

На правах рукописи

*Взг -*

**Володько Ольга Станиславовна**

**АНАЛИЗ СТРУКТУРЫ ТЕЧЕНИЙ В ОЗЕРЕ ШИРА В ЛЕТНИЙ ПЕРИОД  
ПО РЕЗУЛЬТАТАМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ  
И НАТУРНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ**

05.13.18 — Математическое моделирование,  
численные методы и комплексы программ

Автореферат диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Новосибирск — 2022

Работа выполнена в Институте вычислительного моделирования Сибирского отделения Российской академии наук – обособленном подразделении Федерального исследовательского центра «Красноярский научный центр Сибирского отделения Российской академии наук», г. Красноярск

Научный руководитель: кандидат физико-математических наук, доцент  
**Компаниец Лидия Алексеевна**

Официальные оппоненты: **Муратова Галина Викторовна**,  
доктор физико-математических наук, профессор,  
ЮФУ, г. Ростов-на-Дону,  
ведущий научный сотрудник

**Пененко Алексей Владимирович**,  
доктор физико-математических наук,  
ИВМиМГ СО РАН, г. Новосибирск,  
старший научный сотрудник

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное образова-  
тельное учреждение высшего образования «Кеме-  
ровский государственный университет»,  
г. Кемерово

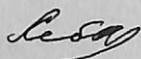
Защита состоится 21 апреля 2022 г. в 11:30 на заседании диссертационного совета Д 999.141.03 на базе Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института динамики систем и теории управления им. В. М. Матросова Сибирского отделения Российской академии наук, Федерального государственного бюджетного научного учреждения «Федеральный исследовательский центр информационных и вычислительных технологий», федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики» по адресу: 630090, г. Новосибирск, пр. Академика Лаврентьева, 6, конференц-зал ФИЦ ИВТ.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте Федерального государственного бюджетного научного учреждения «Федеральный исследовательский центр информационных и вычислительных технологий»:

<http://www.ict.nsc.ru/ru/structure/discouncil/volodko-os>

Автореферат разослан 18 февраля 2022 г.

Учёный секретарь диссертационного совета  
кандидат физико-математических наук, доцент



Лебедев А.С.

## Общая характеристика работы

**Актуальность темы.** Начало двадцать первого века ознаменовано рядом экологических катастроф на водных объектах, временами связанных с последствиями необратимого характера. Некоторые из этих катастроф имеют антропогенный характер, к таким можно отнести загрязнение р. Енисей в результате аварии на Саяно-Шушенской ГЭС, аварию с разливом топлива в Норильске, разлив нефти в Мексиканском заливе, попадание нефтепродуктов в р. Ангара. Другие имеют природный характер и, например, могут быть связаны с неконтролируемым размножением водорослей в результате климатических изменений – такова одна из версий загрязнения побережья Камчатки. Поэтому состояние окружающей среды вызывает тревогу мирового сообщества как на уровне сохранения природы в отдельно взятом месте, так и в контексте решения этой проблемы в целом на Земле.

Озера часто являются важными народно-хозяйственными и рекреационными объектами, и от них зависит экономическое состояние регионов. Прогноз качества воды и биологического разнообразия представляет собой важнейшую задачу, которая не может быть решена без исследования динамики озер. При различных способах исследования динамики озер: теоретическое исследование температуры и скорости течения, данные натурных измерений, численный эксперимент – ни один из методов исследования не может привести к абсолютно достоверным результатам и необходимо применять эти методы в совокупности.

Главный объект нашего исследования – уникальное соленое озеро Ши́ра, которое является центром рекреационной зоны. Увеличение в последние годы антропогенной нагрузки на озеро создало угрозу уменьшения лечебных свойств воды и, соответственно, поставило задачу комплексного изучения экологического состояния этого озера. В последние годы исследования продолжались как по направлению изучения физических, биологических и химических свойств озера так и по математическому моделированию гидрофизического режима озера, что позволило уточнить картину течений в озере Ши́ра в осенне-весенний и летний периоды. В летний период озеро стратифицировано по температуре и солености, поэтому важным фактором его функционирования является наличие внутренних волн и обусловленные ими процессы перемешивания в прибрежной зоне.

При комплексном изучении динамики озера в летний период применялись следующие методы.

Для теоретического изучения течений использовались аналитические решения упрощенных моделей стационарного ветрового движения жидкости, полученные автором.

Для численного моделирования течений в озере использовалась свободно распространяемая система моделирования с открытым кодом Regional Ocean Modeling System (ROMS)<sup>1</sup>, которая ранее применялась для расчета течений как в глубоких, так и в неглубоких водоемах. Например, для исследования течений в

---

<sup>1</sup> Сайт региональной океанической системы моделирования ROMS. [Электрон. ресурс]. URL: <https://www.myroms.org> (дата обращения 02.02.2021).

Мексиканском заливе<sup>2</sup> и в прибрежной части полузамкнутого мелкого соленого водоема Бохо (Китай)<sup>3</sup>.

При анализе данных измерений скорости и температуры в озере применялся метод главных компонент (эмпирических ортогональных функций), который позволил выделить самое энергонесущее течение и провести отдельно анализ его пространственного и временного поведения.

Таким образом, для того чтобы сохранить благоприятное состояние озера необходим комплексный подход в исследовании динамики гидрофизических параметров: температуры и солености воды, скорости, направлении течения. Кроме того, результаты, полученные в настоящей работе, могут быть использованы для исследования течений в других водоемах.

**Целью** настоящей работы является комплексное исследование динамики основных гидрофизических характеристик – температуры и солености воды, скорости, направления течения – соленого стратифицированного озера Шира в летний период с применением технологии математического моделирования, вычислительного эксперимента и анализа данных натурных измерений.

Для достижения этой цели поставлены и решены следующие **задачи**:

1. Определить общие закономерности течений на основе новых аналитических решениях упрощенной модели стационарного ветрового движения жидкости в замкнутом водоеме.
2. Провести сравнительный анализ разностных схем повышенного порядка аппроксимации для уравнения конвекции-диффузии, применяемых для расчетов в модели ROMS, на аналитических решениях.
3. Провести поэтапную адаптацию и верификацию трехмерной численной модели, реализованной открытым кодом ROMS, на полученных аналитических решениях упрощенной модели стационарного ветрового движения жидкости.
4. Провести валидацию математической модели на основе качественного и количественного сравнения полученных результатов численных расчетов с данными натурных измерений в летний период, в частности, по характеру изменения температуры и спектральным характеристикам скорости.
5. Определить динамику основных гидрофизических характеристик озера по результатам численных расчетов и результатам анализа данных натурный измерений. В частности, определить условия возникновения, вид и периоды внутренних волн в зависимости от силы и направления ветра.

**Методы исследования** включают в себя: решение уравнений математической физики аналитически и численно, обработку натурных данных с помощью методов спектрального анализа и главных компонент.

---

<sup>2</sup> Barkan, R., McWilliams, J. C., Shepetchin, A. F., Molemaker, M. J., Renault, L., Bracco, A., Choi, J. Submesoscale dynamics in the northern Gulf of Mexico. Part I: Regional and seasonal characterization and the role of river outflow. *Journal of Physical Oceanography*, 2017. V.47. № 9.P. 2325–2346.

<sup>3</sup> Zhou, F., Huang, D., Su, J. Numerical simulation of the dual-core structure of the Bohai Sea cold bottom water in summer. *Chinese Science Bulletin*, 2009. V. 54, № 23. P. 4520–4528.

**Научная новизна проведенного диссертационного исследования состоит в следующем:**

1. Получены новые аналитические решения для оценки ветрового движения жидкости в модели Экмана с условием проскальзывания на дне и в модели стационарного ветрового движения жидкости с учетом горизонтального турбулентного обмена в двумерном и трехмерном случаях.
2. Выполнен сравнительный анализ широкого класса разностных схем повышенного порядка аппроксимации, применяемых для расчетов в модели ROMS, на основе которого была выбрана схема, дающая на аналитических решениях одномерного и двумерного уравнений конвекции-диффузии наименьшую погрешность численного решения.
3. Разработана методика построения цифровой модели рельефа дна по нерегулярным данным батиметрии, основанная на использовании бигармонической сплайн-интерполяции.
4. Определена динамика основных гидрофизических характеристик озера Ши́ра по результатам численных расчетов и результатам анализа данных натурной измерений. В частности, определены условия возникновения, вид и периоды внутренних волн в зависимости от силы и направления ветра.
5. На основе численного моделирования и спектрального анализа внутренних волн в озере Ши́ра сделан вывод об устойчивости гидрофизических характеристик в период потери озером свойства меромиктичности.
6. Впервые на основе анализа данных долговременных измерений скоростей течения в озере Ши́ра определена структура течения в эпилимнионе (верхнем прогретом слое) и проведена оценка величины коэффициента вертикального турбулентного обмена.

**Теоретическая значимость.** Полученные аналитические решения могут быть применены для верификации численных моделей ветрового движения жидкости в других водоемах. Созданная система тестов может применяться для тестирования разностных схем и сложных численных алгоритмов решения задач течения неоднородной жидкости.

**Практическая значимость.** Комплексное исследование динамики основных гидрофизических характеристик озера Ши́ра позволяет сделать прогноз его экологического состояния с целью сохранения лечебных свойств воды и рекреационного потенциала озера. Разработанная технология построения цифровой модели рельефа дна по нерегулярным данным батиметрии может быть использована при построении цифровой модели дна в других водоемах. Технология построения численной модели неглубокого стратифицированного водоема может быть использована при расчете течений в стратифицированных водоемах, имеющих аналогичные характеристики, например, при исследовании Балтийского моря.

Результаты работы были использованы в проекте РФФИ 15-05-04198 «Наблюдение и моделирование инерционных колебаний в Балтийском и Черном морях».

**Основные результаты, выносимые на защиту.**

*Область исследования 2 (Развитие качественных и приближенных аналитических*

методов исследования математических моделей)

1. Новые аналитические решения для оценки ветрового движения жидкости в модели Экмана с условием проскальзывания на дне и в модели стационарного ветрового движения жидкости с учетом горизонтального турбулентного обмена в двумерном и трехмерном случаях.

*Область исследования 3* (Разработка, обоснование и тестирование эффективных вычислительных методов с применением современных компьютерных технологий)

2. Разработка методики построения цифровой модели рельефа дна по нерегулярным данным измерений батиметрии, основанная на использовании бигармонической сплайн-интерполяции.

3. Поэтапная адаптация численной модели ROMS к исследованию динамики гидрофизических характеристик в озере Шира, включающая в себя: выбор численного алгоритма для решения уравнения конвекции-диффузии с использованием созданной системы тестов; построение равномерной разностной сетки по нерегулярным данным измерений батиметрии с использованием разработанной методики построения цифровой модели рельефа дна; задание начального профиля температуры и солености, подключение метеорологических данных с использованием авторских программ.

Верификация численного алгоритма на полученных аналитических решениях упрощенной модели стационарного ветрового движения однородной жидкости.

Валидация математической модели путем качественного и количественного сравнения полученных результатов численных расчетов с данными натурных измерений в летний период.

*Область исследования 5* (Комплексные исследования научных и технических проблем с применением современной технологии математического моделирования и вычислительного эксперимента)

4. Результаты комплексного исследования динамики основных гидрофизических характеристик озера Шира в летний период с применением математического моделирования, вычислительного эксперимента и анализа данных натурных измерений: определен характер внутренних волн в озере в летний период.

**Личный вклад.** Получение аналитических решений модели ветрового движения однородной жидкости для двумерной модели с учетом горизонтального турбулентного обмена и трехмерной модели для дрейфовой составляющей модели Экмана в случае частных ветровых воздействий сделаны автором лично. Вклад автора в нахождение аналитического решения для трехмерной модели ветрового движения жидкости с учетом горизонтального турбулентного обмена совместно с к.ф.-м.н. Т. В. Якубайлик заключается в их численной реализации.

Численное моделирование течений в озере выполнено на основе свободно распространяемой под лицензией GNU системы моделирования ROMS, разработанной Н. G. Arango и А. F. Shchepetkin. Личный вклад автора заключается в адаптации модели для расчетов течений в озере Шира с помощью данных натурных измерений; верификации модели на полученных аналитических решениях; разра-

ботке методики построения цифровой модели рельефа дна по нерегулярным данным батиметрии; в выборе численного алгоритма расчета течений с помощью созданной системы тестов; в создании программ для задания ветрового воздействия и учета тепловых потоков (созданных совместно с А. С. Богатиковым); в проведении численных расчетов для озера Шира на весь летний период с учетом модельного и реального ветра; в интерпретации результатов численного моделирования; в валидации полученных численных решений на натуральных наблюдениях.

Натурные измерения скоростей в озере Шира с помощью акустических доплеровских профилографов течения проводились как автором лично, так и совместно с к.ф.-м.н., н.с. ИВМ СО РАН Т. В. Якубайлик. Натурные измерения температуры и солёности проводились совместно с к.б.н., с.н.с. ИБФ КНЦ СО РАН А. П. Толмеевым. Анализ натуральных данных с использованием метода главных компонент проведен как автором лично, так и совместно с к.ф.-м.н. Л. В. Гавриловой. Всем им автор выражает глубокую благодарность.

**Достоверность и обоснованность** основных результатов обеспечивается строгостью математических выкладок; количественными и качественными совпадениями с результатами других авторов; совпадением спектральных характеристик численных расчетов течений в озере Шира и спектральных характеристик данных натуральных измерений.

**Представление работы.** Основные результаты работы докладывались на 27-ми мероприятиях: Международные семинары «Dynamics of Coastal Zone of Non-Tidal Seas (school-seminar)» (Балтийск, 2010; Геленджик, 2014); Всероссийская конференция «Математика в приложениях» (Новосибирск, 2009); Международная научная конференция «Современные проблемы вычислительной математики и математической физики» (Москва, 2009); Международная конференция «The 14th General Meeting of EWM, 2009» (Нови Сад, Сербия, 2009); Всероссийская конференция «Динамика и термика рек, водохранилищ и прибрежной зоны морей» (Москва, 2009); Всероссийская конференция «Прикладные вопросы технологии гидроакустики и гидрофизики» (Санкт-Петербург, 2010); Международные конференции «Всесибирский конгресс женщин-математиков» (Красноярск, 2010, 2016); Международные научно-практические конференции, посвященные Памяти генерального конструктора ракетно-космических систем акад. М. Ф. Решетнева (Красноярск, 2018, 2020); Конференции молодых ученых ИВМ СО РАН (Красноярск, 2011, 2018 – 2020); Международная конференция «IEEE/OES Baltic Symposium 2014» (Tallinn, Estonia, 2014); Всероссийские семинары «Нейроинформатика, её приложения и анализ данных» (Красноярск, 2017 – 2020), Всероссийские конференции с международным участием «Обработка пространственных данных в задачах мониторинга природных и антропогенных процессов» (Бердск, Россия, 2017, 2019); Международный симпозиум «Мезомасштабные и субмезомасштабные процессы в гидросфере и атмосфере» (Москва, 2018), Всероссийская конференция, посвященная 100-летию акад. Л. В. Овсянникова (Новосибирск, 2018); Всероссийские конференции молодых ученых по математическому моделированию и инфор-

мационным технологиям (Новосибирск, 2019, 2020); Международная конференция, посвященная 95-летию со дня рождения акад. Г. И. Марчука (Новосибирск, 2020).

Работа поддержана Красноярским математическим центром, финансируемым Минобрнауки РФ в рамках мероприятий по созданию и развитию региональных НОМЦ (Соглашение 075-02-2021-1384).

**Публикации.** Основные результаты по теме диссертации опубликованы в 27-ми работах, в том числе: 1 монография; 3 публикации в рецензируемых научных журналах, входящих в перечень ВАК; 5 публикаций проиндексировано в базе данных Scopus; 2 свидетельства о государственной регистрации программы для ЭВМ; 3 статьи в рецензируемых научных журналах; 13 публикаций в трудах и тезисах всероссийских и международных конференций.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, библиографического списка (148 наименований) и приложения. Текст диссертации содержит 72 рисунка, 5 таблиц. Объем текста составляет 157 страниц.

Во **введении** раскрывается актуальность диссертационной работы, представлены основные характеристики объекта исследования, сформулированы цель и задачи исследования, основные положения, выносимые на защиту, обосновывается научная новизна, практическая значимость и достоверность полученных результатов, изложена методология исследования.

Озеро Ши́ра представляет собой бессточное озеро без островов, в которое впадает речка Сон. В силу малости притока все влияние реки сосредоточено в приустьевой зоне, основным внешним фактором, определяющим течение в озере, является ветровое воздействие (рис. 1).

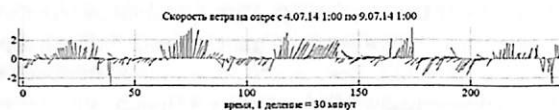


Рис. 1 – Сила и направление ветра на озере в 2014 г. Данные с метеостанции пос. Ши́ра

Основные характеристики: озеро имеет овальную форму, длина – 9,4 км, ширина – 5 км, площадь водного зеркала – 34,7 км<sup>2</sup>, средняя глубина – 11,2 м, максимальная глубина – 25 м. Батиметрия озера представлена на рис. 2, *а*.

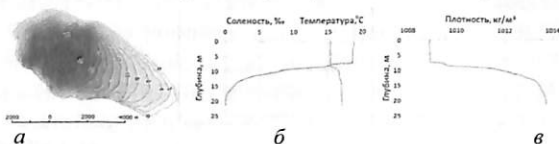


Рис. 2 – Батиметрия озера Ши́ра (*а*), температура – сплошная синяя линия, соленость – штриховая красная линия (*б*), график плотности по формуле Буассинеса<sup>4</sup> (*в*)

На рис. 2, *в* представлен график зависимости плотности от глубины, полученный на основании обработки локальных измерений температуры и кондуктивности, который наглядно демонстрирует сильную стратификацию воды

<sup>4</sup> Boussinesq, J. Théorie analytique de la chaleur mise en harmonie avec la thermodynamique et avec la théorie mécanique de la lumière: Tome I — Gauthier-Villars, 1903.



в озере Шира в течение всего летнего периода (измерение 13.07.2015 в точке глубиной 22 м).

Весной и осенью озеро обычно является меромиктическим, т.е. в циркуляции участвует только поверхностный слой жидкости, что приводит к специфическому составу донных отложений. При смене меромиктического режима на голомиктический (хотя бы один раз за год происходит перемешивание воды до дна) может также происходить нарушение баланса биоты. Процесс перемешивания воды в озере до дна прошел в озере Шира осенью 2014 - зимой 2015 г., что было определено по косвенным признакам весной 2015 г. Пока сложно сказать почему меромиктическое озеро изменило свой тип функционирования на другой, одно из возможных объяснений через анализ глубины залегания весеннего термоклина приведено в книге<sup>5</sup>.

В первой главе диссертации представлена математическая модель ветрового движения неоднородной жидкости, приведены новые аналитические решения задачи ветрового движения однородной и на их основе определено взаимодействие между моделями различного уровня сложности.

В параграфе 1.1 рассматривается математическая модель трехмерного течения неоднородной жидкости в приближении Буссинеска и предположении о гидростатичности давления в замкнутом водоеме, на основе которой выполнено аналитическое и численное моделирование течений в озере Шира.

Система уравнений содержит следующие уравнения:

уравнения движения –

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} - lv = \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( K_h \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_h \frac{\partial u}{\partial y} \right) - g \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{g}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial x} \int_z^0 \rho dz, \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + lv = \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z \frac{\partial v}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( K_h \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_h \frac{\partial v}{\partial y} \right) - g \frac{\partial \zeta}{\partial y} - \frac{g}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial y} \int_z^0 \rho dz; \quad (2)$$

уравнение неразрывности несжимаемой жидкости –

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0; \quad (3)$$

уравнения переноса тепла и солей –

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left( K_h^T \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_h^T \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z^T \frac{\partial T}{\partial z} \right), \quad (4)$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + u \frac{\partial S}{\partial x} + v \frac{\partial S}{\partial y} + w \frac{\partial S}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left( K_h^S \frac{\partial S}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_h^S \frac{\partial S}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z^S \frac{\partial S}{\partial z} \right); \quad (5)$$

уравнение состояния в общем случае –

$$\rho = \rho(T, S). \quad (6)$$

Здесь  $x, y, z$  – прямоугольная система координат, ось  $Ox$  направлена на восток, ось  $Oy$  – на север, ось  $Oz$  – вертикально вверх;  $(u, v, w)$  – вектор скорости течения,  $u = u(x, y, z, t)$ ,  $v = v(x, y, z, t)$ ,  $w = w(x, y, z, t)$  – восточная, северная и вертикальная

<sup>5</sup> Рогозин, Д. Ю. Меромиктические озера Северо-Минусинской котловины: закономерности стратификации и экология фотофорных серных бактерий — Красноярск: ИФ СО РАН, 2019.

компоненты соответственно;  $\zeta = \zeta(x, y, t)$  – отклонение свободной поверхности от невозмущенного положения;  $T$  – температура воды, отсчитываемая от некоторого среднего значения  $T_0$ ;  $S$  – соленость воды;  $K_h, K_z$  – коэффициенты горизонтального и вертикального турбулентного обмена для скорости;  $K_h^T, K_h^S, K_z^T, K_z^S$  – коэффициенты горизонтальной и вертикальной диффузии для температуры и солености соответственно;  $I$  – параметр Кориолиса;  $g$  – ускорение свободного падения;  $\rho$  – плотность воды в точке с координатами  $(x, y, z)$ ;  $\rho_0$  – некоторое среднее значение плотности.

Система уравнений дополняется граничными условиями.

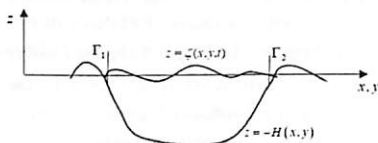


Рис. 3 – Границы водоема

На свободной поверхности при  $z = \zeta(x, y, t)$  (рис. 3):

$$\rho_0 K_z \frac{\partial V_h}{\partial z} = \tau^w, \quad w|_{z=\zeta} = \frac{\partial \zeta}{\partial t} + u \frac{\partial \zeta}{\partial x} + v \frac{\partial \zeta}{\partial y}, \quad \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=\zeta} = Q_T, \quad \left. \frac{\partial S}{\partial z} \right|_{z=\zeta} = Q_S.$$

Здесь  $V_h = (u, v)$  – вектор горизонтальной скорости;  $\tau^w = (\tau_x^w, \tau_y^w)$  – напряжение ветра на свободной поверхности;  $Q_T, Q_S$  – потоки тепла и солености через свободную поверхность.

На дне водоема (рис. 3) возможно несколько постановок граничных условий для скорости, в частности используется нелинейное или линейное условие проскальзывания.

Для вертикальной составляющей скорости на дне всегда выполняется:  $w|_{z=-H} = -u|_{z=-H} \frac{\partial H}{\partial x} - v|_{z=-H} \frac{\partial H}{\partial y}$ . Для температуры и солености задаются условия:  $\partial T / \partial z = Q_T, \partial S / \partial z = Q_S$ .

На вертикальных границах  $\Gamma_1, \Gamma_2$  (рис. 3) ставятся условия прилипания  $u = v = 0$  или непротекания: равенство нулю нормальной составляющей вектора горизонтальной скорости  $V_h$ . Для температуры и солености полагаем  $\partial T / \partial N = Q_T, \partial S / \partial N = Q_S$ , где  $N$  – нормаль к вертикальным границам.

Уравнения (1) – (6) и граничные условия конкретизируются в зависимости от решаемой задачи.

В параграфе 1.2 рассматриваются аналитические решения для модели Экмана ветрового движения жидкости с условием прилипания и проскальзывания на дне. Представлены полученные автором решения в случае более часто используемого в численных расчетах условия проскальзывания на дне при постоянном и переменном коэффициентах вертикального турбулентного обмена. Соответствующие решения сравниваются с известными решениями для модели

Экмана с условиями прилипания на дне. В параграфах 1.3 и 1.4 приведены аналитические решения для модели с учетом горизонтального обмена в двумерном (течение в вертикальной плоскости) и трехмерном случаях. Решения найдены при постоянном и переменном коэффициентах вертикального турбулентного обмена. В трехмерном случае решение при переменном коэффициенте вертикального турбулентного обмена найдено для дрейфовой составляющей течения.

**Вторая глава** посвящена численным расчетам для озера Шира с использованием системы моделирования ROMS. В параграфе 2.1 приведено краткое описание численной модели, реализованной открытым кодом ROMS. В параграфе 2.2 представлена адаптация численной модели, реализованной открытым кодом ROMS, к расчету течений в озере Шира, которая включала в себя: создание цифровой модели рельефа дна по пространственно-разбросанным данным измерений батиметрии с использованием метода интерполяции бигармоническими сплайнами; задание начального профиля температуры и солености; подключение метеорологических данных для учета ветрового воздействия и потоков тепла. Представлены результаты верификации численных алгоритмов ROMS на полученных аналитических решениях.

Для численного моделирования гидродинамики водоема необходимо определить его рельеф дна в виде непрерывно-дифференцируемого поля. В настоящем параграфе были рассмотрены ранее известные методы построения полей на регулярных сетках из пространственно-разбросанных данных – в нашем случае это батиметрия, измеренная эхолотом с катера, оборудованного GPS – и разработана методика построения цифровой модели рельефа дна<sup>6</sup>, которая включала в себя: предварительную обработку данных батиметрии для выявления и исключения противоречивых данных; интерполяцию данных батиметрии на равномерную сетку с использованием бигармонической сплайн-интерполяции<sup>7</sup>; бигармоническое сглаживание функций Грина в методе бигармонической сплайн-интерполяции. Результаты применения разработанной методики для озера Шира представлены на рис. 4.

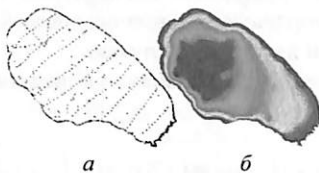


Рис. 4 – Данные измерений глубины в озере Шира (а), поле данных батиметрии, построенное на регулярной сетке  $\Delta x = \Delta y = 10$  м (б)

Изложены результаты верификации модели ROMS на полученном в Главе 1 аналитическом решении для модели с учётом горизонтального турбулентного об-

<sup>6</sup> Shchepetkin, A.F., Volodko, O.S. A method for reconstructing bottom topography for an enclosed basin from scattered, sparse measurement data. Океанологические исследования, 46(3), 2018, P.67–84.

<sup>7</sup> Sandwell, D.T. Biharmonic spline interpolation of GEOS-3 and SEASAT altimeter data. Geophysical research letters, 1987, 14(2), P.139–142.

мена (рис. 5). Параметры данного расчета: длина и ширина прямоугольного бассейна 10000 м, ветер восточный  $\tau/\rho_0 = 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}^2$ , условие прилипания на дне, коэффициент вертикального турбулентного обмена  $K_z = 0,02 \text{ м}^2/\text{с}$ , коэффициенты горизонтальной вязкости  $K_h = 1 \text{ м}^2/\text{с}$ , глубина  $H = 50 \text{ м}$ .

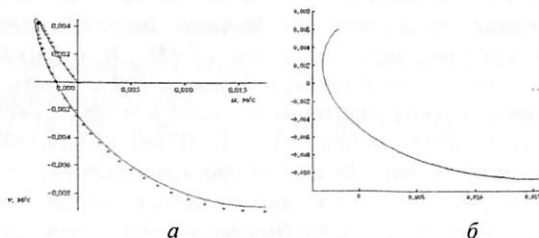


Рис. 5 – Годографы скоростей в центральной точке бассейна: *a* – модель с учетом горизонтального турбулентного обмена (ромбики), решение для модели Экмана (непрерывная линия), *б* – результаты расчета в модели ROMS

Масштабы скоростей совпадают, различие в поведении на дне объясняется тем, что в модели ROMS скорости выводятся в точке, находящейся на расстоянии половина шага сетки в вертикальном направлении. Верификация показала достаточно хорошее совпадение результатов численных расчетов с аналитическим решением.

В параграфе 2.3 представлены результаты исследования свойств разностных схем, применяемых для расчета в численной модели ROMS.

При численном решении системы уравнений (1) – (6) методом конечных разностей основные проблемы возникают при аппроксимации адвективных членов. В модели ROMS для аппроксимации имеется возможность выбора этих слагаемых. Сравнительный анализ различных разностных аппроксимаций адвективных членов, применяемых для решения уравнения переноса и диффузии тепла и солей (4)-(5), был проведен на аналитических решениях линейного уравнения конвекции - диффузии в одномерном и двумерном случаях.

В общем случае решение для уравнения конвекции-диффузии с постоянными коэффициентами в одномерном случае  $\partial C/\partial t + u \partial C/\partial x = K_h \partial^2 C/\partial x^2$  может быть получено с использованием формулы  $C(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{C_0(\xi)}{2(\pi K_h t)^{1/2}} \exp\left\{-\frac{(x - ut - \xi)^2}{4K_h t}\right\} d\xi$ ,

где  $C_0(x)$  – начальные данные. Для четырех начальных конфигураций: непрерывных – функция Гаусса, треугольник и разрывных – «полочка» и «помост» удается взять интеграл, который во всех случаях выписывается через экспоненциальную функцию и/или функцию ошибки *erf*. Это дает возможность провести сравнительный анализ разностных аппроксимаций на решениях различной степени гладкости.

Для аппроксимации диффузионного члена использовалась обычная трехточечная аппроксимация. Численные расчеты были проведены для двенадцати вариантов явной аппроксимации адвективных членов, в том числе для используемых в

ROMS аппроксимаций вида предиктор-корректор со схемами вида Leap-Frog в качестве предиктора и параметром  $\gamma$ , отвечающем за метод интерполяции значений на трех слоях по времени в корректоре. В предикторе первая производная аппроксимировалась по пространству центральной разностью 2-го и 4-го порядка и разностями против потока 2-го и 3-го порядка.

В случае 2-х пространственных переменных рассматривается уравнение  $\partial C/\partial t + u\partial C/\partial x + v\partial C/\partial y = K_h(\partial^2 C/\partial x^2 + \partial^2 C/\partial y^2)$ , где  $K_h$  – постоянный коэффициент диффузии вдоль осей  $Ox$  и  $Oy$ . Скорости переноса  $u = -py, v = px, p = \text{const}$ . В начальный момент времени задается распределение  $C_0(x, y, 0)$ . В этом случае осуществляется два процесса: процесс вращения начальной конфигурации вокруг начала системы координат и диффузия.

В двумерном случае аналитическое решение уравнения диффузии строится как произведение решений соответствующих одномерных задач. На рис. 6, а, б представлен график, когда начальные данные – пирамида высоты  $b$ , в основании которой лежит квадрат со стороной  $2l$ , с центром в точке  $x_0, y_0$ . Расчет проводился при следующих параметрах: расчетная область со стороной квадрата  $L = 10$  с шагом по обоим направлениям  $\Delta x = \Delta y = 0,5$ , шаг по времени  $\Delta t = 0,01$ , на всех границах ставилось условие свободного прохода,  $p = 2, K_h = 0,05$ . На рис. 6 (в – е) приведены сечения аналитического и разностного решения вертикальной плоскостью, проходящей через биссектрису первого и третьего квадрантов. Все решения показаны на момент времени  $t = 3,14$ , когда начальное распределение осуществляет полный оборот вокруг начала системы координат.

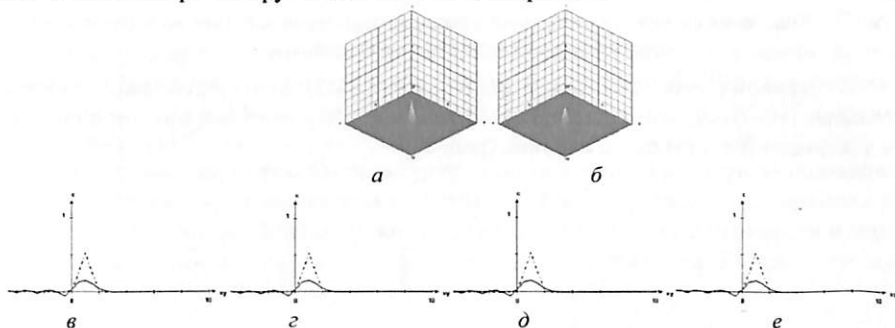


Рис. 6 – Начальные данные пирамида при  $b = 1, l = 1$  с центром в точке  $x_0 = 1, y_0 = 1$  и аналитическое решение соответственно (а, б). Результаты расчетов для схем вида предиктор-корректор с Leap-Frog в качестве предиктора и  $\gamma = 1/12$  в корректоре с различными аппроксимациями первой производной по пространству: в – центральная разность 2-го порядка, г – центральная разность 4-го порядка, д – разность против потоков 2-го порядка, е – разность против потоков 3-го порядка

В результате этого исследования по оценке величины абсолютной ошибки было определено преимущество аппроксимации четвертого порядка для адвективных членов в предикторе Leap-Frog, которая в дальнейшем использовалась в расчетах.

В параграфе 2.4 представлены результаты численных расчетов на основе модели ROMS с модельным ветром и учетом реальных метеорологических данных в летний период. Расчеты проведены с гидрофизическими характеристиками озера Шира, в том числе распределения температуры и солёности, типичной для летнего периода, нулевых начальных скоростей и возвышения свободной поверхности, различных ветровых сценариях при следующих значениях параметров: шаг по горизонтали  $\Delta x = 15$  м,  $\Delta y = 20$  м, по вертикали  $\Delta z = 1$  м, применялись методы распараллеливания OpenMP, MPI. Начало расчета – покой, коэффициент придонного трения  $K_b = 10^{-4}$  м/с, коэффициент горизонтального турбулентного обмена  $K_h = 2$  м<sup>2</sup>/с, линейное уравнение состояния. Использовалась KPP-параметризация турбулентного вертикального перемешивания.

Были рассмотрены различные сценарии, в том числе мгновенно начинающийся постоянный ветер, который мгновенно заканчивается. В этом случае после остановки восьмичасового ветра северо-восточного, юго-восточного, восточного и южного направлений со скоростью 8–10 м/с визуально наблюдаются колебания свободной поверхности с периодом 11 и 6 часов. Движение происходит против часовой стрелки и максимальные значения достигаются на противоположных берегах бассейна, сама свободная поверхность также подвергается колебаниям меньшего масштаба (рис. 7).

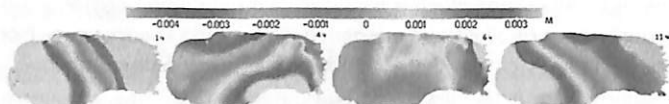


Рис. 7 – Колебания свободной поверхности после прекращения действия восьмичасового северо-восточного ветра со скоростью 8 м/с

В северной и центральной географических точках озера наблюдаются незначительные колебания изотерм и изогалин, в южной, восточной и западной колебания достигают 3-х метров по глубине (рис. 8).

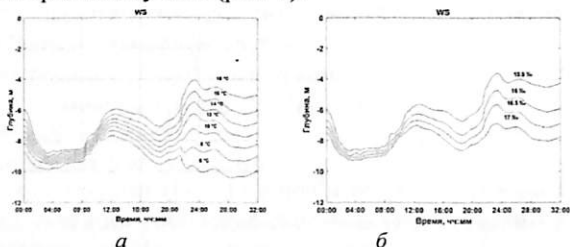


Рис. 8 – Колебания изотерм (а) и изогалин (б) в западной части озера после воздействия северо-восточного ветра со скоростью 8 м/с в течение 8 часов, далее 24 часа – без ветра

В случае западного, юго-западного, северо-западного и северного направлений ветра возникают сейшевые колебания свободной поверхности без вращения. В изотермах, построенных по натурным наблюдениям (рис. 9), во время прохождения внутренней волны также наблюдаются колебания с размахом от трех до пяти метров.

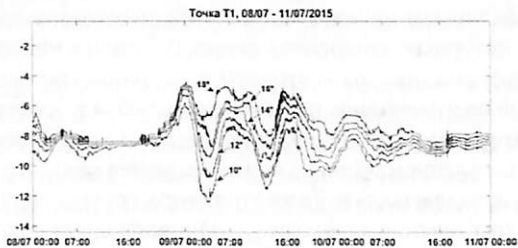


Рис. 9 – Географическая точка Т1, изотермы за период 08.07.2015–11.07.2015,  $T=10\text{--}18^\circ\text{C}$

Представлены результаты проведенных впервые сезонных расчетов для озера Шира с учетом реальных метеорологических данных (температура и влажность воздуха, осадки, данные о ветре получены с метеостанции пос. Шира). Расчеты были проведены для периода 01.06.2018–31.08.2018. Картина течения на 13.07.2018 г. в 2 часа ночи, в 6 и в 8 часов утра представлена на рис. 10.

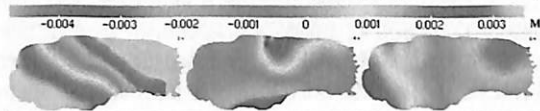


Рис. 10 – Возвышение свободной поверхности

Период внутренней волны, визуально определяемый по изменениям возвышения свободной поверхности, составляет  $\approx 7$  часов (рис. 10). В период прохождения внутренней волны наблюдалось уменьшение температуры в восточной мелководной зоне водоема, после прохождения температура увеличивается.

В параграфе 2.5 излагаются результаты спектрального анализа данных измерений скорости, соответствующие летнему периоду 2014–2015 гг. и скорости, полученной при численных расчетах с использованием модели ROMS с учетом метеорологических данных соответствующих летнему периоду 2018 г. Для нахождения спектральных оценок были выбраны ряды восточной и северной составляющих трехмерной скорости течения на глубине 7,6 м, усредненные по времени измерения раз в полчаса. При построении графиков спектральной плотности мощности использовался метод модифицированных периодограмм Уэлча с весовой функцией Блэкмена-Харриса (рис. 11).

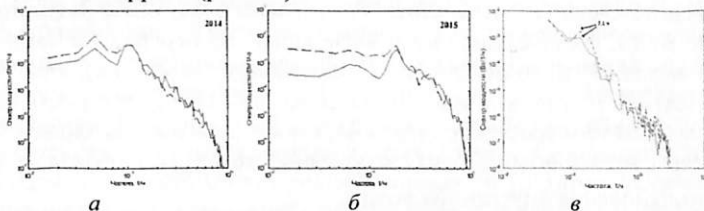


Рис. 11 – Спектральные характеристики: а, б – по измерениям ADCP 600 кГц, в – при анализе численных расчетов, выполненных с использованием модели ROMS для летнего периода с 13.07.2018 – 31.07.2018 г. Для восточной компоненты скорости – черная штриховая линия, для северной компоненты скорости – красная сплошная линия, глубина 7,6 м

Спектральный анализ показал, что внутренняя волн с периодом  $\approx 7$  часов наблюдается как в натурных измерениях скорости, так и в численных расчетах.

Энергонесущие максимумы восточной и северной составляющих течения в 2015 г. существенно не изменились по сравнению с 2014 г. и составляют примерно – 21, 11, 7 часов. Этот результат можно сопоставить с отмеченным в наблюдениях зимой 2014–2015 гг. явлением полного перемешивания воды, что было зафиксировано измерениями химического и биологического состава воды. Таким образом показано, что спектры течения являются устойчивой характеристикой озера.

**Третья глава** посвящена обработке и анализу данных долговременных измерений (в течении 1,5 месяцев) температуры и скорости в озере Шира в летний период 2013-2018 гг. с использованием методов статистической обработки данных, в том числе метода главных компонент (эмпирических ортогональных функций (ЭОФ)).

Измерения температуры и скорости проводились в летний период 2009 – 2018 гг. с использованием термоплетей и акустических доплеровских профилографов скорости (ADCP 600 кГц и ADCP 1200 кГц), позволяющих проводить непрерывный мониторинг гидрофизических параметров по всей глубине.

**Параграф 3.1** посвящён обработке и анализу данных измерений температуры в озере в зависимости от глубины и поверхностной температуры с помощью вещественного метода ЭОФ. Для анализа данные измерений температуры  $T(z_i, t_k)$ , где  $z_i (i = 1, \dots, N)$  и  $t_k (k = 1, \dots, K)$  – переменные по пространству и времени соответственно, представляются в виде суммы произведений двух сомножителей, один из которых зависит от времени, а второй – от пространства. Стандартным образом определяется матрица коэффициентов корреляции  $R(z_i, z_j) = 1/K \sum_{k=1}^K T(z_i, t_k) T(z_j, t_k)$  и находятся ее собственные значения  $\lambda_n$  и собственные векторы  $\phi_n(z_i)$ , которые называются ЭОФ или модами. Поле температур  $T$  представляется в виде

$$T(z_i, t_k) = \sum_{n=1}^N E_n(t_k) \phi_n(z_i), \quad E_n(t_k) = \sum_{i=1}^N \phi_n(z_i) T(z_i, t_k), \quad (7)$$

где  $E_n(t_k)$  – модальные коэффициенты или главные компоненты. Слагаемые ранжированы в соответствии с убыванием положительных собственных значений  $\lambda_n$ .

С использованием разложения (7) получены следующие результаты:

1. Первые моды, содержащие около 86% общей дисперсии, для семи различных точек измерения положительны и совпадают ниже глубины 8 м. Это свидетельствует о том, что вдоль всей акватории озера, процессы, связанные с распределением температуры по глубине, имеют однотипный характер.
2. Характер изменения модальных коэффициентов  $E_n(t_k)$  позволяет определить время возникновения внутренних волн.
3. Для всех долговременных измерений температуры (2013, 2015, 2018 гг.) выявлена сильная линейная связь между первым модальным коэффициентом



$E_1(t_k)$  разложения поверхностной температуры в ряд по ЭОФ и температурой воздуха.

В параграфе 3.2 представлен анализ долговременных измерений скорости с помощью комплексного метода эмпирических ортогональных функций, который позволил определить структуру основного течения в озере: для всех долговременных измерений скорости получены однотипные картины поведения первой моды (рис. 13) аналогичные спиралям в случае однородной жидкости, показанным на рис. 5.

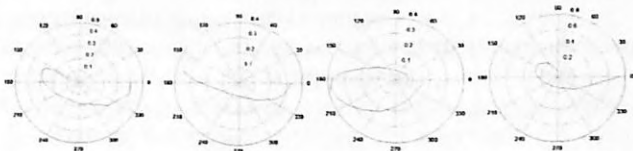


Рис. 13 – Годографы первой моды для четырех длительных измерений

Трактовка первой моды как стационарного течения однородной жидкости позволяет оценить коэффициент вертикального турбулентного обмена. В результате анализа измерения скорости 01.07.2015 – 07.08.2015 получено  $K_z \cong 10,6 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$ .

В **Заключении** сформулированы основные результаты настоящей работы.

1. Получены аналитические решения для упрощенных вариантов модели трехмерного течения неоднородной жидкости в приближении Буссинеска и предположении о гидростатичности давления для стационарного медленного течения однородной жидкости как для модели Экмана, так и для модели с учетом горизонтального турбулентного обмена в случае двумерного течения (в вертикальной плоскости) и трехмерного течения с условием проскальзывания на дне при постоянном и переменном коэффициентах вертикального турбулентного обмена. Эти решения обобщают ранее известные результаты для условий прилипания на дне. На основе исследования полученных аналитических решений сделан вывод о применимости более простой модели Экмана на удалении от берегов и определен тип граничных условий на дне (условие проскальзывания) для проведения численных расчетов в озере Шира.

2. Выполнено численное моделирование гидрофизических процессов, происходящих в озере Шира, с использованием численной модели, реализованной открытым кодом ROMS и разработанной методике построения цифровой модели рельефа дна с использованием пространственно-разбросанных данных измерений батиметрии, позволяющей получить непрерывно-дифференцируемое поле батиметрии озера. Верификация численной модели ROMS осуществлена на полученных частных аналитических решениях. Валидация математической модели выполнена путем качественного и количественного сравнения полученных результатов численных расчетов с данными натурных измерений в летний период, в частности, по характеру изменения температуры и оценкам спектральных характеристик скоростей течения.

3. Выявлена зависимость характера возникающих внутренних волн от силы и направления ветра на основании проведенных модельных расчетов с учетом модельного ветра и расчетов с учетом реальных метеорологических данных за весь летний период.

4. На основе численного моделирования и спектрального анализа внутренних волн в озере Шира сделан вывод об устойчивости гидрофизических характеристик в период потери озером свойства меромиктичности.

5. С использованием метода главных компонент (эмпирических ортогональных функций) для данных долговременных измерений температуры найден простой способ определения моментов возникновения внутренних волн и получена количественная оценка влияния температуры воздуха на поверхностную температуру. Применение этого метода к данным долговременных измерений скоростей течения в озере позволило определить структуру течения в эпилимнионе (верхнем прогретом слое) и получить оценку величины коэффициента вертикального турбулентного обмена.

В Приложении представлено описание приборов, которые использовались для измерения скоростей течения.

#### **Основные публикации по теме диссертации**

##### **В монографиях:**

1. Компаниец, Л. А. Аналитические решения для задач стационарного ветрового движения жидкости / Л. А. Компаниец, Т. В. Якубайлик, Л. В. Гаврилова, О. С. Володько – Красноярск: Изд-во СФУ, 2012. – 114 с.

##### **Статьи, опубликованные в рецензируемых научных журналах, входящих в перечень ВАК:**

2. Компаниец, Л. А. Анализ характеристик озера Шира на основе натурных наблюдений / Л. А. Компаниец, Т. В. Якубайлик, О. С. Володько // Вестник Бурятского государственного университета: математика, информатика. – 2012. – выпуск 9. – С. 167–176.

3. Компаниец, Л. А. Аналитическое решение одной модели ветрового движения вязкой жидкости (трехмерный случай) / Л. А. Компаниец, Т. В. Якубайлик, О. С. Питальская (Володько) // Вычислительные технологии. – 2011. – Т. 16. – № 3. – С. 50–64.

4. Компаниец, Л. А. Аналитическое решение одной модели ветрового движения вязкой жидкости / Л. А. Компаниец, Т. В. Якубайлик, О. С. Питальская (Володько) // Вычислительные технологии. – 2009. – Т. 14. – № 4. – С. 46–57.

##### **Статьи, опубликованные в рецензируемых научных журналах:**

5. Shchepetkin, A. F. A method for reconstructing bottom topography for an enclosed basin from scattered, sparse measurement data / A. F. Shchepetkin, J. C. McWilliams // Океанологические исследования. – 2018. – Т. 46. – № 3. – С. 67–84.

6. Компаниец, Л. А. Сезонная динамика течений в озере Шира по натурным наблюдениям 2014–2015 гг. / Л. А. Компаниец, Н. Н. Голенко, О. С. Володько, О. А. Липина // Вестник Московского университета им. С. Ю. Витте: Образовательные ресурсы и технологии. – 2016. – № 2 (14). – С. 417–423. Режим доступа: [https://www.muiv.ru/vestnik/pdf/pp/pp\\_2016\\_2\\_417-423.pdf](https://www.muiv.ru/vestnik/pdf/pp/pp_2016_2_417-423.pdf)

7. Компаниец, Л. А. Точные решения модели Экмана трехмерного ветрового движения однородной жидкости с учетом геострофической составляющей / Л. А. Компаниец, О. С. Питальская (Володько) // Компьютерные исследования и моделирование. – 2009. – Т. 1. – № 1. – С. 57–66.

**Свидетельства о государственной регистрации программы для ЭВМ:**

8. Володько, О. С. Программа для формирования данных ветрового воздействия для численного моделирования течений в соленых стратифицированных озерах / О. С. Володько, А. С. Богатилов — Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2020615635 от 27.05.2020 г.

9. Володько, О.С. Программа для формирования данных тепловых потоков для численного моделирования течений в соленых стратифицированных озерах / О. С. Володько, А. С. Богатилов – Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2020615636 от 27.05.2020 г.

**Публикации, индексируемые в наукометрической базе SCOPUS:**

10. Kompaniets, L. A. Analysis of vertical distribution of speed in lake Shira on the basis of data processing of long-term measurements in summer period / L. A. Kompaniets, O. S. Volodko, L. V. Gavrilova // Ceur Workshop Proceedings. – 2017. – V. 2033. – P. 202–206.

11. Volodko, O. Analysis of the velocity profile in Lake Shira in summer using principal component analysis / O. Volodko, L. Kompaniets, L. Gavrilova // International Multidisciplinary Scientific Geo Conference Surveying Geology and Mining Ecology Management, Conference Proceedings. – 2017. – V. 17. – № 31. – P. 831–838.

12. Volodko, O. S. Empirical orthogonal analysis of temperature and vertical velocity in lake Shira / O. S. Volodko, L. A. Kompaniets, L. V. Gavrilova. // International Multidisciplinary Scientific Geo Conference Surveying Geology and Mining Ecology Management, SGEM. – 2018. – V. 18. – № 3(1). – P. 251–258.

13. Volodko, O. S. Analysis of vortex structure in a shallow stratified lake / O. S. Volodko, L. A. Kompaniets, L. V. Gavrilova // International Multidisciplinary Scientific Geo Conference Surveying Geology and Mining Ecology Management, SGEM. – 2019. – V. 19. – № 3(1). – P. 41–48.

14. Volodko, O. S. Processing of in-situ measurements of surface velocity and temperature in lake Shira / O. S. Volodko, L. A. Kompaniets, A. P. Tolomeev, A. V. Drobotov, L. V. Gavrilova // CEUR Workshop Proceedings. – 2019. – V. 2534. – P. 321–326.

**Публикации, индексируемые в наукометрической базе РИНЦ:**

15. Володько, О. С. Исследование гидротермических режимов непроточного стратифицированного водоема с использованием доплеровских профилографов / О. С. Володько, Л. А. Компаниец, Т. В. Якубайлик // Труды XI Всероссийской конференции «Прикладные технологии гидроакустики и гидрофизики» ГА-2012. – Санкт-Петербург, 2012. – С. 271–274.

16. Володько, О. С. Метод главных компонент в задаче анализа гидрофизических характеристик открытых водоемов / О. С. Володько, Л. А. Компаниец // Материалы XVI Всероссийского семинара «Нейроинформатика, её приложения и анализ данных» – Красноярск, 2018. – С. 23–29

17. Борисенко, Д. А. Исследование свойства разностных схем для уравнения переноса-диффузии в двумерном случае / Д. А. Борисенко, О. С. Володько, Л. А. Компаниец // Материалы всероссийской конференции с международным участием «Решетневские чтения». – Красноярск, 2018. – С. 5–6.

18. Володько, О. С. О структуре течения в озере Шира при различных ветровых воздействиях [Электронный ресурс] / О. С. Володько, Л. А. Компаниец // Материалы XXIV Международной научно-практической конференции «Решетневские чтения»: в 2 ч. – Красноярск, 2020. – Ч. 2. – С. 24–25 – Загл. с экрана (дата обращения: 17.12.2020).

---

Подписано в печать

17 февраля 2022 г.

Формат 60×90<sup>1/16</sup>

Печать цифровая

Объем 1 п.л.

Тираж 100 экз.

---

Отпечатано в Институте вычислительного моделирования Сибирского отделения Российской академии наук – обособленном подразделении ФИЦ КНЦ СО РАН  
660036, г. Красноярск. Академгородок, 50, строение 44