар сони ҳам озуқа турлари ва миқдори ҳам бизнинг хужалигимизга деярли ўхшаб кетар экан. Мен улардан кам харажатли озуқалардан фойдали рацион тузиш режасини ёзиб келдим. Улар ҳам бизлардагидек молларни озиқлантириш учун овқатига аралашмалли ва шарбатли компонентлар кўшар эканлар.

— Бизда суткалик рацион 260 г протеин ва 2,7 озуқа бирлигидан кам бўлмаслиги, аралашмалли озуқа учун 2,5 кг дан, шарбатлиси эса 9 кг дан ошмаслиги керак-ку?

— Дада бу нормани олимларимиз анча вақт урганиб аниқлашган, лекин бизнинг мақсадимиз шу озуқа турларидан қанча миқдорда берилиши керак, нархи ҳам баланд бўлмаслиги кераклигини эсимиздан чиқармайлик.

Масалан, 1 кг аралашмада 0,90 кг озуқа бирлиги ва 200 г протеин бўлиб нархи 0,08 рус рублига тенг, шарбатлисида эса 0,27 озуқа бирлиги, 15 г протеин бор бўлиб, нархи 0,02 рус рублига тенгдир.

Шундай бўлганда биз рационни 0,7333 кг аралашмали ва 7,5556 кг шарбатли озуқадан тузсак, озуқа нархи энг кам, яъни 20,97 тийин га тенг булар экан.

— Шу туғрими, бир қараб берчи, — деб илтимос қилди Арслон ака.

Самад ака Арслон бобо узатган дафтаридаги ёзувларни диққат билан ўқиб чиқиб, бошини тасдиқ аломати билан силкитди.

— Жуда туғри, ҳатто мен ҳам фойдаланишим керакка ўхшайди, сен эса рационни айнан шу курсаткич бўйича тузавер. Қара, агар аралашмали озуқадан купроқ кўшсанг нарх ошиб, миқдори камаяди, шарбатли озуқа куп бўлгандаги озуқа миқдори ошиб кетади, бу ҳам ортиқча сарфдир. Бунда шундай туғри танланганки, рацион ҳам озуқа миқдори ҳам меъёрида, ҳам нархи паст.

— Тухта, дустим ҳисоб-китоб балки туғридир, лекин рус рубли нимаси бизда ахир сўм ишлатилади-ку?

— Бу илғор фермер хўжалиги нафақат республикамиз, балки кўшни давлат фермерлари билан ҳам тажриба алмашар экан, шунинг учун пул ҳисоби рублда келтирилган.

#### 45. Ерга ҳувват берсанг, даромад сеники

Азиз китобхон! Математик моделлаштириш ёрдамида иқтисодий масалаларни ижобий ҳал қилиш ҳақида бир неча ўн ҳикоя-мисоллар кўрдингиз ва энди сизда мустақил худди шунақа масалаларни ечиш истаги пайдо бўлгандир хойнахой?

Шу туфайли сизнинг ҳукмингизга бир неча масала ҳавола қиламиз. Бу эса сизнинг ҳар қандай соҳадаги иқтисодий жумбоқларни ечишда ўз ақл кучингизни синаб кўришга бир имкониятдир, иккинчидан эса ҳикоямизда учрайдиган арзимас даражадаги масалалар учун бировларнинг ёрдамига муҳтож бўлаётганлар сонини мумкин қадар камайтиришдир.

Озуқа	Арпа -д	Нухат -д	Хашак уни -д	Балиқ уни -д
Озуқа бирлиги (кг)	1.20	1.25	0,76	0.6
Протеин (г)	60	250	200	530
Кальций (г)	1.2	1.5	13.7	67
Фосфор (г)	3,5	4.0	1,7	32
Коротин (мг)	1.6	2,5	201,76	—
1 кг ем баҳоси (сўм)	3	4	5	7

**1-топшириқ.** Кунлик семириши ўртача 300—400 г булиши учун тирик вазни 30—40 килограммли қорамоллар учун энг қулай рацион тузинг. Ҳар бош қорамолга бир суткада 1,6 озуқа бирлиги, 200 г протеин, 1,2 г кальций, 9 г фосфор, 12 мг коротин берилиши ҳисобга олинсин.

**2-топшириқ.** Фермер хўжалигида 200 га майдонга гречиха ва тарик экилади, ҳар иккаласининг ҳам рентабеллиги бир хил. Қўшимча 800 ц минерал ўғит олиниб, бунинг ҳисобига 1000 ц гречиха қўшимча олиниши назарда тутилаяпти. Хўжалик ихтиёридаги ресурслар қандай тақсимланса, энг кўп даромад олиниши мумкин?

Дастлабки кўрсаткичлар асосида жадвалдаги буш жойларни тўлдилинг.

Кўрсаткич	Тарик	Гречиха
Ерни ҳайдашга (га)		
Кетган сарф		
Ўғит сарфи (ц)		
Даромал		

Бу масалага мос келувчи математик моделлаштириш қуйидагича:

$$y(x) = 2x_1 + 6x_2 \rightarrow \max \quad (1)$$

(яъни даромад кўп) булиши учун



$$\begin{aligned} 0,07x_1 + 0,05x_2 &\leq 200, \\ 0,1x_1 + 0,4x_2 &\leq 800, \\ x_2 &< 1000; x_1 &\geq 0 \end{aligned} \quad (2)$$

шарт бажарилиши лозим.

Масала жавоби  $x_1 = 1710$ ,  $x_2 = 1505$  булиб,  $y(x) = 12870$  сўм булиши учун жадвалдаги буш жойларда қандай рақамлар туриши керак?

Ҳа, қўпинча масала берилиши ва шароитдан келиб чиқиб биз унинг ечимини топамиз. Аммо баъзан тескари аҳвол, яъни масала ечимлари берилган-у лекин биз олдинги босқичларини боғлайдиган катталикларни топишмизга ҳам тўғри келади.

#### 46. Уйингоҳга энг яқин йўл

Шаҳарнинг чеккасида жойлашган уйингоҳдаги спорт машғулотига борадиган ака-ука Шароф ва Тўлқинлар баъзида кечикиб, баъзида эртароқ ҳам борар эдилар. Кечикиб боришганда роса хуноб булишарди — ахир ҳар гал бир хил вақтда чиқишади-ку, нимага ҳар хил вақтда етиб боришади? Ҳар бир нарсада тиришқоқлик намоён қила оладиган Шарофга бу ҳеч ҳам ёқмас, шунинг учун у кечикмаслик йулини топишга бел боғлади.

Бир ҳафта давомида ҳар хил маршрутларга юриб соатига қараб бир нарсаларни ёзиб қўярди, спорт саройигача булган масофада албатта икки тўхташ жойидан йўл транспортини алмаштириш шарт эканлигини ҳам назарда тутди.

Бир куни укаси Тўлқинга: «Энди мен айтган маршрутдан юрамиз, шунда биз кечикмаймиз», — деб қолди. Мана икки ҳафта утди, улар бирор марта кечикканлари йўқ. Ҳатто бунини поччаси Шукур акага ҳам Тўлқин қувониб айтди. Шукур ака ҳам қизиқиб: «Қани қандай йўлни топдинглар?» деб сураб қолди.

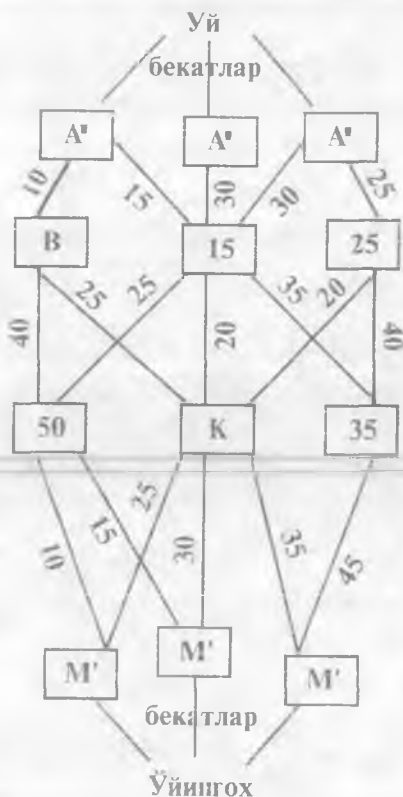
Шароф хонасидан қоғозга чизилган купбурчакка ўхшаш шаклларни олиб чиқиб кўрсатди.

«Ҳар бир транспорт турига кетган вақтни белгиладик, квадрат ичидаги рақам ўша вақтни кўрсатади. Ҳисоблаб

чиқсак, агар биз  $A$  (уй) —  $B$  —  $K$  —  $M$  (спорт саройи) йўналиш бўйича транспортга чиқсак, энг кам вақт сарфлар эканмиз»,— деди Шароф мамнунлигини яширмай.

14-расмда курсатилгандек, босқичқа-босқич йўл вақти ҳисобланса, уйдан, яъни бекатдан энг яқин йўл  $C$  дан  $V$  гача (чунки бу йўлга 10 минут сарфланади) ва бу шу ораликдаги бошқа вақт сарфларидан кичигидир.

$V$  нуқтадан  $K$  гача 25 минут бўлиб, у ҳам шу босқичда энг кам вақтга тенг, ва ниҳоят  $K$  нуқтадан  $M$  бекатгача 15 минут вақт сарф қилиниб, учинчи босқичдаги энг яқин йўлдир). Демак, уйдан уйингоҳгача энг қисқа вақт 50 ми-



14-расм.

нутдан иборат булиб, бошқа вариантлардан энг мақбулдир.

Шунча ёшга кириб, шаҳар транспортининг ҳамма турларига чиқиб бундай фикр ҳеч ҳаёлига келмаган Шукур ака болаларнинг топқирлигидан жуда хурсанд булди. Маҳаллада одамлар орасида гап баъзан ака-укалар ҳақида кетганида, албатта Шарофнинг топқирлигини бир гапириб беради.

#### 47. Транзистор корхонаси

Республикамиз бадавлат, халқимиз тўқ ва фаровон булиши учун энг зарур нарсаларни биз узимизда чиқаришимизга не етсин. Афсуслар булсинки, бизларга куп нарсалар (автомобил, радио, телемеханика, ҳаттоки кир ювиш машинаси ҳам) ташқаридан олиб келинди.

Бу бизнинг тараққиётимизга халақит берар, айниқса мустақил булганимиздан сунг мутеъликни сақлаб қолар эди. Шунинг учун ҳам республикамизда шундай халқ истеъмол молларини ишлаб чиқариш жуда катта иқтисодий ва ижтимоий аҳамиятга эгадир.

«Ўнғар-бизнес» Гулистонда катта (*K*) ва кичик (*Ч*) транзисторли приёмниклар чиқаришни режалабди. Ҳисоблаб чиқишса, ҳар бир катта приёмник 30 доллар, кичиги эса 20 доллар даромад берар экан. Катта приёмникни йиғишга 15 диод ва 12 триод, кичкинасига эса 2 диод ва 6 триод ишлатилар экан.

Тайёр приёмникларни стенда текшириш учун катта-сига 3 минут, кичкинасига 12 минут вақт сарфланар экан. Приёмникларга талаб чексиз булиб, аммо уларга ишлатиладиган хомашё чекланганлиги учун бир кунда 300 та диод, 306 триод олиш мумкин булиб, текшириш стени бир кун давомида 6 соатгача ишлар экан.

«Ўнғар-бизнес» директори узи иқтисодчи-математик булгани учун масаланинг қулай ечимини қидириб, қуйидаги математик моделини аниқлади.

У аввало, шартларни ифодалади:  $x$  — кичик,  $y$  — катта приёмник:

$$\begin{aligned}
 2x + 15y &\leq 300, \\
 6x + 12y &\leq 306, \\
 12x + 3y &\leq 360, \\
 x > 0, \quad y > 0.
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Асосий мақсад даромадни энг катта қийматга етказишга эришишдир.

$$\Phi = 20x + 30y \rightarrow \max$$

Бундай масаланинг ечими  $x = 27$ ,  $y = 12$  бўлиб, демак мос равишда шунча приёмник чиқарилса, «Ўнғар-бизнес»-нинг даромади ҳар куни 900 долларни ташкил қилар экан.

#### 48. Самолётдан самарали фойдаланиш

Бу масала янги очилган Тошкент Давлат Авиация институтига Ўзбекистон ҳаво йўллари томонидан берилиб, энг самарали ечим сўралган эди. Масала ҳар бир вилоятдаги самолётларда юк (пассажир) ташиш маршрутини ташкил қилишга тааллуқлидир.

Масаладан мақсад ҳар хил самолётларни вилоятлараро тақсимлаб юк ташишда ҳаво йўлларидаги мақбул йўналишларни аниқлашдан иборатдир.

Айтайлик, Республикада (Регионда)  $n$  та ҳар хил ишлаб турган самолёт бор ва буларни  $m$  та ҳаво йўлларида тақсимлаш зарур. Бир ойда ташиладиган юклар  $a_i$  ( $i$ -самолёт хили,  $j$ -ҳаво йўли) бўлиб ундаги харажат  $b_{ij}$  сумдир. Ҳар бир ҳаво йўли бўйича шундай  $x_{ij}$  самолёт хили ва сони топилсинки,  $a_i$  юкларни ўз вақтида, энг кам харажат асосида етказилсин. Умуман самолёт хили ва сони  $N_i$  маълум деб белгилансин.

Масаланинг математик модели. умумий харажат миқдори, яъни мезон

$$C = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n b_{ij} x_{ij} \rightarrow \min \tag{1}$$

ифодага кўра аниқланади.

Юк ташиш шароитидан келиб чиқадиган чегара шартларини аниқласак бўлади, яъни ҳамма йулларда ва самолётларда ташиладиган юклар йиғиндиси

$$a_{1j}x_{1j} + a_{2j}x_{2j} + \dots + a_{nj}x_{nj} > a_j (j = 1, m),$$

$$x_{i1} + x_{i2} + \dots + x_{in} = N_j,$$

$$x_{ij} > 0,$$

**Мисол.** Масалан уч хил самолётларни тўртта ҳаво йўлига бириктириш зарур бўлсин. Қуйидаги жадвалда самолёт сонлари, хиллари, ойлик ташийдиган юклар ҳажми ва унга тегишли хизмат харажатлари берилган.

47-жадвал

Самолёт хили	Самолёт сони	Ҳар бир самолётнинг қуйидаги йўналишлар бўйича							
		Ойлик ташиладиган юки				Хизмат харажати			
		I	II	III	IV	I	II	III	IV
1	50	15	10	20	50	15	20	25	40
2	20	30	25	10	17	70	28	15	45
3	30	25	50	30	45	40	70	40	65

Талаб қилинадикки, шу тўртта йўналиш бўйича юк ташишни шундай ташкил қилинсинки, у кам харажатли бўлсин ва ҳар ҳаво йўналиши бўйича мос равишда 300, 200, 1000 ва 500 миқдорда юк етказилсин.

Йўналишлар бўйича самолётлар сонини  $x_j$  деб белгилаймиз.

У ҳолда масаланинг модели:

$$C(x) = 15x_{11} + 20x_{12} + 25x_{13} + 40x_{14} + 70x_{21} + 28x_{22} + 15x_{23} + 45x_{24} + 40x_{31} + 70x_{32} + 40x_{33} + 65x_{34} - \min \quad (1)$$

Юк ташишни ташкил қилишдаги чегаралар:

$$\begin{aligned}
 15x_{11} + 30x_{21} + 25x_{31} &\geq 300, \\
 10x_{12} + 25x_{22} + 50x_{32} &\geq 200, \\
 20x_{13} + 10x_{23} + 30x_{33} &\geq 1000, \\
 50x_{14} + 17x_{24} + 45x_{34} &\geq 500, \\
 x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} &= 50, \\
 x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} &= 20, \\
 x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} &= 30.
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

Ана шу кўринишга эга булган масаланинг мумкин булган ечими жуда кўп, ичидан энг мақбулини топиш учун тааллуқли усул қидирамиз. Китобнинг охириги бобида масаланинг хили ва унга тааллуқли усуллар келтирилган.

Биз кўраётган мисол чизиқли математик дастурлаш масаласи бўлиб, чизиқли дастур усулларида булган симплекс усулидан фойдаланамиз.

Масаланинг ечими қуйидагичадир.

Номаълум  $x$  лар миқдори:

$$\begin{aligned}
 x_{10} = x_{21} = x_{22} = x_{24} = x_{31} = x_{32} = x_{34} &= 0 \\
 x_{11} = 20, \quad x_{12} = 20, \quad x_{14} = 10, \quad x_{23} = 20, \quad x_{33} &= 30
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

Шу юкларни етказиб боришдаги энг кам харажат

$$C(x) = 2600 \text{ млн. сўм}$$

булиб энг мақбул — кам харажат эканлигини инобатга олиш керак. Агарда бошқа вариантлар топилса улар биз топган вариантга нисбатан 3—20 % гача қиммат булиши турган гап.

#### 49. Самолёт конструкцияси енгил ва арзон бўлсин десак

Бир гуруҳ Тошкент Давлат Авиация институтининг II—III курс талабалари иқтидорли ёшлар учрашувида бир нечта долзарб масалалар, хусусан самолётнинг асосий хусусиятлари, унинг массаси, қаноти ва фюзеляжи улчамлари, шасси кўрсаткичлари устида музокара юритишар эди. Бунда «Амалий механика» ҳамда «Самолётлар конструкциялари ва уларни лойиҳалаш» кафедрасининг ёш олимлари ҳам иштирок этдилар.

— Менинг билишимча, самолёт фюзеляжининг массасини аниқлаш лойиҳалашда катта аҳамиятга эга, бу эса унинг конструкцияси, улчамлари, материал турларига кўпроқ боғлиқ — дейди, Алиакбаров Дилмурод.

— Биз юк кутариш самолётларининг фюзеляж массасини аниқлашга доир ҳисоблаш алгоритми ва компютер дастурини яратгандик, — уни тулдирди Алишер. — Ана шунда самолёт қанотларининг узунлиги, уларнинг кундаланг кесимларининг улчамлари, айниқса, самолётнинг энг асосий юк кутарувчи конструкцияси — фюзеляжининг кесими анча муаммоларга боғлиқлиги маълум бўлди.

Биз олдин тўртбурчак қурилишга эга булган рама контурларининг оптимал ечимларини тадқиқ қилдик — давом эттирди ўз фикрини Алишер, — бу дегани фюзеляж кундаланг кесим улчамлари, бикрликлари қандай бўлиши кераклигини тадқиқ қилмоқчи эдик. Мана эътибор бер, Дилмурод, энг содда мисолларда туташган рама — контурларда бикрликлар муносабатининг оптимал ечимини топишга уриниб кўрайлик.

Рама элементлари бикрликлари нисбатларини инобатга олган ҳолда рама устунидаги нол нуқта момент эпюралари вазиятларини таҳлил қилиш самолёт конструкцияларида учрайдиган содда каркаслардаги монтаж чоклари ўрнини аниқлашга ёрдам беради.

Материаллар қаршилигининг куч усули ёрдамида шу масалани ечамиз. Бўйлама куч таъсирида, масалани фақатгина бир қия симметрик номаълум  $x_1$  (асосий система, бирлик ва юк таъсиридан ҳосил булган момент эпюралари 15-расмнинг а, б, в ларида келтирилган)ни аниқлашга келтираемиз:

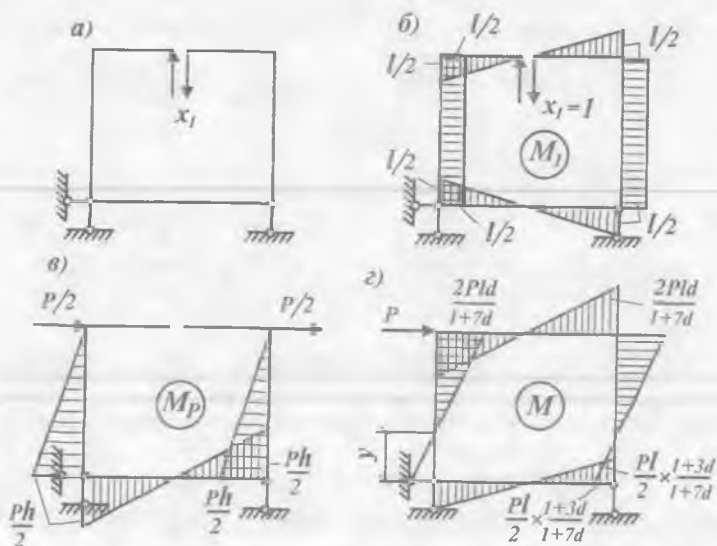
$$\delta_{11}x_1 + \Delta_{1p} = 0, \quad (1)$$

Бу ерда,

$$EJ_1 = \frac{L^3}{12}(1 + 7\alpha); \quad EJ_1\Delta_{1p} = -\frac{PL^3\alpha}{3}; \quad \alpha = \frac{J_1}{J_2}. \quad (2)$$

Бу ердан

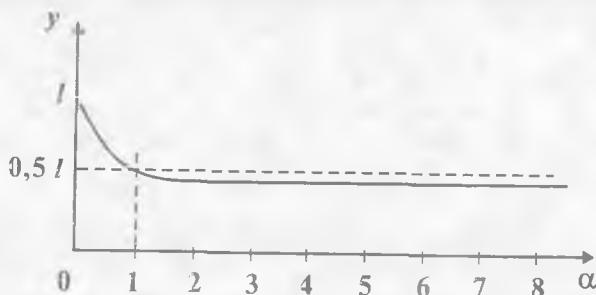
$$x_1 = \frac{4P\alpha}{1+7\alpha}. \quad (3)$$



15-расм.

Устундаги нол нуқта момент эпюралари вазияти (15-расм) (2) ифода билан характерланади ва унинг графиги 16-расмда келтирилган.

$$Y = \frac{l(1+3\alpha)}{1+7\alpha} \quad (4)$$



16-расм.



Графикдан шуни аниқлаш мумкинки,  $\alpha > 2$  булган ҳолда  $M$  эпюрадаги нол нуқта қўзғалмайди.

Шуниси қизиқки,  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  кўринишдаги рамаларнинг оптимал бикрлик муносабатларининг аналитик ифодалари домламининг китобларида [9] аниқлаб қўйилган. Унда аниқланган оптимал муносабат, масалан  $P$  кўринишдаги рама учун қуйидагичадир:

$$\xi_{\text{opt}} = \frac{2l_i}{3H}, \quad (5)$$

бу ерда  $\xi$  —  $E, I, l_i$  бикрликлар муносабати,  $l_i$  — ригел узунлиги,  $H$  — устун баландлиги.

Ушбу муносабат орқали, конструкция нархини (оғирлигини) деярли 9—12% енгиллаштириш мумкинлиги аниқланган эди.

Умуман авиацияда ва бошқа механик тизимларни лойиҳалашда уларнинг оптимал ўлчамларини аниқлаш фақат катта фойда, юқори самара беради. Бу ҳақиқат халқаро стандарт сифатида чет эл олим мутахассисларининг доимий изланув йўналиши бўлиб қолган, — деб ўз фикрини тугатди Алишер Усмонов.

## 50. Семизбой аканинг ўзиш режаси

Жуда ҳам озгим келаяптику, лекин овқат ейишни ҳам жуда хоҳлаяпман. Бундан ташқари, чиройли бўлиш орзусидан оила ҳам зарар кўрмаслиги керак. Тажрибали дўстим фақат иккита янги маҳсулот, яъни творохека ва вродекрабадан иборат рационал овқатланишга ўтишни маслаҳат берди. Тўғри, уларни ақлни ишлатиб ейиш керак: бундай кундузги овқатланиш 14 бирлик (единиц жири)дан кўп бўлмаган ёғ бериши керак, лекин 200 калориядан ҳам кам бўлмаслиги керак.

Айтганча, творохеканинг 1 килограммининг баҳоси — 1500 сўм, вродекраба эса 2500 сўм.

Энди фақат диета шартини бузмасдан, шу билан бирга кам пул ишлатиш учун бу иккита ажойиб маҳсулотдан қанча пропорция олиш кераклигини уйлаш керак. Зудлик билан қарор қабул қилиш керак.

Математик дастурлашга мурожаат қиламиз. Аввалом бор, масалани маиший тилдан математик тилга угирамиз. Изланаётган  $x_1$  ни — творохеканинг кундузги нормаси,  $x_2$  — вродекрабники деб белгилаймиз. Бу ҳолда диета шарти қуйидагича математик чегара қуринишга эга булади:  
ёғ буйича

$$14 x_1 + 4 x_2 \leq 14, \quad (1)$$

калория буйича

$$150 x_1 + 200 x_2 \geq 200. \quad (2)$$

Айтиб утиш керакки,  $x$  ларнинг бирортаси ҳам манфий була олмайди.

$$x_1 \geq 0 \quad (3)$$

Тежамкорликнинг шартларини қуйидагича ёзамиз, яъни мақсадли функция қуйидаги қуринишга эга булади:

$$C = 1500 x_1 + 2500 x_2 \rightarrow \text{иложи борича камроқ.} \quad (4)$$

Берилган (2) ифодадан келиб чиқувчи рухсат этилган шартга нисбатан:  $(150x_1 + 200 x_2 = 200)$  қуйидагини топамиз:

$$x_2 = 1 - 0,75x_1.$$

Энди  $x_1$  га исталган қиймат бериб,  $x_2$  га мос келувчи қийматлари орқали — у (1) ифодасини аниқлаймиз.

Энди, рухсат этилган ҳудуд ичида қайсидир бир нуқтани олмайлик. бари-бир диета шарты сақланиб қолади. ёғ ва калория миқдори нормада булади

Масалан,  $x_1$  ўқида ётувчи  $x_2 = 2$  ординатаси билан рухсат этилган режа ҳудудидаги нуқтани оламиз, бунда  $x_1 = 0$ . Гап, кунига фақат 2 кг дан вродекраба билан озиқланиш тўғрисида кетаяпти. Бундай шартда диетанинг бажарилишини текширамиз. (1) ва (2) формулалар ёрдамида қуйидагилар топилади: ёғ буйича  $14 \cdot 0 + 4 \cdot 2 = 8$  ёғ бирлиги, ш.қ. 14 дан кам.

Бизнинг кундузги истеъмол қиладиган маҳсулотимиз қанча туришини ҳисоблаш қийин эмас. Формуладан фойдаланамиз

$$C = 1500 \cdot 0 + 2500 \cdot 2 = 5000 \text{ сўм.} \quad (5)$$

Бу кўпми ёки камми? Диета шартини сақлаб қолган ҳолда, харажатни ҳам камайтириш мумкин эмасми?

$1500 \cdot 0 + 2500 \cdot 2 = 5000$  сўм олинган диета қийматини мос келувчи график чизигида кўриб чиқамиз.

Агар биз бу ифодадаги озод ҳад катталигини алмаштираксак, у ҳолда қиймат чизиги ўз-ўзига параллел юқорига ёки пастга силжийди. Масалан, диета режаси сифатида  $B$  нуқтани — юқори худуддаги баландликни олсак ( $y_{x_2} = 3,5$  ординатали), у ҳолда  $1500 \cdot 0 + 2500 \cdot 3,5 = 8750$  сўмни оламиз. Аниқ айтиш мумкинки, диета қимматлашди.

Биз эса мақсад сари йўлни кўрамиз: оптимал режа бу ерда, математик дастурлашнинг бошқа бир масаласига ўхшаб, четки нуқта худудига тўғри келиши керак, аниқроғи бирданига энг кам қийматли чизиққа тегишли. В баландлик бундай нуқтага киради.

Унинг координаталари — бизга керакли  $x_1$  ва  $x_2$  оптимал режа ифодаларини,  $AB$  ва  $BB$  томонларини ҳосил қилувчи:  $14x_1 + 4x_2 = 14$ ;  $x_1 + 200x_2 = 200$  чизиқ тенгламаларини ечиш орқали топиш мумкин.

Содда ўзгартиришлардан сунг  $x_1 = 10/11 \approx 0,9$  кг;  $x_2 = 7/22 \approx 0,32$  кг ларни олиш мумкин.

Бу эса творохека ва вродекрабининг кундузги нормасидир. Биз диета нормасининг энг кам қийматини олишга эришдик. Графикда  $B$  нуқта орқали утувчи бу қиймат чизиги:

$$1500 \cdot 0,9 + 2500 \cdot 0,32 = 2160 \text{ сўм.}$$

Энг қиммат диетага нисбатан бизнинг режа харажатларимизни 4 баробар камайтиришга ёрдам берди. Ҳозиргина биз ечган масала фақатгина инсон диетаси учунгина тааллуқли эмас. Шунга ўхшаш масалалар халқ ҳужалигида ҳам кенг қўлланилади.

## VII. КЎП МЕЪЗОНЛИ МУАММОЛАР

### 51. Мен ва рафиқам

Бу ҳикояни «Рафиқам ва мен» деб атасам аниқроқ булар эди, чунки ҳаммасини бошлашга, шу китобчани ёзишга ҳам сабабчи рафиқам Дилдорахоннинг саволи сабаб бўлган.

Кунлардан бир кун у киши менга:

— Агар шу меҳнатларингизни ишбилармонликка, ҳаётга татбиқ қилганингизда балким аввало ўзингизга қолаверса, шогирдларингизга ва кўпчиликка фойдаси кўпроқ тегарди. Ҳозирги кунда меҳнатингиз самарадор бўлиши учун илмий ишлар натижасидан кенг фойдаланиш мумкин эмасми? — деб сўради Дилдорахон.

— Мен ҳам шуни ўйлаб юрибман, авваллари ўз соҳамдаги илмий мақола ва натижаларим кўпчиликни қизиқтирарди, бутун иттифоқдаги шу соҳа олимларига юборар эдим. Энди эса ўзимизда камдан кам мутахассис ўқийди. Шунинг учун билганларимни соддароқ, кўпчиликка тушунарли ва фойдали бўладиган кўринишда татбиқ этиш йўлини ўйлаб юрибман.

— Ўйлаганку яхши, аммо нафини ўзингиз кўрганингизга нима етсин, сизнинг формула ва сопроматингиз кўпчиликка керак бўлармикан?

— Менимча жуда керак бўлади, мана масалан мен фойдаланган ва яратган оптималлаштириш усуллари ҳаёт масалаларини ечинга жуда керак бўлади. — деб усул мазмуни ва моҳиятини тушунтириб кетдим.

Масаланинг мазмуни бу кўп мезонли оптималлаштиришга тегишли муаммодир. Қандай масалани олманг, уни кенгроқ ва тулароқ ҳал қилиш зарур булса кўп мезонли масала бўлиб чиқади, масалан:

1. Мебель (ёки бошқа нарса) харид қилмоқчисиз, сизга қолса чиройли, чидамли, замонавий, чет элники, ёғочдан ясалган, кўп имкониятли, енгил, умрбоқий, кам жой эгаллайдиган ва ниҳоят жуда қиммат бўлмагани маъқул.

2. Бозорга бордингиз, сизга қолса баҳорда: гилос, тут, қулупнай, картошка, помидор, пиёз, кўкат ва бошқа нарсаларни, кам харажат, унча оғир бўлмаган, уйингиз

яқинида булган, харажатини максимум қоплайдиган, янги сифатли, соғлом маҳсулотлар олмоқчисиз.

3. Дам олгани кетмоқчисиз, сиз бормоқчи булган жой сизга қолса энг чиройли табиатли, энг жаҳонга номи чиққан, сизнинг соғлигингизга жуда мос, сизга мос меёрдаги харажатли ва соғлиқ учун энг фойдали булса ва ҳ.к.

Аммо афсуски, орзу бошқа, имконият-шароит бошқа. Ҳамма вақт ҳам мезони энг яхши шароитга етишишга эришиб булмайди. Шунинг учун ҳам «сиз ҳам куймасин, кабоб ҳам», яъни имкони борича ҳамма мезон яхши қийматига яқинлашсин, дейилади. Шу ҳам инobatга сазоворки, бир мезон иккинчи мезонга тенг кучга эга булмайди. Масалан мебелнинг нархини белгилайдиган мезон уни енгил, кам жой эгаллайдиган булиши каби мезонлардан устунроқ. Мана шунга ўхшаш шартларни ечиш «Кўп мезонли оптималлаштириш масалалари»га киради. Бундай масалаларни ечишга бағишланган ишлар юзлаб булиб айниқса, чет элда бу соҳа жуда яхши ривожланган.

Шу ва шу каби усулларни яратишда Ўзбекистон олимлари ҳам анча ишлар қилишган.

Биз бу ерда энг осон, энг тез ечиладиган, шу китоб муаллифи яратган усулни келтирамиз. Усулнинг номи «Тезкор кўп мезон усули». [9]

Айтайлик, масаланинг сифати-мазмунини ифодалайдиган  $i = 1, 2, \dots, n$ ,  $C_i$  — мезон бор, номаълум ўзгарувчилар ҳам  $x_1, x_2, \dots, x_m$  та. Маълумки ҳар бир мезон  $C_i$  алоҳида қараганда узининг мақбул (max, min) ечимига эга ва уларни топиш усуллари юқоридаги бобларда келтирилган. Бу мақбул ечимларнинг  $C_i^*(x^*)$  — биринчи мезони энг яхши (max ёки min) қиймати  $x_1^*$  — оптимал миқдорига мос келади.

Бизга, демак, масаланинг ҳар бир мезонининг энг яхши миқдорлари аниқ:

$$C_1^*(x_1^*), C_2^*(x_2^*), \dots, C_n^*(x_n^*). \quad (1)$$

Аммо  $x_1^* \sim x_2^* \sim \dots \sim x_n^*$ , яъни ҳар бир мақбул ечим ҳар хил  $x_i$  га тўғри келади. Чунки бир мезоннинг энг яхши қиймати бошқа мезоннинг яхши қийматига деярли тўғри келмайди. Чунки мебель бир вақтнинг ўзида ҳам арзон, ҳам пишиқ, ҳам умрбоқий ва енгил була олмайди.

Ана шунинг учун умумлаштирувчи мезон-курсаткич  $F(x)$ , яъни

$$F = [C_1(x_1), C_2(x_2), \dots, C_n(x_n)] \quad (2)$$

яхши бўлиши мақсадга мувофиқ.

Умумлаштирилган мезоннинг энг яхши қийматини аниқлаш катта ва мураккаб муаммодир. Бу масалани ечиш буйича юзлаб олимлар минглаб илмий ишлар чоп этишган. Таклиф қилинган усуллар ҳар хил мураккаблик ва имкониятларга эга.

Биз VIII булимда маълум усуллардан энг соддаси, энг тез ва аниқ натижа берадиган усул — «Тезкор куп мезон усули»ни курсатганмиз.

Мен узим қурилиш конструкциялари буйича мутахассис булганим учун жуда содда, аммо куп мезон талабига мос иморатда, куприкларда ишлатиладиган темир фермани бошқаларга, қолаверса хотинимга ҳам тушунтириш учун мисол сифатида қабул қилиб олдим.

Темир ферма элементларининг кўндаланг кесимларини номаълум —  $x$  деб қабул қилиб икки мезон:  $G = \gamma A_1 l_1$  — конструкция массаси,  $T = k/aq$  — конструкцияни тайёрлашга зарур меҳнат сарфи орқали баҳолаш мумкин.

Айтайлик, металл ферма иложи борича арзон ва енгил бўлиши талаб этилсин. У ҳолда бундай фермани яратиш катта меҳнат талаб этади, яъни бир мезондан ютсак, иккинчисидан ютқазамиз.

Бизга юқоридаги боблардан маълум булган бир мезонли усуллар ёрдамида қуйидагилар аниқланган:

Биринчи мезон буйича энг енгил, металл харажати кам ечим:

1.  $G_{\min} = 26,04 \text{ кН}$ ,  $T = 36,450 \text{ соат}$

булса, иккинчи мезон буйича эса энг кам меҳнат сарфи ечимида

2.  $G = 56,5 \text{ кН}$ ;  $T_{\min} = 17,9 \text{ соат}$ , булади.

Ана шу икки мезоннинг устуворликларини инобатга олсак ( $a_1 = 0,8$   $a_2 = 0,2$ ) ҳамда VIII бобдаги (МЗО) форму-

ласидан фойдаланиб куп мезонли масалани ечсак, энг мақбул ечим аниқланади ва у қуйидаги қийматга эга бўлади:

$$G(\text{opt})=30 \text{ кН}, T(\text{opt})=22,60 \text{ соат.}$$

Куриниб гурибдики, бу қийматлар қидирилаётган куп мезонли масала ечимининг энг мақбулини илмий асосда аниқлайди.

Усулни ута мурраккаб масалаларга ҳам қўллаш мумкин, натижаси аниқ ва белгиланган  $\alpha$ - устуворликка боғлиқдир.

Мана Дилдорахон, шундай усуллар ҳам борки, эр-хотин орасидаги муаммоларни ҳам илмий асосда кам харажат ва ютуқ асосида ечиб беради, деб турмуш уртоғимга бир оз далда бергандек бўлдим.

## 52. Ким булсам экан?

Ҳар бир инсоннинг ҳаёти давомида бир неча марта танлов имкониятлари бўлади. Биринчиси аксарият «Ким булсам экан?» деган саволдан бошланади. Чунки, шу танловгача инсоннинг ҳаёти асосан ҳаёт тақозоси асосида боради.

Мактабда битказувчи 11 синфнинг раҳбари Людмила Петровна анчадан бери битирувчиларга ким бўлиш тўғрисида уз маслаҳатларини берардику, аммо оқибатда битирувчилар бошқа соҳаларга кетганлигини эшитиб уйланиб юрарди. Нима қилса, маслаҳати ҳаётий, йигит-қизларга фойдали, ота-онаси хоҳлаганча бўлади. Шу фикрини уз қулида уқиган, катта ҳаёт тажрибасига эга, медицина фанлари номзоди Лазизжонга айтди:

— Илтимос укам, мана сен уз тажрибангдан, ҳаёт талабларидан келиб чиқадиган маслаҳатларингни бу йилги мактаб битирувчиларига айтиб берсанг. Битирувчиларнинг купчилиги ҳали ким бўлишини ҳам аниқ ҳал қилишганича йўқ.— деди.

— Мен нима ҳам дердим, узим шифокор булсам, аммо мен узим қандай касб танлаганимни айтиб беришим мумкин. Мен касб танлашимда дадамларнинг ҳамкасблари буюк

эстониялик олима Эмма Модестовна Иеги катта роль уйнаган. Унинг сузи билан айтганда математикада деярли ҳамма муаммоларни ечишга қодир усуллар бор экан. Касб танлашда математикадаги «қора қути» усулининг менга ёрдами теккан эди. Лозим топсангиз мен шуни сизнинг ўқувчиларингизга гапириб бераман, чунки менда шу олиманинг материали сақланган.

Кунлардан бир куни Лазизжон ўзи тамом қилган мактабга келди, Людмила Петровна билан синфига киришди. Болалар билан танишгач, у Эмма Модестовна билан бўлган суҳбатларни гапириб берди.

Илтимо, ҳаммангиз ўз касбингизни аниқлаш-танлаш учун икки варақдан қоғоз олинглар ва қуйидаги жавдални чизинглар, деб доскага қуйидаги жадвални чизди (48-жадвал).

48-жадвал

Мутахассислик танлаш жадвали

№	Таклиф мезони	ТошМИ	Иқтисод университети	Гижоратиши	Коллеж (техникум)
Ижобий мезонлар					
1	Олий маълумотли булиш				
2	Истиқболлилиги				
3	Мутахассисликнинг таромидлилиги				
4	Кириш имконияти				
5	Эзгу ният				
6	Истеъдод				
7	Ота-она хоҳиши				
8	Уйга яқинлиги				
9	Касбнинг оилавийлиги				
10	Таъсирлилиги				
11	Обрулилиги				
12	Озодалиги				



№	Таклиф мезони	ТошМИ	Иқтисод университети	Тижорат иши	Коллеж (техникум)
Салбий кўрсаткичлар					
1	Гардкамлик				
2	Оғир меҳнатлилиги				
3	Соғлиқ кетиши				
4	Мутахассисликнинг ноаниқлиги				

Жадвал устунларида сизларнинг талаб мақсадларингиз мезонлар сифатида ёзилади, масалан, ижобий кўрсаткичлардан мана энг асосийлари 12 та бўлди, салбий кўрсаткичли мезонлар тўртта. Энди сизлар ҳар бирингиз тепа қаторга қаерга бориб ўқиш ёки ишлашни мулжаллаясиз, шулардан энг асосийларини ёзамиз. Мана олдинги партадаги Шодивой фикри асосида мен доскага шуларни ёзаяпман.

48-жадвални уч баллик баҳода тўлдирамиз, хоҳланг ўзингиз, хоҳланг оила аъзолари ёки ёру-дўстларингиз билан тўлдилинг. Асосий талаб шошилмасликда, балким бамаслаҳат, аммо асосан ўзингизнинг фикрларингизни асос қилиб тўлдирасиз.

Шуни эътиборга олингки, 1- ва 2-гуруҳ рақамлар ижобий баҳолар сифатида, 3-гуруҳ салбий, яъни манфий сифатида инobatга олинади.

Мана доскада мен Шодивойнинг ёзган рақамларини келтираман (49-жадвал) ва улар асосида мезонлар йиғиндисини коэффициентларга қараб аниқлайман. Бунда 3-гуруҳ салбий мезонларнинг ифодалари манфий ишорада кўшилади.

1. Медицина институти варианты буйича

$$T = 8 \cdot 1,2 + 7 \cdot 1,1 - 1 \cdot 1,0 = 16,3.$$

	Таклиф мезони	ТошМИ	ТДИУ	Тижор.	Коллеж.
1	2	3	4	5	6
I—гурӯҳ ўсиш ривожланиш имконияти $K = 1,2$					
$C_1$	Истиқболлиги	1	2	1	0
$C_2$	Катта хоҳиш	2	2	0	1
$C_3$	Мутахассисликнинг даромадлиги	0	1	2	0
$C_4$	Истеъдоднинг мавжудлиги	1	1	1	2
$C_5$	Ота-она хоҳиши	2	2	0	0
$C_6$	Тайёргарчилик	1	1	1	1
$C_7$	Жамиятда обрулиги	1	2	2	0
	Жами	8	11	7	4
II—гурӯҳ ривожланиш имконияти $K = 1,1$					
$C_8$	Олий маълумотли булиш	2	2	0	0
$C_9$	Кириш имконияти	0	0	2	2
$C_{10}$	Уйга яқинлиги	1	2	0	0
$C_{11}$	Касбнинг оилавийлиги	2	2	0	0
$C_{12}$	Обрулиги	0	2	1	0
$C_{13}$	Озодалиги	2	1	0	0
	Жами	7	9	5	4
III—гурӯҳ манфий хусусиятлиги $K = 1,0$					
$C_1$	Гардкамлик	0	1	2	1
$C_2$	Оғир меҳнатлиги	1	1	2	1
$C_3$	Соғлиқ кетиши	0	1	2	1
$C_4$	Ноаниқлиги	0	0	2	1
	Жами	1	3	3	4

2. Иқтисод университети варианты

$$T_2 = 11 \cdot 1,2 + 9 \cdot 1,1 - 3 \cdot 1,0 = 20,1.$$

3. Тижорат ишига бориш варианты

$$T_3 = 7 \cdot 1,2 + 51,1 - 8 \cdot = 5,9.$$

4. Махсус мутахассислик олиш ўқув юртига кириш варианты

$$T_4 = 4 \cdot 1,2 + 4 \cdot 1,1 - 4 = 4,8 + 4,4 - 4 = 5,2$$

Уч балл: 2.1.0

Кўриниб турибдики, 2-вариант асосида Шодивой учун иқтисод университетига кириш мақсадга мувофиқ кўрилади.

Масалани янада аниқроқ ечиш зарур бўлса, мезонлар орасидаги муносабатларни аниқлаймиз.

Тушунтириш осон бўлиши учун мезонлар сонини бир оз қисқартириб ёзамиз, масалан:

$C_1$  – Истиқболлилик

$C_2$  – Дароматлилик

$C_3$  – Қобилият

$C_4$  – Ота-она фикри

$C_5$  – Тайёрлик

Назарияда бор алгоритм асосида қуйидаги амалларни бажарамиз.

1. Курсатилган мезонларнинг энг асосийларини олдин курсатиб, улар орасидаги қуйидаги ифодаларни аниқлаймиз.

$$C_1 > C_3 > C_5 > C_2 \sim C_4 \quad (1)$$

бу ерда  $\sim$  тенгроқ дегани,  $>$  яхшироқ дегани.

2. Улар орасидаги муносабатларни рақам орқали белгилаймиз, масалан,

$$\begin{matrix} C_1 > C_3 > C_5 > C_2 \sim C_4 \\ 5 & 3 & 2 & 1 & 1 \end{matrix} \quad (2)$$

### 3. Мезонлар йиғиндиси бўйича таққослаймиз:

$$\begin{array}{l}
 \text{аввал } C_1 \{ \{ C_3 C_5 C_2 C_4 \} \mid C_3 \{ \{ C_5 C_2 C_4 \} \} \mid C_5 \{ \{ C_2 C_4 \} \} \\
 \text{сўнг } C_1 \{ \{ C_3 C_5 C_2 \} \mid C_3 \{ \{ C_5 C_2 \} \mid C_5 \{ \{ C_1 C_4 \} \} \\
 \text{сўнг } C_1 \{ \{ C_3 C_5 \} \mid C_3 \{ \{ C_5 C_2 \} \mid C_5 \{ \{ C_1 C_4 \} \}
 \end{array} \quad (3)$$

Кўриниб турибдики, солиштиришда  $CC_3C_5$ дан, яъни қўйилган 5 рақам ўрнига 4 қўйсақ, муносабат бажарилади.

Мезонлар муносабатини коэффициентлар орқали топамиз:

$$\begin{aligned}
 a_1 &= 4/(4+3+2+1+1) = 0,36, & a_3 &= 3/(4+3+2+1+1) = 0,27, \\
 a_5 &= 2/(4+3+2+1+1) = 0,18, \\
 a_2 &= 1/(4+3+2+1+1) = 0,08.
 \end{aligned}$$

Ана энди юқорида ечилган масалани иккинчи усул орқали аниқроқ ҳисоблаймиз, бу ерда мезонлар қуйидагича аниқланади:

$$\begin{array}{l}
 K_1 = 1 \cdot 0,36 + 1 \cdot 0,27 + 1 \cdot 0,18 + (0 + 2) \cdot 0,09 = 0,99 \\
 K_2 = 2 \cdot 0,36 + 1 \cdot 0,27 + 1 \cdot 0,18 + (1 + 2) \cdot 0,09 = 1,46 \\
 K_3 = 1 \cdot 0,36 + 1 \cdot 0,27 + 1 \cdot 0,18 + (2 + 0) \cdot 0,09 = 0,99 \\
 K_4 = 0 + 2 \cdot 0,27 + 1 \cdot 0,18 + 0 = 0,72.
 \end{array}$$

Кўриниб турибдики, биринчи вариантдаги натижа иш-ботланди, Шодивойнинг тўлдирган жадвалига асосан унга энг яхши танлов Иқтисод университетига бориш экан.

Аммо иккинчи ўринга биринчи вариантда ТошМИ бўлган бўлса, иккинчи вариант ҳисобида тижорат ҳам шунча кўрсаткич олди, бунга сабаб иккинчи вариант ҳисобида учинчи гуруҳ салбий кўрсаткичлар инобатга олинганлигидир.

Юқоридаги мисол алгоритми бошқа кўп мезонли танлов масалаларида ҳам қўлланилиши мумкин.

### 53. Сих ҳам, кабоб ҳам қуймасин десанг

Шуниси қизиқки, I—IV бобларда ўриб ўтилган оптимал масалалар бир мезонга эга, аммо шу мезон ёнида

иккинчи, учинчи ва бошқа мезонлар ҳам бўлиб, уларни аксарият ҳолларда инобатга олиш зарурдир. Баъзида биринчи мезон сифатида энг асосийсини, қолганларини зарурлигини инобатга олиб иккинчи, учинчи ва ҳ. к. мезонлар деб қабул қилинади. Аксарият иккинчи, учинчи ва бошқа мезонлар оптималлаштириш масаласига чегара сифатида киритилади. Аммо бу ёндошиш зарур ечимни беролмайди.

Масалани тўлиқ, кўп мезонли сифатида ечиш учун юқорида кўрсатилган «Тезкор кўп мезон усули» ёрдамидан фойдаланиб иккита мезонли содда масалани кўриб чиқамиз.

**1-масала.** Бир ёш тадбиркор маҳсулот (темир тўр, картон қутилар, хонтахта, сандиқ ва ҳ.к.) чиқариш ниятида кичик бир дастгоҳ тайёрламоқчи бўлибди. Дастгоҳдан олинadиган маҳсулот бир нечта талаб мезонларига мос келиши керак, айтайлик, нархи —  $C_1$ , унинг оғирлиги —  $C_2$ , унга кетган меҳнат —  $C_3$  ва харажат —  $C_4$  бўлсин. Тадбиркорнинг мақсади — шундай маҳсулот чиқарсинки, унинг юқорида келтирган мезонлари энг кам қийматга эга бўлсин. Юқорида ва кейинги бобда келтирилган ифода мезонлар сони нечта бўлса ҳам ечим топишга ёрдам бера олади. Биз бу ерда масаланинг ечимини таҳлил қилиш осон бўлиши учун фақат иккита мезон —  $C_1$  ва  $C_2$  ни қабул қиламиз.

Масаланинг математик модели қуйидаги мулоҳазадан келиб чиқади:  $x$  — номаълум, маҳсулот сони, мезонлар кўриниши қуйидагича бўлсин:

$$C_1(x) = 5x^2 - 2x + 3^{\min}_{\min} \quad (1)$$

$$C_2(x) = 2x^3 - 6x + 7^{\min}_{\min} \quad (2)$$

Масаланинг ечимдан мақсад иккала мезоннинг энг кичик қийматларини ифодаловчи функционални топиш:

$$\Phi(x) = a_1 C_1(x) + a_2 C_2(x) \min \text{ бўлсин,}$$

$$\text{Бу ерда } x \leq 6 \text{ ва } x \geq 0 \text{ бўлсин.} \quad (3)$$

Масала ечими бир нечта вариантлардан иборат бўлиб, мезонлар орасидаги  $\alpha$  — афзаллик коэффициентларига

боғлиқдир. Масалан, афзаллик коэффициентлари муносабати  $\alpha_1/\alpha_2=3/1$  сифатида қаралса,  $x^*=0,38$  қиймат “олтин нуқта” бўлиб, мезонлар қиймати

$$C_1(x^*) = 2,952; \quad C_2(x) = 4,83.$$

Агарда,  $\alpha_1/\alpha_2=0,54/0,46$  бўлса, у ҳолда оптимал ечим  $x^*=0,66$  бўлиб, мезонлар эса қуйидагига тенг бўлади:

$$C_1(x^*) = 3,88; \quad C_2(x^*) = 3,61.$$

Агарда  $\alpha_1/\alpha_2=1/1$  бўлса, у ҳолда оптимал ечим  $x^*=0,59$  бўлиб, мезонлар эса:

$$C_1(x^*) = 3,58; \quad C_2(x^*) = 3,87.$$

бўлиб, кабобни ҳам, сихни ҳам куйдирмайди.

## VIII. ОПТИМАЛЛАШТИРИШ УСУЛЛАРИ

### 54. Оптималлаштиришда иқтисодий-математик модел

Тадқиқот фаолиятининг турли хил соҳаларида математиканинг кенг имкониятлари қўлланилиши янги воситалар ва усуллар билан унинг халқ хўжалигига бўлган аҳамиятини кенгайтирмоқда. Асосий ўринни амалий математика эгаллаб, уни қўллаш учун фақат математик билимларни билиш кифоя эмас, яъни масалалар ва жараёнлар математик тилда келтирилиши лозим.

Математик усулларни қўллашнинг асосий мақсади масалани тўғри қўйиш босқичи, унинг математик ифодаси ва оптимал ечимни аниқлашдан иборат.

Математик муносабатлар орқали келтирилган масала, жараён ёки ҳодиса *математик моделлаштириш* дейилади. Турли масалаларнинг математик моделлари физик, механик кимёвий ва бошқа турли фанларни тушунтиришда ва айниқса, халқ хўжалигини режалаштиришда учрайди. Ташкилотнинг фаолиятини ва халқ хўжалик тармоқларининг иқтисодий жараёнини моделлаштириш де-

ганда хўжаликнинг математик — иқтисодий моделини яратиш тушунилади.

Оптималлаштиришнинг математик — иқтисодий модели икки хил бўлади: бир мезонли ва кўп мезонли.

Ўзгарувчиларга функционал боғлиқ шакллантирилган масаланинг мақсади  $f(x)$ нинг мақсад функцияси деб қабул қилинган. Функция эса номаълум  $x$  аргументларга боғлиқ бўлиб, уларга нисбатан алгебраик кўринишга эга чегаралар тизими мавжуд, масалан  $a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n \leq c$  ва ҳ.к.

Оптималлаштириш моделида бир нечта ечимларнинг ичидан минимал (максимал) аҳамиятга эга бўлган мақсад функциясини топиш талаб қилинади.

Математик масалалардан фарқли ўлароқ, иқтисодий масалалар хўжаликларнинг конкрет имкониятларини ва реал ҳолатни белгилайди. Булар асосан ресурсларга, вақтга ва шу қабиларга қўйиладиган иқтисодий, физик, ижтимоий, техник ва бошқа талаблардир.

Қўйилган чекланишларни инобатга олиб энг мақбул ечим  $\min(\max) \Phi(x)$ ни танлаш жараёнларни тадқиқ қилиш назарияси — оптимал дастурлашнинг асосий масаласидир.

### Оптималлаштириш алгоритми

Инсон, гуруҳ, оила, ташкилот ходимлари борки ҳар бири хоҳ алоҳида, хоҳ бирга яшашда ва меҳнатда энг мақбул, камхарж, кўп фойдали ва самарадор фаолиятга интилади. Аммо ҳаёт қонунлари, турмуш шароитлари ва имкониятлар бу интилишга маълум чегара қўяди.

Масалан, бозорга борилганда энг арзон, энг сифатли, энг витаминларга бой мева ва сабзавотларни олишга ҳаракат қиласиз, аммо имконият бунга маълум даражада чек қўяди. Ёки корхонада юқори даромад, сифат ва самарадорликка эришишда бор хомашёни, техника ва машиналар имкониятини, электр, сув, иссиқлик ва ниҳоят ишчи кучи чегарасиз эмаслигини инобатга олиш зарур бўлади.

Бундай мисол ва масалаларни биз юқорида кўрсатиб ўтдик, шу каби масалаларни ечиш учун математик усуллардан фойдаланиш зарурлигини ҳам кўрсатдик. Умуман олганда оптималлаштириш масалалари, уларнинг назарияси,

ечиш усуллари анча мураккаб бўлиб, уларга бир неча юзлаб, минглаб адабиётлар, машина усуллари яратилган. Биз бу ерда оптималлаштириш масалаларини ечишга иложи борича соддароқ ёндашишни кўрсатганмиз. Оптимал ечими қидирилаётган масалаларни тегишли математик усул ёрдамида аниқлаш учун масалани математик кўринишга, боғланиш ёки ифодаларга, яъни математик моделга келтириш зарур. Албатта, математик модел қанчалик масала моҳиятини тўлиқ ифодалай олса, шунча аниқ ва тўғри ечимга эга булиш мумкин.

Масалани математик модел кўринишида ифодалаш анча масъулиятни, билимни ва қунтни талаб этади. Математик модел қўидаги амаллар асосида ташкил қилинади:

Масаланинг моҳиятини, шарт-шароитларини, унга қўйилаётган талаб ва мақсадларни ўрганиш ҳамда оптималлаштириш ғоясига мослаштириш зарур бўлади. Қандай мезон ва ўзгарувчи-номаълумлар орқали масала моҳиятини ифодалаш мумкинлиги аниқланади.

### 55. Оптималлаштириш масаласининг математик модели

Халқ хужалиги оптималлаштириш масалаларининг қўйилиши ва ечими асосан математик усулларнинг уч босқичида амалга оширилади (17-расм).

- масаланинг қўйилиши;
- масаланинг ечими;
- масаланинг ечимини қабул қилиш.

Масаланинг қўйилиш босқичи қўидагилардан ташкил топади:

а) самарадорлик мезонини танлаш —  $M$ ;



17-расм.



- б) ечимларнинг чегаравий соҳасини аниқлаш — *Д*;  
в) масалани шакллантириш — *МШ*.

### **Масаланинг самарадорлик мезонини танлаш**

Математик моделни яратишдан аввал оптималлик мезонини аниқлаш лозим (сифат ёки иқтисод кўрсаткичи, мақсад функцияси), бунда сон ечимнинг оптималлаштириш мезонини аниқлайди. Мақсад функциясини танлаш масъулиятли босқичлардан бири бўлиб, хужалик иқтисодий фаолиятини реал баҳолаш ва масаланинг ечимини қатъий белгилашдан иборатдир. Мезонни нотўғри танлаш, танлаш натижалари ноаниқ ва ҳатто нотўғри натижаларга олиб келади.

Самарадорлик мезонини танлаш жараёнида қуйидаги талабларга жавоб бериш лозим:

— оптималлаштириш мезонига сонлар ифодасини қўйиш лозим ва уни математик кўринишида келтириш лозим;

— оптималлаштириш мезони мустақил номаълум ўзгарувчилар орқали ифодаланиши керак;

— оптималлаштириш мезони умумий ҳолда битта катталик кўрсаткичи орқали ифодаланиши лозим;

— агар масала бир нечта бўлиши мумкин бўлган мезонлардан иборат бўлса, у ҳолда асосий кўрсаткични танлаш лозим. Агар бундай бўлиши мумкин бўлмаса, у ҳолда қўп мақсадли-векторли оптималлаштириш масаласини ечиш лозим;

— танлаш жараёнида фақат биргина ташкилотнинг қизиқишини эмас, балки бутун халқ хўжалигини ҳисобга олиш лозим.

Самарадорлик мезонлари қуйидагилар бўлиши мумкин:

— маҳсулотни ишлаб чиқариш ва реализация ҳисобига келган фойда;

— аниқ бир ҳисобга келиб тушган даромад;

— ишлаб чиқариш рентабеллиги;

— меҳнат самарадорлиги;

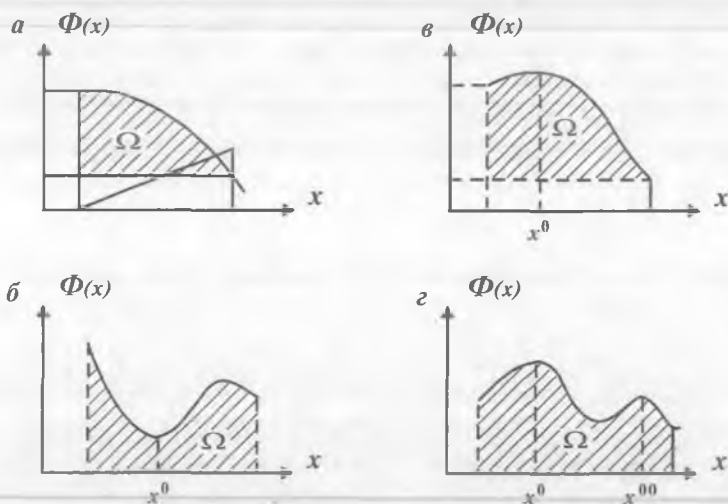
— моддий харажатлар;

— меҳнат харажатлари;

- капитал қўйилмалар;
- капитал қўйилмаларнинг ўзини оқлаш муддати; транспорт, ишлаб чиқариш харажатлари ва б.қ.

### 56. Масаланинг математик моделини аниқлаш

Масаланинг асосий мақсади унинг мазмунини ифодалайдиган мезони ва масалага қўйиладиган шарт-шароитларни (18-расм), номаълумлар ва уларнинг чегара шартларини аниқлаш бўлиб, бу масалани математик моделлаштиришга киради.



18-расм.

**Математик моделлаштириш.** Масала моҳиятини ифодаловчи мақсад ва имкониятларнинг математик ифодасини яратиш *математик моделлаштириш* демакдир. Ўрганилаётган масалада иқтисодий мезон, харажат  $C(x)$ , меҳнат сарфи  $M(x)$ , ютуқ  $P(x)$ , фойда  $\Phi(x)$  ёки даромадлар каби кўрсаткичлар *масала мезони*, унинг эстремал ( $\max$ ,  $\min$ ) қийматини аниқлаш унинг *мақсади* деб юртилади ва у қўйидагича белгиланади:

$C(x)$  — min, — иқтисод,

$D(x)$  — max, — даромад.

Аммо экстремал қийматга эришиш қийин, чунки реал ҳаёт, имконият ва шароит чегараланган бўлгани учун масалага қуйилган чегара шартлари тенглик ва тенгсизлик каби кўринишда киритилади, масалан:

$$\left. \begin{array}{l} \sum a_1 x + b_1 \geq C_1, \\ \sum a_2 x + b_2 \geq C_2, \\ x \geq 0 \end{array} \right\} x \in \Omega \quad (1)$$

бу ерда  $a$ ,  $b$ ,  $c$  — берилган коэффициентлар,  $x$  — номаълум, аниқланиши шарт бўлган ўзгарувчи.

Бу чегара шартлари масаланинг мавжуд доирасини, соҳасини (тўпламини) билдиради. Шунинг учун мақсад функциясининг аниқ ечилиши қуйидагича бўлади:

$$\left. \begin{array}{l} C(x) - \min, D(x) - \max, - \text{даромад}, \\ \sum a_i x + b_i > \sum c_i \quad x \in \Omega \end{array} \right\} \quad (2)$$

Бу деган суз  $C(x)$ ,  $D(x)$  нинг энг кичик ёки энг катта қийматини  $x$  чегара ичида топилсин, деб тушунилади. Шундай математик моделларга келтирилиши мумкин бўлган масалалар *математик дастурлаш масаласи* деб юритилади.

**Ечиш усулини танлаш.** Масаланинг хилига, мураккаблигига қараб ечиш усули белгиланади. Масала қуйидаги (19-расм) хилларга бўлиниши мумкин:

Масала хилига қараб шунга мос усуллар танланади.  
Масалан:

1-хил масалага — чизикли математик дастурлаш усули (симплекс, Жордан ва ҳ.к.)

2-хил масалага — ночизикли математик дастури (Ньютон, кесиш усуллари ва ҳ.к.)

3-хил масалага — яхлит математик дастурлаш усуллари,



19-расм

4-хил масалага — түр ёки динамик усуллар

5-хил масалага — қидирувчи, эҳтимолий мақбуллаштириш усуллари,

6-хил масалага — ўйинсимон қидирувчи усуллар,

7-хил масалага — хусусий, эврикавий усуллар.

**Масалани ечиш.** Масала хилига қараб ва танланган усулдан фойдаланиб натижа олиш мумкин. Шунини айтиш зарурки, бир кўринишда содда туюлган оптималлаштириш масалаларининг номаълумлар сони 1, 2, 3 ва 4 бўлганида уларнинг ҳисобини қўлда график ёки ҳисоблаш орқали ечиш мумкин, ундан кўп бўлса электрон ҳисоблаш машинасида (ЭҲМ) ҳисобланади. Ҳар бир ҳисоблаш машинасида юқорида қайд қилинган усуллар бор, улардан кенг фойдаланилса бўлади. Бунинг учун киритилувчи қиймат-ахборотни билиб машинага киритилса бас. Машинада энг мақбул ечимни қисқа вақтда (аксарият 10 минутдан кам вақтда) олса бўлади. Шунга эътибор бериш лозимки, чегара шартларини ўзгартириб мақбул ечимни у ёки бу кўринишда ўзгартириш мумкин.

**Ечим қабул қилиш.** Баъзида масаланинг ечими математик шартларни қаноатлантирса-да, аммо масала моҳиятига мос келмаслиги мумкин. Бу ҳолда масала моделига аниқлик киритиш лозим бўлади. Масалан маҳсулот чиқариш ёки мақбул миқдорда техника ёки инсонни жалб қилишдаги ечимни аниқлаш жараёнида ечим  $x=13,7$  каби касрли сон чиқиши ёки  $x=-7.2$  каби манфий ечим чиқиши мумкин. Маълумки, маҳсулот, мисол учун консерва, техника ва одамлар сони фақат яхлит сонлар орқали, мусбат қийматга эга бўлади. Касрли ечим ёки манфий ечим ҳолатларига тушмаслик учун масала ечими чуқур таҳлил қилинади, лозим бўлса масала моделига ( $x \geq 0$ ) аниқлик киритилади.

Юқоридаги изоҳни тушунтириш мақсадида бир рус эртагидан мисол келтирамиз. Масалани ўрганиш: қишлоқда яшовчи кампир керак нарсаларни сотиб олиш мақсадида қишлоқ марказидаги бозорга отланди. Сотиб олиш учун пул топиш ниятида уйдаги ўрдак, ғоз ва товуқларни сотишни мўлжаллади, шунда қанча ўрдак, ғоз ва товуқ сотишни уйлаб қолди. Асли мақсад бир марказга борганда кўп нарса олиб келиш эди, демак кўп пул керак. Афсуски кампир кўтариши мумкин бўлган қушларнинг умумий оғирлиги  $P$  чегараланган. Кўп пуллик бўлиш учун қайси қушлардан кўпроқ олиш керак.

#### **Масала моҳиятини моделлаштириш.**

Қизиғи шундаки ғоз энг қиммат, ундан катта пул ишлаш мумкин, аммо бошқаларига нисбатан оғир. Хўш нима қилиш керак? Ғоз, ўрдак ва товуқ сонларини шундай аниқлаш керакки, кампир уларни кўтариб бориб бозорда энг катта пулга сотиш имконига эга бўлсин.

**Математик моделлаштириш.** Аввало масалани математик ифода орқали белгилаймиз. Сотиб олиш келадиган пул қушларнинг ҳар бирини сотиш баҳоси  $C_1$ — ғоз,  $C_2$ — ўрдак,  $C_3$ — товуқ учун бўлса ва мос равишда  $x_1$ — ғоз,  $x_2$ — ўрдак,  $x_3$ — товуқ сотилса, бунда умумий даромад энг кўп бўлиши ифодаси:

$$C = C_1x_1 + C_2x_2 + C_3x_3 \rightarrow \max. \quad (3)$$

Айтганимиздек, қушларнинг умумий оғирлиги  $P$  ни уларнинг ҳар бирининг ўртача оғирлиги —  $P_i$  орқали топиш мумкин, яъни

$$P_1x_1 + P_2x_2 + P_3x_3, \quad P = \sum P_i x_i. \quad (4)$$

Демак, уларнинг оғирлиги  $P$  га тенг ёки кичик бўлиши керак.

Масала математик моделининг умумий кўриниши

$$C = \sum_{i=1}^3 C_i x_i \rightarrow \max x \in \Omega, \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^3 P_i x_i < P \quad (6)$$

**Ечиш усули.** Урганилаётган масала детерминик (чунки  $x$ -ҳақиқий сон), чизиқли математик дастурли масаладир ( $x$ -даражаси бирга тенг бўлгани учун). Бу мисолни қўлда ҳам, машинада ҳам ечса бўлади.

**Экстремал ечимли масалаларни ечиш усули.**

Бу хил масала математиканинг эстремал функциялар масалаларига кириб, уларнинг ечими классик йўллар билан топилади.

Бунинг учун энг содда мақбуллаштириш усулини кўриб чиқайлик. Бу ҳам бўлса, мезоннинг математик ифодаси баъзи бир талабларга мос бўлса, у ҳолда уларни ечиш ҳосилла орқали осон топилади.

Агарда мезон  $y(x)$  узлуксиз функция бўлиб, дифференциаллаш хусусиятига эга бўлса бу мезонинг экстремал ( $\max$ ,  $\min$ ) ечими бор. Бунинг учун шу функциядан ўзгарувчилар бўйича ҳосилалар олиб уни

$$\frac{dy}{dx} = 0, \quad (7)$$

нолга тенглаш асосида экстремал ечим  $x^*$  топилади. Агарда мезон функциянинг иккинчи ҳосиласи  $\frac{d^2y}{dx^2} > 0$  бўлса, унда

мезон  $y_{\max}(x^*)$  экстремал ечим максимум қийматни,  $\frac{dy}{dx} < 0$  бўлса, унда мезон  $y_{\min}(x^*)$ , минимум қийматни беради.

**Мисол.** Масала мезони қуйидаги қўринишга эга

$$y = x^2 + (x - 1)^2$$

бўлган масаладаги номаълум  $x$  нинг чегараси  $x > 0$  деб берилган,  $y$  ҳолда биринчи ҳосила

$$\frac{dy}{dx} = 2x + 2(x - 1) = 0,$$

бу ердан  $X = \frac{1}{2}$  натижага келинади. Иккинчи ҳосила

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 2 + 2 = 4 > 0. \quad (8)$$

Демак, ҳосила ёрдамида топилган  $x = 1/2$  қиймат  $y(x)$  функциянинг энг кичик миқдорини аниқлайди.

Биз юқорида айтганимиздек, оптималлаштириш масаласининг аксарият чегара шarti математик модел орқали ифодаланади. Бундай ҳолларда ҳосила олиш усулини қўллаш қуйидагича олиб борилиши керак. Тушуниш осон бўлиши учун мисол келтирамиз.

Масаланинг математик модели:

$$y(x) = x_1x_2 + x_2x_3 \min, \quad (9)$$

чегара шартлари

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 - 2 &= 0, \\ x_2 + x_3 - 2 &= 0. \end{aligned}$$

қўринишга эга. Бу ҳолда Лагранж усулини қўллаб чегара шартларини функцияга қўшиб ёзамиз, у ҳолда

$$y(x) = x_1x_2 + x_2x_3 + 11(x_1 + x_2 - 2) + 11(x_2 + x_3 - 2)$$

Ҳар бир номаълум  $x_i$  бўйича ҳосила олиб нолга тенглаштираем:

$$\begin{aligned} x_1 + 11 &= 0, & x_2 + 12 &= 0 & x_1 + x_2 - 2 &= 0 \\ x_1 + x_3 + 11 + 12 &= 0 & & & x_2 + x_3 - 2 &= 0 \end{aligned}$$

тенгликларни оламиз.

Агарда шу тенгламалардан  $11 = -x_1$ ,  $12 = -x_2$  бўлишини ҳисобга олсак.

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 - 2x_3 &= 0, \\x_1 + x_2 - 2 &= 0, \\x_2 + x_3 - 2 &= 0;\end{aligned}$$

бу тенгламалар ечими  $x_1 = x_2 = x_3 = 1$  бўлади, функциянинг энг кичик миқдори  $y_{\min}(x) = 2$  эканлигини кўрамиз, чунки  $d^2y/dx^2 > 0$ .

### 57. Оптималлаштиришнинг математик усуллари

Ўқув қўлланманинг мақсадига математик иборалар назарияси ва оптималлаштириш усуллари батафсил келтириш кирмайди, чунки бу мавзуга оид оптималлаштириш усуллари ва моделларининг моҳияти ҳақида ёзилган китоблар, дарсликлар ва бошқа кўп мақолалар [1—9] бор.

Халқ ҳужалигининг бошқарув таркибига мўлжалланган қўлланмани эътиборга олган ҳолда, мана шу қисмда мундарижа ва қатор математик усулларнинг оптималлаштириш режаси келтирилган. Ўқувчи тавсия этилаётган адабиётдан фойдаланиш мобайнида режалаштиришнинг ва бошқарувнинг иқтисодий масаласини ечиш учун назариянинг чуқурлаштирилган билими ва математика усуллари тўғрисида ахборот олиши мумкин.

Оптимал режалаштириш, лойиҳалаштириш ва бошқарув масалаларини ечиш босқичларида ҳар хил математик усуллар, услублар ва ёндашувлардан фойдаланилади. Масалан, математик дастурлаш усулига ҳисоблаш характери бўйича динамик дастурлаш, функциявий жиҳатдан эса оптималлаштиришнинг динамик масаласи киритилган бўлиши мумкин.

Аниқ бир масалани ечиш учун тегишли усулни танлаш ва қўллаш жараёнида бошқарувчи ишлаб чиқариш жараёнидаги оптималлаштириш масалаларини ечиш жараёнида бажариладиган усул тўғрисида тулиқ ахборотга ва ўша ҳисоблаш моҳияти ҳақида тулиқ билимга эга бўлмаслиги мумкин. Шунинг учун оптималлаштириш усуллари кири-



тилган машҳур «Қора қути» атамасига асосланамиз. «Қора қути» имкониятларига мурожаат қилиш учун унинг керакли усул коди ва маълумотларни киритиш шаклини билиш зарур.

Умуман олганда, «Қора қути» — бу ЭҲМ нинг математик таъминотчисидир. ЭҲМ нинг математик таъминлаш рўйхатига стандарт дастурлаш (мисол учун: ҳар хил функцияларни ҳисоблаш, тенгламалар системасини ечиш ва ҳақозо)дан ташқари оптималлаштириш масалаларини ечиш учун дастурлар (мисол учун: симплекс усули, транспорт масаласи ва бошқалар) мавжуд.

### 58. Чизиқли математик дастурлаш усули

Чизиқли математик дастурлаш усули масала (мақсад функцияси, тенглик ва тенгсизликлар) чизиқли, яъни  $X$  нинг даражаси 1 га тенг бўлса қўлланилади ва улар бир неча хилдир. Булардан энг содда ва кенг қўлланиладигани *Симплекс усулидир*.

Симплекс усулининг моҳияти ва алгоритмини тушуниш осон бўлсин учун уни мисол асосида тушунтирилади. Мисолга қўйилган талаб: чизиқли функциянинг аргументлари  $x_1, x_2$  ларнинг шундай қиймати топилсинки, функция энг катта (кичик) бўлсин. Агарда биз  $x$  ларнинг ҳар бирининг мумкин бўлган ечимларини ургана бошласак, қидирилаётган ечимни топиш жуда ҳам мураккаблашиб кетади. Тез ҳисоблайдиган машина ҳам қийналиб, кўп вақт кетказди. Шунинг учун мақсадли усуллардан фойдаланилади.

**Мисол.** Қуйидаги функциянинг энг катта миқдори топилсин:

$$y(x) = 3x_1 + 2x_2 \quad \max y(x). \quad (1)$$

Шу билан бирга қуйидаги чегара, яъни чегаравий шарт инобатга олинсин:

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 &\leq 6, \\ x_1 + 2x_2 &\leq 8, \quad x > 0. \end{aligned}$$

Симплекс усул машинабоп усул бўлиб масалани ечиш-  
да қуйидаги алгоритмга эга:

*Биринчи қадам.* Симплекс усулининг хусусияти бу тенг-  
сизликларни тенглама кўринишига келтиришдир. Маса-  
лан юқоридаги тенгсизликлар қуйидаги кўринишда ёзи-  
лади:

$$\begin{aligned}2x_1 + x_2 + U_1 &= 6, \\ x_1 + 2x_2 + U_2 &= 8, \\ U_i &> 0.\end{aligned}$$

*Иккинчи қадам.* Номаълумларни топишни соддалашти-  
риш мақсадида номаълумларга бошланғич миқдор бери-  
лади, масалан  $x_1=0$ ,  $x_2=0$ . У ҳолда

$$U_2=6, U_1=8.$$

*Учинчи қадам.* Киритилган номаълум  $U_i$  лар ҳақиқий  
номаълумлар ёки базис номаълумлар орқали ифодалана-  
ди:

$$\begin{aligned}U_1 &= 6 - 2x_1 - x_2, \\ U_2 &= 8 - x_1 - 2x_2.\end{aligned}$$

*Тўртинчи қадам.* Ҳар бир базис номаълумнинг функ-  
цияга таъсирчанлигини максималлаштириш учун  $x_i$  нинг  
энг катта қиймати  $x_1=3$ ; у ҳолда

$$\Phi(x_1=3, x_2=0) = 9, x_2=U, \text{ у ҳолда } \Phi(x_1=0, x_2=4) = 8$$

Демак, ҳозирги қадамда энг яхши ечим

$$x_1=3; x_2=0, U_1=0, U_2=5, \Phi(x)=9.$$

Энди, учинчи қадамни қайтарамиз ва  $U_1$  ни базис деб  
қабул қиламиз, у ҳолда

$$\begin{aligned}x_1 &= 3 - (1/2)x_2 - U_1 \\ x_2 &= 8 - (3 - (1/2)x_2 - (1/2)U_1) - 2x_2 = 5 - (3/2)x_2 + (1/2)U_1, \\ \Phi &= 3(3 - (1/2)x_2 - (1/2)U_1) + 2x_2 = 9 + (1/2)x_2 - (3/2)U_1.\end{aligned}$$

*Бешинчи қадам.* Тўртинчи қадамни қайтарамиз, яъни  
бошқа нуқтага ўтамиз, у ҳолда  $x_1 < (10/3)$ , чунки  $x_2 > (10/3)$   
булганда  $U_1=0$  бўлади. Ечим топилди.

## 59. График усул

Агарда ечилаётган чизиқли дастурлашга доир масала уч ва ундан кам номаълум ( $x_1, x_2, x_3$ ) лардан иборат бўлса, бундай масалани график усулда осон ечиш мумкин.

График усулни биз юқоридаги баъзи мисолларни (18-расм) ечишда қўллаган эдик. Қуйида биз унинг моҳиятини таҳлил қиламиз.

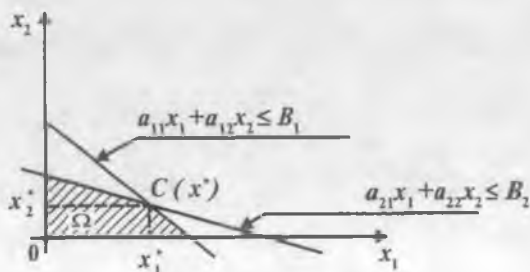
Масалан, чизиқли дастурлаш масаласи қуйидаги математик моделга эга бўлсин.

$$\begin{aligned} z &= G_1 x_1 + G_2 x_2 - \max(\min), \\ a_{11} x_1 + a_{12} x_2 &\leq B_1 \\ a_{21} x_1 + a_{22} x_2 &\leq B_2. \end{aligned} \quad (3)$$

У ҳолда тенгсизликларнинг тенгламалари бўйича графикаларини аниқлаймиз. Бунда, тенгсизлик ифодасини чегара чизиқлари орқали белгилаймиз. Шунда  $\Omega$ -юза масаланинг ечимига доир юза бўлиб, бу юзани *мумкин бўлган ечимлар юзаси* деб юритилади (20-расм).

Биз мақсад мезонини, яъни  $z$  функциянинг энг эстремал ечимини қидираётган бўлсак, унинг қиймати аксарият шу юзанинг чегарасида бўлади ва унинг қиймати қуйидаги иккита тенглама

$$\begin{aligned} a_{11} x_1 + a_{12} x_2 &= B_1, \\ a_{21} x_1 + a_{22} x_2 &= B_2. \end{aligned} \quad (4)$$



20-расм.

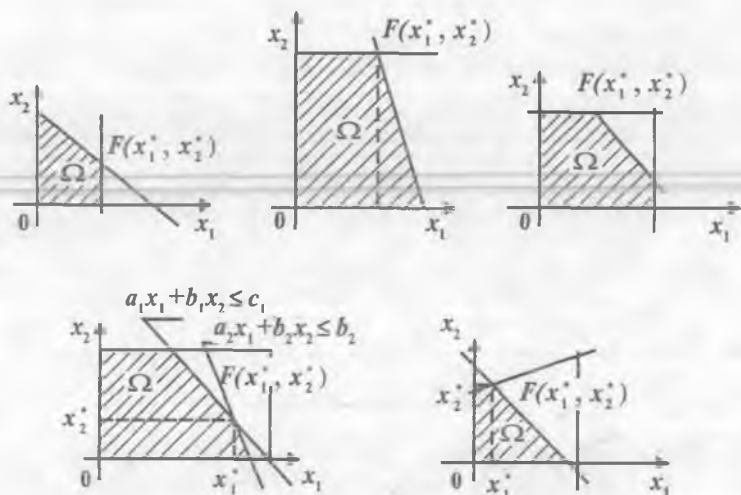
ни ечиб топилади. Бу тенгламалардан  $x_1, x_2$  номаълумларнинг миқдорини аниқлаймиз. Мана шу  $F(x_1^*, x_2^*)$  нуқта масала ечимидир. Бу деган сўз  $x_1^*, x_2^*$  миқдорда функция  $z(x_1^*, x_2^*)$  экстремал ечимга эгадир.

График усулдан фойдаланиб масалани ечиш учун берилган тенгсизликларни тенгликлар сифатига келтирилиб ҳар бир тенгламанинг график ифодаси қурилади. Бунинг энг осон кўриниши ҳар бир тенгламада аввал  $x_1=0$  деб,  $x_2$  миқдор аниқланади ва  $x$  ўқига қўйилади. Сўнг  $x_2=0$  деб қабул қилиб  $x_1$  миқдори аниқланади ва тегишли  $x$  ўқига қўйилади.

Бу топилган нуқталар орқали чизиқ ўтказилиб тенгликнинг, тенгсизликнинг график ифодаси деб қабул қилинади.

Умумий ўринишда тенгсизлик тенгламалар бир нечта бўлиши мумкин, бу ҳолда расмда кўрсатилгандек 1, 2, 3, 4, 5 тенгсизлик ва тенгламалар ўз графигига эга бўлиши керак (21-расм).

Бундай ҳолларда мантиқан таҳлил қилиш асосида масалани содалаштиришда фойдаланиладиган тенгламалар сонини аниқлаш лозим. Агарда мезон функция  $z$  нинг тах



21-расм.

қиймати топилса  $x_1$  ва  $x_2$  ларнинг катта қийматларини аниқлайдиган тенгламалар, аксинча  $z_{\min}$  га эса  $x_1$  ва  $x_2$  ларнинг кичик миқдорларини белгилайдиган тенгламаларни танлаш керак. Ноаниқроқ бўлса, ҳар бир  $F_1, F_2, \dots, F_4$  нуқта-ларни топиш керак бўлади, бунинг учун  $z_1, z_2, \dots, z_5$  ни ҳам ҳисоблаш ва уларни таққослаб, энг яхши ечим қабул қилиниши мумкин. Усул тушунарли бўлиши учун талабанинг ошхонада овқатланишига доир мисолни жадвал бўйича кўриб чиқамиз.

50-жадвал

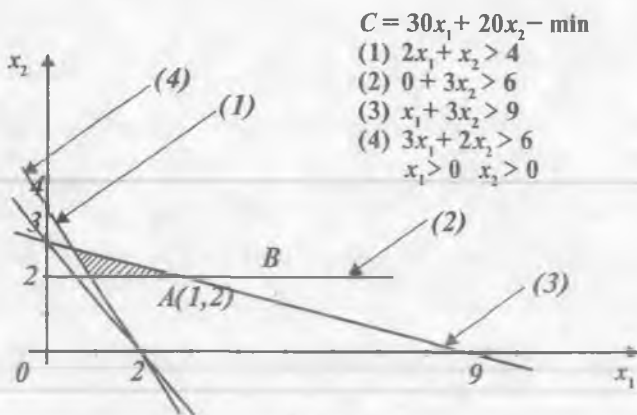
Таом		
Биринчи хил	Иккинчи хил	
Нархи $C_1=30$ сўм	Нархи $C_2=20$ сўм	Норма
Тўйимли моддалар миқдори		
$B_1$ .....2	$B_1$ .....1	4
$B_2$ .....0	$B_2$ .....3	6
$B_3$ .....1	$B_3$ .....3	9
$B_4$ .....3	$B_4$ .....2	6

Маълумки, ёш йигит ўз соғлигини ва иш қобилияти-ни сақлаб юриши учун бир суткада камида 4 бирликда  $B_1$ , 6 бирликда  $B_2$ , 9 бирликда  $B_3$  ва 6 бирликда  $B_4$  озуқа моддалари бўлган таом истеъмол қилиши керак.

Ошхонада талаба кўнглига тўғри келадиган 2 хил таом бор ва уларнинг нархи  $C_1$  ва  $C_2$  озуқалар миқдори жадвалда кўрсатилган.

Масаланинг шарт — талабанинг истеъмол қиладиган овқатида энг зарур моддалар кераклигича бўлса-ю, аммо нархи ҳам энг арзон бўлса. Бу масаланинг математик модели, юқоридаги жадвалда берилган рақамларга кўра (22-расм):

Графикнинг кўринишига қараганда 3 та яхши ечим бор экан, шуларнинг ҳар бири қуйидаги нархли овқатни белгилайди:



22-расм.

Нуқта  $B(3,2)$ ,  $C_1 = 130$  сўм,  
 $A(1;2)$ ,  $C = C_2 = 70$  сўм.

Куриниб турибдики, энг яхши ечим  $A$  нуқтада бўлиб чиқди.

## 60. Бутун сонли (дискрет) дастурлаш

Иқтисодиётни режалаштириш, машина ва биноларни лойиҳалаштириш, ишлаб чиқаришни бошқариш ва ташкил қилишдаги кўплаб масалалар асосан дискрет элементлар тўпламидан энг яхши қийматлар билан солиштирилади.

Амалиётда ўзгарувчи дискретлик талабига эга бўлган тақвим режалаштиришни, жадвал назариясини, оптимал лойиҳалаштиришини жойлаштиришдаги масалалар кўп учрайди.

Объектнинг бўлинмаслиги масалан, станоклар, транспортлар сони ва бошқа ўзгарувчининг бутун сон бўлиши шarti ҳисобланади.

Бутун сонли дастурлаш усуллари ёрдамида бутун сонли оптималлаштириш масалаларини ечиш математик дастурлашнинг қийин вазифаларидан биридир. Дискрет, бутун сонли ва комбинаторлик дастурлашнинг шундай

усуллари мавжудки, улар иқтисодиётнинг шундай специфик масалаларини ечишга ёрдам беради.

Бутун сонли дастурлашда бутун сонли чизиқли тенгламалар қуйидагича кўринишда бўлади:

$$\Phi(x) = \sum C_j X_j \rightarrow \min(\max)\Phi(x^*). \quad (1)$$

Бунда қуйидаги шартлар бажарилади:

$$\sum a_{ij} x_j \leq b_i, \quad x_j \leq 0, \quad x \in x, \quad x — \text{бутун}. \quad (2)$$

Бу ерда  $\in x$  бунда  $x$  ларнинг ҳар бири дискрет қиймат қабул қилиши мумкин деб ҳисобланади.

Р. Томари, Дж. Данцига ва бошқалар томонидан ишлаб чиқилган усуллар маълум мураккабликдаги дискрет дастурлаш масалаларини ечиш имконини беради.

Бу ерда чизиқли дастурлаш билимлари асосида Дж. Данциганинг бутун сонли дастурлаштиришнинг содда алгоритми келтирилган. Бунда ўзгарувчининг бутун сон бўлишлиги шarti инобатга олинмайди ва оддий чизиқли масала сифатида мавжуд усуллар ёрдамида ечилади. Биринчи қадамдан сўнг бутун сон бўлмаган қиймат олинса, унда масалага қўйилган бошланғич чизиқли чеклашларга қўшимча янги чизиқли тенгламалар киритилади. У қуйидаги тахминлардан келиб чиққан ҳолда шаклланади: олинган бутун сон бўлмаган қиймат янги қўшимча тенгламани қаноатлантирмаслиги керак ва ҳар қандай бутун сон эса қаноатлантириши керак. Сўнг бу жараён янги масала учун яна қайтарилади ва бутун сонлик бўйича яна текширилади. Ҳар сафар янги чизиқли дискретлик чеклашларини киритиш жараёни  $Q$  бутун сонлилик шартини қаноатлантирувчи оптимал режа олинмагунча қайтарилаверади.

Дискрет дастурлаш масалаларини бу усулда ечиш амалиёти шуни кўрсатдики, охириги қадамларга бориб қўшимча чеклашлар киритиш жараёни ҳам яқунланади.

Бутун сонли дастурлаш масаласининг ечилишини кўриб чиқамиз.

Майдони 38 кв.м. бўлган янги ишлаб чиқариш участкасига икки типдаги янги жиҳозлар олиш учун 20000 сўм

ажратилди. А типдаги жиҳоз  $C_1=5000$  сўм туради,  $\Gamma_1=8$  кв.м. жойни эгаллайди ва ҳар сменада  $\Pi_1=7000$  дона маҳсулот ишлаб чиқаради. В типдаги маҳсулот эса мос равишда  $C_2=2000$  сўм,  $\Gamma_2=4$  кв.м., ва  $\Pi_2=3000$  дона.

Ҳар бир жиҳознинг шундай оптимал сонини топиш керакки, майдондан фойдаланиш самарадорлиги энг юқори (максимум) бўлсин.

Масаланинг математик модели қуйидаги кўринишга эга:

Функцияни максимизациялаш

$$\Phi(x) = \sum \Pi_i = 7x_1 + 3x_2. \quad (3)$$

Бунда

$$\begin{aligned} 5x_1 + 2x_2 &\leq 20, \\ 8x_1 + 4x_2 &\leq 38, \end{aligned}$$

бутун  $x_i$ .

Масала биринчи навбатда бутун сонлилик шартисиз ечилади. Қўшимча узгарувчи кўринишида  $x_3$  ва  $x_4$  тенгсизлик қуйидагича бўлади:

$$\begin{aligned} 5x_1 + 2x_2 + x_3 &\leq 20, \\ 8x_1 + 4x_2 + x_4 &\leq 38. \end{aligned}$$

Симплекс усулини қўллаш қуйидаги дастлабки оптимал режани беради:

$$\Phi(x) = \sum \Pi = 29.5 \text{ минг дона.}$$

$$x_1 + 1 = 1; \quad x_2 = 7.5; \quad x_3 = 1; \quad x_4 = 0.25.$$

Бутун сонлилик шартини қаноатлантириш учун қўшимча тенглама киритилади:

$$7.5 = x_2 + 0.25 x_4$$

ёки

$$x_2 = 7.5 - 0.25 x_4.$$

Бу тенглама масаланинг бутун сонли ечимига ҳам тўғри келади, чунки киритилаётган  $x_2$  ва  $x_1$  — бутун сон бўлса, унда охириги тенгламанинг унг қисмидаги ифода бутун бўлади, яъни  $0.25x_3 = 0.5; 1.5, 2.5, \dots$



Энди янги чеклашларни ҳисобга олсак,

$$\begin{aligned}5x_1 + 2x_2 + x_3 &\leq 20, \\8x_1 + 4x_2 + x_4 &\leq 38, \\0,25 x_4 &= 0,5.\end{aligned}$$

Симплекс усулида ечишни давом эттириб, янги оптимал режани оламиз:

$$x_1=2; x_2=5; x_4=2.$$

Шундай қилиб,  $\Phi(x) = \sum P = 29,0$  минг дона самардорликка эга бўлган оптимал бутун сонли ечимни топдик:

### 61. Чизиқли бўлмаган дастурлаш усуллари

Режалаштириш ва лойиҳалаштиришда масала ҳар доим ҳам чизиқли бўлавермайди. Чизиқли дастурлашда мақсад функцияси ва қўйилган чеклашлар албатта чизиқли бўлиши шарт. Масалаларда ҳам агар мақсад функция ва ҳаттоки, чеклашлар ҳам чизиқсиз бўлса, уларни ечишда чизиқли бўлмаган математик дастурлаш усуллари қўлланилади. Бундай усуллардан фойдаланиш халқ хўжалиги иқтисодиётидаги масалалар қўламини кенгайтиради. Мақсад функцияси — фойданинг максимумини таъминлайди. У капитал харажатлари, таннархнинг минимумлиги, ўзгарувчан харажатлар сифатида эса ишлаб чиқарилаётган маҳсулот ҳажми бўлиши мумкин. Баъзида бундай масалаларни ечишда чизиқли дастурлаш усуллари ҳам қўллаш мумкин. Лекин баъзи бир масалаларда фойда, капитал харажатлар таннарх маҳсулот бирлиги олинганда ўзгармас ва ишлаб чиқариш қисмига боғлиқ бўлмайди, деб фараз қилишга тўғри келади.

Ҳақиқатдан ҳам, маҳсулот бирлигига тўғри келадиган харажатлар ишлаб чиқаришнинг турли ҳажмида турлича бўлади. Қоидага кўра, маҳсулот ҳажмини ошириш унинг таннархининг пасайишига олиб келади. Режалаштириш масалаларида бундай омилларнинг ҳисобга олиниши мақсад функциясининг чизиқли бўлмаслигига олиб келади.

Шуни қайд қилиб ўтиш керакки, чизиқли дастурлашда универсал ва самарадор усуллар мавжуд бўлса, чизиқли бўлмаган дастурлашда бундай усуллар мавжуд эмас. Чизиқли бўлмаган дастурлашда мавжуд усулларини мақсад функция ва масала чеклашларининг маълум бир шароитида ёки тахминларида ишлатиш мумкин.

Шунинг учун чизиқли бўлмаган дастурлаш усули билан ечиладиган баъзи масалаларни кўриб чиқамиз.

Нуқталар тўплами *қавариқ* дейилади, қачонки  $AB$  кесма шу тўплагга тегишли бўлса, масалан, айлана, шар, куб қавариқ бўлган сферик ҳажмлар шу тўплагга киради. Шу билан бирга функция қавариқ ва ботиқ бўлиши мумкин. *Ботиқ функция* деб, шундай чизиққа айтиладики, унинг икки нуқтасини бирлаштируви ихтиёрий кесма графиги эгри чизиқдан пастда жойлашади.

Масалани ечиш учун функциянинг характерини ва муҳитини билиш катта аҳамиятга эга. Агар локал оптимумларининг мавжудлиги масала ечимини қийинлаштиради, масаланинг охириги ечимини топишда локал оптимумлардан бирортасини танлаш зарурати туғилади, қавариқни қаноатлантирувчи ечимлар тўплами ва чизиқли чеклашлар қавариқ кўпбурчак ҳосил қилди.

Чизиқли бўлмаган оптималлаштириш масалаларини ечишда қавариқ дастурлаш усули, градиент усули, квадратик дастурлаш ва бошқа усуллар мавжуд. Бир нечта усуллар борки, булар чизиқли бўлмаган масалани линеризация қилишда қўлланилади ва бу масалаларни итерациянинг ҳар бир босқичидаги чизиқсизлик тенглаштирилиб, худди чизиқли дастурлаш масалалари каби ечилади.

Баъзан, масаланинг келтирилган ечими усулида  $Q$  эгри функциянинг булак-чизиқли функция билан апроксимацияси қўлланилади. Чизиқли бўлмаган математик дастурлашнинг энг самарадор усулларида бири сифатида градиент усулининг мазмунини кўрамиз.

Қуйида умумий кўриниши чизиқли бўлмаган масаланинг математик моделини келтирамиз.

**Мисол:** Максималлаштириш (минималлаштириш)

$$z = f(x_1, x_2, \dots, x_n). \quad (1)$$

Бунда,

$$\varphi = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b, \quad x_i \geq 0. \quad (2)$$

Энг тўғри ечимни топишда ўрганилаётган тўпладан ихтиёрий  $A$  пункт оламиз ва унинг учун  $z(x_0)$  ни ҳисоблаймиз. Агар  $A$  пунктда бирор бошқа пунктга ўтилса ёки шу масофага ихтиёрий томонга ўтса, унда  $z$  функция  $Dz$  ҳар хил қийматга ўзгаради.  $A$  пунктдан тезроқ экстремумга эришиш учун максимум (минимум) томонга  $z$  катта ўзгариши бўйича ҳаракатланиши лозим.

Градиент усули ҳар бир ўзгарувчи бўйича  $z(x)$  ишлаб чиқилган функциясини қўллашнинг йўллари қидиришга асосланди. Шунинг кўзда тутиш лозимки, ишлаб чиқилган функция эгри чизиққа боғлиқ.

**Мисол:** Максимумни топиш.

Бунда,

$$z = x_1^2 + 4x_2. \quad (3)$$

Чеклашлар тизимини ўзгартирамиз.

Қидирувни  $A(2,1)$  нуқтадан бошлаймиз, яъни  $u = z = 8$ , бўлган ечимлар тўпламига тегишли. Ҳар бир ўзгарувчи бўйича ҳосила функцияни аниқлаймиз.

$$\frac{\partial z}{\partial x_1} = 2x_1; \quad \frac{\partial z}{\partial x_2} = 4. \quad (4)$$

$A$  нуқта учун ҳосила:

$$\frac{\partial z}{\partial x_1} = 4; \quad \frac{\partial z}{\partial x_2} = 4. \quad (5)$$

Бунда  $z(4,4)$ .

$A$  нуқталарнинг параллел градиент йўналиши бўйича қадамни ташлаймиз. У қуйидагича кўринишда бўлиши мумкин:

$$x_1 = 2 + 4t,$$

$$x_2 = 1 - 4t.$$

$t$  нинг қиймати (ихтиёрий)ни бериб, қуйидагини оламиз:

$$x_1 = 2,2; \quad x_2 = 1,2.$$

Текшириб кўрамиз,  $B(2,2; 1,2)$  нуқта керакли муҳитда ётибдими?

$$y_0 = 36 - 4 \cdot 2,2^2 - 9/1,2^2 = 3,68 > 0$$

агар етмаётган бўлса, унда  $t$  га бошқа қиймат бериш зарур.

$B$  нуқтада функционал  $z = 9,64$  га тенг.

$A(z_0 = 8)$  нуқтадан  $B(z_0 = 9,64)$  нуқтага кўчишда функционаллиги ошади, яъни бу йуналишни қўллаш мумкин.

$B$  нуқта учун градиентнинг координаталари қуйидагига тенг:

$$\frac{\partial z}{\partial x_1} = 2 \cdot 2,2 = 4,4; \quad \frac{\partial z}{\partial x_2} = 4 \quad (6)$$

бу градиентга параллел тўғри чизиқ тенгламаси:

$$\begin{aligned} x_1 &= 2,2 + 4,4t, \\ x_2 &= 1,2 + 4t. \end{aligned}$$

$t = 0,5$  қийматини сақлаган ҳолда

$$x_1 = 2,42, \quad x_2 = 1,4.$$

$C(2,42; 1,4)$  рухсат этилган ечим ҳудудида аниқланмайди.

$$y_0 = -5,04 < 0.$$

$t = 0,01$  қийматини ўзгартирамиз,  $u$  ҳолда рухсат этилган ечим ҳудудида аниқланади:

$$x_1 = 2,244, \quad x_2 = 1,244, \quad z = 10,0,$$

Градиентни аниқлаш буйича цикл ва тўғри чизиқ  $z$  максимал қиймат ҳосил бўлгунча давом этади.  $z_{\max}$  га эришиш учун қуйидаги шарт бажарилиши керак:

$$\frac{\partial z}{\partial x_i} = 0. \quad (7)$$

## 62. Динамик дастурлаш

Кетма-кетлика эга булган барча халқ хўжалиги масалалари, яъни вақт ўтиши билан масала шарти ўзгарадиган масалалар динамик масалалар сирасидандир. Бундай масалаларни ечиш учун барча ривожланиш жараёнларининг оптималлигини бутунлай таъминлаб берувчи динамик дастурлаш усуллардан фойдаланилади.

Мисол тариқасида истиқболли режалаштириш масаласини кўриб чиқамиз: 2 та ҳар хил вазифага эга тармоқ бор. Уларни ривожлантириш учун бошланғич даврда  $k_1$  воситалар берилган. Агар биринчи тармоққа йил давомда  $x_1$  сўм харажат қилинса  $F(x_1)$  даромадга эга бўлиш мумкин.

Иккинчи тармоқ эса  $\varphi(k_1 - x_1)$  йиллик даромад келтирувчи  $x - 1$  воситалар қолади.

Уларнинг йиғиндиси қуйидаги даромадни беради:

$$z = f(x_1) + \varphi(k_1 - x_1). \quad (1)$$

Биринчи йил охирига келиб бошланғич воситалар ўзгаради ва  $k_2$  га айланади.  $k_2$  нинг қиймати бошланғич  $k_1$  қийматга боғлиқдир:

$$k_2 = \varphi(k_1, x_1). \quad (2)$$

Кейинги йил бошланишидан олдин воситалар янгидан тақсимлаб чиқилади. Биринчи тармоққа  $x_2$  сўм йўналтирилса, иккинчи тармоққа  $(k_2 - x_2)$  сўм йўналтирилади. Мос ҳолда умумий даромад қуйидагига тенг бўлади:

$$z_2 = f(x_2) + \varphi(k_2 - x_2). \quad (3)$$

Кейинги йил учун воситалар йиғиндиси аниқланади:

$$k_3 = \varphi(k_2, x_2). \quad (4)$$

Шунга асосан жараён  $n$  хўжалик йили учун,  $x_n$  ва  $k_n - x_n$  молиявий тармоқлар ҳажмига эга бўламиз ва даромади:

$$z_n = f(x_n) + \varphi(k_n - x_n). \quad (5)$$

Шундай қилиб, бошланғич ресурслар  $k_1$  ва  $f\varphi$   $\varphi$  кўри-нишдаги функцияларга эга бўлиб, воситалар тақсимо-ти-ни шундай режалаштира оладики, натижада умумий да-роматда  $n$  йил давомида максимал ҳолатга келади:

$$Z = \sum^n Z \rightarrow \max, \quad (6)$$

агар  $0 \leq x_i \leq k_i$  ва бошқалар бўлса, бунда,

$$z = f(x_1) + \varphi(k_1 - x_1) + f(x_2) + \varphi(k_2 - x_2) + \dots + f(x_n) + \varphi(k_n - x_n) \quad (7)$$

Бундай масалаларни ечиш динамик масалаларни ечиш-нинг предметини ташкил этади. Динамик дастурлаш гоёси шундан иборатки, бунда битта масалани кўпгина қатор кетма-кет ечиладиган ўзгарувчан масалалар билан алмаш-тирилади.

Куйида оддий бир мисол келтирамиз:

А шахридан (46 «Ўйингоҳга энг яқин йўл», 14-расмга қаранг)  $F$  шахрига 4 та ( $B, C, D, E$ ) оралиқ станцияларидан ўтиш керак. Ҳар пунктдан кейингисига учта йўл (ҳар хил транспортда) ҳар хил ҳаракат давомийлиги ва бир транс-портдан бошқасига ўтириш учун кетган вақт билан олиб боради.

Пунктга энг тез олиб борувчи маршрутни аниқлаш та-лаб этилади. Бу масала учун вариант сони  $3^5=243$  га тенг.

Динамик дастурлаш услубини қўллаш бу вариантлар сонини қисқартиришга олиб келади. Мисол учун, бу ма-салага атиги 15 та вариант мавжуд. Бундан ташқари, дина-мик дастурлашга доир масалалар китобнинг «Ўйингоҳга энг яқин йўл» ҳикоясида келтирилган.

Динамик дастурлаш орқали куйидаги масалаларни ечиш мумкин:

- капитал қўйилмаларни тақсимлаш;
- тақвимий режалаштириш масаласи;
- ишлаб чиқариш ва созлаш масаласи;
- ишлаб чиқариш вариантларини танлаш;
- емирилган ускуналарни алмаштиришнинг оптимал режимини ўрнатиш;

— транспорт тармоғи пунктлари орасидан энг қисқа йўлни аниқлаш масалалари ва б.

### 63. Эҳтимоллик нимадир?

Математик эҳтимоллик — бу маълум воқеанинг содир бўлиш эҳтимоллигининг сонли ифодасидир. «Катта математик энциклопедия» ибораси билан айтганда «Эҳтимоллик деб содир бўлган воқеалар сонининг содир бўлиши мумкин бўлган воқеалар сонига нисбатига айтилади».

Масалан, агарда қутидаги 100 лампочканинг 7 таси йигирма беш ваттли, қолган 93 таси олтмиш ваттли бўлса, у ҳолда қутида аралаш тахланган лампочкалар ичидан йигирма беш ваттлигини чиқариб олиш эҳтимоллиги  $7/100=0.07$  га, яъни 7% га тенгдир.

Яна бир мисол: мактабнинг биринчи синф дафтарларида алифбо бўйича 100 ўқувчи рўйхати келтирилган бўлиб, шулардан тенг ярми ўғил ва иккинчи ярми қиз болалар булсин. Бу рўйхатдан ихтиёрий 10 фамилия кўчириб олинган дейлик, булар ичида фақат ўғил болалар бўлиш эҳтимоллиги

$$5 \cdot 10/100 = 0,5, \text{ яъни } 50\%$$

ёки танлаб олинган 10 тадан ҳаммаси ўғил (қиз) бўлиш эҳтимоллиги

$$1/2^{10} = 1/1024 = 0,001, \text{ яъни } 0,1\%.$$

Алабатта, синф дафтарыда аввал ўғил болалар, сўнг қизлар бўлса бошқа эҳтимоллик чиқади.

Эҳтимоллик назарияси асосида жуда кўп масалаларни ечиш ва истиқболини аниқлаш мумкин.

**М а с а л а н :** Сирдарё ва Жиззах вилоятларини боғловчи телефон алоқа сими катта дўл-ёмғирда узилиб кетди. Сим «Юлдуз» ва «Оқ олтин» жамоа хўжаликлари устидан ўтган бўлиб узунлиги 12,5 км эди.

Марказдан 2,5 км масофада молхона, яна 6 км нарида товўқхона ва хонадонлар бор.

**Масала:** сим тортилган узунликнинг қайси қисмини бориб ўрганиш зарур, нимадан бошласа алоқа тез ўрнатилади?

Бунинг учун учта вариант бор:

1. Молхона атрофига бориш, у ердаги эҳтимоллик  $P = 2,5/12,5 = 0,2$  ёки 20%

2. Товуқхона атрофига бориш, унда эҳтимоллик  $P = 6,0/12,5 = 0,48$  ёки 48%

3. Қолган қисмига бориш, ундаги эҳтимоллик  $P = 12,5 - (6 + 2,5)/12,5 = 0,32$ , ёки 32%

Албатта симнинг энг узун, аксарият узилиши кўпроқ эҳтимолликка эга қисмига бориш керак, бу ҳам бўлса товуқхона атрофидир, чунки унинг эҳтимоллиги 48% дир.

#### 64. Кўп мезонли масалаларни ечиш усули

Кўп мезонли масалаларга бағишланган илмий ишларда бир неча хил усуллар таклиф қилнади, улар маълум мураккабликларга эга [9].

Биз қуйида энг осон, энг тез ечиладиган усулни келтирамиз. Усулнинг номи «Тезкор кўп мезон усулидир».

Ихтиёрий объектни (бино, иншоот, аппарат, машиналар) лойиҳалаш кўп мезонли оптималлаштириш масалаларига (КОМ) киради. Шу объект бўйича энг оптимал ечимни топишда (VII бобга қ.) ҳар бир мезонга самарали қийматни бера оладиган параметрларни аниқлаш лозим бўлади. Масаланинг бундай категорияси оптималлаштиришнинг векторли масаласи деб аталади ва «Операцияларни тадқиқ қилиш» фанининг тамойили асосида ечилади.

Кўп мезонли масаланинг математик модели умуман қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$x = \Phi^{-1} [\text{opt}C(x)], x \in \Omega_x \quad (1)$$

бу ерда  $C(x)$ —кўп мезонли вектор, яъни  $\Phi(C) = \{C_1(x)C_2(x)\dots C_s(x)\}$ ,  $\Phi(C)$ —кўп мезонли функция,  $x$ —бошқарувчи, номаълум параметр,  $\Omega$ —рухсат этилган майдон, яъни чеклов шартлари.

Амалиётдаги кўпмезонли оптималлаштириш масаласини ечишга доир муаммоларнинг туғилиши маълум мураккабликларни келтириб чиқаради. Кўп мезонли масалаларнинг ечимини топишдаги ёндашувлар қуйидагилар бўлиши мумкин:



КОМнинг долзарб мезонлари  $f(x)$  ни бир функция  $\Phi(C)$  га келтириш йўли билан:

$$\Phi(C(x)) = \sum a_i C(x);$$

Мезонларнинг характерли нуқталари бўйича уларни апроксимация қилиш йўли билан  $\Phi(x) = F(C_1(x), C_2(x) \dots C_n(x))$ . Бу ерда  $a$  – функциянинг пропорционаллик коэффициенти, хусусан биз кураётган масалада  $a$  – аҳамиятлиликлар коэффициенти.

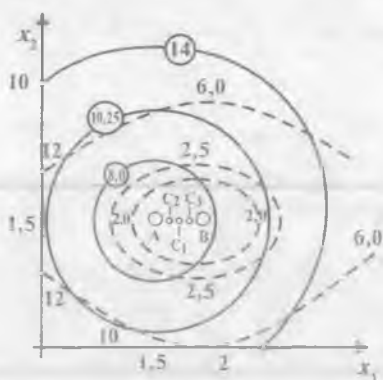
Биринчи ёндашув скаляр-бир мезонли масалага мос тушиб, фанда етарли даражада урганилган ва бу масала мавжуд усуллар ёрдамида миқдорларни киритиш асосида ечилиши мумкин. Бу ёндошишни ҳамма мезонларнинг улчамлари бир хил бўлиб, ўзаро амаллар бажарилиши мумкин бўлган шароитдагина бажариш мумкин.

Иккинчи ёндашув – оптималлаштиришнинг векторли масаласини ечиш маълум қийинчиликларга эга. Бу масалада мезонлар турли улчамларга, аҳамиятга, боғланишларга эга булишлари мумкин ва уларни биринчи ёндашув асосида ҳисоблаб бўлмайди. Бу ёндашувда ҳар бир мезоннинг локал оптимал ечимидан фойдаланилади. Бу ечимлар асосида апроксимацияловчи кўп мезонли масаланинг умумий функцияси қурилади ва шу функциянинг майдо-нида оптимал ечим аниқланади.

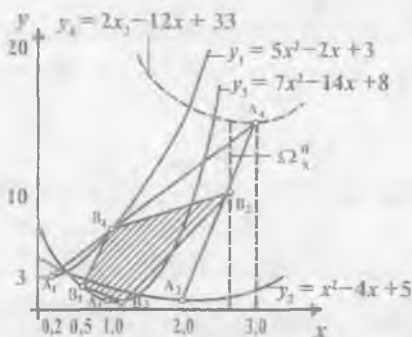
Кўп мезонли оптимал масалалар ҳам 23-расмда кўрсатилган кетма-кетликда ечилади.

Бундай масаланинг самарали ечимлар юзасини графикда кўриш ва унинг таҳлилини кўрсатиш учун аввал оддий икки мезонли векторли оптималлаштириш масаласини кўриб ўтамиз. Айтайлик, қидирилаётган КОМ ечими ҳар бир мезоннинг алоҳида оптимал ечими бўлган  $A(x^*)$ ,  $B(x^*)$  нуқталар орасида ётади. Бошқа самарали нуқталар аҳамиятлилик коэффицентлари ёрдамида топилди. 23-расмда иккита  $C_1(x)$  ва  $C_2(x)$  функцияларнинг рельефи келтирилган ва уларнинг минимал қийматлари  $A(1,5; 1,5)$  да  $\Gamma_1(x^*)$ ,  $B(2,0; 1,5)$  да  $\Gamma_2(x^*)$  ларда аниқланади.

Иккала функция эквивалент ( $a_1 = a_2$ ) бўлганда КОМнинг оптимал ечими  $A \cup B$  келишув эгри чизигида ётади, яъни оптимал ечим  $\Gamma_3(1,667; 1,5)$  нуқталарда аниқланади.



23-расм.



24-расм.

Агар бир нечта мезонли ҳолни кўриб ўтадиган бўлсак, шуни кўрсатиш мумкинки, локал минимал қийматлар келишув ечимлар майдонининг chegaraviy нуқталари ҳисобланади.

Тўрт мезонли масалада қидирилаётган ечим  $A_1, A_2, A_3, A_4$  нуқталар (24-расм) ичида бўлади, агар шу майдонни янада қисқартирилса, ечим  $B_1, B_2, B_3, B_4$  нуқталардан ташқарига чиқмайди. Бу майдон ечим қидирилаётган Паретто юзаси  $\Omega_n$  ҳисобланади.

Кўриниб турибдики, самарали ечимлар майдонини секин аста қисқартириш ва шу асосда керакли ечимни тезда топиш мумкин. Кўрилаётган мисолда қидирилаётган ечим аввал 0,2—3,0 ораликда бўлган бўлса, кейинчалик

қисқартириш асосида қуйидаги 0,66—2,66 ораликда ётади. Бу шуни англатадики, агар биринчи муаммони ечсак, унда қидирилаётган ечимни самарали ечимлар орасидан топсак бўлади.

Келтирилган мисолларда ҳар бир оптималлаштириш мезонининг экстремал қиймати жойлашган нуқталар асосида апроксимациялаш методи билан самарали Паретто юзасини аниқлаш ва қўшимча шарт ёрдамида кўп мезонли оптимал масаланинг ечими  $A(X)$  ни топиш мумкинлигини кўрдик. Бу ғоянинг математик ифодасини кўрсатиш учун қуйидаги таҳлилни келтирамиз.

Кўп мезонли оптималлаштириш масаласини ечиш учун  $x$  узгарувчининг  $C_1$  векторга таъсир қилиш даражасини ҳисобга олган ечимни аниқлашда апроксимация усулини [9] кўриб чиқамиз. Бу усул жуда сермашаққат ва аҳамиятли босқич ҳисобланган Парето юзасини қуришга ёрдам беради.

Қидирилаётган ечим берилган мезонлар ичидаги самарали Парето ечими ҳисобланади ва келишув ечимлар соҳасидан топилиши мумкин.

Паретто юзасини  $\Phi(x^*)$  мезонларнинг локал оптимал ечимлари асосида қуриб, бу юзачадан кўп мезонли масаланинг оптимал ечимини қуйидаги шарт [9] асосида аниқлаш мумкин:

$$\nabla C(x^*)(x - x^*) = 0 \quad (2)$$

Бу деган сўз, кўп мезонли масаланинг ҳақиқий функциясидан  $\Phi(C)$  дан биз апроксимациялаб қурган функция  $\Phi(x)$  фарқининг 0 га тенглигини ифодалайди, яъни

$$\Phi(C) - \Phi(x) = \nabla C(x^*)(x - x^*) = 0 \quad (3)$$

Апроксимация юзасидаги қидирилаётган оптимал ечимни белгилловчи  $A(x^*)$  нуқта координаталари (1) тенгликлар системасини биргаликда ечиш орқали топилади:

$$x^* = \frac{\Delta C_{12} x_1^* + \sum_{i=2}^{i-1} (\Delta C_{i,i-1} + \Delta C_{i,i+1}) x_i + \Delta C_{h,h-1} x_h}{\Delta C_{12} + \sum_{i=2}^{i-1} (\Delta C_{i,i-1} + \Delta C_{i,i+1}) + \Delta C_{h,h-1}} \quad (4)$$

бу ерда

$$\nabla C_{12} = C_1(x^*) - C_2(x), \quad \nabla C_{21} = C_{12}(x) - C_{21}(x^*). \quad (5)$$

Келтирилган формула КОМнинг талабларини ҳисобга олади ва уни жуда қийин масалаларни ечишда ҳам қўллаш мумкин.

Агар мезонлар узаро таққослаб бўлмайдиган, турли масштабга ва ўлчамга эга бўлсалар у ҳолда мезонларга аҳамият коэффициентлари киритилиб, кўп мезонли масаланинг самарали ечими қуйидагича аниқланади:

$$x^* = \frac{\lambda_1 \alpha_1 \Delta C_{12} x_1 + \sum_{i=2}^{s-1} \lambda_i \alpha_i (\Delta C_{i,i-1} + \Delta C_{i,i+1}) x_i^* + \lambda_s \alpha_s \Delta C_{s_1 s-1} x_s^*}{\lambda_1 \alpha_1 \Delta C_{12} + \sum_{i=2}^{s-1} \lambda_i \alpha_i (\Delta C_{i,i-1} + \Delta C_{i,i+1}) + \lambda_s \alpha_s \Delta C_{s_1 s-1}} \quad (6)$$

бу ерда  $\lambda$  — ички аҳамият коэффициенти.

Агар КОМ иккита ҳал қилувчи мезон орқали ифодаланиши мумкин бўлса, у ҳолда

$$x^* = \frac{\lambda_1 \alpha_1 \Delta C_{12} x_1 + \lambda_2 \alpha_2 \Delta C_{21} x_2}{\lambda_1 \alpha_1 \Delta C_{12} + \lambda_2 \alpha_2 \Delta C_{21}} \quad (7)$$

Лойиҳалаш амалиётида таклиф қилинаётган (7) формула «Тезкор кўп мезон усули» асосини ташкил қилади ва натижалари қулайлиги, ҳамда жуда соддалигини кўрсатади. Бу эса ихтиёрий мураккабликдаги ва тартибдаги кўп мезонли масалаларнинг характерли кўрсаткичлари бўйича қидирилаётган оптимал ечимни аниқлаш имконини беради.

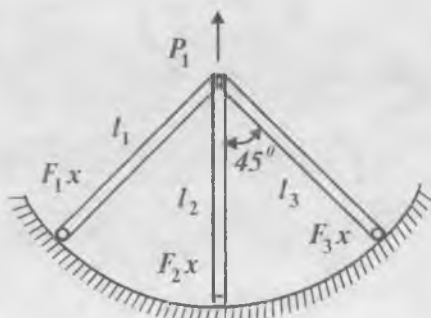
**Мисол.** Назорат учун [2] усул ёрдамида ечилган бир масалани кўриб чиқамиз. Куйидаги параметрларга эга бўлган шарнирли стерженли оддий система берилган:  $R_1 = 200$  мн/м<sup>2</sup>,  $R_2 = 150$  мн/м<sup>2</sup>,  $(F) = 0.707$  см<sup>2</sup>  $l_1, l_2, l_3 = 1.0$  м (25-расм)

$$P_1 = \begin{bmatrix} 0,0 \\ -100,0 \end{bmatrix} \text{ мн} \quad P_2 = \begin{bmatrix} 50,0 \\ -70,0 \end{bmatrix}$$

Мезонлар сифатида  $G = \gamma \sum_{i=1}^3 F_i L_i$  — системанинг оғирлиги,  $T = K \frac{8q}{\alpha} \sqrt{3q}$  — ишлаб чиқаришга кетадиган меҳнат сарфи ( $q$  — ўлчамлар рақами) қабул қилинган.

Ҳар бир мезон бўйича алоҳида оптимал ечим: Оғирлиги энг кичик бўлган ечимда  $G_{\min} = 4,52 \cdot 10^{-2}$  мн, бу ерда меҳнат сарфи  $T_{\min} = 0,283$  одам.соат ва бошқарув параметрлар миқдори  $F(G)_{\min} = \{1,0; 4,09; 0,707\}$  га тенг.

Меҳнат сарфи энг кичик бўлган ечимда  $T_{\min} = 0,185$  одам. соат; оғирлик эса  $G = 5,85 \cdot 10^{-2}$  мн, бошқарув параметрлар миқдори  $F_{\min}(T) = \{2,65; 2,65; 2,65\}$  га тенгдир.



25-расм.

Ушбу кўпмезонли масаланинг ечими (4) формулага асосан қуйидаги кўринишга келади:

$$q = 3 \text{ булганда } F \cdot (GT) = \{1,7; 3,47; 1,63\}.$$

$$q = 2 \text{ булганда } F \cdot (GT) = \{2,65; 3,47; 2,65\}$$

$$q = 1 \text{ булганда } F \cdot (GT) = \{2,65; 2,65; 2,65\}$$

Кўриниб турибдики, бу қийматларнинг мақбул нуқтаси илмий асосда аниқланади. Усулни ўта мураккаб масалаларга ҳам қўллаш мумкин, натижаси аниқ ва белгиланган  $\alpha$  – устуворликга боғлиқдир.

Математик мақбуллаш усулларининг хиллари кўп. Улардан асосан ЭХМ ёрдамида фойдаланиш мумкин, чунки номаълумлар сони қанча кўп бўлса, мураккаблик шунча ортади. Юқорида курсатилган энг содда усуллардан ташқари бир неча бошқа хил усуллар ҳам мавжуд. Булар жумласига «Тасодифий қидирув» «Динамик дастурлаш» усуллари, «Эвристик усуллар», «Уйинсимон усуллар» ва ҳ.к.лар киради. Бу усулларни ўрганиш учун махсус билимлар керак булади.

Бу усуллар ёрдамида жуда кўп ва ҳар хил мураккабликдаги масалаларнинг энг мақбул ечимларини топиш мумкин.

## 65. Оптималлаштириш (ПОРТ) компьютер дастури

Оптимал ечимни қидириш, топиш, ечимлар ичида энг зарурини танлаш катта ҳисоблашларни ва вақтни талаб этади. Шунинг учун бундай масалаларни фақат ҳисоблаш техникаси ёрдамида бажариш мумкин. Қуйида энг уни-

версал оптималлаштириш компьютер технологиясига доир дастурга доир йуриқнома келтирилган.

Аввало оптималлаштириш зарур бўлган масаланинг математик модели яратилади.

Бизга оптималлаштириш мезони функция курунишида берилган бўлсин:

$$C(x) = C_{11}x_{(1)} + C_{12}x_{(2)} + \dots + C_{1m}x_{(m)} \rightarrow \min(\max) \quad (a)$$

Масаланинг шарти бўйича юқоридаги функциянинг ушбу

$$\left. \begin{aligned} a_{11}x_{(1)} + a_{12}x_{(2)} + \dots + a_{1m}x_{(m)} &\leq b_{(1)} \\ a_{21}x_{(1)} + a_{22}x_{(2)} + \dots + a_{2m}x_{(m)} &\leq b_{(2)} \\ \dots\dots\dots & \\ a_{n1}x_{(1)} + a_{n2}x_{(2)} + \dots + a_{nm}x_{(m)} &\leq b_{(n)} \end{aligned} \right\} \quad (б)$$

чегаравий шартларини қаноатлантирувчи ечими топилсин.

Бу ерда  $C(x)$  — оптималлаштириш мезони,  $x$  — номаълум ўлчам,  $a$ ,  $b$  лар чегара шартларидаги озод ҳадлар.

Бу масалани аналитик усул билан ечиш мумкин. Шахсий ЭҲМда ҳам шу каби масалаларни ечиш мумкинми? Агар мумкин бўлса, қанақа усуллар билан ечган маъқул? Мана шу каби саволларга жавоб топиш учун шахсий ЭҲМда тузилган ПОРТ оптимал қидирувчи дастурига мурожаат қиламиз. ПОРТ оптимал қидирувчи дастури юқоридаги (a) масаланинг (б) чегаравий шартларини қаноатлантирувчи ечимини тасодифий қидирув усули орқали излайди.

Ушбу масалани ечишдан мақсад берилган масаланинг аналитик ечими билан ЭҲМда ечилган ечимини солиштиришдан иборатдир, яъни ПОРТ оптимал қидирувчи дастурининг фойдали ва шу билан бирга хатоликлар даражасини аниқлашдан иборат.

पोर्ट қидирувчи дастури ҳам тасодифий излаш усули асосида ишлайди.

**पोर्ट қидирувчи дастурида масалани қуйидагича қўямиз:**

А) Мезон функцияни оптималлик шартлари асосида текшириш;

Б) Чегаравий шартларни қуриш (ресурсдаги чегаралар ва бошқалар).

Шахсий ЭҲМда масаланинг ечилиш босқичини кўрайлик.

Масала математик моделига асосан икки қисмга булинади:

1. Мақсад функциясининг умумий кўриниши юқоридаги (а) кўринишда бўлади.

2. Чегаравий шартлар эса (б) кўринишда бўлади.

ПОРТ қидирувчи дастури қуйидаги шартлар асосида оптималлаштириш жараёнини бажаради:

а) номаълумларнинг **сонини киритинг**.

Бунда номаълумлар сони киритилади.

б) чегаралар сонини киритинг.

Бу ерда берилган тенгсизликлар сони киритилади.

в)  $\epsilon$  — **аниқликни билдирувчи жуда кичик соннинг қийматини киритинг**.

$\epsilon$ нинг қийматининг 0,1 дан оптималлаш жараёни тугагунга қадар давом эттириш мумкин. Бунда  $\epsilon > 0,000001$  шартни назарда тутиш зарур бўлади.

г) **DELTAнинг қадамини киритинг**.

DELTA — номаълумнинг ўзгариш қадамини, баъззида 0,5 деб қабул қилиш тавсия қилинади. Кейинги ҳар бир қадамда ЭҲМ мана шу қадамнинг мақбул қийматини аниқлаштириб боради.

д) Бошланғич векторни киритинг.

Бу ерда  $x_1, x_2, \dots, x_n$  — бошланғич векторлар, яъни номаълум миқдорларнинг тахминий қийматлари, жуда булмаганда 1-лар бериш мумкин. Улар аниқликка, чегарага ва бошқа шартларга кура батамом ўзгариши мумкин.

е) Оптималлаштиришнинг типини: максимум ёки минимумини танланг.

Юқоридагилар компьютерга киритилгандан сўнг «Берилганларни киритинг» тугмачаси босилгач, (а), (б)ларнинг умумий кўриниши ҳосил бўлади. Сўнгра коэффициентлар киритилади. Қидирув жараёни бажарилгандан ва

натижа олингандан сунг ЭХМ оптималлаш жараёни туганлиги ҳақида хабар беради.

Дастур Delphi4 программалаштириш тилида тузилган бўлиб, ҳар томонлама мукамал ишланган. Дастурдан барча хоҳловчилар, қизиқувчилар фойдаланишлари мумкин.

ПОРТ дастуридан олинган натижаларни куйидаги жадвалларда кўрайлик. Жадвалларда устунлар куйидаги тартибда тузилган:

1. Тартиб рақами.
2. Мақсад функциясининг умумий куриниши.
3. Чегаралар системасининг берилиши.
4. Ечимлар:
  - аналитик ечим.
5. Бошланғич хлар.
6. Фойдали қадамлар сони.
7. Фойдасиз қадамлар сони.
8. Оптималлаш %и.



## СЎНГГИ СЎЗ

Шундай қилиб, ҳурматли ўқувчи, тадбиркор ва иқтисодчи, бу китобда сизга иқтисодий математик усуллар моҳиятини мисол ва масалалар асосда тушунтиришга уриниб кўрдик.

Аҳамият берсангиз кўпинча математик изоҳлар билан сизни кўпинча намасликка ҳаракат қилдик. Аммо билингни, бу фан анча мураккаб бўлиб, математик ифода ва формулалар орқалигина ишлайди. Бу фан техник ва иқтисодий олий ўқув юрталарида III–IV курсларда ургатилади.

Китобни ёзаётганда муаллиф юздан ортиқ ҳикоя, масала ва мисолларнинг мазмунини режалаб, улар асосида китобчини тайёрлашда йиғилган материалларни 2–3 қисмга бўлишни лозим топди.

Биринчи қисмда [11] келтирилган мисоллар оптимал масалаларнинг энг соддалари ҳисобланади. Бундай масалаларни аксарият умумлаштириб математик дастурлаш масалалари деб юритилади.

Ҳаётда, халқ ҳужалигида чизиқли булмаган ва бошқа ҳар хил мураккабликдаги (яҳлит соғли, эҳтимолли, динамик, эвристик, ўйин ва бошқа) масалалар ҳам кўп учрайди. Уларнинг жозибадорлиги, зарур ва фойдалилиги юқоридагилардан қолишмайди.

Шу билан бирга юқоридаги урганилган бир мезонли масалалар билан бир қаторда аксарият кўп мезонли масалаларни ечишга тўғри келади. Масалан, костюм олиш, автомобиль танлаш, касб ахтариш, мустаҳкам ва арзон иморат қуриш каби жуда кўп масалалар бир йўла бир неча мезонни яхшилашни талаб қилади. Костюм фақат арзон ёки чиройли ёки пишиқ ёки замонавий бўлиши кам-қу. Бизга қолса, ҳам арзон (жуда арзон булмасада), ҳам чиройли, пишиқ ва замонавий бўлишни хоҳлаймиз.

Албатта, шу каби абитуриент ёки ёшларнинг касб танлаши ҳам бир неча мезон орқали ифодаланади. Айниқса касб танлаш жуда қизиқ ҳамда математик тез, тула ва аниқ ечилиши мумкин булган масалалар. Бундай масалани ечишда ҳамма талаб шарт-шароитни хусусан, отанининг фикрини, касбнинг ифтихорини инобатга олиш зарур.

Ана шундай чизиқли булмаган ва кўп мезонли масалаларга бағишланган материалларни бир оз ёритган булсак ҳам келгусида жуда қизиқ ва ҳаётий мисолларни II ва III қисмларда нашр этиш ниятимиз бор.

Эслатиб ўтамиз, математик моделлар, баъзи ҳикоялар бошқа манбалардан олинган бўлиб, кенг оммага яқинлаштириш учун қайта ишланган.

Шуни айтиш лозимки, математик-иқтисод усулларни халқ хужалигидаги жуда катта ва мураккаб муаммоларини ечишга имкон беради. Хусусан республикамызда бундай усуллар қурилишда, қишлоқ, хужалигида, тиббиётда, саноатда, қўйингки, деярли ҳамма соҳаларда кенг қўлланилиб келиняпти ва миллионлаб сўмлик иқтисодий самаралар берапти.

Минг афсусларки, бундай усуллар ёрдамида ечилмаётган масалалар ундан бир неча марта куп булиб, миллиардлаб сум маблағлар бейфойда харажат қилиняпти. Агарда ҳар бир мутахассис, ҳар бир тadbиркор, ҳар бир шахс шу усулларни амалда қўллай билса, республикамыз иқтисодийети қисқа вақт ичида энг бадавлат, тежамкор ва самарали булиши ҳеч гап эмас.

Математик-иқтисод усуллари ҳозир деярли ҳар бир ЭҲМга киритилган ва унинг моҳиятини, яъни математик услубини сиз билан биз билишимиз шарт эмас. Масалан, хоҳлаган ҳисоблаш марказига, мутахассисга борсак, у тезда ишонарли оптимал ечимни чиқариб бера олади.

Муаллиф ҳар бир тadbирни кураётганингизда бу масаланинг энг яхши, оптимал ечимни борлигини унутмаслигингизни, бу оптимал ечимни топиш мураккаб эмаслигини эслатиб утади.

Агарда ушбу китобча ўқувчига маъқул тушган бўлса, биз мақбул ечимлар борлиги ва уларни топиш мумкинлигини тушунтира олган бўлсак, ва ҳаётда (ўқишда, уйда, ишда, ва ҳ.к.) шундай усулларни қўллаш мумкинлигини ишонтира олган бўлсак беҳад мамнун буламиз ва бошлаган ҳайрли ишни яна давом эттирамиз.

## АДАБИЁТ

1. *Абчук В. А.*, 7:1 в нашу пользу. М. Радио и связь 1982,—176 с.
2. *Грешилев А. А.*, Как принято наилучшее решение в реальных условиях, М. Радио и связь 1981—320 с.
3. *Мостеллер Ф.*, Пятьдесят занимательных вероятностных задач с решениями. М. Наука, 1985.
4. *Туйчиев Н. Д.*, Модели оптимизации производственных планов, проектов и программ. Тошкент, ИПК РР, 1982.
5. *Халмайзер А. Я.*, Математика гарантирует выигрыш, М. 1991, 240
6. *Садовский Л. Е* и др. Математика и спорт М. «Наука» 1983 г.
7. *Розен В. В.* Цель — оптимальное решение М. «Радио и связь» 1982 г.
8. *Грошев В. П.* Занимательная экономика М. Просвещение 1989 г.
9. *Туйчиев Н. Д.* Оптимальное проектирование железобетонных рам. Ташкент, Фан, 1989 г.
10. *Шодиев Т., Кучқоров А., Мизрапов У.* Ишлаб чиқаришни режалаштиришда математик усуллар. Т.: Ўзбекистон, 1995.
11. *Туйчиев Н. Ж.* Минг бир бизнес, Тошкент, Молия 2001 й., 140 в.
12. *Туйчиев Н. Д.* Вероятностная оптимизация и оценка надежности сложных стержневых конструкций. Ташкент, «Фан», 1993.
13. Избранные задачи по строительной механике и теории упругости. Учеб. пособие для ВУЗов. Под общей редакцией Н. П. Абовского М., Стройиздат, 1978.
14. В мире строительной кибернетики. Воропаев В. И., Рейтман М. И. М., Стройиздат, 1975.

## МУНДАРИЖА

<b>I. Умумий маълумот</b> .....	3
1. Кириш .....	3
2. Ютуқ нимада? .....	6
3. Алдовсиз ютуқ .....	8
4. Кишлоқ хўжалиги маҳсулотини консервалашдан даромад .....	11
5. Аҳмад юқ етказишни ривожлантирмоқчи .....	13
<b>II. Тўплам</b> .....	16
6. Мантиқсиз буйруқ .....	16
7. Одам Ато ва Момо Хавонинг қўйлари .....	17
<b>III. Эҳтимоллик</b> .....	18
8. Олчи ёки пукка? .....	18
9. Муҳлиса қайси қаватда яшайди? .....	20
10. Математик Комилжон учрашувга шошиляпти .....	22
11. Дала ҳовлида қурилиш — «Сюрприз» .....	24
12. Сирли-махфий хатнинг мазмуни .....	25
13. Бизнесда ким аниқ ютади? .....	27
14. Қайси кунлари савдо яхши бўлади .....	28
<b>IV. Математика ёрдам бермоқчи</b> .....	30
15. Тўртта омборчи учтасидан арзон? .....	30
16. Темир йўл станциясини қаерга қурган маъкул? .....	32
17. «Материаллар қаршилиги»ни топширдингми, уйлансанг бўлади .....	34
18. Мингбулоқ нефти — туман бойлик бўлсин десак .....	36
19. Зафар шошяпти.....	38
20. Тешавой бензиндан иқтисод қилмоқчи .....	40
21. Иморатнинг баландлиги ва бошқа ўлчамлари .....	42
22. Энг катта ва энг арзон .....	45

23. Салима шамни қаерга қўйсин? .....	47
24. Шуҳрат кўприк қурмоқчи .....	49
25. Кўп юришди, кўп уйлашди, ниҳоят кўплаб қуришди .....	51

#### **V. Чизиқли дастурлаш нима? .....**

26. Мебелдан даромад .....	53
27. Алишер аккумулятор тузатади .....	55
28. Лутфулла меҳмонхона ташкил қилмоқчи .....	58
29. «Машҳура»дан машҳур тикувчилар чиқади .....	60
30. Самода унумли парвоз қилиш — ердаги тинимсиз изланишлар маҳсулидир .....	62
31. Сут-қатиқни тезликда эгасига етказсанг, ютуқ сеники ...	65
32. Фермер нималарни қанча ерга эккани маъқул .....	70
33. Мол боққанга барака .....	76
34. Автотранспортнинг камхаражат режаси .....	80
35. Танлаб олсанг голмассан, уятга ҳам қолмассан .....	83
36. Кучингиз етса фабрика, булмаса цех очинг .....	85
37. Нон тандирда, даромад ошириш йўли мияда пишади .....	86
38. Абдусаттор қурилишни бошқариш билан машғул .....	88
39. Транспорт ташувларини оптимал режалаштириш .....	90
40. Зиёдиллага зиёбахш зал лозим бўлиб қолди .....	91

#### **VI. Яна бир неча хил муаммолар .....**

41. Деҳқончилик туман бойлик .....	93
42. Катта қурилиш катта билимни талаб қилади .....	104
43. Кичкина Маҳмуднинг катта ўйлари .....	106
44. Фермер хўжалигидан икки лавҳа .....	108
45. Ерга қувват берсанг, даромад сеники .....	111
46. Ўйингоҳга энг яқин йўл .....	113
47. Транзистор корхонаси .....	115
48. Самолётдан самарали фойдаланиш .....	116
49. Самолёт конструкцияси енгил ва арзон бўлсин десак .....	118
50. Семизбой аканинг озиш режаси .....	121

#### **VII. Кўп меъзонли муаммолар .....**

51. Мен ва рафиқам .....	124
52. Ким бўлсам экан? .....	127
53. Сих ҳам, кабоб ҳам куймасин десанг .....	132

<b>VIII. Оптималлаштириш усуллари .....</b>	<b>134</b>
54. Оптималлаштиришда иқтисодий-математик модел .....	134
55. Оптималлаштириш масаласининг математик модели .....	136
56. Масаланинг математик моделини аниқлаш .....	138
57. Оптималлаштиришнинг математик усуллари .....	144
58. Чизиқли математик дастурлаш усули .....	145
59. График усул .....	147
60. Бутун сонли (дискрет) дастурлаш .....	150
61. Чизиқли бўлмаган дастурлаш усуллари .....	153
62. Динамик дастурлаш .....	157
63. Эҳтимоллик нимадир? .....	159
64. Кўп мезонли масалаларни ечиш усули .....	160
65. Оптималлаштириш (ПОРТ) компьютер дастури .....	165
Сунгги сўз .....	169
Адабиёт .....	171

Нодир Жамолович Туйчиев

**БИЗНЕСДА ИҚТИСОДИЙ  
МАТЕМАТИКА УСУЛЛАРИ**

*Олий ўқув юртлари талабалари  
учун ўқув қўлланма*

«Ўзбекистон» НМИУ — 2004.  
700129, Тошкент, Навоий кучаси, 30.

Бадий муҳаррир *Ҳ. Меҳмонов*  
Техник муҳаррир *У. Ким*  
Мусахҳиҳ *Ш. Мақсудова*  
Компьютерда тайёрловчи *Л. Абкеримова*

Босишга рухсат этилди 18.11.04. Бичими 84x108<sup>1</sup>/<sub>32</sub>. Шартли б.т. 9,24.  
Нашр т. 7,80. Нусхаси 1000. Нашр № 132-03. Буюртма № **К-0006**  
Баҳоси шартнома асосида

Ўзбекистон Матбуот ва ахборот агентлигининг «Ўзбекистон»  
НМИУда босилди. Тошкент, 700129, Навоий кучаси, 30.

15000

O'QUV ZALI

65.9(2)

T 60

**Тўйчиев Н.Ж.**

Бизнесда иқтисодий математика усуллари/Олий ўқув юртлари талабалари учун қўлланма. Т.: «Ўзбекистон» нашриёт-матбаа ижодий уйи. 2004,—176 б.

ББК 65.9(2)-07